Allgemeine Bemerkungen.

In den Verhandlungen des preußischen Staatshaushaltsetats 1898/99 ergriff der Landtagsabgeordnete Herr Volckens, Vertreter der Stadt Altona, beim Kapitel „höhere Lehranstalten“ das Wort, um im Namen der Kaufmannschaft zu fordern, daß die Schüler dieser Anstalten sich eine bessere Handschrift und genügende Kenntnis im Rechnen aneigneten. Hinsichtlich des Rechnens behauptete er, daß die Leistungen geringer geworden seien gegen früher.

Daß die **Schrift** vielfach vernachläßigt worden ist, läßt sich nicht leugnen. Das erkannte auch die Schulbehörde an, indem sie verfügte, daß die Schüler bis in die Prima hinauf eine Zensur über die Schrift erhalten sollen, und daß für Schüler mit schlechter Handschrift in IV und III ein besonderer Schreibunterricht eingerichtet werde. Hierin liegt für alle Lehrer die Aufforderung, der Schrift die nötige Beachtung zu schenken. Der Sextaner, der eben deutsch schreiben gelernt hat, in der lateinischen Schrift aber noch unsicher ist, darf in keinem Fache zu hastigem Schreiben angetrieben werden. Das gilt für den mathematischen Unterricht wie für den sprachlichen. Um einige Minuten Zeit zu gewinnen für die Rechnung, diktiert mancher Lehrer die Aufgaben zu schnell und spricht es wohl auch aus, daß er auf die Schrift keinen Wert legt. So hat der Schüler von dem Schreiben der Arbeit für seine Handschrift statt Vorteil nur Nachteil. Die Einheitlichkeit des Unterrichts erfordert es aber, daß der Rechenlehrer aus Rücksicht auf die Schrift die Aufgaben so bemißt, daß dem Schüler Zeit bleibt zu ruhigem Schreiben. Bei der Korrektur ist darauf zu achten, daß Klassenarbeiten sauber und leserlich geschrieben werden, häusliche Arbeiten sogar gut. Will alles Reden nicht fruchten, so läßt man den Schüler eine Arbeit unter Aufsicht schreiben, die man ihm später als Muster vorhält. Diese kleine Unbequemlichkeit macht sich doppelt bezahlt, indem man den Schüler erzieht und sich selbst fortlaufenden Ärger erspart. Natürlich muß auch der Lehrer leserlich schreiben.

Damit es im **Rechnen** besser würde und die jungen Leute, welche in den Kaufmannsstand eintreten wollten, dasjenige Maß von Kenntnissen im kaufmännischen Rechnen mitbrächten, das für den angehenden Kaufmann erforderlich wäre, verlangt Volckens, daß für die drei Oberklassen der Realschule wöchentlich zwei bis drei Stunden Kopfrechnen eingeführt würden. Daß der Rechenunterricht auf unseren höheren Schulen im allgemeinen zurückgegangen sei, kann kein Sachkundiger behaupten, im Gegenteil, er ist ganz entschieden bedeutend besser geworden und wird auch mehr gewürdigt als früher. Die übertriebenen Forderungen des Herrn Volckens hat der Herr Geheime Oberregierungsrat Dr. Köpke mit der Begründung zurückgewiesen, daß die Realschule unter allen Umständen den Charakter einer allgemein bildenden Schule behalten müsse und deshalb die Vorbereitung auf den Kaufmannsstand nicht so besonders betonen dürfe, daß sie darüber zur Fachschule werde. Ähnliche Klagen waren schon 1882 in den Bemerkungen zu den Lehrplänen mit folgenden Worten abgefertigt worden: „In vielen Fällen liegt die Schwierigkeit nicht im Rechnen an sich oder in der Unterordnung bestimmter Vorkommnisse des geschäftlichen Verkehrs unter die Form einer Rechnungsoperation, sondern in dem Verständnisse der betreffenden Vorkommnisse des Verkehrs selbst. Dieses Verständnis, für Knaben in den unteren Klassen nur mit erheblichem Zeitaufwande und nicht leicht mit dauerndem Erfolge erreichbar, ergibt sich ohne Schwierigkeit für den im Rechnen überhaupt Geübten bei wirklichem Eintritte in den fraglichen Verkehr.“ In der weiteren Ausführung sagt der Herr Regierungskommissar: „Zweckmäßige Übungen im Rechnen sollen methodisch durchgeführt werden, das ist die feste Absicht sämtlicher Schulbehörden. Daß es nicht immer glückt, ist leider richtig; auch auf andern Gebieten bleiben manchmal Erfolge aus."

Daß es nicht immer gelingt, die zweckmäßigen Übungen methodisch durchzuführen, liegt wohl zum großen Teil daran, daß der Rechenunterricht einer Anstalt meistens in mehreren Händen liegt, und die **Einheitlichkeit** dieses Unterrichtszweiges dadurch viel mehr leidet, als bei den Sprachen. Der Unterricht in den alten Sprachen dürfte auf der Unterstufe kaum nennenswerte Verschiedenheiten zeigen. Für den neusprachlichen Unterricht fordern die neusten Lehrpläne ausdrücklich: „Hinsichtlich einzelner Punkte, bei denen die Aussprache tatsächlich schwankend ist, muß unter den Lehrern einer Anstalt feste Vereinbarung getroffen sein." Ebenso werden die Neusprachler sich in großen Zügen auch über den Wortschatz einigen, den sie bei den Sprechübungen voraussetzen. Für Rechnen und Mathematik sagen die Lehrpläne: „Dabei empfiehlt es sich, an den einzelnen Anstalten den unentbehrlichen Gedächtnisstoff besonders der unteren und mittleren Stufe festzustellen und durch stete Wiederholungen in den folgenden Klassen zu befestigen." Ich meine, für den Rechenunterricht sei eine Vereinbarung ebenso unbedingt zu fordern wie für die Sprachen. Auf einer Straßburger Direktorenkonferenz wurde fast einstimmig die These angenommen: „Zur Herstellung und Erhaltung einer einheitlichen Unterrichtsführung sind an allen Anstalten die Rechenlehrer (falls nicht der Direktor selbst Fachmann ist) durch den von letzterem beauftragten Mathematiker zu beaufsichtigen und betreffs der Terminologie, der Erläuterungen und der zweckmäßigen Reihenfolge im Unterricht anzuweisen." Meines Erachtens ist die Einigung in Fachkonferenzen, am besten unter Leitung des Direktors, einer solchen Anweisung vorzuziehen. Es ist anzunehmen, daß ein jüngerer Lehrer sich lieber einem Konferenzbeschlusse fügt, in dem er überstimmt wurde, als der Vorschrift eines Kollegen, die ihm widerstrebt. Außer den angeführten Punkten sind auch Methode (z. B. für die Subtraktion), Regeln und Schemata festzustellen. Selbstredend dürfen Schemata nicht in der Weise gegeben werden, daß sie zu verständnislosem, rein mechanischem Rechnen verleiten, sondern nur als bestimmte Schreibweise im Interesse von Ordnung und Erziehung zur Sorgfalt. Ein grundsätzlicher Gegner jedes Schemas schlägt vor, die Einheitlichkeit dadurch herbeizuführen, daß der Lehrer mit den Schülern aufrücke. Mit dem Aufrücken des Lehrers bin ich sehr einverstanden, aber das allein genügt nicht, denn in jeder folgenden Klasse findet man alte Schüler vor, deren Gepflogenheiten andere sind. Daß die Einheitlichkeit sich nie ganz herstellen läßt, weil auch von auswärts Schüler eintreten, ist ja richtig, deshalb bleibt es aber doch wünschenswert, sie so weit wie möglich aufrecht zu erhalten. Jedenfalls müssen die **Regeln** fest vereinbart werden und zwar gleich im Hinblick auf die Algebra.

Aber man unterscheide zwischen bestimmten Vorschriften und solchen Anweisungen, die eine Rechnung dem Schüler nur als empfehlenswert hinstellen, und gebe möglichst wenig Regeln und Schemata! Die Subtraktion z. B. verlangen wir für ganze Zahlen und Dezimalbrüche bestimmt nach der österreichischen Methode; bei gemischten Zahlen üben wir dagegen verschiedene Arten und suchen durch Übung den Blick des Schülers für die bequemere Rechnung zu schärfen: $7\frac{14}{23} - 4\frac{19}{23}$ rechne: $19 + 4 = 23$, $4 + 14 = 18$; oder $7\frac{14}{23} - 4\frac{14}{23} = 3$, $3 - \frac{5}{23} = 2\frac{18}{23}$. Aber $11\frac{13}{25} - 9\frac{18}{25}$ rechne: $25 + 13 = 38$, $38 - 18 = 20$, $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$, ergibt $1\frac{4}{5}$; oder $11\frac{13}{25} - 9\frac{13}{25} = 2$, $2 - \frac{1}{5} = 1\frac{4}{5}$.

Vollprecht, das Rechnen eine Vorbereitung zur allgemeinen Arithmetik, verlangt auch für gemischte Zahlen allgemein die österreichische Methode. Die Beschränkung der festen Regeln hindert den Lehrer nicht, auch andere Regeln aussprechen zu lassen, vielmehr ist es eine gute Übung, wenn der Schüler lernt, aus mehreren Beispielen die Regel ableiten und in genauer, knapper Form aussprechen.

Ich habe an die Anstalten, die meine Rechenhefte benutzen, Fragebogen geschickt, und wir haben uns dahin geeinigt, für VI 7 Regeln in das Heft aufzunehmen, für V 9 und für IV 4. Die letzten fallen gleichzeitig mit der abgekürzten Rechnung fort.

Sehr empfehlenswert ist es, den Erklärungen und Regeln für die verschiedenen Klassen und Unterrichtsgebiete möglichst gleiche Fassung zu geben, wie es Vollprecht durchzuführen sucht. Von den Schülern, die von andern Anstalten kommen, wird man das Umlernen natürlich nur verlangen, wenn sie in VI eintreten, oder zu Schulanfang in V. In einigen Punkten dürfte eine Einigung aber nicht nur für die Lehrer einer Anstalt, sondern ganz allgemein möglich sein.

So wird man hinsichtlich der **Äußerlichkeiten** wohl folgenden Forderungen zustimmen:

1. Die Zeilen und geraden Linien sollen wirklich gerade sein, die wagerechte und senkrechte Richtung innegehalten werden. Zeige dem Schüler an der Tafel: „Wenn ich eine wagerechte gerade Linie von links nach rechts ziehen will, so muß ich während des Ziehens den Arm krümmen und dann wieder strecken, sonst erhält die Linie diese Form “. Ähnlich verlaufen sehr oft die Zeilen der Schüler. „Ebenso achte bei der Senkrechten (Addition von Brüchen) auf die richtige Krümmung des Armes, weil die Linie sonst unten meistens nach links geht!“

2. Setze die Zeichen genau in der vorgeschriebenen Höhe! Wir lassen nur den wagerechten Bruchstrich benützen und nach dem Gleichheitszeichen denselben früher schreiben, wie den Zähler.

3. Vermeide überflüssige Klammern! $7 \cdot (8 \cdot 125) \cdot 4$ hat Sinn, in $(8 \cdot 7) + (44 : 11)$ sind die Klammern wegzulassen.

4. Der Schüler soll beim Rechnen möglichst wenig schreiben, aber er darf nicht zu Gunsten der Kürze Falsches schreiben. So wird besonders leicht ein falsches Gleichheitszeichen gesetzt, indem ein Teil der Rechnung weggelassen wird, der hingeschrieben werden müßte, z. B. $(24 : 6 + 3) : 5$; $24 : 6 = 4 + 3 = 7 \cdot 5 = 35$.

5. Innerhalb einer Rechnung bleiben die Benennungen weg, die Veranlassung zu falscher Schreibweise geben, z. B. $\frac{7\text{ Mdl. } 5\text{ Stck.}\cdot 9}{45\text{ Stck.} : 15 = 3\text{ Mdl.}}$ ist falsch, denn 45 Stck : 15 sind 3 Stck.

Hinsichtlich der **Sprache** sagen die methodischen Bemerkungen zu den Lehrplänen: „Demnächst muß, wie jeder andere Unterricht, so auch der mathematische sich die Pflege der Muttersprache angelegen sein lassen.“ Diese Vorschrift, wie es vorgekommen ist, dahin auszulegen, daß Lehrer und Schüler stets in ganzen Sätzen zu sprechen hätten, ist wohl nicht angängig. Wenn z. B. ein Schüler ein Ergebnis wie $\frac{14}{21}$ angibt, so werde ich nicht jedesmal fragen: „Was kannst Du dafür setzen?“ sondern ihn meist ermahnen „kürze!“ oder zur Abwechslung auch fragen: „Gleich?“ Aber man achte auf Genauigkeit im Sprechen. So vermeide man den Ausdruck: „Man subtrahiert zwei Zahlen von einander“ oder „man dividiert zwei Zahlen durcheinander.“ Besonders achte man bei der Fassung der Regeln auf richtigen Ausdruck und schreibe z. B. nicht wie Müller und Pietzker, Rechenbuch für die unteren Klassen der höheren Schulen, in Nr. 23 Lehrs. 2 über einen Abschnitt, in dem ausnahmslos ein Bruch von einem andern subtrahiert wird, „Brüche mit demselben Nenner werden subtrahiert, indem man ihre Zähler subtrahiert“, oder wie Vollprecht X Regel 4 „dividiert man den Nenner eines Bruches durch eine ganze Zahl, so wird der Wert des Bruches sovielmal größer.“ Ferner verlange man, daß die Antwort stets der Frage angepaßt wird, z. B. auf die Frage: „Der Zähler ist ein Teil welches Rechenausdrucks?“ *) darf der Schüler nicht antworten „Bruch“; sondern er muß sagen „des Bruches“.

---

*) Diese Frageform dürfte für den mündlichen Gebrauch wohl nicht beanstandet werden, da sie dem Schüler zunächst eine bestimmte Größe angibt, auf die er seine Aufmerksamkeit zu richten hat, während die grammatisch strengere Form „Von welchem Rechenausdruck ist der Zähler ein Teil?“ ihm durch das erste Substantivum keinen Anhalt dafür gibt, worauf sich die Frage beziehen wird.

Jede neue Rechnung soll sich auf frühere Rechnungen und Regeln stützen, und diese sollen bei der Gelegenheit wiederholt und erweitert werden. Die Addition stützt sich auf das Zählen, die Subtraktion und Multiplikation auf die Addition. Damit sich der Schüler dessen bewußt wird, sind Fragen derart zu stellen: $8 \cdot 9 = ?$ Antwort 72. Wie beweist du, daß das Ergebnis 72 ist, wenn ich behaupte, daß es 74 sei? Antwort: 8 neunmal als Posten gesetzt gibt 72.

Der Wechsel von **Kopfrechnen** und schriftlichem Rechnen darf nicht in der mechanischen Weise gehandhabt werden, daß die Schüler eine halbe Stunde lang nur im Kopfe rechnen und in der andern Hälfte auch die einfachste Nebenrechnung schriftlich ausführen. Daß ein Lehrer die Knaben ganze Stunden im Kopfrechnen anspannt, hätte ich nicht für möglich gehalten, wenn ich es nicht kürzlich aus sicherem Munde gehört hätte. Ausschließliche Übungen im Kopfrechnen dürfen nicht länger als zehn, höchstens fünfzehn Minuten dauern, und wenn ein Lehrer richtig arbeitet, so wird ihm selbst dann eine Abwechslung auch sehr willkommen sein. Aber er achte auch darauf, daß beim schriftlichen Rechnen möglichst viel im Kopfe gerechnet wird. $\frac{3\frac{1}{3} \cdot 24 + 160 \cdot 0{,}625}{17\frac{5}{6} + 8\frac{1}{2} - 23\frac{1}{3}}$ rechne im Kopfe $3\frac{1}{3} \cdot 3 = 10$; $10 \cdot 8 = 80$; $160 \cdot \frac{5}{8} = 100$; $Z = 180$; $17\frac{5}{6} + 8 = 25\frac{5}{6}$; $25\frac{5}{6} - 23\frac{1}{3} = 2\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$; $N = 3$ und schreibe nur $\frac{180}{3} = 60$. Im allgemeinen wird man jede neue Aufgabengruppe durch mündliche Beispiele einleiten, von denen die ersten aus dem Leben gegriffene, die späteren Zifferaufgaben sind. Dann werden leichte Aufgaben des Buches gerechnet, teils im Kopfe, teils schriftlich. Darauf schreibt der Lehrer von etwas schwierigeren Aufgaben die Zahlen oder auch nur einen Teil von ihnen an die Tafel, z. B. bei Subtraktionen nur den Minuenden oder Subtrahenden und gibt dann mehrere vollständig mündlich. Schließlich werden die Aufgaben, welche im Kopfe nicht zu bewältigen sind, schriftlich gerechnet.

Beim **schriftlichen Rechnen** kommt es nicht darauf an, daß die Schüler nach bestimmtem Schema eine möglichst große Zahl von Aufgaben rechnen, indem sie mechanisch neue Werte einsetzen, sondern daß sie Aufgaben, wie sie das Leben und der Unterricht in allen möglichen Fassungen bietet, anzufassen wissen, daß sie geschickt rechnen lernen und Blick für die Zahlen bekommen. Deshalb ist es kein Zeitverlust, wenn dieselbe Aufgabe zwei-dreimal gerechnet wird, wenn nur jedesmal dabei etwas gelernt wird. Manche Aufgaben läßt man den Schüler erst rechnen, wie er's gewöhnt ist, dann macht man ihn auf einen bequemeren Gang aufmerksam, besonders wenn er Aufgaben, die er schriftlich gerechnet hat, dann im Kopfe bewältigen kann. $6\frac{1}{4} \cdot 7 + 3\frac{1}{8} \cdot 6 = 6\frac{1}{4} \cdot 10 = 62\frac{1}{2}$; $17\frac{2}{3} \cdot 8 + 2\frac{1}{3} \cdot 11 = (17\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}) \cdot 8 + 2\frac{1}{3} \cdot 3 = 160 + 7 = 167$; $0{,}625 \cdot 0{,}96 = \frac{5}{8} \cdot 8 \cdot 12 : 100 = 0{,}6$ oder $= 0{,}96 : 8 \cdot 5 = 0{,}6$. Andere läßt man erst genau ausrechnen, dann läßt man einen Näherungswert im Kopf berechnen, hauptsächlich, wenn jemand ein ganz unsinnig großes oder kleines Ergebnis angesagt hat. Im Kopfrechnen kann man auch Aufgaben nur für ungefähre Berechnung stellen, wie sie das Leben oft genug bietet. Ein Tischler soll einen Schrank, der im Lichten 82 cm breit und 63 cm tief ist, durch Querbretter in 4 Fächer teilen. Wieviel muß er für die Bretter rechnen, 1 qm zu 2,35 ℳ? $0{,}82 \cdot 0{,}63$ ist etwas $> 0{,}8 \cdot 0{,}625$ oder $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}$ oder $\frac{1}{2}$. Ein Brett kostet etwas mehr als $2{,}35 \cdot \frac{1}{2}$, also etwa 1,2 ℳ, 3 Bretter also 3,60 ℳ (genau 3,64 ℳ). A will sein Leben mit 36 000 ℳ versichern und soll 2,6 % Prämie bezahlen. $2{,}6 > 2{,}5$, also mehr als $360 \cdot 2\frac{1}{2}$ oder 900 ℳ. Hier erhalte ich das genaue Ergebnis, wenn ich sage $2{,}6 = 2{,}5 \cdot 1\frac{1}{25}$, also habe ich zu 900 ℳ noch 36 ℳ zu addieren. Wieviel wiegt ein 8 mm starker Kupferdraht einer 6 km langen Leitung bei 8,9 sp. G.? Der Querschnitt beträgt $4^2 \cdot 3\frac{1}{7} > 50$ qmm oder $\frac{1}{2}$ qcm, also der Inhalt $> 600000 : 2$ ccm oder $600 : 2 = 300$ cdm, also das Gewicht etwa $300 \cdot 9 = 2700$ kg (genau 2685 kg). Daß jemand, der auf allgemeine Bildung

Anspruch erhebt, eine derartige Schätzung ausführen kann, halte ich für wichtiger, als daß er eine kubische Gleichung zu lösen vermag. Solchen Aufgaben, deren praktischen Wert sie erkennen, bringen auch die Schüler mehr Interesse entgegen, als Rechnungen, für die sie keine Verwendung kennen, und der Lehrer kann leicht eine große Anzahl zusammenstellen: Wieviel Rollen Tapeten braucht man für ein Zimmer, Fuhren Steine oder Kies für einen Platz? Wieviel kostet das Dielen, Streichen und Tapezieren von Zimmern, das Graben des Gartens, Pflastern einer Straße? Berechne bei aufgeschlagenem Atlas Entfernungen der bekanntesten Städte, zunächst N-S-Richtung, $1^0 = 111$ km oder $9^0 = 1000$ km, dann W-O-Richtung, für die mittlere Breite Preußens $1^0 = 70$ km, für die südlichste gleich 75, für die nördlichste gleich 65 km, schließlich andere Richtungen mit Hilfe des Maßstabes. Verwende die Geschwindigkeit von Wind, Vogelflug, Fluß, Fahrrad, Automobil, Dampfmaschine, elektrischer Lokomotive, Seeschiff u. s. w.!

Es müssen auch Aufgaben gestellt werden, die sich nicht ohne weiteres nach einem Schema rechnen lassen. Zur Vermeidung mechanischen Hinsetzens der Zahlen ist es gut, wenn hin und wieder eine Aufgabe eine Zahl enthält, die für die Rechnung überflüssig ist.

Auch schwierigere Textaufgaben müssen in die Form „eines" Ansatzes gebracht werden, besonders mit Benützung von Klammern. Die Behandlung derartiger Aufgaben wird der Behandlung schwieriger Lektüre entsprechen. Wie die Schüler präparieren, mit Hilfe des Lehrers übersetzen, von ihm eine mustergiltige Übersetzung hören, nachübersetzen, wiederholen, so werden sie hier versuchen, die Aufgabe irgendwie zu lösen, auch wenn sie dieselbe nicht in „einen" Ansatz bringen können; dann wird der Ansatz an der Tafel entwickelt, weggelöscht und von den Schülern selbständig gesucht und ausgerechnet oder zu Hause gerechnet. Von Zeit zu Zeit werden von einer Aufgabengruppe die Ansätze wiederholt, teils mit, teils ohne Vorbereitung, wobei selbstredend darauf zu achten ist, daß die Ansätze nicht auswendig gelernt werden. Darüber verschafft man sich am leichtesten Gewißheit, wenn man einzelne Teile des Ansatzes erklären läßt. Z. B. ein Kaufmann erhält ein Faß Seife, btto 112 kg, Ta 15,5 kg, 100 kg ntto 24 ℳ. Die Fracht beträgt 4,30 ℳ für 100 kg (auf 10 nach oben abgerundet). Wieviel kostet die Seife? $(112 - 15,5) \cdot 0,24 + 1,2 \cdot 4,3$. Was gibt die Klammer an? das Nettogewicht, — das erste Glied? den Preis ohne Fracht, — das zweite Glied? die Fracht. Woher stammt die Zahl 1,2? Das bei der Fracht berechnete Gewicht beträgt 1,2 Hundert kg. Die Klammer ist im Kopfe auszurechnen, wird aber in dieser Form hingeschrieben, um dem Schüler die Wiederholung leichter zu machen, als wenn die Zahl 96,5 dastände, die in der Aufgabe nicht vorkommt.

Die **Aufgaben für das Kopfrechnen**, welche das Rechenbuch nicht enthält, muß der Lehrer aus dem Kopfe geben. Wollte er sie vorlesen, so würde er an die Schüler eine Anforderung stellen, die er selbst nicht leistet, und diese würden nimmer so aufmerksam sein, als wenn sie ihm in's Auge sehen. Auch das Einüben der Größen, Rechenzeichen, Rechenausdrücke und Rechnungsarten bietet in VI und V eine Abwechslung und somit Erholung, während es in III bei der Buchstabenrechnung zur Last wird. Als Mittel, die guten Rechner zu belohnen, schlägt Schulz (Berlin, Programm 1899) das Zertieren vor. Das möchte ich nicht empfehlen, sondern eher das Strichrechnen, das etwa jede Woche oder nach jeder Aufgabengruppe vorgenommen wird. Wer eine Aufgabe richtig gelöst hat, erhält einen Strich. Zur Abwechslung läßt man einmal mehr Zeit, und wer dann die Aufgabe nicht gelöst hat, erhält eine Null. So hat man gleichzeitig ein Mittel zu erkennen, ob vielleicht eine Rechnung noch nicht allseitig erfaßt ist.

Wird **vorgerechnet**, so darf nie ein Schüler längere Zeit rechnen, weil die andern unterdessen unaufmerksam werden; sondern es wird bald dieser bald jener aufgerufen. An der Tafel kann man denselben Schüler lassen, damit er niederschreibe, aber andere müssen weiterrechnen. Um zugleich den an der Tafel zu kontrollieren, bestimme ich, daß er den Fortschritt niederschreibt, wenn er ihn für richtig hält. Schulz sagt: „Auch wenn größere Aufgaben geübt werden, bei denen Feder und Heft gebraucht werden, muß ein fortwährender Wechsel beim Vorrechnen eintreten.“ Schriftlich vorrechnen lasse ich ausschließlich an der Tafel. Dabei müssen sämtliche Schüler die Federn weglegen. In meiner Schulzeit, der von Herrn Volckens gerühmten guten alten Zeit, hatte einer meiner Lehrer Heft und Bleistift in der Hand und schrieb nebst sämtlichen Schülern alles mit, was der eine laut rechnete. Diese Zwangsjacke hat uns Jungen manchmal gedrückt, und die Mehrzahl atmete auf, als ein Lehrerwechsel eintrat.

Wenn es auch unbedingt zu fordern ist, daß der Lehrer viele Aufgaben aus dem Kopfe stellt, so wird damit doch die Aufgabensammlung nicht überflüssig. Mancher Lehrer setzt zwar seinen Stolz darin, kein **Rechenbuch** zu brauchen, ich halte es aber für unentbehrlich. Es wurde schon vorher gesagt, daß der Rechenunterricht einheitlich erteilt werden muß. Dabei hilft ein Rechenbuch viel. Der gewählte Stoff sowohl wie die für den jungen Lehrer wünschenswerten Fingerzeige machen es den Lehrern, welche sich in den Unterricht teilen, leichter, nach einem festen Plane zu unterrichten, als wenn jeder für sich den Stoff zusammensucht. Auch für die schon geforderte Abwechslung ist das Buch nötig. Wenn die Schüler beim Kopfrechnen ermüden, so muß man dem Ohr Ruhe gönnen, und das geschieht weit vollständiger, wenn der Knabe die weiteren Aufgaben mittels des Auges aufnimmt, als wenn er sie erst niederschreiben muß. Dazu kommt der bedeutende Zeitverlust, den man beim Diktieren hat. Schreibt man die Zahlen einer Aufgabe an die Tafel und gibt den Text mündlich, so geht zwar weniger Zeit verloren, aber der Wechsel ist auch weniger vollständig und damit die Erholung. Aufgaben für das Kopfrechnen soll das Buch enthalten als Zwischenstufe zwischen dem reinen Kopfrechnen, bei dem die Aufgaben mündlich gestellt werden, und dem schriftlichen Rechnen, aber ein besonderes Aufgabenbuch für mündlich zu stellende Aufgaben, die also der Lehrer vorlesen würde, ist verwerflich.

Ebensowenig halte ich es für richtig, wenn im Buch des Schülers bei jedem Abschnitte die einleitenden Aufgaben, Erklärungen und Beispiele stehen, die der Lehrer besser mündlich gibt. Das Rechenbuch von Elsner und Sendler, welches ausdrücklich für Lehrerseminare geschrieben ist, enthält mit Recht ausführliche Erklärungen, Regeln und Anmerkungen. Das Rechenbuch von Müller und Pietzker ist für einen jungen Lehrer ein sehr brauchbares Buch; aber für die Hand des Schülers dürfte eine Aufgabensammlung geeigneter sein als eine Grammatik des Rechnens, die beispielsweise im Abschnitt Bruchrechnung außer Erklärungen, Anmerkungen und Beispielen 26 Lehrsätze, 23 Zusätze, 1 Folgerung, 3 Regeln und 12 Fragen gibt. Notizen wie die 5 Zeilen lange auf Seite 53 über den Sonnentag sind im Rechenbuch entbehrlich. Auf keinen Fall aber gehören Anleitungen, die sich unmittelbar an den Lehrer wenden, in das Buch der Schüler. So steht Seite 135 „die Aufgabe b) kann mit einer der Aufgaben a) und c) zu einer neuen Art von Aufgaben zusammengesetzt werden“. Seite 141 „Um den Schüler vor manchem Fehlschluß zu bewahren, empfiehlt es sich, ihn mit den am häufigsten vorkommenden umgekehrten Verhältnissen bekannt zu machen. Zu diesen gehören u. a.

Arbeitszeit und Arbeitskräfte bei gleicher Leistung,
Anzahl der Verzehrer und Tage bei gleichem Vorrat,
Größe und Anzahl der Teile bei demselben Ganzen,
Länge und Anzahl der Schritte bei derselben Strecke,
Preis des Getreides und Brotgewicht bei gleichem Preis eines Brotes,
Länge und Breite eines Rechtecks bei gleich. Flächeninhalt,
Grundfläche und Höhe eines Körpers bei gleich. Rauminhalt,
Anzahl der Zähne und Umdrehungen ineinandergreifender Zahnräder,

Querschnitt einer Öffnung und Ausflußzeit bei dems. Gefäß, Rauminhalt und spez. Gewicht bei demselben absoluten Gewicht.“

Auch Fragen, die der Lehrer an den Schüler richten soll, gehören nicht dahin. Es hebt das Ansehen des Lehrers sicherlich mehr, wenn er alles Beiwerk dem Schüler mündlich gibt. Außerdem hat er freiere Bewegung, und das Buch ist bedeutend billiger herzustellen.

Beim Zusammenstellen der Aufgaben ist darauf zu achten, daß viele große Zahlen und ungeschickte Ergebnisse vermieden werden. Selbstredend muß der Schüler im Lesen und Schreiben großer Zahlen geübt werden, und zuweilen werden auch später Rechnungen mit großen Zahlen zur Wiederholung vorkommen, aber nur ausnahmsweise. Die vier Spezies bleiben immer Pensum der VI, und wenn die Zahlen noch so groß sind. Wollten wir also auch in V bis III viele Aufgaben mit großen Zahlen geben, so würden wir diese Klassen mit unnötigem Ballast beschweren auf Kosten des eigentlichen Pensums. Wenn auch die Zahl der gelösten Aufgaben für den Gewinn nicht maßgebend ist, so ist es doch ganz sicher, daß es dem Schüler wohl einmal Spaß macht, eine Aufgabe zu bewältigen, die sich womöglich in die zweite Stunde hineinzieht, daß er aber im allgemeinen Erfolge sehen will. Den großen Zahlen zuliebe werden außerdem häufig Angaben gemacht, wie sie im Leben nicht vorkommen, z. B. 714,320859 t. Meistens drückt man durch den Bruch nur die nächstkleinere Einheit aus.*) Ebenso sind bei der Bruchrechnung ungebräuchliche Angaben zu vermeiden, wie sie Müller und Pietzker in No. 31 bringen: $\frac{5}{6}$ hl, $\frac{2}{3}$ l, $2\frac{5}{8}$ Std., 25,7 Min. (Zeitminuten). Wohl erscheint es mir wegen der großen Bequemlichkeit wünschenswert, daß als Bogenmaß nur der Grad mit Dezimalteilung benützt werde. Das würde nicht nur den kleinen

*) Vorschrift des schles. Landeshauptmanns für die Ausführung der Rechenarbeiten 1903: Bei den Ausrechnungen sind die Resultate im allgemeinen auf 2 Dezimalstellen abzurunden. Bei 3 Faktoren sind zunächst die höchstwertigen Zahlen zu multiplizieren, das Resultat auf 2 Dezimalstellen abzurunden und dann mit dem 3. Faktor zu multiplizieren. Das Endprodukt ist wieder auf 2 Dezimalstellen abzurunden.

Rechner entlasten, sondern auch das Logarithmieren vereinfachen; aber für Zeitangaben können wir die Dezimalteilung nicht einführen, so lange unsere Uhren Sechzigstel angeben.

Bei der Wahl der Zahlen braucht man durchaus nicht immer darauf zu sehen, daß die Rechnung aufgeht. Der Schüler soll ja Übung erhalten im Abrunden der Ergebnisse. Aber bei zusammengesetzten Aufgaben, besonders aus der Bruchrechnung, macht es ihm Freude zu sehen, wie die großen Zahlen allmählich verschwinden, und da ihm das ein Zeichen dafür ist, daß seine Rechnung bisher wahrscheinlich richtig ist, so rechnet er mit um so größerer Lust und Lebendigkeit weiter.

Den Brauch des täglichen Lebens berücksichtige man auch sonst! So lasse man bei der Zinsrechnung in einigen Aufgaben zur Übung die Zinsen auch für Pfennige ausrechnen, dann aber dem Leben entsprechend nur für Mk. Hinsichtlich der Berechnung von Tara, Rabatt, Diskont, Gutgewicht usw. erkundige man sich beim Kaufmann, was zeitgemäß sei. Ebenso bei den bürgerlichen Rechnungsarten. So sagte mir ein Sachverständiger, daß man wohl Wein mit anderen Weinsorten verschneide, auch Beeren- und Kunstwein herstelle, daß aber niemand sich einen Wein durch Wasserzusatz verderbe, wie es die meisten Rechenbücher angeben.

Die Abkürzungen wie ℳ und ₰ sind in der Bundesratssitzung vom 7. Nov. 74 bestimmt; das Weglassen des Punktes hinter den Buchstaben, sowie Pf statt ₰ in der Sitzung vom 8. Okt. 77. Danach haben wir uns zu richten, wir dürfen nicht, wie Günther und Böhm (Rechenbuch für höhere Schulen 95) es tun, das alte Zeichen ₰ wieder hervorholen. Dg, Dm und cDm, die sich bei denselben Verfassern finden, halte ich für entbehrlich, während das Rechnen mit dm, qdm und cdm zum vollen Verständnis der Dezimalbrüche nicht gut entbehrt werden kann. Die Zähl- und Zeitmaße werden sehr verschieden abgekürzt. So braucht Bußler (Rechenbuch 1899) M. und Mon. gleichbedeutend, Stk. und Schk., J. und St. für das übliche Stck., Schck., Jhr. und Std. Einheitlich könnte man nach folgenden Grundsätzen abkürzen: „Bei einsilbigen Wörtern setze den Anfangs- und Schlußkonsonanten, bei mehrsilbigen die Anfangskonsonanten der beiden ersten Silben. Wenn diese übereinstimmen, so schiebe den ersten Vokal ein. Doppelkonsonanten werden wie einfache behandelt." Gs., Schck., Md., Dtz., Stck., Rs., Bch., Bg., Jr., Mon., Wch., Tg., Std., Min., Sk." Sind die Abkürzungen festgestellt, so kann auch hier der Punkt wegbleiben.

Für falsch halte ich es Maßbezeichnungen zu flektieren, wie es Bußler tut Abschn. 5 No. 19 „Mandeln". Etwas andres ist es, wenn man sagt, der Landmann stellt die Garben in Mandeln. Hier ist das Wort Mandel nicht Zählmaß, sondern es gibt die Art der Aufstellung an.*) Dagegen werden die Bezeichnungen Multiplikand und Multiplikator, Dividend und Divisor, Quotient so allgemein flektiert, daß es nicht ratsam ist, hier abzuweichen, wie es Vollprecht tut „im Multiplikand, den Multiplikand", aber „den Quotienten". Ebensowenig halte ich seine Neuerung „Hundertel und Tausendel" für empfehlenswert. Die Bezeichnungen Meile = 7,5 km und Zentner = 100 Pfd. wieder aufzufrischen (Müller und Pietzker) halte ich für verfehlt; aber es wäre vielleicht erwünscht, daß eine amtliche Verfügung diese Bezeichnungen, die im alten Sinne ungebräuchlich, also frei geworden sind, für die Werte 10 km, 100 qkm und 100 kg einführte; denn eine höhere Einheit als das km ist für viele Verhältnisse wünschenswert, und die für 100 kg vorhandene Bezeichnung Doppelzentner ist schwerfällig. Der Ausdruck Meterzentner ist glücklich verschwunden. Beizubehalten sind die beiden Bezeichnungen Raummeter und Festmeter, die für 1 cbm (Holz) gebraucht werden, wenn man angeben will, ob die Hohlräume mitgemesen werden sollen oder nur der feste Körper.

Die Bezeichnung heben wird gebraucht, wenn gleiche Größen mit entgegengesetztem Vorzeichen sich vernichten,

*) Mandel „Zahl von fünfzehn" erst nhd., die im älteren Nhd. daneben erscheinende Bedeutung „Getreidehaufen (von fünfzehn Garben)" mag die ältere sein. Kluge Etymologisches Wörterbuch.

und wenn gleiche Faktoren in Zähler und Nenner sich vernichten. Im letzten Falle sagt man auch kürzen. Dieser Ausdruck wird andrerseits hin und wieder gebraucht für das Abbrechen eines Dezimalbruchs mit bez. Erhöhen der letzten Stelle. Ich möchte empfehlen, jedes Wort nur in einem Sinne zu gebrauchen, und zwar im ersten Falle „heben“, im zweiten „kürzen“ und im dritten „abrunden“.

Glied wird meist nur für einen Teil eines Rechenausdrucks gebraucht, der mit dem Reste durch Addition oder Subtraktion verbunden ist, bisweilen aber auch bei Verbindung durch Multiplikation oder Division. Die Beschränkung auf den ersten Fall wäre wohl wünschenswert.

Die Bezeichnungen Dezimalzahl und Dezimalbruch werden sehr willkürlich gebraucht. Die einen nennen jede mit einem Komma versehene Zahl in VI Dezimalzahl, weil das Wesen des Bruches noch nicht klargelegt ist, und in IV Dezimalbruch, die andern beschränken die Bezeichnung Dezimalbruch auf die Dezimalzahlen ohne Ganze, Müller und Pietzker beschränken sie auf periodische Dezimalbrüche. In allen diesen Punkten ist Einheitlichkeit zu erstreben.

Die **Korrektur** hat nicht nur die Rechenfehler zu beachten, sondern auch die Rechtschreibung, Zeichensetzung und Schrift. Das Prädikat einer Arbeit darf deshalb nicht gedrückt oder erhöht werden, wohl aber kann man bei der Zensur „Schrift“, beziehungsweise „Deutsch“ darauf Rücksicht nehmen. Unter den Fehlern sind die sinnwidrigen besonders stark zu rügen, also z. B. wenn nach einer Länge gefragt ist und jemand Produkt oder Potenz von Längenangaben in den Ansatz schreibt, ohne zugehörigen Nenner, oder 45% Zinsen. In den untern Klassen muß anders zensiert werden wie in den oberen. Verrechnen ist je weiter unten, um so strenger zu ahnden, denn sonst werden die Knaben leichtsinnig bei der Ausführung von Rechnungen. Bei der Versetzungsarbeit wird man ja anders zensieren, denn hier kommt es in erster Linie darauf an, daß der Schüler Verständnis zeigt. Pädagogisch falsch ist es, dem Lernenden einen Fehler erst vor Augen zu führen, auf den er sonst gar nicht verfallen würde.

So schreiben Elsner und Sendler auf Seite 31; „schreibe nicht 5, *m* 37“.

Sexta.

Das **Pensum** der VI ist durch die Lehrpläne von 1900 vermehrt um die „Vorbereitung der Bruchrechnung“. Schon früher habe ich von Lehrern dieser Klasse gehört, das Pensum sei zu klein; die Grundrechnungen mit ganzen Zahlen seien schon in der Elementarschule oder Vorschule erledigt, meist auch die deutschen Maße, Gewichte und Münzen, oft auch die dezimale Schreibweise, so daß für VI gar nichts Neues bleibe. Es ist möglich, daß die Fassung von 1900 „die Grundrechnungsarten“ gegenüber derjenigen von 1892 „Wiederholung der Grundrechnungsarten“ auf diese Klagen zurückzuführen ist und darauf hinweisen will, daß hier mehr wie eine bloße Wiederholung geleistet werden soll.

Der Rechenunterricht in VI leidet durchweg unter der verschiedenen Vorbildung der Schüler; so stammen unsere 45 diesjährigen Sextaner aus 19 verschiedenen Schulen. Manche haben schon Bruchrechnung und Dreisatz gehabt, sind aber im kleinen Einmaleins unsicher; und doch wollen gerade diese sich nicht dazu bequemen die alten Lücken auszufüllen, sie dünken sich über die Anfangsgründe erhaben, und wenn sie nicht mit nie ermüdender Festigkeit herangezogen und zur Beteiligung gezwungen werden, so werden sie unaufmerksam, verwöhnen sich und werden selbst später, wenn neue Rechnungen kommen, nicht mit frischer Energie einsetzen. Der Lehrer muß hier nicht nur auf die Grundrechnungen mit größeren Zahlen zurückgehen, sondern selbst auf den Zahlenkreis 1—100. Wer diesen hier nicht beherrschen lernt, der wird es nie lernen, und wenn er die ganze Schule durchmacht. Besonders einige Fehler erfreuen sich so allgemeiner Beliebtheit, daß sie bis in die Prima und ins Leben mitgenommen werden, z. B. $4 \cdot 13 = 42$, $6 \cdot 15 = 80$, $72 - 28 = 54$ u. s. w. Im Zahlenkreise 1—100 verlaufen aber die meisten Aufgaben des praktischen Lebens, und alle großen und schwierigen Rechnungen fußen darauf. Entsprechend dieser Bedeutung muß er gewürdigt werden. Damit aber die Beschäftigung mit ihm nicht ermüdet, sind die Aufgaben in stets neuer Fassung zu geben, z. B. 100 — 7 · 13, hundert minus 7 · 13, subtrahiere 7 · 13 von 100, um wiev. ist 100 größer als 7 · 13? wiev. muß ich zu 7 · 13 addieren, um 100 zu erhalten? wie groß ist die Differenz zwischen 100 und 7 · 13? Der Minuend ist 100, der Subtrahend 7 · 13. Wie groß ist die Differenz? welches Vielfache von 13 kann ich von 100 subtrahieren, und wie groß ist der Rest? im Nachbardorfe A stehen in einem Klassenzimmer 13 Bänke, auf jeder sitzen 7 Kinder. Wieviel Schulkinder fehlen an 100? A kauft 7 Flaschen Bier zu 13 Pf. Wieviel erhält er auf 1 ℳ zurück? Unser Klassenerster hat mit seinem Bruder 100 ℳ zu einer Ferienreise erhalten. Sie verbrauchen täglich 13 ℳ. Wieviel haben sie nach einer Woche noch übrig?

Es ist durchaus nicht gleichgültig, welchen Stoff man für diese Aufgaben verwertet, sondern man wird Vorkommnisse der Schule und aus dem Leben einzelner Knaben, kurz Sachen heranziehen, die sie wissen oder nachträglich beobachten können. Selbst das Einmaleins wird man verschieden abfragen, z. B. 12 · 5, 6, 8, 15; 13 · 7, 9, 11, 8; 90 : 5, 3, 6, 30; 72 : 12, 96 : 16, 120 : 15, 165 : 11; das Wievielfache von 8 ist 72, 104, 96, 120?

Sitzt das Einmaleins, so kann man zu recht schnellem Fragen den Schüler, welcher antworten soll, auch durch Wink oder Blick kenntlich machen, anstatt ihn aufzurufen und einen tüchtigen, eifrigen Rechner dadurch belohnen, daß man ihn einige Minuten fragen läßt. Bleiben nach einer größeren Aufgabe oder nach dem Extemporale noch einige Minuten Zeit, so sind derartige Wiederholungsübungen sehr am Platz.

Die Anforderungen betreffs des Auswendiglernens sind beim Einmaleins sehr verschieden. Wir verlangen es nur bis 10 · 12. Alles übrige muß durch Übung so geläufig gerechnet werden, als wäre es auswendig gelernt. Zur

Unterstützung lassen wir mit dem Divisor 1 bis 12 unter dem Strich dividieren, $\frac{8916:12}{743}$.

Ein weiteres Mittel, den Schüler im kleinen Zahlenkreise recht heimisch zu machen, den Zahlenblick zu schärfen und gleichzeitig der Mathematik vorzuarbeiten, ist das Bilden von Gleichungen, wie es Bochow (Grundsätze und Schemata für den Rechenunterricht) vorschlägt. Bildet Gleichungen aus folgenden Zahlen, jedesmal in der gegebenen Reihenfolge:

2, 3, 5	$2+3=5$	70, 32, 38	$70-32=38$
2, 3, 6	$2\cdot 3=6$	2, 2, 4	$2+2=4$
2, 3, 8	$2^3=8$		$2\cdot 2=4$
54, 18, 3	$54:18=3$		$2^2=4$

Die Potenz will Bochow in VI verwenden, aber nicht unter diesem Namen und nicht als mathematischen Begriff, sondern nur als Abkürzung für ein Produkt gleicher Faktoren. Ich meine, dem neuen Zahlenbilde kann man auch ruhig den neuen Namen geben. Der Sextaner lernt auch leicht und gern die Potenzen im Zahlenkreise 1—200, die ihm später zu statten kommen. Alles Auswendiggelernte haftet um so fester, je früher es gelernt wurde. Deshalb kommt es nicht darauf an, ob jemand gerade das Gleichungenbilden in VI übt oder die Potenzen, wohl aber darauf, daß er in anregender Weise die Schüler so übt, daß sie den Zahlenkreis 1—100 durchaus sicher beherrschen und in dem bis 1000 sich völlig heimisch fühlen. Wenn sie dann später die eine oder andere Rechnung vergessen, so werden sie sich dieselbe schnell wieder aneignen können und es auch gern tun. Wer aber die Grundrechnungen im kleinen Zahlenkreise nicht vollständig sicher gelernt hat, der wird nie ein zuverlässiger Rechner werden, wird nie gern rechnen, und, um die Scham oder den Ärger zu verstecken, sich später womöglich brüsten „rechnen habe ich nie können".

Weil aber vielen die Grundrechnungen und die Übung der dezimalen Schreibweise nebst den einfachsten dezimalen

Rechnungen als Jahrespensum für die VI nicht genügte, so wurde die Vorbereitung der Bruchrechnung hinzugenommen. Da nun der Unterricht in VI und V häufig oder meist in verschiedenen Händen ist, so bringt das den Übelstand mit sich, daß einer die Rechnung vorzubereiten hat, die der andere dann üben soll. Dieser Übelstand wird meines Erachtens am wenigsten lästig, wenn als Vorbereitung die Rechnungen vorweggenommen werden, welche für die Bruchrechnung nötig sind, mit dem Wesen des Bruches selbst aber nichts zu tun haben, wie Teilbarkeit der Zahlen, der größte gemeinschaftliche Teiler, das kleinste gemeinschaftliche Vielfache, das Zerlegen einer Zahl in Produkte von Potenzen. Deshalb dürfte sich das mehr empfehlen, als das Wesen des Bruches durch einige Rechnungen zu erklären.

Die Forderung der Lehrpläne „Übungen in der dezimalen Schreibweise und den einfachsten dezimalen Rechnungen" wird von den Herren Fachgenossen verschieden gedeutet. Die meisten glauben Multiplikation und Division mit Dezimalbrüchen ausschließen zu müssen, weil der Schüler über das Wesen des Bruches noch nicht belehrt ist. Sie geben deshalb nur Aufgaben, in denen der Multiplikator und Divisor durch Resolvieren in eine ganze Zahl verwandelt werden kann, und lassen jedesmal für die Rechnung resolvieren und im Ergebnis reduzieren. Das ist beim Dreisatz sehr unbequem und oft nicht durchführbar. So gibt Bochow z. B. die kleine Aufgabe: „Für 42,50 ℳ erhält man 4 hl; was kosten 9,68 hl?" und behandelt sie auf folgende beide Arten:

1) 42,50 ℳ = 4250 Pf; 4 hl = 400 l; 9,68 hl = 968 l.

Demnach:

$$\begin{array}{r|c}
\text{l} & \text{Pf} \\
400 & \\
1 & \dfrac{4250 \cdot 968}{400} = \dfrac{4250 \cdot 242}{100} = \dfrac{85 \cdot 242}{2} = \dfrac{85 \cdot 121}{1} \\
968 & 121 \cdot 85 \\
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
121 \cdot 85 \\
\hline
968 \\
605 \\
\hline
10285
\end{array}$$

10285 Pf = 102,85 ℳ

2) 42,50 ℳ $= 42\frac{1}{2}$ ℳ $= \frac{85}{2}$ ℳ; 9,68 hl $= 9\frac{68}{100}$ hl $= 9\frac{17}{25}$ hl $= \frac{242}{25}$ hl.

Demnach:

hl	ℳ
4	$\frac{85 \cdot 242}{2 \cdot 4 \cdot 25} = \frac{17 \cdot 121}{1 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2057}{20} = 102\frac{17}{20}$
1	
$\frac{1}{25}$	
$\frac{242}{25}$	

$$\begin{array}{r} 121 \cdot 17 \\ 847 \\ \hline 2057 \end{array}$$

$102\frac{17}{20}$ ℳ $=$ 102,85 ℳ.

Die Einführung des gemeinen Bruches ist hier wegen des unbequemen Nenners 25 nicht zweckmäßig, überhaupt ist eine derartige Lösung von Aufgaben, in denen nur Dezimalbrüche vorkommen, nicht zeitgemäß. Müller und Pietzker lassen in V No. 30 i die Division durch einen Dezimalbruch ganz unvermittelt auftreten.

„Aufgabe i) 3,4 m Tuch kosten 11,90 ℳ. Wieviel ℳ kosten 5,6 m dieses Tuches? Aufl. Die Zahlen 3,4 und 11,9 besitzen den gemeinschaftlichen Faktor 1,7. Beseitigt man diesen durch Kürzung, so lautet der Bedingungssatz: 2 m kosten 7 ℳ, und die Lösung nimmt den folgenden Verlauf: —“

Wir sehen, daß alle gern von der Dezimalrechnung einen ausgiebigeren Gebrauch machen möchten. Der Schwerpunkt aller Rechnungen liegt eben heute im Rechnen mit Dezimalzahlen. Ich gehe so weit, zu behaupten, daß die gemeine Bruchrechnung auf die Elementarschule überhaupt nicht mehr gehört und für die höhere Schule nur noch als Vorbereitung auf die Arithmetik Wert hat. Ihren formalen Wert verkenne ich durchaus nicht, ja ich habe seinetwegen den Rechenunterricht in V stets besonders gern gegeben, und dieses formalen Wertes wegen gehört die Bruchrechnung auf die höhere Schule. Daß im Leben jedem der Begriff des Viertels und Achtels eigen sein müsse, gebe ich zu. Diese Begriffe erwirbt das Kind aber schon vor dem Rechenunterricht durch die Anschauung, und soweit es für das Leben nötig ist, lernt jeder auch im Leben mit diesen

Brüchen rechnen. Ich habe mich bei Groß- und Kleinkaufleuten der verschiedensten Zweige erkundigt, bei Bauunternehmern, Handwerkern u. s. w. Sie alle erklärten, auf die gemeine Bruchrechnung ohne weiteres verzichten zu können. Die einzigen, welche sie auch in der Elementarschule für unentbehrlich hielten, waren die Mehrzahl der Elementarlehrer und ein Teil der Oberlehrer. Am häufigsten kommt der Bruch noch vor beim Pfund. Hier wird aber irgend ein Bruchteil als Einheit betrachtet, sobald man von ihm aus weiterrechnet. So verlangt jemand ein halbes Viertelpfund Kaffee und nicht ein Achtel, und der Kaufmann rechnet: 1 Pfund Kaffee kostet 1,50 *M*, ein Viertelpfund 38 Pf, $\frac{1}{2}$ Viertelpfund 19 Pf. Großfirmen stellen keine Rechnungen mehr nach Pfunden aus. Der Schnittwarenhändler rechnet $2\frac{3}{4}$ m, 1 m zu 60 Pf:

$$\begin{array}{rl} 3 \text{ m k.} & 1{,}80 \text{ M} \\ \frac{1}{4} \text{ m k.} & 15 \text{ Pf} \\ \hline 2\frac{3}{4} \text{ m k.} & 1{,}65 \text{ M} \end{array}$$

Daß die Sparkasse oft $3\frac{1}{3}$ % Zinsen zahlt, ist kein Grund, in der Elementarschule Bruchrechnung zu treiben. Nicht der Tausendste prüft, ob ihm der Rendant die Zinsen richtig angeschrieben hat; sonst ist es aber auch jedem klar zu machen, daß er für je drei *M* 10 Pf Zinsen erhält. Was die Bruchrechnung an Bedeutung verloren hat, das hat naturgemäß die Dezimalrechnung gewonnen. Gleichzeitig hat sich die Klammerrechnung mehr entwickelt. Deshalb bin ich der Meinung, daß die Bürgerschule die Bruchrechnung fallen lassen und die gewonnene Zeit verwenden soll auf Dezimal- und Klammerrechnungen, Flächen- und Körperberechnungen, Kostenanschläge und bürgerliche Rechnungen. Die Klammeraufgaben sind ein vorzügliches Schulungsmittel und haben außerdem große praktische Bedeutung. So klagte mir ein Bauunternehmer, daß er vom Landeshauptmann veranlaßt sei, die Anwendung der Klammer zu unterlassen, weil die Bureaubeamten Klammeransätze nicht verständen. Das verursachte ihm natürlich bedeutende Mehrarbeit.

Für die höhere Schule bringt diese gesteigerte Bedeutung der Dezimalrechnung aber die Pflicht mit sich, die Allerhöchste Kundgebung vom 4. Dezember 1890 zu beachten: „Es wird von dem Grundsatz ausgegangen, daß der Schüler vor allen Dingen soviel wie möglich wissen müsse; ob das für das Leben paßt oder nicht, das ist Nebensache. Wenn man sich mit einem der betreffenden Herren darüber unterhält und ihm klar zu machen versucht, daß der junge Mensch doch einigermaßen praktisch für das Leben und seine Fragen vorgebildet werden solle, dann wird immer gesagt, das sei nicht Aufgabe der Schule, Hauptsache sei die Gymnastik des Geistes, und wenn diese Gymnastik des Geistes ordentlich getrieben würde, so wäre der junge Mann imstande, mit dieser Gymnastik alles für's Leben Notwendige zu leisten. Ich glaube, daß nach diesem Gesichtspunkt nicht mehr verfahren werden kann.“ Wenn man diese Worte beherzigt, so wird man sich nur schwer entschließen, die Dezimalrechnung, die jetzt doch das Rückgrat aller praktischen Rechnung ist, bis in die Quarta zu verschieben. Was nützt es viel, wenn die dezimale Schreibweise in Sexta geübt wird, die dezimale Rechnung aber in Quinta, wo sie beim Dreisatz eine vorzügliche Anwendung fände, auf wenige bestimmte Fälle beschränkt oder ganz ausgeschlossen wird, und dafür gekünstelte Beispiele mit unwahren Brüchen gegeben werden! Auf dem Gymnasium schließt das Rechnen in IV ab, auf dem Realgymnasium und der Realschule hat die U III ihr eigenes Pensum, so bleibt also dann zur Einübung der wichtigsten Rechnung nur ein kleiner Bruchteil eines Jahres übrig, da das Quartanerpensum anerkanntermaßen sehr groß ist. Das genügt nicht. Die einfache Dezimalrechnung muß möglichst früh und immerfort geübt werden. Deshalb muß sie entweder nach der Bruchrechnung oder schon am Schluß des Sextanerpensums im Anschluß an die dezimale Schreibweise durchgenommen werden.

Im letzten Falle kann man die Behandlung der gemeinen Brüche gern dem Lehrer der Quinta völlig überlassen. Die Gegner des letzten Vorschlags machen das Bedenken geltend, daß die Sextaner vom Wesen des Bruches noch keinen Begriff haben. Sollte es einen Sextaner geben, der nicht wüßte, wieviel Minuten die Viertelstunde seiner Freipause hat, wieviel Viertelstunden dann noch für den Unterricht bleiben, in wieviel Vierteläpfel man einen halben Apfel zerlegen kann u. s. w.? Auch das Bild des Bruches wird diesen Schülern kaum fremd sein, und dann läßt es sich ohne große Mühe deuten. Weshalb sollte man nicht, statt einen besonderen propädeutischen Kursus der Bruchrechnung zu geben, kurz das zusammenfassen, was der Knabe im Leben über Brüche gelernt hat, einige Aufgaben mit Halben, Vierteln und Achteln rechnen und dann zu Dezimalbrüchen übergehen?

Auch die Deutung der dezimalen Zahl als Erweiterung des dekadischen Zahlensystems ist auf dieser Stufe nicht mehr zu schwer. Nachdem mit Hilfe von Münzen und Metermaß das Verständnis für die absolute Dezimalzahl geweckt ist, das Rücken des Kommas erklärt, die Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen, sowie Multiplikation und Division dezimaler Zahlen mit ganzen geübt ist, wird folgender Gang völlig verständlich sein. Aufgabe) 7,8 · 2,6. Erkl. a) 78 · 26; 7,8 · 26; 26 · 7,8; 2,6 · 7,8; 7,8 · 2,6.
Erkl. b) Vergleiche 260 und 26! 260 sind 2 H und 6 Z,
26 „ 2 Z „ 6 E,
folglich 26 der zehnte Teil von 260.
2,6 „ 2 E „ 6 z,
folglich 2,6 „ „ „ „ 26.

Mit 25, dem vierten Teil von 100, haben wir multipliziert, indem wir mit 100 multiplizierten und durch 4 dividierten. Ebenso multiplizieren wir mit 2,6, indem wir mit 26 multiplizieren und durch 10 dividieren, d. h. das Komma eine Stelle nach links rücken. Also multipliziert man mit einer Dezimalzahl, indem man mit der entsprechenden ganzen Zahl multipliziert und im Ergebnis soviel Stellen abschneidet, als der Multiplikator hat. Regel: Dezimalzahlen multipliziert man mit einander wie ganze Zahlen und schneidet im Ergebnis soviel Stellen ab, als beide Faktoren zusammen haben. Aufgabe) 7,8 : 2,6. Erkl.) 78 l : 26 l (lies wie oft sind 26 l in 78 l enthalten?); 78 E : 26 E; 78 Z : 26 Z; 78 z : 26 z; 7,8 : 2,6 = 78 : 26; Aufg.) 4,38 : 2,19; 16,12 : 5,2. Regel: Soll man durch eine Dezimalzahl dividieren, so rückt man das Komma im Divisor ans Ende und im Dividenden ebensoviel Stellen nach rechts.

Hat ein schwacher Schüler die Entwicklung nicht ganz erfaßt, oder verblaßt die Vorstellung wieder, so ist das nicht im geringsten schlimmer, als wenn er sich über das Ausrücken beim Multiplizieren oder das Herunterholen beim Dividieren nicht klare Rechenschaft zu geben weiß. Die Anwendung der beiden Regeln macht keinem Sextaner Schwierigkeit; er erlangt in V Sicherheit im mechanischen Rechnen, und in IV wird das Verständnis aufgefrischt.

Das Eigentümliche unseres Zahlensystems gegenüber den römischen Ziffern wird von Bußler gar nicht erwähnt, berücksichtigt muß es aber werden nicht nur auf dem Gymnasium, sondern auch auf den realen Anstalten, diese Kenntnis gehört zur allgemeinen Bildung. Um die Überlegenheit des dekadischen Systems vor Augen zu führen, lasse man in IV bei der Wiederholung einige leichte Aufgaben mit beiden Zahlenarten rechnen, z. B.

266	CCLXVI	26 · 23	XXVI · XXIII
— 93	— XCIII	52	CCLX
173	CLXXIII	78	CCLX
		598	XXVI
			XXVI
			XXVI
			DXCVIII

Die **Behandlung des Stoffes** zeigt die einschneidendste Verschiedenheit bei der Subtraktion. 8—3 bedeutet, daß ich die Zahl suchen soll, die um 3 Einheiten kleiner ist als 8. Ich finde sie, indem ich zurückzähle 7, 6 5. Das wäre aber ebenso umständlich, als wenn ich bei der Addition immer vorwärts zählen wollte. Um das zu vermeiden, kann ich das **Subtrahieren** in derselben Weise lernen, wie ich das Addieren gelernt habe. In diesem Falle muß ich neue Vorstellungen erwerben. Ich kann aber auch durch einige

Beispiele zur Erkenntnis des Satzes geführt werden: „Subtrahieren heißt die Zahl suchen, die ich zum Subtrahenden addieren muß, um den Minuenden zu erhalten.“ Da ich diese Zahl vom Addieren her kenne, so brauche ich mich nur daran zu erinnern, eine vorhandene Vorstellung in's Gedächtnis zurückzurufen. Das ist ein gewaltiger Vorteil. Daß viele ihn nicht erkennen, liegt daran, daß sie die Vorbedingungen nicht in Betracht ziehen. Wenn jemand, der jahrzehntelang nach der alten Subtraktionsmethode gerechnet hat, sich hinsetzt, um zu versuchen, ob die additive Methode bequemer sei, so wird er zu einem negativen Ergebnis kommen, selbst wenn er sich ernstlich bemüht, einige Zeit nur nach der neuen Methode zu subtrahieren. Sobald es schneller gehen soll, oder wenn nach einigem Arbeiten das Rechnen mehr mechanisch wird, verfällt er unwillkürlich in die altgewohnte Art und verspürt dann wegen des fehlenden Zwanges jedesmal eine große Erleichterung. Setzt man aber die Übung längere Zeit ausschließlich durch oder unterrichtet man zwei gleich beanlagte Kinder nach den verschiedenen Methoden, so wird man sicher den Vorzug der additiven erkennen. Wie nun jede Maschine um so leichter und sicherer arbeitet, je weniger kompliziert sie ist, so wird auch der kleine Rechenkünstler um so sicherer und schneller rechnen, je weniger neue Vorstellungen er beim Rechnen zu beherrschen braucht.

Da aber das Subtrahieren schon vor dem Besuch der Sexta gelernt wird, so ist es unsere Pflicht, auf alle mögliche Weise für die Verbreitung dieser Erkenntnis zu wirken und der nötigen Einheitlichkeit wegen besonders die Lehrer aufmerksam zu machen, von denen wir Knaben übernehmen. Sollen wir doch in jeder Beziehung den Kindern das Lernen so leicht machen, wie es nur irgend möglich ist. Das praktische Leben hat hierin der Schule längst vorgegriffen; denn man findet fast nie, daß beim Kaufmann anders herausgegeben wird als nach der additiven Methode. Außer der Leichtigkeit hat diese Art des Subtrahierens noch den Vorzug, daß man ohne jede Schwierigkeit und Gefahr des Verrechnens von einer Zahl beliebig viele abziehen kann, ohne sie vorher zu addieren.

$$\begin{array}{r}473\\ -\;49\\ -\;122\\ \hline 302\end{array}\qquad \text{Rechne:}\quad \begin{array}{l}2+9=11,\;+2=13;\\ 3+4=\;\;7,\;+\underline{\overline{0}}=\;\;7;\\ 1+\underline{3}=\;\;4\end{array}$$

Derselbe Vorteil kommt uns bei der logarithmischen Berechnung sehr häufig zu statten:

$$X=\frac{a^3}{bcd}\quad \log X=\left|\begin{array}{l}3\;\log a=\\ -\left|\begin{array}{l}\log b=\\ +\log c=\\ +\log d=\end{array}\right.\end{array}\right.\qquad \log X=\left|\begin{array}{l}3\;\log a=\\ -\;\log b=\\ -\;\log c=\\ -\;\log d=\end{array}\right.$$

Beim Dividieren gestattet unsere Subtraktionsmethode das Weglassen der Teilprodukte. Auch bei mehrfach benannten Zahlen ist sie anwendbar:

$$\begin{array}{rrr}19\text{ Schck.} & 2\text{ Mdl.} & 8\text{ Stck.}\\ -\;7_1\;\;\text{"} & 3\;\;\text{"} & 6\;\;\text{"}\\ \hline 11\text{ Schck.} & 3\text{ Mdl.} & 2\text{ Stck.}\end{array}$$

Wenn ich im Minuenden die Mdl. um eine Einheit der höheren Sorte vermehre, so muß ich diese Einheit auch im Subtrahenden zufügen. Die Methode läßt sich auch noch anwenden, wenn Additionen und Subtraktionen gemischt sind. Ich will der Vollständigkeit wegen ein Beispiel geben, empfehle diese Anwendung aber nicht, weil sie für den Sextaner nicht einfach genug ist. Aufg.) 8754 — 4049 + 2936 — 3483.

$$\begin{array}{r}{}^{1}8\,7\,5\,4\\ +\;\;2\,9\,3\,6\\ \hline -\;{}^{1}4\,0\,{}^{1}4\,{}^{1}9\\ -\;\;3\,4\,8\,3\\ \hline 4\,1\,5\,8\end{array}\qquad \begin{array}{l}3+9=12\\ 8+5=1\overline{3}\\ 4+1=\;\;\overline{5}\\ 3+4=\;\;\underline{\overline{7}}\\ \\ \end{array}\;\left|\;\begin{array}{l}2+4=\;\;6\;;\;4+4=\;\;8\\ 3+\overline{0}=\;\;3\;;\;0+5=\;\;\overline{5}\\ 5+\overline{4}=\;\;9\;;\;4+7=1\overline{1}\\ 7+\overline{5}=12\;;\;5+9=\underline{\overline{14}}\\ 1+\underline{\overline{0}}=\;\;1\;;\end{array}\right.$$

Der Zehner von $\underline{14}$ hebt sich gegen den Zehner, der uns bei $7+\underline{5}=12$ im Minuenden fehlte und deshalb im Subtrahenden angemerkt wurde.

Beim **Multiplizieren** laß im allgemeinen nach rechts ausrücken, der Anfänger kommt dann des Raumes wegen nicht so leicht in Verlegenheit, und der Quartaner hat Gewinn für die abgekürzte Multiplikation, wenn man diese durchnehmen will. Laß aber dem Schüler freie Hand, damit er lernt alle Vorteile für das Schnellrechnen ausnützen, z. B. wenn der Multiplikator den Einer 1 hat, rücke nach links aus, um den Multiplikanden als Teilprodukt benützen zu können. Beim Schnellrechnen gestatte ich auch geteiltes Ausrücken:

$$\begin{array}{r l}
5960 & \\
745 & \cdot\ 318 \\
2235\ \, & \\
\hline
236910 &
\end{array}$$

Beim Multiplizieren gibt es ja so viel kleine Vorteile, auf die man den Schüler bei geeigneten Aufgaben aufmerksam macht; aber man lasse darüber nicht Regeln lernen oder setze alle Beispiele ins Rechenbuch, sondern übe den Blick, indem man teils vor, teils nach ausgeführter Rechnung aufmerksam macht. Es ist auch nicht für jeden Schüler dasselbe leichter und vorteilhafter. Der Lehrer erkennt ja sehr bald, ob ein Schüler nur aus Bequemlichkeit mechanisch alle Rechnungen in derselben Weise ausführen will oder ob er nur eine oder die andere Neuerung nicht befolgt, weil sie ihm keine Erleichterung bietet. So ist z. B. das Zerlegen des Multiplikators in Faktoren, um das Addieren zu sparen, und das Zusammenfassen von Faktoren zu einem nicht jedermanns Sache. Am leichtesten anzuwenden und fast jedem bequem ist die Regel, denjenigen Faktor zum Multiplikator zu machen, der die wenigsten geltenden Ziffern hat, und bei gleicher Ziffernzahl den mit den kleinsten Ziffern. Für manchen ist es freilich auch hier bequemer, den Multiplikator zu wählen, in welchem Ziffern einen gemeinsamen Faktor haben, damit er ein Teilprodukt weiter benützen kann.

Nach den Grundrechnungen übe den Schüler im Ausdruck und laß Wortaufgaben mit Rechenzeichen (ein-schließlich der Klammer) schreiben. Aufg.) 87 · 5 (78 — 36) + 91 : 13. Aus wieviel Gliedern besteht der Ausdruck? Wie weit geht das erste Glied? Was für ein Rechenausdruck ist es? Was für einen Rechenausdruck haben wir im 2. Gliede? In welcher Reihenfolge werden die Rechnungen ausgeführt? Erkläre die ganze Aufgabe! Aufg.) Addiere 12 zu 48, die Summe dividiere durch 15! Diese Art eignet sich besonders für Extemporale, da ihre Richtigkeit in der Klasse schwer zu prüfen ist.

Bei der Einübung des Dezimalsystems können wir nicht umhin, das Dezimeter anzuführen, wenn wir dem Schüler die Sache durchsichtig machen wollen. Sodann müssen wir möglichst alles Erwähnte vorzeigen; deshalb zeigen wir das Zentimetermaß, teilen die Wandtafel in qdm, eins davon in qcm, und der Schüler teilt im Heft 1 qcm in qmm und ein Blatt in qcm. Ein cdm aus Holz ist in 10 Platten zerlegt von 1 cm Dicke, eine davon in 10 Kantel und eins von diesen in 10 ccm. Um dem ganzen Würfel Halt zu geben, habe ich in der untersten Platte 2 durchgehende Nägel befestigen lassen und die zweite Platte zerlegt. Dieser Würfel paßt in einen hohlen Zinkblechwürfel, der mit Wasser gefüllt und in ein Litergefäß entleert wird. Das Gewicht von 1 l und 1 ccm Wasser wird auf der Wage nachgewiesen. Wandtafel, Tischplatte, Federkasten und Zimmer werden ausgemessen.

Quinta.

Das **Bruchrechnen** bietet ein vorzügliches Mittel, den Zahlenblick zu schärfen und ist in der mannigfaltigsten Weise zu gestalten. Das Kopfrechnen gestattet hier die Einübung des Einmaleins in neuer Form. Dieses ist auch mit kleinen gemischten Zahlen zu üben. Da der Schüler gewöhnt wird, mit Brüchen wie mit konkreten Dingen zu rechnen, so sind Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche keine neuen Rechnungen und werden deshalb zuerst erledigt. Dann kommen aber die Multiplikation und Division als die leichteren Rechnungen vor der Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche.

Das Zerlegen einer Zahl in Produkte von Potenzen ist tüchtig zu üben, besonders im Zahlenkreise 1—200, da es nicht nur hier zur Verwendung kommt, sondern auch in der Arithmetik.

Die schwierige Bruchrechnung wird man den Schülern auf zwei Arten verständlich machen, erstens nach Vorschrift der Lehrpläne, indem man die Brüche wie benannte Zahlen behandelt, und zweitens durch Zurückgreifen auf die niedrigere Rechnung:

2 Gänse · 3 = 6 Gänse, 2 Achtel (Bier, gezeichnete Strecke) · 3 = 6 Achtel, 2 Siebentel · 3 = 6 Siebentel.

$$\tfrac{2}{11} \cdot 3 = \tfrac{2}{11} + \tfrac{2}{11} + \tfrac{2}{11} = \tfrac{6}{11}, \text{ also } \tfrac{2}{11} \cdot 3 = \tfrac{2 \cdot 3}{11} = \tfrac{6}{11}.$$

Beim Kürzen achte man auf Sauberkeit, vor allem dulde man nicht das unregelmäßige Durchstreichen und das Zwischenschreiben. Doch möchte ich nicht so ausführlich schreiben wie Bochow:

$$2\tfrac{49}{60} : 1\tfrac{29}{36} = \tfrac{169}{60} : \tfrac{65}{36} = \tfrac{169}{60} \cdot \tfrac{36}{65} = \frac{169 \cdot \overbrace{36}^{12}}{60 \cdot 65} = \frac{169 \cdot \overbrace{3}^{13}}{5 \cdot 65} = \frac{13 \cdot 3}{5 \cdot 5} = 1\tfrac{14}{25}.$$

Uns genügt: $2\tfrac{49}{60} : 1\tfrac{29}{36} = \tfrac{169}{60} \cdot \tfrac{36}{65} = \tfrac{13}{5} \cdot \tfrac{3}{5} = 1\tfrac{14}{25}$,

oder: $$2\tfrac{49}{60} : 1\tfrac{29}{36} = \frac{\overbrace{169}^{13} \cdot \overline{36}^{\,3}}{\underline{60}_{\,5} \cdot \underbrace{65}_{5}} = 1\tfrac{14}{25}.$$

Durch $\tfrac{65}{36}$ oder mal $\tfrac{36}{65}$ lassen wir nur sprechen.

Die erste Form hat den Vorzug, daß sich für das Kopfrechnen zwei einzelne Brüche leichter merken lassen als ein zusammengesetzter Bruch, die zweite den, daß man sie beim zusammengesetzten Dreisatz doch einführen muß.

Die Erklärung des Kürzens stützt sich bei der ersten Form auf den Satz: Der Wert eines Produktes bleibt unverändert, wenn man den einen Faktor mit einer Zahl multipliziert und den andern durch dieselbe Zahl dividiert z. B. 125 · 24 = 1000 · 3.

Wenn ich 169 durch 13 dividiere, so wird der erste Faktor durch 13 dividiert, also muß ich den zweiten Faktor mit 13 multiplizieren. Das geschieht, indem ich seinen Nenner durch 13 dividiere. Wenn ich 36 durch 12 dividiere, so wird der zweite Faktor durch 12 dividiert, also muß ich den ersten mit 12 multiplizieren. Das geschieht, indem ich seinen Nenner durch 12 dividiere.

Bei der zweiten Form stützt es sich auf die Regel: „Ein Produkt wird dividiert, indem man **einen** Faktor dividiert.“ Gegen diese Regel wird später so oft gesündigt, daß es sich empfiehlt sie schon in VI zu geben.

Die entsprechende Regel: „Eine Summe oder Differenz (später ein mehrgliedriger Ausdruck) wird multipliziert oder dividiert, indem man **jedes** Glied multipliziert oder dividiert“ findet ja beim Zifferrechnen selten Anwendung, da man gewöhnlich die Klammer ausrechnet; um sie aber als Gegenstück geben zu können, lasse man rechnen $(125 + 18) \cdot 8$, $(250—21) \cdot 4$, $(360 + 48) : 12$, $(960—112) : 16$.

Gibt man der ersten Form den Vorzug, um mehr im Kopfe rechnen zu lassen, so wähle man kleine Zahlen, wenn die Aufgabe mündlich gestellt wird, denn ein Durchschnittsschüler ermüdet dabei sehr leicht.

Um die Zahlen, welche gegen einander gekürzt werden, kenntlich zu machen, setze ich gleiche Striche darüber und darunter. Diese Striche finden später auch Verwendung in der Buchstabenrechnung beim Heben und Zusammenfassen: $\underline{a^2c} + bc - bd - c^2 + cd - \underline{a^2d} + \underline{a^2b} + b^2 - bc = a^2 (b + c - d) + b (b + c - d) - c (b + c - d) = (a^2 + b - c) (b + c - d)$.

Ob jemand hier verschiedene Form der Striche wählt, oder verschiedene Dicke, oder verschiedene Anzahl gleicher Striche, das ist Geschmackssache, doch wird man sich an jeder Schule einigen.

Besonders beim Kopfrechnen sind kleine Nenner zu wählen und so, daß auch das Ergebnis einen kleinen Nenner hat: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$, $\frac{1}{3} + \frac{7}{15}$, $\frac{3}{4} - \frac{1}{12}$, $\frac{5}{12} - \frac{1}{6}$, $\frac{17}{24} - \frac{3}{8}$, $\frac{11}{15} - \frac{2}{5}$. Welcher Bruch ist größer und um wieviel: $\frac{2}{3}$ od. $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{8}$ od. $\frac{3}{5}$?

Ein Knabe rechnet in der ersten Ferienwoche die Hälfte seiner Aufgaben und in der zweiten den dritten Teil des Restes. Wieviel bleibt ihm noch von der Arbeit?

Da mündlich gestellte Aufgaben mit mehreren Brüchen den Schüler schnell ermüden, so lasse man zur Abwechslung gedruckte oder angeschriebene Aufgaben im Kopfe rechnen, z. B. $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{17}{24}$ sprich: Hauptnenner 24, — 9 + 10 19, + 4 23, + 17 $1\frac{16}{24} = 1\frac{2}{3}$.

Bei angewandten Aufgaben sind solche Bruchteile zu vermeiden, die im Leben nicht gebräuchlich sind oder beim Resolvieren Bruchteile vom Stück ergeben, wie $\frac{1}{40}$ Tg, $\frac{1}{3}$ *M*, $\frac{1}{625}$ ha, $\frac{1}{64}$ t (Busse).

Bei der Subtraktion gemischter Zahlen ist der Gang sehr verschieden, wenn der Bruch des Minuenden der kleinere ist. Die übliche Art des Borgens halte ich für wenig bequem. Entweder zähle ich, entsprechend der gewöhnlichen Subtraktion, vom Subtrahenden weiter bis zum nächsten Ganzen und von hier bis zum Minuenden. Aufg.) $17\frac{11}{24} - 12\frac{7}{12}$. Aufl.) $12\frac{7}{12}$ bis 13 sind $\frac{5}{12}$ od. $\frac{10}{24}$, 13 bis $17\frac{11}{24}$ sind $4\frac{11}{24}$, zusammen $4\frac{21}{24}$ od. $4\frac{7}{8}$, oder ich subtrahiere die Ganzen des Subtrahenden und den Bruch des Minuenden und dann den Bruchrest des Subtrahenden. Aufg.) $39\frac{8}{15} - 14\frac{2}{3}$. Aufl.) $39\frac{8}{15} - 14\frac{8}{15} = 25$, $25 - \frac{2}{15} = 24\frac{13}{15}$. Die erste Art ist bequemer, wenn der Bruch des Subtrahenden nicht viel < 1, die zweite, wenn die beiden Brüche eine bequeme (kleine) Differenz haben. Man könnte sagen die zweite Form verlange die alte Subtraktionsmethode. Aber der erste Teil ist nur ein Heben $+ 14\frac{8}{25}$ gegen $- 14\frac{8}{25}$ beim zweiten ist der Denkprozeß derselbe wie bei ganzen Zahlen, ich suche die Zahl, zu der ich $\frac{2}{15}$ addieren muß, um 25 zu erhalten.

Für die Addition mehrerer Brüche ist folgendes Schema das übliche (Bochow):

$\overbrace{}^{2400}$			
$36\frac{5}{8}$	300	1500	$\cancel{8}$
$+ 2\frac{15}{32}$	75	1125	$32 = 2^5$
$+ 17\frac{4}{5}$	480	1920	$\cancel{5}$
$+ 8\frac{9}{10}$	240	2160	$10 = 2 \cdot 5$
$+ 5\frac{4}{15}$	160	640	$\cancel{15}$
$+ \frac{3}{4}$	600	1800	$\cancel{4}$
$+ 4\frac{2}{25}$	96	192	$\cancel{25}$
$+ 10\frac{7}{24}$	100	700	$24 = 2^3 \cdot 3$
$+ 7\frac{8}{75}$	32	256	$75 = 3 \cdot 5^2$
4			$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 = 2400$
$93\frac{231}{800}$		$\frac{10293}{2400} = 4\frac{693}{2400} = 4\frac{231}{800}$.	

Dieses Schema verleitet leicht zu mechanischem Rechnen, so daß laut Bericht eines Kollegen ein Untertertianer, der stets so schrieb, schließlich $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ nicht im Kopfe ausrechnen konnte. Deshalb empfehle ich

2400			
$36\frac{5}{8}$		1500	
$2\frac{15}{32}$		1125	$\underline{32}$
$17\frac{4}{5}$	480	1920	
$8\frac{9}{10}$		2160	$2 \cdot 5$
$5\frac{4}{15}$		640	
$\frac{3}{4}$		1800	
$4\frac{2}{25}$		192	
$10\frac{7}{24}$		700	$8 \cdot 3$
$7\frac{8}{75}$		256	$\underline{25 \cdot 3}$
4			
$93\frac{231}{800}$		$\frac{10293}{2400} = 4\frac{693}{2400} = 4\frac{231}{800}$.	

Fürchtet aber jemand, daß auch so noch mechanisch gerechnet wird, so kann man nach Übereinkunft auch ohne ein solches Schema auskommen. Das Aufsuchen der Zahl, mit welcher der einzelne Bruch zu erweitern ist, geschieht teils durch Division des Hauptnenners, teils durch Vergleichung des Nenners mit den Faktoren des Hauptnenners, z. B. $\frac{5}{8}$, $2400 : 8 = 300$; $\frac{15}{32}$, $25 \cdot 3 = 75$. Hinsichtlich der Spalte 2 lasse ich dem Schüler freie Hand.

Hier bietet das Zusammenfassen von Brüchen oft bedeutenden Vorteil, aber nur für geschickte Rechner. $\frac{7}{18} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{7}{15} + \frac{1}{2}$ rechne mündlich $\frac{7}{18} + \frac{1}{9} = \frac{1}{2}$, $+ \frac{1}{2} = 1$; $\frac{1}{5} + \frac{7}{15} = \frac{2}{3}$, Erg. $1\frac{2}{3}$; schriftlich $\frac{7}{18} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{7}{15} + \frac{1}{2} = 1\frac{2}{3}$.
$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$

Die Regeln über die gemeine Bruchrechnung werden sehr verschieden gegeben; doch lassen sich zwei Hauptrichtungen unterscheiden. Die einen wollen vor allem erreichen, daß der Schüler die Regeln fest lernt und sicher anwendet. Sie befleissigen sich möglichster Kürze und sagen ein für allemal: „Der Teil eines Rechenausdrucks, der in einer Regel nicht erwähnt ist, bleibt unverändert, und wenn nichts anderes hinzugefügt ist, so gilt die Regel zunächst für die Rechnung mit einer ganzen Zahl." Die andern erstreben Vollständigkeit und Schärfe der Regel. So schreiben Müller und Pietzker № 23 Lehrs. 1 „Brüche mit demselben Nenner werden addiert, indem man ihre Zähler addiert. Fußnote: Der Zusatz „ „und der Summe den gemeinschaftlichen Nenner als Nenner gibt" ", ist der Kürze halber fortgelassen." In № 24 Lehrs. 1 heißt es aber: „Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man seinen Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner unverändert läßt." Elsner und Sendler schreiben: „Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert und der Summe den gemeinschaftlichen Nenner gibt. Gleichnamige Brüche werden subtrahiert, indem man die Zähler subtrahiert und der Differenz den gemeinschaftlichen Nenner gibt." Diese ganzen Regeln erübrigen sich, wenn man entsprechend den Lehrplänen die Schüler lehrt mit Bruchteilen wie mit benannten Zahlen zu rechnen. Wenn aber jemand der Schärfe zu Liebe auf Kürze der Regel verzichtet, dann muß er vor allem richtige Ausdrücke wählen. Es müßte heißen: „man subtrahiert einen Bruch (oder Brüche) von einem gleichnamigen u. s. w."

Von **Münzen und Maßen** schreiben die Lehrpläne von 92 für VI u. V nur die deutschen vor, die von 1900 halten es für VI ebenso und lassen sie für V unerwähnt. Ich meine die Kenntnis der Münzen und Maße unserer Nachbarländer, Englands und der Vereinigten Staaten, gehört unbedingt zur allgemeinen Bildung, und deshalb sind einige Aufgaben damit zu rechnen.

Man halte im Rechnen wie auch in den andern Fächern (Naturkunde) darauf, daß sich die Schüler von einer angegebenen Größe eine richtige Vorstellung machen. Kürzlich gab mir ein Sekundaner das Ergebnis 500 ccm an. Als er die Kantenlänge des entsprechenden Würfels mit den Händen zeigen sollte, maß ich mit dem **stets bereiten** Zentimetermaß 18 cm aus, also die Kante eines Würfels von 5,8 cbm.

Für den **Dreisatz** ist der Schluß auf die Einheit vorgeschrieben. Die Einheit braucht aber nicht immer 1 Ganzes zu sein. 100 Zigarren werden schon äußerlich für die Vorstellung als Einheit zusammengehalten, ebenso rechnen wir mit 100 ℳ als Einheit, ja auch mit Brüchen und gemischten Zahlen. Um jeden Zweifel zu heben, sagen die neuen Lehrpläne ausdrücklich „durch Schluß auf die Einheit oder ein gemeinschaftliches Maß“, während es 1892 nur hieß „durch Schluß auf die Einheit“.

Bochow gibt folgendes Schema: Aufg.) Für $113\frac{3}{5}$ ℳ erhält man 64 m; wieviel erhält man für $195\frac{1}{4}$ ℳ?

Für $\frac{568}{5}$ ℳ erh. man 64 m
Für $\frac{181}{4}$ ℳ erh. man wieviel m?

Für $\frac{568}{5}$ ℳ erhält man 64 m
„ $\frac{1}{5}$ ℳ „ „ $\frac{64}{568}$ m
„ 1 ℳ „ „ $\frac{64 \cdot 5}{568}$ m
„ $\frac{1}{4}$ ℳ „ „ $\frac{64 \cdot 5}{568 \cdot 4}$ m
„ $\frac{781}{4}$ ℳ „ „ $\frac{64 \cdot 5 \cdot 781}{568 \cdot 4}$ m

Für spätere Zeit empfiehlt er folgendes Schema:

$$\begin{array}{c|l}
\mathcal{M} & \qquad\qquad \text{m} \\
\frac{568}{5} & \frac{64 \cdot 5 \cdot 781}{568 \cdot 4} = \frac{16 \cdot 5 \cdot 781}{568 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 781}{71 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{1 \cdot 1} = 110 \\
\frac{1}{5} & \qquad\qquad 110 \text{ m.} \\
1 & \\
\frac{1}{4} & \\
\frac{781}{4} &
\end{array}$$

Wozu hat denn der Schüler gelernt mit Brüchen und gemischten Zahlen rechnen, wenn er es später nicht verwenden soll? Wir lassen rechnen: Für $113\frac{3}{5}$ ℳ erhält man 64 m, für 1 ℳ den $113\frac{3}{5}$ten Teil von 64 (schreibe $\frac{64 \cdot 5}{568}$, auf gelegentliche Frage antwortet der Schüler: „Um durch eine gemischte Zahl dividieren zu können, muß man einrichten; durch einen Bruch dividiert man, indem man mit dem umgekehrten Bruch multipliziert), für $195\frac{1}{4}$ ℳ $195\frac{1}{4}$ mal soviel (schreibe $\frac{\cdot\ 781}{\cdot\ 4}$). Es wird nichts geschrieben als der eingerichtete Bruchansatz.“

Damit der Schüler die richtige Einheit findet, lasse ich den Fragesatz zuerst aussprechen und den Bedingungssatz mit demselben Zeitwort bilden. Aufg.) 3 m k. 12 *M*. Wiev. erh. man für 12 *M*? Aufl.) Die Frage lautet, wiev. erh. man für 20 *M*, ich weiß wiev. man für 12 *M* erhält, dann erh. man für 1 *M* den 12ten Teil (von 3 m) und für 20 *M* 20 mal soviel.

Ob ein umgekehrtes Verhältnis vorliegt, kann ein Schüler sich klar machen durch die Frage: „muß das Ergebnis (oder Teilergebnis) xmal so groß oder so klein werden"? Ist $X > 1$, so kann man auch sagen größer oder kleiner, jedoch bei echtem Bruch wird das Ergebnis xmal so groß, aber kleiner.

Dem Schüler das Nachdenken zu ersparen durch Aufzählen der umgekehrten Verhältnisse oder Überschriften wie „Von zwei gleichbenannten Größen ist die eine ein Vielfaches der andern" halte ich nicht für empfehlenswert. Daß der Schüler aufmerksam gemacht wird, von vornherein darauf zu achten, ob das Verhältnis der Zahlen des Bedingungssatzes oder gleichbenannter Zahlen sich kürzen läßt, hat nur für das Kopfrechnen Wert. Im schriftlichen Rechnen kürzt mancher Schüler lieber vor, mancher nach dem Niederschreiben. Die erste Art hat den Vorzug des geringeren Schreibens, die zweite den, daß man bequemer nachrechnen kann.

Neben dem, was die Lehraufgaben ausdrücklich verlangen, sind Durchschnittsaufgaben zu rechnen. Aufgaben aus dem Verkehrswesen, besonders Portoaufgaben, machen dem Schüler Spaß, wenn er z. B. berechnet, daß 15 kg mit der Post von Tilsit nach Mühlhausen i. E. in 1 Paket 5,50 *M* kosten, in 3 Paketen aber nur 1,50 *M*, deshalb sind sie bei genügender Zeit gut verwendbar.

Quarta.

Die **abgekürzte Multiplikation und Division** wurde 1892 ausdrücklich verlangt. Jetzt ist diese Forderung weggelassen, und mit Recht. Wenn die Schüler die Begründung genauer Regeln verstehen sollen, so braucht man viel Zeit, und der praktische Gewinn ist ein geringer. Bei einer zusammengesetzten Aufgabe ist es dem Schüler unmöglich zu erkennen, wieviel Dezimalstellen in der ersten Teilrechnung berücksichtigt werden müssen, damit im Ergebnis die verlangten Stellen genau werden.

Bei späteren Rechnungen in IV und III ist die Verwendung selten, und in II benützen die Schüler viel lieber Logarithmen. Ich habe äußerst selten gesehen, daß ein Schüler die abgekürzte Rechnung freiwillig anwandte. Für gelegentliche Anwendung genügt es zu sagen: „Bei abgekürzter Multiplikation rechne 1 Stelle mehr aus als verlangt wird.“ Wenn nach rechts ausgerückt wird, bietet das nicht die geringste Schwierigkeit, sobald man das Komma im ersten Teilprodukt setzt. „Bei abgekürzter Division muß der Divisor eine Ziffer mehr haben als der Quotient.“

Mehr Wert hat es, dem Schüler zu zeigen, wie wenig Stellen bei Verwendung eines abgekürzten Dezimalbruches sicher sind, daß sogar bei Benützung von mehr Dezimalstellen behufs weiterer Rechnung das Ergebnis ungenauer werden kann. Wenn 3,427 und 9,628 abgekürzt sind, so liegt der Wert ihres Produktes zwischen $3{,}4265 \cdot 9{,}6275$ und $3{,}4275 \cdot 9{,}6285$, also zwischen 33,00166375 und 32,98862875. Ihr ausgerechnetes Produkt beträgt 32,992156. Ist nun der wirkliche Wert 33, so bekomme ich den genausten Wert, indem ich alle Dezimalstellen weglasse und 32 auf 33 erhöhe wegen der folgenden 9.

Will man beim Wiederholen der Dezimalzahlen dem Quartaner etwas Neues bieten, so zeige man ihm das Multiplizieren ohne Teilprodukte:

$743 \cdot 52 = 38636$. Rechne: $2 \cdot 3 = \underline{6}$, $2 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 2\underline{3}$, $2 + 2 \cdot 7 + 5 \cdot 4 = 3\underline{6}$, $3 + 5 \cdot 7 = \underline{38}$.

Wenn in einer Aufgabe **gemeine und Dezimalbrüche** vorkommen, so muß für die Addition und Subtraktion eine Art verwandelt werden. Soll das Ergebnis genau werden, so dürfen nur Brüche mit dem Nenner $2^m \cdot 5^n$ in Dezimalbrüche verwandelt werden. Im übrigen muß man durch Übung den Blick schärfen für das Empfehlenswerte. Die

Dezimalbrüche, welche gleich Brüchen mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 8, 9, 25, 50 sind, muß sich der Schüler aneignen.

Bei der Verwandlung periodischer Dezimalbrüche in gemeine gibt es zwei Wege. Will man die Form der Gleichung anwenden zur Aufsuchung des Kapitals, bei Mischungsrechnungen u. s. w., so kann man sie auch hier schon anwenden.

$$\begin{aligned} X &= 0{,}\overline{17} \\ 100\,X &= 17{,}\overline{17} \\ \hline 99\,X &= 17 \\ X &= \tfrac{17}{99} \end{aligned}$$

Sonst empfiehlt sich die Entwicklung $1 = 0{,}\overline{9} = 0{,}\overline{99} = 0{,}\overline{999}$, folgl. $0{,}\overline{1} = \frac{1}{9}$, $0{,}\overline{01} = \frac{1}{99}$, $0{,}\overline{001} = \frac{1}{999}$, folgl. $0{,}\overline{8} = \frac{8}{9}$, $0{,}\overline{48} = \frac{48}{99} = \frac{16}{33}$. Unreine Perioden sind zu zerlegen: $0{,}7\overline{46} = 0{,}7 + 0{,}0\overline{46} = \frac{7}{10} + \frac{46}{99} : 10 = \frac{7 \cdot 99 + 46}{990} = \frac{7 \cdot 100 - 7 + 46}{990} = \frac{739}{990}$. Mit welchen Primzahlen das Kürzen zu versuchen ist, lernt der Schüler leicht beim Zerlegen des Nenners in die Potenzen von 2, 5, 3, 11 u. s. w.

Nachdem der Schüler gelernt hat, Hunderte, Tausende, Brüche und gemischte Zahlen als Einheiten zu betrachten, fällt es ihm nicht schwer, auch 100 ℳ als Einheit anzusehen. Die **Prozente** sind die jährlichen Zinsen für diese Einheit. Somit sind die ersten Prozentaufgaben einfache Multiplikationsexempel: 200 ℳ bringen zu $4\frac{1}{2}$ % in 1 J. $2 \cdot 4\frac{1}{2}$, 350 ℳ — $3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2}$, 420 ℳ — $4\frac{1}{5} \cdot 4\frac{1}{2}$, 670 ℳ — $6{,}7 \cdot 4\frac{1}{2}$, 543 ℳ — $5{,}43 \cdot 4\frac{1}{2}$, 768,72 ℳ — $7{,}6872 \cdot 4\frac{1}{2}$. Hier wird gleich bemerkt, daß für Pf gewöhnlich keine Zinsen bezahlt werden. Dementsprechend sind auch nur wenige derartige Aufgaben zu stellen. Der Unterschied der Prozente in Hundert und auf Hundert ist zu erklären.

Für Realgymnasium und Realschule geben die Lehrpläne in IV an „Anfangsgründe der **Buchstabenrechnung**“. Diese Anfangsgründe dürfen hier nicht als Einführung in ein ganz neues Wissensgebiet gehalten werden, sondern sie sind der Abschluß des Zifferrechnens, der dem Schüler zeigen soll, daß dieselben Regeln, die er von VI an gelernt hat, auch für das Rechnen mit Buchstaben gelten. Die Lehrpläne von 92 gaben für IV in der Planimetrie ausdrücklich an „Einführung in die Inhaltsberechnung". Jetzt steht hier nur „Lehre von den Parallelogrammen"; aber auch so wird uns diese Angabe ein Hinweis darauf sein, daß wir in der Buchstabenrechnung die Inhaltsberechnung des Rechtecks verwerten.

Hier gilt aber ganz besonders, was schon für den Unterricht im allgemeinen gesagt wurde: Wenn der Rechenunterricht in IV und der Arithmetikunterricht in verschiedenen Händen sind, so haben sich beide Lehrer über diesen abschließenden und vorbereitenden Unterricht genau zu einigen.

Untertertia der Realschule.

Von den **bürgerlichen Rechnungen** sind nach den Lehrplänen „alle Aufgaben auszuschließen, denen für die Schüler unverständliche Vorkommnisse und Gepflogenheiten des rein geschäftlichen Verkehrs zu Grunde liegen". Dasselbe gilt vom kaufmännischen Rechnen. Deshalb sind Arbitragerechnung, Kontokorrentverkehr und Buchführung ausgeschlossen, ebenso die technischen Ausdrücke des kaufmännischen Verkehrs. Aber Rechnungen, die heutzutage jedem vorkommen, verdienen Erwähnung. Dahin gehört die Feststellung des augenblicklichen Wertes eines Wertpapiers, das vorzuzeigen ist, die vorteilhafteste Anlage eines Kapitals, wenn jemand nur auf den Zinsgenuß sieht, die Berechnung von Prämien, Dividenden, wirklichem Jahresbeitrag bei Versicherungen u. s. w. Soweit es die Zeit gestattet, sind solche Aufgaben auch in der Quarta des Gymnasiums zu rechnen.

Mischungsrechnungen und manche andere sind am leichtesten als Gleichungen zu rechnen und deshalb so zu behandeln, wenn sie im Rechenunterricht durchgenommen werden. Außerdem wird man die verschiedensten Gebiete wiederholen und ausgelassene schwierigere Aufgaben nachholen.

Die methodischen Bemerkungen zu den Lehrplänen sagen: „Der eigentliche Rechenunterricht findet auf dem Gymnasium in IV, auf den Realanstalten in U III seinen Abschluß. Die Sicherheit im Rechnen ist aber im arithmetischen Unterricht der folgenden Klassen durch fortgesetzte Übungen zu erhalten.“ Selbstredend hat der Lehrer auch in den übrigen mathematischen Zweigen und Lehrfächern die gebotene Gelegenheit zu benutzen irgend eine Rechnung aufzufrischen, so besonders in der Trigonometrie, Stereometrie, rechnenden Geometrie und in der Stöchiometrie.

Regeln.

A. Vorbemerkungen:

1. Wenn von einer Zahl nichts anderes angegeben ist, so ist eine ganze Zahl gemeint.
2. Der Teil eines Rechenausdrucks, der in einer Regel nicht erwähnt ist, bleibt unverändert.
3. Wenn in einem Rechenausdruck gehoben oder gekürzt werden kann, so geschieht dies stets vor der Ausrechnung.

B. Regeln:

1a. Die Reihenfolge der Summanden ist beliebig.
b. Die Reihenfolge der Faktoren ist beliebig.
2. Eine Summe oder Differenz multipliziert oder dividiert man, indem man **jedes** Glied multipliziert oder dividiert.
3. Ein Produkt multipliziert oder dividiert man, indem man **einen** Faktor multipliziert oder dividiert.
4. Einen Bruch erweitert man, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert.
5. Einen Bruch kürzt man, indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.
6. Einen Bruch multipliziert man, indem man den Zähler multipliziert (oder den Nenner dividiert, wenn die Division aufgeht).
7. Einen Bruch dividiert man, indem man (den Zähler dividiert, wenn die Division aufgeht, oder) den Nenner multipliziert.
8. Brüche multipliziert man miteinander, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.
9. Durch einen Bruch dividiert man, indem man mit dem umgekehrten Bruch multipliziert.

Anm.: Soll man gemischte Zahlen mit einander multiplizieren oder durch eine gemischte Zahl dividieren, so richtet man sie ein. Soll man eine gemischte Zahl mit einer ganzen multiplizieren, so richtet man sie nicht ein.

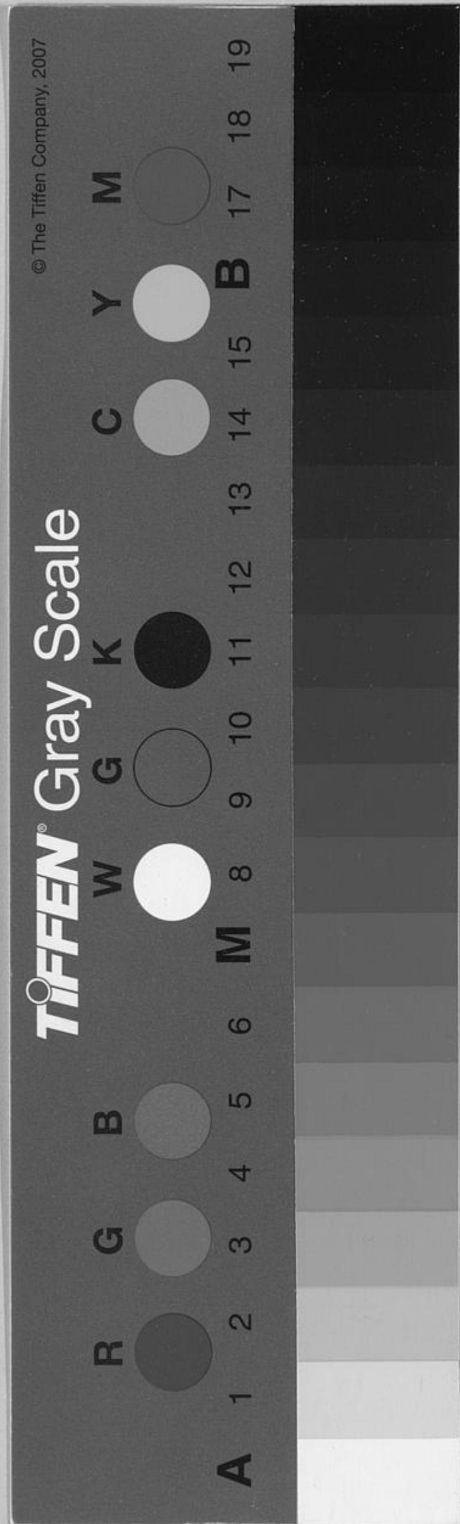
10. Gleichnamige Brüche addiert man, indem man ihre Zähler addiert.
    Anm.: Ebenso subtrahiert man einen Bruch von einem gleichnamigen, indem man den Zähler des Subtrahenden von dem des Minuenden subtrahiert. Ungleichnamige Brüche werden gleichnamig gemacht.
11. Dezimalzahlen addiert man, indem man die gleichen Einheiten addiert.
    Anm.: Ebenso subtrahiert man eine Dezimalzahl von einer anderen, indem man die Einheiten des Subtrahenden von den gleichen Einheiten des Minuenden subtrahiert.
12. Eine Dezimalzahl multipliziert man mit einer Potenz von 10, indem man das Komma soviel Stellen nach rechts rückt, als die Potenz Nullen hat. (Die fehlenden Stellen werden durch Nullen ergänzt.)
13. Eine Dezimalzahl dividiert man durch eine Potenz von 10, indem man das Komma soviel Stellen nach links rückt, als die Potenz Nullen hat.
14. Dezimalzahlen multipliziert man wie ganze Zahlen. Im Ergebnis streicht man soviel Dezimalstellen ab, wie beide Faktoren zusammen haben.
15. Durch einen Dezimalbruch dividiert man, indem man das Komma des Devisors ans Ende rückt (streicht) und das Komma des Dividenden um ebensoviel Stellen nach rechts und dann dividiert.

Anm. 1. In No. 6 und 7 kann das Eingeklammerte wegbleiben und dafür in einer Klammer aufmerksam gemacht werden (kürze!).

Anm. 2. In No. 10 und 11 legen wir das Hauptgewicht auf die Regel für die Addition, weil diese kurz ist, und der Schüler sich leicht merkt, daß bei der Subtraktion die Stellung entsprechend ist.

Thesen.

1. Die Lehrer einer Anstalt, welche in Mathematik und Rechnen unterrichten, müssen sich einigen über die ganze Einrichtung des Rechenunterrichts. Wünschenswert ist eine Einigung auch für weitere Kreise.
2. Die Regeln sind auf wenige zu beschränken und knapp zu fassen.
3. Die Dezimalbruchrechnung darf wegen ihrer außerordentlichen Wichtigkeit nicht bis zur Quarta verschoben werden.
4. Hinsichtlich des Kopfrechnens ist nicht Wert darauf zu legen, daß Aufgaben gelöst werden, die durch Länge oder große Zahlen Schwierigkeiten bieten, aber es ist darauf zu achten, daß auch beim schriftlichen Rechnen nicht zu viel geschrieben wird.
5. Das Rechenbuch darf nichts enthalten, was der Lehrer den Schülern geben soll. Erklärungen, einleitende Aufgaben, Musterbeispiele, Anleitungen zur Bildung weiterer Aufgaben u. s. w. sind sehr wichtig für den jungen Lehrer, sind aber in das Ergebnisheft zu setzen, das somit zu einem Ergänzungsheft wird.


TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19
R G B W G K C Y M