Grundrisses in der bekannten Weise die zugehörigen Punkte sucht. Jetzt werden auch die Breitenkreise zu Ellipsen, deren grosse Axen zur Π_1 parallel laufen.

III. Schrägbilder.

(Schiefe Parallel-Perspektive).

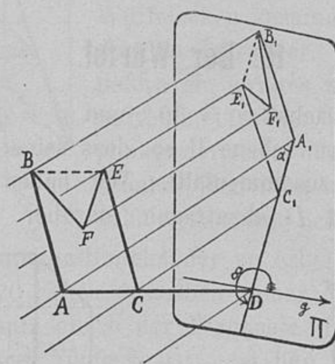
14. Vorbemerkungen.

Bei der schrägen Parallelprojektion fallen die Projektionsstrahlen unter einem beliebigen Winkel α auf die Projektionsebene Π; um die Richtung der Strahlen jedoch festlegen zu können, müssen wir ausser dem Winkel α noch den Winkel ω kennen, den die Ebene des Neigungswinkels mit einer festen Geraden , in Π bildet. Den Winkel α wollen wir immer als spitz annehmen, der Winkel ω jedoch soll alle Werte von 0 bis 360° durchlaufen können und zwar wollen wir folgende Festsetzung machen: Die Ebene Π denken wir uns vertikal vor uns aufgestellt, so dass g wagerecht läuft; kommen diu Projektionsstrahlen von oben her und rechts, so ist ω spitz, von oben links, so ist ω stumpf, von unten her, so ist ω überstumpf und zwar kleiner als 270°, wenn die Strahlen von links her kommen grösser als 270°, wenn sie von rechts einfallen. Fallen sie von obee und vorne her, so ist $\omega = 90°$, von unten und vorne, gleich 270°. Dem Falle $\omega = 0$ und $\omega = 180°$ entspricht, dass die Strahlen genau von rechts bezw. von links herkommen. Im Falle $\alpha = 90°$ ist ω unbestimmt, und wir haben dann den Fall der Orthogonal-Projektion. Die Verhältnisse kann man sich leicht veranschaulichen, wenn man beachtet, dass die Schattenfigur eines Körpers auf dem Boden, oder einer anderen Ebene, nicht blos von der Höhe der Sonne sondern auch von ihrem Azimut (Himmelsrichtung) abhängt. Verschiebt man die Bildebene Π parallel zu sich selbst, so verändert das Bild nur seine Lage, nicht seine Gestalt; soll die Lage des abzubildenden Körpers festgelegt werden, so kann man ihn etwa auf die durch g zu Π senkrecht gelegte Ebene Γ, die wir die Grundebene nennen wollen, beziehen.

---

15. Die Strecke.

Das Schrägbild einer Strecke, die der Bildebene parallel läuft, ist an Länge gleich der Strecke. Ist z. B. Figur 37 AB die Strecke, $A_1 B_1$ das Bild, so ist offenbar $A B B_1 A_1$ ein Parallelogramm, und das Bild bleibt der Strecke parallel. Eine zu



Figur 37.

Π senkrechte Strecke wie $A D$, $A C$, bekommt in der Projektion die Länge $A D \cdot ctg\, \alpha$, bezw. $A C \cdot ctg\, \alpha$. Je nachdem also $\alpha >$ od. $<$ 45^0 wird die Strecke verkürzt oder verlängert. Für die Anfertigung der Zeichnung ist es nun viel bequemer, wenn man statt des Winkels α seinen Kotangens, also das Verhältnis der Bildlänge zur Originallänge kennt. Diese Zahl wollen wir die Verzerrungszahl nennen und mit p bezeichnen. Man wählt nun für p am besten einfache Zahlen wie $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, u. s. w. denen die Winkel $\alpha = 45^0, 56^0, 63^0, 68^0, 72^0, 76^0$ etwa entsprechen. Will man unmittelbar aus der Zeichnung die richtigen Längen entnehmen können, so wählt man $p = 1$. Will man ein Bild haben, welches dem wirklichen Eindrucke des Körpers mehr entspricht, so nimmt man $p > \frac{1}{2}$, am besten und bequemsten ist $p = \frac{1}{3}$.

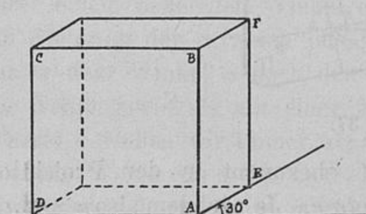
Das Bild einer zu Π senkrechten Strecke a bekommt also die Länge $a \cdot p$; seine Richtung bildet mit g den Winkel ω, bezw. $180^0 - \omega$ je nachdem sie hinter oder vor der Π liegt.

Will man das Schrägbild einer beliebig gelegenen Strecke zeichnen, so gelingt das am leichtesten, wenn man ausser ihrer Länge noch ihre senkrechte Projektion auf Π kennt. **Strecken, die untereinander parallel sind, bleiben auch im Schrägbilde zu einander parallel.** Die projizierenden Ebenen laufen nämlich parallel und werden von Π in parallelen Geraden geschnitten. — Auch für die schiefe Parallelprojektion gilt der Satz: **Das Verhältnis der Teilstücke einer Strecke wird durch die Projektion nicht verändert.**

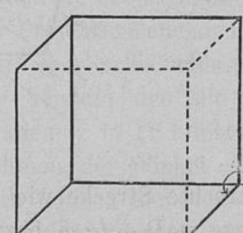
---

16. Der Würfel.

Wir nehmen zunächst $\omega = 30^0$ und $p = \frac{1}{3}$. Den Würfel stellen wir auf die Grundebene Γ so, dass seine Vorderfläche in Π, also mit ihrem Bilde zusammenfällt. Wir haben dem die Kantenlänge a auf g als $A\ D$ abzutragen, darüber errichten wir das



Figur 38.



Figur 39.

Quadrat $A\ B\ C\ D$ (Fig. 38). Jetzt legen wir in A an g den Winkel $\omega = 30^0$ an und tragen auf dem Schenkel $A\ E = \frac{1}{3}\ a$ ab; durch B, C und D ziehen wir ebenso lange, zu $A\ E$ parallele Strecken, deren Endpunkte wir verbinden. Oder wir ziehen $E\ F$ parallel und gleich $A\ D$, $F\ G$ gleich und parallel zu $D\ C$ u. s. w. In ähnlicher Weise entsteht das Bild (Fig. 39), wo aber $\omega = 225^0$, $p = \frac{1}{2}$ genommen wurde.

Aufg.: Zeichne einen Würfel mit der Kante $a = 52$ mm, $\omega = 150^0$, $p = 1$. Desgleichen für $\omega = 20^0$, $p = \frac{2}{5}$, $a = 60$ mm.

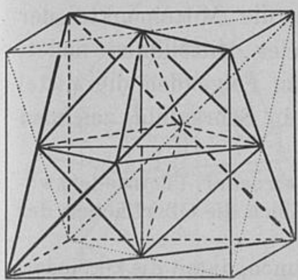
Zeichne eine quadratische Säule, die 3 mal so hoch als breit ist, $\omega = 40^0$, $p = \frac{1}{3}$.

Wie fallen die Projektionsstrahlen bei Figur 39?

---

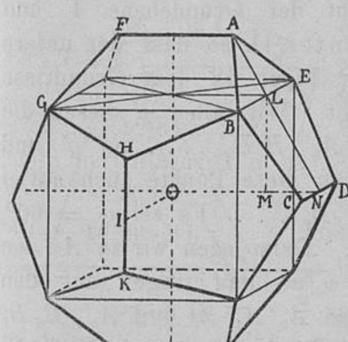
17. Die regulären Polyeder.

Aus dem Würfel lassen sich die übrigen regulären Polyeder, wie Figur 40 zeigt, leicht ableiten. Wir zeichnen wieder den Würfel ($\omega = 30^0$, $p = \frac{1}{3}$). Ziehen wir diejenigen Diagonalen der Seitenflächen, die in vier nicht in einer Ebene liegenden Würfelecken zusammenstossen, so erhalten wir ein **Tetraeder.** Die anderen 4 Ecken liefern ein zweites um 90^0 gegen das erste gedrehte Tetraeder. Verbindet man die Mittelpunkte der sechs Würfelflächen (die man als Schnitte der Diagonalen leicht findet) so erhält man das Schrägbild des **Oktaeders.**



Figur 40.

Um das **Pentagon-Dodekaeder** zu erhalten, beachte man, dass je acht von den 20 Ecken desselben immer die Ecken eines Würfels bilden, dessen Kante gleich der Diagonale der das Dodekaeder begrenzenden regulären Fünfecke ist. Ist nun a die Kante des Dodekaeders, so zeichnen wir uns zunächst das reguläre Fünfeck aus der Seite a, nämlich $\mathfrak{A}\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{C}\,\mathfrak{D}\,\mathfrak{E}$ *) und zeichnen dann den Würfel aus der Diagonale $d = \mathfrak{B}\,\mathfrak{E}$ (etwa mit $\omega = 30^0$, $p = \frac{1}{3}$). Jetzt legen wir das Fünfeck an den Würfel so an, dass die Diagonale, etwa $\mathfrak{B}\,\mathfrak{E}$ auf die Würfelkante $B\,E$ und die gegenüberliegende Seite $\mathfrak{C}\,\mathfrak{D}$ über der Mitte der Würfelfläche zu liegen kommt. Steht nun $B\,E$ senkrecht zu Π, so wird die Mittellinie $\mathfrak{A}\,\mathfrak{N}$ des Fünfecks, weil sie parallel zu Π läuft, im Bilde unverkürzt bleiben; sie schneide $\mathfrak{B}\,\mathfrak{E}$ in $\mathfrak{L}$. Wir errichten daher im Mittelpunkte M der Würfelfläche die Senkrechte, beschreiben um L, den Mittelpunkt von $B\,E$ mit $\mathfrak{L}\,\mathfrak{N}$ den Kreis, der die Senkrechte in N schneidet. $N\,L$ verlängern wir um $\mathfrak{L}\,\mathfrak{A}$ und erhalten den Punkt A. Durch N ziehen wir eine Parallele zu $B\,E$ und tragen auf ihr nach beiden Seiten $\frac{1}{3}\ \mathfrak{N}\,\mathfrak{D}$ ab; dadurch erhalten wir die Punkte C und D. Eine durch A zur Würfelkante $B\,G$ gezogene Parallele von der Länge $\mathfrak{A}\,\mathfrak{B}$ liefert die Ecke F.



Figur 41.

*) Von diesem Fünfeck ist hier keine Zeichnung gemacht.

Die Ecken H und I liegen auf einer zu den senkrechten Würfelkanten parallelen Geraden, die im Abstande $M\ N$, im Bilde also $\frac{1}{3}\ M\ N$ vom Mittelpunkte der Vorderfläche gezogen ist und gleich $A\ F$ ist, u. s. w.

Das **Ikosaeder** erhält man, wenn man die Mittelpunkte der Dodekaederflächen, die man als Schnitt zweier Mittellinien findet, miteinander verbindet. Wir werden jedoch im Folgenden die Mittel an die Hand bekommen, um auch direkt sein Schrägbild zeichnen zu können.

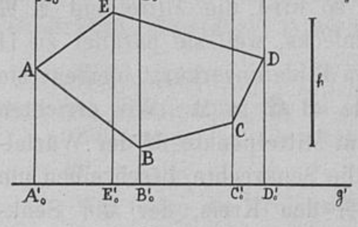
Aufg.: Zeichne in einen Würfel beide Tetraeder (Tetraederzwilling) und ziehe auch die Kanten aus, in denen sich die Oberflächen der beiden Körper schneiden.

Wie gross muss man die Würfelkante nehmen, damit die Oktaederkante die Länge $b = 21$ mm erhält?

---

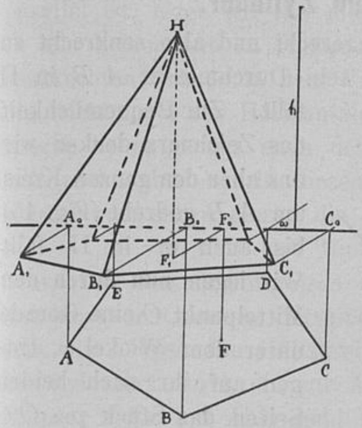
18. Prisma und Pyramide.

Das Prisma sei gerade, und durch seine Grundfläche $A\ B\ C\ D\ E$ und die Höhe h gegeben. Es stehe auf der Grundebene Γ und zwar hinter Π, so dass der untere Teil der Figur 42 dem Grundrisse entspricht. Wir fällen in diesem die Lote $A\ A_0'$, $B\ B_0'$ . . . . auf g' und übertragen diese Punkte auch auf g als A_0, B_0 . . . Es sei $\omega = 60^0$, $p = \frac{1}{3}$. Dann legen wir in A_0 den Winkel ω an und tragen auf den Schenkeln $A_0\ A_1 = \frac{1}{3}\ A\ A_0'$, $B_0\ B_1$ $\frac{1}{3}\ B\ B_0'$ ab . . . . $A_1\ B_1\ C_1\ D_1\ E_1$ ist nun das Bild der Grundfläche. Errichten wir nun in A_1, B_1, C_1 . . . die Senkrechten zu g und machen sie gleich h, so liefern die Endpunkte $F_1\ G_1$ . . . die Deckfläche.



Figur 42.

Die Pyramide sei ebenfalls durch ihre Grundfläche $A\,B\,C\,D\,E$, ihre Höhe h und deren Fusspunkt F gegeben; sie möge auf Γ vor der Π stehen, so wie es der untere Teil der Figur 43 angibt. (Man stelle sich vor, dass die Γ in die Π herunterge-

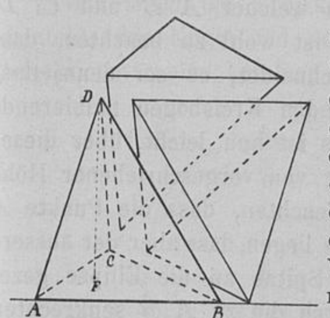


Figur 43.

klappt sei.) Wir loten die Punkte A, B, C . . als A_0, B_0, C_0 auf g, legen in diesen Punkten den Winkel $180^0 - \omega$ an und machen auf den Schenkeln die Strecken $A_0 A_1$, $B_0 B_1$ . . . und $F_0 F_1$ gleich $p \cdot A A_0$, $p \cdot B B_0$ . . . $p \cdot F F_0$, dann ist $A_1 B_1 C_1 D_1 E_1$ das Bild der Grundfläche. (Da die Pyramide vor Π liegt, und da in unserer Figur $\omega = 30^0$ ist, so kommt das Bild unterhalb der g zu liegen.) Jetzt ist noch in F_1 die Senkrechte $F_1 H_1 = h$ zu errichten und H_1 mit den Ecken der Grundfläche zu verbinden, dann ist das Schrägbild der Pyramide fertig.

Aufg.: 1) Zeichne eine reguläre 6-seitige Pyramide mit der Grundkante $a = 24$, der Höhe $h = 54$ mm.

2) Zeichne ein reguläres, 8-seitiges, gerades Prisma aus dem Umkreisradius der Grundfläche $r = 25$ und der Höhe $h = 50$ mm.



Figur 44.

3) Die nebenstehende Figur 44 stellt eine dreiseitige Pyramide dar, deren Grundfläche auf der Γ steht, und die mit $\omega = 45^0$, $p = \frac{1}{2}$ gezeichnet wurde. Zeichne diese in doppelter Grösse und ermittele die wahren Dimensionen. Zeichne auch die Pyramiden, die sie zu einem Prisma ergänzen, aus ihrer ursprünglichen Lage etwas verschoben (ohne zu drehen). Welches Prinzip genügt für die Zeichnung?

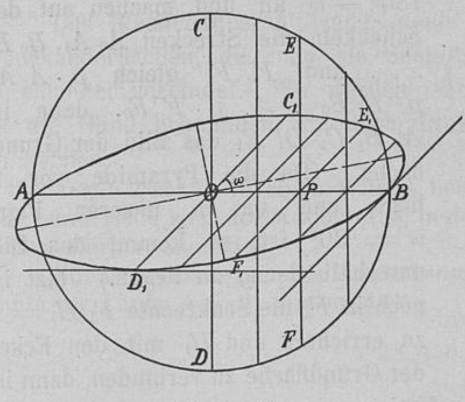
4. Zeichne einen Würfel, von dem alle Ecken so abgeschnitten sind, dass die Flächen in reguläre 8-Ecke übergehen.

5) Zeichne einen Steintrog 85 cm lang, 40 cm breit, 30 cm hoch mit 5 cm dicker Wandung in $\frac{1}{10}$ natürlicher Grösse.

6) Versuche mit Hülfe des früher gezeichneten Grund- und Aufrisses des Ikosaeders von diesem Körper ein Schrägbild anzufertigen.

19. Kreis, Kegel und Zylinder.

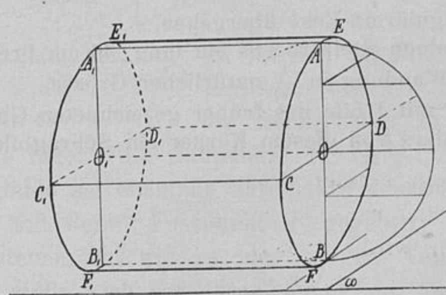
Die Ebene des Kreises liege wagerecht und also senkrecht zu Π; wir verschieben ihn soweit, dass sein Durchmesser $A\,B$ in Π fällt. Zur Bequemlichkeit des Zeichners denken wir uns aber den ganzen Kreis um $A\,B$ gedreht (Fig. 45) bis auch er in Π fällt Wir legen nun durch den Mittelpunkt O eine Gerade unter dem Winkel ω, tragen auf ihr nach beiden Seiten das Stück $p \cdot O\,C$ ab und erhalten so die Punkte C_1 und D_1 des Schrägbildes. Um weitere



Figur 45.

Punkte zu erhalten, errichten wir in dem beliebigen Punkte P von $A\,B$ die Senkrechte $P\,E$, ziehen durch P die Parallele zu $O\,C_1$ und tragen auf ihr $p \cdot P\,E$ ab u. s. w.

Wir erhalten so eine Ellipse, in welcher $A\,B$ und $C_1\,D_1$ konjugierte Durchmesser werden. Es ist wohl zu beachten, dass diese Ellipse den Kreis immer überschneidet, es sei denn, dass $\omega = 90^0$ ist. Der den dazwischen liegenden Kreisbogen halbierende Durchmesser liefert die grosse Axe. Es ist nun leicht, über dieser Grundfläche einen Kegel oder Zylinder von vorgeschriebener Höhe zu zeichnen. Es ist jedoch wohl zu beachten, dass die Punkte A und B in dem zu Π parallelen Axenschnitte liegen, dass aber der äussere Umriss des Kegels durch die von der Spitze an die Ellipse gezogenen Tangenten, der des Zylinders durch die zu $A\,B$ senkrechten Tangenten der Ellipse gebildet wird.



Figur 46

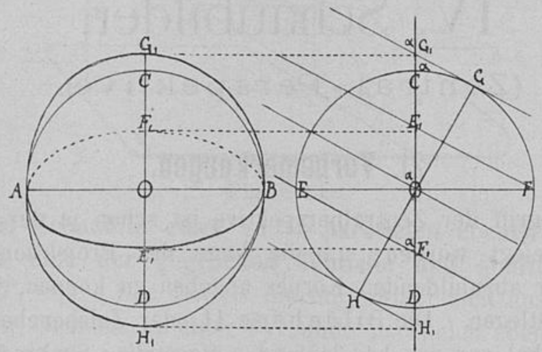
Um einen liegenden Zylinder zu zeichnen, dessen Axe der Π parallel ist, legen wir ihn mit dem Axenschnitte $A B B_1 A_1$ in Π. In den beiden nun zu Π senkrechten Kreisflächen werden alle zu Π senkrechten Sehnen in dem Verhältnisse p verkürzt und bekommen die Richtung ω zur Horizontalen. Denken wir uns den einen dieser Kreise — es genügt auch der Halbkreis — gedreht, bis er in Π fällt und ziehen wir in diesem beliebige zu $A B$ senkrechte Halbsehnen und geben diesen die entsprechende Länge (in Figur 46 ist $p = \frac{1}{2}$, $\omega = 30^0$) und Richtung, so erhalten wir zunächst das Schrägbild des Grundkreises als Ellipse; das des Deckkreises ist ihm kongruent und in derselben Lage. Es ist auch hier zu beachten, dass die Ellipse den Hülfskreis überschneidet und dass der Umriss des Zylinders durch die zur Axe $O O_1$ parallelen Tangenten an die Ellipse, $E E_1$ und $F F_1$ gebildet wird.

Aufg.: Zeichne einen gleichseitigen Zylinder aus $r = 30$ mm, der zentral durchbohrt ist von einem Zylinder, dessen Radius $\varrho = 18$ mm ist, in stehender und liegender Stellung.

---

20. Die Kugel.

Wir legen die Projektionsebene durch den Mittelpunkt der abzubildenden Kugel und nehmen zunächst $\omega = 90^0$, $p = \frac{1}{2}$; die Projektionsstrahlen kommen also von vorn und oben. Sie berühren

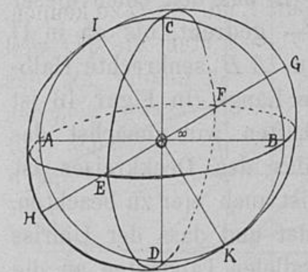


Figur 47.

die Kugel in einem Kreise, dessen Ebene senkrecht zu ihnen liegts und dessen Bild den äusseren Umriss der Kugel liefert. Dieser ist also eine Ellipse, deren grosse Axe gleich $2 r : sin\ \alpha$ wird, während die kleine Axe $2 r$ wird. Der zu Π senkrechte grösste Kreis, geht über in eine Ellipse, deren grosse Axe gleich $2 r$, deren kleine gleich

r wird, da hier $p = \frac{1}{2}$. Die Figur 47, in welcher der Seitenriss beigefügt ist, macht die Verhältnisse sofort klar, zumal die entsprechenden Punkte sich nur durch die Indizes unterscheiden.

Auch wenn ω einen beliebigen Wert hat, z. B. 30°, wie in Figur 48, berühren die Projektionsstrahlen die Kugel in einem Kreise, dessen Ebene senkrecht zu ihnen liegt. **Das Schrägbild einer Kugel ist also eine Ellipse,** deren grosse Axe mit der Horizontalen den Winkel ω bildet und an Länge gleich $2r : \sin \alpha$ ist, wo $ctg\ \alpha = p$, während die kleine Axe (hierzu senkrecht) die Länge $2r$ behält. Alle grössten Kugelkreise, mit Ausnahme des zu Π parallelen, gehen in Ellipsen über, die die Umriss-Ellipse berühren. Die Figur zeigt dies für die beiden zu Π senkrechten grössten Kreise.



Figur 48.

Aufg.: Zeichne die Figur zum Archimedischen Beweise für den Inhalt der Kugel; $\omega = 270°$, $p = \frac{1}{2}$. Desgl. für $\omega = 45°$, $p = \frac{2}{5}$.

Wie lang wird die grosse Axe der Umrissellipse einer Kugel vom Radius $r = 50$ mm, wenn $p = \frac{1}{2}$?

IV. Schaubilder.

(Zentral-Perspektive).

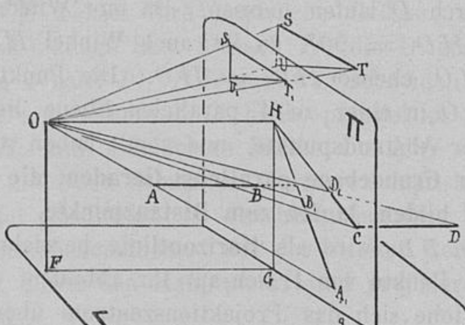
21. Vorbemerkungen.

Der Begriff der Zentralperspektive ist schon in der Einleitung unter 2 dargelegt worden; um die Lage des Projektionszentrums sowie die der abzubildenden Körper angeben zu können, wollen wir Folgendes festlegen. Die Bildebene Π oder Zeichenebene denken wir uns vertikal vor uns her laufend a ufgestellt. Senkrecht zu ihr, aber wagerecht laufend, nehmen wir eine zweite Ebene an, die Grundebene Γ, welche die Π in einer wagerechten Geraden g, die wir die Grundlinie nennen wollen, schneidet.

Das Projektionszentrum sei O. Um seine Lage festzustellen, müssen wir 1. seinen Abstand OH von der Π wissen, 2. seinen Abstand OF von Γ, 3) die Lage des Punktes H oder F. Fällen wir von H und F die Lote auf g, so treffen sich diese in einem Punkte G der Grundlinie. **Der Punkt H, der Fusspunkt des vom Projektionszentrum auf die Bildebene gefällten Lotes, heisst der Hauptpunkt.** Ist dieser gegeben, so braucht man nur noch die Entfernung OH oder FG zu haben, um die Lage von O zu kennen. Das abzubildende Objekt stellt man gewöhnlich hinter die Π, weil dann, was meist wünschenswert ist, das Schaubild kleiner als das Objekt ausfällt; es kann auch vor Π liegen und zwar zwischen O und Π, oder noch weiter als O von Π entfernt. Oft auch legt man das Objekt mit einer seiner Flächen in die Π, dann behält offenbar diese Fläche im Schaubilde ihre Grösse bei.

22. Sätze über Schaubilder.

1. **Das Schaubild $S_1 T_1$ einer zu Π parallelen Strecke ST** (s. Fig 49) **ist eine zu ST parallele Strecke.**

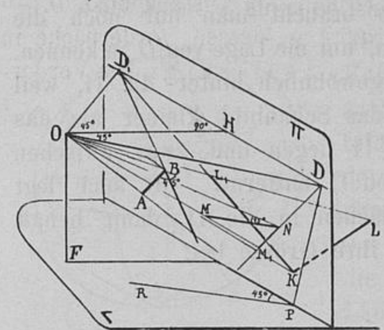


Figur 49.

2. **Das Schaubild einer zu Π parallelen ebenen Figur** (wie STU) **ist eine der gegebenen ähnliche und ähnlich gelegene Figur** ($S_1 T_1 U_1$). Der Beweis hierfür ergiebt sich aus dem Satze über die zur Grundfläche einer Pyramide parallelen ebenen Schnitte.

3. **Das Schaubild einer zu Π senkrechten Geraden ist eine durch den Hauptpunkt gehende Gerade.**

Beweis: Die durch O und zwei Punkte A und B einer solchen Geraden gelegte Ebene E ist die projizierende Ebene. Da nun OH senkrecht zu Π, also auch parallel zu AB ist, so liegt OH in E, also schneidet E die Π in einer durch H gehenden Geraden. Oder anders ausgedrückt: Die projizierende Ebene muss auch den zu den unendlich entfernten Punkten solcher Geraden laufenden Projektionsstrahl enthalten, d. i. aber OH. In Figur 49 ist noch eine zweite solche Gerade CD gezeichnet.



Figur 50.

Ist AB (Figur 50) eine zu Γ parallele Gerade, die mit Π einen Winkel von 45^0 bildet, so enthält die AB projizierende Ebene auch den durch O zu AB parallel gezogenen Strahl OD_1 und daher geht die Projektion von AB auch durch D_1. Ist KL eine andere solche Gerade, so sieht man, dass auch ihre Projektion KL_1 durch D_1 gehen muss. Ist der Winkel 45^0, den die Gerade mit Π bildet, nach der anderen Seite hin geöffnet wie bei RP, MN, so ziehe man den hierzu parallelen Strahl OD, dann sieht man, dass die Projektionen durch D laufen müssen. Da nun Winkel $ODH = 45^0$, Winkel $DHO = 90^0$, so ist auch Winkel $HOD = 45^0$, also $HD = HO$, ebenso $HD_1 = HO$. Die Punkte D und D_1, die mit H und O in einer zu Γ parallelen Ebene liegen, heissen die **Distanz-** oder **Abstandspunkte**, und somit haben wir den Satz:

4. **Alle zur Grundebene parallelen Geraden, die mit Π einen Winkel von 45^0 bilden, laufen zum Distanzpunkte.**

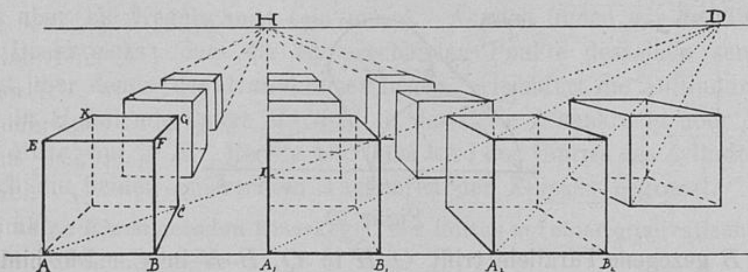
Die Gerade DD_1 wird als **Horizontlinie** bezeichnet, weil alle unendlich fernen Punkte von Γ sich auf ihr abbilden. Sie gibt uns an, in welcher Höhe sich das Projektionszentrum über Γ befindet, während der Distanzpunkt uns seine Entfernung von Π liefert.

Durch ähnliche Überlegungen wie vorhin finden wir, dass die Schaubilder aller parallelen Geraden von irgend einer Richtung sich immer in einem Punkte, dem **Fluchtpunkte**, treffen; laufen die Geraden zu Γ parallel, so liegt dieser auf der Horizontlinie. Man findet den Fluchtpunkt als Schnitt des durch O zu den Geraden parallel laufenden Strahles mit Π.

Diese Sätze genügen für uns, um alle Schaubilder zu zeichnen.

23. Beispiele.

Gegeben seien in allen Fällen die Grundlinie, die Horizontlinie und auf letzterer der Hauptpunkt H und ein Distanzpunkt D. — **I.** Einen Würfel zu zeichnen aus der Kante a, dessen Vorderfläche in Π liegt und der auf Γ steht. (Figur 51). Auflösung: Die Vorder-



Figur 51.

fläche $ABFE$ behält ihre natürliche Grösse; die anstossenden Kanten laufen zufolge Satz 3 nach H, die Diagonale der Grundfläche gemäss 4 nach D. BH und AD schneiden sich also in der Würfelecke C; die Kante CG bleibt parallel zu BF (Satz 1), G liegt auf FH, und die hintere Fläche $CDKG$ wird ein Quadrat gemäss Satz 2. Nach demselben Verfahren sind in Figur 52 noch weitere Würfel gezeichnet, in gleichen Abständen a hintereinander und in Reihen nebeneinander. Bei der zweiten Reihe laufen Seitenflächen selbst durch den Hauptpunkt und projizieren sich demnach in eine Gerade.

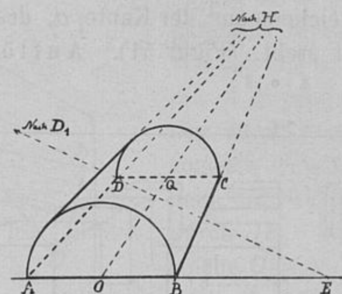
Aufg.: Zeichne ähnlich einen Würfel, der oberhalb der Grundlinie, ferner einen, der oberhalb der Horizontlinie sich befindet.

Zeichne ein Kreuz, dass aus 5 Würfeln gebildet ist, dessen Vorderfläche in Π liegt. Desgleichen so, das die Endfläche eines Querarmes in Π liegt.

Zeichne das Schaubild eines Schachbrettes.

II. Einen Halbzylinder zu zeichnen, dessen Stirnfläche in Π mit dem Durchmesser auf g liegt, aus dem Radius r und der Länge l. Aufl.: Der vordere Halbkreis (Figur 52), dessen Durchmesser AOB sei, behält seine Grösse bei. Die von A und B ausgehenden Kanten sowie die durch O gehende Axe laufen, weil senkrecht zu Π_1, zum Hauptpunkte H. Trägt man die Länge l auf g von A

aus als AE ab nnd zieht durch E die Gerade zum Distanzpunkte D_1, so trifft diese AH in D, dem Endpunkte der Kante (denn Winkel DEH ist in Wirklichkeit $= 45^0$!) Die durch D zu

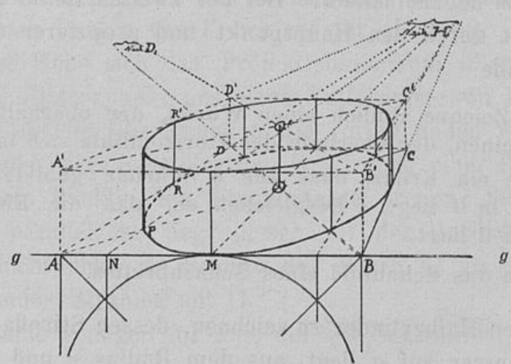


Figur 52.

$A\ B$ gezogene Parallele trifft $O\ H$ in Q, $B\ H$ in C. Die hintere Fläche wird der über $D\ C$ um Q beschriebene Halbkreis. Der äussere Umriss wird links durch die (auch durch H gehende) gemeinsame Tangente der Halbkreise gebildet.

Aufg.: Zeichne das Schaubild eines Zimmers, das 6 m lang und breit und 4 m hoch ist, wie es einem der Mitte der Hinterwand in 10 m Entfernung gegenüberliegenden Auge auf die Vorderwand abgebildet erscheint, 100fach verkleinert.

Zeichne einen Vollzylinder, der 24 mm von Π entfernt, auf Γ liegt, dessen Axe senkrecht zu Π ist, aus dem Radius $r = 20$ und der Länge $l = 70$ mm. Anweisung: Verlängere ihn zunächst bis an Π!



Figur 53.

III. Einen auf Γ stehenden Zylinder, der die Π berührt, aus dem Radius r und der Höhe h zu zeichnen. Aufl.: Wir konstruieren uns zunächst das Schaubild $A\ B\ C\ D$ desjenigen der Grundfläche umschriebenen Quadrates, dessen Seite auf g fällt, mitsamt den Diagonalen, und denjenigen Linien, die durch die Schnittpunkte jener mit dem Kreise gehen und senkrecht zu g laufen, indem wir das Lotbild (s. den unteren Teil der Figur) zu Hülfe nehmen. So finden wir, indem wir auch mit Hülfe des Diagonalen-Schnittpunktes O die Mitten der Seiten aufsuchen, 8 Punkte und 4 Tangenten des Schaubildes des Grundkreises, das hier eine Ellipse darstellt (jedenfalls aber ein Kegelschnitt sein muss). Ähnlich finden wir das Bild des Deckkreises; dass die entsprechenden Punkte desselben senkrecht über denen des Grundkreises liegen, erleichtert die Auffindung. Der in Π fallende Punkt M^1 liegt in der Höhe h senkrecht über M, der Mitte von $A\,B$. Rechts und links wird der Umriss des Zylinders durch die beiden senkrechten Tangenten der Ellipsen begrenzt.

Aufg.: Einen geraden Kreiskegel, der mitten auf einer quadratischen Platte steht zu zeichnen.

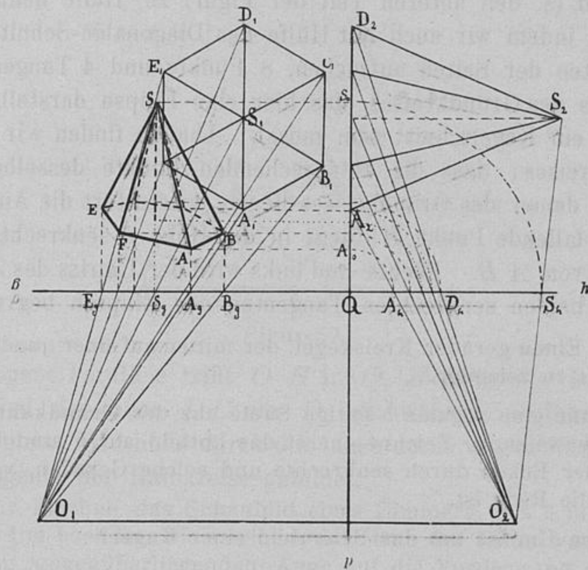
Zeichne eine regulär 5-seitige Säule aus der Grundkante a und Höhe h. Anweisung: Zeichne zuerst das Lotbild auf Γ und bestimme die Lage der Ecken durch senkrechte und solche Geraden, von denen in Satz 4 die Rede ist.

Welchen Umriss hat das Schaubild einer Kugel?

---

24. Andere Methode der Herstellung von Schaubildern.

Aus dem Grundriss und Seitenriss lässt sich ebenfalls leicht das Schaubild eines Körpers herstellen. Als Beispiel nehmen wir eine gerade sechsseitige Pyramide. Wir projizieren sie mitsamt dem Projektionszentrum, den Projektionsstrahlen und der Π auf Γ und erhalten so das Bild $A_1\,B_1\,C_1\,.\,.\,.\,S_1$, O_1 und die Grundlinie g. sowie die Strahlen $O_1\,A_1$, $O_1\,B_1$, ..., welche die g in A_g, B_g . . . S_g schneiden. Ebenso zeichnen wir uns den Seitenriss, den wir auch in Γ niederlegen, und erhalten die Punkte $A_2, B_2\,C_2\,.\,.\,.\,S_2$ und O_2, sowie die Strahlen $O\,A_2$ $O\,B_2$ . . ., welche die Schnittlinie h der Seitenrissebene E mit Π in A_h, B_h . . . S_h schneiden. Denken wir uns nun die Π in g senkrecht errichtet, so liegt z. B. das Bild der Spitze S senkrecht über S_g und in der Höhe $Q\,S_h$ über g, wenn Q der gemeinsame Schnittpunkt der drei Ebenen E Π, Γ ist. Errichten wir daher in S_g die Senkrechte in Π und ziehen im Abstande $Q\ S_h$ zu g die Parallele, so erhalten wir im Schnitt S dieser beiden Geraden das Bild der Spitze in Π. Wir haben hier auch die Π in die Γ niedergeklappt, um in einer Ebene



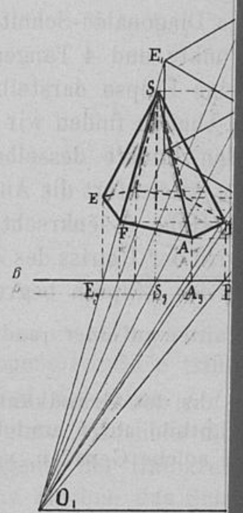
Figur 54.

zeichnen zu können, daher beschreiben wir mit $Q\ A_h$ um Q einen Kreis, der die Schnittlinie p von E und Γ in A_0 trifft und ziehen durch A_0 die Parallele zu g, die die in A_g erreichte Senkrechte in A trifft u. s. w. In den meisten Fällen wird man besser das Schaubild auf eine andere Stelle der Zeichenebene übertragen.

Aufg.: Stelle so das Schaubild einiger Körper her, deren Lotbild früher gezeichnet wurde.

Mit der umgekehrten Aufgabe, aus dem Schaubilde, z. B. aus dem Photogramm eines Gebäudes, den Grund- und Aufriss herzustellen, beschäftigt sich ein zur Zeit recht blühender Zweig der darstellenden Geometrie, die Photogrammetrie.

ziehen im Abstande $Q S_h$ z … m
Schnitt S dieser beiden Ge… Wir
haben hier auch die Π in d… ne



zeichnen zu können, daher … nen
Kreis, der die Schnittlinie … nen
durch A_0 die Parallele zu … hte
in A trifft u. s. w. In … ser
das Schaubild auf eine and… en.

Aufg.: Stelle so das… ren
Lotbild früher gezeichnet wu…

Mit der umgekehrten … aus
dem Photogramm eines G… er-
zustellen, beschäftigt sich … der
darstellenden Geometrie, di…

—