UEBER INTERFERENZ DES SCHALLES IN RÖHREN.

Für die Programmabhandlung eines Gymnasiums schien es mir wünschenswerth, dass dieselbe nicht nur Dinge enthalte, welche für den Physiker von Fach neu und von Interesse wären. Es war vielmehr mein Bestreben, den Stoff so zu behandeln, dass er auch für ein grösseres Publikum, namentlich für reifere Schüler, zugänglich würde. Daher wird es gerechtfertigt erscheinen, wenn ich vieles Bekannte aufgenommen und ausführlicher erläutert habe, als in einer rein wissenschaftlichen Arbeit angemessen wäre. Es gilt dies ganz besonders von der Einleitung und dem Anfang des I. Theiles, in welchen ich bemüht war, dem Leser eine Vorstellung von der Ausbreitung und Interferenz der Schallwellen zu geben. In dem weiteren Verlaufe des I., sowie im II. Theil habe ich an die Mittheilung ebenfalls bekannter, aber grossentheils erst in der neueren Zeit gefundener Resultate, namentlich der Arbeiten von Kundt und Quincke, die Beschreibung einiger eigner Versuche angeschlossen, die mir bisher noch nicht für die Veröffentlichung geeignet erschienen.

Die Anregung dazu verdanke ich hauptsächlich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Quincke in Würzburg, welchem ich auch an dieser Stelle meinen wärmsten Dank aussprechen möchte.

Bei den theoretischen Betrachtungen zu Ende des II. Theiles und der daran geknüpften Rechnung war ich ebenfalls bemüht, die Darstellung so zu geben, dass sie einem begabteren Schüler noch verständlich sein könnte. Ist dieser Zweck nicht vollkommen erreicht, so möge der Leser die Rechnung (61—64) überschlagen, die Resultate derselben als richtig hinnehmen und bei der Beschreibung der Versuche (65 oder 70), oder bei den weiteren Fragen nach den Dimensionen der Interferenzapparate (73) die Lectüre fortsetzen. Eine wesentliche Lücke wird auch nicht entstehen, wenn er dieselbe von 58 an ganz abbricht, denn die von dort an behandelten Fragen sind für den Laien von geringerem Interesse.

Sollten die folgenden Blätter bei einem oder dem anderen Leser Interesse und Theilnahme für die Sache erwecken, und ihn zum weiteren Studium physikalischer Fragen anregen, sollte vielleicht auch einer oder der andere Herr College hie und da verwendbare Gesichtspunkte für seinen Unterricht finden, so würden die Wünsche erfüllt sein, mit denen ich meine Arbeit begleite.

Berlin, Juli 1872.

A. Seebeck.

EINLEITUNG.

1. Ein Ton entsteht, wie durch unzählige Beobachtungen erwiesen ist, wenn ein Körper regelmässig, d. h. in gleichen Zeitintervallen hin- und herschwingt, und wenn die Zeit, welche zu einer solchen Schwingung verbraucht wird, zwischen gewissen Grenzen liegt.

2. Die Höhe des Tones — auch dies ist durch eine grosse Anzahl von Versuchen unzweifelhaft geworden — ist um so bedeutender, je kürzer die Schwingungsdauer ist, d. i. die Zeit, welche der Körper zu einem Hin- und Hergang braucht.

Man legt hier, wie bei den meisten physikalischen Fragen die Secunde als Zeiteinheit zu Grunde und nennt die Zahl, welche angiebt, wie oft der tönende Körper sich in einer Secunde hin und her bewegt, seine Schwingungszahl.

Die Schwingungsdauer T und Schwingungszahl n eines tönenden Körpers werden demnach, wenn erstere nach Secunden gemessen ist, in der einfachen Beziehung zu einander stehen, dass

$$T = \frac{1}{n} \text{ oder } n = \frac{1}{T}.$$

Von der Schwingungszahl also wird es abhängen, ob die Bewegung des Körpers überhaupt einen Ton hervorbringt, und welche Höhe derselbe besitzt. Die tiefsten Töne, die unser Ohr als solche noch aufzufassen im Stande ist, haben die Schwingungszahlen 30—40, die höchsten 36000 und darüber.[1])

3. Die Schwingungen des tönenden Körpers theilen sich der umgebenden Luft mit, indem der sich bewegende Körper die Lufttheilchen zusammendrückt, auf welche er stösst, während er bei der entgegengesetzten Bewegung die Lufttheilchen nach sich ziehen muss, weil durch sein Zurückweichen eine Verdünnung der Luft entsteht.

---

[1]) Helmholtz, die Lehre von der Tonempfindung, II. Abth. 9 Abschn. Despretz, Comptes rendus de l'Académ. de France, Tome XX. p. 1214. — Pogg. Ann. Bd. 65. S. 440.

Es werden also zunächst die benachbarten Theile der Luft in die gleiche periodische Hin- und Herbewegung versetzt werden, wie der tönende Körper selbst. Diese aber werden in ganz gleicher Weise auf die weiterliegenden wirken und diese auf die noch weiteren, kurz die Bewegung des tönenden Körpers muss sich der Luft nach allen Seiten hin mittheilen und dieselbe ebenfalls in eine schwingende Bewegung versetzen. Schliesslich wird die Bewegung auch das Trommelfell unseres Ohres treffen und wird mit diesem die weiteren Gehörorgane in Schwingung versetzen, wodurch uns die Empfindung des Hörens entsteht.

4. Die Figur 1. kann uns den Vorgang etwas anschaulicher machen. Unter den Punkten a, b, c, d, e, ... denken wir uns Lufttheilchen. Die Lage derselben in verschiedenen Zeitmomenten ist hier so dargestellt, dass dem neuen Zeitmoment immer eine neue Horizontalreihe der Punkte entspricht.

Die erste Reihe würde die Ruhelage darstellen. Durch einen tönenden Körper wird nun das Theilchen a in eine schwingende Bewegung versetzt und geht zunächst in die Lage a_2, dann in die Lage a_3 über; dann bewegt es sich wieder zurück in die Lage a_4; in der Lage a_5 ist es wieder in der früheren Gleichgewichtslage angelangt, bewegt sich aber nun ebenso, wie der tönende Körper nach der entgegengesetzten Seite hin und durchläuft die Punkte, deren Ablenkung vom Gleichgewicht durch a_6, a_7, a_8 dargestellt ist. Von a_9 aus beginnt dann die frühere Bewegung von neuem. Die Zeit, die verflossen ist, während das Lufttheilchen die verschiedenen Lagen zwischen a_1 und a_9 durchlaufen hat, würde die Schwingungsdauer (T) sein.

Ist das Lufttheilchen a in die Lage a_2 gekommen, so ist es dem Theilchen b so nahe gerückt, dass auch dieses vermöge der Elasticität der Luft vorwärtsgetrieben wird, d. i. durch die Kraft, welche eine Annäherung der Lufttheilchen zu hindern strebt, und welche nach dem Mariotte'schen Gesetz proportional mit der Dichtigkeit der Luft wächst. Das Theilchen b nimmt nun eine Bewegung an, welche der von a vollkommen entsprechend ist, nur durchläuft es nicht, wie a, die Ruhelage in den Momenten, die den Reihen 5, 9, 13, 17 u. s. w. entsprechen, sondern ist in seiner Bewegung, so zu sagen, um ein Geringes gegen a im Rückstand, so dass es in seine Ruhelage in den Momenten kommt, die den Reihen 6, 10, 14 u. s. w. entsprechen.

Das Theilchen b wirkt nun wieder ganz so auf c und dieses auf d u. s. w., wie a auf b wirkte und nach und nach werden alle Theilchen in die gleiche pendelartige Bewegung versetzt werden, jedoch so, dass die immer weiter entfernten auch immer mehr gegen a im Rückstand sind, wie dies an der Figur leicht zu ersehen ist.

5. Diese Uebertragung der Bewegung wird aber, da sich jeder Druck in der Luft nach allen Seiten hin gleichmässig fortpflanzt, nicht nur nach einer, sondern nach

allen Richtungen hin gleichmässig stattfinden. Durch einen tönenden Körper werden also nach allen Seiten hin diese Bewegungen erzeugt werden, die man Wellenbewegungen nennt, weil sie in der That den Bewegungen, durch welche die Wellen einer Flüssigkeit entstehen in hohem Grade ähnlich sind. Auch dort schwingen die Flüssigkeitstheilchen um ihre Gleichgewichtslage und bewegen sich nicht etwa — wie es der oberflächlichen Beobachtung scheinen könnte — einseitig nach einer Richtung hin. Wie aber dort die Berge und Thäler der Welle wirklich vorwärts schreiten, so schreiten auch in der Luft die Verdichtungen und Verdünnungen derselben wirklich vorwärts. Das zeigt ein Blick auf unsere Fig. 1. In der Reihe 2 sehen wir die Theilchen *a* und *b* näher aneinander, als es die normale Lage verlangt. Diese Verdichtung reicht in dem Moment, welchem die Reihe 3 entspricht, schon bis *c*, im Moment 4 bis *d*, im Moment 5 bis *e* u. s. w. Wo wir von *a* eine neue Verdichtung ausgehen sehen, in der Reihe 9, ist die erste bis zum Theilchen *i* gelangt; Dazwischen aber sehen wir auch Verdünnungen sich vorwärts bewegen. Die Entfernung zwischen *a* und *b* geht über den normalen Abstand hinaus in den Reihen 4, 5, 6, 7 und hat zwischen 5 und 6 ihr Maximum. Der Abstand zwischen *b* und *c* hat zwischen den Reihen 6 und 7, der von *c* und *d* zwischen 7 und 8 sein Maximum u. s. w. Wenn eine neue Verdünnung von *a* ausgeht, ist auch die erste um ein bestimmtes Stück weiter fortgeschritten. Kurz wir sehen, dass die pendelartige Bewegung der einzelnen Theilchen eine Reihe von Verdichtungen und Verdünnungen hervorbringen, die in denselben Zeitintervallen einander folgen, in welchen die Bewegungen jedes einzelnen Theilchens vor sich gehen. Wenn wir daher künftig von einer Schallwelle reden, so werden wir uns dabei oft dieser Vorstellung bedienen, dass dieselbe durch eine Fortbewegung von Verdichtungen und Verdünnungen hervorgebracht wird, die in bestimmten Zeitintervallen einander folgen, derart, dass die Zeit zwischen einem Maximum der Verdichtung und einem solchen der Verdünnung gleich der halben Schwingungsdauer des Tones ist, während zwischen dem Eintreffen zweier Verdichtungen eine Zeit verfliesst, die der ganzen Schwingungsdauer entspricht.

In Bezug auf die Fig. 1 braucht kaum besonders bemerkt zu werden, dass in Wirklichkeit die Lufttheilchen viel näher bei einander liegen, auch dass ihre Abweichung von der Gleichgewichtslage keineswegs so bedeutend ist, wie es die Figur andeutet, sondern um Vieles geringer, wenigstens bei musikalischen Tönen. Die Figur soll auch nicht das Abbild einer wirklichen Tonwelle sein, sondern nur eine ungefähre Vorstellung von dem Vorgange geben.

6. Die verschiedenen Lagen, welche einem schwingenden Theilchen zu verschiedenen Zeiten zukommen, nennt man die Phasen seiner Bewegung.

Die grössten Abweichungen von der Ruhelage, also z. B. für das Theilchen a die Lagen a_3 und a_7, bestimmen seine Amplitude, und je grösser die Amplitude einer solchen schwingenden Bewegung ist, um so stärker wird dadurch auch unser Trommelfell — und mit ihm die weiteren Organe des Ohres — in Bewegung versetzt werden, d. h. um so stärker werden wir auch den Ton empfinden. Eine eingehendere Betrachtung ergiebt, dass die Tonstärke proportional dem Quadrat der Amplitude ist, also das 4-, 9-, 16fache u. s. w. wird, wenn die Amplitude verdoppelt, verdreifacht vervierfacht wird u. s. w.

7. Man ist gern zu der Vorstellung geneigt, als müsste mit zunehmender Amplitude auch die Schwingungsdauer zunehmen, so dass hiernach z. B. dieselbe Claviersaite bei schwachem Anschlag einen höheren Ton geben müsste, als bei starkem, weil man meint, sie müsste mehr Zeit gebrauchen, um den grösseren Weg zurückzulegen, welcher der grösseren Amplitude entspricht. Diese Meinung ist indessen wenigstens dann irrig, wenn die Amplitude gewisse Grenzen nicht überschreitet. Eine eingehende Begründung dieser durch die Erfahrung nachgewiesenen Thatsache würde hier zu weit führen, doch erinnert man sich der ganz analogen Erscheinung beim Pendel; die Schwingungsdauer des Pendels ist unabhängig von der Grösse des Bogens, d. i. von der Amplitude der Bewegung, wenn jener Bogen eine gewisse Grösse nicht überschreitet. Die Bewegungen eines tönenden Körpers sind aber, wie schon früher bemerkt wurde, denen eines Pendels durchaus analog, nur dass die treibende Kraft nicht die Schwerkraft, sondern die Elasticität des schwingenden Körpers ist und dass die Bewegungen in viel kürzerer Zeit erfolgen. Bei grösseren Bogen finden wir beim Pendel auch eine Zunahme der Schwingungsdauer mit der Amplitude, und die analoge Erscheinung ist auch bei tönenden Körpern, z. B. bei Stimmgabeln wahrzunehmen, welche, stark angeschlagen, im ersten Moment einen etwas tieferen Ton geben, als nachher, d. h. welche bei sehr grosser Amplitude eine etwas grössere Schwingungsdauer haben.

8. Kehren wir zurück zu der Ausbreitung eines Tones durch die Luft, so ist klar — und in den vorhergehenden Betrachtungen stillschweigend angenommen — dass dazu eine gewisse Zeit erforderlich sein wird. Auch das macht uns Fig. 1. anschaulich: die Verdichtung, die von dem Theilchen a ausgegangen, ist bis e fortgeschritten, wenn bei a die entgegengesetzte Bewegung beginnt, und in der Reihe 9, wo a seine frühere Bewegung von neuem beginnt, sehen wir die erste Verdichtung bis i fortgeschritten. In der Reihe 17, wo das Theilchen a zum dritten Mal seine Bewegung vorwärts beginnt, ist die erste Verdichtung wieder um ein gleiches Stück bis r, die zweite bis i fortgeschritten, und so werden die Verdichtungen und Verdünnungen sich immer in gleichen Abständen folgen.

Diese Abstände *ai*, *ir* u. s. w. nennt man die Wellenlänge des Tones, der bei *a* entsteht. Eine Wellenlänge drückt danach aus den Weg, welchen eine Verdichtung der Luft (oder des anderen Mediums, in welchem sich der Ton fortpflanzt) in der Zeit eines Hin- und Herganges des tönenden Körpers zurücklegt.

9. Die Grösse der Wellenlänge wird nun offenbar von zweierlei abhängen:
   1. von der Schnelligkeit, mit welcher die Stösse aufeinander folgen, d. h. von der Schwingungsdauer oder Schwingungszahl.
   2. von der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Bewegung von einem Lufttheilchen zum anderen überträgt.

Erfolgen die Schwingungen des tönenden Körpers, z. B. der Zinken einer Stimmgabel, in einem Falle mit der doppelten (dreifachen, vierfachen u. s. w.) Geschwindigkeit, wie in einem anderen Falle, so wird die Bewegung, welche der erste Stoss verursachte, nur um die Hälfte (resp. ein Drittel, Viertel u. s. w.) des Weges fortgeschritten sein beim Eintreten des zweiten Stosses; d. h. die Wellenlänge wird um so kleiner sein, je grösser die Schwingungszahl, oder, was dasselbe sagt, je kleiner die Schwingungsdauer des Tones ist.

10. Von der Schwingungsdauer unabhängig ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich eine Erschütterung von einem Lufttheilchen zum anderen überträgt. Je grösser aber diese Geschwindigkeit ist, um so weiter wird auch die Erschütterung fortgeschritten sein in der Zeit, welche zwischen zwei Stössen des tönenden Körpers liegt. Auch diese Geschwindigkeit führt man auf das Maass der Secunde zurück und nennt den Weg, den eine Erschütterung in einer Secunde zurücklegt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles oder auch die Schallgeschwindigkeit in der Luft (resp. in dem anderen Körper, in welchem die Ausbreitung der Schallwelle vor sich geht). Die Wellenlänge muss daher um so grösser sein, je grösser die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ist.

11. Fassen wir dieses Resultat mit dem vorherigen zusammen, so können wir sagen:

Die Grösse der Wellenlänge ist direct proportional mit der Schallgeschwindigkeit und auch direct proportional der Schwingungsdauer des Tones, oder, was dasselbe sagt: umgekehrt proportional der Schwingungszahl.

Man wird daher zwischen den hier berührten Grössen die Gleichung aufstellen können:

$$\lambda = v \, . \, T \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{v}{n} \,,$$

wo: λ die Wellenlänge,

v die nach gleichem Maasse gemessene Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles,

T und n, wie früher, die Schwingungsdauer und Schwingungszahl bedeuten.

In anderer Form würden die Gleichungen heissen:

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ oder } v = \lambda \, . \, n \quad \text{und}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \text{ oder } n = \frac{v}{\lambda} \, .$$

Von diesen drei Formen kommen namentlich die erste und zweite zur Anwendung. Mit Hülfe der ersten lässt sich die Wellenlänge bestimmen, wenn man die Schwingungszahl und die Schallgeschwindigkeit direct gemessen hat. Die zweite erlaubt eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeit, wenn man Schwingungszahl und Wellenlänge kennt. Die dritte endlich würde dazu dienen, die Schwingungszahl aus der Schallgeschwindigkeit und der Wellenlänge zu berechnen. Man hat aber sehr genaue Methoden zur directen Messung der Schwingungszahl; desshalb wird eine indirecte Bestimmung derselben aus Schallgeschwindigkeit und Wellenlänge kaum je zur Anwendung kommen.

12. Wie man die Schwingungszahl eines Tones mit Hülfe der sogenannten Sirene finden kann, wie man aus der Schwingungszahl eines Tones auch die eines anderen bestimmen kann, darauf näher einzugehen, würde hier zu weit führen. Es muss als gegebene Thatsache hingenommen werden, dass man die Schwingungszahlen sehr genau anzugeben im Stande ist, und dass in Bezug auf die Abhängigkeit der Tonhöhe von denselben folgendes gilt:

Die Tonhöhe steigt um eine Octave, wenn die Schwingungszahl verdoppelt wird, d. h. dem Intervall einer Octave entspricht das Verhältniss der Schwingungszahlen $1:2$; ebenso entspricht der reinen Quinte das Verhältniss $2:3$, der Quarte $3:4$, der Sexte $3:5$, der grossen Terz $4:5$, der kleinen Terz $5:6$ u. s. w.

Den Schwingungszahlen umgekehrt proportional sind aber, wie wir sahen, die Wellenlängen, daher wird der höheren Octave eines Tones eine halb so grosse Wellenlänge zukommen, der Quinte $\frac{2}{3}$, der Quarte $\frac{3}{4}$ derselben u. s. w.

13. Die directen Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit in der Luft, wie sie von verschiedenen Beobachtern, namentlich im Jahre 1822 durch Humboldt, Arago u. A.[1]), dann im Jahre 1823 durch Moll und Van Beek[2]) und in der neusten Zeit von

[1]) Annales de chim. et de phys. XX, 210.

[2]) Philos. Transactions for 1824, pt. II, p. 424. Beides auch in Poggendorff's Annalen Bd. V, S. 351, 469, 477. Daselbst sind auch die früheren Versuche über Schallgeschwindigkeit zusammengestellt.

Regnault[1]) gegeben worden sind, gründen sich auf eine Messung der Zeit, welche ein lauter Klang — meist der Knall einer Kanone — brauchte, um eine grössere, genau gemessene Entfernung zurückzulegen.

Auch hierauf können wir nicht näher eingehen, dagegen werden uns die Interferenzerscheinungen, auf welche wir demnächst zu sprechen kommen, ein Mittel zeigen, um Wellenlängen von Tönen und somit auch indirect die Schallgeschwindigkeit zu messen. Bevor wir indessen zu diesen Erscheinungen übergehen, haben wir noch einige Punkte zu berühren, welche uns gleichzeitig die Wichtigkeit der späteren Fragen klarer machen werden.

14. Es tritt uns, da wir von der Schallgeschwindigkeit gesprochen haben, die Frage entgegen: wovon hängt die Grösse derselben ab? — Es leuchtet ein, dass sie bedingt sein muss durch die Elasticität der Luft und durch die Dichtigkeit derselben, d. i. durch zwei Factoren, die auch untereinander wieder sich theilweise gegenseitig bedingen. Aus den Elasticitätsgesetzen ergiebt sich folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

wo v die Schallgeschwindigkeit,
e die Elasticität,
d die Dichtigkeit des betreffenden Körpers bedeutet.

Dieses Resultat, wonach bei 4-, 9-, 16- . . . . facher Grösse der Elasticität die Schallgeschwindigkeit 2-, 3-, 4- . . . . mal so gross sein muss, während sie nur die Hälfte, $^1/_3$, $^1/_4$ u. s. w. betragen würde bei einem Wachsthum der Dichtigkeit um das 4-, 9-, 16fache u. s. w., dieses Resultat müssen wir hier als richtig hinnehmen, obgleich man geneigt ist, zu glauben, dass bei zunehmender Dichtigkeit der Schall sich auch rascher ausbreiten müsse. In vielen festen Körpern sowohl, als in Wasser ist allerdings die Schallgeschwindigkeit grösser, als in der Luft, obwohl sie eine bedeutend grössere Dichtigkeit besitzen. Allein dies hat seinen Grund in der im Verhältniss noch bei weitem grösseren Elasticität dieser Körper.

15. Der Quotient $\frac{e}{d}$ ist innerhalb gewisser Grenzen — und diese werden bei der Bewegung, die einen Ton hervorbringt, nicht überschritten — constant, das lehrt uns das Marriotte'sche Gesetz, wonach die Elasticität proportional mit der Dichtigkeit zunimmt. Aber es gilt dieses nur, wenn die Temperatur unverändert bleibt. Bei gesteigerter Temperatur hat jeder Körper das Bestreben, sich auszudehnen, und auch der Luft kommt dasselbe in höherem Grade zu, wenn die Temperatur zunimmt. Dieses

[1]) Mém. de l'académie des sciences de l'institut impérial de France T. XXXVII.

Bestreben aber nennen wir ja eben die Elasticität, oder Expansionskraft der Luft; es wächst also die Elasticität der Luft mit der Temperatur, und daher muss auch der Werth $\sqrt{\frac{e}{d}}$, d. i. die Schallgeschwindigkeit mit der Temperatur zunehmen.[1])

16. Wo die Luft verdichtet ist, da tritt nun gleichzeitig eine Erwärmung derselben ein, wo sie verdünnt ist, eine Abkühlung, d. h. wenn die Luft sich in tönender Bewegung befindet, wird sie nicht überall gleichmässige Temperatur haben, sondern, wo sich Verdichtungen befinden, wird sie wärmer, wo Verdünnungen, kälter sein, als die Durchschnittstemperatur angiebt. Beides aber, sowohl die Erwärmung an den einen, als die Abkühlung an den anderen Stellen muss beitragen zur Vergrösserung der Schallgeschwindigkeit. Fixiren wir z. B. in Fig. 1 die Reihe 9, so wird die Expansionskraft zwischen den Theilchen a, b, c, sowie zwischen g, h, i ausser durch die grössere Dichtigkeit auch noch durch die Erwärmung vermehrt und zwischen den Theilchen c, d, e, f ausser durch die geringere Dichtigkeit auch noch durch die Abkühlung vermindert sein. Der Unterschied dieser beiden elastischen Kräfte wird also nicht nur durch die Differenz der Dichtigkeiten bewirkt, sondern auch durch die der Temperaturen noch vermehrt. Dieser Unterschied der elastischen Kräfte aber ist es ja, welcher die Bewegung der Lufttheilchen verursacht, durch welchen also die Fortpflanzung der Tonwelle bewirkt wird. Ist nun diese bewegende Kraft gesteigert durch jene Temperaturunterschiede, so muss durch dieselben auch die Geschwindigkeit gesteigert werden, mit welcher sich die Welle fortpflanzt; d. h. die Schallgeschwindigkeit in der Luft muss eine grössere werden, als man nach der vorher genannten, aus der Elasticitätstheorie gefundenen Formel:

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

erwarten sollte.

---

[1]) Genauer würde diese Zunahme zu bestimmen sein, wenn man berücksichtigt, dass unter der Voraussetzung constanter Dichtigkeit für die Elasticität der Luft die Gleichung gilt:

$$e_t = e_o\,(1 + a\,.\,t)$$

wo e_o die Elasticität bei $o°$,
e_t die Elasticität bei $t°$ der hunderttheiligen Scala,
a den sogenannten Ausdehnungscoefficienten der Luft bedeutet, dessen Werth gleich 0,003665 ist.

Bezeichnet man demnach mit v_t die Schallgeschwindigkeit bei $t°$, mit v_o die bei $o°$, so würde sich ergeben:

$$v_t = \sqrt{\frac{e_o\,(1 + a\,.\,t)}{d}} = v_o\,.\,\sqrt{1 + a\,.\,t}$$

und man hat also die bei $t°$ gemessene Schallgeschwindigkeit noch durch $\sqrt{1 + at}$ zu dividiren, um die Schallgeschwindigkeit bei $o°$ zu finden.

17. Newton hatte aus dieser Formel die Fortpflanzungsgeschwindigkeit berechnet und den Werth 916 Fuss bei 0° gefunden. Aber er hatte nur die Aenderung der Elasticität, welche durch die Dichtigkeitsänderung bewirkt wird, berücksichtigt, nicht die, welche ihren Grund in den Temperaturunterschieden hat, und so fiel dieser Werth um ein Bedeutendes (ungefähr um $^1/_6$) zu klein aus. Die Bemühungen, diese Differenz zu erklären, führten auf ziemlich künstliche Annahmen. La Place[1]) war es, der die Schwierigkeit löste und jene Erklärung gab.

18. Dächten wir uns, dass die Temperaturunterschiede in der Luft sich mit unendlicher Geschwindigkeit ausglichen, so würde jene Erwärmung oder Abkühlung an den verdichteten, resp. verdünnten Stellen keinen Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit haben können, denn es würde alsdann die Temperatur überall die constante Mitteltemperatur bleiben; die Schallgeschwindigkeit müsste also dann die von Newton berechnete sein. Dieser Ausgleich der Temperatur geschieht indessen durchaus nicht mit so grosser Geschwindigkeit.

Denken wir uns nun aber die Bewegung der Luft in einem geschlossenen Raume, etwa in einer Röhre, so könnten möglicherweise die Wände derselben diesen Ausgleich begünstigen und werden es thun, wenn ihre inneren Oberflächen die Wärme gut strahlen. Die Folge davon würde eine geringere Grösse der Schallgeschwindigkeit in einer solchen Röhre sein, als in der freien Luft.

Auf diese wichtige Frage, die ich hier zunächst nur andeuten wollte, kommen wir später wieder zurück.

1) Ann. de Chim. et Phys. III, 238.

ERSTER THEIL.

INTERFERENZ DURCH REFLEXION.

19. Treffen sich zwei oder mehrere Wellen, so weiss man — auch das muss hier als eine Thatsache hingenommen werden — dass sie sich ungestört und von einander unabhängig fortpflanzen, wenn sie nicht durch Bewegungen hervorgebracht sind, deren Stärke gewisse Grenzen überschreitet, d. h. wenn ihre Amplituden eine genügende Kleinheit besitzen.

An Wasserwellen hat Jedermann diese Beobachtung bereits gemacht und gesehen, wie z. B. die Wellenringe, welche durch zwei in das Wasser geworfene Steine um zwei Mittelpunkte gebildet werden, sich ungestört von einander ausbreiteten, wenn sie sich auch gegenseitig schnitten.

Diese Erscheinung tritt nicht nur auf, wenn die Wellen von gleicher Länge sind, sondern bei allen Wellen der verschiedensten Länge, wenn nur, wie schon gesagt, die Amplituden genügend klein sind. Es wird dadurch möglich, dass wir gleichzeitig verschiedene Töne und die mannichfaltigsten Geräusche zu hören im Stande sind. Denn das Ohr trennt in seiner Empfindung die verschiedenen Ursachen, welche die Bewegung des Trommelfells hervorbringen, ja es ist, wie Helmholtz[1]) gezeigt hat, so beschaffen, dass es in vielen Fällen sogar Bewegungen der Luft, die von einer einzigen Schallquelle ausgehen, so zerlegen kann, als ob mehrere schwingende Körper den Ton hervorgebracht hätten, wenn nur die Bewegung eine derartige ist, dass sie von mehreren schwingenden Körpern herrühren könnte.

20. Jedes Lufttheilchen hat in dem Falle, dass es von mehreren Wellen getroffen wird, eine Bewegung, welche gleich ist der Resultante aller Bewegungen, die ihm in Folge aller der verschiedenen Töne (resp. Geräusche) zukommen.

Es ist klar, dass die Bewegung eines solchen Lufttheilchens desshalb nicht nothwendig eine besonders starke zu werden braucht. Denn die verschiedenen Bewegungen

---

[1]) Helmholtz, die Lehre von der Tonempfindung, I. Abth. 4. Abschn.

können nach verschiedenen Richtungen geschehen, so dass die Resultante sogar gleich Null werden kann, z. B. wenn sie von zwei gleichen aber entgegengesetzten Componenten herrührt. Es ist sogar möglich, dass dieses nicht nur in einem bestimmten Moment der Fall ist; ein Lufttheilchen kann auch immer in Ruhe sein, wenn es durch zwei Wellen in Bewegung gesetzt wird, die ihm immer gleiche aber entgegengesetzte Geschwindigkeit zu geben suchen. Dieser Fall aber kann nur dann eintreten, wenn beide Bewegungen mit derselben Periodicität erfolgen, d. h. wenn sie beide derselben Tonhöhe entsprechen.

21. Ist diese Bedingung erfüllt, gehen also von zwei Punkten Schallwellen aus von gleicher Wellenlänge (d. i. ja von gleicher Tonhöhe), so wird es auch solche Punkte geben können, die immer in Ruhe sind, während andere, auf welche die Bewegung der beiden Wellen nicht im entgegengesetzten, sondern im gleichen Sinne wirkt, eine Bewegung ausführen werden, welche die doppelte Amplitude hat, wie die einfachen Tonwellen für sich.

Man bezeichnet diese Erscheinung mit dem Namen Interferenz und sagt: die beiden Wellen interferiren. Nicht nur beim Schall, sondern bei allen Arten von Wellen treten solche Interferenzerscheinungen auf; namentlich spielen sie in der Lehre vom Lichte eine höchst wichtige Rolle, da auf sie vor allem sich unsere Vorstellung gründet, dass auch das Licht durch Wellenbewegungen erzeugt wird.

22. Man würde das Auftreten von Interferenzerscheinungen also bewirken können, wenn man von zwei Punkten Schallwellen von gleicher Tonhöhe ausgehen liesse. Anstatt einer doppelten Tonquelle aber genügt auch eine einfache, wenn man aus derselben auf irgend eine Weise zwei Wellenzüge herstellen kann.

Es kann dies geschehen, indem man den Ton von einer Wand reflectiren lässt. Dann trifft die reflectirte Tonwelle mit der directen zusammen und es entstehen Interferenzen.

Denken wir uns nämlich, eine Schallwelle von A herkommend (s. Fig. 2) träfe die feste Wand RR_1, so wird durch die Wand die Bewegung der unmittelbar davorliegenden Lufttheilchen aufgehoben. Diese Wirkung würde auch erzielt werden, wenn von R aus in jedem Moment die entgegengesetzte Bewegung ausginge, wie die ist, welche das daselbst befindliche Lufttheilchen in Folge der von A herkommenden Welle hat, d. h. wir haben eine Wirkung, als ob R der Ausgangspunkt einer zweiten Welle von gleicher Wellenlänge und gleicher Amplitude wäre, deren Phasen im Punkte R denen der ursprünglich von A kommenden Welle entgegengesetzt sind.

23. Die Wirkungen dieser reflectirten Welle, wie man sie nennt, können wir uns am besten an den Figuren 2 und 3 klar machen.

Fig. 2 zeigt uns in den durch schwarze Linien verbundenen Punkten ganz ähnlich, wie früher Fig. 1, die Lage der Lufttheilchen, welche sie in Folge der directen Welle haben würden. Die durch rothe Linien verbundenen Punkte dagegen deuten die Lage der Lufttheilchen an, welche ihnen in Folge der bei RR_1 reflectirten Welle zukommt. Die entsprechenden Lufttheilchen sind mit gleichen Buchstaben bezeichnet und daher wird die Figur ohne Schwierigkeiten verständlich sein.

Fig. 3 stellt die Lage der Lufttheilchen in verschiedenen Zeitmomenten dar, wie sie durch das Zusammenwirken der directen und reflectirten Welle herbeigeführt wird. Die Lage eines solchen Punktes in Fig. 3 wird man also immer finden können aus Fig. 2, indem man die Ablenkungen vom Gleichgewicht addirt, die ihm in Folge der beiden einzelnen Wellen zukommen, natürlich mit Berücksichtigung des Vorzeichens der Ablenkung, so dass eine solche nach rechts mit entgegengesetztem Zeichen zu nehmen ist, wie eine nach links. Die Punkte a, c, e, g, i, l, n, p, r in Fig. 3 entsprechen den gleichnamigen in Fig. 2. Für die zwischenliegenden Punkte b, d, f, etc. sind in Fig. 2 die Lagen nicht fixirt, weil dadurch diese Figur an Klarheit und Uebersichtlichkeit verlieren würde.

24. Wir ersehen aus diesen Figuren, dass gewisse Punkte, nämlich a, i, r immer so von den beiden Wellen getroffen werden, dass deren Wirkung auf sie gleich und entgegengesetzt ist, d. h. dass diese Punkte immer in Ruhe bleiben müssen; man nennt diese Stellen Knoten. Dazwischen liegen andere Punkte e und n, in denen sich die Wirkungen der beiden Wellen summiren, die sich also in Folge dessen in der lebhaftesten Bewegung befinden und eine doppelt so grosse Amplitude haben, als die ist, welche ihnen durch die einfachen Wellen zukäme; diese Stellen nennt man Bäuche.

Zwischen den Knoten und Bäuchen liegen dann minder bewegte Punkte, und zwar ist ihre Bewegung um so geringer, je näher sie den Knotenpunkten liegen, wie dies aus Fig. 3 leicht zu ersehen.

Eine derartige Bewegung nennt man eine stehende Welle, weil die Stellen der geringsten, sowie die der stärksten Bewegung gewissermaassen feststehend sind.

25. Betrachtet man die beiden Figuren genauer, so erkennt man ferner, dass der Abstand der beiden Punkte a und i, sowie der von i und r, d. i. also der Abstand zweier Knotenpunkte gleich einer halben Wellenlänge ist, und dass die Punkte e und n, welchen die Bäuche entsprechen, in ihrer Ruhelage gerade in der Mitte zwischen die Knoten zu liegen kommen, d. h. dass die Abstände der Bäuche von den Knoten gleich einem Viertel der Wellenlänge sind. Nun fällt die reflectirende Wand RR_1 zusammen mit einem Knotenpunkt, also müssen auch in den Entfernungen

$\frac{\lambda}{2}$, $2\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$ u. s w. (wo λ, wie früher die Wellenlänge bedeutet) Knotenpunkte liegen, während in den Abständen $\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, $5\frac{\lambda}{4}$ u. s. w. Bäuche liegen. Man kann dieses Resultat so ausdrücken:

Durch die Reflexion, welche eine Schallwelle an einer Wand erfährt, wird eine stehende Welle erzeugt, deren Bäuche um ungerade Vielfache, deren Knoten um gerade Vielfache einer Viertelwellenlänge von der reflectirenden Wand entfernt sind.

26. Wir haben bisher nur auf die Bewegung der Lufttheilchen Rücksicht genommen. Es fragt sich nun, wie sich die Dichtigkeit oder der Druck der Luft an den verschiedenen Stellen einer stehenden Welle gestaltet. Da finden wir, dass der grösste Wechsel an den Knoten, d. i. an den Stellen grösster Ruhe, vor sich geht, während an den Stellen lebhaftester Bewegung, an den Bäuchen, die Dichtigkeit nahezu constant ist. Auch dieses ist aus Fig. 3 ersichtlich: In den Momenten, welchen die Reihen 1, 9, 17 entsprechen, befinden sich alle Theilchen in ihrer Gleichgewichtslage, es herrscht also überall normale Dichtigkeit. Dazwischen sind es die Reihen 5 und 13, wo wir die grössten Unterschiede an Dichtigkeit erkennen. Wir finden in der Reihe 5 bei a und r ein Maximum der Verdünnung, bei i ein Maximum der Verdichtung und umgekehrt in der Reihe 13 bei a und r Maxima der Verdichtung, bei i ein solches der Verdünnung. An den Stellen dagegen, an welchen die Bäuche liegen, in den Linien ee und nn herrscht immer die normale Dichtigkeit.

27. Man kann zu diesem Resultat auch durch eine etwas andere Betrachtungsweise kommen, indem man sich nämlich denkt, dass an der festen Wand RR_1 jede Verdichtung als Verdichtung und jede Verdünnung als Verdünnung wieder zurückgeworfen wird. (Dass man zu dieser Vorstellung berechtigt ist, kann man sich mit Hülfe der Fig. 2 klar machen). Kommt nun bei R eine Verdünnung der directen Welle an, so ist die ihr nachfolgende Verdichtung erst bis i gelangt (s. Fig. 2 d. Linien AR), weil die Entfernung ia einer halben Wellenlänge entspricht. Bewegt sich nun von R aus die Verdünnung zurück, so wird sie in der Mitte zwischen i und a, d. i. bei e, mit jener Verdichtung zusammentreffen; beide zusammen aber werden hier die normale Dichtigkeit wieder herstellen. Ist die reflectirte Verdünnung dagegen bis zum Punkt i gekommen, d. h. ist die Zeit einer halben Schwingungsdauer seit der Reflexion verflossen, und mithin die ganze Schwingungsdauer, seit diese Verdünnung, noch der directen Welle angehörig, sich in i befand, so wird nun die nächste Verdünnung der directen Welle auch nach i gelangt sein, und beide werden sich daher an dieser Stelle gegenseitig verstärken. Ganz ebenso werden sich die directen und

reflectirten Verdichtungen, die alsdann nach Verlauf einer halben Schwingungsdauer nach i kommen, gegenseitig verstärken. Was wir aber hier von den Stellen e und i gefunden haben, das lässt sich ganz analog auch für die anderen Punkte nachweisen, die wir vorher Bäuche, resp. Knoten genannt hatten.

28. Ich hebe das gefundene Resultat noch einmal hervor, da es uns im Folgenden immer als Ausgangspunkt dient:

1. An den Punkten, welche um gerade Vielfache der Viertelwellenlänge des Tones von der reflectirenden Wand entfernt sind, liegen Stellen geringster Bewegung und grösster Aenderung der Dichtigkeit oder des Druckes, — sogenannte Knoten.
2. An den Punkten, welche um ungerade Vielfache der Viertelwellenlänge des Tones von der reflectirenden Wand entfernt sind, liegen Stellen stärkster Bewegung und geringster Aenderung der Dichtigkeit oder des Druckes, — sogenannte Bäuche.

Anmerkung. Es ist hier immer vorausgesetzt worden, die Amplituden der reflectirten Welle seien ebenso gross, wie die der directen. Streng genommen ist dies nicht richtig, weil ein Theil der Bewegung immer an die reflectirende Wand übertragen wird, wir uns also den Vorgang so zu denken haben, dass von der Wand RR_1 eine Welle ausgeht, deren Phasen in R denen der directen Welle entgegengesetzt sind, deren Amplitude aber etwas kleiner ist.

29. Die Richtigkeit der obigen Sätze über stehende Wellen ist durch Versuche von N. Savart[1]) und von meinem Vater[2]) nachgewiesen worden. Savart suchte mit dem Ohr die Knoten einer stehenden Schallwelle zu bestimmen, welche in der vorher angedeuteten Weise durch Reflexion an einer Wand entstanden war. Er gelangte dabei auf Resultate, die mit der Theorie scheinbar nicht im Einklang waren. Mein Vater zeigte indessen später, dass diese scheinbare Abweichung eben daher rühre, dass die Beobachtungen mit dem Ohr angestellt wurden und fand die Theorie bestätigt, indem er statt des Ohres eine auf den Ton abgestimmte Membran einführte, deren starke oder schwache Bewegung durch ein kleines daran aufgehängtes Pendelchen angezeigt wurde. Ihn führte die Erklärung des scheinbaren Widerspruches in Savart's Experimenten zu interessanten Versuchen über die Beugung des Schalles, auf die wir indessen hier nicht näher eingehen, zumal sich gegen die Schlüsse, welche mein Vater aus seinen Beobachtungen zog, Bedenken erheben lassen.

30. Die genannten Versuche waren im freien Raum angestellt. Dass auch

1) Ann. de chim. et de phys. (3) T. 14, p. 385. — Pogg. Ann. Bd. 66. S. 374.

2) Progr. der techn. Bildungsanst. Dresden 1843, 8°. — Pogg. Ann. Bd. 59, S. 177, Bd. 67, S. 145, Bd. 68, S. 465.

in Röhren der Vorgang ein analoger ist, ergiebt sich zunächst schon aus den verschiedensten Resonanzerscheinungen.

Hat man eine an einem Ende geschlossene Röhre, so wird die Luft in derselben dann am leichtesten in tönende Schwingung versetzt werden, wenn die Wellenlänge des betreffenden Tones so beschaffen ist, dass an der Oeffnung bei lebhaftester Bewegung die Dichtigkeitsänderung ein Minimum ist, während an dem geschlossenen Ende eine Stelle geringster Bewegung, aber grösster Dichtigkeitsänderung liegt. Diese Bedingungen sind nach unserer vorher angestellten Betrachtung am vollkommensten dann erfüllt, wenn die Länge der Röhre eine Viertelwellenlänge, oder ein ungerades Vielfaches derselben beträgt. Erklingt in diesem Falle ausserhalb der Ton, so wird die in die Röhre eintretende Welle an dem geschlossenen Ende reflectirt und es entsteht eine stehende Welle, von welcher ein Bauch an der Oeffnung der Röhre liegt. Diese stehende Welle setzt eine grössere Luftmasse in Bewegung, als es der schwingende Körper für sich that, und daher muss der Ton durch eine solche Röhre verstärkt werden. Man nennt daher eine solche Röhre eine Resonanzröhre und sagt, sie verstärke den Ton durch Resonanz.

31. Das Experiment bestätigt diese Betrachtung. Denn einmal wird ein bereits wahrnehmbarer, nur noch schwacher Ton, z. B. der einer Stimmgabel, durch eine solche Röhre von der Länge $\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, $5\frac{\lambda}{4}$ u. s. w. bedeutend verstärkt, namentlich wenn die Röhre nicht zu eng ist, so dass die in Mitschwingung versetzte Luftmasse nicht zu gering ist. Man kann aber weiter mit einer solchen Röhre den Ton sogar erzeugen, oder richtiger: ihn aus einem unklaren Geräusch deutlich heraustreten lassen.

Ein Geräusch nämlich entsteht ebenfalls durch Schwingungen der Luft, nur sind dieselben viel unregelmässiger, als die, welche einen musikalischen Ton hervorbringen. Solche unregelmässige Schwingungen aber kann man sich auch durch das Zusammentreffen einer grossen Menge regelmässiger Schwingungen von sehr verschiedener Schwingungszahl entstanden denken, oder man kann sich rein mechanisch die unregelmässigen Schwingungen, welche ein Geräusch verursachen, in eine Summe von Schwingungen einfacher Töne sehr verschiedener Höhe zerlegt denken. Hat man nun einen Apparat, um einzelne dieser vielen Schwingungen zu verstärken, so wird man die betreffenden Töne aus dem Geräusch heraushören; ja ihre Stärke kann so gross werden, dass das Geräusch dagegen verschwindet. Dergleichen Apparate aber sind eben Röhren, wie wir sie vorher angenommen haben.

Ich kann hier an eine Menge bekannter Thatsachen erinnern. Bläst man gegen den Rand einer unten geschlossenen Röhre, so ist das hierdurch entstehende Geräusch vollkommen ausreichend, um auch den Ton zu enthalten, dessen Viertelwellenlänge gleich der Länge der Röhre ist, und daher erklingt dieser Ton laut und deutlich; bei stärkerem Anblasen und namentlich bei langen Röhren kann man aber auch die Töne erhalten, deren Viertelwellenlängen nur der dritte, fünfte Theil u. s. w. der Röhrenlänge sind, d. h. die Quinte der Octave, die Terz der zweiten Octave u. s. w.

Hierauf beruht das Pfeifen auf hohlen Schlüsseln, ferner die sogenannte Pansflöte oder Papagenopfeife, die aus einer ganzen Reihe solcher Röhren von verschiedener Länge besteht und daher auch verschieden hohe Töne giebt. Es ist vielleicht auch manchem Leser noch erinnerlich, welche schönen, tiefen, glockenartigen Töne ihm aus dem lärmenden Geräusch der Strassen erklangen, wenn er das Ohr an die Oeffnung einer der Kanonen hielt, die im vorigen Jahre die via triumphalis zierten, durch welche unser siegreiches Heer in die Kaiserstadt einzog, und das Entstehen dieser Töne wird ihm nach dem oben Gesagten klar sein. Gerade bei diesen Kanonen konnte man deutlich nicht nur einen, sondern eine ganze Reihe von Tönen durcheinander klingen hören, und hierin hauptsächlich lag der Grund, warum der Klang dem einer tiefen Glocke so ähnlich war; denn auch eine solche lässt eine grosse Menge von Nebentönen vernehmen, so dass es mitunter schwer ist, den eigentlichen Grundton zu fixiren.

Auch die Töne der gedackten Labialpfeifen an Orgeln, und ebenso die der gewöhnlichen Hundepfeifen entstehen auf die angedeutete Weise. Es wird bei ihnen der Luftstrom an einer scharfen Kante vorbeigeführt und durch die Reibung an derselben entsteht das Geräusch, aus welchem sich der Ton durch die Resonanz der Röhre heraushebt.

Etwas Aehnliches ist auch das Sausen, welches man hört, wenn man grössere Schneckenhäuser und dergleichen Hohlkörper vor das Ohr hält. Auch hier wird das Geräusch, welches in der Umgebung vorhanden ist, theilweise durch diese Hohlräume unterstützt; nur hat man da keine einfache Röhre, deren Länge auch die Viertelwellenlänge des Tones giebt, sondern man hat einen Hohlraum, von welchem sich schwer a priori wird sagen lassen, welche Töne er besonders verstärkt, bei welchem diese Töne auch sehr verschiedener Art und namentlich in hohem Grade gegen einander unharmonisch sein können, so dass kein klarer Ton heraus klingt, sondern ein Sausen, in welchem nur der eine oder der andere Ton besonders vorwiegt. Derartige Hohlräume sind u. A. auch die sogenannten Brummkreisel.

Auch die Mundhöhle wird bei verschiedenen Vocalen sehr verschieden gestellt und daher entstehen neben dem Ton, welchen die Stimmbänder hervorbringen, auch noch Nebentöne durch die Resonanz der Mundhöhle, welche nach den interessanten

Versuchen von Willis[1]), Helmholtz[2]), u. A. eben das Charakteristische der Vocale ausmachen[3]).

Man nennt die Töne, welche in dieser Weise durch Resonanz unterstützt werden, die Eigentöne des betreffenden Hohlraumes.

32. Ich will an dieser Stelle zu bemerken nicht unterlassen, dass auch beiderseits offne Röhren solche Eigentöne haben. Dieselben sind so beschaffen, dass die Länge der Röhre einer halben Wellenlänge des betreffenden Tones entspricht, oder einem Vielfachen derselben. Erklingt an dem einen Ende (A) der Röhre ein Ton, so wird eine Verdichtung (resp. Verdünnung) am anderen Ende (B) angelangt, dort ausgeglichen durch die äussere Luft, d. h. die Wirkung ist so, als ob in diesem Moment von aussen her eine Verdünnung (resp. Verdichtung) in die Röhre einträte. Es werden also auch hier zwei entgegengesetzte Wellen entstehen und daher eine stehende Welle bilden, von welcher an dem Ende B ein Bauch liegen muss. Am günstigsten für die Resonanz muss also hier der Fall sein, dass an beiden offnen Enden Bäuche, d. h. Stellen normaler Dichtigkeit und lebhaftester Bewegung liegen können, d. h. dass die Länge der Röhre eine halbe Wellenlänge oder ein Vielfaches derselben beträgt.

Der Versuch bestätigt diese Anschauung, und durch solche beiderseits offene Röhren werden z. B. die Töne offner Orgelpfeifen aus dem Geräusch herausgehoben, welches durch den am Labium der Pfeife sich reibenden Windstrom entsteht.

33. Um zu zeigen, dass an dem geschlossenen Ende einer tönenden Luftsäule die Druckänderung sehr bedeutend ist, hat Kundt[4]) eine sehr sinnreiche Vorrichtung angewandt. Dieselbe besteht in einem sogenannten Manometer, d. h. in einer U-förmig gebogenen mit Flüssigkeit (Wasser) theilweise gefüllten Röhre. In beiden Schenkeln derselben wird das Wasser gleich hoch stehen, wenn auf beide Oberflächen der gleiche Druck ausgeübt wird. Dagegen wird die Flüssigkeit in dem einen Schenkel steigen, wenn der Druck in dem anderen grösser wird. Mündet nun das Ende des einen Schenkels in das geschlossene Ende einer Röhre, deren Luftsäule zum Tönen gebracht wird, so fällt diese Oeffnung nach unserer Theorie in einen Knotenpunkt, d. h. der Druck der Luft in diesem Schenkel wird fortwährend zwischen einem Maximum und Minimum wechseln. Da dieses sehr rasch geschieht, so wird dadurch keine Aenderung

1) Transact. of Cambridge Phil. Soc. T. III, p. 231. — Pogg. Ann. Bd. 24, S. 397.

2) Lehre von der Tonempfindung. I. Abth. 5 Abschn.

3) Genaueres hierüber s. im Progr. der Thomasschule zu Leipzig, 1871, 4°: v. Zahn, »Ueber die akustische Analyse der Vocalklänge.«

4) Pogg. Ann. Bd. 134, S. 563.

in dem Stande der Flüssigkeit verursacht werden. Durch ein Ventil aber, welches sich nur nach dem Manometer zu öffnet, wird bewirkt werden, dass nur in den Momenten, in denen das Maximum des Druckes stattfindet, der Druck in dem Manometerschenkel beeinflusst wird, und die Folge davon muss ein Steigen der Flüssigkeit in dem anderen Schenkel sein. Kann sich dagegen das Ventil nur nach der tönenden Röhre zu öffnen, so wird dies nur bei einem Minimum der Dichtigkeit geschehen, und nur die Minima des Druckes werden daher ihren Einfluss auf das Manometer ausüben, d. h. die Flüssigkeit wird in dem der tönenden Röhre zugekehrten Schenkel steigen, in dem freien fallen.

Die Ventile müssen natürlich sehr beweglich sein; Kundt wandte schmale Streifen einer dünnen Membran aus Kautschuck oder sogenannten Guttaperchapapieres an, welche über den noch schmaleren Spalt einer Metallplatte gespannt waren. Er erlangte bei gut construirten Apparaten an einer etwas über einen Fuss langen Orgelpfeife einen Maximal-Ueber- oder Unter-Druck von 8—12 Zoll Wasser. Zur Demonstration in seinen Vorlesungen — und dazu scheint mir der Apparat ganz besonders geeignet zu sein — brachte er dreierlei solche Manometerröhren am Ende einer Orgelpfeife an, eine ohne Ventil, welche ihren Stand beim Tönen der Pfeife nicht ändert, die beiden anderen mit Ventilen, von denen sich das eine nach aussen, das andere nach innen öffnete, so dass jene die Verdichtungen, diese die Verdünnungen erkennen lässt.

Diese Versuche bestätigen also auch die Richtigkeit der Vorstellungen, die wir uns von einer tönenden Luftsäule, d. i. von einer stehenden Welle machten.

34. Ist nun durch mannichfache Versuche die Theorie bestätigt, dass die Entfernungen $\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, $5\frac{\lambda}{4}$ u. s. w. von der reflectirenden Wand die Lage der Bäuche, $2\frac{\lambda}{4}$, $4\frac{\lambda}{4}$, $6\frac{\lambda}{4}$ u. s. w. die der Knoten angeben, so kann man nun, nachdem durch Beobachtungen die Lage der Knoten oder Bäuche gefunden ist, die Wellenlänge des erklingenden Tones bestimmen und daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles berechnen, da, wie wir (11.) sahen,

$$v = n \cdot \lambda,$$

wo v die Schallgeschwindigkeit,
n die Schwingungszahl,
λ die Wellenlänge bedeutet.

Man hat also hier eine indirecte Methode, um die Schallgeschwindigkeit zu messen und festzustellen, ob und wie dieselbe von verschiedenen Bedingungen beeinflusst wird.

35. Es ist klar, dass in anderen Gasen die Schallgeschwindigkeit eine andere sein muss, als in der atmosphärischen Luft, da Dichtigkeit und Elasticität derselben andere Werthe haben. Wenn es also möglich wäre, in einem und demselben Raum die Wellenlänge eines Tones zu bestimmen einmal, wenn derselbe mit Luft, und dann, wenn er mit einem anderen Gase, z. B. Wasserstoff, gefüllt wäre, so würde das Verhältniss der beiden Wellenlängen auch das Verhältniss der Schallgeschwindigkeiten in Luft und in Wasserstoff angeben, und, da die in der Luft bekannt ist, so würde hieraus die Schallgeschwindigkeit im Wasserstoff zu berechnen sein, und daraus könnte man weitere Schlüsse über das Verhältniss der Elasticität und Dichtigkeit dieses Gases ziehen.

36. Kundt[1]) fand eine interessante Methode, um in dieser Weise die Schallgeschwindigkeiten verschiedener Gase zu vergleichen. Es gelang ihm nämlich, die Bewegungen der tönenden Luft in einer Röhre zu fixiren, indem er leichtes Pulver — er wandte zuerst semen lycopodii, später noch verschiedene andere Pulver an — in die Röhre streute. Wird dann die Luft der Röhre in sehr intensive Schallbewegung versetzt, so wirbelt der Staub auf und sammelt sich an den Knotenpunkten in kleinen Häufchen, deren eigenthümliche Gestalt durch Nebenumstände bedingt ist. Der Abstand zweier solcher Häufchen ist immer genau derselbe, nämlich gleich einer halben Wellenlänge des betreffenden Tones.

Als erregenden Ton wandte Kundt zuerst die sogenannten Longitudinaltöne[2]) der Glasröhren selbst an. Dann aber gelang es ihm, auch die Luftsäule in genügend starke Bewegung zu versetzen durch die Longitudinaltöne eines Glasstabes, dessen Ende in die Röhre einmündete; ja er erreichte sogar Staubfiguren in Pfeifen.

Die Glasröhren können nun beliebig mit Luft, oder irgend einem anderen Gase gefüllt werden; die Messung der Staubfiguren giebt dann die Messung der Schallgeschwindigkeiten direct, denn da in beiden Fällen der Ton derselbe ist, so verhalten sich die letzteren, wie die Wellenlängen[3]).

---

1) Monatsber. der Berl. Acad. vom 22. Mai 1865. — Ausführlicher in Pogg. Ann. Bd. 127, S. 497. Pogg. Ann. Bd. 128, S. 337.

2) Man erhält dieselben, indem man die Röhre (auch an Stäben lassen sie sich erzeugen) in der Mitte (oder auch an einer anderen passend gewählten Stelle) einspannt und mit einem feuchten Lappen der Länge nach reibt. Dadurch entstehen in dem Glase Töne, von denen ein Knotenpunkt in der eingespannten Stelle liegt. Der Klang dieser Töne ist sehr schrill und laut, offenbar von einer Menge von Obertönen begleitet. Es kann hier nicht genauer auf das Entstehen dieser Töne eingegangen werden, doch ist die Bewegung der Glastheilchen hier eine sehr ähnliche, wie die der Lufttheilchen in einer stehenden Welle (s. Fig. 3).

3) Kundt wandte diese Methode auch an, um die Schallgeschwindigkeit in festen Stäben zu bestimmen, doch würde eine Auseinandersetzung dieser Bestimmungen hier zu sehr von dem eigentlichen Thema abführen.

37. Die Messungen, welche Kundt mit Hülfe dieser Methode anstellte, führten ihn aber zu unerwarteten Resultaten über die Schallgeschwindigkeit der Luft, wenn dieselbe in Röhren eingeschlossen ist. Er fand, dass dieselbe in Röhren geringer ist, als im freien Raum, und dass sie im Allgemeinen mit dem Querschnitt der Röhre abnimmt[1]).

38. Dieses interessante Resultat, welches durch die von Regnault in grossartigem Maassstabe angestellten directen Messungen der Schallgeschwindigkeit in und ausser Röhren[2]) bestätigt wurde, gab nun wieder Anlass zu theoretischen Speculationen über die Art, wie die Luft in Röhren bewegt wird. Kundt selbst zunächst hatte (a. a. O.) schon darauf aufmerksam gemacht, dass es wohl denkbar sei, diese Erscheinung dahin zu erklären, dass die Wärme, welche bei der Compression der Luft entsteht und der Schallgeschwindigkeit einen höheren Werth giebt, als man aus der Dichtigkeit und Elasticität berechnen kann (vergl. 16—18), dass diese Wärme durch die Röhrenwände theilweise ausgeglichen werde, so dass ihr Einfluss sich nicht in dem Maasse geltend machen könne, wie in der freien Luft.

Diese Annahme Kundt's unterwarf Kirchhoff[3]) einer theoretischen Betrachtung und fand mit Hülfe einer Berechnung (deren Gang an dieser Stelle nicht angedeutet werden kann, weil er Vertrautheit mit den Methoden der höheren Mathematik voraussetzt), dass der Verlust, welchen die Schallgeschwindigkeit in Röhren erleidet, umgekehrt proportional sein müsse mit dem Durchmesser der Röhre, und dass dieser Verlust auch von der Tonhöhe abhänge, dass er nämlich umgekehrt proportional sei der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl, dass er also nur die Hälfte, ein Drittel, Viertel u. s. w. betrage, wenn die Schwingungszahl das Vier-, Neun-, Sechzehn-Fache u. s. w. wird[4]).

39. Dieses theoretisch gefundene Resultat stimmte zwar qualitativ, aber nicht quantitativ mit den Versuchen von Kundt. Es war indessen hier auch keine bessere Uebereinstimmung zu erwarten, weil die Töne, welche Kundt angewandt hatte

---

1) Monatsber. der Berl. Acad. vom 19. Dec. 1867. — Pogg. Ann. Bd. 135, S. 337 u. S. 527.

2) Mém. de l'académie des sciences de l'institut impérial de France, T. XXXVII, première partie.

3) Pogg. Ann. Bd. 134, S. 177.

4) Die von Kirchhoff gefundene Formel für die Schallgeschwindigkeit in Röhren lautet:

$$a\left(1-\frac{\gamma}{2r\,.\sqrt{\pi\,.\,n}}\right),$$

wo: a die Schallgeschwindigkeit im freien Raum,
r den Radius der Röhre,
n die Schwingungszahl des Tones und
γ eine von der Wärmestrahlung und Reibung abhängige Constante bedeutet.

keineswegs, wie die Theorie annimmt, einfache, vielmehr von einer grossen Menge sehr hoher Nebentöne begleitet waren und dabei eine Intensität besassen, die den theoretischen Annahmen ebenfalls nicht entsprach, da endlich in seinen Röhren nicht reine Luft, sondern mit Staub erfüllte in tönender Bewegung war.

Regnault's Versuche konnten den theoretischen Anforderungen noch weniger genügen. Denn bei seinen directen Messungen, die er in den noch unbenutzten Röhrenleitungen neu angelegter Pariser Stadtviertel anstellte, bediente er sich meistens gar keiner musikalischen Töne, sondern ziemlich starker Pulverexplosionen, und die musikalischen Klänge, welche er bei einer verhältnissmässig geringen Anzahl von Versuchen anwandte, mussten natürlich sehr laut sein, so dass die Amplituden dieser Bewegungen bedeutend grösser waren, als in der Theorie vorausgesetzt wird. In Bezug auf die Höhe stimmten Regnault's Versuche nicht einmal qualitativ mit der Formel von Kirchhoff überein; denn während diese für die tiefen Töne eine geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit verlangt, ergaben einige Versuche Regnault's im Gegentheil für die tiefen Töne eine grössere Gechwindigkeit, als für die hohen. Regnault selbst scheint übrigens diese Versuche nicht für entscheidend zu halten[1]).

40. Ziemlich vollkommen wird den Anforderungen, die Kirchhoff's Theorie stellt, entsprochen, wenn man als Tonquellen Stimmgabeln anwendet, die mit ihren Zinken direct den Röhrenquerschnitt in Bewegung setzen. Denn die schwachen Töne derselben sind von Nebentönen ziemlich frei oder lassen sie wenigstens rasch verklingen.

Es wird dann nur darauf ankommen, die Lage der Knoten oder Bäuche richtig zu bestimmen. Staub würde natürlich bei so schwachen Tönen nicht genügend in Bewegung versetzt werden. Dagegen kann man das Ohr anwenden, um die Lage der Bäuche zu finden.

Wird in Fig. 4 bei A der Ton erregt, so wird die Schallwelle an dem Stempel bei B reflectirt, und man kann diesen Stempel so lange hin und her schieben, bis an die Stelle C ein Bauch zu liegen kommt, d. h. eine Stelle, an welcher die Bewegung der Luft ein Maximum, die Dichtigkeit derselben aber nahezu constant ist (vergl. 24), bei der also ein Minimum der Druckänderung liegt. In diesem Falle wird die stehende Welle die Luft in der kleinen bei C rechtwinklich angesetzten Seitenröhre nur sehr wenig beeinflussen. Wenn also diese Seitenröhre mit dem Ohr durch einen Kautschuckschlauch in Verbindung steht, so wird das Ohr dann ein Minimum der Tonstärke wahrnehmen, wenn bei C ein Bauch liegt, d. h. wenn die Entfernung BC eine Viertelwellenlänge des Tones, oder ein ungerades Vielfaches

[1]) S. a. a. O. p. 433–435.

derselben ist (vergl. 28). Das ist aber durch richtige Einstellung des Stempels zu erreichen. Und da man solche Einstellungen ohne Schwierigkeit in grosser Anzahl hintereinander vornehmen kann, da sie ferner, wie der Versuch zeigt, sehr genau auszuführen sind, so eignet sich diese Methode sehr wohl zur Bestimmung der Wellenlängen verschieden hoher Töne, in verschieden weiten Röhren, aus verschiedenem Material, d. h. zur experimentellen Prüfung der Kirchhoff'schen Formel[1]).

Ich habe nach dieser Methode eine ziemlich grosse Anzahl von Versuchen angestellt[2]) und gefunden, dass wenigstens für Röhren von ziemlich kleinem Querschnitt die eine Forderung jener Formel erfüllt ist, die nämlich, dass der Verlust an Schallgeschwindigkeit umgekehrt proportional dem Röhrendurchmesser ist. Dagegen fand ich das andere Resultat nicht bestätigt: Der Verlust an Schallgeschwindigkeit war nicht umgekehrt proportional mit der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl der angewandten Töne; wohl aber ergab er sich bedeutender für tiefe, als für hohe Töne, was jenen Regnault'schen Versuchen widerspricht.

41. Dass für weite Röhren die Forderung jener Formel nicht mehr erfüllt ist, kann nicht auffallen, man ist bei ihnen durchaus nicht zu der Annahme berechtigt, welche die Theorie macht, dass die Bewegung der Luft gleichmässig im ganzen Querschnitt der Röhre parallel zur Axe derselben erfolge, und die verschiedenartigsten Versuche deuten darauf hin, dass ein Hohlraum mit grossem Querschnitt einen viel tieferen Eigenton (vergl. 31) hat, als man nach seiner Länge vermuthen könnte. So sind die Resonanzkästen, auf welchen man Stimmgabeln befestigt, und deren Länge der Theorie nach einer Viertelwellenlänge des Tones entspricht, bedeutend kürzer, als dieselbe, so ist, um ein ganz triviales Beispiel zu nennen, der Ton der sogenannten Waldteufel viel tiefer, als man nach ihrer Länge vermuthen sollte. Namentlich sind diese Abweichungen bedeutend, wenn der Hohlraum keinen gleichmässigen Querschnitt hat, sondern an der Oeffnung verengt ist, wie z. B. bei Flaschen. Deren Eigenton ist stets bedeutend tiefer, als der Ton, dessen Viertelwellenlänge der Tiefe der Flasche gleich ist.

42. Nach ganz ähnlicher Methode, wie ich, hatte auch Schneebeli[3]) Versuche zu demselben Zweck angestellt, deren Veröffentlichung der meinigen um einige Monate vorausging. Er fand ähnliche Resultate, wie ich. Wir constatirten namentlich auch beide eine Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Beschaffenheit der Röhrenwand und fanden den Verlust ganz besonders gross in einer mit Tuch oder Flanell

---

[1]) Derartige Röhren hat Quincke in seiner Arbeit über Interferenzröhren (Pogg. Ann. Bd. 128, S. 177) zuerst angegeben, eine Arbeit, auf die wir später (II Theil) genauer zu sprechen kommen.

[2]) Dissertation, Göttingen 1869. 8°. — Pogg. Ann. Bd. 139, S. 104.

[3]) Pogg. Ann. Bd. 136, S. 296.

gefütterten Röhre, also in einer solchen, in der die Wärmestrahlung sehr vollkommen ist, wie dies die Theorie ja auch fordert.

43. Neuerdings habe ich mit derselben Methode weiter den Einfluss anderer Nebenumstände zu ermitteln versucht, namentlich ob eine Biegung der Röhre von Einfluss ist auf die Grösse, welche der Viertelwellenlänge entspricht.

Zu diesem Zwecke bediente ich mich eines Interferenzrohres, wie es die Figuren 5, 6 und 7 andeuten. *AD* ist ein Glasrohr; es hat bei *C* ein enges Zweigrohr, über welches ein Gummischlauch gezogen ist, dessen anderes Ende in das Ohr gesteckt wird. *DE* ist eine Kautschuckröhre, der man die verschiedensten Biegungen geben kann, ohne ihre Länge zu ändern, *EF* endlich ist wieder eine Glasröhre, in welcher der Stempel *B* so eingestellt wird, dass die Länge *BEDC* einer Viertelwellenlänge entspricht.

Es wurden nun Versuchsreihen angestellt bei gerader Lage der Kautschuckröhre (Fig. 5), bei halbkreisförmig gebogener (Fig. 6) und bei schleifenförmig gebogener (Fig. 7), so also, dass die Tonwelle ihre Richtung gar nicht änderte oder um 180° oder um 360°. Die Unterschiede der hierbei gemessenen Viertelwellenlängen sind sehr unbedeutend; es scheint, als wäre die Länge *BEDC* etwas kürzer bei gebogener Röhre, als bei gerader, doch ist auf die kleinen gefundenen Differenzen kein Nachdruck zu legen; denn man kann nicht mit genügender Sicherheit behaupten, dass die Länge der Röhre *DE* bei allen Lagen ganz genau dieselbe bliebe.

44. Hier bog sich die Röhre allmählich. Ich wandte aber auch eine solche an, die plötzlich einen Winkel von 90° machte. Eine Glasröhre von 9^{mm} innerem Durchmesser war zu diesem Zweck schräg durchgeschnitten in einem Winkel von 45° gegen die Röhrenaxe. Die Schnittflächen hatte ich sorgfältig abgeschliffen, so dass man die Röhren in zwei Lagen (Fig. 8, 1. u. 2.) genau an einander legen konnte, was durch eine ganz geringe Menge Fett oder Klebwachs noch vollständiger erreicht wird. Für beide Lagen bohrte ich auch noch Korke, welche die Berührungsstelle genau umschlossen. An den einen Schenkel schloss sich das Rohr mit der Seitenröhre, an den anderen das mit dem Stempel (wie vorher an den Kautschuckschlauch), und nun beabsichtigte ich, in beiden Lagen der Röhren die Einstellungen auf eine Viertelwellenlänge vorzunehmen. In der Lage 1 war dies sehr leicht möglich, und ich theile die gefundenen Zahlen in der folgenden Tabelle mit, um einen Begriff von der Genauigkeit derselben zu geben[1]). Daneben stelle ich die in der Lage 2 nur mit grosser Schwierigkeit gefundenen Zahlen zusammen, die zwischen Grenzen von mindestens 30^{mm} schwankten:

[1]) Die mitgetheilte Versuchsreihe ist nicht etwa besonders genau; in anderen derartigen Reihen, welche ich in der oben erwähnten Arbeit benutzt habe, stimmten die Zahlen sehr oft noch besser überein.

Tabelle.

Ton g_1 einer Stimmgabel ($n = 384$).

1. Gerade Lage der Röhren:

$\frac{\lambda}{4}$	Abweichung vom Mittel	Temperatur
226 mm	— 0,5 mm	22°,4
226	— 0,5	
228	+ 1,5	
227	+ 0,5	
227	+ 0,5	
225	— 1,5	
227	+ 0,5	
227	+ 0,5	
227	+ 0,5	
225	— 1,5	22°,6
Mittel : 226,5 mm		22°,5

2. Geknickte Lage der Röhren:

$\frac{\lambda}{4}$	Abweichung vom Mittel	Temperatur
233 mm	— 3 mm	23°,0
235	— 1	
223	— 13	
253	+ 17	
Mittel : 236 mm		

NB. Es war kaum möglich, die Einstellungen zu machen. Eine grosse Anzahl derselben habe ich gar nicht notirt, weil sie mir zu unsicher vorkamen.

Der Werth für $\frac{\lambda}{4}$, den man in der Lage 2 erhält, ist, wie es scheint, grösser; doch ist darauf bei der Ungenauigkeit dieser Versuche kein Werth zu legen. Die auffallende Unsicherheit der Einstellungen aber deutet darauf hin, dass die Schallbewegung in dieser geknickten Röhre überhaupt nicht derartig ist, dass man annehmen könnte, die Bewegung der Lufttheilchen nehme bei der geknickten Stelle ohne Weiteres eine gegen die frühere senkrechte Richtung an. Ich fand übrigens, dass nicht nur für g_1, sondern ebenso für c_2, e_1, c_1 eine irgendwie genaue Einstellung des Stempels nicht möglich war.

45. Eine analoge Erscheinung erhielt ich auch auf andere Weise durch Resonanzversuche. Ich setzte meine zuvor beschriebene Röhre auf eine andere von gleicher Weite, in welcher ein Stempel geschoben werden konnte. War nun die Länge der Röhre von der Oeffnung bis zum Stempel gleich einer Viertelwellenlänge des Tones g_1 so war eine deutliche Verstärkung des Tones der Stimmgabel, durch die Röhre zu bemerken, wenn diese die gerade Lage (Fig. 8, 1) hatte. Dagegen konnte ich eine solche nicht wahrnehmen, wenn die Röhre die geknickte Gestalt (2) hatte.

Ich hatte aber hier nicht das volle Zutrauen zu meinen Ohren und war in der That, da ich die Stimmgabel selbst in der Hand hielt, sie über die Röhre schieben und wieder wegziehen musste, mancherlei Täuschungen ausgesetzt. Ich wiederholte daher diese Versuche mit zwei vollkommen unbefangenen Beobachtern. Ich halte namentlich das Resultat, welches ich mit einem derselben erhielt, für sehr zuverlässig. Einer meiner Collegen war so gütig, mich mit seinem feinen, höchst musikalischen Gehör zu unterstützen. Er sass mit dem Gesicht abgewandt und hörte nur auf den Ton. Er vernahm eine deutliche Verstärkung desselben, wenn die Röhre gerade war (sie hatte dann eine Länge von etwa 23^{cm}); er bemerkte gar keine Resonanz, wenn die geknickte Stelle 9^{cm} von der Oeffnung der Röhre entfernt war. War dieselbe 4^{cm} von der Oeffnung entfernt, so schien es ihm, als ob die Röhre einen kaum bemerkbaren Unterschied in der Klangfarbe bewirke. Dasselbe Resultat hatte ich auch mit dem anderen Beobachter gefunden, der indessen meine Bewegungen mit der Gabel immer gesehen hatte, bei dem also eine Täuschung denkbar gewesen wäre.

Diese Resultate stimmen mit dem, was ich aus den vorher beschriebenen Interferenzversuchen gefunden hatte, überein.

46. Ich setzte nun auf das eine Ende meiner Röhre das hölzerne Mundstück einer gewöhnlichen Pfeife und verschloss das andere Ende. Nach dem Vorigen hätte man vermuthen können, dass der Ton der Pfeife bei der geknickten Lage der Röhre nur schwer ansprechen würde, dass vielleicht auch die Tonhöhe eine andere sein würde, als bei der geraden Lage der Röhre. Es war indessen hiervon nichts zu bemerken: Die Pfeife sprach in beiden Lagen leicht an auf eine Reihe von Tönen, die in beiden Fällen genau dieselben waren, soweit dies meine und verschiedene andere, zum Theil sehr musikalische Ohren beurtheilen konnten.

Wie diese verschiedenen Resultate mit der Pfeife und die vorher angegebenen zu deuten sind, lasse ich dahingestellt, doch halte ich es für denkbar, dass bei der viel intensiveren Erschütterung durch eine angeblasene Pfeife die Tonwelle sich leichter, so zu sagen, umbiegt.

47. Mir schien die Frage, ob eine allmähliche oder plötzliche Umbiegung einer Schallröhre einen Einfluss auf die Wellenlänge ausübt, von Interesse zu sein, da beide Arten von Röhren bei musikalischen Instrumenten angewandt werden. So namentlich allmählich gebogene Röhren bei den Blechinstrumenten. Aber auch plötzlich umgeknickte Röhren wendet man an bei den tiefen sogenannten »gekröpften« Orgelpfeifen; dieselben sind sogar mitunter zweimal umgebogen.

Als Resultat der Versuche lässt sich angeben:

1. Die allmähliche Umbiegung der Röhre übt einen jedenfalls nur sehr geringen Einfluss auf die Grösse der Wellenlänge aus, der sich bei den Interferenzversuchen, welche man durch Reflexion erhält, kaum geltend macht. Es

ist daher anzunehmen, dass sich die Bewegung der Luft in solchen Röhren parallel der Axe fortpflanzt.

2. Ist dagegen die Röhre plötzlich eckig umgebogen, so hat dies, wenigstens bei den schwachen Tönen einer Stimmgabel, einen sehr bemerkbaren Einfluss auf die Schallbewegung in der Röhre, und es scheint, als ob hier die Bewegung der Lufttheilchen nicht plötzlich mit der Röhre ihre Richtung ändere.

48. Zum Schluss sei hier noch eine ziemlich auffallende Interferenzerscheinung erwähnt. Erklingt eine Stimmgabel, welche auf einem für sie abgestimmten Resonanzkasten steht, so entspricht der letztere einer Resonanzröhre; an dem offenen Ende desselben liegt also ein Bauch, an dem geschlossenen ein Knotenpunkt der stehenden Welle. Dieselbe setzt sich aber nach aussen fort und bewegt dort eine grössere Luftmasse, so dass der Ton in ziemlich beträchtlicher Stärke wahrgenommen wird. Hält man nun gegen die offne Seite des Kastens eine ebenfalls auf den betreffenden Ton abgestimmte Resonanzflasche, so wird auch in ihr eine stehende Welle erregt, derart, dass an der Oeffnung ein Bauch, an dem Boden ein Knotenpunkt liegt. Die beiden Bäuche, welche in Folge des Kastens und der Flasche entstehen, fallen also zusammen an die Stelle, wo beide offen sind, d. i. von wo aus allein die äussere Luft in Bewegung gesetzt werden kann. Da aber an dieser Stelle der Wechsel an Dichtigkeit ein Minimum ist, so wird auch die seitlich gelegene Luft nur wenig in Bewegung gesetzt werden, d. h. der Ton wird nur schwach gehört werden.

Diese Schwächung des Tones ist, wie ich gefunden habe, sehr bedeutend, auch wenn die Oeffnung der Resonanzflasche nur einen geringen Theil von der des Kastens beträgt. Dass die Wellenbewegung hierbei nicht etwa zerstört wird, sondern nur in ihrer Einwirkung auf die äussere Luft beeinträchtigt ist, erkennt man daraus, dass der Ton kräftig erklingt, sobald man die Flasche wieder entfernt.[1])

Derartige Resonanzflaschen lassen sich leicht herstellen, indem man eine gewöhnliche Medicinflasche mit Wasser füllt, bis sie, angeblasen, den betreffenden Ton giebt. Man markirt nun die Stelle, bis zu welcher das Wasser reichte und schmilzt dann in der Flasche Wachs oder dergleichen, so dass die geschmolzene und dann erstarrte Masse bis zu dieser Marke reicht.

[1]) Die analoge Erscheinung bei der sogenannten chemischen Harmonika ist bereits bekannt, nur fällt sie dort nicht so auf, weil die Oeffnung der Röhre der der Flasche ungefähr gleich ist.

ZWEITER THEIL.

INTERFERENZ IN VERZWEIGTEN RÖHREN.

49. Eine andere Art, wie man mit Benutzung einer einzigen Tonquelle Interferenzerscheinungen erzeugen kann, ist die, dass man den Ton zwei verschiedene Wege durchlaufen und dann die beiden so entstandenen Wellen wieder zusammentreffen lässt.

50. Die Idee, in dieser Weise Tonwellen interferiren zu lassen, rührt von J. F. W. Hershel[1]). Seinen Vorschlag haben Kane[2]) und Noerremberg[3]) auszuführen versucht, indem sie Orgelpfeifen mit einem aus zwei Zweigen verschiedener Länge bestehenden Pfeifenrohr anbliesen und verschiedene Klänge vernahmen, je nachdem die Luftschwingungen in einem einzelnen Zweige, oder in beiden gleichzeitig erregt wurden. Diese Versuche sind indessen ziemlich schwerfällig.

51. Auf eine sehr einfache, leicht anwendbare Weise ist die Idee Hershel's von Quincke[4]) verwirklicht und zu einer Reihe von Untersuchungen benutzt worden, nämlich durch Glasröhren, die sich in zwei Zweige trennen und dann wieder vereinigen, wie dies Fig. 9 andeutet.

Tritt in die Röhre FA eine Tonwelle ein, so wird sich dieselbe bei A in zwei Theile theilen, von denen der eine in der Röhre ABC, der andere in ADC sich fortbewegt. Bei C werden beide wieder zusammentreffen, und sind nun die Längen ABC und ADC so gewählt, dass ihr Unterschied eine halbe Wellenlänge, oder ein ungerades Vielfaches derselben beträgt, so werden bei C immer Verdichtungen der einen Welle mit Verdünnungen der anderen zusammentreffen, d. h. es werden sich beide Wellen in ihrer Wirkung bei C nahezu aufheben, es wird an dieser Stelle die Dichtigkeit nahezu die normale sein; es wird daher auch die Luft in dem von C au

[1]) Phil. Mag. (3) T. III, p. 405, 1833. — Pogg. Ann. Bd. 31, S. 252.
[2]) Phil. Mag. (3) T. VII, p. 301, 1835. — Pogg. Ann. Bd. 37, S. 435.
[3]) J. Müller, Lehrb. d. Physik.
[4]) Pogg. Ann. Bd. 128, S. 177.

weitergehenden und durch einen Kautschuckschlauch mit dem Ohr in Verbindung stehenden Rohre nur sehr wenig in Bewegung versetzt werden, und desshalb wird das Ohr unter diesen Umständen ein Minimum der Tonstärke wahrnehmen.

Schliesst man dagegen die eine der beiden Zweigröhren, z. B. ADC, so kommt der Ton nur von einer Seite und wird daher kräftig erklingen. Durch diesen Gegensatz wird die Wahrnehmung der Schwächung im vorigen Falle sehr deutlich. Es sind daher jene Interferenzröhren durch Kautschuckröhren unter einander verbunden, die sich zudrücken lassen, wie dies in der Fig. 9 bei B, α, γ angedeutet ist.

Betrüge der Gangunterschied eine ganze Wellenlänge, oder ein Vielfaches derselben, so würden sich die beiden Tonwellen gegenseitig unterstützen, denn in diesem Falle würden Verdichtungen, resp. Verdünnungen, welche von der einen Seite ankommen, immer auch mit Verdichtungen, resp. Verdünnungen, von der anderen Seite zusammentreffen.

52. Natürlich wird man sich bei diesen Röhren davor zu hüten haben, dass nicht durch das Zudrücken an einer Stelle eine Interferenz durch Reflexion hervorgebracht wird. Drückt man z. B. in Fig. 9 das Kautschuckrohr α allein zu, so geht die Tonwelle den Weg $ABCD\alpha$, wird bei α reflectirt und muss nun mit der directen Welle eine stehende Welle bilden (vergl. I Th. 22 u. ff.). Ist nun das Stück αDC gleich einem ungeraden Vielfachen der Viertelwellenlänge des betreffenden Tones, so kommt, wie wir sahen, an die Stelle C ein Bauch der stehenden Welle zu liegen, und das mit C in Verbindung gesetzte Ohr würde den Ton auch jetzt nur sehr geschwächt vernehmen. Aus diesem Grunde muss man die Röhre gleichzeitig bei α und bei γ zudrücken. Geschieht dies, so ist jene Schwierigkeit beseitigt.

53. Quincke hat mit Hülfe solcher Interferenzröhren die Klänge verschiedener Instrumente, so wie den der menschlichen Stimme untersucht und macht a. a. O. namentlich auch darauf aufmerksam, wie charakteristisch für viele Instrumente die begleitenden Geräusche sind. Besonders auffallend fand er dieselben bei gedackten Pfeifen und bei einer Clarinette. Nun sahen wir früher (vergl. 30 u. 31), dass in den gedackten Pfeifen Töne entstehen können, derart, dass die Pfeifenlänge eine Viertelwellenlänge oder ein ungerades Vielfaches derselben beträgt (und dasselbe gilt, wie sich zeigen lässt, von der Clarinette); daher sind alle Töne, welche den Grundton in diesen Instrumenten begleiten können, so beschaffen, dass ihre Wellenlängen der dritte, fünfte, siebente Theil u. s. w. von der des Grundtones sind. Haben also die beiden Zweige der Interferenzröhre einen Längenunterschied von einer halben Wellenlänge des Grundtones, so ist der Gangunterschied für diese Obertöne der Drei-, Fünf-, Siebenfache u. s. w. der halben Wellenlänge derselben, und es müssen daher auch diese Töne durch die Interferenz

geschwächt werden. Sind aber auch alle Nebentöne mit ausgelöscht, so muss das Geräusch, welches den Ton begleitet, besonders stark vernehmbar sein.

54. Hat das Instrument auch Obertöne, deren Schwingungszahlen gerade Vielfache von der des Grundtones sind, deren Wellenlängen also $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ u. s. w. von der des Grundtones sind, so wird der Gangunterschied in den beiden Röhren für diese Töne eine ganze Wellenlänge betragen, resp. das Doppelte, Dreifache derselben u. s. w., d. h. diese Töne werden durch die Interfereuz sogar eher verstärkt, als geschwächt werden.

Bei Stimmgabeln z. B. ist das recht deutlich: man hört durch die Interferenzröhren, wenn beide Schenkel offen sind, sehr vernehmlich die höhere Octave und gleichzeitig sehr geschwächt den Grundton. Derselbe wird beim Zudrücken des einen Schenkels stärker und dabei, wie ich wahrgenommen zu haben glaube, die Octave schwächer[1]).

55. Quincke hat (a. a. O.) die durch seine verzweigten Röhren entstehende Interferenz auch objectiv darzustellen versucht, indem er die Welle, welche an der Stelle C (Fig. 9) entsteht, wo die beiden Röhrenzweige wieder zusammentreffen, auf eine Membran wirken liess, die über einer auf den Ton abgestimmten Flasche anstatt des abgeschnittenen Bodens ausgespannt war. Diese Membran wird nur wenig in Bewegung gesetzt, wenn die beiden Wellen in der zuvor beschriebenen Weise interferiren. Der Sand, welcher auf dieselbe gestreut ist, wird daher in diesem Falle nur sehr wenig in Bewegung versetzt. Drückt man dagegen den einen Zweig des Rohres zu, so geräth

---

1) Dem ungeübten Ohr ist diese Klangänderung nicht ohne Weiteres klar. Viele haben zuerst einen sehr unbestimmten Eindruck von Höherwerden des Tones und taxiren den Höhenunterschied auf etwa einen halben Ton oder weniger. Mir selbst ging dies in der ersten Zeit bei derartigen Beobachtungen fast immer so, und bei vielen anderen, namentlich musikalisch begabten Personen habe ich die gleiche Wahrnehmung gemacht, wenn auch nicht an demselben Apparat, so doch bei einer Aenderung der Klangfarbe einer Stimmgabel, welche ich auf andere Weise erreichte, und bei welcher der Effect ein sehr ähnlicher war, wie bei den Quincke'schen Interferenzröhren.

Hält man nämlich eine klingende Stimmgabel (c_1) vor das Ohr und verstärkt ihren Ton durch die Resonanz einer Röhre oder Flasche, so wird durch diese nur der Grundton der Gabel lauter, die höhere Octave dagegen, welche in dem Klang einer Stimmgabel in der Regel auch enthalten ist, kann nicht unterstützt werden (vergl. 30 u. 31); der Klang wird also nicht nur verstärkt, sondern auch dumpfer erscheinen, und man taxirt ihn daher ganz ähnlich, wie bei dem Zudrücken des einen Schenkels der Quincke'schen Interferenzröhren, etwas tiefer — etwa einen halben Ton —, als wenn die Flasche nicht davor gehalten wird.

Diesen Versuch habe ich mit sehr vielen Personen angestellt und jene Täuschung bei fast allen bemerkt, ganz besonders, wie schon erwähnt, bei musikalischen Personen, während unmusikalische oft keine bestimmte Angabe zu machen im Stande waren. Liess ich die betreffenden Beobachter den Ton gleichzeitig leise mitsingen, so überzeugten sich die meisten derselben leicht von dem begangenen Irrthum und beschrieben dann in der Regel den Klangunterschied in beiden Fällen mit mehr oder weniger treffendem Ausdruck, aber im Wesentlichen übereinstimmend.

die Membran in lebhafte Schwingungen, und es zeigt sich dieses sehr deutlich an dem aufgestreuten Sande, der, wenn die Membran recht schlaff und gleichmässig gespannt ist, sich in ziemlich regelmässigen concentrischen Ringen anordnet. Für diesen Versuch eignet sich besonders der Ton einer Stimmgabel.

56. Auf andere Weise zeigt sich die Interferenz in den Quincke'schen Röhren objectiv mit Hülfe der Kundt'schen Staubfiguren (s. 26). Man kann an die Interferenzstelle C eine mit Lycopodiumpulver gefüllte Röhre ansetzen und als Tonquelle einen longitudinal geriebenen Glasstab benutzen, dessen eines Ende gegen den Querschnitt der Röhre FA stösst. Die Bewegung des Pulvers tritt ein, wenn der eine Schenkel geschlossen ist, während sie kaum zu bemerken ist, wenn beide Schenkel offen sind, vorausgesetzt natürlich, dass ihre Längen sich um eine halbe Wellenlänge, oder ein ungerades Vielfaches derselben unterscheiden.

57. Diese Quincke'schen Interferenzröhren eignen sich, wie schon erwähnt, vortrefflich zur Analyse verschiedener Klänge, und gleichzeitig scheinen sie mir für den Unterricht sehr verwendbar, da der Vorgang ohne Schwierigkeiten blos aus der Anschauung verständlich ist.

58. So einfach indessen die Idee dieser Apparate ist, so kommen bei ihrer Anwendung doch noch mancherlei Nebenumstände in Betracht. Auf einen derselben ist bereits aufmerksam gemacht (s. 53), auf die Interferenz, welche beim Zudrücken des einen Zweiges durch Reflexion entstehen kann.

Ein zweiter Umstand, durch welchen die Deutlichkeit des Versuches beeinflusst wird, ist die gesammte Länge der beiden Röhrenschenkel ABC und ADC. Nach der oben gegebenen Auseinandersetzung müsste es lediglich auf den Längenunterschied der beiden Zweige ankommen. In Wirklichkeit ist dieses nicht der Fall, sondern auch die absolute Länge derselben spielt eine Rolle.

Es kann ferner auch ein Schwächerwerden des Tones entstehen, wenn der Längenunterschied der beiden Röhren nicht eine halbe Wellenlänge beträgt, ja sogar, wenn beide Röhren gleich lang sind.

Endlich scheint auch die Länge des Rohres FA, durch welches der Ton nach der Stelle A (Fig. 9) geleitet wird, nicht gleichgültig zu sein. Auf diesen letzten Punkt kommen wir später wieder zu sprechen (s. 73).

59. Was die beiden vorhererwähnten anlangt, so hat man sich, wie ich glaube, die Schallbewegung in einer solchen Röhre nicht vorzustellen als zusammengesetzt aus zwei Wellen, sondern aus einer ganzen Reihe von Wellen, streng genommen aus unzählig vielen, von denen freilich vor allem zwei in Betracht kommen.

Denn die Welle, welche von A über B nach C gelangt (s. Fig. 9), wird von da weiter gehen über D nach A, B und wieder nach C, von da wieder über D, A, B nach C u. s. w., und ganz dasselbe wird mit der anderen Welle geschehen, die über D nach C kommt: sie wird über B, A, D wieder nach C gelangen u. s. f., so dass also bei C eine unendliche Summe von Wellen zusammentrifft, von denen aber natürlich die, welche den Weg durch den ganzen Umkreis $CDABC$ oder $CBADC$ gemacht haben, immer gegen die vorigen um ein Bedeutendes geschwächt sein werden.

60. Fragt man nun nach der Stärke des Tones, welcher durch diese Summe von Wellen in der von C aus dem Ohre zugeführten Röhre erregt wird, so wird dieselbe, wie wir uns schon früher klar machten (s. 40), von dem Wechsel an Dichtigkeit abhängen, der an der Stelle C stattfindet. Es wird also nothwendig sein, dass wir die Dichtigkeit der Luft an dieser Stelle in ihrer Abhängigkeit von der Zeit berechnen.

61. Wir sahen, dass sich die Dichtigkeit der Luft an einer von einer Tonwelle getroffenen Stelle mit derselben Periodicität ändert, welche der Bewegung eines schwingenden Theilchens zukommt (s. 5). Denken wir uns also die normale Dichtigkeit der Luft gleich 1 gesetzt, so wird sie an jener Stelle auszudrücken sein durch die Formel:

$$1 + a \sin\left[\frac{t}{T} 2\pi\right],$$

wo t die variable Zeit,

T die Schwingungsdauer und

a eine Grösse bedeutet, von welcher die Stärke des Tones abhängen muss; denn:

$$1 + a$$

würde das Maximum der Verdichtung,

$$1 - a$$

das der Verdünnung sein.

Wir können daher a als die Amplitude der Dichtigkeitsänderung bezeichnen, welche der Amplitude der schwingenden Lufttheile offenbar proportional sein wird.

An einer um die Strecke x weiter gelegenen Stelle würde die Dichtigkeit demnach auszudrücken sein durch die Formel:

$$1 + b \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) 2\pi\right],$$

wo λ die Wellenlänge des Tones bedeutet und

b die Amplitude der Dichtigkeitsänderung an dieser entfernteren Stelle.

Jedenfalls wird b kleiner sein als a. Wie sich im freien Raum die Amplituden verhalten, ist bekannt. In welchem Verhältniss zu einander sie aber in Röhren stehen — und dieser Fall interessirt uns hier vorwiegend — darüber weiss man nichts Näheres, nur ist zu vermuthen, dass die Abnahme hier eine geringere ist.

62. Treffen nun an einer Stelle mehrere Tonwellen zusammen, welche einzeln der Dichtigkeit der Luft die Formen geben würden:

$$1 + a \sin\left[\frac{t}{T} 2\pi\right]$$

$$1 + a_1 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) 2\pi\right]$$

$$1 + a_2 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) 2\pi\right] \text{ u. s. w.,}$$

so würde die resultirende Dichtigkeit an dieser Stelle sein:

$$1 + a \sin\left[\frac{t}{T} 2\pi\right] + a_1 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) 2\pi\right] + a_2 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) 2\pi\right] + \ldots\ldots$$

Nennen wir also die Amplitude der ersten von A über B nach C kommenden Welle a, die der zweiten, welche den Umlauf $CDABC$ einmal gemacht hat, a_1, die der nächsten a_2 u. s. w. und bezeichnen wir die Länge des Umfanges $CDABC$ mit s, so würde in Folge dieser Wellen die Dichtigkeit im Punkte C darzustellen sein durch die Formel:

$$1 + a \sin\left[\frac{t}{T} 2\pi\right] + a_1 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{s}{\lambda}\right) 2\pi\right] + a_2 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{2s}{\lambda}\right) 2\pi\right] + a_3 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{3s}{\lambda}\right) 2\pi\right] + \ldots$$

Nehmen wir weiter an, der Schenkel ADC sei um das Stück d länger, als ABC und nennen wir die Amplituden der Wellen, welche die Wege ADC, $ADCBADC$ u. s. w. zurückgelegt haben: b, b_1, b_2 u. s. w., so würde in Folge dieser Wellen die Dichtigkeit im Punkte C sein:

$$1 + b \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right) 2\pi\right] + b_1 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d+s}{\lambda}\right) 2\pi\right] + b_2 \sin\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{d+2s}{\lambda}\right) 2\pi\right] + \ldots$$

In welchem Verhältniss a und b stehen, wissen wir nicht. Dagegen ist anzunehmen, dass a_2 im gleichen Verhältniss zu a_1 steht, wie dieses zu a u. s. w. und dass das Nämliche von b, b_1, b_2 u. s. w. gilt, dass man also annehmen kann:

$$a_1 = \rho \,.\, a$$
$$a_2 = \rho \,.\, a_1 = \rho^2 \,.\, a$$
$$a_3 = \rho \,.\, a_2 = \rho^3 \,.\, a \quad \text{u. s. w.}$$

und ebenso:

$$b_1 = \rho_1 \,.\, b$$
$$b_2 = \rho_1^2 \,.\, b$$
$$b_3 = \rho_1^3 \,.\, b \quad \text{u. s. w.}$$

Hier bedeuten also ρ und ρ_1 Brüche, welche die Schwächung der Welle bei einem Umlauf ausdrücken. Es ist wenigstens nahezu anzunehmen, dass diese Schwächung dieselbe ist, ob die Welle von der einen, oder der anderen Seite her die Röhre durchläuft, d. h. dass:

$$\rho_1 = \rho .$$

Setzen wir noch weiter der Kürze wegen:

$$\frac{t}{T} 2\pi = \theta ,$$

$$\frac{s}{\lambda} 2\pi = \sigma \text{ und}$$

$$\frac{d}{\lambda} 2\pi = \delta ,$$

so würde die Dichtigkeit im Punkte C dargestellt sein durch die Formel:

$$\begin{aligned} D = 1 + a . \sin\theta + a . \rho . \sin(\theta - \sigma) + a . \rho^2 . \sin(\theta - 2\sigma) + a . \rho^3 . \sin(\theta - 3\sigma) + \ldots . \\ + b . \sin(\theta - \delta) + b . \rho . \sin(\theta - \delta - \sigma) + b . \rho^2 . \sin(\theta - \delta - 2\sigma) + b . \rho^3 . \sin(\theta - \delta - 3\sigma) + \ldots \end{aligned} \quad (1.)$$

63. Es wird darauf ankommen, die beiden in diesem Ausdruck enthaltenen Reihen zu summiren. Wir setzen:

$$S = \sin(\theta - \sigma) + \rho \sin(\theta - 2\sigma) + \ldots ,$$

so ist:

$$2 . S . \cos\sigma = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[2 \rho^{n-1} . \cos\sigma . \sin(\theta - n\sigma) \right] .$$

Nun ist aber:

$$2 . \cos\sigma . \sin(\theta - n\sigma) = 2 \cos\sigma . \sin\theta . \cos(n\sigma) - 2 \cos\sigma . \cos\theta . \sin(n\sigma)$$

und:

$$\begin{aligned} 2 . \cos\sigma . \cos(n\sigma) &= \cos[(n+1)\sigma] + \cos[(n-1)\sigma] \\ 2 . \cos\sigma . \sin(n\sigma) &= \sin[(n+1)\sigma] + \sin[(n-1)\sigma] \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned} 2 \cos\sigma . \sin(\theta - n\sigma) &= \sin\theta . \cos[(n+1)\sigma] + \sin\theta \cos[(n-1)\sigma] \\ &\quad - \cos\theta . \sin[(n+1)\sigma] - \cos\theta . \sin[(n-1)\sigma], \text{ d.i.:} \\ &= \sin[\theta - (n+1)\sigma] + \sin[\theta - (n-1)\sigma] . \end{aligned}$$

Daher wird:

$$\begin{aligned} 2 . S . \cos\sigma &= \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\rho^{n-1} . \sin[\theta - (n+1)\sigma] + \rho^{n-1} . \sin[\theta - (n-1)\sigma] \right) \\ &= \sin(\theta - 2\sigma) + \rho . \sin(\theta - 3\sigma) + \rho^2 . \sin(\theta - 4\sigma) + \ldots . \\ &\quad + \sin\theta \quad + \rho . \sin(\theta - \sigma) + \rho^2 . \sin(\theta - 2\sigma) + \ldots . , \text{ d. i.:} \end{aligned}$$

$$2 . S . \cos\sigma = \frac{S - \sin(\theta - \sigma)}{\rho} + \sin\theta + \rho . S .$$

Aus dieser Gleichung berechnet sich:

$$S = \frac{\sin(\theta - \sigma) - \rho \, . \sin\theta}{1 - 2\rho\cos\sigma + \rho^2}$$

Die erste Reihe, welche in dem Ausdruck für D (1.) vorkommt, hat die Form:

$$a \, . \sin\theta + a \, . \, \rho \, . \, S \, .$$

Setzt man hierin den Werth für S ein, so erhält man:

$$\frac{a \, . \left(\sin\theta - \rho \, . \sin(\theta + \sigma)\right)}{1 - 2 \, . \, \rho \, . \cos\sigma + \rho^2} \, ,$$

indem man berücksichtigt, dass:

$$2\cos\sigma \, . \sin\theta = \sin(\theta + \sigma) + \sin(\theta - \sigma) \, .$$

Ganz analog erhält man für die zweite in der Gleichung (1.) vorkommende Reihe:

$$\frac{b \, . \left(\sin(\theta - \delta) - \rho \, . \sin(\theta - \delta + \sigma)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2}$$

und somit erhalten wir für die Gleichung (1.) folgende:

$$D = 1 + \frac{a \, . \left(\sin\theta - \rho \, . \sin(\theta + \sigma)\right) + b \, . \left(\sin(\theta - \delta) - \rho \, . \sin(\theta - \delta + \sigma)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2}$$

Setzt man hierin:

$$\sin(\theta + \sigma) = \sin\theta \, . \cos\sigma + \cos\theta \, . \sin\sigma$$
$$\sin(\theta - \delta) = \sin\theta \, . \cos\delta - \cos\theta \, . \sin\delta$$
$$\sin(\theta - \delta + \sigma) = \sin\theta \, . \cos(\sigma - \delta) + \cos\theta \, . \sin(\sigma - \delta) \, ,$$

so erhält man:

$$D = 1 + \sin\theta \, . \frac{a + b \, . \cos\delta - \rho \, . \left(a \, . \cos\sigma + b \, . \cos(\sigma - \delta)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2}$$
$$- \cos\theta \, . \frac{b \, . \sin\delta + \rho \, . \left(a \, . \sin\sigma + b \, . \sin(\sigma - \delta)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2}$$

Bestimmen wir nun zwei Grössen A und $\varDelta$ so, dass:

$$\left.\begin{aligned} \frac{a + b \, . \cos\delta - \rho \, . \left(a \, . \cos\sigma + b \, . \cos(\sigma - \delta)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2} &= A \, . \cos\varDelta \\ \frac{b \, . \sin\delta + \rho \, . \left(a \, . \sin\sigma + b \, . \sin(\sigma - \delta)\right)}{1 - 2\rho \, . \cos\sigma + \rho^2} &= A \, . \sin\varDelta \, , \end{aligned}\right\} \qquad (2.)$$

so erhalten wir für D den Ausdruck:

$$D = 1 + A \, . \sin\theta \, . \cos\varDelta - A \, . \cos\theta \, . \sin\varDelta \, ,$$

oder:

$$D = 1 + A \, . \sin(\theta - \varDelta) \, . \qquad (3.)$$

Die Wirkung der sämmtlichen im Punkte C (Fig. 9) zusammentreffenden Wellen ist also gleich zu setzen der Wirkung einer einzigen Welle, welche um ein Stück gegen die über B nach C kommende erste Welle verzögert ist und zwar um ein Stück, welches dem $\varDelta$ entspricht und gleich $\varDelta \frac{\lambda}{2\pi}$ sein muss.

64. Die Stärke dieser resultirenden Welle wird abhängen von der Grösse A, welche für sie die Amplitude der Dichtigkeitsänderung ist. Wir haben also A aus den oben eingeführten Gleichungen (2.) zu berechnen und dann zu untersuchen, von welchen Umständen der Werth von A abhängt.

Quadrirt und addirt man jene beiden Gleichungen, so erhält man:

$$A^2 = \frac{1}{(1-2\rho\cos\sigma+\rho^2)^2}\Big\{a^2+b^2+2ab\cos\delta - 2\rho\Big[a^2\cos\sigma + b^2\Big(\cos\delta.\cos(\sigma-\delta) - \sin\delta.\sin(\sigma-\delta)\Big) + ab\Big(\cos(\sigma-\delta)+\cos\sigma\cos\delta - \sin\sigma.\sin\delta\Big)\Big] + \rho^2\Big[a^2+b^2+2\,ab\Big(\cos\sigma.\cos(\sigma-\delta)+\sin\sigma.\sin(\sigma-\delta)\Big)\Big]\Big\}.$$

Entwickelt man die mit 2ρ multiplicirte Klammer weiter, so erhält man dafür:

$$a^2.\cos\sigma + b^2.\cos\sigma + 2\,ab\cos\delta.\cos\sigma = \cos\sigma\,(a^2+b^2+2ab\cos\delta)$$

und für die mit ρ^2 multiplicirte Klammer erhält man:

$$a^2+b^2+2ab\cos\delta\,.$$

Demnach wird:

$$A^2 = \frac{(a^2+b^2+2ab\cos\delta)(1-2\rho\cos\sigma+\rho^2)}{(1-2\rho\cos\sigma+\rho^2)^2}\text{, d. i.:}$$

$$A^2 = \frac{a^2+b^2+2\,ab\cos\delta}{1-2\rho\cos\sigma+\rho^2}$$

oder, wenn wir hier die Werthe für δ und σ wieder einsetzen:

$$\delta = \frac{d}{\lambda}.2\pi \text{ und } \sigma = \frac{s}{\lambda}.2\pi$$

$$A^2 = \frac{a^2+b^2+2ab\cos\left(\frac{d}{\lambda}.2\pi\right)}{1-2\rho\cos\left(\frac{s}{\lambda}2\pi\right)+\rho^2} \qquad (4.)$$

Diesem Ausdruck A^2 wird die Tonstärke im Punkte C (Fig. 9) proportional sein (vergl. Einl. 6).

Wir sehen also, dass dieselbe auch von der Länge s, d. i. von dem Umfang der Interferenzröhre abhängt, wenn man jene Wellen höherer Ordnung mit berücksichtigt, wenn man also annimmt, dass der Bruch ρ nicht verschwindend klein ist. Wäre dieses nämlich der Fall, dürften wir annehmen, es wäre:

$$\rho = 0\,,$$

so würde:

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right),$$

eine Formel, die sich natürlich auch direct finden liesse, wenn man nur die beiden ersten Wellen berücksichtigte. Ob man hierzu oder zu jener anderen Annahme über ρ berechtigt ist, kann nur der Versuch entscheiden.

65. Der Ausdruck:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cos\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right)}{1 - 2\rho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \rho^2}$$

wird so klein als möglich, d. h. die Tonstärke im Punkte C wird ein Minimum werden, wenn der Zähler des Bruches möglichst klein und der Nenner möglichst gross ist, d. h. wenn:

$$\cos\left(\frac{d}{\lambda} 2\pi\right) = -1 \text{ und auch:}$$

$$\cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) = -1\,.$$

In diesem Falle würde:

$$A^2 = \left(\frac{a - b}{1 + \rho}\right)^2.$$

Für d und s ergeben sich hieraus die Bedingungen, dass:

$$d = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{und}$$

$$s = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}\,,$$

dass also sowohl der Unterschied, als die Summe der beiden Röhrenschenkel ABC und ADC ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge des Tones beträgt.

Das erstere Resultat, welches die Länge des Unterschiedes der beiden Röhren bestimmt, war auch ohne die Rechnung klar.

Dass der Gesammtumfang jene Eigenschaft ebenfalls haben muss, wenn die Interferenz besonders deutlich werden soll, darauf ist schon in der Quincke'schen Arbeit hingewiesen bei Angabe der Dimensionen des einen Apparates zur objectiven

Darstellung der Interferenzerscheinungen mit Hülfe der Kundt'schen Staubfiguren[1]), wo der eine Röhrenschenkel die Länge $4\frac{\lambda}{2}$, der andern $9\frac{\lambda}{2}$ hat, die Summe also $13\frac{\lambda}{2}$ beträgt.

66. Der Werth des Bruches ρ wird von der Länge des Umfangs s auch abhängig sein, und zwar muss er um so grösser sein, je kleiner s ist, d. h. man wird den bedeutendsten Effect erlangen, wenn die Länge des einen Zweiges $\frac{\lambda}{2}$, die des anderen $2\frac{\lambda}{2}$ beträgt.

67. So lange nun aber der Unterschied:

$$d = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

also der Zähler jenes Ausdrucks für A^2 gleich $(a - b)^2$, d. i. nahezu gleich Null ist, so lange wird die Schwächung des Tones, auch abgesehen von der Länge s, eine sehr bedeutende sein, und es wird daher ein Einfluss dieser Länge kaum zu bemerken sein.

Hat aber jener Unterschied d einen anderen Werth, oder ist er gar gleich Null, so wird dieser Einfluss sich geltend machen, falls der Bruch ρ nicht verschwindend klein ist.

68. Ich habe hierüber eine Anzahl von Versuchen angestellt, leider meistentheils ehe die obige Berechnung für A^2 gemacht war — nur der Versuch No. 6 (vergl. unten) ist nach der Berechnung angestellt —; haben die Beobachtungen in Folge dessen auch den Vorzug vollkommener Unbefangenheit, so wäre es doch wünschenswerth, die Experimente mit Bezug auf jene Formel für A^2 einzurichten und so vielleicht zu Schlüssen über den Werth von ρ zu gelangen.

69. Eine Schwierigkeit liegt immer darin, dass man nichts über die Amplitude des Tones weiss, der entsteht, wenn der Zweig ADC (s. Fig. 9) abgeschlossen ist. Man hat anzunehmen, dass dieselbe bedeutend grösser ist, als a, aber wie gross sie ist, wissen wir nicht. Könnte man diese Frage auf irgend eine Weise streng entscheiden, und fände man für den Werth der Amplitude 2β, so dass also die Intensität des Tones durch:

$$4\beta^2$$

ausgedrückt werden könnte, so brauchte man nur jenen Ausdruck von A^2 immer mit diesem von $4\beta^2$ zu vergleichen und gleichzeitig die Beobachtungen mit offenem und

[1]) Pogg. Ann. Bd. 128, S. 189.

geschlossenem Röhrenschenkel ADC anzustellen, um so über den Werth von ρ einen Schluss ziehen zu können.

Dass ρ nicht blos von der Länge, sondern auch von der inneren Beschaffenheit der Interferenzröhre abhängt, ist in hohem Grade einleuchtend; z. B. wird ρ jedenfalls bedeutend kleiner sein in Kautschuck-, als in Glas-Röhren.

Meine Versuche über die vorliegende Frage stimmen mit dem theoretischen Resultat überein. Einige derselben seien hier mitgetheilt.

Erster Versuch:

Für den Ton c_2 einer Stimmgabel hatte ich die Dimensionen einer Interferenzröhre aus Glas so gewählt, dass:

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

$$s = 3\frac{\lambda}{2}$$

war. In diesem Falle wird

$$\cos\left(\frac{d}{\lambda}2\pi\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{s}{\lambda}2\pi\right) = -1$$

und daher:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2}{(1+\rho)^2}$$

Der Ton war in diesem Falle bei offener Interferenzröhre merklich schwächer, als bei geschlossener.

Dieses könnte indessen auch davon herrühren, dass der Zähler des Bruches

$$a^2 + b^2$$

ziemlich klein ist und vermuthlich kleiner, als der Ausdruck, welcher die Intensität bei geschlossener Röhre bezeichnet, und den wir oben

$$4\beta^2$$

genannt hatten.

Zweiter Versuch:

Beide Schenkel der obigen Röhre waren um ein gleiches Stück verlängert, so dass

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

blieb, aber s nicht genau

$$5\frac{\lambda}{2}$$

wurde. In diesem Falle wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2}{(1+\rho)^2 - 2\,\delta.\,\rho}$$

wo δ den Unterschied zwischen $\cos\left(\frac{s}{\lambda}\,2\pi\right)$ und -1 bedeutet.

Hier ist der Nenner kleiner, als bei dem vorigen Versuch, zumal auch ρ hier in Folge der grösseren Länge der Röhre kleiner sein muss, als dort. A^2 ist also grösser, als vorhin. Und in der That war die Schwächung des Tones in diesem Falle nur unbedeutend, jedenfalls geringer, als zuvor.

Dritter Versuch:

Die Länge des Rohres war wieder verändert, und zwar so, dass:

$$d = \frac{\lambda}{6}$$

$$s = 3\,\frac{\lambda}{2}$$

war. Dann wird:

$$\cos\left(\frac{d}{\lambda}\,2\pi\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{s}{\lambda}\,2\pi\right) = -1$$

und daher:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2 + ab}{(1+\rho)^2}$$

Auch in diesem Falle ist trotz des bedeutend grösseren Zählers eine geringe Schwächung des Tones zu bemerken.

Vierter Versuch:

Es war, wie zuvor:

$$d = \frac{\lambda}{6}$$

aber:

$$s = \frac{4}{3}\lambda, \text{ also: } \cos\left(\frac{s}{\lambda}\,2\pi\right) = -\frac{1}{2}$$

so wird:

$$A^2 = \frac{a^2 + b^2 + ab}{1 + \rho + \rho^2}.$$

Hier ist A^2 grösser, als zuvor, weil der Nenner um ρ kleiner geworden ist. In diesem Falle war auch keine Schwächung des Tones bemerkbar.

Eine ziemlich grosse Anzahl von anderen derartigen Versuchen stimmen mit dem berechneten Werth von A^2 ebenfalls überein. Die Schwächung des Tones, die bei ihnen zu bemerken war, liess sich aber aus dem Zähler jenes Bruches allein erklären, und desshalb können sie hier weiter nicht in Betracht kommen.

71. Einige wenige Beobachtungen habe ich indessen auch angestellt für den Fall, dass:

$$d = o$$

war, dass also die beiden ersten im Punkt C zusammentreffenden Wellen gar keinen Gangunterschied hatten. In diesem Falle wird:

$$a = b$$

sein, und daher:

$$A^2 = \frac{4a^2}{1 - 2\rho \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) + \rho^2}$$

Fünfter Versuch:

1. Stimmgabel c_2.

$$d = o$$

$$s = 3\frac{\lambda}{2} \text{ (etwas kleiner)}$$

Sieht man von dieser letzten unbedeutenden Ungenauigkeit ab, so wird:

$$A^2 = \frac{4a^2}{(1+\rho)^2}$$

2. Stimmgabel g_1.

Für diese ist bei demselben Apparat, wie zuvor:

$$d = o$$

$$s = 7\frac{\lambda}{6}, \text{ also: } \cos\left(\frac{s}{\lambda} 2\pi\right) = -\frac{1}{2}$$

daher:

$$A^2 = \frac{4a^2}{1 + \rho + \rho^2}$$

Der Ausdruck A^2 ist also für den Ton c_2 kleiner, als für g_1 lediglich in Folge des Nenners. In der That war bei c_2 eine Schwächung des Tones zu bemerken, bei g_1 dagegen nicht.

Sechster Versuch:

Ich benutzte eine Interferenzröhre aus Kautschuck, bei der nur die Zweigstellen aus Glas waren; es ist also hier anzunehmen, dass ρ ganz besonders klein ist.

Für die Stimmgabel c_2 war in zwei Fällen

$$d = o$$

Dagegen:

1. $$s = \frac{\lambda}{2}$$

2. $$s = \lambda$$

Diesen beiden Fällen entspricht

1. $$A^2 = \frac{4a^2}{(1+\rho)^2}$$

2. $$A^2 = \frac{4a^2}{(1-\rho)^2}$$

d. h. das Maximum und Minimum des Nenners. In der That wurde im ersten Fall der Ton durch die Röhre geschwächt, im zweiten dagegen nicht.

72. Ich darf indessen hierbei nicht unerwähnt lassen, dass bei einer Wiederholung dieses Versuches mit genau demselben Apparat die Beobachtung viel undeutlicher und weniger sicher ausfiel. Ich glaube aber den Grund hiervon auf eine Ueberreizung meiner Nerven schieben zu dürfen, wie sie mitunter eintrat, wenn ich eine Anzahl akustischer Beobachtungen gemacht hatte.

Leider muss ich aus diesem Grunde davon abstehen, die Beobachtungen über die hier berührte Frage zu vervollständigen. Ich bin weit entfernt, zu glauben, die mitgetheilten Versuche könnten endgültig entscheiden über die Richtigheit der Voraussetzungen, welche in der oben (59) angestellten Rechnung zu Grunde gelegt sind. Dazu müssten sie noch sehr beträchtlich erweitert und vervollständigt werden. Da ich aber nicht weiss, ob ich derartige Beobachtungen mit dem Ohr künftig nicht ganz werde aufgeben müssen, so wollte ich an dieser Stelle die Resultate mittheilen, welche ich gefunden, obwohl sie noch der Ergänzung bedürften.

73. Bei den mitgetheilten Versuchen war das Zuleitungsrohr zur Stelle A (FA, s. Fig. 9) ziemlich kurz, so dass es kaum einen Einfluss auf die Schallbewegung in der Röhre hat ausüben können. Indem man die Länge dieser Röhre variirt, lässt sich constatiren, dass dieselbe nicht gleichgültig ist.

Ich fand nämlich bei einer Reihe von Versuchen mit vier Stimmgabeln der Höhe c_2, g_1, e_1, c_1 und mit einer kreisförmig gebogenen Interferenzröhre aus Glas, deren beide Zweige etwa 173^{mm} lang waren (also $d = 0$, $s = 346^{\text{mm}}$), dass für alle vier Gabeln eine je nach der Tonhöhe mehr oder weniger bemerkbare Interferenz erzeugt wurde, wenn die Länge des Zuleitungsrohres FA ein ungerades Vielfaches der Viertelwellenlänge des angewandten Tones war, dass dagegen die Interferenz nicht zu Stande kam, ja dass sogar der Ton beim Oeffnen beider Schenkel verstärkt und beim Schliessen des einen geschwächt wurde, wenn jene Länge FA ein gerades Vielfaches der Viertelwellenlänge betrug.

Der Grund dieser Erscheinung liegt, wie ich glaube, darin, dass das Rohr FA in dem letzteren Falle den Ton durch Resonanz verstärkt. Sind nämlich beide Zweige geöffnet, so kann man FA als eine beiderseits offene Röhre ansehen, deren Eigentöne ja bekanntlich so beschaffen sind, dass die Länge der Röhre die halbe Wellenlänge oder ein Vielfaches derselben ist (vergl. 32). Diese Röhre wird also den Ton der Stimmgabel verstärken, wenn ihre Länge gleich $\frac{\lambda}{2}$ oder einem Vielfachen davon ist, und wenn beide Schenkel offen sind. Wird nun aber der eine Röhrenzweig geschlossen, so kann man die Stelle A nicht mehr, wie zuvor, als eine offne betrachten, die Röhre FA wird also jetzt auch nicht mehr zur Resonanz dienen, und deshalb wird der Ton gegen vorher etwas geschwächt erscheinen.

Am ungünstigsten für jene Resonanz der Röhre FA muss der Fall sein, wo sie gleich $\frac{\lambda}{4}$ oder einem ungeraden Vielfachen davon ist. Daher wird in diesem Falle auch die Wirkung der eigentlichen Zweigröhren ABC und ADC am meisten zur Geltung kommen.

74. Einige Versuche, die ich anstellte, indem ich bei F das Mundstück einer gewöhnlichen Pfeife ansetzte, deuten darauf hin, dass diese Erklärung richtig ist. Denn unter verschiedenen Verhältnissen entstand dabei ein Ton, dessen halbe Wellenlänge gleich FA war.

Diese Versuche sind indessen zu unvollständig, um eine eingehende Betrachtung daran zu knüpfen. Sie waren in Folge der schrillen Pfeifentöne sehr unangenehm, fast schmerzhaft und konnten desshalb nur in ziemlich geringer Zahl angestellt werden.

75. Da nun alle übrigen Dimensionen der Quincke'schen Interferenzapparate nicht gleichgültig zu sein scheinen, so tritt uns endlich noch die Frage entgegen, ob nicht auch die Länge der Kautschuckröhre einen Einfluss hat, welche von der Stelle C aus zu dem Ohre führt. Ich habe dieselbe bei einer Reihe von Beobachtungen vielfach variirt, habe aber dabei keine Aenderung wahrnehmen können, so dass also diese Länge unwesentlich zu sein scheint, dass man demnach berechtigt ist zu der Vorstellung, von der wir immer ausgingen, dass nämlich bei der Stelle C in Folge aller der anderen Umstände ein Wechsel der Dichtigkeit stattfinde, welcher die Bewegung in der dem Ohre zugeleiteten Röhre verursacht, von dessen Stärke also auch die Stärke des Tones abhängt, welchen der Beobachter vernimmt.

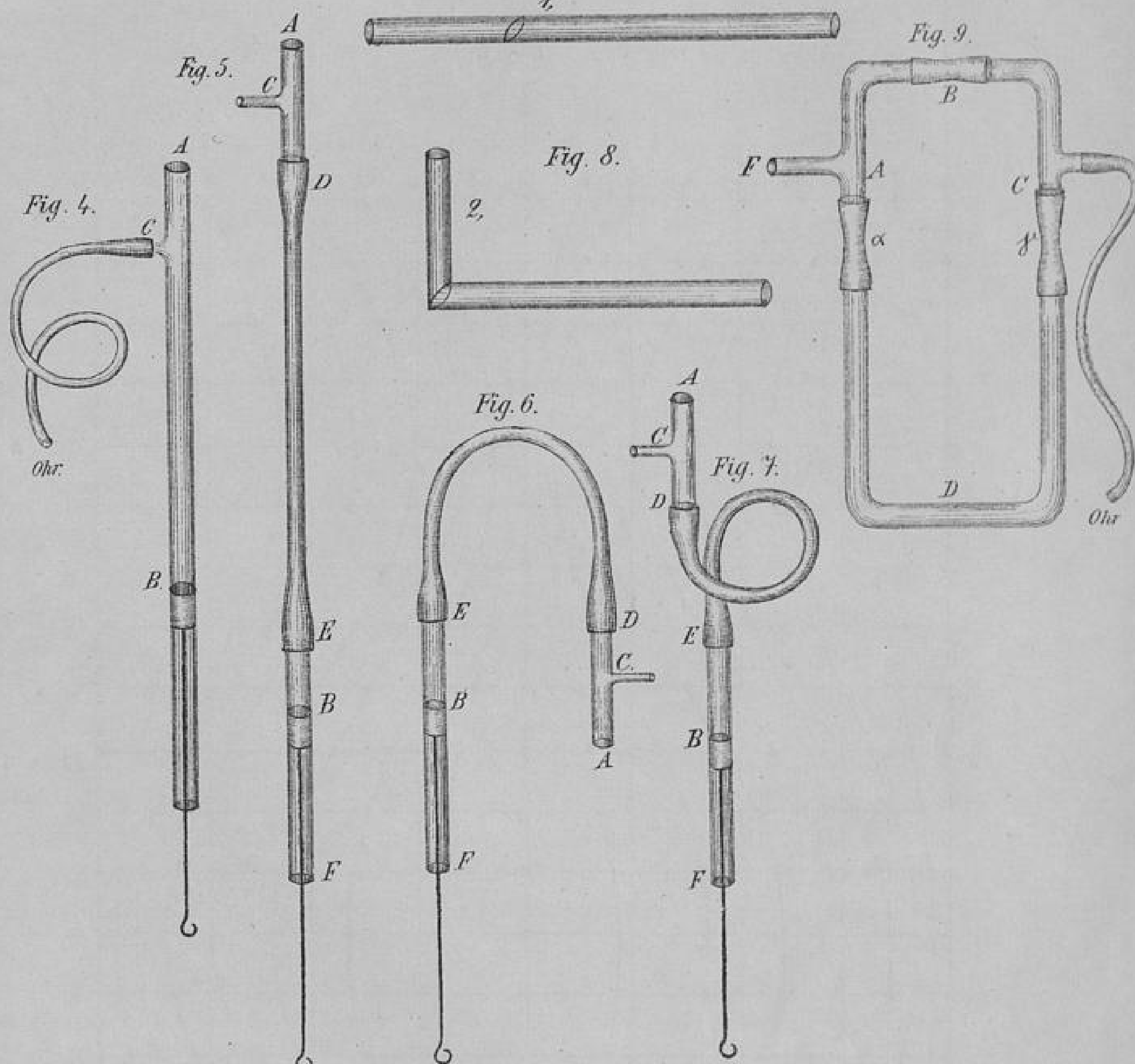
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
A
B
C
D
E
F
1,
2,
α
γ
Ohr
Ohr

Fig. 3.

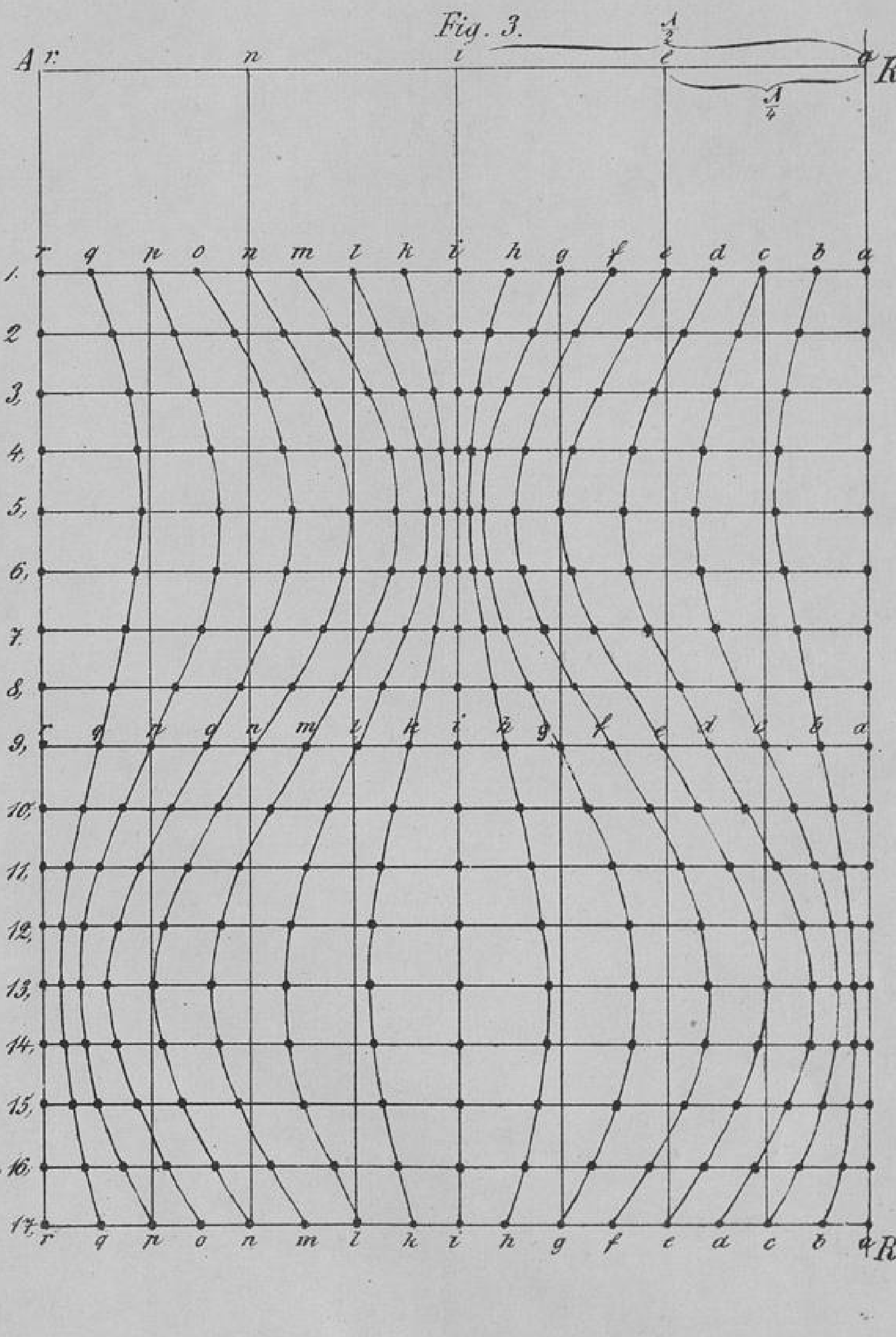
A r n i e a R
$\frac{A}{2}$
$\frac{A}{4}$
r q p o n m l k i h g f e d c b a
1. 2 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17.
r q p o n m l k i h g f e d c b a
r q p o n m l k i h g f e d c b a R.

Fig. 2

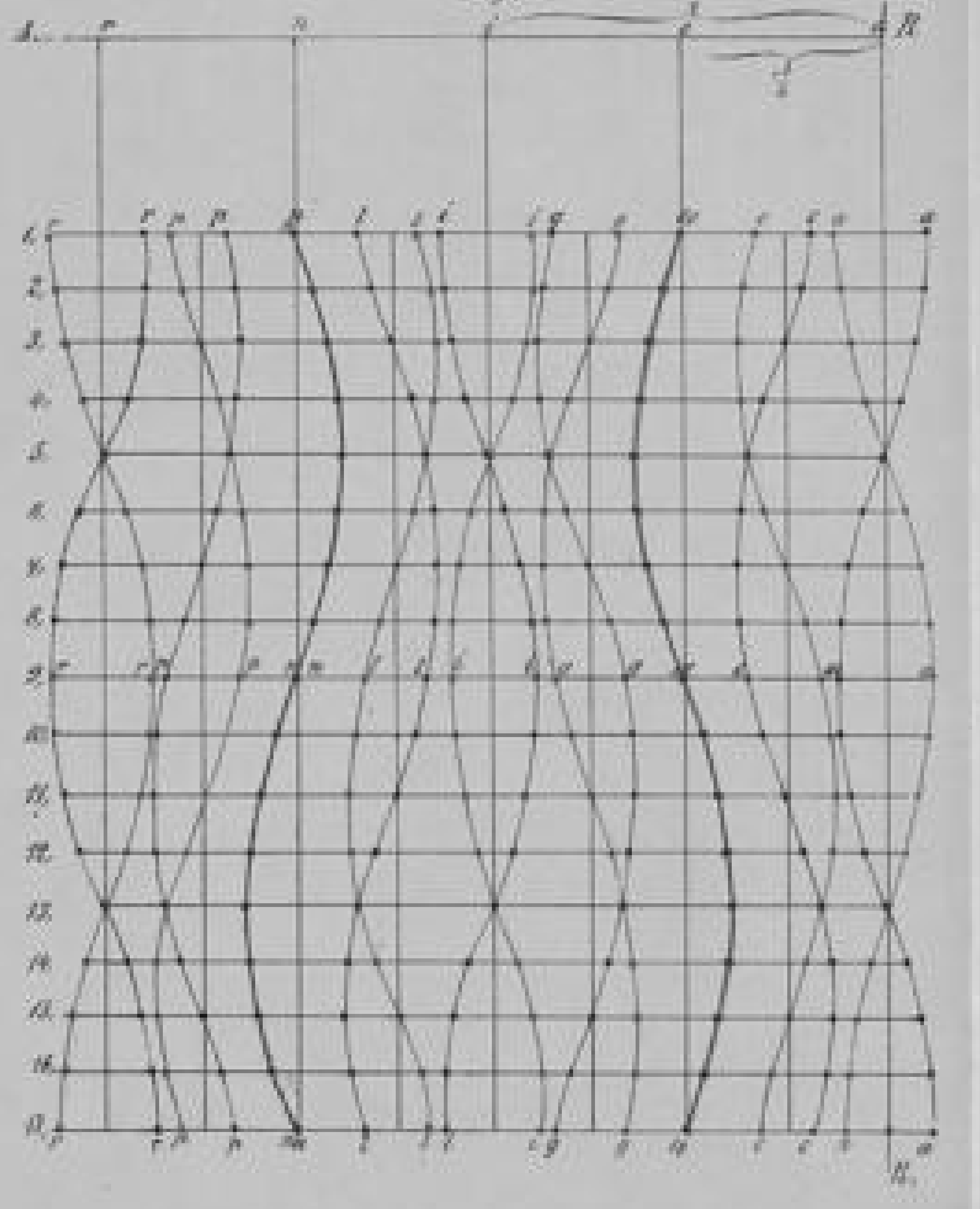

Fig. 3.

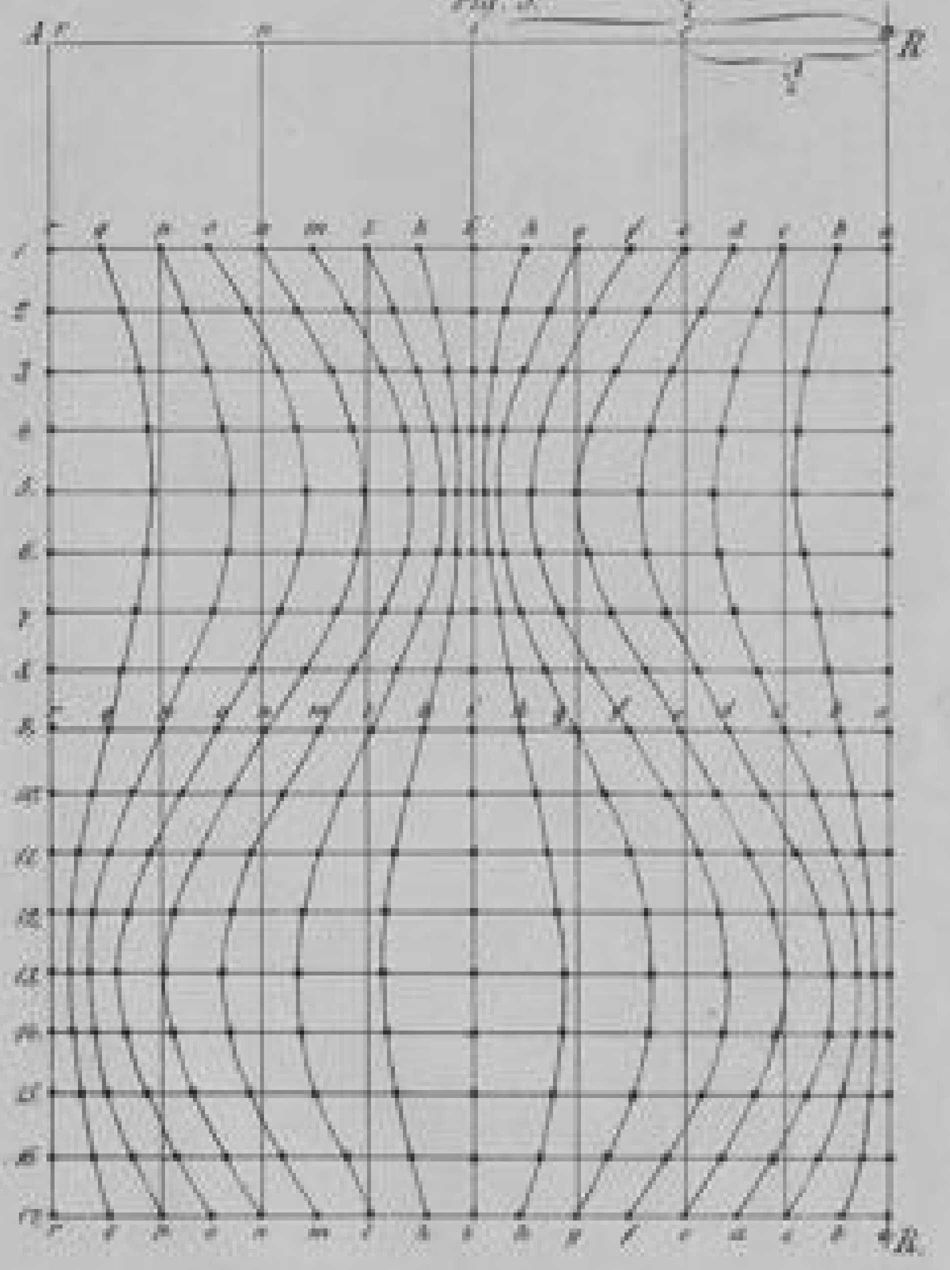

Fig. 1.