

Ueber den Inhalt und die Bedeutung des mathematischen und physikalischen Unterrichts auf unseren Gymnasien.

Wer das Erziehungswerk der lezt verfloffenen Jahrhunderte bis auf unsere Zeiten überschaut, der wird mit Bewunderung erfüllt, wenn er sieht, mit welcher Glaubens-Zuversicht unsere Vorfahren stets bemüht waren, ihre Kinder mehr für den Himmel als für diese Welt zu erziehen. Ihre Gedanken, aus beschränkter Vergangenheit in die Zukunft der Ewigkeit gerichtet, verweilten nicht bei den Augenblicken der Gegenwart und übersah in der Unermesslichkeit der Himmel diese Welt als den unbedeutenden inhaltsleeren Punkt. Die philosophisch mikroskopischen Untersuchungen dieser Spanne Zeit und dieses scheinbar untheilbaren Raumpunktes hatten noch nicht gelehrt, daß das Unendliche weder vom Raume noch von der Zeit völlig umspannt wird; man wußte noch nicht, daß die Welt unendlich ist nach Außen und nach Innen, und erinnerte sich kaum, daß die Fülle der Zeit nicht nach Stunden und Jahren gemessen werden kann.

Die Mathematik und die Naturwissenschaften haben sich in die ungeheure Arbeit getheilt, dem Menschengeschlechte zu zeigen, wie unermeslich groß der unendlich kleine Raum und die Spanne Zeit ist, die ihm zugemessen ward.

Die Sammlung aller Kräfte der Menschheit in dem einen Punkte der Gegenwart ist es, welche eine Umgestaltung der Welt bewirkt. Die Lehren dieses Umwandlungsprozesses sind keine Drakelsprüche mehr. Lebe, so lauten sie verständlich, in der Gegenwart und für dieselbe, dann wirst du das Glück der Mitwelt sichern und die Keime der Zukunft pflanzen. Also öffne Auge und Ohr der Gegenwart, damit du in diesem Spiegel nicht nur die Welt, sondern dein eigenes Innere selbst erblickst. Dies ist es was Dichter und Philosophen aller Zeiten gelehrt haben, was der Mathematiker als wahr beweist und der Naturforscher als seine eigene Lehre immer mehr und mehr begreift. Aber das Auge und Ohr, welches die Gegenwart erkennen soll, ist ein geistiges. Wer kann sagen: „ich habe es gesehen und gehört!“ der das Wesen der Dinge nicht begriffen und ihre Sprache nicht verstanden hat? Denkende Menschen werden Auge und Ohr eher der Lüge zeihen als ihren Verstand. Der Verstand ernüßt und erwägt! Und das Feld seiner Arbeit ist hienieden.

Wenn aber der Psalm alle Beweise vom Dasein Gottes und allen Trost in den einen Vers zusammenfaßt „der das Ohr gepflanzt hat, sollte der nicht hören? der das Auge geschaffen hat, sollte der nicht sehen?“ so finden diese begeisterten Worte in der offenen Seele des wissenschaftlichen Forschers gewiß den lautesten Widerhall! denn wer faßt so wie er die Geheimnisse des Ohrs und die Wunder des Auges? Und wenn es wahr ist was wir ausgesprochen haben, daß das Geschenk der Gegenwart ein unerschöpfliches, ein unendliches ist, so begreift auch der Verstand, daß das irdische Gefäß zu schwach ist, um die Fülle der Gaben zu fassen, und die Gnade nicht verschüttet werden wird, wenn der Kelch zerbricht, den sie füllte.

Der Trieb zu vergleichen und zu messen ist uns Allen angeboren. Wie oft und mit welchem Eifer werfen Jünglinge die Frage auf, wer ist der größte Componist, Maler oder Dichter? Selbst

die Jünger Christi fragten schon, wer ist der größte im Himmelreich? Und durch dieses Messen glaubt Niemand nur über ein äußerliches Verhalten der Dinge zu einander Aufschluß zu bekommen, sondern man hofft zugleich einen Blick in ihr innerstes Wesen zu thun.

In der That, es muß ein Band der Einheit geben, welches Alles umschlingt, eine Gleichheit, die Alles durchdringt. Vergleichen wir nicht Sinnliches mit Sinnlichem, Geistiges mit Geistigem, und Irdisches und Himmlisches unter einander? nennen wir nicht den Ton süß, schmelzend, herb und rau? geben der Farbe einen Ton und dem Lichte fast die Kraft, sich allen Sinnen zugleich begreiflich zu machen? Diese Thätigkeit des Messens und Vergleichens, die sich selbst da noch regt, wo jeder Maaßstab fehlt, sie ist uns angeboren, sie ist das poetische Erbtheil jedes begabteren Menschen, an dem schon die Kinder Theil nehmen, denn in ihren Spielen, in denen sie Alles zu Allem machen, in ihren zufälligen Aeußerungen verrathen sie diesen reichen Schatz. Eine der süßesten Thätigkeiten des Lebens bleibt für den Jüngling dieses Messens ohne Maaß, dieses Beleuchten der Dinge durch die schillernden Reflexe der übrigen, dem Echo zu lauschen, welches eine tönende Saite der Seele an den tausendfachen Gebilden seiner Phantasie hervorruft. Erst der wissenschaftliche Forscher setzt dieser poetischen Thätigkeit Schranken; er sucht das Maaß, mit dem er messen soll, denn für ihn sind die Dinge selbst nur ihr Maaß. Er begreift die Wesen völlig, die er ermessen kann, und der dann noch unmeßbare Rest, dieser Rückstand, ist die unterschiedslose allgemeine Substanz, die alle mit einander gemein haben.

Seit mehr als zwei Jahrtausenden hat sich eine eigene Wissenschaft des Messens gebildet, eine Wissenschaft, deren Werth und Bedeutung schon vom Alterthume erkannt und deren Studium von den größten Menschen aller Zeiten gepflegt und gefördert wurde.

Der Glanz der Mathematik, dieser Wissenschaft vom Maaße und der Zahl, von der Ordnung und Bewegung, durchdrang selbst in längst verfloßenen Jahrhunderten bisweilen den finsternen Nebel des Aberglaubens. Aber ihr hoher Werth für Menschenbildung wurde später nur selten begriffen. In unseren Gymnasien zeigen wir jetzt den Schülern die Gestalten einer zweitausendjährigen Vorzeit in einem Spiegel, dessen Trübe von der Hülle ihrer Strahlen reichlich genug durchbrochen wird, um Vergangenheit und Gegenwart glänzend zu erhellen. Seit dem Wiedererwachen der Wissenschaften hat das höchste Streben und die Ehre aller gebildeten Völker mit Recht darin bestanden, diesem Spiegel größere Helligkeit und Klarheit zu verleihen, denn fast alle Schöpfungen späterer Geschlechter in Kunst und Wissenschaft fanden bisher stets im Alterthume ihre Vorbilder, die nur selten erreicht, noch seltener übertroffen wurden. Aber der Lichtstrom hat endlich neue Keime geweckt und neue Saaten sprießen auf. Mathematik und Physik haben sich Hand in Hand zu einer Höhe emporgeschwungen, von der aus sie die Gegenwart zu gestalten und zu beherrschen beginnen. Einsichtsvollen Männern ist es bereits bedenklich erschienen, unseren Jünglingen bis zu ihrem zwanzigsten Jahre die Macht und den Einfluß eines Umwandlungsprozesses zu verschweigen, ohne dessen Kenntniß sie einst, gleich den armen Nachkommen der Aegypter, unter dem hohen Baue ewiger Pyramiden, als Fremdlinge im eigenen Hause wandeln werden. „Wir beschränken uns darauf,“ sagt einer der größten Historiker, „einige Winke zu geben, wie diese in unserer Zeit zu einer von den Alten auch nicht im Traume geahnten Höhe gebrachten Wissenschaften aus dem erneuerten Studium der Alten entsprangen und wie der Grund ganz neuer Wissenschaften des Wägens und Messens, des Rechnens und der genauen Kenntniß von Himmel und Erde gelegt ward.“

Diese ganz neuen Wissenschaften des Wägens und Messens, durch welche der Grund zur Kenntniß des Himmels und der Erde gelegt ward, blieben aber bisher der gebildeten Welt fast ganz

unbekannt, denn die dürftigen Notizen, die hier und da der Eine oder der Andere sammelte, verdaukte er zufälliger Neigung und nicht dem Unterrichte, den er auf Gymnasien genossen hatte. Aber aus den Gymnasien gehen fast alle Staatsbeamte und zugleich die Männer hervor, welche einst den Lenkern des Staates zur Seite stehen und zu bestimmen haben, wieviel von der genauen Kenntniß des Himmels und der Erde der Mitwelt zuzuließen soll.

Wenn aber jener Umwandlungsprozeß wirklich vor sich geht, und er scheint in der That reißend schnell um sich zu greifen, dann berührt er gerade die leiblichen und geistigen Interessen der Staatsbeamten am tiefsten. — Wir Alle werden vielleicht früher oder später, mehr oder weniger von ihm erfaßt, und selbst für diejenigen, welche diesen Glauben nicht hegen, ist es von hohem Werthe, ein Auge zu haben für das Geschenk der Gegenwart, ein Ohr für die Versprechungen der Zukunft. Wer sähe indessen nicht schon jetzt, wie die Wissenschaften beginnen, ihr Füllhorn über die Erde auszuschütten; wer hörte nicht, wie sie die schönsten Hoffnungen wecken für uns und für die kommenden Geschlechter!

In dem engen Raume, der uns gestattet ist, wollen wir mit flüchtigen Strichen anzudeuten versuchen, welchen Werth Mathematik und Physik für allgemeine Menschenbildung in sich tragen. Wir wollen wenigstens den Werth ihrer Gaben kennen lehren, wenn wir auch nicht die Macht besitzen sie zu vertheilen. Der erste, leicht verständliche Theil der Mathematik, der auch in den Kreis unserer allgemeinen Bildung mit hineingezogen worden ist, beschäftigt sich mit dem Messen der Gegenstände durch ein unmittelbar gegebenes Maaß und erscheint zunächst als eine ganz äußerliche Thätigkeit, die am wenigsten geeignet ist, die Natur der Dinge zu ergründen. Die einfachsten Sätze über Gleichheit und Aehnlichkeit von Flächen und Körperräumen und die geringe That von einigen Rechnungs-Operationen, die sich nicht sehr weit von den bekannten vier Species der Rechenkunst entfernen, haben sämmtlich nicht vermocht, diese ganze Wissenssphäre vor dem Vorwurf der Trockenheit zu schützen, womit man das Unfruchtbare und Nichtige solcher Speculationen bezeichnen will. In der That würde dieser Vorwurf auch nicht ganz ungegründet sein, wenn Das, was unter dem Namen der Mathematik gewöhnlich verstanden wird, sie selbst auch wirklich wäre. Es liegt aber in der Natur der Sache, daß die allgemein verbreiteten Ansichten über diese Wissenschaft nicht die richtigen sein können. Unser Bildungsgang hat bisher eine ganz andere Richtung genommen und nur in der neuesten Zeit sind die exacten Wissenschaften locker und oberflächlich in ihn verflochten worden. Ja selbst die allerwenigsten der Männer, denen diese Unterrichtszweige anvertraut werden mußten, konnten sich an Gediegenheit der Bildung mit denen messen, in deren Händen die übrigen lagen. Aber die strengen Wissenschaften drängen sich jetzt mit unwiderstehlicher Gewalt ins Leben ein. Auf die Jugendblüthe der Kunst scheint das Mannesalter der Wissenschaft zu folgen. Die Welt fühlt immer deutlicher, daß Gesetze allein die Wohlfahrt des Einzelnen wie des Ganzen sichern, aber Gesetze geben und ihnen frei gehorchen, lehrt nur die Wissenschaft. Man kann die Wissenschaften nie zu hoch erheben, denn es wird doch den Meisten stets behaglicher erscheinen, sich im Kunstgenusse zu berauschen, als den reinen Aether des Gedankens einzuathmen.

Auch die Mathematik ist fähig, die Natur der Dinge und des Geistes zu ergründen. Nicht, wie einige Philosophen glauben, an der äußerlichen, inhaltslosen Quantität müht sie sich ab, sondern auch die Qualität macht sie zum Gegenstande ihrer Forschung, denn Mathematik und Naturforschung haben es über allen Zweifel erhoben, daß fast Alles, was als Qualität erscheint, sich in eine Reihe quantitativer Bestimmungen auflösen, also durch Zahlen vollständig bestimmen und messen läßt.

Das Geschäft des Messens erscheint als etwas Mechanisches und Aeußerliches, sobald der

Maafstab, mit dem gemessen werden soll, gegeben ist, selbst wenn es auch viel Scharfsinn erfordern sollte, sehr große und sehr kleine Dimensionen mit Genauigkeit zu messen und zu berechnen. Erheben wir uns indessen mit der Mathematik eine Stufe höher, so finden wir sie beschäftigt, den Maafstab erst zu schaffen, der fähig ist, die Größe zu ermessen. Denken wir uns z. B. eine gefezmäßige krumme Linie, etwa eine Ellipse, eine solche Linie, welche jeder Kreis zu bilden scheint, der in einer schiefen Lage vom Auge betrachtet wird, so finden wir sie an verschiedenen Stellen verschieden gekrümmt; offenbar ist diese Krümmung an den beiden von einander am weitesten entfernten Punkten am größten, an den Punkten aber, die sich am nächsten gegenüber stehen, am kleinsten. Die Krümmung nimmt von den ersten Punkten nach den letzten hin stets ab. Ein Jeder wird wohl die Frage verständlich finden, wie groß ist die Entfernung der am weitesten von einander abstehenden Punkte? oder welchen Umfang hat diese krumme Linie? aber Niemand wagt zu fragen, wie krumm ist die Linie in irgend einem Punkte? denn Jeder glaubt, die Krümmung sei eine Qualität der Linie, die nicht durch Zahlen bestimmt werden kann. Man weiß zwar, ein Kreis hat in allen seinen Punkten gleiche Krümmung, und diese Krümmung nimmt um so mehr ab, je größer sein Durchmesser wird, aber es leuchtet nicht gleich von selbst ein, daß der Kreis der Maafstab sei, durch welchen die Krümmung in irgend einem Punkte jeder andern krummen Linie gemessen werden müsse. Und doch ist es so. Es läßt sich mit der größten Schärfe für jeden Punkt einer krummen Linie ein Kreis berechnen und zeichnen, der sich an dieser Stelle inniger an sie anschließt, als jeder andere denkbare Kreis. Diesen Kreis nennt man den Krümmungskreis. Konstruiren wir für zwei beliebige Punkte der erwähnten Ellipse die beiden Krümmungskreise, und finden den Halbmesser des einen dreimal größer als den des andern, so schreiben wir der Ellipse im letzten Punkte eine dreimal größere Krümmung zu, als im ersten. Durch Hilfe der Mathematik ist man also im Stande, von den Krümmungen einer Linie in Zahlen zu sprechen, offenbar auf eine bestimmtere und sicherere Weise, als dies in jeder andern Sprache möglich wäre. Wer sich nicht eine klare Vorstellung vom Krümmungskreise gebildet hat, kann es unmöglich verstehen, wenn er in der Geographie hört, die Grade eines Erdmeridians wären unter dem Aequator kleiner als unter den Polen. Bekanntlich ist ein solcher Erdmeridian fast eine Ellipse, deren größte Krümmung unter dem Aequator liegt. Erfahren wir nun, daß der Meridiangrad unter den Polen $14\frac{1}{11}$ Meilen, in Berlin $14\frac{3}{11}$ und unter dem Aequator $14\frac{1}{11}$ Meile beträgt, so muß man sich für diese 3 Punkte die Krümmungskreise des Meridians konstruirt denken und auf jedem dieser drei Kreise die Länge eines Grades bestimmen. Diese Längen würden dann entsprechend die angegebene Größe haben. Ebenso verständlich ist es nun auch, wenn von den Eisenbahnen behauptet wird, ihr Krümmungshalbmesser dürfe an keiner Stelle kleiner als 400 Fuß sein.

Durch fortgesetzte Bemühung, Qualitäten zu messen, ist es der Mathematik möglich geworden, sogar ein Maaf für die Kräfte zu finden. Wer sollte wohl nicht zugeben, daß ihm das Wort Kraft von allen, die er je gebraucht hat, das dunkelste gewesen ist! Wird man gezwungen, demselben einen bestimmten Sinn unterzulegen, so sagt man: Kraft ist die Ursache der Veränderung. Aber wie die Ursachen zu messen sind, scheint eben nicht viel klarer zu sein, als wie das Maaf von Kräften zu finden ist. Dazu kommt noch, daß man sich trotz dem die Aufgabe doch noch etwas leichter denkt, als sie ist, denn man stellt sich gewöhnlich die Kräfte als fest bestimmte unveränderliche Wesen dar. Aber Kraft ist selbst nichts als ein Prozeß, ein Auf- und Niedrwoagen. An der Schwerkraft wenigstens wollen wir zu zeigen versuchen, mit welchem Maafse die Mathematik die Kräfte mißt. Newton hat seinen Ruhm hauptsächlich durch die Entdeckung des Gesetzes der Schwere begründet, welches der

neueren Astronomie zur Basis dient. Nach ihm ist die Materie gleichgültig gegen Ruhe und Bewegung. Ruhende Materie beharrt in Ruhe, bewegte in Bewegung. Bewegte Materie zur Ruhe zu bringen, erfordert dieselbe Arbeit, die angewandt werden muß, ihr diese Bewegung zu ertheilen. Hierin ist das Gesetz der Trägheit ausgesprochen. Das Gesetz der Schwere aber lehrt: alle Materie zieht einander an, proportional ihrer Masse, und diese Kraft nimmt ebenso ab, wie das Quadrat der Entfernung zunimmt. Zum Messen der Schwerkraft, also überhaupt zur Entdeckung ihres Gesetzes ist die Untersuchung gewisser Differenzen oder Unterschiede erforderlich, deren hohe Bedeutung Newton und Leibniz zuerst kennen lehrten.

Was wir gewohnt sind Bildung zu nennen, läßt sich auch als die Fähigkeit auffassen, Unterschiede zu erkennen. Wer zur Beschauung eines Kunstwerks nur die Worte „schön“ und „häßlich“ mit sich trägt, eine That nur „gut“ oder „schlecht“ zu nennen vermag, ist ungebildet. Der Gebildete sieht da noch tausendfache Unterschiede und Gliederung, wo dem Ungebildeten eine einfarbige Fläche erscheint. Der Mensch ist erfindungsreich genug gewesen, sich Worte zu schaffen, um diese Differenzen zu bezeichnen. Diese Worte sind das Eigenthum der Gesellschaft geworden, aber erscheinen leider oft nur als das bunte Gefieder, mit dem Pfeile in die Luft schwirren, ohne ihr Ziel zu treffen.

Auch die Mathematik kennt die Bedeutung der Unterschiede, aber für die unendliche Mannigfaltigkeit der Unterschiede, die sie erkannt hat, giebt es keine Worte mehr, nur der Reichthum der Zahlen ist unerschöpflich genug, sie zu bezeichnen. Dieses Bilden der Unterschiede und die Vergleichung ihrer gegenseitigen Verhältnisse ist seit Newton und Leibniz ein Hauptgeschäft der Mathematik geworden.

Betrachten wir z. B. die Bewegung zweier Kugeln, die sich anziehen; denken uns also etwa die Erde fest und den Mond plötzlich in seiner Laufbahn um die Erde gehemmt, so würde er mit unwiderstehlicher Gewalt zu ihr herabstürzen. Man kann nun zunächst die Frage aufwerfen: wieviel Fuß hat jetzt der Mond bereits zurückgelegt? Die Beantwortung dieser Frage geschieht durch die einfache Operation des Messens. Wenn auch in diesem Falle das Maaß selbst nicht wirklich angelegt werden kann, so ist die Ausführbarkeit des Geschäfts doch denkbar. Ganz anders verhält es sich aber, wenn man zu wissen wünscht, wie groß ist in diesem Augenblicke die Geschwindigkeit des Mondes, das heißt, wie viel Fuß würde er jetzt in jeder Sekunde zurücklegen, wenn die Kraft der Erde nicht mehr auf ihn einwirkte. Um diese Frage zu lösen, muß man die Bildung von Unterschieden zu Hilfe nehmen. Man mißt die beiden in kurz auf einander folgenden Zeiträumen durchlaufenen Wege und dividirt mit dem Unterschiede der Zeiten in die Unterschiede dieser Wege: der Quotient giebt dann die gesuchte Geschwindigkeit um so genauer an, je kleiner diese Differenzen waren, mit denen man operirte. Man kann nun endlich die Kraft zu kennen verlangen, welche in jedem Augenblicke auf den Mond einwirkt. Zu dem Ende bestimmt man wieder für zwei einander sehr nahe Zeitpunkte die beiden entsprechenden Geschwindigkeiten, dividirt mit der Differenz der Zeiträume in die Differenz der Geschwindigkeiten, und findet so, um wie viel innerhalb einer Sekunde die Geschwindigkeit der Bewegung zugenommen hätte, wenn sie gleichförmig gewachsen wäre. Der zuletzt erhaltene Quotient giebt nun eine ganz bestimmte Vorstellung von der Größe der Kraft, die jetzt auf den Mond einwirkt. Diese Rechnung würde ein vollkommen richtiges Resultat geliefert haben, wenn man mit unendlich kleinen Differenzen hätte operiren können. Ein nur etwas längeres Verweilen bei diesem Gegenstande, als es uns erlaubt ist, würde die Möglichkeit dieses Verfahrens zeigen können.

Es handelte sich hier nur darum nachzuweisen, wie die Bildung von Differenzen, und zwar von unendlich kleinen Differenzen, und das Auffuchen ihrer gegenseitigen Verhältnisse eines der wich-

tigsten Geschäfte der Mathematik ist. Durch sie steigt man vom Messen des Raumes und der Zeit auf zum Messen der Geschwindigkeit und von ihm zum Messen der Kraft. Diesen Betrachtungen konnte jede andere Kraft zu Grunde gelegt werden, aber an der Schwerkraft haben die Menschen zuerst das Wesen der Kräfte studirt und erkannt, daß die übrigen Kräfte nicht etwa specifisch verschiedene Wesenheiten sind, sondern sich alle diesen Betrachtungen unterwerfen. Durch solche Speculationen hat sich der Mathematiker den Weg zum Studium der Physik gebahnt, die selbst nichts anderes als eine Mechanik oder Bewegungslehre im weitesten Sinne ist.

Die jetzt schon vorhandene und mehr und mehr sich verbreitende Herrschaft der Mathematik in fast allen Theilen der Physik gestattet ihr der Physiker willig, und selbst der Naturphilosoph kann sie ihr nicht streitig machen. Wäre es z. B. auch nicht die Masse des Mondes, wie wir es glauben, sondern, so wie es Hegel auffaßt, der wasserlose Krystall, der sich an unserem Meere gleichsam zu integriren, den Durst seiner Starrheit zu löschen sucht und daher Ebbe und Fluth bewirkt: der Mathematiker braucht nicht zu untersuchen, ob dieser Vergleich ebenso tiefsinnig ist, als er spielend erscheint, aber er verlangt zu wissen, wie hoch dieser Durst des Mondes das Meer in unseren Häfen aufsaugt, und diese Zahl von Fußes vermag Niemand aus dem philosophischen Wilde zu lesen. Und doch sind es diese numerischen und geometrischen Bestimmungen allein, die einen praktischen Werth und ein wahres allgemein verbreitetes Interesse haben, welches befriedigt werden muß. Das Verlangen nach Wahrheit wird da, wo es möglich ist, durch Zahlen am vollständigsten gestillt; wie weit aber diese Möglichkeit reicht, kann die Mathematik nur selbst lehren.

Im Kreise der Gebildeten tritt uns fast immer der Irrthum entgegen, daß die Mathematik hauptsächlich nur als angewandte Logik Werth und Nutzen für die Bildung habe, und als Lehrstoff genüge, wenn er auch bis auf ein Minimum von Inhalt beschränkt worden ist. Diese karge Meinung im Verein mit der dürftigen Stellung, welche die Lehrer häufig in den Wissenschaften und im Leben einnehmen, hat eine Fluth von mathematischen Lehrbüchern veranlaßt, deren Breite und schleppender Lehrgang jeden Fortschritt zu tieferer Einsicht hemmt.

Wenn mathematische Studien wahrhaft fruchtbringend sein sollen, so muß der Gedanke allerdings den langen Weg vom Kopfe bis zur Hand zurückgelegt haben; die Wissenschaft muß Kunst geworden sein; der Schüler muß seine Gedanken in mathematischer Sprache äußern lernen, also Probleme zu lösen verstehen. Dieses Ziel ist aber auf unseren Schulen nur annäherungsweise zu erreichen. Dagegen kann sehr wohl mit mäßigem Aufwande von Zeit und Kraft unseren Schülern eine klare Vorstellung gegeben werden von dem Umfange, der Bedeutung und dem Einfluß der Mathematik und Physik auf uns und unsere Zeit. Diese Aufgabe kann wenigstens sicherer und vielleicht erfolgreicher gelöst werden, als die ganz ähnliche, denselben Jünglingen den Werth und wahren Sinn einer antiken Tragödie oder eines Epos begreiflich zu machen. Aber wir beabsichtigen nicht wie Plato ihnen den Tempel der Kunst zu verschließen! Wir wünschen nur, wir vermöchten ihnen den Tempel der Wissenschaft zu eröffnen.

Es giebt Theile der Mathematik, die kaum dem Namen nach bekannt sind, und doch so hohen Werth besitzen, daß sie selbst religiöse Vorstellungen begründen und stützen können. Einer dieser Theile ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Wenn sich auch nicht mit wenigen Worten eine Vorstellung von dem Inhalte und dem Umfange dieser Wissenschaft geben läßt, so kann man doch wenigstens zeigen, welche Betrachtungen die Mathematiker zur Idee dieser Wissenschaft geführt haben. Sobald sie ihre Speculationen auf die Erforschung der Naturgesetze lenkten, mußte ihnen die Unvollkommenheit sinnlicher Wahrnehmung, sowie die Unmöglichkeit einer absoluten Zeit- und Raumbestimmung

hemmend entgegenreten. Alle Fähigkeiten, durch die wir unsere Kenntnisse erlangen, sind dem Irrthum unterworfen. Die Sinne trügen, das Gedächtniß wird untreu, die Aufmerksamkeit schläft, wir machen Rechnungsfehler, Fehler im Schließen. Selbst Philosophie und Mathematik bedienen sich der Analogie, der Induction, die keine Wahrheit beweisen, sondern sie nur zu größerer Wahrscheinlichkeit erheben können. Aber leider ist nicht einmal die Wahrheit zugleich auch immer wahrscheinlich, denn es sind Dinge Jahrhunderte lang für wahr gehalten worden, die dennoch völlig falsch waren. Alle Zeit- und Raumbestimmungen haben nur einen relativen, keinen absoluten oder vollständig bestimmten Werth. Denn die Zeit eines Ereignisses läßt sich nicht bestimmen, wenn nicht willkürlich ein Zeitmoment als Ausgangspunkt für diese Bestimmung angenommen und von diesem Punkte aus, vor- oder rückwärts, in die Zukunft oder Vergangenheit hinein gerechnet wird. Für diese Messung ist aber der Maafstab selbst wieder ein unsicherer, willkürlich angenommener Zeitabschnitt. Ebenso verhält es sich mit Raumbestimmungen. Kein Punkt des Raumes kann bestimmt werden, wenn man nicht willkürliche, unbestimmte Ausgangspunkte vorher festsetzt. Und der Maafstab, etwa der Fuß, ist auch hier ein ebenso unsicherer und willkürlicher, als vorher das Zeitmaaß, vielleicht der Tag selbst, ein unbestimmter war. Sa sogar die rein begriffsmäßige Bestimmung der Länge eines Tages ist außerordentlich schwer, denn Niemand kann sagen, wann sich eine Kugel, wie die Erde, die sich frei im Raume bewegt, einmal umgedreht hat, wenn er nicht gründliche Kenntniß der Mechanik besitzt. Viese sich aber auch die Länge eines Fußes, das Gewicht eines Pfundes, die Dauer eines Tages stets auf der Stelle nachweisen, so bliebe doch der Durchmesser einer Kugel, sowie ihr Gewicht und ihre Umdrehungszeit immer unbestimmt, denn noch so oft wiederholte Messungen würden offenbar stets andere Resultate geben, die um so gewisser von einander abweichen müßten, je schärfer die Messungen selbst angestellt würden. So müssen also selbst die Resultate der Naturforschung als unsicher erscheinen, denn die sogenannten Naturgesetze sind nur sehr wahrscheinliche Hypothesen, mit deren Hülfe sich die Naturerscheinungen mehr oder weniger leicht und einfach erklären lassen. Die wahren Gesetze der Natur können weder durch Experimente, noch durch Beobachtung ermittelt werden. Denn die wahren Naturgesetze sind die Gesetze unseres Denkens. Man hat sich z. B. viel Mühe gegeben, zu beweisen, daß die Kraft der Elektrizität abnimmt in demselben Verhältnisse, als das Quadrat der Entfernungen zunimmt, diese Kraft sich also viermal schwächer zeigt, wenn sie aus doppelter Entfernung wirkt, oder neunmal weniger stark ist, wenn die Entfernung dreimal mehr beträgt u. s. f. Aber die Existenz eines solchen Gesetzes kann nicht durch Experimente bewiesen werden; denn da jede Messung mit Fehlern behaftet ist, so kann man auch keine Entfernung bestimmen, die eine andere genau zwei oder dreimal in sich hält, und noch viel weniger läßt sich eine vier- oder neunfache Zunahme einer Kraft ermitteln. Also streng genommen, kann durch ein physikalisches Experiment ein Gesetz weder bewiesen, noch auch ungestoßen werden.

Selbst die Ueberzeugung von der Existenz der Wesen trägt nicht den Charakter der Gewisheit. Jeder einzelne Eindruck, der auf unsere Sinne gemacht wird, deutet die Existenz eines Körpers an. Je mehr wir solche schon bekannte Eindrücke erfahren, desto höher steigt die Wahrscheinlichkeit, daß jetzt derselbe Körper auf uns wirkt, der schon öfter seine Nähe kundgab. Sa, unserer eigenen Existenz werden wir uns selbst erst nach und nach bewußt, in der Gewisheit anderer Wesen, von denen wir Eindrücke aufzunehmen und auf die wir zu wirken vermögen.

Aber trotz dieser Unsicherheit des Wissens, trotz vielfacher Täuschungen, denen wir unterworfen sind, bleibt an den Dingen doch ein Kern der Wahrheit, dessen absolute Größe wir zwar nicht zu ermitteln verstehen, den wir aber doch mehr und mehr seiner Fehlerhülle zu entkleiden vermögen. Ich

werde vielleicht nicht ganz mißverstanden, wenn ich sage, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung sich die Aufgabe gestellt hat, durch Zahlen auszudrücken, wie weit dieser Enthüllungsprozeß gelungen ist. Schülern der ersten Klasse unserer Gymnasien sind die Lehren dieser Wissenschaft völlig verständlich, und sehr bedeutende Männer haben gewünscht, daß sie in den öffentlichen Unterricht mit aufgenommen werde, da sie die wichtigsten Erscheinungen des Lebens und der Wissenschaften mit großer Klarheit auffassen lehrt. Wer sollte aber auch vor einer Wissenschaft nicht Achtung hegen, der es gelungen ist, dem Zufalle selbst Gesetze abzulauschen.

Wenn man nun sieht, mit welcher ängstlichen Vorsicht sich der Mathematiker den Eindrücken überläßt, welche die Außenwelt auf ihn macht, und bedenkt, daß auch die Erforschung der Naturgesetze sein Problem ist, so wird man begierig, zu erfahren, mit welchen Mitteln er versucht hat, den Schleier zu lüften, der die Natur verhüllt.

Die Grundgedanken, welche sich jetzt die Mathematiker und Physiker über die Materie und die Kräfte gebildet haben, welche sie beherrschen, sind scheinbar die verrufenen Ansichten der Atomistiker, bestehen aber doch in der That nur aus einer geringen Zahl höchst einfacher Hypothesen, mit deren Hilfe mathematische Speculationen und gesunde Naturforschung die Fülle der Naturerscheinungen und Gesetze folgerecht ableitet. Wer jemals über die Natur der Dinge nachgedacht hat, der weiß, daß der Geist das Stetige nicht fassen kann, daß z. B. die einzig fruchtbare Vorstellung von der Natur des Kreises oder einer anderen krummen Linie nur die ist, sie als Polygon von unendlich kleinen Seiten zu betrachten und daß eine krumme Fläche als Grenzgestalt eines Polyheders anzusehen ist. Man denkt sich also die krummen Linien als aus linearen Atomen und die krummen Flächen aus Ebenen-Atomen zusammengesetzt. Ganz in derselben Weise denkt man sich die Materie aus Atomen bestehend, indem das Atom nur der Punkt ist, an den die Vorstellung sich heftet. Die Atome der Materie sind unermesslich klein und von einander durch Zwischenräume getrennt, in denen ihre Durchmesser unendlich oft enthalten sind. Würde man die Entfernung zweier Atome von einander durch ihre Durchmesser ausdrücken wollen, so erhielte man weit größere Zahlen, als wenn man die Entfernung zweier Sterne von einander durch ihre Durchmesser bestimmte. Ebenso wie sich für unseren fernen Standpunkt das unermessliche Heer der Sterne in einzelne Sternhaufen, Nebelflecke und Milchstraßensysteme zusammengezogen hat, die nur durch mächtige Fernrohre aufgelöst werden können, ebenso bilden die Atomgruppen die zahllosen Gestalten der festen, flüssigen und luftförmigen Körper um uns her, die freilich nur die Kraft des Verstandes, aber nicht die zauberische Macht unserer Mikroskope in gesonderte Atome aufzulösen vermag. Und ebenso wie diese Sterne ein dauerndes System nur bilden können durch ewige Bewegung, ebenso kann sich ein fester Körper in seiner scheinbaren Starrheit nur erhalten durch ewige Bewegung seiner Atome. Die stetige Wirkung der Kräfte, die diese Bewegung hervorbringen, läßt sich ebenfalls nur als eine Reihenfolge stoßweise wirkender Kraftäußerungen begreifen und berechnen, und dieses Pulsiren der Naturkräfte ist selbst nur das Bild der rhythmischen Reihe von Gedanken, die in uns entstehen und den ewigen Faden der Zeit fast selbst in einzelne Atome zu theilen scheinen. Diese Vorstellungen sind kein leeres Spiel des Verstandes; das Studium der Natur an der sicheren Hand der Mathematik zwingt zu ihnen. Es sind nur diese Vorstellungen, welche die Chemie zu einer Wissenschaft gemacht und zu Entdeckungen geführt haben, welche unserem Leben Sicherheit, Würde und Glanz verleihen.

Die unendliche Arbeit, die der Mathematiker übernimmt, ist die, daß er immer mehr und mehr den Irrthum ausschließt und sich so dem letzten Kern der Wahrheit nähert. Dies ist der lang-

samen aber sichere Weg, auf dem der Mathematiker zur Wahrheit fortschreitet. Uns ist es jedoch wahrscheinlich, ja wir müssen es wünschen und hoffen, dieser Weg führe zu einem unerreichbaren, aber immer heller strahlenden Ziele. Ähnlich dachte auch Lessing, wenn er von sich selbst sagt: „Wenn Gott in seiner Rechten alle Wahrheit und in seiner Linken den einzigen immer regen Trieb nach Wahrheit verschlossen hielte und spräche zu mir: wähle! Ich fiel ihm mit Demuth in seine Linke, und sagte: Vater gieb! die reine Wahrheit ist ja doch nur für Dich allein!“

Die Hypothesen des Mathematikers haben für ihn nicht den Werth, wie für den Philosophen sein System. Es läßt sich dieser Unterschied am besten an den beiden bekannten Hypothesen über die Natur des Lichtes deutlich machen. Newton nahm an, das Licht sei ein von der wägbaren Materie specifisch verschiedener Stoff, dessen einzelne Theilchen von dem leuchtenden Körper wie Geschosse ausgesendet würden und so, wenn sie in unser Auge gelangten, die Lichtempfindung hervorriefen. Diese Hypothese prüfte er durch sorgfältige Beobachtung und gründliche Rechnung und erklärte so nicht nur alle damals bekannten optischen Erscheinungen, sondern gelangte auch zu den glänzendsten neuen Entdeckungen, welche die Welt mit Staunen über den Scharfsinn des gewaltigen Geistes erfüllten. Aber dennoch hatte Newton einige Thatsachen übersehen, die nach der Emissionstheorie nicht erklärt werden konnten. Ein sorgfältigeres, allgemeiner verbreitetes Studium der Natur ließ neue Erscheinungen entdecken, die Newtons Hypothese nicht erklären konnte. Setzt, wo solche Erscheinungen nicht mehr als Ausnahmefälle bei Seite geschoben werden konnten, mußte die Newton'sche Hypothese verlassen und eine andere, bereits von Huyghens aufgestellte, den Thatsachen zu Grunde gelegt werden. Sie heißt die Undulationstheorie, weil nach ihr die Lichterscheinungen, ähnlich wie der Schall, durch wellenförmige Bewegungen der Aether-Atome erklärt werden. Diese Hypothese erklärt vollständiger als die Newton'sche alle bisher beobachteten Manifestationen des Lichts und hat zu den überraschendsten neuen Thatsachen geführt. Dem Fernrohr und dem Mikroskope verdanken wir bereits die Wahrheit von unermesslicher Tragweite, daß die Welt nach zwei Seiten hin unendlich ist, nach Außen und nach Innen; aber vielleicht gelingt es mir, eine Vorstellung zu geben von noch wunderbareren Entdeckungen, welche mit Hilfe der erwähnten Theorie gemacht worden sind.

Der Einfluß eines so einfachen Instrumentes, wie ein Kompaß, auf die Schicksale der Seefahrer ist allgemein bekannt, aber ich muß daran erinnern, daß auch hier in Berlin die große Friedrichstraße, die sich von Norden nach Süden erstrecken sollte, ihre Richtung einer Magnetnadel verdankt. Nach ihr hat sich wieder die Leipzigerstraße richten müssen, da beide Straßen auf einander senkrecht stehen. Die Leipzigerstraße eignet sich nun durch ihre Richtung von Osten nach Westen und passende Länge ganz vorzüglich zur Aufstellung eines der wichtigsten physikalischen Apparate. Wir führen deswegen vom Obelisken des Dönhofsplatzes, dem einen Ende der Straße, bis nach dem anderen, dem Potsdamer Thore hin, in gerader Linie einen 5000 Fuß langen Draht durch die Luft, in ähnlicher Weise, wie jetzt die Telegraphendrähte geleitet werden. Der Endpunkt dieses Drahtes wird ganz in die Nähe des Thores fallen. In den Anfangspunkt dieser Linie bringen wir den Nordpol eines kräftigen, um seinen Schwerpunkt leicht beweglichen Magnetstabes, und hängen dann in Zwischenräumen von Fuß zu Fuß, 5000 kleine, etwa einen Zoll lange Magnetnadeln mittelst feiner Fäden an dem Drahte auf. Jede Nadel ist in ihrem Schwerpunkte so an ihrem Faden befestigt, daß sie sich horizontal stellen und frei um diesen Punkt oscilliren kann. Man giebt nun noch den Fäden eine schickliche Länge, so daß die Mittelpunkte aller 5000 Nadeln sämmtlich in einer geraden Linie liegen, welche sich vom Obelisken nach dem Thore hin erstreckt. Die Nadeln selbst werden sich dann, unter

Einwirkung der magnetischen Kraft der Erde, von Süden nach Norden richten, also gegen den Draht senkrecht stellen. Wenn nun Thales schon im einzelnen Magneten etwas Seelenhaftes gefunden hat, so würde er unsern Apparat gewiß ein Symbol der Weltseele genannt haben. Denn in der That eine solche Vorrichtung ist geeignet, über die wichtigsten Erscheinungen in der materiellen Welt die deutlichsten Vorstellungen zu erwecken, und Aufschlüsse zu geben über die geheimsten und wunderbarsten Prozesse der Natur. Ich will von den vielen Versuchen, die sich mit dem Apparate anstellen lassen, nur die einfachsten und bedeutendsten anführen. Wir denken uns alle Nadeln anfangs in voller Ruhe, von der magnetischen Kraft der Erde nach Norden gerichtet, von keinem Lufthauche bewegt. Setzt möge plötzlich der Nordpol des am Obeliskten aufgestellten Magneten den Nordpol der ersten Nadel abstoßen, so daß sie nach Westen hin ausschlägt. Dieser Pol stößt dann den gleichnamigen der zweiten Nadel ebenfalls ab, dieser zweite den dritten, und so setzt sich eine Kette von Wirkungen fort, bis auch der Nordpol der letzten Nadel am Thor nach Westen hin auszuweichen beginnt. Während aber bei diesen Bewegungen die erste Nadel mehrere Grade von ihrer Ruhelage abweicht, wird die zweite schon weniger Grade ausschlagen, da sie von einer schwächeren Kraft in Bewegung gesetzt wird, als die erste. Bei der dritten muß diese Ausweichung aus gleichem Grunde noch geringer sein, und die letzte Nadel am Thor wird vielleicht kaum sichtbar nach Westen hin schwanken. Während nun die Nordpole aller übrigen Nadeln noch im Fortschreiten nach Westen begriffen sind, beginnt die erste schon wieder umzukehren, überwältigt von der magnetischen Kraft der Erde, welche alle Nadeln in ihre frühere Richtung zurückzurufen strebt, was ihr um so leichter gelingen wird, da, wie wir annehmen wollen, der Magnetstab unmittelbar nach seiner Einwirkung auf die erste Nadel wieder entfernt worden ist. Bald darauf wird auch die zweite, dann die dritte und die vierte Nadel u. s. f. umkehren, so daß jetzt auf der Linie eine Reihe von Polen beobachtet wird, die nach Osten umkehren, während die anderen noch nach Westen hin fortschreiten. Diese rückschreitende Bewegung muß sich bald allen Magnetnadeln vom Obeliskten bis zum Thore hin mittheilen. Es werden sich dann auf der anfangs ganz homogenen Kette von Magneten sehr wesentliche Unterschiede wahrnehmen lassen. Während nämlich auf die rückschreitende Bewegung der Nadeln am Anfang der Linie bald ein neuer Ausschlag nach Westen erfolgen wird, veranlaßt durch die magnetische Kraft der Erde, muß sich die ganze Kette von Magneten in Gruppen theilen, die abwechselnd westlich oder östlich schwingende Pole umfassen. Während ferner anfangs die erste Nadel am Obeliskten sehr weite, deutliche Schwingungen macht, wird die letzte am Thore kaum merklich zu zittern scheinen, aber die wiederholten Impulse, welche die schwingenden Pole der Nachbarn den letzten Nadeln unaufhörlich mittheilen, vermehren allmählig deren Schwingungen zu bedeutenden Oscillationen, ganz so, wie die wiederholten Stöße, welche ein Kind einer schweren Schaukel giebt, diese in die lebhaftesten Schwingungen versetzen.

In ähnlicher Weise, wie aber die letzte Nadel am Thore anfangs kaum sichtbare Oscillationen machte, die bald zu bedeutenden Schwingungen anwachsen, so werden auch die ursprünglich sehr weiten Schwingungen der ersten Nadel am Obeliskten zu unmerklichen Oscillationen herabsinken. Denn wenn diese erste Nadel zum zweiten Male umkehrt, also wieder von Osten nach Westen hin sich zu bewegen anfängt, dann ist ihre Nachbarin noch in einer entgegengesetzten Schwingung von Westen nach Osten begriffen; beide Nadeln wirken also hemmend auf einander ein, und werden sich beide vollständig beruhigen müssen, wenn sie eine längere Zeit auf einander gewirkt haben. Sobald aber diese Ruhe eingetreten ist, hatte auch vielleicht der äußerste Pol der Kette seine größte Geschwindigkeit erlangt und bewegt sich in seiner weitesten Bahn. Die Rollen sind jetzt vertauscht. Das ursprünglich Ruhende

tritt nun selbst als erregendes Prinzip auf, und die Bewegung, die sich anfangs von Osten nach Westen hin verbreitete, pflanzt sich nun in der entgegengesetzten Richtung fort.

Würden die Magnetnadeln unsers Apparats nicht durch den Widerstand der Luft beruhigt und von der Torsions-Kraft des Fadens, an dem sie befestigt sind, gehemmt, dann müßten sie offenbar dieses wunderbare Spiel der Bewegung unaufhörlich fortsetzen, da die von einem Ende der Linie nach dem andern fortschreitende Wellenbewegung die letzte Nadel stets in denselben Zustand versetzt.

Werfen wir noch einmal einen Blick auf die Vorgänge in der Kette unserer Magnetnadeln, so wird uns die Bezeichnung derselben als Wellenbewegung ganz angemessen erscheinen. Wir wissen bereits, daß die ganze Linie vom Obelisk bis zum Thor in Gruppen von vorwärts und rückwärts schwingenden Nadeln zerfällt. Um der Vorstellung mehr Bestimmtheit zu geben, wollen wir die ganze Reihe von 5000 Nadeln in 100 Gruppen theilen, von denen also jede 50 Nadeln umfaßt. Alle Nadeln der ersten Gruppe denken wir uns von Osten nach Westen schwingend, wogegen sich die Nadeln der zweiten von Westen nach Osten bewegen. Die Nadeln der dritten Gruppe ahmen die Oscillationen der ersten nach und die in der vierten schwingen wieder in gleicher Richtung mit denen der zweiten. Dieselbe Symmetrie der Bewegung findet sich in allen folgenden Gruppen. Zwei zusammengehörige Gruppen von je 100 Nadeln werden ganz passend eine Welle genannt. Eine solche Welle würde also 100 Fuß lang sein, so daß sich auf der ganzen Erstreckung vom Obelisk bis zum Thore 50 Wellen gebildet hätten. Jeder Nadel in einer solchen Welle entspricht eine Nadel in den übrigen Wellen. Alle entsprechende Nadeln sind in gleichen Schwingungsphasen begriffen. Wir wollen jetzt den Werth unseres fingirten Systems von Nadeln an einem Beispiel aus der Natur prüfen.

Wir ersetzen den Draht mit seinen Nadeln durch ein Rohr, welches mit Luft erfüllt ist, und sich ebenfalls vom Obelisk bis nach dem Thore hin erstreckt. Luftatome vertreten also jetzt die Stelle der Nadeln, und da das Rohr einen merklichen Durchmesser hat, so werden wir in ihm nicht eine einzelne Linie, sondern mehrere parallele Reihen von Atomen unterscheiden können. Wir brauchen aber nur eine dieser Reihen zu betrachten, da die Bewegungen in allen auf gleiche Weise vor sich gehen. Den Magnetstab am Obelisk, der die Bewegung der Nadeln einleitete, ersetzen wir jetzt durch eine Stimmgabel, deren Zacken durch einen Schlag in Bewegung gesetzt worden sind. So wie durch die abstoßende Kraft der Atome des schwingenden Eisens die benachbarten Luftatome erschüttert werden, beginnen auch schon die letzten Atome am Ende der Röhre unmerklich kleine Schwingungen zu machen, die noch unfähig sind, irgend einen mechanischen Effekt hervorzubringen. Aber nach Verlauf von 5 Sekunden, denn so lange Zeit gebraucht etwa der Schall, um sich vom Dönhofsplatz bis nach dem Thore fortzupflanzen, werden plötzlich diese Oscillationen mächtig genug, um das Trommelfell eines Ohrs in gleiche Schwingungen zu versetzen. Am Ende der Röhre wird dann ein Ton vernommen, der ebenso lange anhält, als die Stimmgabel am Obelisk oscillirt. Jedes Luftatom führt seine Schwingungen in derselben Zeit aus, in welcher ein Atom des Eisens der Stimmgabel seinen unsichtbaren Weg vollendet; und die Bahnen der Lufttheilchen sind denen des Eisens so ähnlich, daß die Stimmgabel am Obelisk — am Thore fast wie in Luft nachgebildet erscheint.

Die Natur liebt es, in Bildern zu uns zu sprechen. So lehrte uns Bradley in den leisen Schwankungen der Fixsterne oder in den wunderbaren Erscheinungen der Aberration des Lichtes, das Spiegelbild der Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn erkennen.

Wir kehren jetzt wieder zum System unserer Magnetnadeln zurück. Wenn die letzte Nadel am Thore ihre stärksten Schwingungen machte, dann war die erste am Obelisk vielleicht schon

wieder in Ruhe versunken; aber das unzerstörbare Prinzip der Bewegung wirkt jetzt am äußersten Ende der Kette, sowie es zuerst am Anfang herrschte.

Die erste Nadel am Obelisken wird nach wenig Augenblicken wieder aus ihrer Ruhe aufgeschauelt. Wir dürfen nur wieder an Stelle unserer Nadeln das mit Luft gefüllte Rohr sehen, und ein Jeder erblickt mit uns in dem so eben geschilderten Prozesse ein Bild und die Nothwendigkeit des Echos.

Denken wir uns jetzt das Rohr außer mit Luft auch noch mit Aether erfüllt, mit einem Stoffe, dessen unendlich kleine Atome die Leere zwischen den Atomen der irdischen Gegenstände einnehmen, also im ganzen Weltraume verbreitet sind. Am Anfang des Rohrs beim Obelisken des Dönhofsplatzes brennt eine Gasflamme. Der Verbrennungsprozeß des Gases hat seinen Grund darin, daß das unendlich kunstreiche Gewebe von Kohle und Wasserstoff, aus welchem das Gas besteht, plötzlich zerstört wird, und neue Verbindungen sich bilden. Ganz so wie eine kleine Magnetnadel heftig zittert, wenn einem ihrer Pole sich der gleichnamige des Magnetstabes plötzlich nähert, so brennen die Kohlen-Atome vor Verlangen, sich mit den Atomen des Sauerstoffs der Luft zu vereinigen. Die Blizeschnelle ihrer Oscillationen steigert sich bis zur zerstörenden Wuth, und der ewige Aether selbst beginnt plötzlich zu zittern, bis an die Grenzen des Weltraums hin. Aber erst nachdem ein zweimal hunderttausendtel einer Sekunde verlossen ist, werden die Schwingungen der Aether-Atome am Ende des Rohrs so mächtig, daß sie die Netzhaut eines Auges in mittönde Schwingungen zu versetzen vermögen, und jetzt erst erblickt ein Beobachter am Thor die leuchtende Flamme am Obelisken. Tritt eine Unterbrechung der Gleichförmigkeit der Vertheilung der Aether-Atome im Rohre am Ende desselben ein, werden sie hier gehemmt, ihre Oscillationen westlicher gelegenen Atomen in voller Stärke mitzutheilen, dann schreitet die Wellenbewegung im Aether ebenso rückwärts, wie sie vorher in den Luft-Atomen zurückkehrte, die Flamme spiegelt sich also jetzt ebenso im Boden des Rohrs, wie vorher der Schall der Stimmgabel als Echo wiedertönte.

Durch dasselbe Medium des Aethers und nach denselben Gesetzen verbreitet sich wie das Licht so auch die Wärme der Flamme bis in die fernsten Regionen des Weltalls. Die Kette unserer Magnetnadeln giebt zugleich eine klare und faßbare Vorstellung von dem, was in einem Telegraphendrahte vor sich geht, wenn er aus den entferntesten Ländern Antwort bringt auf unsere Fragen.

Aber die Zacken der Stimmgabel, die schwingende Saite und der glühende Lichtmantel einer leuchtenden Fackel sind selbst nichts Anderes als Systeme schwingender Atome, leicht vergleichbar unserem Nadel-Apparate. Die Oscillationen ihrer eigenen Atome sind selbst denselben Gesetzen unterworfen, die sie in Luft und Aether hervorrufen. Sind diese beiden Mittel nach allen Seiten hin unbegrenzt, dann leitet uns die Betrachtung eines Systems unendlich vieler Linien, die wir von irgend einem Erschütterungs-Mittelpunkte aus, nach allen Seiten hin ziehen können, zu den Gesetzen der Schall- und Lichtverbreitung im unbegrenzten Raume. Durch das Labyrinth von Erscheinungen, welche jetzt sich darbieten, kann uns nur die sichere Hand der Mathematik ein Führer sein. An unserem einfachen Apparate, in dem sich nur getrennte Punkte in gerader Linie bewegen, läßt sich begreiflich machen, was für Probleme von unermesslicher Tragweite hier zu lösen sind. Von jedem einzelnen Atome lehrt die Rechnung den Ort angeben, den es einnimmt, so wie die Größe und den Sinn der Geschwindigkeit zu jeder Zeit genau bestimmen. Sie lehrt die rhythmischen Bewegungen des ganzen Systems erkennen, die Gruppierungen in Wellen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erschütterung des Gleichgewichts der ganzen Kette. Aus der Betrachtung der Bewegung von Punkten einer geraden Linie, die

nur in sich selbst erzittert, erhebt sich der kühne Flug mathematischer Speculation bis zur Anschauung der tausendfachen Gestalten voll Klarheit und Reinheit des Maaßes, in die der Raum sich gliedert, durch ruhige Gruppierung der Atome und ihre rhythmische Bewegung. Nur in der ruhigen Tiefe, die der ewige Kampf organischer Gebilde mit der zerstörenden Macht des Todes niemals trübt, gestaltet sich die Materie in ihrer wahren Reinheit, hier nimmt sie die unzerstörbare leuchtende Gestalt des Krystalls an, dessen Werth die Menschen nach Millionen schätzen. Aber nicht die Ausnahme ist der Krystall, nein, er ist die wahre Form der Materie. Aller Stoff, der nur sich selbst und seinen Gesetzen überlassen bleibt, gestaltet sich zum krystallinischen Gebilde. Hier weben und wirken die Kräfte, die sich im Schall und im Lichte, in der Wärme und in der Elektrizität offenbaren, ihre wunderbaren gesetzmäßigen Gestalten. Die Elasticität krystallinischer Stoffe, d. h. die Kraft, mit der sich die Atome unter einander abstoßen, ist nach verschiedenen Richtungen verschieden, dadurch geschieht es, daß die Wellen, die das Licht in ihnen schlägt, nicht mehr kugelförmig sind, wie in der Luft, im Wasser oder im Glase, sondern eine seltsam verschlungene Form annehmen. Die mathematische Formel, aus der diese Gestalt gelesen werden konnte, hatte Fresnel, einer der größten mathematischen Physiker dieses Jahrhunderts, kurze Zeit vor seinem frühen Tode entwickelt. Aber solche Formeln sind Orakelsprüchen gleich, die der Deutung bedürfen, zwar ebenfalls einer unendlich vielfältigen, aber doch immer wahren. Ein scharfsinniger englischer Astronom und Mathematiker, Hamilton in Dublin, entdeckte kurz nach Fresnel's Tode, daß die Wellenfläche des Lichts, welche seine Formel in gewissen Krystallen darstellt, einige Aehnlichkeit mit einem Apfel haben muß; denn der Apfel berührt eine Tafel, auf der er liegt, zwar gewöhnlich nur in einem Punkte, wenn er aber auf dem Stiel- oder Blütenende ruht, so geschieht diese Berührung in mehreren Punkten, die sämmtlich in einem Kreise liegen. Solcher Eindrücke hat die Lichtfläche aber nicht nur zwei, wie der Apfel, sondern vier. Von diesen vier trichterförmigen Vertiefungen aus setzt sich dann die Fläche auch noch ins Innere hinein weiter fort, so daß sie aus zwei gesonderten Schalen, einer äußeren und einer inneren, besteht, die an den vier Blütenenden mit einander zusammenhängen. Wird nun die Netzhaut eines Auges von einer solchen Lichtwelle getroffen, so kann der Stoß in den meisten Fällen an zwei gesonderten Punkten geschehen, da beide Schalen die Netzhaut im Fortschreiten berühren können. Diese beiden Berührungspunkte können aber auch, bei einer bestimmten Richtung des Auges gegen die Welle, zusammenfallen. Aber wenn sich ein Blütenende der Welle dem Auge zukehrt, dann geschieht die Berührung in einer unzähligen Menge von Punkten auf der Netzhaut, die sämmtlich in einem Kreise liegen. Ein leuchtender Punkt im Krystall, der die Welle auswendet, kann also als ein Punkt oder als zwei Punkte oder auch, in gewissen Richtungen beobachtet, als ganzer Kreis erscheinen. Diese überaus wunderbare Erscheinung, welche die Rechnung vorhergesagt hatte, wurde zuerst in England an einem schönen Krystalle, dem Aragonit, nachgewiesen. Die Geschichte dieser Entdeckung ist einer der glänzendsten Triumphe, welchen die Mathematik je gefeiert hat. Sie erhebt die physikalische Hypothese fast auf den Thron der Gewißheit.

Akustik und Optik sind die Bekräftigung der Mechanik, einer Wissenschaft, die erst Galilei im Kampfe mit Aristotelischen Philosophemen geschaffen hat. Wie einst Archimedes zum König Hiero sagte, als dieser die Kraft seiner Maschinen bewunderte: „Gieb mir einen festen Punkt, und ich bewege die Erde“, so kann der Mathematiker jetzt ausrufen: „Gieb mir die Geschwindigkeit eines fallenden Steines, und ich bestimme den Ton einer schwingenden Saite.“ Und die Klust zwischen der Geschwindigkeit eines Steines und dem Tone einer Saite übersprungen zu haben, offenbart gewiß weit größere Macht, als der Fortschritt von der Bewegung einer einfachen Last zur Ueberwältigung einer millionenfach

größeren. Aus den Entdeckungen Galilei's gingen die Gesetze der irdischen Schwere hervor, der Kraft, die Newton später in den Himmelräumen herrschend wieder fand. Die Astronomen unserer Tage errathen schon die leisesten Winke dieses Gesetzes, es leitet sie durch den langen Pfad mühevoller Rechnung zum Throne vorher nie geschauter Planeten, und wer kann ohne einen Schauer von Bewunderung hören, daß wir jetzt Neptun am Himmel erblicken durch die Macht der Formeln zweier Mathematiker!

So groß aber auch der Dienst ist, den Leverrier in Paris und Adams in Cambridge durch die Entdeckung des Neptun der Wissenschaft geleistet haben, so können doch diese gewaltigen Arbeiten den Gedankenschöpfungen der Männer nicht gleichgestellt werden, die der Wissenschaft neue Wege vorzeichneten.

Die Mathematik hat von je her ihre Dienste den Bedürfnissen des Lebens geweiht, ist an der Hand der Astronomie zu höheren Problemen fortgeschritten und wendet jetzt ihre Blicke den Erscheinungen zu, welche das Wogen der Kraft in der Materie hervorruft. Aber schon früh machte sich die Wissenschaft frei vom Dienste menschlicher Bedürftigkeit, riß sich los von der Hand der Astronomie und durchforschte die Bahn des Gedankens statt der Wege des Lichtstrahls. Die reinen Formen und Gesetze der Gedankenwelt blieben wie im Alterthum, so auch jetzt ihr höchstes Ziel.

So entstand die reine Mathematik, die Wissenschaft der Zahl, der Ordnung und des Maßes. Neben ihr und durch sie entwickelte sich die angewandte Mathematik, die Lehre von der Bewegung, gestützt auf eine hypothetische Basis. Beide Wissenschaften, die sich wechselseitig ihre Ziele vorstecken, umfassen die Welt des Gedankens und die Welt der sinnlichen Wahrnehmung. Keine kann der andern entbehren. Wäre nicht der wunderbare Zusammenhang zwischen Raum- und Zahlengebilden entdeckt worden, hätte man z. B. nicht gefunden, daß der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser die Einheit ist, erhalten wird, wenn man die unendliche, nach einfachem Gesetze fortschreitende Reihe von Brüchen

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \text{ und so fort}$$

vervielfacht, so wäre es unmöglich gewesen, den Ton einer schwingenden Saite zu bestimmen, oder die Bahn des Lichtstrahls durch die Luft zu verfolgen. In der reinen Mathematik hat sich der Gedanke eine Welt erschaffen, ebenso reich und mannigfaltig an Formen und Gestalten, als sich die Fülle der Natur uns offenbart. Der ätherische Leib dieser Gedankenwelt ist die Formel, in ihr hat sich der mathematische Gedanke verkörpert, wie in der Farbe und dem Marmor der Gedanke des bildenden Künstlers. Darum ist es unmöglich, in Worten von Formeln zu sprechen, Formeln der Mathematik durch Worte zu ersetzen, denn gerade das ist der Werth und das Wesen der Formel, daß sie Tausende von Worten in ein einziges Zeichen, in ein Symbol zusammenfaßt. Ihre Stimme ist nur dem Auge vernehmlich. Anfangs bezeichnete man durch Buchstaben bestimmte Zahlenwerthe und drückte Rechnungsoperationen durch Buchstabenverbindungen aus. In der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts erweiterte Descartes das Reich der Formeln durch einen der kühnsten Gedanken. Er zeigte, daß der Buchstabe in der Formel nicht mehr einen einzelnen, fest bestimmten Werth zu vertreten braucht, sondern in einer und derselben Formel alle Werthe der Größe durchlaufen kann. Durch ihn war die Formel flüchtig geworden, sie stellte Raum und Zeitgebilde dar, umfaßte die Geometrie und die Mechanik. Durch sie wurden nun die schwierigsten Aufgaben der Geometrie gelöst. Es darf hier wohl erwähnt werden, daß seine erhabene Freundin, die Prinzessin Elisabeth, Tochter des Kurfürsten Friedrich V. von der Pfalz, also die Tante unserer großen Königin Sophie Charlotte, durch seine Methoden Aufgaben löste, mit einer Genialität, die seine ganze Bewunderung erregte, und der berühmte Herausgeber der

Geometrie des Descartes glaubte diesem unsterblichen Werke keine schönere Pierde verleihen zu können, als wenn er es dieser ausgezeichneten Fürstin widmete. In der zweiten Hälfte desselben Jahrhunderts wurde endlich durch Newton und Leibniz die Formel zu dem erhoben, was sie noch heute ist. Sie lehrten einsehen, daß der Buchstabe in der Formel nicht mehr einen bloßen Zahlenwerth zu bedeuten braucht, sondern einen ganzen Begriff darstellen kann, und es giebt kein größeres Wunder als dieses: mit diesen Begriffsformeln läßt sich rechnen, wie mit Zahlengrößen! So ist es möglich geworden, durch die Untersuchung einer einzigen Formel die Geseze der Bewegung der Flüssigkeiten, der Luft und des Aethers, also fast die ganze Physik zu entwickeln. Die Gleichungen der Mechanik umfassen Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft auf einmal. Die Formeln der Mathematik sind also die wahren Zauberformeln, für welche das Wort und die Sache eins ist.

Descartes widmete seine „Prinzipien der Philosophie“ mit Worten höchster Verehrung der Prinzessin Elisabeth, und ihre Nichte, die Königin Sophie Charlotte, hatte schöpferischen Antheil an der Entstehung der Theodicee des großen Leibniz. Man wird dieser außerordentlichen Erscheinung, daß zwei so nah verwandte Fürstinnen auf zwei Männer, deren Leistungen in der Mathematik und Philosophie Epoche machen, einen entschiedenen Einfluß ausgeübt haben, die lebhafteste Theilnahme gewiß nicht versagen. Raubte man der Mathematik auch die Mittel, ihre Forschungen auf die Natur ausdehnen zu können, so würden in der Beschränkung ihre reinen edlen Formen nur noch deutlicher hervortreten. Ginge die Welt mit ihren Gesezen unter und nur der Geist des Menschen bliebe unverfehrt, dann würden die Naturwissenschaften unter ihren Trümmern begraben. Aber sobald eine neue Gesezesaat aus ihrer Asche eine neue Welt hervorriefe, vermöchte die Mathematik noch immer aus ihrer Kenntniß die Reihenfolge der Erscheinungen dem Auge des Geistes vorüberzuführen. Schon jetzt ist uns bekannt, was sich ereignen müßte, wenn bei einem neuen Gravitationsgeseze an die Stelle des Quadrats der Kubus träte. Die Bahnen der Himmelskörper würden sich in wirbelnden Spiralen verschlingen, und Körper, die nur einmal einander berührten, hielten sich mit Riesearmen umschlungen, denn so reißen schnell würde die Kraft der Anziehung mit der Nähe wachsen, daß auf einen schnellen Fiebersturm ein langer Schlaf der Natur erfolgen müßte.

Die Mathematik und die Naturwissenschaften haben bereits einen hohen ästhetischen und sittlichen Werth für die Menschen gewonnen, nachdem sie ihnen gedient haben, ihre Bedürfnisse für das Leben auf eine würdige Weise zu befriedigen. Wer diese Gedanken mit ergreifender Wahrheit in der edelsten und schönsten Sprache ausgedrückt sehen will, der muß das Leben Göthe's studiren. Er betrachtet seine Liebe zur Naturforschung und die gewonnene Einsicht als eine der höchsten Gaben des Himmels, so daß er noch im spätesten Alter wie im Triumphe über den erworbenen Besitz ausruft: „Wer kann mir es nehmen, daß ich, Schritt für Schritt folgend, die großen Entdeckungen der zweiten Hälfte des achtzehnten Jahrhunderts bis auf den heutigen Tag wie einen Wunderstern nach dem anderen vor mir aufgehen sah. Wer kann mir die heimliche Freude nehmen, wenn ich mir bewußt bin, durch fortwährendes aufmerksames Bestreben mancher großen weltüberraschenden Entdeckung selbst so nahe gekommen zu sein, daß ihre Erscheinung gleichsam aus meinem eigenen Innern hervorbrach.“

Und doch sind wir in die eigentliche Wundersphäre erst nach dem Tode des großen Dichters eingetreten. Denn wer hätte z. B. zu seiner Zeit geahnt, daß so wie jetzt der Astronom aus leisen Abweichungen bekannter Planeten von ihrer gesetzlichen Bahn auf andere unbekannte Himmelskörper schließt und ihren Ort im Weltsysteme berechnet, eben so der Physiker und Chemiker aus geringen Unterschieden des prismatischen Flammenbildes eines brennenden Körpers die Existenz noch un-

bekannter Elemente vorher sagt und sie seinem Systeme einreißt? Wer hätte vor wenigen Jahrzehnten den Gedanken fassen sollen, daß die organische Chemie, die sich jetzt die Lehre von der Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft der Stoffe nennt, die Erde fast mit einer neuen Flora organischer Wesen bekleiden könnte, wenn sie wirklich alle darstellen wollte, welche sich aus den Typen ihres Systems ableiten lassen. Aber diese Geschöpfe bilden jetzt keine irdische Welt, welche den Raum beengt, sondern nur eine solche, die im Gedanken lebt, auf den Wink des Chemikers erscheint, dem Techniker, dem Physiker, dem Arzte ihre Dienste leistet und dann auf sein Geheiß wieder aus dem Raume verschwindet. Diese Stoffe im Systeme des Chemikers sind nichts Anderes als eine Welt voll fruchtbarer und notwendiger Gedanken in seinem Geiste, und man könnte in der That seine Thätigkeit eine schöpferische nennen, wenn man annehmen wollte, daß sich der Schöpfungsakt noch täglich im Menschengeniste erneuert.

Jetzt nachdem wir schon mehrfach den Begriff des Atoms für unsere Darstellung benutzt haben, fassen wir noch einmal unsern Gedanken über die Materie zusammen. Die Materie ist Nichts als das Bewegliche, aber nicht das Raumerfüllende. Alle Atome der Welt, wenn sie bis zur Berührung mit einander gebracht werden könnten, müßten entweder einen unendlich großen oder endlichen oder wie es am wahrscheinlichsten ist, einen unendlich kleinen Raum erfüllen. Sie fielen dann in ein einziges Atom zusammen und die Welt wäre in der That aus Nichts geschaffen. In diesem Sinne giebt es also eben so wenig verschiedene Materie als verschiedene Naturkräfte. Die einzige Kraft der Anziehung, vielleicht noch im Verein mit der Abstoßung, die zwischen den Atomen herrscht, erzeugt alle die anderen Kräfte. Diesen Vorstellungen erscheint die Welt jetzt, wo Staub und Dunst der Materie zu verschwinden anfängt, heller und glänzender als sonst. Nun erst ist ihr Reichthum unerschöpflich geworden. Denn wenn es wahr ist, daß der Ton entsteht durch Erschütterung der Luft-Atome und das Licht nichts ist als ein Schwingen der Aether-Atome, dann ist auch jedes erschütterte Luft-Atom selbst eine neue Quelle des Tons und jedes oscillirende Aether-Atom selbst ein leuchtender Punkt geworden. Also jede Stimme spricht zu uns mit tausendfachem Munde. Und wenn der Photograph seine Camera obscura hier, da und dort aufstellt, an jeder Stelle entfaltet sich das Gemälde, jeder Punkt also im Raume ist Quelle der reichsten Erscheinung. Die Wirkung dieses Instruments giebt uns eine Ahnung und ein Bild der Verwandlungen in der organischen Welt. In der Oeffnung, wo die Strahlen eindringen, erzeugen die Oscillationen der Aether-Atome die Wellen, welche das Bild auf der Tafel entwerfen; diese enge Pforte ist also dem Samenkerne zu vergleichen, dem der mächtige Baum entkeimt, dessen Zweige zum Himmel zeigen. Die Größe Gottes, die man sonst im Bau des Himmels und der Sterne bewundern sollte, ward später näher im kleinsten Strohhalm nachgewiesen und giebt sich jetzt am reichsten im Atome zu erkennen. Niemals haben die alten Philosophen die jetzige Lehre von den Atomen ausgesprochen, denn diese Lehre ist auf die Wissenschaft der Mechanik gegründet, von der die Alten keine Ahnung hatten. Diese Ideen, welche den siegreichen Kampf gegen die früher herrschenden Ansichten von der Materie begonnen haben, treten auch allen materialistischen Vorstellungen feindlich gegenüber. Sie sind in der reichen Fülle ihrer Entwicklung das tausendfache Echo des einen großen Ausspruchs Descartes' „Ich denke, also bin ich.“

Der Name dieses großen Mathematikers und Philosophen führt uns noch einmal zu unseren Freunden zurück.

Besonders die deutschen Mathematiker haben von je her die reine Mathematik geliebt und gepflegt und dadurch unsere Vorliebe für philosophische Speculation anderen Völkern gegenüber befhätigt.

Es kann unmöglich ohne Wirkung auf den Geist von Jünglingen und Männern bleiben, die ihr Leben ebenfalls wissenschaftlichen Studien weihen, wenn sie sehen, unter welchen Kämpfen und mit welcher Begeisterung die großen Mathematiker ihr hohes Ziel verfolgt haben. Ich führe deshalb von dem vereinigten Professor Jacobi, einem der größten der deutschen Mathematiker, zwei merkwürdige Stellen aus seinen Briefen an, die er vielleicht in einem Alter von kaum 20 Jahren geschrieben hat.

„Indem ich“, sagt er, „einige Zeit mich ernstlich mit der Philologie beschäftigte, gelang es mir, einen Blick wenigstens zu thun in die innere Herrlichkeit des alten hellenischen Lebens, so daß ich wenigstens nicht ohne Kampf dessen weitere Erforschung aufgeben konnte. Denn aufgeben muß ich sie für jetzt ganz. Der ungeheure Koloss, den die Arbeiten eines Euler, Lagrange, Laplace hervorerufen haben, erfordert die ungeheuerste Kraft und Anstrengung des Nachdenkens, wenn man in seine innere Natur eindringen will, und nicht bloß äußerlich daran herumkraxen. Ueber diesen Meister zu werden, daß man nicht jeden Augenblick fürchten muß, von ihm erdrückt zu werden, treibt ein Drang, der nicht rasten und ruhen läßt, bis man oben steht und das ganze Werk übersehen kann. Dann ist es auch erst möglich mit Ruhe an der Vervollkommnung seiner einzelnen Theile recht zu arbeiten und das ganze, große Werk nach Kräften weiter zu führen, wenn man seinen Geist erfaßt hat.“

Ein Jahr später schreibt er im Gefühle seiner durch ernste Studien gestählten Kräfte:

„Es ist eine saure Arbeit, die ich gethan habe, und eine saure Arbeit, in der ich begriffen bin. Nicht Fleiß und Gedächtniß sind es, die hier zum Ziele führen, sie sind hier die untergeordnetsten Diener des sich bewegenden reinen Gedankens. Aber hartnäckiges, hirnzerstreuendes Nachdenken erheischt mehr Kraft, als der andauerndste Fleiß. Wenn ich daher durch stete Uebung dieses Nachdenkens einige Kraft darin gewonnen habe, so glaube man nicht, es sei mir leicht geworden, durch eine glückliche Naturgabe etwa. Saure, saure Arbeit hab ich zu bestehen, und die Angst des Nachdenkens hat oft mächtig an meiner Gesundheit gerüttelt. Das Bewußtsein freilich der erlangten Kraft giebt den schönsten Lohn der Arbeit, so wie wiederum die Ermuthigung fortzufahren und nicht zu erschlaffen. Gedankenlose Menschen, denen jene Arbeit und jenes Bewußtsein also auch ein ganz fremdes ist, suchen diesen Trost, der doch allein machen kann, daß man auf der schwierigen Bahn den Muth nicht sinken läßt, dadurch zu verümmern, daß sie das Bewußtsein, ein eigenes freies zu sein, unter dem Namen Eigendünkel oder Annahmung-gehässig machen. Jeder, der die Idee einer Wissenschaft in sich trägt, kann nicht anders als die Dinge danach abschätzen, wie sich der menschliche Geist in ihnen offenbart: nach diesem großen Maßstabe muß ihm daher Manches als geringfügig vorkommen, was den andern ziemlich preiswürdig erscheinen kann. So hat man auch mir oft Annahmung vorgeworfen, oder wie man mich am schönsten gelobt hat, indem man einen Tadel auszusprechen meinte, ich sei stolz gegen alles Niedere und nur demüthig gegen das Höhere. Aber jener unendliche Maßstab, den man an die Welt in sich und außer sich legt, hindert vor aller Ueberschätzung seiner selbst, indem man immer das unendliche Ziel im Auge hat und seine beschränkte Kraft. In jenem Stolze und jener Demüth will ich immer zu beharren streben, ja immer stolzer und demüthiger werden.“

Wenn wir hier mit reger Theilnahme den Arbeiten und Kämpfen eines jugendlichen Deutschen Forschers gefolgt sind, so werden wir gewiß mit lebhafter Freude auch den begeisterten Dank hören, den Fourier, einer der größten Mathematiker Frankreichs, nach Vollendung seines großen Werkes über die Theorie der Wärme der Wissenschaft darbringt.

„Die Mathematik“, sagt er, „bildet sich nur allmählig weiter, aber sie wächst und fußt mitten

„unter den unaufhörlichen Schwankungen und den Irthümern des menschlichen Geistes. Ihr Attribut ist die Klarheit, sie vereint getrennte Erscheinungen und entdeckt das geheime Band, welches sie vereinigt. Wenn Luft und Licht und die wogenden Erscheinungen der Elektrizität und des Magnetismus uns zu entfliehen scheinen, wenn die Körper fern von uns in die Unermesslichkeit des Raumes gestellt sind, wenn der Mensch das Schauspiel des Himmels verflößerter Jahrhunderte schauen will und die Wirkungen der Schwere und der Wärme tief im ewig unzugänglichen Innern unseres Erdballs erforschen, dann ruft er die mathematische Analysis zu seiner Hülfe herbei. Sie verkörpert den unfühlbaren Stoff und fesselt die flüchtige Erscheinung, sie ruft die Körper aus der Unendlichkeit des Himmels und erschließt uns das Innere der Erde. Sie scheint eine Kraft des menschlichen Geistes, die bestimmt ist, uns für die Unvollkommenheit der Sinne und für die Kürze unseres Lebens zu entschädigen. Ja, was noch bewundernswürdiger ist“, ruft er aus, „sie befolgt einen und denselben Gang im Studium dieser Erscheinungen, sie erklärt alle durch dieselbe Sprache, fast als ob sie die Einheit und Einfachheit im Plane des Weltalls bezeugen wollte.“

Wer fühlte nicht, daß so nur die Begeisterung sprechen kann, deren der wissenschaftliche Forscher ebenso fähig ist als der Künstler und Dichter.

Die größten Menschen aller Zeiten haben es erkannt und ausgesprochen, daß im Suchen und Anschauen mathematischer Wahrheiten ein befelegendes Gefühl liegt, welches ebenso den zarten Jüngling überströmt, wie es den gereiften Mann zur Begeisterung hinreißt. Niemals habe ich aber diesen Gedanken schöner dargestellt gesehen, als in Raphael's unsterblichem Gemälde, in der Schule von Athen, auf welches unsere Aufmerksamkeit durch den Vortrag eines befreundeten Philosophen wieder hingelenkt worden ist. In einem Tempel der Wissenschaft, unter Plato und Aristoteles, gegenüber dem Pythagoras, ist Archimedes vielleicht begriffen, einen der Sätze zu beweisen, deren Symbole einst sein Grabmal zieren sollten. Sinnend ist er vorgebeugt und entwirft „bedeutende Birkel.“ Vier seiner Schüler, jugendlich blühende Gestalten, umgeben den gereiften Mann. Der jüngste kniet vor seinen geometrischen Constructionen und strengt sich an, sie zu begreifen, aber der Satz ist ihm zu schwer, er kann ihn nicht fassen. Ein älterer hat sich über ihn gebeugt, dem Worte seines Lehrers lauschend, seine Hand strebt freudig vorwärts, sein erhellter Blick ist forschend, in ihm dämmert die Wahrheit auf. Der dritte hat den Satz begriffen. Sein ganz verklärtes Gesicht wendet sich seinem Freunde zu, der hinter ihm steht. Aus seinem Auge blüht das „Heureka“ seines großen Meisters. Er deutet seinem Freunde mit dem Finger den Punkt in der Figur, von wo er das erste Licht empfing, und wunderbar, aber von ergreifender Wahrheit ist es, vom Freunde begreift dieser, was er vom Lehrer nicht verstand. Das zeigt der freudige Schreck und der Schauer der Bewunderung, der die ganze schöne Gestalt des jungen Herzogs von Mantua durchrieselt, denn ihn stellt Raphael in seinem Gemälde als den vierten Schüler dar. Diese ganze Gruppe des Lehrers mit seinen Schülern ist von entzückender Schönheit, über ihr hat der schöpferische Gedanke Raphael's gebrütet, und als ob er sich wenigstens im Bilde nicht, zu weit von ihr trennen möchte, hat er sein schönes, edles Antlitz ganz in ihre Nähe gebracht.

Wenn wir länger die Gedanken verfolgen dürften, die uns jetzt bewegen, so hoffte ich zeigen zu können, daß ganz ebenso, wie vor dem Auge des bildenden Künstlers eine Welt voll edler, schöner Gestalten schwebt, wie der Seele des Sängers ein Strom von Liedern ewig neu entquillt, so auch vor dem Geiste des Mathematikers und Naturforschers die Schaar der Gesetze, die die Welt beherr-

sehen, im feierlichen Zuge vorüberschreitet. Aber dieses Geisterreich ist stumm! Das Anschauen seiner erhabenen Gestalten entrückt uns in die Einsamkeit und Stille des Gedankens, die ein ernstes Schweigen auferlegt, und ein längeres Verweilen in diesem Zauberkreise raubt uns endlich den vollen Besitz des Geschenks der Sprache. Ohne ihre Hilfe werden stets die silbernen Schalen mangeln, in denen die goldenen Früchte unserer Wissenschaft dargebracht werden müssen, wenn sie die Mitwelt dankbar annehmen soll.

Auf unseren Gymnasien, auf denen die Wissenschaften noch um ihrer selbst willen gelehrt und gepflegt werden, auf ihnen wird einst eine innigere Verbindung des Studiums der Sprache und der exakten Wissenschaften eintreten müssen. Eine solche Verschmelzung würde selbst auf die Entwicklung philosophischer Speculation, die das schönste Erbtheil des bevorzugten deutschen Geistes geworden ist, einen entschiedenen Einfluß ausüben. Ein Blick auf die Schriften unserer Naturphilosophen lehrt die Wirkung deutlich erkennen, welche die Entdeckung der Volta'schen Säule auf die Construction ihrer Systeme ausgeübt hat. Aber die Bedeutung der Entdeckung Voltas konnte von Männern nicht verstanden werden, welche die unsterblichen Arbeiten Faraday's nur unter der steten Besorgniß zu schildern vermögen, die Mathematiker könnten das reiche Gebiet der Electricität und des Magnetismus „als die Vorhalle einer sich entwickelnden qualitativen Physik, in die Vereinzelnung hineinziehen und durch abstracte Hypothesen in den Calcul einschnüren.“ Welchen innigen Zusammenhang aber die heutige Physik mit Hilfe der Mathematik in die Entdeckungen Volta's, Dersted's und Faraday's gebracht hat, das lehren bereits unsere Schulbücher. Wäre nur vor wenigen Jahrzehnten auf unseren Schulen eine solche Verbindung eingeleitet worden, wie wir sie wünschen, dann wäre es unmöglich gewesen, daß hier in Berlin, mitten unter bedeutenden Mathematikern und großen Naturforschern, ein phantasiereicher Mann, wie der Professor Steffens, seinen Zuhörern Fabeln über die Geseze der Pendelschwingungen vortragen durfte, und fast zweihundert Studirende so arg verblenden konnte, daß sie den Diamant als einen zu sich selbst gekommenen Kiesel anstaunten. Selbst wenn Männer wie Schelling und Hegel durch solche Bildungsanstalten hindurchgegangen wären, wie wir sie uns denken, so würde ihre vielseitig ausstrahlende Hülle schöpferischer Kraft vielleicht auch da noch staunende Bewunderung erregen, wo wir jetzt mit einem unserer berühmten Naturforscher ausrufen müssen: „Ihre Philosopheme haben uns tiefere Wunden geschlagen, als einst das Schwert des Eroberers!“ In der That, wir müssen wenigstens glauben, daß diese Wunden sehr zahlreich sind, denn als eine solche ist doch wohl auch die Stelle zu erklären, welche sich in einer pädagogischen Schrift eines sehr geachteten Gymnasial-Directors findet, wo er über Jakob Böhme sagt: „In den Schriften dieses einen Mannes ist gewiß eine größere Fülle lebendiger und wahrheitskräftiger Ideen enthalten, als in allen Schriften der antiken Welt zusammengenommen.“ Wenn das wirklich wahr wäre, dann müßten alle Mathematiker und Physiker dem jehigen Kaiser-der-Franzosen unbedenklich beistimmen, wenn er in seinen Werken zu dem Schlusse kommt „Es bedarf einer Revolution von 89 und eines Mannes wie Napoleon, um über die todten Sprachen die Mathematik und die Physik zu erheben, welche das Ziel der gegenwärtigen Gesellschaft sein müssen, denn diese schaffen Arbeiter und jene Müßiggänger.“ Allerdings liegt diesem harten Ausspruche die Wahrheit zu Grunde, daß, wenn ein bedeutender, wirklicher Fortschritt in der Entwicklung des Menschengeschlechts eintreten soll, dann mehr Menschen als bisher die saure Mühe des eigenen Denkens übernehmen müssen, während bisher als das höchste Ziel klassischer Bildung häufig nur das Erkennen des Erkannten hingestellt wurde. Was aber

auch das Ziel unserer Jugendbildung sein mag, es wird wenigstens nicht durch ernstere mathematische Studien in größere, unbestimmtere Ferne gerückt. Selbst die Poesie und die Kunst werden über ihrer Pflege nicht verkümmern. Wenn Hegel in einer herrlichen Gymnasial-Rede mit Recht sagen darf: „Wer die Werke der Alten nicht gekannt hat, hat gelebt ohne die Schönheit zu kennen“, so dürfen wir vielleicht mit noch größerem Rechte ausrufen: Wer die Mathematik und die Resultate der neueren Naturforschung nicht gekannt hat, hat gelebt ohne die Wahrheit zu kennen! Und nach des großen Philosophen eigener Lehre, ist nur die Wahrheit schön. Aber die Erkenntniß der Wahrheit ist zugleich eine schöpferische Macht, die unmittelbar zur Selbstthätigkeit anregt. Das schönste Glück des Lebens findet der Mensch in dieser Thätigkeit, denn sie ist es, welche eine Begeisterung schafft, die selbst im spätesten Alter nicht erkaltet.

Schellbach.