

Die Reflexion des Lichtes an den Metallen.

I.

Übersicht.

Malus hatte bereits gefunden, daß das Licht an Metallen nicht nach denselben Gesetzen reflektiert wird wie an durchsichtigen Medien, er schloß sogar anfänglich aus seinen Versuchen, daß die Metalle auf das Licht überhaupt nicht polarisierend wirkten, bald jedoch erkannte er, daß das Phänomen der Polarisation teilweise hervorgebracht wurde, und daß die polarisierende Wirkung zunahm, wenn der Einfallswinkel sich einem gewissen Winkel näherte.

Arago beobachtete wohl zuerst das von anderen Körpern abweichende Verhalten der Metalle gegen polarisiertes Licht, als er die zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel gebildeten Newtonschen Farbenringe mit einem Kalkspath-Rhomboëder untersuchte; seine hierauf bezüglichen, der französischen Akademie am 18. Februar 1811 mitgeteilten Versuche wurden jedoch erst 1817 gedruckt. Brewster untersuchte diese Erscheinungen genauer und folgerte aus seinen Experimenten, daß die Reflexion an Metallflächen dem linear polarisierten Lichte die gleichen Eigenschaften erteilte, wie der Durchgang durch eine dünne Gipsplatte, wenn deren Mittellinie dieselbe Richtung hat wie die Einfallsebene der vom Metall reflektierten Strahlen. Es ergab sich ferner, daß mit der wachsenden Zahl von Reflexionen auch die Dicke der Gipsplatte entsprechend zunehmen mußte, um unter sonst gleichen Umständen dieselbe Wirkung auf die Lichtstrahlen auszuüben. Von diesen Thatsachen benachrichtigte Brewster brieflich Biot, welcher hierüber gegen des Entdeckers Willen der französischen Akademie am Ende des Jahres 1815 Mitteilung machte und hieran die Bemerkung knüpfte: Wenn die Polarisation infolge einer einzigen Reflexion an einer Metallfläche unvollständig ist, so kann sie durch eine hinreichende Zahl von Reflexionen vollständig werden, welche unter demselben Winkel aufeinander folgen. Brewsters Resultate gab Biot auch 1816 durch einen Auszug im vierten Bande seines *traité de physique* bekannt. 1830 wurden sie in einer Abhandlung zusammengefaßt, in welcher die Erscheinungen der elliptischen Polarisation durch Metallreflexion näher und ausführlicher auseinandergesetzt werden.¹⁾

Bald darauf zeigte F. E. Neumann,²⁾ daß sich die vielen von Brewster beobachteten Erscheinungen aus zwei Grundsätzen herleiten liessen: 1. Die Intensität eines von der Metall-

¹⁾ Pogg. An. Bd. 21, p. 219. ²⁾ P. A. Bd. 26, pag. 89 und B. 40, p. 513.

fläche reflektierten, polarisierten Lichtstrahles ist bei demselben Einfallswinkel verschieden, je nachdem seine Polarisationssebene in der Reflexionsebene lag oder senkrecht gegen diese stand. Ist der Einfallswinkel 0° oder 90° , so ist das Intensitätsverhältnis 1; ist der Einfallswinkel gleich dem Polarisationswinkel, so ist das Verhältnis ein Minimum und stets von 0 verschieden. 2. Zwei von einer Metallfläche reflektierte Strahlen, von denen der eine parallel, der andere senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisiert ist, verhalten sich nach der Reflexion so, dass der letztere um einen Bruchteil einer Undulationslänge gegen den ersteren verzögert ist. Der Gangunterschied der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen nimmt von 0 bis zu einer halben Wellenlänge zu mit dem Wachsen des Einfallswinkels von 0° bis 90° und beträgt beim Polarisationswinkel eine Viertel-Wellenlänge. Neumann stellt, geleitet von der Analogie zwischen totaler und Metallreflexion, Formeln auf, nach denen für den von Metall reflektierten Strahl die Verzögerung und das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen berechnet werden kann. Ist H der Polarisationswinkel des Metalls oder der Haupteinfallswinkel, bei welchem die Verzögerung der Strahlenkomponenten $\frac{\lambda}{4}$ beträgt, n der Brechungsexponent des Metalls, $\text{tg } \beta$ das Intensitätsverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen nach der Reflexion unter dem Einfallswinkel i , während vor der Reflexion dasselbe gleich 1 genommen war, B der zu H gehörige Wert von β , δ die Phasenverzögerung, so findet statt:

$$n = \text{tg } H; \sin i = n \sin r; \text{tg } \frac{1}{2} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \text{tg } i \text{tg } r; \text{tg } 2\beta = \frac{\text{tg } 2B}{\sin \frac{\delta}{\lambda} 2\pi}.$$

Neumann zeigte die Übereinstimmung der von Brewster durch Beobachtung gewonnenen Resultate mit den nach diesen Formeln berechneten, betonte die wahrscheinliche Abhängigkeit der Werte B von der Farbe, weil nach den Versuchen Brewsters H (also auch n) für blaues Licht kleiner als für rotes wäre, und gab schliesslich an, wie daraus die Farbe des an Metallflächen reflektierten Lichtes zu berechnen ist.

Brewster bestimmte den Phasenunterschied der beiden Strahlenkomponenten durch die Färbung eines Krystallblättchens oder dadurch, dass er linear in einem beliebigen Azimut polarisierte Lichtstrahlen mehrere Male unter gleichem Einfallswinkel reflektieren liess, bis sie wieder linear polarisiert wurden oder (nach Brewster) die Polarisation wiederhergestellt war. Das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen bestimmte sich aus den bekannten Azimuten des einfallenden und des durch mehrmalige Reflexion linear polarisierten Lichtstrahles.

De Sénarmont¹⁾ ermittelte diese Gröfsen durch ein Glimmerblatt von solcher Dicke, dass die senkrecht und parallel zum Hauptschnitte polarisierten Lichtstrahlen beim Durchgang durch dasselbe einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge erhielten. Die in einem beliebigen Azimut polarisierten, unter einem beliebigen Einfallswinkel auf das Metall fallenden Lichtstrahlen gelangen nach der Reflexion durch das Glimmerblättchen und ein Nicolsches Prisma ins Auge. Durch passende Stellung des Hauptschnittes des Glimmerblattes werden die vom Metall reflektierten und dadurch elliptisch polarisierten Lichtstrahlen (von Neumann theoretisch begründet) in linear

¹⁾ P. A. Ergb. 2, p. 451.

polarisiertes Licht verwandelt und durch eine geeignete Stellung des analysierenden Nicolschen Prismas verlöscht. Es bestimmen sich nun aus der Neigung der Hauptschnitte des Glimmerblattes, des polarisierenden und analysierenden Prismas gegen die Reflexionsebene der Phasenunterschied und das Intensitätsverhältnis. — Diese Methode gestattet jedoch besonders wegen der Dispersion des vom Metall reflektierten Lichtes keine genaue Messung.

De Sénarmont bestimmte auch den Phasenunterschied der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten nach einer zuerst von Babinet angegebenen Methode, indem er die beiden Strahlenbündel eines Interferenzprismas von Metall und Glas reflektieren und sodann interferieren liess. Jamin¹⁾ ermittelte den Phasenunterschied durch die bereits von Brewster angewandte Methode der mehrfachen Reflexionen. Seine Formel zur Berechnung derselben deckt sich mit der Neumannschen, die beobachteten und die nach ihnen berechneten Resultate koincidieren gut mit einander. Zur Bestimmung der Intensitäten des unter verschiedenen Einfallswinkeln vom Metall reflektierten Lichtes verglich Jamin diese Intensitäten mit denen des unter gleichen Verhältnissen von einer Glasplatte reflektierten Lichtes und berechnete letztere nach Ermittlung des Brechungsexponenten des Glases mit Hilfe der Fresnelschen Formeln.

Das im Azimut 0° oder 90° polarisierte Licht einer Carcelschen Lampe fiel auf eine zur einen Hälfte aus Metall, zur anderen aus Glas bestehende, reflektierende Fläche und ging nach der Reflexion durch ein doppeltbrechendes Prisma, welches solange gedreht wurde, bis das gewöhnliche (ungewöhnliche) Bild der metallischen Reflexion gleiche Intensität mit dem ungewöhnlichen (gewöhnlichen) Bilde der Glasreflexion hatte. Die Berechnung wurde nach den Cauchyschen Formeln ausgeführt und deckte sich mit der Beobachtung. Jamin bestimmte ferner mittelst der Brewsterschen Methode der vielfachen Reflexionen den Haupteinfallswinkel und das Azimut der wiederhergestellten Polarisation oder das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten für verschiedene Farben des Sonnenspektrums bei Silber, Kupfer, Zink, Stahl, Messing, Spiegel- und Glockenmetall. Aus den ermittelten Konstanten berechnete er mit den Cauchyschen Formeln die Intensität des von den Metallen reflektierten Lichtes für die verschiedenen Farben und zeigte, wie die Farben der verschiedenen Metalle damit übereinstimmten.²⁾

Quincke veröffentlichte³⁾ Resultate über die elliptische Polarisation des Lichtes bei Reflexion an durchsichtigen Metallschichten oder beim Durchgang durch dieselben. Nach ihm war der Phasenunterschied stets kleiner für durchgegangenes als für reflektiertes Licht bei demselben Einfallswinkel, und die parallel der Einfallsebene polarisierten Strahlen waren den senkrecht zur Einfallsebene polarisierten voraus, auch variierte zwischen den Inzidenzen 0° und 90° die Phasendifferenz der beiden Komponenten zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ und war beim Haupteinfallswinkel gleich $\frac{\lambda}{4}$. Quincke⁴⁾ untersuchte das von Metallen reflektierte Licht genauer und benutzte zu seinen Messungen den Babinetschen Kompensator, mit welchem direkt der Phasenunterschied der beiden Komponenten und das Amplitudenverhältnis derselben erhalten werden kann. — Die durch das polarisierende Nicolsche Prisma im Azimut α polarisierten Sonnenstrahlen fielen

¹⁾ P. A. Ergb. 2, p. 437. ²⁾ P. A. 74, p. 508. ³⁾ 1863. 16. März. Berl. Ak. ⁴⁾ P. A. Bde. 128 und 129.

unter einem Winkel i auf die mit Metall belegte Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas, reflektierten an dieser und gelangten durch den Babinetschen Kompensator und das analysierende Nicolsche Prisma ins Auge. Der Kompensator wurde um ϱ Schraubengänge und das analysierende Prisma um den Winkel β gedreht, bis der schwarze Streifen zwischen den Parallelfäden des Kompensators erschien. Ist a die Anzahl der Schraubendrehungen des Kompensators, die den in der Mitte zwischen den Parallelfäden hindurchgehenden Strahlen einen Phasenunterschied $\frac{\pi}{2}$ erteilen würden, so ergibt sich das Verhältnis z der Amplituden S und P : der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten, sowie der Gangunterschied δ derselben aus den Gleichungen: $z = \frac{S}{P} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$, $\delta = -\frac{\varrho}{a}$.

δ ist hierbei in Bruchteilen einer Viertelwellenlänge ausgedrückt und positiv gerechnet, wenn die parallel zur Einfallsebene polarisierte Komponente gegen die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte vorausist.

Quinke untersuchte ferner die Reflexion im Glas an derselben Hypotenusenfläche, nachdem das Licht durch das polarisierende Nicolsche Prisma auf die erste Kathetenfläche eines Flintglasprismas unter Winkel j aufgefallen, mit dem Brechungswinkel r_1 in das Prisma eingetreten, unter dem Winkel i , auf die Hypotenusenfläche gelangt und von dieser unter demselben Winkel reflektiert war. Der durch die zweite Kathetenfläche des Flintglasprismas austretende Strahl bildete wieder die Winkel r_1 und j mit der Normale dieser zweiten Kathetenfläche und kam durch den Babinetschen Kompensator und das analysierende Nicol zum Auge. Das Amplitudenverhältnis z_1 und der Phasenunterschied δ_1 der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten bestimmten die Gleichungen:

$$z_1 = \frac{S}{P} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \cos^2(j - r_1); \quad \delta_1 = -\frac{\varrho}{a},$$

wobei β und ϱ am analysierenden Nicol und Babinetschen Kompensator beobachtet wurden. Neben den beobachteten Werten δ und z gibt Quinke diejenigen, welche aus den Gleichungen folgen: 1. für die Reflexion in Luft:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \varepsilon \sin i \operatorname{tg}(i + i_1); \quad z^2 = \frac{\cos^2(i + i_1)}{\cos^2(i - i_1)} (1 + \varepsilon^2 \sin^2 i \operatorname{tg}^2 [i + i_1]),$$

2. für die Reflexion in Glas:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_1}{\lambda} 2\pi = \varepsilon_1 \sin i_1 \operatorname{tg}(i + i_1); \quad z_1^2 = \frac{\cos^2(i + i_1)}{\cos^2(i - i_1)} (1 + \varepsilon_1^2 \sin^2 i_1 \operatorname{tg}^2 [i + i_1]),$$

wo $\sin i = n \sin i_1$ ist und n den Brechungsexponenten für den Übergang aus Luft in Glas bedeutet. Diese Gleichungen sind aus der modifizierten Cauchyschen Theorie erhalten; für die Elliptizitätskoeffizienten ergibt die Theorie: $\varepsilon = -n\varepsilon_1$. Aus seinen Versuchen folgerte Quinke, dass bei derselben reflektierenden Fläche für entsprechende Einfallswinkel bei der Reflexion in dem einen oder dem anderen Medium die beobachteten Werte der Phasendifferenz der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten gleich und entgegengesetzt sind, und die Amplituden der beiden Strahlenkomponenten in demselben Verhältnis stehen. Ist die Reflexion sonach positiv in dem einen Medium, so ist sie negativ in dem anderen und umgekehrt.

Aufser Quincke stellten die Herren Conroy,¹⁾ Des Coudres²⁾ und Drude³⁾ Reflexionsbeobachtungen der Metalle in verschiedenen Medien an und bestimmten die Haupteinfallswinkel und Hauptazimute.

Die Abhängigkeit der bei der Metallreflexion zwischen den beiden Komponenten des reflektierten Strahls entstehenden Phasendifferenz von der Farbe ist weit größer als die der Intensitätsveränderungen der Komponenten, wie dies von Jamin⁴⁾ nachgewiesen wurde. Er folgerte aus seinen Versuchen, daß die Winkel des Polarisationsmaximums, von der Normale aus gezählt, bei zunehmender Brechbarkeit abnehmen. Zu diesem Resultat gelangten später auch Knoblauch⁵⁾ und Mouton⁶⁾ in Bezug auf die Wärmestrahlen. Das Brewstersche Gesetz, welches bei den durchsichtigen Körpern in der Beziehung: $\tan i = n$ besteht, gilt für die Metallreflexion nicht. Genauer noch untersuchte Quincke⁷⁾ die Abhängigkeit des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts für eine Reihe von Metallen von der Farbe. Die Haupteinfallswinkel nahmen umgekehrt wie bei durchsichtigen Körpern mit abnehmender Wellenlänge bei allen von ihm untersuchten Metallen (ausgenommen Gold) ab, jedoch in verschiedener Weise bei den verschiedenen Metallen. Die Hauptazimute nahmen mit abnehmender Wellenlänge teils zu, teils ab, einige Metalle zeigten für bestimmte Frauenhöfersche Linien Maximalwerte. Zu ähnlichen Resultaten gelangte auch Drude,⁸⁾ der weiter aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimut die optischen Konstanten der Metalle berechnete.

Quincke⁹⁾ hat nach verschiedenen Methoden die Phasenänderung der Reflexion bei Silber untersucht und fand dieselbe für Reflexion in Glas in der Nähe der senkrechten Inzidenz (10—30°) gleich einer Beschleunigung (oder Verzögerung) von 0,3—0,4 Wellenlängen; vergeblich bemühte er sich jedoch zu entscheiden, ob die Phasenänderung bei senkrechter Inzidenz einer Verzögerung oder Beschleunigung entspreche. Er benutzte hierzu doppeltkeilförmige Silberschichten, die er mit dem Jaminschen Interferenzapparat untersuchte. Über seine Resultate bemerkt er: Die Entfernung der Interferenzstreifen an der dicksten gegen die an der dünnsten Stelle der Silberlamelle betrug stets weniger als eine Streifenbreite. Die Interferenzstreifen der dünnsten und dicksten Stelle hingen, was ich nicht erwartet hatte, bei fast allen Versuchen für die verschiedensten Einfallswinkel durch zwei dunkle Bogen zusammen. Gewöhnlich erscheint der längere matter als der andere kürzere, aber er war meist vorhanden. Man kann daher durch den Versuch nicht entscheiden, ob die Verschiebung um y Fransenbreiten nach der einen oder um $(1-y)$ Fransenbreiten nach der anderen Seite erfolgt ist. Der Versuch läßt wie die Rechnung in dieser Beziehung eine Unbestimmtheit. Hr. Wernicke¹⁰⁾ ermittelte die Phasenänderung für senkrechte Inzidenz dadurch, daß er eine dünne, zur Hälfte mit Silber belegte Glasplatte vor den Spalt seines Spektrometers brachte, wobei die Silberseite vom Spalte abgekehrt war. Die Interferenzstreifen waren an der Stelle, wo die Reflexion an Silber begann, gegen die andere um etwa $\frac{1}{4}$ Streifenbreite nach Violett verschoben. Ähnliches Verhalten fanden Wernicke und Quincke auch bei anderen Metallen. Für die Reflexion in Luft hat Quincke mit verschiedenen Metallen verschiedene Resultate gefunden, zum Teil ein ähnliches Verhalten wie bei Reflexion in Glas. Die Versuche Wieners¹¹⁾ hierüber an durch Zerstäuben eines Silberdrahtes im Vakuum hergestellten Spiegeln ergaben im allgemeinen die gleiche Phasenänderung wie bei Reflexion in Glas, die sich aber um so mehr derjenigen bei Reflexion an einem durchsichtigen, optisch dichteren Medium,

¹⁾ Proc. Roy. Soc. 28, p. 242; 31, p. 486. ²⁾ Über die Reflexion des polarisierenden Lichtes am Quecksilber; Inauguraldiss. Berl. 1887. ³⁾ W. A. 39, p. 481. ⁴⁾ P. A. 74, p. 528. ⁵⁾ W. A. 24, p. 258. ⁶⁾ C. R. 86. ⁷⁾ P. A. Jubelbd., p. 336, 1874. ⁸⁾ W. A. 39. ⁹⁾ P. A. 142, p. 192. ¹⁰⁾ P. A. 159, p. 198. ¹¹⁾ W. A. 31, p. 629.

d. h. der Phasenänderung von $\frac{1}{2}$ Wellenlänge näherte, je weniger Metallglanz der Spiegel hatte und je längere Zeit seit seiner Herstellung verflossen war.

Wernicke¹⁾ bemerkt in seiner Arbeit über die Methode mittelst der Interferenzen die absolute Phasenänderung bei normaler Reflexion zu ermitteln: „Um die Richtungen der Verschiebungen zu bestimmen, habe ich nacheinander Glasblättchen angewandt, welche mit dünnen Silberschichten von verschiedener Dicke belegt waren. Läßt man Silber von der Dicke Null bis zur Undurchsichtigkeit wachsen, so rücken sämtliche von der Metallreflexion herrührende Streifen nach dem violetten Ende des Spektrums. Würde statt des Silbers ein transparentes Medium von größerem Brechungsvermögen als das des Glases die Lamelle begrenzen, so würde die Verschiebung dieselbe Richtung haben, schließlichs aber bei hinreichender Dicke der Schicht nicht $\frac{1}{4}$, sondern $\frac{1}{2}$ Streifenbreite betragen.“ Trotzdem zieht Wernicke den Schluss: „Die Absorption des Lichtes im Silber bewirkt eine Phasenverzögerung von nahezu 90° für alle Farben des sichtbaren Spektrums, wenn das Licht von Silber im Glase unter dem Einfallswinkel 0° reflektiert wird.“

Wiener fand bei seinen Versuchen mit der Wernickeschen Methode zur Bestimmung der Phasenänderung die Richtungen der Verschiebungen der Interferenzstreifen im entgegengesetzten Sinne; die von Wiener benutzten Blättchen waren so gearbeitet, daß er an einer konusförmigen Silberschicht auf demselben Blättchen neben einander Schichten verschiedener Dicke unterscheiden konnte und nicht wie Wernicke dies nacheinander auf verschiedenen Blättchen thun mußte. Wiener bezeichnete nun die Interferenzstreifen, welche der Reflexion an Luft, bez. an Silber entsprachen, mit Luft- bez. Silberinterferenzen und äußerte sich über seine Versuche folgendermaßen: „Wurde das Blättchen so verschoben, daß anfangs verschiedene und allmählich erst dicker werdende Silberschichten vor die eine Hälfte des Spaltes zu stehen kamen, so war anfangs keine Verschiebung der Interferenzstreifen in beiden Feldern zu bemerken. Allmählich verschoben sich aber die Silberinterferenzen gegen die Luftinterferenzen und zwar nach dem roten Ende des Spektrums und nicht nach dem violetten.“ Die ununterbrochene Verschiebung der Streifen war deutlich zu beobachten, bis sie etwa $\frac{3}{4}$ Streifenbreite erlangt hatte, bei noch dickeren Silberschichten bemerkte er keine Änderung der Interferenzen mehr. Eine große Zahl von Silberspiegeln auf Glimmer ergab die gleichen Resultate. Befand sich ein kleiner Zwischenraum zwischen dem während der Bestäubung aufliegenden Glimmerblatte und dem unteren Blättchen, so entstand auf diesem eine keilförmige Silberschicht als Übergang der beiden Felder. An solchen Stellen erschien im Spektrum ein Zusammenhang der Interferenzstreifen. „Die Luftinterferenzen hingen dann stets nach dem Roten zu mit den Silberinterferenzen zusammen.“ An dickeren Stellen war der Verbindungsbogen über $\frac{3}{4}$ Streifenbreite. Nach Wieners Untersuchungen hatte die Doppelbrechung der Silber Spiegel oder diejenige des Glimmers auf die Resultate keinen Einfluß. Fernere Experimente, bei denen an Stelle von Glimmer Glas trat oder chemisch niedergeschlagenes Silber verwandt wurde, zeigten die gleichen mit den Beobachtungen Wernickes im Gegensatz stehenden Erscheinungen. Mit der Zunahme der Dicke der Silberschicht von Null bis zur Undurchsichtigkeit ändert sich die Phase des am Silber reflektierten Lichtes ebenso, als wenn das Glimmerblatt anstatt der Silberbelegung dicker geworden wäre, also das Licht einen größeren Weg zurückgelegt hätte. Wird nun die Phasenänderung bei Reflexion eines Lichtstrahls an der Grenze zweier Medien als Verzögerung oder Beschleunigung bezeichnet, wenn der Strahl einen größeren oder kleineren Weg zurücklegt, als es derjenige ist, welchen der an der geometrischen

¹⁾ Berl. Monatsber., Nov. 1875.

Grenze der beiden Medien reflektierte Strahl durchläuft, so folgert Wiener: „Die Reflexion an Silber bedingt gegenüber derjenigen an Luft und folglich auch absolut genommen eine Phasenverzögerung von etwa $\frac{3}{4}$ Wellenlänge und nicht eine Beschleunigung von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge.“ Wernicke¹⁾ hat dagegen eine Beschleunigung beobachtet, und erklärt diesen Gegensatz dadurch, daß bei Wieners Versuchen zwischen Glas und Silber sich eine fremde Schicht befand. Er begründet diese Behauptung durch Versuche an Silber in einer Flüssigkeit (Lösung von Styracin in Zimtsäureäthyläther) und in Glas, an welchem die Silberschicht gut haftet. Er kommt zu dem Resultat: Die durch Reflexion an einer Silberschicht zwischen zwei durchsichtigen Mitteln (von denen das vordere den größeren Brechungsindex hat) bewirkte Phasenänderung ist eine Beschleunigung, welche von 0 bis etwa $\frac{1}{4}$ resp. $\frac{3}{8}$ Wellenlänge beständig zunimmt, wenn das Silber von der Dicke 0 bis zur Undurchsichtigkeit wächst (normale Phasenänderung). Ist die Metallschicht mit dem vorderen Mittel nicht fest verbunden, so daß sich zwischen beiden Spuren einer anderen Substanz befinden, so ist die Phasenänderung eine Verzögerung von $\frac{3}{4}$ bis $\frac{5}{8}$ Wellenlänge (anomale Phasenänderung). Die Größe der Phasenänderung läßt nach Wernicke Schlüsse über die Dicke der Zwischenschicht zu.

Die Frage, ob bei anderen Metallen der Sinn der Phasenveränderung bei Reflexion Beschleunigung oder Verzögerung ist, steht noch offen, hingegen hat Wiener²⁾ die Streitfrage über die Schwingungsrichtung des polarisierten Lichtes durch den Nachweis stehender Lichtschwingungen zu lösen unternommen, er spricht sich zu Gunsten Fresnels aus. Drude³⁾ erklärt dagegen, daß die Wienerschen Versuche eine Entscheidung der Streitfrage nicht herbeiführen, und wendet sich deshalb auch gegen die französischen Gelehrten, die sich meist im Sinne Wieners äußern.

Die Abhängigkeit des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts mit der zunehmenden Metalldicke wies Quincke⁴⁾ an Silberplatten nach, so daß ersterer schneller wächst als letzteres; für Gold konnte er eine einfache Beziehung zwischen der Dicke der Schicht und den genannten Winkeln nicht zeigen, es wurde nur mit zunehmender Metallschichtdicke eine Zunahme der Winkel konstatiert. Dasselbe zeigte sich an Platinplatten; auch der Druck auf Metallschichten veränderte die Winkel. Meslin⁵⁾ folgert aus seinen Integralformeln, die er durch die Annahme aus dem Zusammenwirken der äußeren und inneren Reflexion erhielt, daß der Haupteinfallswinkel ein Maximum für eine bestimmte Dicke des Metalls besitzt, die beispielsweise für ein Goldblättchen zwischen 0 und 0,000085 mm liegen muß; seine Experimente ergeben ein solches Maximum für die Dicke 0,000029 mm. J. Conroy konstatierte gleichfalls an Metallplatten mit der zunehmenden Dicke derselben die Zunahme der Haupteinfallswinkel und Hauptazimute.

Über den Zusammenhang der Reflexion mit den Farben der Metalle hat Brewster⁶⁾ bereits Mitteilungen gemacht, Jamin⁷⁾ berechnete mit Hilfe der Cauchyschen Formeln das Reflexionsvermögen verschiedener Metalle bei normaler Inzidenz für die verschiedenen Farben des Spektrums; die erhaltenen Resultate gaben eine Erklärung der Farben der Metalle. Er bestätigte die älteren Versuche von Bénédict Prevost, nach welchem die Farbe der Metalle bei mehrmaliger Reflexion sich verändert. Ferner beschäftigte sich Drude mit den Metallfarben und fand die aus der Rechnung gewonnenen Resultate in Übereinstimmung mit denen der Beobachtung.

Die durch die Metallreflexion bedingte Veränderung der Newtonschen Farbenringe ist häufig Gegenstand der Behandlung gewesen. Außer Aivy, Avago und W. Herschel hat besonders Quincke⁸⁾

¹⁾ W. A. 51, p. 448. ²⁾ W. A. 40, p. 203. ³⁾ W. A. Bde. 41 und 43, C. R. 112. ⁴⁾ P. A. 129, p. 209 bis 15. ⁵⁾ Ann. de chim. et de phys. (6) 20, p. 56. ⁶⁾ P. A. 21. ⁷⁾ P. A. 74, p. 528. ⁸⁾ P. A. 42, p. 380.

genauer die veränderten Ringe untersucht, die Beobachtungen Stokes¹⁾ stimmten mit denen von Quincke überein; auch Guéhard hat am Quecksilber²⁾ die Ringe bemerkt. Endlich hat Quincke³⁾ an keilförmigen, sehr dünnen Metalllamellen sowohl im reflektierten, als auch im durchgegangenen Lichte abwechselnde Maxima und Minima beobachtet und sie für Newtonsche Farbenstreifen erklärt, wogegen sich Voigt⁴⁾ auf Grund seiner Theorie wendet.

Die verschiedenen Forscher gehen bei den theoretischen Untersuchungen über das Reflexionsvermögen der Metalle von verschiedenen Annahmen aus, die Entwicklungen ihrer Theorien ergeben indessen Resultate, welche in allen experimentell wichtigen Fällen unter einander in Übereinstimmung sind. Die optischen Eigenschaften der Metalle erweisen sich darin als vollkommen bestimmbar aus zwei Konstanten, dem Hauptazimut und Haupteinfallswinkel. Durch experimentelle Ermittlung dieser beiden Größen hat zuerst Jamin unter Zugrundelegung der Cauchyschen Theorie das Reflexionsvermögen der Metalle bei normaler Inzidenz für die verschiedenen Farben des Spektrums bestimmt und hieraus mit Hilfe der Newtonschen Farbenscheibe die Farbe der Metalle berechnet, welche mit der thatsächlich beobachteten in Übereinstimmung gefunden wurde. Direkte Messungen des Reflexionsvermögens wurden später von de la Provostaye und Desains⁵⁾ angestellt und dasselbe besonders in seiner Abhängigkeit vom Inzidenzwinkel und der Wellenlänge der auffallenden Strahlen geprüft. Die Untersuchung, welche für strahlende Wärme, also mit dem Mellonischen Thermomultiplikator ausgeführt wurde, ergab Resultate, welche mit der Cauchyschen Theorie übereinstimmten. Rubens⁶⁾ hat sich damit beschäftigt, das Reflexionsvermögen als Funktion des Einfallswinkels und den Verlauf des Reflexionsvermögens als Funktion der Wellenlänge genauer festzustellen.

Die Untersuchungen der optischen Eigenschaften der Metalle haben meist dazu gedient, die für die Metalloptik aufgestellten Theorien zu prüfen. Alle Theorien nehmen an, daß ein Metall ihm individuelle optische Konstanten besitze. Aus zwei von einander unabhängige Beobachtungen müssen sich also alle andern berechnen lassen, die sich auf dasselbe Stück Metall beziehen. Die Beobachtungen erstreckten sich meist auf das von Metallen reflektierte Licht. Jamin zeigte, daß die Abhängigkeit der Eigenschaften desselben vom Einfallswinkel sehr genau durch die Cauchyschen Formeln gegeben wird; dasselbe leisten aber auch die Voigtsche und die elektromagnetische Lichttheorie. Erstere liefert, wie Drude⁷⁾ auseinandergesetzt hat, mit den Cauchyschen identische Formeln und von letzterer hat Koláček⁸⁾ die Übereinstimmung mit der Voigtschen, von rein mechanischen Prinzipien ausgehenden Theorie erwiesen. Die Bestätigung der Theorien ist durch die Beobachtungen von Quincke,⁹⁾ Wernicke¹⁰⁾ und Kundt¹¹⁾ erweitert worden, indem sie zeigen, daß die Werte für Absorption und Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit, die durch direkte Beobachtungen im durchgehenden Lichte gewonnen sind, mit den Werten übereinstimmen, welche die Theorie aus den Erscheinungen im reflektierten Lichte berechnet.

Der erste, der Gleichungen für die Reflexion an stark absorbierenden Medien, speziell an Metallen ableitete, war Mac Cullagh.¹²⁾ Auf Grund seiner Annahme, daß die Reflexion an Metallen in ähnlicher Weise wie bei der totalen Reflexion erfolgte, setzte er die Brechungsexponenten der Metalle imaginär und kam dadurch fast zu denselben Gleichungen, welche später Cauchy¹³⁾ erhielt. Da dieser über die Ableitung seiner Gleichungen nur einige Andeutungen gemacht hatte, ent-

1) Fortschritte der Phys. 32, p. 588. 2) Fortschritte der Phys. 36, p. 466. 3) P. A. 129, p. 285. 4) W. A. 29, p. 95. 5) Ann. de chim. 30. 6) W. A. 37, p. 249. 7) W. A. 35, p. 508. 8) W. A. 34, p. 675. 9) Berl. Ber. 1863, p. 115. 10) P. A. Ergb. 8, p. 65. 11) W. A. 34, p. 469. 12) Proceedings of the Irish Acad. 1836-37. I, p. 1 und II, p. 375. 13) C. R., Tl. VIII, p. 96.; P. A. 74, p. 543.

wickelten dieselben die Herren Beer¹⁾, Eisenlohr²⁾ und Lundquist.³⁾ Gegen die Theorie von Cauchy hat sich Ketteler⁴⁾ mit der Ausführung gewandt, daß man nicht berechtigt sei, zur Entwicklung der Gleichungen für das reflektierte Licht die longitudinalen Schwingungen zu Hilfe zu nehmen. Durch den Fortfall der longitudinalen Wellen genügen aber die Cauchyschen Continuitätsbedingungen nicht mehr, auf welchem Prinzip der Continuität der Bewegung die Reflexionstheorie Cauchys wesentlich beruht. Ketteler macht nun statt der Cauchyschen Continuitätsbedingung drei Annahmen, von denen die ersten beiden im Grunde nicht anders als die eines kontinuierlichen Überganges der Bewegung aus einem Medium in ein zweites sind; die dritte Annahme schließt die Unmöglichkeit der longitudinalen Wellen ein. Die Kettelerschen Gleichungen führen nun zu denselben Resultaten wie die Cauchyschen und ist durch sie bewiesen, daß für die Theorie der Metallreflexion die Annahme von Longitudinalstrahlen nicht erforderlich ist.

II.

Theorie der Metallreflexion.

Fresnel hat den Fall der totalen Reflexion bei durchsichtigen Körpern mittelst einer Interpretation der erhaltenen imaginären Ausdrücke behandelt. Ergiebt sich für die Amplitude des reflektierten Strahles ein Ausdruck von der Form $a + b\sqrt{-1}$, so nimmt Fresnel an, daß die Amplitude des reflektierten Strahles $\sqrt{a^2 + b^2}$ ist, und daß die Phasendifferenz $2\pi \frac{q}{\lambda}$ zwischen dem einfallenden und dem reflektierten Strahle im Einfallspunkte durch $\tan 2\pi \frac{q}{\lambda} = \frac{b}{a}$ gegeben ist. Mac Cullagh ging an der Hand dieser Art der Interpretation weiter. Er nahm für die Metallreflexion die Gleichungen:

$$\sin r = \frac{\sin i}{m} (\cos \chi + \sqrt{-1} \sin \chi), \quad \cos r = \frac{\cos i}{m'} (\cos \chi' + \sqrt{-1} \sin \chi')$$

an, wo m, m', χ, χ' unbestimmte Größen sind, während für die durchsichtigen Mittel $\sin r = \frac{\sin i}{n}$

oder $\sin r = \frac{\sin i}{n} (\cos^2 \chi + \sin^2 \chi)$ gilt. Ist das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert, so giebt Fresnels Theorie für die Amplitude des reflektierten Strahles den Ausdruck

$$v = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \quad \text{oder:} \quad v = -\frac{\frac{\cos r}{\cos i} \frac{\sin r}{\sin i}}{\frac{\cos r}{\cos i} + \frac{\sin r}{\sin i}}. \quad \text{Es gelte diese Gleichung auch für die Metall-}$$

reflexion, und es werden hierin die obigen imaginären Ausdrücke für $\frac{\sin r}{\sin i}$ und $\frac{\cos r}{\cos i}$ gesetzt, so

folgert sich: $v = \frac{(m' \cos \chi - m \cos \chi') + \sqrt{-1} (m' \sin \chi - m \sin \chi')}{(m' \cos \chi + m \cos \chi') + \sqrt{-1} (m' \sin \chi + m \sin \chi')}$ oder nach Rational-

machung des Nenners: $v = \frac{m'^2 - m^2 + 2mm' \sin(\chi - \chi') \sqrt{-1}}{m^2 + m'^2 + 2mm' \cos(\chi - \chi')}$.

1) P. A. 92, p. 402. 2) P. A. 104, p. 368. 3) P. A. 112, p. 398. 4) W. A. Bde. 1 und 3.

Wird dieser Ausdruck nach Fresnels Vorgang ausgelegt und mit R die Intensität des reflektierten Strahles, mit $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ die Phasendifferenz zwischen dem reflektierten und einfallenden Strahle bezeichnet, so ergibt sich:

$$1. \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{(m'^2 - m^2)^2 + 4m^2 m'^2 \sin^2(\chi - \chi')}{[m^2 + m'^2 + 2m m' \cos(\chi - \chi')]^2}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2m m' \sin(\chi - \chi')}{m'^2 - m^2}. \\ \text{Der Ausdruck für } R \text{ läßt sich auf die Form bringen:} \\ R = \frac{m^2 + m'^2 - 2m m' \cos(\chi - \chi')}{m^2 + m'^2 + 2m m' \cos(\chi - \chi')} \end{array} \right.$$

Infolge der Beziehung $\sin^2 r + \cos^2 r = 1$ sind die Größen m, m', χ, χ' nicht unabhängig von einander. Durch Quadrieren und Addieren der für $\sin r$ und $\cos r$ aufgestellten Ausdrücke entsteht die Gleichung:

$$1 = \frac{\sin^2 i}{m^2} \cos 2\chi + \frac{\cos^2 i}{m'^2} \cos 2\chi' + \left(\frac{\sin^2 i}{m^2} \sin 2\chi + \frac{\cos^2 i}{m'^2} \sin 2\chi' \right) \sqrt{-1},$$

woraus die beiden Gleichungen:

$$\alpha. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin^2 i}{m^2} \cos 2\chi + \frac{\cos^2 i}{m'^2} \cos 2\chi' = 1 \quad m'^2 \sin^2 i \cos 2\chi + m^2 \cos^2 i \cos 2\chi' = m^2 m'^2 \\ \frac{\sin^2 i}{m^2} \sin 2\chi + \frac{\cos^2 i}{m'^2} \sin 2\chi' = 0 \quad m'^2 \sin^2 i \sin 2\chi + m^2 \cos^2 i \sin 2\chi' = 0 \end{array} \right. \quad \text{oder:}$$

folgen. Es läßt sich demnach m' und χ' als Funktion von m, χ und i darstellen. Nun ist:

$$\sin 2\chi' = -\frac{m'^2}{m^2} \text{tg}^2 i \sin 2\chi, \quad \cos 2\chi' = \frac{m'^2 (m^2 - \sin^2 i \cos 2\chi)}{m^2 \cos^2 i}$$

$$\text{und daher: } \text{tang } 2\chi' = -\frac{\sin^2 i \sin 2\chi}{m^2 - \sin^2 i \cos 2\chi}$$

Wegen $\sin^2 2\chi' + \cos^2 2\chi' = 1$ ergibt sich:

$$1 = \frac{m'^4}{m^4 \cos^4 i} (m^4 + \sin^4 i - 2m^2 \sin^2 i \cos 2\chi) \quad \text{oder: } m'^2 = \frac{m^2 \cos^2 i}{\sqrt{m^4 + \sin^4 i - 2m^2 \sin^2 i \cos 2\chi}}$$

Zur Abkürzung sei $D^2 = m^4 + \sin^4 i - 2m^2 \sin^2 i \cos 2\chi$ gesetzt, also: $m'^2 = \frac{m^2 \cos^2 i}{D^2}$.

Nach einiger Rechnung erhält man:

$$\beta. \quad \text{tang } 2(\chi - \chi') = \frac{m^2 \sin 2\chi}{m^2 \cos 2\chi - \sin^2 i} \quad \text{und hieraus: } \sin 2(\chi - \chi') = \frac{m^2 \sin 2\chi}{D^2}.$$

Wird in 1. m' durch seinen Wert ersetzt, so bekommt man:

$$I. \quad R = \frac{D^2 + \cos^2 i - 2D \cos i \cos(\chi - \chi')}{D^2 + \cos^2 i + 2D \cos i \cos(\chi - \chi')}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2D \cos i \sin(\chi - \chi')}{\cos^2 i - D^2}.$$

Wir gehen zu dem Falle über, wo die Polarisationssebene des einfallenden Lichtes auf der Einfallsebene senkrecht steht. Nach Fresnels Theorie ergibt sich für die Amplitude des

$$\text{reflektierten Strahles } v' = -\frac{\text{tang}(i-r)}{\text{tang}(i+r)}, \quad \text{woraus folgt: } v' = -\frac{1 - \frac{\sin r \cos r}{\sin i \cos i}}{1 + \frac{\sin r \cos r}{\sin i \cos i}}, \quad \text{und wenn für } \sin r$$

$$\text{und } \cos r \text{ die imaginären Ausdrücke eingeführt werden: } v' = -\frac{m \cdot m' - \cos(\chi + \chi') - \sqrt{-1} \sin(\chi + \chi')}{m \cdot m' + \cos(\chi + \chi') + \sqrt{-1} \sin(\chi + \chi')}$$

Durch Rationalmachung des Nenners wird erhalten: $r' = \frac{m^2 \cdot m'^2 - 1 - 2m m' \sin(\chi + \chi') \sqrt{-1}}{m^2 \cdot m'^2 + 1 + 2m m' \cos(\chi + \chi')}$.

Werden mit R' die Intensität des reflektierten Strahles, mit $2\pi \frac{\delta'}{\lambda}$ die Phasendifferenz bezeichnet,

so erhält man: $R' = \frac{(m^2 m'^2 - 1)^2 + 4m^2 m'^2 \sin^2(\chi + \chi')}{[m^2 m'^2 + 1 + 2m m' \cos(\chi + \chi')]^2}$ oder:

$$R' = \frac{m^2 \cdot m'^2 + 1 - 2m \cdot m' \cos(\chi + \chi')}{m^2 \cdot m'^2 + 1 + 2m \cdot m' \cos(\chi + \chi')}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2m m' \sin(\chi + \chi')}{m^2 m'^2 - 1}.$$

Werden m' und m'^2 durch die Werte in D , m und i ersetzt, so ergeben sich die Gleichungen:

$$\text{II. } R' = \frac{m^4 \cos^2 i + D^2 - 2D m^2 \cos i \cos(\chi + \chi')}{m^4 \cos^2 i + D^2 + 2D m^2 \cos i \cos(\chi + \chi')}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2D m^2 \cos i \sin(\chi + \chi')}{m^4 \cos^2 i - D^2}.$$

Die Gleichungen I und II sind von Mac Cullagh zuerst aufgestellt, sie vereinfachen sich, wenn auf die Umstände der Metallreflexion Rücksicht genommen wird. Es ist nämlich leicht zu zeigen, daß m sehr groß sein muß. Für $i=0$ ergibt sich $D^2 = m^2$ und folglich:

$\sin 2(\chi - \chi') = \sin 2\chi$, also: $\chi' = 0$; deshalb ist: $R = R' = \frac{m^2 + 1 - 2m \cos \chi}{m^2 + 1 + 2m \cos \chi}$. Nun lehrt das

Experiment, dass bei normaler Reflexion an Metallflächen die Intensität des reflektierten Strahles nahe gleich 1 ist; es muß demnach $2m \cos \chi$ klein sein im Vergleiche mit $m^2 + 1$ oder m klein

im Vergleiche mit m^2 , d. h. m sehr groß sein. Da $\frac{1}{m^2}$ sehr klein ist, folgt ferner wegen der

Gleichungen α , daß χ' sehr klein ist. Mit Vernachlässigung von χ' in der für $\cos r$ aufgestellten

Formel ergibt sich $m' = \frac{\cos i}{\cos r}$. Hierdurch werden die Ausdrücke für das parallel zur Einfallsebene polarisierte Licht 1.:

$$\text{I')} \quad R = \frac{m^2 + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 2m \frac{\cos i}{\cos r} \cos \chi}{m^2 + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 2m \frac{\cos i}{\cos r} \cos \chi}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2m \frac{\cos i}{\cos r} \sin \chi}{\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - m^2},$$

und für das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht:

$$\text{II')} \quad R' = \frac{m^2 \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 1 - 2m \frac{\cos i}{\cos r} \cos \chi}{m^2 \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 1 + 2m \frac{\cos i}{\cos r} \cos \chi}, \quad \text{tang } 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2m \frac{\cos i}{\cos r} \sin \chi}{m^2 \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 1}.$$

Diese Formeln gab Mac Cullagh an zweiter Stelle; er leitete sie noch auf einem andern induktiven Wege her. Es werden nämlich die für durchsichtige Körper gefundenen Formeln so in möglichst einfacher Weise modifiziert, daß dieselben durch eine Erweiterung der Bedeutung ihrer Koeffizienten zur Erklärung der Erscheinung der Metallreflexion geeignet werden. Wenn der Körper durchsichtig und das einfallende Licht in der Polarisationssebene polarisiert ist, ergibt sich für die Intensität R des reflektierten Strahles:

$$R = \frac{(\sin i \cos r - \cos i \sin r)^2}{(\sin i \cos r + \cos i \sin r)^2} \quad \text{oder: } R = \frac{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 2 \frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r}}{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 2 \frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r}}.$$

Hierin ist $\sin i = n \sin r$; wird $\frac{\cos i}{\cos r} = \gamma$ gesetzt, so erhält man: $R = \frac{n^2 + q^2 - 2nq}{n^2 + q^2 + 2nq}$.

Ebenso ergibt sich, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist: $R' = \frac{n^2 q^2 + 1 - 2nq}{n^2 q^2 + 1 + 2nq}$. Mac Cullagh nimmt nun an, daß bei der Metallreflexion die Koeffizienten von q^2 und q nicht mehr gleich n^2 und n sind, daß aber ihr Verhältnis immer noch gleich n ist. Sind also M^2 und N die neuen Koeffizienten, so ist $\frac{M^2}{N} = n$. Nach diesen Annahmen erscheint der Fall durchsichtiger Körper als ein spezieller, aus der Annahme $M = N$ hervorgehender Fall. Die Intensitäten R und R' nehmen nun die Form an:

$$R = \frac{M^2 + q^2 - 2Nq}{M^2 + q^2 + 2Nq}, \quad R' = \frac{M^2 q^2 + 1 - 2Nq}{M^2 q^2 + 1 + 2Nq}.$$

$$R \text{ kann auf die Form gebracht werden: } R = \frac{(M^2 - q^2)^2 + 4(M^2 - N^2)q^2}{(M^2 + q^2 + 2Nq)^2}.$$

Unter der Voraussetzung $M^2 > N^2$ erscheint R als Summe zweier Quadrate und kann mittelst der Auslegung Fresnels die Form $a + b\sqrt{-1}$ annehmen, wo die Intensität gleich $a^2 + b^2$ und die Phasendifferenz $\tan 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{b}{a}$ ist. Da $M^2 > N^2$ sein soll, darf $\frac{N}{M} = \cos \chi$ gesetzt werden.

$$\text{Hierdurch erhält man: } R = \frac{M^2 + q^2 - 2Mq \cos \chi}{M^2 + q^2 + 2Mq \cos \chi}, \quad \tan 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2Mq \sin \chi}{M^2 - q^2}.$$

Ebenso findet sich für das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht:

$$R' = \frac{M^2 q^2 + 1 - 2Mq \cos \chi}{M^2 q^2 + 1 + 2Mq \cos \chi}, \quad \tan 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = \frac{2Mq \sin \chi}{M^2 q^2 - 1}.$$

Diese Formeln sind mit denen I' und II' identisch.

Für die Phasendifferenz der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Strahles hat man: $\tan 2\pi \frac{\delta - \delta'}{\lambda} = \frac{2Mq \sin \chi (M^2 + 1)(q^2 - 1)}{(M^2 - q^2)(M^2 q^2 - 1) + 4M^2 q^2 \sin^2 \chi}$.

Mac Cullagh erhielt diese Formeln als Resultate einer nicht veröffentlichten Theorie, jedoch gewähren einige Andeutungen einen Einblick in dieselbe. Er nahm an, daß an der Oberfläche der Metalle eine Brechung stattfindet, und daß das sich fortpflanzende, gebrochene Licht sehr rasch absorbiert wird. Er drückte die gebrochene Vibrationsbewegung durch ein Produkt von $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ in eine Exponentielle mit sehr großem negativem und der Entfernung von der brechenden Fläche proportionalem Exponenten aus, verwandte auch das Prinzip der lebendigen Kräfte und das Prinzip der Kontinuität, beschränkte aber letzteres auf die der Trennungsfläche parallelen Komponenten der Bewegung im Widerspruch mit seiner Theorie der durchsichtigen Körper. Zur Unterdrückung seiner Theorie der Metallreflexion veranlaßten ihn die Schwierigkeiten bei der Erklärung der Eigenschaften des Diamanten, der ein den Metallen analoges Verhalten zeigt, zu dessen Erklärung er demselben ein großes Absorptionsvermögen hätte zuschreiben müssen.

Cauchy hat Formeln gegeben, welche mit denen Mac Cullaghs zum großen Teil übereinstimmen. Seiner Reflexionstheorie liegen zwei Prinzipien zu Grunde. Das erste verlangt, daß die Periode aller bei dem Übergange des Lichtes aus einem Mittel ins andere zur Sprache

kommenden Bewegungen gleich sei; es ist dies das von Cauchy sogenannte Prinzip der korrespondierenden Bewegungen. Dem zweiten Prinzip zufolge zeigt der Ort von Ätherteilchen, die auf einem Einfallslot liegen, keine Unterbrechung der Stetigkeit, wenn man aus dem ersten Mittel in das zweite übergeht, und zwar findet dies für jedes Einfallslot und zu jeder Zeit statt; es ist dies das Prinzip der Kontinuität der Bewegung. — Nach Cauchy ist nicht nur die Differenz der Geschwindigkeitskomponenten benachbarter Moleküle unendlich klein, sondern auch die Differenz der Derivierten dieser Komponenten.

Man hat also zwei Gleichungen, um die Kontinuität der Bewegungen längs der Normale auszudrücken, und hat die analogen Gleichungen für zwei weitere rechtwinklige Achsen hinzuzufügen, welche in der Trennungsfläche liegen.

Ist das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert, so sind nur die Gleichungen aufzustellen, welche sich auf die Bewegung senkrecht zur Einfallsebene beziehen.

Im Schnittpunkte I der Normale und der Trennungsfläche SS' sei die Vibrationsgeschwindigkeit infolge der einfallenden Bewegung zur Zeit t gleich $2\pi \frac{t}{T}$; dann ist die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m auf der Normale, von I um z entfernt, gleich derjenigen des Punktes p , wenn $Ip = z \cdot \cos i$ ist und i den Inzidenzwinkel bedeutet. Die Vibrationsgeschwindigkeit von m ist demnach $\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z \cos i}{\lambda} \right)$. Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m infolge der reflektierten Bewegung ist zur Zeit t gleich: $v \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z \cos i}{\lambda} \right)$. Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m' , von I um $-z$ entfernt, ist gleich der des Punktes p' , wenn $Ip' = -z \cos r$ ist und r den Brechungswinkel bedeutet. Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m' ist infolge der gebrochenen Bewegung: $u \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z \cos r}{\lambda'} \right)$. Für $z=0$ wird die Summe der beiden ersten Vibrationsgeschwindigkeiten gleich der letzteren: $1 + v = u$. Diese Formel hat bereits Fresnel aus dem Kontinuitätsprinzip hergeleitet.

Zur Ermittlung der zweiten Gleichung ist die Summe der in Bezug auf z genommenen Differentialquotienten der beiden ersten Geschwindigkeiten für $z=0$ dem Differentialquotienten der letzteren Geschwindigkeit gleichzusetzen; es folgt daraus:

$$\frac{2\pi \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{v 2\pi \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} = u \frac{2\pi \cos r}{\lambda'} \cos 2\pi \frac{t}{T} \text{ oder:}$$

$$\frac{\cos i}{\lambda} (1 - v = \frac{u \cos r}{\lambda'}) \text{, und wenn } \frac{\lambda}{\lambda'} \text{ durch } \frac{\sin i}{\sin r} \text{ ersetzt wird: } (1 - v) \sin r \cos i = u \sin i \cos r.$$

Dieselbe Gleichung hat Fresnel aus dem Prinzip der lebendigen Kräfte erhalten.

Wir gehen nunmehr zur Anwendung der Cauchyschen Theorie auf die Metalle über und zwar für den Fall, daß das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert ist. Die Gleichungen werden wie bei den durchsichtigen Körpern aufgestellt. Die Geschwindigkeit des Punktes m ist gleich $\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z \cos i}{\lambda} \right)$. Das Experiment ergibt nun in Bezug auf den reflektierten Strahl eine durch die Reflexion hervorgerufene Phasendifferenz, daher wird die Vibrationsgeschwindigkeit des reflektierten Strahles im Punkte m zur Zeit t : $v \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{g - z \cos i}{\lambda} \right)$. Das Experiment lehrt weiter, daß die Intensität des gebrochenen Strahles so schnell abnimmt,

dafs dieselbe in einer sehr kleinen Entfernung von der Trennungsfläche verschwindet. Es ist wahrscheinlich, dafs sich die Bewegung des Äthers den Körpermolekülen mitteilt und in Wärme umsetzt. Nun nimmt in einem absorbierenden Körper die Intensität des Strahles in geometrischer Progression ab, wenn die Wellenlänge in arithmetischer Progression zunimmt. Der Ausdruck für die Vibrationsgeschwindigkeit des gebrochenen Strahles ist also mit einem Faktor von der Form $e^{-h \cdot m'k}$ zu versehen, worin $m'k$ der im Metalle zurückgelegte Weg gleich $\frac{z}{\cos r}$ ist. Für die

Vibrationsgeschwindigkeit des gebrochenen Strahles im Punkte m' zur Zeit t unter der Annahme, dafs eine Phasendifferenz ψ entstanden ist, erhält man demnach:

$$u e^{\frac{h z}{\cos r}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi + z \cos r}{\lambda'} \right).$$

Nach dem Continuitätsprinzip ist nun für $z=0$ die Summe der beiden ersten Geschwindigkeiten gleich der letzteren; daher ergibt sich: $\sin 2\pi \frac{t}{T} + v \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{q}{\lambda} \right) = u \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'} \right)$.

Setzt man ferner die nach z genommenen Ableitungen der beiden ersteren Geschwindigkeiten denen der letzteren für $z=0$ gleich, so erhält man:

$$\frac{2\pi \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi v \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{q}{\lambda} \right) = \frac{u h}{\cos r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'} \right) + \frac{2\pi u \cos r}{\lambda'} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'} \right).$$

Diese beiden Gleichungen gelten für jeden Zeitmoment. Durch Entwicklung der ersten ergibt sich:

$$\sin 2\pi \frac{t}{T} \left(1 + v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} - u \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} \right) + \cos 2\pi \frac{t}{T} \left(v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} - u \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} \right) = 0.$$

Da die beiden Koeffizienten von $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ und $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ jeder für sich gleich 0 sein müssen, so hat man die beiden Gleichungen:

$$\text{a) } 1 + v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} - u \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} = 0, \quad \text{b) } v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} - u \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} = 0.$$

Ebenso erhält man aus der zweiten der obigen Gleichungen die beiden neuen:

$$0 = 1 - v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} - \frac{u h \cdot \lambda}{2\pi \cos r \cdot \cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} - u \frac{\cos r \cdot \lambda}{\cos i \cdot \lambda'} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'},$$

$$0 = v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} - \frac{u h \lambda}{2\pi \cos r \cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} + u \frac{\cos r \cdot \lambda}{\cos i \cdot \lambda'} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} \quad \text{oder, da } \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin i}{\sin r} \text{ ist, unter}$$

Einführung von $\gamma = \frac{h \lambda}{2\pi \cos r}$:

$$\text{c) } 0 = 1 - v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} - \frac{u \gamma}{\cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} - u \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'},$$

$$\text{d) } 0 = v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} - \frac{u \gamma}{\cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} + u \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}.$$

Aus den Gleichungen (a bis d) lassen sich v , u , q , ψ berechnen; zur Berechnung von ψ und q führe man die Werte für $\cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}$ und $u \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}$ aus a und b in c und d ein:

$$1 - v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} = \frac{\gamma v}{\cos i} \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} + \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \left(1 + v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} \right),$$

$$v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} = \frac{\gamma}{\cos i} \left(1 + v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} \right) - \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda}.$$

Diese Gleichungen lassen sich umformen in:

$$\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r} \right) v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} + \frac{\gamma v}{\cos i} \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} = 1 - \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r},$$

$$\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r} \right) v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} - \frac{\gamma v}{\cos i} \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} = \frac{\gamma}{\cos i}.$$

Nach Auflösung nach $v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda}$ und $v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda}$ ergibt sich:

$$v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda} \left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i} \right] = \frac{2\gamma}{\cos i},$$

$$v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda} \left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i} \right] = 1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}.$$

Durch Division beider Gleichungen folgert sich:

$$\text{tang } 2\pi \frac{q}{\lambda} = \frac{\frac{2\gamma}{\cos i}}{1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}} \quad \text{oder auch: } \text{tang } 2\pi \frac{q}{\lambda} = - \frac{2\gamma \cos i \sin^2 r}{\sin(i-r) \sin(i+r) + \gamma^2 \sin^2 r}.$$

Die Quadratsumme von $v \sin 2\pi \frac{q}{\lambda}$ und $v \cos 2\pi \frac{q}{\lambda}$ ergibt:

$$v^2 = \frac{\frac{4\gamma^2}{\cos^2 i} + \left(1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i} \right)^2}{\left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i} \right]^2} \quad \text{oder: e) } v^2 = \frac{\left(1 - \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}}{\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}}$$

$$\text{oder endlich: e) } v^2 = \frac{\sin^2(i-r) + \gamma^2 \sin^2 r}{\sin^2(i+r) + \gamma^2 \sin^2 r}.$$

Es sollen die Formeln Mac Cullaghs und Cauchys verglichen werden. Man nehme an, daß der gebrochene Strahl sich im Metalle wie in einem durchsichtigen Körper verhalte, daß also $\frac{\sin i}{\sin r}$

konstant sei, daß ferner $\frac{\gamma}{\cos r}$ auch konstant sei, und setze:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = M \cos \psi, \quad \frac{\gamma}{\cos r} = M \sin \psi, \quad \text{wo } M^2 = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} + \frac{\gamma^2}{\cos^2 r}, \quad \text{tang } \psi = \frac{\gamma \sin r}{\sin i \cos r} \text{ sind.}$$

Multipliziert man in Gleichung e) Zähler und Nenner der rechten Seite mit $\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r}$, ersetzt $\frac{\sin i}{\sin r}$, $\frac{\gamma}{\cos r}$ durch die Werte und führt $\frac{\cos i}{\cos r} = \mu$ ein, so erhält man:

$$v^2 = \frac{(\mu - M \cos \psi)^2 + M^2 \sin^2 \psi}{(\mu + M \cos \psi)^2 + M^2 \sin^2 \psi} = \frac{M^2 + \mu^2 - 2\mu M \cos \psi}{M^2 + \mu^2 + 2\mu M \cos \psi} \quad \text{und gelangt zur Formel Mac Cullaghs}$$

$$\text{pag. 14): } R = \frac{M^2 + q^2 - 2M q \cos \chi}{M^2 + q^2 + 2M q \cos \chi}.$$

Auch auf die Gleichung I kann die Cauchysche Formel gebracht werden. Denn aus e) erhält man:

$$v^2 = \frac{\cos^2 i + \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} \cos^2 r - 2 \frac{\sin i \cos i \cos r}{\sin r} + \gamma^2}{\cos^2 i + \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} \cos^2 r + 2 \frac{\sin i \cos i \cos r}{\sin r} + \gamma^2}. \quad \text{Setzt man nun:}$$

f) $D^2 = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} \cos^2 r + \gamma^2$, g) $D \cos(\chi - \chi') = \frac{\sin i}{\sin r} \cos r$, so hat man die Gleichung I Mac Cullaghs.

$$\text{Nach Gleichung } \beta) \text{ aber ist } D^2 = \frac{m^2 \sin 2\chi}{\sin 2(\chi - \chi')} \text{ und } \tan 2(\chi - \chi') = \frac{m^2 \sin 2\chi}{m^2 \cos 2\chi - \sin^2 i}.$$

Die Formeln lassen sich demnach zur Koïncidenz bringen, aber nur durch eine Hypothese, deren physikalische Bedeutung unbekannt ist. Zur Übereinstimmung der für die Phasendifferenzen aufgestellten Formeln quadrierte man g), subtrahiere es von f) und ziehe die Wurzel daraus: $D \sin(\chi - \chi') = \gamma$. Diesen Wert für $D \sin(\chi - \chi')$ und den aus f) für D^2 führe man in die Formel I ein und erhält:

$$\text{tg } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\gamma \cos i}{\cos^2 i - \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} \cos^2 r - \gamma^2} \quad \text{oder: } \tan 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = - \frac{2\gamma \cos i \sin^2 r}{\sin(i-r) \sin(i+r) + \gamma^2 \sin^2 r},$$

wie bei Cauchy.

Die Bestimmung von $\frac{\sin i}{\sin r}$ und γ bei den Metallen ist schwierig. Für die senkrechte Incidenz ist $\cos r = 1$ und folglich, wenn für diesen Fall der Wert von γ mit g bezeichnet wird, nimmt die Gleichung $\gamma = \frac{h\lambda}{2\pi \cos r}$ die Form an: $g = \frac{h\lambda}{2\pi}$.

Durch Einführung dieses Wertes in f) und g) erhält man: $D^2 = n^2 + g^2$, $D \cos \chi = n$, weil für $i = 0$, $\chi' = 0$ ist, wie oben gezeigt wurde. Aus diesen Gleichungen folgt: $D^2 = D^2 \cos^2 \chi + g^2$ oder $D \sin \chi = g$.

Für die normale Incidenz ergibt sich ferner aus: $D^2 = \frac{m^2 \sin 2\chi}{\sin 2(\chi - \chi')}$ die Gleichung: $D^2 = m^2$; daher hat man die Resultate: $m \cos \chi = n$, $m \sin \chi = g$, die darauf führen, für die normale Incidenz den Brechungsexponenten gleich $m \cos \chi$ und den Absorptionskoeffizienten gleich $m \sin \chi$ zu setzen.

Im Falle, wo das einfallende Licht normal zur Einfallsebene polarisiert ist, stößt die Anwendung des Kontinuitätsprinzipes auf Schwierigkeiten; die von Cauchy für die Intensität des reflektierten Lichtes gegebene Formel stimmt mit II überein:

$$R' = \frac{m^4 \cos^2 i + D^2 - 2D m^2 \cos i \cos(\chi - \chi')}{m^4 \cos^2 i + D^2 + 2D m^2 \cos i \cos(\chi + \chi')}$$

Cauchy gab weder für das parallel zur Einfallsebene polarisierte Licht, noch für das senkrecht zu derselben polarisierte die Werte der durch die Reflexion eingeführten Phasendifferenzen, er veröffentlichte aber eine Formel, welche die Phasendifferenz zwischen den beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichtes giebt. Diese Formel ist: $\tan 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \tan 2\omega \sin(\chi - \chi')$, wo der Winkel ω durch die Gleichung gegeben ist:

$$\text{tang } \omega = \frac{D \cos i}{\sin^2 i}. \text{ Hieraus ergibt sich } \text{tg } 2\omega = \frac{2D \cos i \sin^2 i}{\sin^4 i - D^2 \cos^2 i} \text{ und}$$

$$\text{tang } 2\pi \frac{A}{\lambda} = \frac{2D \cos i \sin^2 i \sin(\chi - \chi')}{\sin^4 i - D^2 \cos^2 i}.$$

Diese Formel koincidiert nicht mit derjenigen, die aus den Formeln I und II gewonnen wird; ist jedoch m sehr groß, was für die Metalle bewiesen wurde, so ergibt sich eine angenäherte Übereinstimmung der Formeln. In diesem Falle ist nämlich angenähert zu setzen $D^2 = m^2$ wegen der Gleichung für D^4 auf pag. 12; ebenso wird wegen Gleichung (β) für $\text{tg } 2(\chi_i - \chi')$ angenähert χ' gleich Null. Daher ergibt sich mit einem gewissen Grade der Annäherung für Cauchys Formel der Phasendifferenz der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichtes: $\text{tang } 2\pi \frac{A}{\lambda} = -\frac{2 \sin^2 i \sin \chi}{m \cos i} = -\frac{2 \sin i \text{ tang } i \sin \chi}{m}$.

Für die Formeln Mac Cullaghs wird angenähert:

$$\text{tang } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = -\frac{2 \cos i \sin \chi}{m}, \text{ tang } 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2 \sin \chi}{m \cos i}.$$

Hieraus ergibt sich:

$$\text{tang } 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = \frac{\frac{2 \cos i \sin \chi}{m} - \frac{2 \sin \chi}{m \cos i}}{1 + \frac{4 \sin^2 \chi}{m^2}} \text{ oder: } \text{tang } 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = -\frac{2m \sin^2 i \sin \chi}{(m^2 + 4 \sin^2 \chi) \cos i} \text{ oder end-}$$

lich näherungsweise: $\text{tang } 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = -\frac{2 \sin i \text{ tang } i \sin \chi}{m}$, wie bei Cauchy.

III.

Die durch Metalle hervorgebrachte elliptische Polarisation des Lichtes.

Aus den Versuchen Brewsters geht hervor, daß ein auf Metalle fallender Lichtstrahl durch deren Einwirkung zum Teil polarisiert ist. Die Polarisation ist am stärksten bei der Zurückwerfung an Bleiglanz, am schwächsten bei der Reflexion von Silber; zwischen diesen Polarisationen stehen der Stärke nach geordnet diejenigen bei der Reflexion an Blei, Glanzkobalt, Speiskobalt, Antimon, Stahl, Zink, Wismut, Spiegelmetall, Platin, Quecksilber, Kupfer, Weisblech, Messing, Gold. Der Winkel, unter dem das Licht reflektiert werden muß, damit die Wirkung am deutlichsten wird, ist ungefähr 75° , ändert sich jedoch von Metall zu Metall. Durch mehrfache Reflexion bei konstanter Einfallsebene nimmt die Polarisation zu, und das Licht wird durch hinreichend oft wiederholte Reflexion vollständig in der Einfallsebene polarisiert. Wenn das Licht einer Wachskerze von Stahlplatten reflektiert wird, so ist es nach achtmaliger Reflexion bei Einfallswinkeln zwischen 60° und 80° vollständig polarisiert; für Blei und Kobalt bedarf es einer geringeren, für Silber einer grösseren Anzahl von Reflexionen. — Bei Anwendung von polarisiertem Lichte für diese Versuche, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen Winkel von 45° einschließt, ist nach zwei Reflexionen unter einem bestimmten Einfallswinkel das Licht wieder linear polarisiert oder nach Brewsters Ausdrucksweise die Polarisation wiederhergestellt, wenn die beiden Reflexionsebenen zusammenfallen. Der Einfallswinkel ist für jedes Metall ein bestimmter, für Stahl 75° ; Brewster nennt ihn den Winkel des Polarisationsmaximums

oder auch kurz Polarisationswinkel, jetzt heißt er gewöhnlich Haupteinfallswinkel. Die Polarisations-ebene nach zweimaliger Reflexion ist stets eine andere, sie liegt an der anderen Seite der Einfallsebene, welche den spitzen Winkel zwischen der Polarisations-ebene in der zweiten Lage mit derjenigen in der Lage vor der Reflexion schneidet. Neumann nahm nach den Versuchen Brewsters an, daß parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht nach der Reflexion an einer Metallfläche in derselben Ebene polarisiert bleibt. Es können demnach in diesen beiden Fällen nur die Amplitude und Phase des Strahles eine Veränderung erleiden. Ein in einer beliebigen Ebene polarisierter, einfallender Strahl kann stets in zwei parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Strahlen zerlegt werden, und es ist deshalb zu untersuchen, wie diese beiden Strahlen durch die Metallreflexion modifiziert werden. Unter der Voraussetzung, daß die Amplituden allein verändert werden, müßte durch die Reflexion eine Drehung der Polarisations-ebene bewirkt werden, der reflektierte Strahl jedoch geradlinig polarisiert bleiben. Da diese Voraussetzung durch die Versuche widerlegt wird, so muß man annehmen, daß bei der Metallreflexion eine Phasendifferenz zwischen den beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen entsteht, und es ergibt sich hieraus, daß der reflektierte Strahl im allgemeinen elliptisch polarisiert wird, d. h. daß die Ätherteilchen sich in elliptischen Bahnen bewegen. Aus der Annahme über die Amplituden = und Phasenveränderungen, welche die beiden Komponenten des einfallenden Strahles bei der Reflexion erleiden, müssen sich alle Wirkungen der Metallreflexion ergeben; deshalb ist die von Brewster beobachtete Depolarisation nichts anderes als eine elliptische Polarisation. Zur Erkennung der elliptischen Polarisation des von Metallplatten reflektierten Lichtes liefs de Sénarmont¹⁾ den Hauptschnitt von $\frac{\lambda}{4}$ -Glimmerblättchen

mit der Ebene der scheinbaren partiellen Polarisation zusammenfallen. In dieser Ebene mußte, wenn die schwingenden Ätherteilchen eine Ellipse beschreiben, eine ihrer Achsen sich befinden und infolge des Durchdringens des Glimmerblättchens die Polarisation wiederhergestellt sein. Diese Methode ergab aber wegen der Dispersion des Glimmerblättchens bei Anwendung weissen Lichtes keine genauen Resultate, de Sénarmont selbst giebt die Unsicherheit seiner Versuche an Spiegeln von Stahl, Spiegelmetall und Silber (aus Teilen: 0,9 Silber und 0,1 Kupfer) zu.

Dagegen waren die Beobachtungen Mac Cullaghs²⁾ zur Bestätigung der Theorie besser, er nahm ein Fresnelsches Parallelepiped, dessen Einwirkung auf Strahlen jeder Farbe fast gleich ist, anstatt des Glimmers. Ein durch ein Nicolsches Prisma geradlinig, alsdann durch Reflexion an einer Metallfläche elliptisch polarisierter Lichtstrahl durchdrang das Parallelepiped. Das einfallende Licht war unter 45° gegen die Einfallsebene polarisiert, die Lage und das Größenverhältnis der Achsen der Vibrationsellipse bestimmten die Gleichungen, in denen für unseren Falle $\alpha = 45^\circ$ zu nehmen ist:

$$\tan 2\vartheta = \frac{(n' - n) \sin 2\alpha}{2f + (n' + n) \cos 2\alpha}, \quad \sin 2\beta = \frac{2g \sin 2\alpha}{n' + n + 2f \cos 2\alpha}, \quad \text{wobei } f = \left(m - \frac{1}{m}\right) \cos \chi,$$

$g = \left(m + \frac{1}{m}\right) \sin \chi$ sind. Zwischen dem Incidenzwinkel i und dem Brechungswinkel r bestehen

$$\text{die Zusammenhänge: } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{m}{\cos \chi}, \quad \frac{\cos i}{\cos r} = M. \quad \text{Ferner sind } n = \frac{1}{\mu} - \mu \quad \text{und} \quad n' = \frac{f^2 + g^2}{n}.$$

¹⁾ P. A. Ergb. 1, p. 451. ²⁾ Proceedings of the Royal Irish Academy II, p. 379.

Durch zwei Messungen wurden die Konstanten m und χ bestimmt; für Spiegelmetall fand Mac Cullagh $m = 2,94$, $\chi = 64^\circ 25'$ und folgende Werte für ϑ und β aus den Gleichungen:

$$\tan 2\vartheta = \frac{n' - n}{2f} \quad \text{und} \quad \sin 2\beta = \frac{2g}{n' + n}.$$

Einfallswinkel i	ϑ Winkel einer der Achsen der Vibrationsellipse mit der Einfallsebene		β Winkel, deren Tangenten dem Achsenverhältnisse gleich sind	
	gemessen	berechnet	gemessen	berechnet
65°	27° 55'	27° 53'	28° 0'	28° 0'
70°	15° 41'	15° 44'	33° 7'	33° 1'
75°	— 8° 45'	— 9° 16'	34° 10'	34° 6'
80°	— 30° 15'	— 29° 25'	27° 0'	26° 53'
84°	— 37° 22'	— 37° 25'	16° 47'	17° 17'

Zur Erklärung der von Brewster beobachteten Depolarisation zeigte Jamin,¹⁾ daß ein elliptisch polarisierter Lichtstrahl in zwei Strahlen zerlegt werden kann, deren Phasen um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge verschieden sind, und daß, wenn der elliptisch polarisierte Lichtstrahl auf ein doppeltbrechendes Prisma fällt, dessen Hauptschnitt parallel einer der Achsen der Trajektorie ist, nach dem Durchgang die Intensität des einen Strahles die möglichst größte, die des anderen die möglichst kleinste ist, sowie daß die Intensitäten der beiden Bilder gleich sind, falls der Hauptschnitt des Prismas mit der Richtung der Ellipsenachsen einen Winkel von 45° einschließt. — Es sei nun $90^\circ - a$ das Polarisationsazimut des einfallenden Strahles, der durch zwei nach den Hauptazimuten gerichteten Schwingungen ersetzt werden soll, deren Amplituden $\sin a$ und $\cos a$ sind. Diese Schwingungen erfahren bei der Reflexion eine Änderung ihrer Phase und Amplitude. Es seien der Phasenunterschied δ , die Intensitäten des senkrecht, bzw. parallel zur Einfallsebene polarisiert reflektierten Lichtes durch die Fresnelschen Formeln gegeben:

$$I^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(i - r)}{\operatorname{tg}^2(i + r)}, \quad J^2 = \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)}, \quad \text{die Koordinaten der schwingenden Teilchen in der Einfallsebene, bzw. senkrecht darauf, nach der Reflexion durch die Gleichungen bestimmt:}$$

$$x = I \cos a \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad y = J \sin a \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right). \quad \text{Ist ferner } \frac{I \cos a}{J \sin a} = \cotg \alpha \text{ oder}$$

$$\frac{I \cos a}{\cos \alpha} = \frac{J \sin a}{\sin \alpha} = \lambda \text{ gesetzt, so wird bei Vernachlässigung des konstanten Faktors:}$$

$$1. \quad x = \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right).$$

Durch Elimination der Zeit zwischen diesen Gleichungen ergibt sich die Gleichung der Trajektorie, welche eine Ellipse darstellt: $\frac{y^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \delta}{\sin \alpha \cos \alpha} xy = \sin^2 \delta$. Zur Bestimmung der Richtungen und Längen der Ellipsenachsen sei ein neues Koordinatensystem eingeführt, das mit dem ersten einen Winkel ω bildet, der dadurch bestimmt wird, daß der Koeffizient von xy verschwindet. Demnach ist: $x = x' \cos \omega - y' \sin \omega$, $y = x' \sin \omega + y' \cos \omega$ zu setzen und es ergeben sich, falls für x' , y' wieder x , y geschrieben wird, die Gleichungen:

¹⁾ P. A. Ergb. 2, p. 437.

$$2. \left\{ \begin{array}{l} y^2 (\sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \omega \cos \omega \cos \delta) \\ + x^2 (\cos^2 \alpha \sin^2 \omega + \sin^2 \alpha \cos^2 \omega - 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \omega \cos \omega \cos \delta) \end{array} \right\} = \sin^2 \delta \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha,$$

$$\text{tang } 2 \omega = \text{tang } 2 \alpha \cos \delta.$$

Diese Gleichung gibt die Richtung der beiden Achsen; wird ω durch seinen Wert in den Koeffizienten y^2 und x^2 ersetzt, so sind von resultierenden Ausdrücken der erste der x -Achse, der zweite der y -Achse proportional. Es werde eingeführt:

$$3. \left\{ \begin{array}{l} A^2 = \sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega + \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \cos 2 \omega \cos \delta \\ B^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \omega + \cos^2 \alpha \sin^2 \omega - \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \sin 2 \omega \cos \delta. \end{array} \right.$$

Fallen nun die beiden rechtwinkligen Schwingungen 1. des elliptisch polarisierten Strahles auf ein doppeltbrechendes Prisma, das mit der Einfallsebene Ox einen Winkel ω bildet, so folgert sich, wenn mit ξ die Schwingung im Sinne des Hauptschnittes, mit η die in senkrechter Richtung bezeichnet werden: $\xi = y \sin \omega + x \cos \omega$, $\eta = y \cos \omega - x \sin \omega$. Diese beiden Schwingungen lassen sich ausdrücken: $\xi = A' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta' \right)$, $\eta = B' \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \delta'' \right)$. Hierbei sind nach der Fresnelschen Regel:

$$3'. \left\{ \begin{array}{l} A'^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \omega + \cos^2 \alpha \sin^2 \omega + \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \cos 2 \omega \cos \delta \\ B'^2 = \sin^2 \alpha \sin^2 \omega + \cos^2 \alpha \cos^2 \omega - \frac{1}{2} \sin 2 \alpha \sin 2 \omega \cos \delta \end{array} \right.$$

$$\text{und } \text{tang } \delta' = \frac{\sin \alpha \sin \omega \sin \delta}{\cos \alpha \cos \omega + \sin \alpha \sin \omega \cos \delta}, \quad \text{tang } \delta'' = \frac{\sin \alpha \cos \omega \sin \delta}{-\cos \alpha \sin \omega + \sin \alpha \cos \omega \cos \delta}.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen berechnet sich der Phasenunterschied:

$$4. \text{tang } (\delta' - \delta'') = \frac{\sin \delta \sin 2 \alpha}{\sin 2 \omega \cos 2 \alpha - \sin 2 \alpha \cos 2 \omega \cos \delta}.$$

Durch Differentiation der ersten beiden Gleichungen 3'. nach ω ergeben sich die Richtungen, für welche die Bilder Maxima und Minima sind: $-\cos 2 \alpha \sin 2 \omega + \sin 2 \alpha \cos 2 \omega \cos \delta$
und $\cos 2 \alpha \sin 2 \omega - \sin 2 \alpha \cos 2 \omega \cos \delta$.

Da beide Differentiale bis auf das Vorzeichen gleich sind, folgt, daß das eine Bild ein Maximum ist, wenn das andere ein Minimum ist, und umgekehrt. Zur Ermittlung der gefundenen Richtung sind die Differentiale gleich Null zu nehmen, daher ergibt sich Gleichung 2. $\text{tang } 2 \omega = \text{tang } 2 \alpha \cos \delta$. Es folgert sich nun 1. Die Bilder werden ein Maximum bzw. Minimum sein, wenn der Hauptschnitt des Zerlegers in die Richtung einer der Ellipsenachsen fällt,

wegen der Gleichheit von 3 und 3': 2. die Intensität der Schwingung in Richtung der Achsen der Ellipse ist proportional dem Quadrat der Länge derselben. Hieraus schließt sich, daß beim Zusammenfallen des Hauptschnittes des Prismas mit der großen Ellipsenachse die Schwingung nach dieser gerichtet ist, d. h. daß der außerordentliche Strahl ein Maximum sein wird, wenn der ordentliche ein Minimum ist.

Wird in 4. der Wert für ω aus 2 eingeführt, so folgt: $\text{tg } (\delta' - \delta'') = \infty$, mithin $\delta' - \delta'' = 90^\circ$, daher: 3. Jede elliptische Schwingung kann in zwei nach Richtung der beiden Achsen polarisierte Strahlen zerlegt werden, deren Intensitäten dem Quadrat der Längen dieser Achsen proportional sind, und deren Phasen um $\frac{1}{4}$ Welle abweichen. Als Bedingung für den Winkel ω , damit die Intensitäten der beiden Bilder gleich sind, findet sich $A'^2 = B'^2$ und hieraus: $\cotg 2 \omega' = \text{tg } 2 \alpha \cos \delta = \text{tg } 2 \omega$, $2 \omega' = 90^\circ \pm 2 \omega$; $\omega' = 45^\circ \pm \omega$. 4. Die beiden Bilder sind einander gleich, wenn der Hauptschnitt einen Winkel von 45° mit den Ellipsenachsen bildet. Diese Resultate verifizierte Jamin durch Experimente. Die Lagen der Ellipsenachsen ergeben sich nämlich durch Aufsuchung der Richtung des Hauptschnittes, welche dem einen Bilde die

größte, dem anderen die kleinste Intensität giebt. Das Längenverhältnis der Achsen bestimmt sich weiter durch die Messung des Intensitätsverhältnisses der Bilder. Für das Experiment ist es vorteilhaft, die Achsenrichtung aus derjenigen herzuleiten, in welcher die beiden Bilder dieselbe Intensität haben. Für diesen Fall bildet das zerlegende Prisma mit der Richtung der Achsen einen Winkel von 45° . Aus dieser Richtung ergeben sich die Lagen der Achsen durch Vergrößerung, bezw. Verkleinerung des gefundenen Winkels um 45° . Jamin wandte für die Versuche durch rotes Glas homogen gemachtes Licht an. In folgender Tabelle ist das Azimut gegeben, für welches das außerordentliche Bild ein Minimum wird, es ist dasjenige der kleinen Ellipse. —

Durch die Gleichungen: $\operatorname{tg} 2\omega = \operatorname{tg} 2\alpha \cos \delta$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{J}{I} \operatorname{tg} a$ ist der Winkel ω als Funktion von a, δ, I, J für jeden Einfallswinkel zu berechnen und hierdurch der Versuch mit der Rechnung zu vergleichen. Jamin machte drei Beobachtungsreihen an Spiegelmetall und hat dabei das Licht in den Azimuten $20^\circ 17'$, 46° und $71^\circ 25'$ polarisiert. Die Mittelwerte der öfters angestellten Beobachtungen stimmten gut zur Theorie.

Spiegelmetall.

Azimut der kleinen Achse der Oscillationsellipse des Ätherteilchens nach der Reflexion.

Licht polarisiert im Azimut $20^\circ 15'$ (A), 46° (B), $71^\circ 25'$ (C)

Azimut der kleinen Ellipse: Beobachtet a, Berechnet b, Unterschied c.

Incidenz	(A)			(B)			(C)		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
86°	$15^\circ 11'$	$15^\circ 9'$	$+0^\circ 2'$	$39^\circ 24'$	$39^\circ 29'$	$-0^\circ 5'$	$-20^\circ 26'$	$-20^\circ 45'$	$-0^\circ 19'$
76°	$0^\circ 12'$	$0^\circ 13'$	$-0^\circ 1'$	$1^\circ 39'$	$1^\circ 45'$	$-0^\circ 6'$	$-1^\circ 19'$	$-0^\circ 34'$	$+0^\circ 45'$
66°	$-9^\circ 23'$	$-9^\circ 19'$	$+0^\circ 4'$	$-32^\circ 6'$	$-32^\circ 32'$	$-0^\circ 26'$	$+18^\circ 3'$	$+17^\circ 57'$	$+0^\circ 6'$
56°	$-14^\circ 2'$	$-14^\circ 27'$	$-0^\circ 25'$	$-38^\circ 53'$	$-39^\circ 2'$	$-0^\circ 9'$	$+20^\circ 0'$	$+20^\circ 15'$	$-0^\circ 15'$
46°	$-16^\circ 35'$	$-16^\circ 55'$	$-0^\circ 20'$	$-41^\circ 4'$	$-41^\circ 45'$	$-0^\circ 41'$	—	—	—
36°	$-18^\circ 42'$	$-18^\circ 28'$	$+0^\circ 14'$	$-43^\circ 13'$	$-43^\circ 36'$	$-0^\circ 23'$	—	—	—
30°	$-19^\circ 46'$	$-19^\circ 1'$	$+0^\circ 45'$	$-44^\circ 21'$	$-44^\circ 23'$	$-0^\circ 2'$	—	—	—

IV.

Intensitätsveränderung durch Metallreflexion.

Bouguer giebt als Resultat aus zwei Beobachtungen, daß die Metalle das Licht stärker reflektieren als durchsichtige Körper, und daß das Reflexionsvermögen sich mit der Incidenz wenig ändert. Im Jahre 1831 stellt Potter¹⁾ genauere Versuche über Reflexion an Spiegelmetall, Kupfer, Silber und Stahl an. Er ließ das direkte und das reflektierte Licht auf zwei verschiedene Stellen eines Schirmes fallen und bewirkte durch Änderung der Lage der Lichtquelle, daß die Stellen gleich hell erschienen. Das Intensitätsverhältnis war sodann gleich dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen. Als Incidenzwinkel nahm Potter denjenigen der Achse des auf die Metallplatte fallenden Lichtkegels und fand für das Reflexionsvermögen eine Abnahme mit wachsendem Incidenzwinkel bis zu einem Winkel von etwa 60° , alsdann eine Zu-

¹⁾ Phil. Mag. (3) I, 56; IV, 6.

nahme und bei streifender Incidenz den Wert 1; das Reflexionsvermögen ist demnach bei den Metallen für einen bestimmten Einfallswinkel ein Minimum.

Jamin¹⁾ hat zur Messung der Intensität des von einer Metallfläche reflektierten Lichtes dieselbe mit derjenigen des von einer Glasplatte reflektierten verglichen; er bestimmte die Incidenz, bei welcher diese Intensitäten gleich sind, berechnete nach den Fresnelschen Formeln die Intensität des vom Glase reflektierten Lichtes und ermittelte hierdurch diejenige des vom Metalle reflektierten. Bei den Versuchen war in dem Zentrum eines horizontalen Teilkreises die Trennungslinie einer halb aus Glas, halb aus Metall bestehenden ebenen Platte vertikal aufgestellt, auf welche durch eine innen geschwärzte und mit einem Nicol versehene Röhre polarisiertes Licht fiel. Die vom Zentrum ausgehende Alhidade trug ein doppeltbrechendes Prisma und ein Galileisches Fernrohr. Im Analysator zeigen sich nun zwei Bilder, deren jedes aus zwei im allgemeinen verschieden gefärbten und verschieden hellen Hälften besteht, entsprechend den Reflexionen am Glase und am Metalle.

Es sind die Intensitäten des nach den Azimuten 0° und 90° polarisierten, vom Glase reflektierten Lichtbündels (J^2 und I^2) nach Fresnels Formeln:

$$J^2 = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \quad I^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}.$$

Es sei die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1 und dieses als in der Einfallsebene polarisiert vorausgesetzt. Sind die Intensität des vom Metalle reflektierten Lichtes mit J^2 und der Winkel des Hauptschnittes des Analysators mit der Einfallsebene mit β bezeichnet, so entstehen von dem am Glase wie auch von dem am Metalle reflektierten Bündel ein ordentliches und außerordentliches Bild, deren Intensitäten sein werden:

$$\begin{array}{l} o \\ e \end{array} \left| \begin{array}{l} J^2 \cos^2 \beta \\ J^2 \sin^2 \beta \end{array} \right. \text{(Metall).} \quad \begin{array}{l} J'^2 \cos^2 \beta \\ J'^2 \sin^2 \beta \end{array} \text{(Glas).}$$

Mit der Änderung von β erleiden die Bilder Intensitätsveränderungen, und für bestimmte Werte für β — sie seien β' bzw. β'' — wird das ordentliche (außerordentliche) Bild des Metalls gleich dem außerordentlichen (ordentlichen) des Glases. Für diese Fälle sind $J^2 \cos^2 \beta' = J'^2 \sin^2 \beta$ und $J^2 \sin^2 \beta'' = J'^2 \cos^2 \beta'$ und mit Hilfe der Formeln Fresnels:

$$J^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta' \sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \quad J'^2 = \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta'' \sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}.$$

Die Winkel β' und β'' müssen demnach komplementär sein, da aber die Messung dieser Bedingung nicht völlig genau entsprach, ist das Mittel aus den beiden für J^2 gefundenen Werten zu nehmen. — Auch für im Azimut 90° polarisiertes Licht ist diese Methode verwendbar; zur Bestimmung ergeben sich: $I^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta' \operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}$, $I'^2 = \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta'' \operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}$, jedoch wird die Genauigkeit der Messung durch die ungleiche Farbe der zu vergleichenden Bilder beeinträchtigt, welche außerdem nicht mehr unmittelbar neben einander liegen.

Diese theoretisch einfache Methode giebt nur genaue Resultate, wenn der Brechungs-exponent des Glases vollkommen bekannt ist, weil J'^2 und I'^2 Funktionen des Einfalls- und Brechungswinkels sind. Da die Bestimmungen des Brechungsexponenten mit Hilfe eines Prismas und durch Messung des Polarisationswinkels, für dessen Tangente $\operatorname{tang} i = n$ ist, abweichende Resultate ergaben, bestimmte Jamin denselben, indem er einen um 45° gegen die Einfallsebene polarisierten Strahl auf die Platte warf und das Polarisationsazimut maß. Da die Intensitäten der beiden parallel und normal zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten

¹⁾ P. A. Ergb. 2, p. 437.

Strahls $\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$ und $\frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}$ sind, ist folglich der Winkel A' der Polarisationssebene des reflektierten Strahles mit der Einfallsebene $\operatorname{tg} A' = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} = \frac{1 - \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r}{1 + \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r}$ und hieraus: $\operatorname{tg} i \operatorname{tg} r = \frac{1 - \operatorname{tg} A'}{1 + \operatorname{tg} A'} = \operatorname{tg}(45^\circ - A')$ und endlich: $\operatorname{tg} r = \frac{\operatorname{tg}(45^\circ - A')}{\operatorname{tg} i}$. Während also das Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes 45° und die Incidenz i sind, wird A' gemessen, hieraus durch die letzte Formel r und mit Hilfe von $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ n berechnet. Jamin erhielt für seine Versuche $n = 1,4925$, er verwandte Licht einer Carcelschen Lampe, das durch dickes, rotes Glas homogen gemacht wurde. — Folgende Tabelle giebt Jamins Versuche mit gut polierten Platten aus Stahl. Die Intensitäten des nach der Einfallsebene polarisierten, reflektierten Lichtes ändern sich wenig, sie nehmen von der Incidenz 90° bis 0° ab. Wenn jedoch das Licht im Azimuth 90° polarisiert ist, nehmen die Intensitäten von der streifenden Incidenz bis zum Winkel des Polarisationsmaximums ab, darauf bis zur senkrechten Incidenz zu. Die durch Rechnung gefundenen Zahlen der Tabelle sind aus den Cauchyschen Formeln erhalten: $I^2 = \operatorname{tg}(\varphi - 45^\circ)$, $J^2 = \operatorname{tg}(\chi - 45^\circ)$, wobei gegeben sind: $\operatorname{cotg} \varphi = \cos(2\varepsilon - u) \sin\left(2 \operatorname{arc} \frac{U}{g^2 \cos i}\right)$, $\cos \chi = \cos u \sin\left(2 \operatorname{arctg} \frac{\cos i}{U}\right)$. i ist der Einfallswinkel, ϑ und ε sind zwei Konstante, U und u Variable, welche in Funktionen von i , ϑ , ε durch folgende Beziehungen berechnet werden: $\operatorname{cotg}(2u - \varepsilon) = \operatorname{cotg} \varepsilon \cos\left(2 \operatorname{arctg} \frac{\sin i}{\vartheta}\right)$, $g^2 \sin 2\varepsilon = U^2 \sin 2u$. ϑ und ε bestimmen sich folgendermaßen: Unter dem Winkel des Polarisationsmaximums i_1 nehmen u und U die Werte an: $u = 2A$, $U = \sin i_1$, $\operatorname{tg} i$, wenn A der Winkel ist, dessen Tangente gleich dem Verhältnisse der Quadratwurzeln aus den reflektierten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtintensitäten bei dem Winkel i_1 ist.

Jamin hat bei seiner Berechnung $\frac{1}{g^2}$ vernachlässigt, weil $\frac{1}{g}$ eine sehr kleine Größe ist; Theorie und Beobachtung stimmen vortrefflich überein.

Stahl $i_1 = 76^\circ$. $\varepsilon = 57, 53$.

Einfallswinkel	In der Einfallsebene polarisiertes Licht								Normal zur Einfallsebene pol. Licht			$\frac{J+I}{2}$ Gesamtreflexionsvermögen
	Beobachtete Winkel β		Amplitude. Quadratwurzel aus den Intensitäten			Verhältnis der Intensitäten $I:J$	Intensität J gleich Quadrat der Amplitude	Amplitude. Quadratwurzel aus den Intensitäten			Intensität I gleich dem Quadrat der Amplitude	
	parallel	senkrecht	beobachtet	be-rechn.	Unterschied			beobachtet	be-rechn.	Unterschied		
20°	74° 26'	76° 36'	0,780	0,781	− 0,001	0,975	0,608	0,770	0,758	+ 0,012	0,593	0,600
30°	73° 3'	78° 10'	0,790	0,795	+ 0,005	0,925	0,624	0,760	0,742	+ 0,018	0,577	0,600
40°	71° 7'	80° 32'	0,780	0,815	− 0,035	0,778	0,608	0,688	0,717	− 0,029	0,473	0,540
50°	67° 57'	85° 4'	0,828	0,842	− 0,014	0,647	0,686	0,666	0,681	− 0,015	0,444	0,565
60°	64° 52'	86° 10'	0,897	0,874	+ 0,023	0,493	0,805	0,630	0,630	0,000	0,397	0,600
70°	59° 40'	69° 15'	0,915	0,910	+ 0,005	0,355	0,837	0,545	0,569	− 0,024	0,297	0,567
80°	52° 9'	48° 21'	0,945	0,954	− 0,009	0,334	0,893	0,547	0,583	− 0,036	0,298	0,595
85°	48° 2'	45° 42'	0,951	0,977	− 0,026	0,572	0,904	0,719	0,709	+ 0,010	0,517	0,710

Die Tabelle Jamins für Spiegelmetall [$i = 75^\circ 50'$, $\varepsilon = 64$] weist ähnliche Intensitätsverhältnisse nach.

Aus den Zahlen geht hervor, daß das Gesamtreflexionsvermögen bis zu einer Incidenz von 50–60° abnimmt, darauf bis zur streifenden Incidenz zunimmt, so daß das Reflexionsvermögen durch ein Minimum geht. Das Intensitätsverhältnis nimmt bis zur Incidenz von etwa 80° ab, darauf bis nach 0° hin wieder zu.

Die Kenntnis der Richtung der Ellipsenachsen gestattet auch, das Verhältnis der Intensitäten $\frac{J^2}{J^2}$ der in den Hauptazimuten reflektierten Strahlen zu ermitteln. Denn das Azimut des Hauptschnittes, für welches die beiden Bilder gleich sind, giebt die Formel (pag. 22):

$$\operatorname{tg} 2 \omega' = \frac{\operatorname{ctg} 2 \alpha}{\cos \delta} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha}, \text{ und wenn hierin } \alpha \text{ durch seinen Wert } a \text{ ersetzt wird:}$$

$$2 \operatorname{tg} 2 \omega' \cos \delta = \frac{I}{J} \operatorname{ctg} a - \frac{1}{I \operatorname{ctg} a}. \text{ Nun ist einer der beiden Winkel } a \text{ und } \omega' \text{ willkürlich;}$$

es werde daher das doppeltbrechende Prisma in ein für alle Versuche konstantes, sonst aber beliebiges Azimut ω' gebracht, sodann das polarisierende Nicol gedreht und bei jeder Incidenz das Polarisationsazimut $90^\circ - a$ gemessen, bei welchem die beiden Bilder gleich sind.

Wird nun $\omega' = 0$ genommen, fällt also der Hauptschnitt des doppeltbrechenden Prismas in die Einfallsebene, so wird aus obiger Formel:

$$0 = \frac{I}{J} \operatorname{ctg} a - \frac{1}{\frac{I}{J} \operatorname{ctg} a} \text{ oder } \frac{I}{J} = \operatorname{tg} (90^\circ - a), \text{ d. h. das Verhältnis der Quadratwurzeln aus den}$$

Intensitäten der in der Einfallsebene und der hierauf senkrecht polarisierten Strahlen ist gleich der Tangente des Polarisationsazimuts des einfallenden Strahles, bei welchem die beiden Bilder gleich sind.

Beifolgende Tabelle giebt die Resultate der nach diesem Verfahren von Jamin am Spiegelmetall angestellten Versuche; $\frac{J}{I}$ ist das Verhältnis der Quadratwurzeln aus den Intensitäten des reflektierten Lichtes.

In- cidenzen	Beobachtete Winkel 90° - a	Verhältnis $\frac{J}{I}$		Unter- schied	In- cidenzen	Beobachtete Winkel 90° - a	Verhältnis $\frac{J}{I}$		Unter- schied
		beobacht.	berechnet				beobacht.	berechnet	
86°	50° 20'	1,206	1,230	- 0,024	66°	54° 22'	1,395	1,402	- 0,007
80°	55° 41'	1,465	1,476	- 0,011	60°	52° 24'	1,298	1,301	- 0,003
76°	56° 40'	1,520	1,515	+ 0,005	50°	49° 52'	1,186	1,187	- 0,001
74°	56° 15'	1,497	1,502	- 0,005	40°	48° 10'	1,117	1,110	+ 0,007
72°	55° 37'	1,461	1,463	- 0,002	30°	46° 48'	1,065	1,058	+ 0,007
70°	55° 23'	1,448	1,451	- 0,003					

J. Conroy¹⁾ hat die Intensität des weißen natürlichen, von Metallen reflektierten Lichtes gemessen mittels eines modifizierten Ritchieschen Photometers. Er verglich photometrisch die Lichtmengen, die unter verschiedenen Einfallswinkeln von einer polierten Metallfläche reflektiert wurden, mit derjenigen, die nach der Entfernung der reflektierenden Oberfläche direkt auf das Photometer trafen. Folgende Tabelle enthält die gefundenen Werte mit den aus den Formeln Couchys berechneten:

¹⁾ W. A. Beibl. 7 p. 904.

$$J^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{J^2 + \cos^2 i - 2 \rho \cos \epsilon \cos i}{J^2 + \cos^2 i + 2 \rho \cos \epsilon \cos i} + \frac{J^2 \cos^2 i + 1 - 2 \rho \cos \epsilon \cos i}{J^2 \cos^2 i + 1 + 2 \rho \cos \epsilon \cos i} \right)$$

i	Silber		J ² Stahl		Zinn		Spiegelmetall	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	70,06	80,97	55,39	59,19	40,28	60,55	66,88	66,85
40°	70,87	80,84	55,62	58,92	44,11	60,41	67,26	66,62
60°	74,19	80,24	57,63	57,66	50,60	60,01	66,32	65,64
80°	81,19	83,68	63,56	60,71	65,08	66,98	70,17	69,60

Die Abweichungen zwischen den beobachteten und berechneten Werten sind groß (am günstigsten noch für Spiegelmetall) und stimmen nicht einmal dem Gange nach überein. Nach Mac Cullagh und Cauchy müssen die Intensitäten erst mit wachsendem Einfallswinkel ab- und dann wieder zunehmen; nach Conroy nehmen sie bei Silber, Zinn und Stahl stets zu, bei Spiegelmetall erst zu, alsdann ab. Von der Politur rührten diese Abweichungen nicht her, wie festgestellt wurde. — Schon Airy und später Jamin zeigten, daß die Abweichungen von den Fresnel'schen Formeln nicht allein bei den Metallen, sondern auch bei anderen Körpern (z. B. Diamant) auftreten. Im allgemeinen nimmt die Abweichung mit dem Brechungsindex zu, ohne jedoch eine Funktion desselben zu sein. Da außerdem die metallischen Eigenschaften in hohem Grade von der Absorption abhängen, so sind die Phasenänderungen von zwei Konstanten bedingt, zu denen als dritte der Brechungsindex kommt. Werden nun die Phasendifferenz und das Intensitätsverhältnis der beiden zu einander senkrecht polarisierten Strahlen bestimmt, so untersucht man die gewöhnlichen Reflexionsformeln mit zwei Konstanten. Sobald aber das Verhältnis der Intensität des einfallenden Lichtes zu derjenigen des reflektierten gemessen wird, kann die zweite Konstante die Unterschiede zwischen Theorie und Beobachtung deutlich hervortreten lassen.

Die Zahlen aus späteren Versuchen J. Conroys¹⁾ über Metallreflexion ergaben mit der Cauchyschen Formel dem Gange nach Übereinstimmung. Sind J^2 die Intensität des parallel und I^2 diejenige des senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtes, so erhielt Conroy folgende Werte:

i	Stahl				Spiegelmetall				I. Silber von der Dicke 0,000 084 47 mm				II. Silber von der Dicke 0,000 173 7 mm			
	beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
	J ²	I ²	J ²	I ²	J ²	I ²	J ²	I ²	J ²	I ²						
30°	60,70	50,19	63,17	54,95	64,55	59,16	69,78	62,82	97,56	87,77	96,66	95,74	97,31	99,92	97,04	96,71
40°	64,21	46,28	66,44	51,31	67,74	54,50	72,53	59,74	97,09	88,85	97,01	95,30	98,57	97,55	97,35	95,82
50°	68,52	40,98	70,80	46,14	71,45	50,05	76,18	55,37	99,01	88,20	97,45	94,66	99,86	97,24	97,74	95,24
60°	74,42	34,78	76,32	39,24	70,70	43,18	80,77	49,59	97,73	85,75	98,02	93,75	99,29	96,64	98,22	94,43
70°	82,26	26,54	83,04	31,62	83,29	37,45	86,32	43,53	98,71	85,56	98,61	92,73	100,0	93,66	98,79	93,48
80°	87,87	26,60	90,97	32,39	88,74	40,39	92,77	45,88	—	—	—	—	—	—	—	—

Für die senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen ist die Differenz zwischen Rechnung und Beobachtung bei Silberplatte I bedeutend größer als bei Platte II; es liegt dies wohl an der Durchsichtigkeit der Platte.

¹⁾ Beibl. 8, p. 517 und 825.

Durch die kalorimetrischen Messungen, die einer grösseren Genauigkeit als die photometrischen fähig sind, bestätigten sich die Resultate der letzteren. Forbes¹⁾ erkannte, dafs das Reflexionsvermögen der Metalle für die Wärmestrahlen von der normalen Incidenz bis zu einem Minimum abnimmt, dann bis zur Incidenz 0 zunimmt. Provostaye und Desains²⁾ haben das Reflexionsvermögen für Wärmestrahlen an Spiegelmetall, Stahl, Platin, Zinn, Zink, Silber, Messing bestimmt. Als Wärmequelle diente die Locatellische Lampe, für die drei ersten Metalle wurde auch Sonnenwärme benutzt. Es ergaben sich beispielsweise bei den Incidenzen 30° und 70° für die Intensitäten der parallel, bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten der vom Stahl reflektierten Wärmestrahlen:

i	J^2	I^2	Gesamtreflexionsvermögen
30°	0,69	0,53	0,610
70°	0,87	0,266	0,568

welche Werte mit denen von Jamin: 0,600 bez. 0,567 gut übereinstimmen. Bei einem Einfallswinkel von 60° erhielten die beiden Herren für³⁾ das Reflexionsvermögen:

Lampenlicht

	von Locatelli (direkt)	nach Durchgang:	
		durch eine Glasplatte von 5 mm Dicke	durch Steinsalze
Spiegelmetall . . .	0,80 bis 0,84	0,740	0,72 bis 0,83
Silber	0,95 bis 0,96	0,910	—
Platin	0,790	0,65 bis 0,66	0,77 bis 0,78

Knoblauch⁴⁾ bestimmte die Intensität der unter zunehmenden Einfallswinkeln zurückgeworfenen Wärmestrahlen, welche wegen des wesentlichen Einflusses der Polarisation bereits vor ihrer Reflexion in einer der Reflexionsebene parallelen oder auf dieser senkrechten oder in einer unter 45° dagegen geneigten Ebene polarisiert wurden. Die reflektierten Strahlen fielen vollständig auf eine mit einem Multiplikator verbundene Thermosäule; die Ausschläge der Multiplikatornadel gaben das Mafs der Intensität. Die Untersuchungen an Stahl, Nickel, Zink, Neusilber, Kupfer, Gold, Silber, Messing bestätigten folgende Sätze: 1. Die in der Reflexionsebene polarisierten Strahlen werden mit um so grösserer Intensität zurückgeworfen, je grösser ihr Einfallswinkel gegen die Normale der reflektierenden Fläche ist. 2. Die senkrecht zur Reflexionsebene polarisierten Strahlen werden anfangs mit um so geringerer Intensität reflektiert, je grösser der Einfallswinkel wird, bis derselbe einen bestimmten, für die verschiedenen Metalle verschiedenen Wert — Haupteinfallswinkel — angenommen hat, alsdann erfolgt eine um so stärkere Intensitätszunahme der zurückgeworfenen Strahlen bei weiter wachsendem Einfallswinkel. 3. Die Intensitätszunahme findet auch bei den unter 45° gegen die Reflexionsebene polarisierten Strahlen, wenn auch in geringerem Mafse statt. 4. Die bei demselben Winkel reflektierten Strahlen besitzen bei gleicher Intensität der zu dem Spiegel gelangenden Wärme im ersten Falle die gröfste, im zweiten die geringste Intensität.

Knoblauch hat ferner das Verhalten der Metalle gegen nicht polarisiert einfallende Wärme untersucht. Die von den Metallen zurückgeworfenen Strahlen trafen auf ein zweites analysierendes

¹⁾ Phil. Mag (3), VIII, 246. ²⁾ P. A. Ergb. 3, p. 429. ³⁾ P. A. 78, p. 133. ⁴⁾ W. A. 1, p. 1.

Prisma — das erste war mit seinem Hauptschnitte fest auf 45° eingestellt —, bei dessen vertikaler, bez. horizontaler Stellung des Hauptschnittes nach früheren Versuchen das Maximum, bez. Minimum des Intensitätsunterschiedes auftreten mußte. In folgender Tabelle ist für verschiedene Einfallswinkel (i) das Verhältnis des Maximums und Minimums gegeben.

$i =$	15°	25°	35°	45°	55°	65°	70°	$72^\circ 30'$	75°	85°
Stahl . .	1,06	1,19	1,53	1,72	2,17	2,78	—	—	3,49 +	2,37
Nickel . .	1,09	1,12	1,25	1,38	1,50	2,20	—	—	3,24 +	1,44
Zink . .	1,10	1,20	1,23	1,30	1,62	2,14	2,35	2,50 +	2,20	1,63
Neusilber .	1,00	1,14	1,23	1,34	1,43	1,67	2,00	2,00 +	2,00	1,33
Kupfer . .	1,20	1,22	1,22	1,28	1,28	1,40	1,67	1,70 +	1,52	1,10
Gold . .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,08	1,17	1,25 +	—	1,17	1,00
Silber . .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,08	1,11	—	$\left. \begin{matrix} 73^\circ \\ 1,13 \end{matrix} \right\} +$	1,07	1,00
Messing .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Der Wert dieses Verhältnisses wächst demnach mit Zunahme des Einfallswinkel bis zum Polarisationswinkel, um von hier ab bei fernerer Zunahme der Incidenz wieder abzunehmen.

Das Achsenverhältnis der Ellipsen, in denen die Wärmestrahlung infolge der Reflexion von den Metallen sich vollzieht, ist dadurch bestimmt, daß aus dem Wert des Verhältnisses von

Maximum und Minimum die Quadratwurzel gezogen wird, z. B. für Stahl: $\frac{\sqrt{349}}{\sqrt{100}} = \frac{18,681}{10}$.

Stahl	10 : 18,681	Silber	10 : 10,630
Nickel	10 : 18,000	Messing	10 : 10,000
Zink	10 : 15,811	Arsen	10 : 19,157
Neusilber	10 : 14,142	Kobalt	10 : 16,583
Kupfer	10 : 13,038	Antimon	10 : 14,142
Gold	10 : 11,180	Kadmium	10 : 12,450

Die von Provostaye und Desains angestellten direkten Messungen des Reflexionsvermögens haben die Abhängigkeit desselben von der Wellenlänge in demselben Sinne ergeben. Gold und Kupfer zeigten für verschiedene Stellen des Wärmespektrums ein verschiedenes Reflexionsvermögen, ebenso ist es für Silber, Stahl, Spiegelmetall, Platin und andere Metalle. Rubens¹⁾ stellte das Reflexionsvermögen als Funktion des Einfallswinkels und der Wellenlänge fest. Die gesamte Strahlung von einem Linnemannschen Zirkonbrenner fiel durch Linsen auf den Metallspiegel, von diesem reflektiert, auf den Spalt eines Spektrometers, dessen drehbarer Arm ein Bolometer trug, welches auf verschiedene Wellenlängen λ eingestellt wurde. Die an dieser Stelle des Spektrums erzeugte Erwärmung wurde durch ein Galvanometerausschlag gemessen. Sodann trat die Lampe an Stelle ihres virtuellen Spiegelbildes, und die Erwärmung wurde nach Entfernung des Spiegels gemessen. Das Verhältnis der beiden Ausschläge giebt das Reflexionsvermögen des betreffenden Spiegels für λ . In folgender Tabelle ist $1 \mu = 0,001 \text{ mm}$.

Im allgemeinen ist 1. das Reflexionsvermögen im ultraroten Gebiet des Spektrums größer als im sichtbaren; 2. die guten Leiter für Wärme und Elektrizität (Silber, Gold, Kupfer) haben ein stärkeres Reflexionsvermögen als die schlechten (Eisen, Nickel); 3. die Metalle mit normaler Dispersion — (vgl. Kundt, W. A. 34, p. 482) — Gold, Kupfer — zeigen im sichtbaren Gebiete

¹⁾ W. A. 37, p. 249.

auch starke Änderungen des Reflexionsvermögens mit der Wellenlänge. Es folgt eine Zusammenstellung der Beobachtungen Rubens mit den aus dem Hauptazimut (B) und Haupteinfallswinkel von Jamin und Quincke nach den Cauchyschen Formeln berechneten Werten. Die Übereinstimmung ist dem Sinne nach befriedigend, aber wegen des verschiedenen Materials und der verschiedenen Werte von H und B der beiden Forscher nicht völlig hinreichend.

λ	Silber	Gold	Kupfer	Eisen	Nickel
0,45 μ	87,0	43,4	53,0	58,7	61,7
0,50 μ	88,6	55,1	54,8	57,7	61,0
0,55 μ	90,3	71,1	70,0	56,1	62,1
0,60 μ	92,7	80,5	77,7	57,5	63,4
0,65 μ	93,3	85,3	80,7	59,6	65,8
0,70 μ	94,6	90,3	83,3	61,4	67,8
0,80 μ	95,2	92,4	85,4	63,6	70,4
0,90 μ	95,8	95,2	87,9	64,7	73,1
1,00 μ	96,5	96,8	88,9	69,0	77,4
1,15 μ	97,0	97,3	89,5	72,3	80,4
1,40 μ	97,4	97,1	91,3	74,3	81,7
1,65 μ	97,7	97,0	93,0	78,4	83,9
2,00 μ	97,3	95,4	93,9	80,5	84,5
2,3 — 2,7 μ	97,0	89,9	95,0	86,6	88,5
2,7 — 3,2 μ	98,3	85,4	96,1	89,6	91,7

Reflexionsvermögen.

Metalle	Farbe	be- obachtet von Rubens	berechnet aus H u. B nach Daten		Haupt- einfallswinkel H	Extinktions- koeffizient k	Brechungsindex n	
			Jamins	Quinckes			Rubens	Kundt
Silber	rot C	93,3	92,9	87,3	75° 0'	3,46	0,24	0,27 (weißes Licht)
	grün E	89,3	90,2	80,9	71° 30'	2,67	0,23	—
	blau $\frac{F+G}{2}$	87,0	87,5	73,5	68° 11'	2,12	0,20	—
Gold	C	85,3	—	91,4	72° 47'	2,91	0,38	0,38
	E	63,6	—	70,7	66° 32'	1,86	0,53	—
	$\frac{F+G}{2}$	43,4	—	34,8	64° 15'	1,52	0,79	1,00
Kupfer	C	80,7	68,2	76,7	71° 21'	2,61	0,45	0,45
	E	61,7	47,0	64,4	68° 44'	2,13	0,69	—
	$\frac{F+G}{2}$	53,0	42,3	38,9	67° 44'	1,94	0,85	0,95
Eisen	C	59,6	60,9	52,8	76° 20'	3,35	2,10	1,81
	E	56,9	59,3	54,0	74° 46'	2,97	1,80	—
	$\frac{F+G}{2}$	58,7	60,4	56,5	73° 12'	2,72	1,32	1,52
Nickel	C	65,8	—	66,4	77° 22'	3,79	2,08	2,17
	E	61,6	—	60,4	74° 55'	3,12	1,62	—
	$\frac{F+G}{2}$	61,7	—	56,3	73° 5'	2,77	1,21	1,85

Rubens hat somit den Extinktionskoeffizienten und Brechungsexponenten der Metalle aus dem Reflexionsvermögen und dem Haupteinfallswinkel bestimmt und die Resultate mit den von Kundt auf direktem Wege gefundenen Werten verglichen. Für Silber und Kupfer wurden die von Jamin beobachteten Haupteinfallswinkel, für Gold, Eisen, Nickel die von Quincke genommen. Die Übereinstimmung der Brechungsexponenten ist im Rot besonders befriedigend, die Abweichungen im Blau dürften davon herrühren, daß Blau verschiedener Wellenlänge benutzt wurde. Die Mittelwerte von Wernicke für den Extinktionskoeffizienten des Silbers aus fünf an verschiedenem Material angestellten Beobachtungen: für rot (C) $\alpha = 3,57$, für grün (E) $\alpha = 2,95$, für blau $\frac{F + G}{2} \alpha = 2,55$ weichen von denen Rubens' nur innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler ab.

V.

Phasenänderung durch Metallreflexion.

Zur Messung der Phasenänderung liefs de Sénarmont das durch die Metallreflexion elliptisch polarisierte Licht durch einen doppeltbrechenden Analysator treten und drehte diesen, bis die beiden Bilder gleich hell erschienen. Alsdann bildete der Hauptschnitt des Analysators mit den Achsen der Ellipse Winkel von 45° . Das Achsenverhältnis der Ellipse bestimmte er mittels eines $\frac{\lambda}{4}$ -Glimmerblättchens, nach dessen Durchdringung das vor dem Eintreten elliptisch polarisierte Licht linear wurde. Die Tangente des Winkels der Polarisationssebene des austretenden Strahles mit dem Hauptschnitte des Glimmerblättchens gab das Achsenverhältnis der Vibrationsellipse. Sind somit die Richtung der Achsen und deren Größenverhältnis bestimmt, so ergibt die Rechnung die Phasendifferenz und das Intensitätsverhältnis der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Strahles. Die Messungen waren nicht mit homogenem Lichte vorgenommen, deshalb sind die Resultate wenig genau, weil auf Strahlen verschiedener Wellenlänge das Glimmerblatt verschieden einwirkt.

Es gelang bereits Brewster,¹⁾ den Wert der „Verzögerungsphase“ durch eine Interpolationsformel darzustellen: $\cos \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = -\frac{1 - (n^2 + 1) \sin^2 i + 2n^2 \sin^4 i}{1 - (n^2 + 1) \sin^2 i}$, worin δ die Phasenverzögerung, n den Brechungsexponenten bedeuten. Neumann²⁾ leitet eine mit dieser gleichbedeutende: $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} r (I)$ durch einen Analogieschluss ab, welcher von der Fresnelschen Formel für die Verzögerung bei der totalen Reflexion ausgeht. Mittels dieser Formel stellt er die Brewsterschen Beobachtungen bei Reflexion durch Metalle dar. Brewster³⁾ giebt die beobachteten Incidenzen, unter welchen nach 2, 3, 4 . . maliger Reflexion an zwei parallelen Stahlplatten die geradlinige Polarisation eines ursprünglich unter 45° polarisierten Strahles wiederhergestellt wird, und Neumanns Formel giebt die berechneten Incidenzen.

¹⁾ P. A. 21, p. 274. ²⁾ P. A. 26 und 40. ³⁾ P. A. 21, p. 237.

Neumann stellte ferner für die Incidenzen $50^\circ - 88^\circ$ die Phasenunterschiede bei Stahl, bezw. Silber, mit den Brechungsexponenten $n = 3,732$, bezw. $n = 3,271$ in folgender (gekürzter) Tabelle zusammen:

Einfallswinkel i	Stahl		Silber	
	Brechungswinkel r	$180^\circ - \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$	Brechungswinkel	$180^\circ - \frac{\delta'}{\lambda} 2\pi$
50°	$11^\circ 51'$	$151^\circ 4'$	$13^\circ 33'$	$147^\circ 56'$
60°	$13^\circ 25'$	$135^\circ 6'$	$15^\circ 21'$	$129^\circ 8'$
70°	$14^\circ 35'$	$108^\circ 52'$	$16^\circ 42'$	$101^\circ 0'$
80°	$15^\circ 18'$	$65^\circ 36'$	$17^\circ 31'$	$58^\circ 22'$
88°	$15^\circ 32'$	$14^\circ 20'$	$17^\circ 48'$	$12^\circ 24'$

Mac Cullagh¹⁾ berechnete nach seinen Formeln für Stahl mit den Konstanten $m = 3\frac{1}{2}$, $\chi = 54^\circ$ die Intensitäten R , bezw. R' , die Phasendifferenzen δ , bezw. δ' , zwischen dem reflektierten und einfallenden Strahle für die Fälle, in denen die Polarisationssebene des einfallenden Strahles parallel, bezw. senkrecht zur Einfallsebene stand. Die letzte Vertikalreihe in Mac Cullaghs Tabelle giebt das Gesamtreflexionsvermögen, aus dessen Werten das Pottersche Gesetz deutlich erkennbar ist (pag. 23).

Stahl.

i	δ	δ'	R	R'	$\frac{R + R'}{2}$
0°	27°	27°	0,526	0,526	0,526
30°	23°	31°	0,575	0,475	0,525
45°	19°	38°	0,638	0,407	0,522
60°	13°	54°	0,729	0,308	0,518
75°	7°	98°	0,850	0,240	0,545
85°	2°	152°	0,947	0,491	0,719
90°	0°	180°	1,000	1,000	1,000

Die Beobachtungen von Brewster über die Wiederherstellung der Polarisation durch mehrfache Reflexion unter gleichem Einfallswinkel haben eine wesentliche Erweiterung durch Jamin²⁾ erfahren. Während nämlich Brewster für mehr als zwei Reflexionen immer nur zwei Incidenzen, eine größer, die andere kleiner als den Haupteinfallswinkel findet (für welchen natürliches, einfallendes Licht am stärksten polarisiert wird), zeigt Jamin, daß es $(m - 1)$ Incidenzen geben muß, bei denen durch m fache Reflexion die Polarisation wiederhergestellt wird; die senkrechte und streifende Incidenz sind hierin nicht mit einbegriffen. Da nämlich die Phasendifferenz von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ variiert, so giebt es notwendig Einfallswinkel $J_1, J_2 \dots J_{m-1}$, für welche die Phasendifferenz durch eine Reflexion die Werte besitzt: $\frac{1}{m} \frac{\lambda}{2}, \frac{2}{m} \frac{\lambda}{2} \dots \frac{m-1}{m} \frac{\lambda}{2}$, und

¹⁾ Proceed of the Roy Ir. Ac. 1, p. 5. ²⁾ Par. Ac. 13. Aug. 1846.

m Reflexionen unter $J_1, J_2 \dots J_{m-1}$ geben die Gesamtphasendifferenz $1 \cdot \frac{\lambda}{2}, 2 \cdot \frac{\lambda}{2} \dots (m-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

Die Phasenunterschiede sind also in Funktionen von $\frac{\lambda}{2}$ durch einen Bruch $\frac{n}{m}$ ausgedrückt, worin

n von 1 bis $m - 1$ zu setzen ist und m die Anzahl der Reflexionen bezeichnet. Da n und m sich verändern, so wird oft der Wert des Bruches für verschiedene Zahlen von Reflexionen der gleiche werden, z. B. nach 2, 4, 6, 8 Reflexionen sind die Phasendifferenzen $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$, und daher müssen die Winkel der wiederhergestellten Polarisation annähernd gleich sein. — Das Azimut der wiederhergestellten Polarisationsebene ist abwechselnd negativ und positiv, und zwar für den 0 zunächst liegenden Einfallswinkel stets negativ, für den letzten (J_{m-1}) negativ oder positiv, je nachdem m gerade oder ungerade ist. Die Bedeutung der Beobachtungen über die Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation durch mehrfache Reflexion ergibt sich aus dem Mitgeteilten, denn wir erhalten zunächst eine Anzahl von Einfallswinkeln, für welche die relative Verzögerung einen bekannten Wert besitzt. Der Phasenunterschied ist zwar nicht zu messen, aber bestimmt sich, wenn der reflektierte Strahl polarisiert ist, die Anzahl der Reflexionen gezählt und die Incidenz der wiederhergestellten Polarisation gemessen ist.

Die Versuche Jamins zur Ermittlung der bei der Metallreflexion zwischen den beiden Komponenten des reflektierten Strahles entstehenden Phasendifferenz wurden an plattiertem Silber, Stahl, Kupfer, Zink ausgeführt. Zu dem Zwecke war im Zentrum des pag. 24 angeführten Apparates ein um eine vertikale Achse drehbares Tischchen angebracht, auf dem zwei Platten aus dem zu untersuchenden Metalle in vertikaler Lage einander parallel gegenübergestellt waren. Parallel zu der einen festen Platte konnte die andere durch eine Mikrometerschraube genähert werden. Die einer Phasendifferenz entsprechende Incidenz fand sich dadurch, daß der einfallende Strahl durch einen Polarisator und der reflektierte durch einen Analysator geführt wurden. Anfangs war der Abstand so groß, daß nur zwei Reflexionen stattfanden, darauf wurde der Tisch gedreht, bis das reflektierte Licht geradlinig polarisiert war. Der zugehörige Incidenz-

winkel entspricht einem Phasenunterschied $\frac{\lambda}{4}$ der beiden Komponenten des einmal reflektierten

Strahles. Um vier Reflexionen zu erhalten, wurden die beiden Platten einander genähert und durch Drehen des Tisches der Incidenzwinkel für die wiederhergestellte Polarisation bestimmt.

Für drei Incidenzen giebt es die Phasendifferenz $\frac{3}{4} \frac{\lambda}{2}, \frac{2}{4} \frac{\lambda}{2}, \frac{1}{4} \frac{\lambda}{2}$ oder $\frac{3}{8} \lambda, \frac{1}{4} \lambda, \frac{1}{8} \lambda$. — In dieser Weise ist fortzufahren.

Unter Anwendung von weißem Lichte wird die Polarisation nie völlig wiederhergestellt, auch werden die Bilder wegen der ungleichen Wirkung, welche das Metall auf die verschiedenen einfachen Strahlen des Spektrums ausübt, farbig, und es ist nur zu beobachten, bei welcher Incidenz das außerordentliche Bild das Minimum der Helligkeit besitzt. Dieses Minimum entspricht nach Jamin genau der Übergangsfarbe zwischen dunkelblau und dunkelpurpur. Mit weißem Lichte hat Jamin Versuche an Silber angestellt, mit homogenem rothen Lichte an Stahl-, Kupfer-, Zinkspiegel. Aus folgender Tabelle geht hervor, daß die Phasenunterschiede genau dem Gesetze folgen, welches Jamin für Metalloxyde aufgefunden hatte. Darnach steht der senkrecht gegen die Einfallsebene polarisierte Strahl immer gegen den in dieser polarisierten zurück, der Phasen-

unterschied verschwindet bei der Incidenz 0° , nimmt von hier bis zur Incidenz 90° zu und wird bei dieser gleich $\frac{\lambda}{2}$, während er beim Winkel des Polarisationsmaximums $\frac{\lambda}{4}$ ist.

Die Unterschiede zwischen Beobachtung und Berechnung sind gering.

$\frac{n}{m}$	Phasenunterschied δ					Mittlere Einfallswinkel der wiederhergestellten Polarisation für			
	beobachtet	Silber	Stahl	Zink I	Zink II	Silber	Stahl	Zink I	Zink II
$\frac{1}{12}$	0,080	0,082	0,080	—	—	35° 15'	41° 13'	—	—
$\frac{1}{10}$	0,100	0,100	0,100	0,104	—	37° 10'	45° 27'	48° 47'	—
$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}$	0,200	0,200	0,194	0,215	0,201	50° 37'	58° 37'	60° 49'	58° 30'
$\frac{3}{10}$	0,300	0,307	—	0,291	—	60° 10'	—	69° 5'	—
$\frac{2}{5}, \frac{4}{10}$	0,400	0,402	0,392	0,390	0,397	66° 29'	71° 50'	75° 00'	72° 34'
$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ $\frac{1}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}$	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	+ 71° 40' (72°)	+ 76° 0'	+ 79° 13'	+ 77° 0'
$\frac{7}{10}$	0,700	0,709	—	—	—	80° 20'	—	—	—
$\frac{8}{10}, \frac{4}{5}$	0,800	0,809	0,796	0,813	0,865	83° 50'	84° 0'	86° 40'	87° 5'
$\frac{5}{6}$	0,833	0,829	—	0,829	—	84° 30'	—	87° 0'	—

Cauchy's Theorie läßt den Phasenunterschied δ zweier Strahlen nach der Reflexion an einem Metalle, die vor der Incidenz gleiche Phase haben und bezw. in den Azimuten 0° und 90° polarisiert sind, aus der Formel berechnen: II) $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} 2 \omega \sin \omega$, worin ω gegeben ist durch die Gleichung: $\operatorname{tg} \omega = U \cos i : \sin^2 i$. Die gute Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Werte ist ein Beweis für die Richtigkeit der Formeln. Jamin führt eine empirische Formel für die Berechnung an, die schon Brewster benutzt hat und in die Neumanns Formel I (pag. 31) übergeht, wenn darin $\frac{\delta}{\lambda} 2 \pi = 90 - 2 A'$ gesetzt wird: $\operatorname{tg} A' = \cos (i + r) : \cos (i - r)$;

hierbei ist: $\sin i = n \sin r$ und $\operatorname{tang} i_1 = n$.

Für die Versuche an Silber und Stahl gilt die Formel genau, für die an den beiden Zinkplatten verschiedener Politur nur annähernd. — Mehrere Reflexionen in gerader oder ungerader Anzahl stellen also unter bestimmten Incidenzen die ebene Polarisation wieder her. Ist nun der einfallende Strahl im Azimut $90^\circ - \alpha$ polarisiert und in zwei andere zerlegt, deren Amplituden $\cos \alpha$ und $\sin \alpha$ sind, so sind nach der ersten Reflexion die Schwingungen: $I \cos \alpha$ in der Einfallsebene und $J \sin \alpha$ in der darauf senkrechten. Die zweite Reflexion erteilt ihnen proportionale Veränderungen: $I^2 \cos \alpha$, $J^2 \sin \alpha$ und nach m Reflexionen ist: $I^m \cos \alpha$, $J^m \sin \alpha$. Ist die Polarisation unter einer gewissen Incidenz wiederhergestellt, so wird die Tangente des Azimuts der wiederhergestellten Polarisation durch das Verhältnis der Schwingung in der Einfallsebene zu der hierauf senkrechten ausgedrückt, so daß ist: $\operatorname{cotg} x = \frac{I \cos \alpha}{J^m \sin \alpha} = \left(\frac{I}{J}\right)^m \operatorname{cotg} \alpha$.

Die Incidenz der wiederhergestellten Polarisation ist, wie gezeigt, von der Phasendifferenz abhängig, das Azimut aber nur vom Verhältnis der Intensitäten. Daher dient auch die Beobachtung der Incidenzen zur Bestimmung der Phasen und die des Azimuts zur Ermittlung des Intensitätsverhältnisses.

Jamin hat die Theorie durch einen Versuch am Kupfer geprüft und bestätigt gefunden.

Anzahl der Reflexionen	Winkel der durch mehrfache Reflexion wiederhergestellten Polarisation		Azimute der wiederhergestellten Polarisation	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
6	83° 33'	84° 14'	- 29° 40'	- 29° 57'
2	70° 9'		- 34° 0'	- 33° 15'
4	70° 54'		+ 22° 30'	+ 23° 16'
6	70° 0'	70° 0'	- 16° 0'	- 15° 45'
8	69° 40'		+ 11° 35'	+ 10° 28'
10	70° 0'		- 6° 35'	- 7° 0'
6	60° 10'	60° 5'	+ 24° 45'	+ 25° 3'
3	60° 40'		- 33° 15'	- 34° 21'
4	55° 5'		- 31° 30'	- 32° 54'
8	55° 18'	55° 24'	+ 22° 35'	+ 22° 42'
6	45° 0'	44° 56'	- 34° 0'	- 33° 13'

Ein im Azimut $90^\circ - \alpha$ polarisierter Strahl giebt nach der Reflexion an einer ersten Metallplatte zwei in den Hauptazimuten polarisierte Strahlen:

$$x \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right).$$

Beide Strahlen fallen auf eine zweite Fläche, deren Einfallsebene mit der der ersten einen Winkel ω einschliesst, und geben zwei andere in den Hauptebenen der neuen Platte polarisierte Strahlen, deren Schwingungen sind: $x' = A' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right), y' = B' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta'' \right)$.

Vor der Reflexion an der zweiten Fläche ist der Phasenunterschied der Strahlen durch die Gleichung bestimmt: $\operatorname{tg} (\delta' - \delta'') = \frac{\sin \delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta}$.

Durch Reflexion an der zweiten Fläche erlangen die Strahlen den Phasenunterschied δ''' , der sich zu dem ersten addiert. Für den wieder geradlinig polarisierten Strahl muss sein: $\delta' - \delta'' + \delta''' = \pi$ oder $\delta''' = \pi - (\delta' - \delta'')$.

Mit Hilfe der Cauchyschen Formeln II) auf pag. 34 hat Jamin bestimmt, bei welchem Einfallswinkel an der zweiten Fläche diese Phasendifferenz entsteht und sodann seine berechneten Werte mit den von Brewster beobachteten verglichen. Dieser lief nämlich Licht unter einem bestimmten konstanten Winkel an einer ersten Metallfläche reflektieren, stellte sodann durch Experimentieren fest, bei welcher Incidenz das an einer zweiten Fläche reflektierte Licht die Polarisation wiederherstellte.

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werten sind in Anbetracht der schwierigen Messung der Azimute und Incidenz bei so komplizierten Versuchen nur unbedeutend.

Versuche Brewsters von Jamin berechnet.

Silberplatte. Incidenz an der Fläche 80°.

Winkel der beiden Einfallsebenen	Phasendifferenz der Hauptstrahlen bei der 2ten Incidenz	Komplemente der Incidenzen, die bei einer zweiten Reflexion die geradlinige Polarisation wiederherstellen		Unterschied
		Beobachtet	Berechnet	
+ 90° 0'	54° 19'	10° 0'	9° 24'	+ 0° 36'
67° 30'	66° 26'	11° 32'	11° 37'	- 0° 5'
45° 0'	96° 7'	18° 20'	18° 37'	- 0° 17'
22° 30'	120° 30'	25° 20'	26° 32'	- 1° 12'
0° 0'	125° 41'	28° 2'	28° 37'	- 0° 35'
- 22° 30'	113° 34'	21° 0'	23° 59'	- 2° 59'
45° 0'	83° 53'	14° 35'	15° 28'	- 0° 53'
67° 30'	59° 30'	10° 0'	11° 13'	- 1° 13'
90° 0'	54° 19'	10° 0'	9° 24'	+ 0° 36'

Quincke¹⁾ hatte die Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Crownglasprismas mit Silber belegt und das an der polierten, völlig undurchsichtigen Silberschicht in Luft oder in Crownglas zurückgeworfene Licht mit dem Babinetschen Kompensator untersucht. Zwischen dem analysierenden Nikol und dem Auge befand sich rotes Glas. Die berechneten Werte von δ und $\arctg \alpha$ sind durch die Gleichungen ermittelt:

$$A) \operatorname{tg} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \sin 2B \operatorname{tang} \left(2 \arctg \frac{\sin i \operatorname{tg} i}{\sin H \operatorname{tg} H} \right), \cos 2\beta = \cos 2B \sin \left(\frac{2 \arctg \sin i \operatorname{tg} i}{\sin H \operatorname{tg} H} \right).$$

In diesen Formeln ist δ die Phasendifferenz, β das Azimut der wiederhergestellten Polarisation, d. h. das Azimut des reflektierten Strahles, welches sich ergibt, wenn die Phasendifferenz durch Einschaltung eines Babinetschen Kompensators aufgehoben wird, i der Einfallswinkel, H der Haupteinfallswinkel, B das zu diesem gehörige Azimut des analysierenden Nikols, wenn das Azimut des einfallenden geradlinig polarisierten Strahles gleich 45° vorausgesetzt ist. Diese Gleichungen stimmen im wesentlichen mit den von Eisenlohr²⁾ in der Form veränderten Cauchyschen überein; sie ergeben für senkrecht, bezw. streifend auffallende Strahlen $\delta=0$, bezw. $\delta=\frac{\lambda}{2}$. In beiden Fällen ist $\beta = 45^\circ$ und folglich $\alpha = \operatorname{tg} \beta = 1$ oder die Komponenten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, sind nach der Reflexion gleich, wenn sie im auffallenden Strahlenbündel gleich groß waren.

Quincke hat ferner Silber auf die Hypotenusenfläche eines Flintglasprismas niederschlagen lassen und hieran Versuche in betreff der Phasendifferenz und der Intensitätsverhältnisse angestellt. Die sich ergebenden Werte für H und B des Silbers waren um einen Grad von den vorigen verschieden, wahrscheinlich wegen der verschiedenen Molekularbeschaffenheit der beiden Silberschichten.

Zu den diesen ähnlichen Versuchen der Reflexion auf Gold in Luft und in Crownglas wurde eine undurchsichtige Goldschicht benutzt, und sowohl die vorigen Untersuchungen, als auch die der Reflexion am gleichseitigen Prisma aus Flintglas, belegt mit Quecksilber und Zinn-

1) P. A. 128, p. 541. 2) P. A. 104, p. 374.

folie, ergaben, daß die Werte des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts bei Reflexion in Luft größer sind als im Crown-Flintglas, ferner zeigte sich überall die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung. Unter Benutzung der pag. 6 aufgestellten Gleichungen:

$$\delta = -\frac{\rho}{\alpha}, \quad z = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad \delta_1 = -\frac{\rho}{\alpha}, \quad z_1 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \cos^2 (j - r_1), \quad \sin j = \mu \sin (i - 45^\circ),$$
 erhielt Quincke folgende Werte: $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 7^\circ, 6$.

Auf Silber in Luft							Auf Gold in Luft						
(Reflektiertes Licht)			arctg $z = \beta$		δ in $\frac{\lambda}{4}$					arctg $z = \beta$		δ in $\frac{\lambda}{4}$	
i	ρ	z	be- obachtet	be- rechnet	be- obachtet	be- rechnet	i	ρ	z	be- obachtet	be- rechnet	be- obachtet	be- rechnet
25°	-0,740	0,981	44° 27'	44° 56'	0,097	0,065	25°	-0,776	0,988	44° 40'	44° 40'	0,102	0,093
35°	-1,318	1,019	45° 33'	44° 48'	0,173	0,131	35°	-1,513	0,988	44° 57'	44° 21'	0,199	0,188
45°	-2,170	0,978	44° 22'	44° 39'	0,286	0,230	45°	-2,573	0,988	44° 40'	43° 55'	0,339	0,327
55°	-3,228	0,978	44° 22'	44° 27'	0,425	0,373	55°	-3,938	0,925	42° 47'	43° 23'	0,518	0,522
65°	-4,826	0,957	43° 45'	44° 12'	0,637	0,592	65°	-6,076	0,911	42° 21'	42° 54'	0,799	0,796
75° 57'	-7,600	0,966	44° 1'	44° 1'	1	1	70° 40'	-7,600	0,925	42° 47'	42° 47'	1	1
80°	-9,600	0,945	43° 23'	44° 4'	1,263	1,227	80°	-11,016	0,926	42° 49'	43° 16'	1,450	1,430
							85°	-12,990	0,930	44° 56'	44° 1'	1,709	1,706

Auf Silber in Crownglas $\alpha = -7^\circ, 6$, $\alpha = 45^\circ$							Auf Gold in Crownglas $\mu = 1,5149$								
Brechungsexponent $\mu = 1,5149$				arctg z_1		δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$					arctg z_1		δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$		
i	ρ	β	z	be- obachtet	be- rechnet	be- obachtet	be- rechnet	i	ρ	β	z	be- obachtet	be- rechnet	be- obachtet	be- rechnet
25° 34'	-0,936	46° 15'	1,009	45° 16'	44° 34'	0,123	0,107	25° 34'	-1,389	45° 46'	0,993	44° 47'	44° 26'	0,183	0,119
35° 10'	-1,456	44° 30'	0,975	44° 16'	44° 11'	0,192	0,198	35° 10'	-1,910	44° 8'	0,962	43° 54'	43° 55'	0,251	0,233
45° 0'	-2,512	44° 25'	0,980	44° 25'	43° 39'	0,331	0,358	45° 0'	-2,468	42° 48'	0,926	42° 48'	43° 14'	0,325	0,396
54° 50'	-3,900	42° 59'	0,924	42° 45'	43° 2'	0,513	0,563	54° 50'	-4,604	42° 28'	0,908	42° 15'	42° 31'	0,606	0,619
64° 26'	-5,948	43° 45'	0,925	42° 46'	42° 33'	0,783	0,836	64° 26'	-6,590	43° 50'	0,928	42° 51'	42° 2'	0,867	0,905
69° 5'	-7,600	45° 10'	0,915	42° 28'	42° 28'	1	1	67° 9'	-7,600	44° 39'	0,953	43° 14'	42° 0'	1	1
72° 50'	-8,442	45° 50'	0,954	43° 40'	42° 32'	1,111	1,149	67° 45'	-7,850	43° 25'	0,897	41° 54'	42° 0'	1,033	1,022
74° 37'	-9,220	46° 16'	0,918	42° 34'	42° 37'	1,213	1,226	74° 54'	-10,056	45° 54'	0,907	42° 12'	42° 18'	1,323	1,291

Quincke hat auch die Reflexion auf demselben Metall in verschiedenen Flüssigkeiten untersucht und dazu ein Hohlprisma aus Spiegelglas vom Brechungsexponenten $\mu = 1,51$ benutzt. Auf die Basis des Prismas wurde eine Metallplatte mittels einer Feder aufgedrückt, sodann in das Prisma verschiedene Flüssigkeiten gegossen. Folgende Tabelle gibt Quinckes Resultate bei diesen Versuchen an mehreren Silberplatten; die durch Klammern verbundenen beziehen sich auf dieselbe Platte, die letzte Vertikalreihe gibt den durch prismatische Brechung bestimmten Brechungsexponenten μ der Substanz.

Zu den Zahlen 1 und 2 hat G. Lundquist¹⁾ mit Hilfe der Cauchyschen Formeln die Werte für H und B berechnet. Die Übereinstimmung war nicht ganz befriedigend, weil wegen

1) P. A. 152, p. 398.

des Mangels an Homogenität der Metalle Bestimmungen dieser Art notwendig Fehler enthalten. Aus den Beobachtungen für H , B , μ folgt, daß im allgemeinen die Haupteinfallswinkel bei demselben Metall um so kleiner sind, je grösser der Brechungsexponent der Substanz ist, in welcher die Reflexion vor sich geht. Dasselbe scheint bei den Hauptazimuten der Fall zu sein.

Reflexion auf Silber. $\alpha = 45^\circ$.

in	H	B	μ
1. Luft	74° 19'	43° 48'	1
Wasser	71° 28'	44° 3'	1,336
Terpentin	69° 16'	43° 21'	1,474
2. Luft	74° 50'	43° 20'	1
Flintglas	69° 48'	41° 22'	1,626
3. Luft	75° 57'	44° 1'	1
Crownglas	69° 5'	42° 28'	1,515

Auch für durchsichtige Metallschichten geben die Formeln A (pag. 36) die beobachteten Werte der Größen δ und α als Funktionen des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts in genügender Weise. Quincke wies dies an durchsichtiger Goldschicht von 0,000016 mm Dicke auf Spiegelglas (mit $\mu = 1,52$) nach, sowie an durchsichtigem Silber — 0,000038 mm Dicke — auf Crownglas (mit $\mu = 1,538$) und an Platin — 0,0004 mm Dicke — auf Crownglas (mit $\mu = 1,52$).

$\alpha = 45^\circ$.

Durchsichtiges Gold.				Durchsichtiges Silber				Durchsichtiges Platin						
i	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg α		i	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg α		i	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg α	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	0,094	0,059	45° 50'	44° 38'	20°	0,012	0,056	44° 18'	43° 42'	20°	0,048	0,023	43° 10'	43° 23'
40°	0,306	0,252	43° 15'	43° 31'	40°	0,232	0,241	40° 29'	39° 34'	40°	0,128	0,102	39° 43'	38° 6'
60°	0,659	0,650	40° 23'	41° 44'	60°	0,622	0,649	33° 1'	33° 4'	60°	0,331	0,309	27° 25'	27° 11'
70° 32'	1	1	41° 11'	41° 11'	69° 39'	1	1	31° 17'	31° 17'	75°	0,929	0,966	17° 0'	16° 33'
80°	1,473	1,435	42° 21'	42° 2'	80°	1,467	1,497	33° 23'	34° 52'	75° 23'	1	1	16° 32'	16° 32'
85°	1,674	1,709	43° 27'	43° 18'	85°	1,732	1,750	36° 34'	39° 23'	—	—	—	—	—

In allen Fällen stimmen die beobachteten und berechneten Werte in hinreichender Weise überein. Nach diesen Versuchen Quinckes ändert sich die Phasendifferenz der beiden Komponenten zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ mit den Einfallswinkeln 0° bis 90° und ist beim Haupteinfallswinkel $\frac{\lambda}{4}$. Da sich ferner für δ nur positive Werte finden, so ist der parallel zur Einfallsebene polarisierte Strahl dem senkrecht polarisierten voraus.

J. Conroy¹⁾ stellte zur Bestimmung von H und B (Haupteinfallswinkel und Hauptazimut) die zu untersuchende Platte in die Mitte eines zum Teil mit Flüssigkeit gefüllten cylindrischen

¹⁾ W. A. 3, p. 362.

Gefäßes. Das einfallende Licht wurde durch ein gegen die Einfallsebene um 45° geneigtes Nicol polarisiert, ging alsdann durch eine $\frac{\lambda}{4}$ -Platte, deren einer Hauptschnitt in der Einfallsebene lag, fiel auf die reflektierende Fläche und wurde darauf durch ein zweites Nicol analysiert, hinter dem noch ein Spektroskop zum Direktsehen gesetzt werden konnte. Durch Zahnräder waren die reflektierende Platte und das analysierende Nicol so mit einander verbunden, daß, wenn bei einem Einfallswinkel der Strahl in der Richtung des letzteren reflektiert wurde, dies bei einer Drehung der ersteren auch bei jedem anderen der Fall war. Wurde die Platte soweit gedreht, daß der Strahl bei dem Haupteinfallswinkel reflektiert wurde, so war er nach der Reflexion bei der obigen Anwendung geradlinig polarisiert, und seine Polarisationsebene wurde durch das zweite Nicol bestimmt. Nach einander wurden die beiden Hauptschnitte eines Glimmerblattes in die Einfallsebene gedreht, dabei wichen die sich für H ergebenden Werte bis zu etwa 5° von einander ab, während die Werte für B fast gleich blieben. Als Mittelwerte aus zahlreichen Versuchen mit 6 verschiedenen Gold-Platten unter Anwendung von rotem Lichte fanden sich:

	in Luft	in Wasser	in Schwefelkohlenstoff
H	76,00	72,46	70,03
B	35,27	36,23	36,48.

Andere Versuche, bei denen das Brewstersche Verfahren einer doppelten Reflexion benutzt wurde, ergaben für Gold in:

	H	B
Luft	$75^\circ 52'$	$37^\circ 22'$
Wasser	$72^\circ 28'$	$37^\circ 48'$

also nahe dieselben Werte. Wenn tang H den wirklichen Brechungsexponenten in Luft darstellte, so würde H , wie es sich aus den Messungen in Wasser und Schwefelkohlenstoff berechnet: 76,53 und 77,22 statt 76° , also zu hoch sein. Ebenso ist der Winkel H für Silber, wie er sich aus den Messungen von Quincke in Wasser und Terpentinöl berechnet: $75^\circ 55'$ und $75^\circ 36'$, größer als der experimentell gefundene $74^\circ 19'$.

Des Coudres¹⁾ fand als Reflexionskonstanten des Quecksilbers in Luft — als Mittel von Messungen — in der Nähe von 79° :

i	Incidenz $A / \frac{\lambda}{2}$	
	beobachtet	berechnet
$70^\circ 25,1'$	0,3007	0,2951
$74^\circ 40'$	0,3713	0,3684
$79^\circ 53,6'$	0,5301	0,5294
$81^\circ 45,6'$	0,6075	0,6009

Die Zahlen sind nach den Cauchyschen Formeln berechnet aus dem Haupteinfallswinkel $H = 79^\circ 3'$ und dem Hauptazimute $B = 33^\circ 30'$. Die Übereinstimmung ist eine völlig hinreichende, dasselbe zeigte sich bei den in der folgenden Tabelle zusammengestellten Versuchen:

¹⁾ Über Refl. pol. Lichtes am Quecks.; Inaug.-Diss., Berl. 1887.

Quecksilber in

Flüssigkeit	Brechungs- exponent	$\Delta / \frac{\lambda}{2}$		Incidenz
		beobachtet	berechnet	
Destilliertes Wasser	1,333	0,5342	0,5577	77° 54,5'
" " " " " " " " " "	1,333	0,4553	0,4795	75° 4'
Alkohol	1,3586	0,4731	0,4935	75° 23'
Salzsäure verdünnt	1,389	0,5949	0,5856	78° 19,5'
" " konzentriert	1,3902	0,4866	0,5102	75° 42,5'
$Na_2S_2O_3$ übersättigt	1,4263	0,4910	0,4717	76° 4'
" " konzentriert	1,4179	0,5021	0,5252	76° 0,5'
Petroleum	1,4374	0,5208	0,5262	76° 14'
Chloroform	1,4440	0,5191	0,5389	76° 19'
Olivenöl	1,4686	0,5398	0,5409	76° 11,5'
Terpentinöl	1,4695	0,7236	0,7592	83° 14'
" " " " " " " " " "	1,4695	0,5047	0,5411	76° 11,5'
CS_2	1,6252	0,6083	0,6152	77° 45'
CS_2	1,6252	0,7390	0,7566	82° 30'

Ein ferneres Beobachtungsverfahren zur Bestimmung der Phasenänderung bei der Reflexion des Lichtes hat Quincke¹⁾ angestellt, indem er die durch einen geeigneten Interferenzapparat erzeugten Beugungsstreifen durch Einschalten des zu untersuchenden Körpers verschiebt und aus der Verschiebung die Phasenänderung berechnet. Quincke bemerkt zu dieser Methode (auf die nicht weiter eingegangen werden soll): „Man benutzt, ohne zu wollen, statt eines einzigen, mehrere Interferenzapparate nacheinander, wodurch sehr komplizierte Erscheinungen auftreten.“ Auch Potier²⁾ benutzte diese Methode. Weiter in Teil II wird bei den durch Metallreflexion erzeugten Newtonschen Ringerscheinungen die sich hierbei ergebende Methode Quinckes³⁾ zur Bestimmung der Phasenveränderung Berücksichtigung finden, sowie auch die Wernickesche Methode und die hieran sich schließenden Untersuchungen O. Wieners behandelt werden. Ferner wird dort die Abhängigkeit der Reflexionskonstanten von der Wellenlänge des Lichtes und von der Dicke der Metallschicht nach den Versuchen von Jamin, Cornu, Quincke, Conroy behandelt, dabei werden die sich aus diesen Daten ergebenden Berechnungen Eisenlohns und Beers Berücksichtigung finden. Ein besonderer Abschnitt wird die Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses und Gangunterschiedes von der Wellenlänge für Wärmestrahlen nach den Untersuchungen von Knoblauch und Mouton geben. Hieran schließt sich die Resultate über die optischen Konstanten der Metalle von Drude in Vergleich mit denen von Jamin, Rubens, de la Provostaye und Desains, Wernicke, Kundt, Conroy, Quincke, des Coudres.

1) P. A. 141, p. 181. 2) P. A. 74, p. 528. 3) P. A. 104, p. 374 und W. A. 1, p. 205.

A. Nobbe.

Die Zahlen sind nach den Quinckeschen Messungen berechnet aus dem Hauptwellenwinkel $\theta = 75^\circ 4'$ und dem Hauptstrahl $\lambda = 589,0$. Die Beobachtungen sind eine völlig richtige Bestätigung der Theorie, die sich aus den in der obigen Tabelle angegebenen Zahlen ergibt.

Die Tabelle ist in der Zeitschrift für Physik, Band 107, 1927, S. 107 abgedruckt.