Die Reflexion des Lichtes an den Metallen.

I.

Übersicht.

Malus hatte bereits gefunden, daſs das Licht an Metallen nicht nach denselben Gesetzen reflektiert wird wie an durchsichtigen Medien, er schloſs sogar anfänglich aus seinen Versuchen, daſs die Metalle auf das Licht überhaupt nicht polarisierend wirkten, bald jedoch erkannte er, daſs das Phänomen der Polarisation teilweise hervorgebracht wurde, und daſs die polarisierende Wirkung zunahm, wenn der Einfallswinkel sich einem gewissen Winkel näherte.

Arago beobachtete wohl zuerst das von anderen Körpern abweichende Verhalten der Metalle gegen polarisiertes Licht, als er die zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel gebildeten Newtonschen Farbenringe mit einem Kalkspath-Rhomboëder untersuchte; seine hierauf bezüglichen, der französischen Akademie am 18. Februar 1811 mitgeteilten Versuche wurden jedoch erst 1817 gedruckt. Brewster untersuchte diese Erscheinungen genauer und folgerte aus seinen Experimenten, daſs die Reflexion an Metallflächen dem linear polarisierten Lichte die gleichen Eigenschaften erteilte, wie der Durchgang durch eine dünne Gipsplatte, wenn deren Mittellinie dieselbe Richtung hat wie die Einfallsebene der vom Metall reflektierten Strahlen. Es ergab sich ferner, daſs mit der wachsenden Zahl von Reflexionen auch die Dicke der Gipsplatte entsprechend zunehmen muſste, um unter sonst gleichen Umständen dieselbe Wirkung auf die Lichtstrahlen auszuüben. Von diesen Thatsachen benachrichtigte Brewster brieflich Biot, welcher hierüber gegen des Entdeckers Willen der französischen Akademie am Ende des Jahres 1815 Mitteilung machte und hieran die Bemerkung knüpfte: Wenn die Polarisation infolge einer einzigen Reflexion an einer Metallfläche unvollständig ist, so kann sie durch eine hinreichende Zahl von Reflexionen vollständig werden, welche unter demselben Winkel aufeinander folgen. Brewsters Resultate gab Biot auch 1816 durch einen Auszug im vierten Bande seines traité de physique bekannt. 1830 wurden sie in einer Abhandlung zusammengefaſst, in welcher die Erscheinungen der elliptischen Polarisation durch Metallreflexion näher und ausführlicher auseinandergesetzt werden.[1])

Bald darauf zeigte F. E. Neumann,[2]) dass sich die vielen von Brewster beobachteten Erscheinungen aus zwei Grundsätzen herleiten liessen: 1. Die Intensität eines von der Metall-

---

[1]) Pogg. An. Bd. 21, p. 219. [2]) P. A. Bd. 26, pag. 89 und B. 40, p. 513.

fläche reflektierten, polarisierten Lichtstrahles ist bei demselben Einfallswinkel verschieden, je nachdem seine Polarisationsebene in der Reflexionsebene lag oder senkrecht gegen diese stand. Ist der Einfallswinkel 0° oder 90°, so ist das Intensitätsverhältnis 1; ist der Einfallswinkel gleich dem Polarisationswinkel, so ist das Verhältnis ein Minimum und stets von 0 verschieden. 2. Zwei von einer Metallfläche reflektierte Strahlen, von denen der eine parallel, der andere senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisiert ist, verhalten sich nach der Reflexion so, dass der letztere um einen Bruchteil einer Undulationslänge gegen den ersteren verzögert ist. Der Gangunterschied der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen nimmt von 0 bis zu einer halben Wellenlänge zu mit dem Wachsen des Einfallswinkels von 0° bis 90° und beträgt beim Polarisationswinkel eine Viertel-Wellenlänge. Neumann stellt, geleitet von der Analogie zwischen totaler und Metallreflexion, Formeln auf, nach denen für den von Metall reflektierten Strahl die Verzögerung und das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen berechnet werden kann. Ist H der Polarisationswinkel des Metalls oder der Haupteinfallswinkel, bei welchem die Verzögerung der Strahlenkomponenten $\frac{\lambda}{4}$ beträgt, n der Brechungsexponent des Metalls, $\operatorname{tg}\beta$ das Intensitätsverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen nach der Reflexion unter dem Einfallswinkel i, während vor der Reflexion dasselbe gleich 1 genommen war, B der zu H gehörige Wert von β, δ die Phasenverzögerung, so findet statt:

$$n = \operatorname{tg} H;\ \sin i = n \sin r;\ \operatorname{tg} \frac{1}{2} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r;\ \operatorname{tg} 2\beta = \frac{\operatorname{tg} 2B}{\sin \frac{\delta}{\lambda} 2\pi}.$$

Neumann zeigte die Übereinstimmung der von Brewster durch Beobachtung gewonnenen Resultate mit den nach diesen Formeln berechneten, betonte die wahrscheinliche Abhängigkeit der Werte B von der Farbe, weil nach den Versuchen Brewsters H (also auch n) für blaues Licht kleiner als für rotes wäre, und gab schliesslich an, wie daraus die Farbe des an Metallflächen reflektierten Lichtes zu berechnen ist.

Brewster bestimmte den Phasenunterschied der beiden Strahlenkomponenten durch die Färbung eines Krystallblättchens oder dadurch, dass er linear in einem beliebigen Azimut polarisierte Lichtstrahlen mehrere Male unter gleichem Einfallswinkel reflektieren liefs, bis sie wieder linear polarisiert wurden oder (nach Brewster) die Polarisation wiederhergestellt war. Das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlen bestimmte sich aus den bekannten Azimuten des einfallenden und des durch mehrmalige Reflexion linear polarisierten Lichtstrahles.

De Sénarmont[1]) ermittelte diese Gröfsen durch ein Glimmerblatt von solcher Dicke, dafs die senkrecht und parallel zum Hauptschnitte polarisierten Lichtstrahlen beim Durchgang durch dasselbe einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge erhielten. Die in einem beliebigen Azimut polarisierten, unter einem beliebigen Einfallswinkel auf das Metall fallenden Lichtstrahlen gelangen nach der Reflexion durch das Glimmerblättchen und ein Nicolsches Prisma ins Auge. Durch passende Stellung des Hauptschnittes des Glimmerblattes werden die vom Metall reflektierten und dadurch elliptisch polarisierten Lichtstrahlen (von Neumann theoretisch begründet) in linear

[1]) P. A. Ergb. 2, p. 451.

polarisiertes Licht verwandelt und durch eine geeignete Stellung des analysierenden Nicolschen Prismas verlöscht. Es bestimmen sich nun aus der Neigung der Hauptschnitte des Glimmerblattes, des polarisierenden und analysierenden Prismas gegen die Reflexionsebene der Phasenunterschied und das Intensitätsverhältnis. — Diese Methode gestattet jedoch besonders wegen der Dispersion des vom Metall reflektierten Lichtes keine genaue Messung.

De Sénarmont bestimmte auch den Phasenunterschied der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten nach einer zuerst von Babinet angegebenen Methode, indem er die beiden Strahlenbündel eines Interferenzprismas von Metall und Glas reflektieren und sodann interferieren liess. Jamin[1]) ermittelte den Phasenunterschied durch die bereits von Brewster angewandte Methode der mehrfachen Reflexionen. Seine Formel zur Berechnung derselben deckt sich mit der Neumannschen, die beobachteten und die nach ihnen berechneten Resultate koincidieren gut mit einander. Zur Bestimmung der Intensitäten des unter verschiedenen Einfallswinkeln vom Metall reflektierten Lichtes verglich Jamin diese Intensitäten mit denen des unter gleichen Verhältnissen von einer Glasplatte reflektierten Lichtes und berechnete letztere nach Ermittlung des Brechungsexponenten des Glases mit Hilfe der Fresnelschen Formeln.

Das im Azimut 0° oder 90° polarisierte Licht einer Carcelschen Lampe fiel auf eine zur einen Hälfte aus Metall, zur anderen aus Glas bestehende, reflektierende Fläche und ging nach der Reflexion durch ein doppeltbrechendes Prisma, welches solange gedreht wurde, bis das gewöhnliche (ungewöhnliche) Bild der metallischen Reflexion gleiche Intensität mit dem ungewöhnlichen (gewöhnlichen) Bilde der Glasreflexion hatte. Die Berechnung wurde nach den Cauchyschen Formeln ausgeführt und deckte sich mit der Beobachtung. Jamin bestimmte ferner mittelst der Brewsterschen Methode der vielfachen Reflexionen den Haupteinfallswinkel und das Azimut der wiederhergestellten Polarisation oder das Amplitudenverhältnis der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten für verschiedene Farben des Sonnenspektrums bei Silber, Kupfer, Zink, Stahl, Messing, Spiegel- und Glockenmetall. Aus den ermittelten Konstanten berechnete er mit den Cauchyschen Formeln die Intensität des von den Metallen reflektierten Lichtes für die verschiedenen Farben und zeigte, wie die Farben der verschiedenen Metalle damit übereinstimmten.[2])

Quincke veröffentlichte[3]) Resultate über die elliptische Polarisation des Lichtes bei Reflexion an durchsichtigen Metallschichten oder beim Durchgang durch dieselben. Nach ihm war der Phasenunterschied stets kleiner für durchgegangenes als für reflektiertes Licht bei demselben Einfallswinkel, und die parallel der Einfallsebene polarisierten Strahlen waren den senkrecht zur Einfallsebene polarisierten voraus, auch variierte zwischen den Inzidenzen 0° und 90° die Phasendifferenz der beiden Komponenten zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ und war beim Haupteinfallswinkel gleich $\frac{\lambda}{4}$. Quincke[4]) untersuchte das von Metallen reflektierte Licht genauer und benutzte zu seinen Messungen den Babinetschen Kompensator, mit welchem direkt der Phasenunterschied der beiden Komponenten und das Amplitudenverhältnis derselben erhalten werden kann. — Die durch das polarisierende Nicolsche Prisma im Azimut α polarisierten Sonnenstrahlen fielen

[1]) P. A. Ergb. 2, p. 437. [2]) P. A. 74, p. 508. [3]) 1863. 16. März. Berl. Ak. [4]) P. A. Bde. 128 und 129.

unter einem Winkel i auf die mit Metall belegte Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas, reflektierten an dieser und gelangten durch den Babinetschen Kompensator und das analysierende Nicolsche Prisma ins Auge. Der Kompensator wurde um ϱ Schraubengänge und das analysierende Prisma um den Winkel β gedreht, bis der schwarze Streifen zwischen den Parallelfäden des Kompensators erschien. Ist a die Anzahl der Schraubendrehungen des Kompensators, die den in der Mitte zwischen den Parallelfäden hindurchgehenden Strahlen einen Phasenunterschied $\frac{\pi}{2}$ erteilen würden, so ergiebt sich das Verhältnis $\varkappa$ der Amplituden S und P: der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten, sowie der Gangunterschied δ derselben aus den Gleichungen: $\varkappa = \frac{S}{P} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}, \delta = -\frac{\varrho}{a}$.

δ ist hierbei in Bruchteilen einer Viertelwellenlänge ausgedrückt und positiv gerechnet, wenn die parallel zur Einfallsebene polarisierte Komponente gegen die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte vorausist.

Quincke untersuchte ferner die Reflexion im Glas an derselben Hypotenusenfläche, nachdem das Licht durch das polarisierende Nicolsche Prisma auf die erste Kathetenfläche eines Flintglasprismas unter Winkel j aufgefallen, mit dem Brechungswinkel r_1 in das Prisma eingetreten, unter dem Winkel i_1 auf die Hypotenusenfläche gelangt und von dieser unter demselben Winkel reflektiert war. Der durch die zweite Kathetenfläche des Flintglasprismas austretende Strahl bildete wieder die Winkel r_1 und j mit der Normale dieser zweiten Kathetenfläche und kam durch den Babinetschen Kompensator und das analysierende Nicol zum Auge. Das Amplitudenverhältnis $\varkappa_1$ und der Phasenunterschied δ_1 der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten bestimmten die Gleichungen:

$$\varkappa_1 = \frac{S}{P} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \cos^2(j - r_1);\ \delta_1 = -\frac{\varrho}{a},$$

wobei β und ϱ am analysierenden Nicol und Babinetschen Kompensator beobachtet wurden. Neben den beobachteten Werten δ und $\varkappa$ giebt Quincke diejenigen, welche aus den Gleichungen folgen: 1. für die Reflexion in Luft:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{\lambda}\, 2\pi = \varepsilon \sin i \operatorname{tg}(i + i_1);\ \varkappa^2 = \frac{\cos^2(i + i_1)}{\cos^2(i - i_1)}\,(1 + \varepsilon^2 \sin^2 i \operatorname{tg}^2 [i + i_1]),$$

2. für die Reflexion in Glas:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_1}{\lambda}\, 2\pi = \varepsilon_1 \sin i_1 \operatorname{tg}(i + i_1);\ \varkappa_1{}^2 = \frac{\cos^2(i + i_1)}{\cos^2(i - i_1)}\,(1 + \varepsilon^2_1 \sin^2 i_1 \operatorname{tg}^2 [i + i_1]),$$

wo $\sin i = n \sin i_1$ ist und n den Brechungsexponenten für den Übergang aus Luft in Glas bedeutet. Diese Gleichungen sind aus der modifizierten Cauchyschen Theorie erhalten; für die Ellipticitätskoeffizienten ergiebt die Theorie: $\varepsilon = -n\varepsilon_1$. Aus seinen Versuchen folgerte Quincke, dass bei derselben reflektierenden Fläche für entsprechende Einfallswinkel bei der Reflexion in dem einen oder dem anderen Medium die beobachteten Werte der Phasendifferenz der beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Strahlenkomponenten gleich und entgegengesetzt sind, und die Amplituden der beiden Strahlenkomponenten in demselben Verhältnis stehen. Ist die Reflexion sonach positiv in dem einen Medium, so ist sie negativ in dem anderen und umgekehrt.

Außer Quincke stellten die Herren Conroy,[1]) Des Coudres[2]) und Drude[3]) Reflexionsbeobachtungen der Metalle in verschiedenen Medien an und bestimmten die Haupteinfallswinkel und Hauptazimute.

Die Abhängigkeit der bei der Metallreflexion zwischen den beiden Komponenten des reflektierten Strahls entstehenden Phasendifferenz von der Farbe ist weit größer als die der Intensitätsveränderungen der Komponenten, wie dies von Jamin[4]) nachgewiesen wurde. Er folgerte aus seinen Versuchen, daß die Winkel des Polarisationsmaximums, von der Normale aus gezählt, bei zunehmender Brechbarkeit abnehmen. Zu diesem Resultat gelangten später auch Knoblauch[5]) und Mouton[6]) in Bezug auf die Wärmestrahlen. Das Brewstersche Gesetz, welches bei den durchsichtigen Körpern in der Beziehung: $\tang i = n$ besteht, gilt für die Metallreflexion nicht. Genauer noch untersuchte Quincke[7]) die Abhängigkeit des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts für eine Reihe von Metallen von der Farbe. Die Haupteinfallswinkel nahmen umgekehrt wie bei durchsichtigen Körpern mit abnehmender Wellenlänge bei allen von ihm untersuchten Metallen (ausgenommen Gold) ab, jedoch in verschiedener Weise bei den verschiedenen Metallen. Die Hauptazimute nahmen mit abnehmender Wellenlänge teils zu, teils ab, einige Metalle zeigten für bestimmte Frauenhöfersche Linien Maximalwerte. Zu ähnlichen Resultaten gelangte auch Drude,[8]) der weiter aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimut die optischen Konstanten der Metalle berechnete.

Quincke[9]) hat nach verschiedenen Methoden die Phasenänderung der Reflexion bei Silber untersucht und fand dieselbe für Reflexion in Glas in der Nähe der senkrechten Inzidenz (10—30°) gleich einer Beschleunigung (oder Verzögerung) von 0,3—0,4 Wellenlängen; vergeblich bemühte er sich jedoch zu entscheiden, ob die Phasenänderung bei senkrechter Inzidenz einer Verzögerung oder Beschleunigung entspräche. Er benutzte hierzu doppeltkeilförmige Silberschichten, die er mit dem Jaminschen Interferenzapparat untersuchte. Über seine Resultate bemerkt er: Die Entfernung der Interferenzstreifen an der dicksten gegen die an der dünnsten Stelle der Silberlamelle betrug stets weniger als eine Streifenbreite. Die Interferenzstreifen der dünnsten und dicksten Stelle hingen, was ich nicht erwartet hatte, bei fast allen Versuchen für die verschiedensten Einfallswinkel durch zwei dunkle Bogen zusammen. Gewöhnlich erscheint der längere matter als der andere kürzere, aber er war meist vorhanden. Man kann daher durch den Versuch nicht entscheiden, ob die Verschiebung um y Fransenbreiten nach der einen oder um $(1-y)$ Fransenbreiten nach der anderen Seite erfolgt ist. Der Versuch lässt wie die Rechnung in dieser Beziehung eine Unbestimmtheit. Hr. Wernicke[10]) ermittelte die Phasenänderung für senkrechte Inzidenz dadurch, daß er eine dünne, zur Hälfte mit Silber belegte Glasplatte vor den Spalt seines Spektrometers brachte, wobei die Silberseite vom Spalte abgekehrt war. Die Interferenzstreifen waren an der Stelle, wo die Reflexion an Silber begann, gegen die andere um etwa $^1/_4$ Streifenbreite nach Violett verschoben. Ähnliches Verhalten fanden Wernicke und Quincke auch bei anderen Metallen. Für die Reflexion in Luft hat Quincke mit verschiedenen Metallen verschiedene Resultate gefunden, zum Teil ein ähnliches Verhalten wie bei Reflexion in Glas. Die Versuche Wieners[11]) hierüber an durch Zerstäuben eines Silberdrahtes im Vakuum hergestellten Spiegeln ergaben im allgemeinen die gleiche Phasenänderung wie bei Reflexion in Glas, die sich aber um so mehr derjenigen bei Reflexion an einem durchsichtigen, optisch dichteren Medium,

[1]) Proc, Roy. Soc. 28, p. 242; 31, p. 486. [2]) Über die Reflexion des polarisierenden Lichtes am Quecksilber; Inauguraldiss. Berl. 1887. [3]) W. A. 39, p. 481. [4]) P. A. 74, p. 528. [5]) W. A. 24, p. 258. [6]) C. R. 86. [7]) P. A. Jubelbd., p. 336, 1874. [8]) W. A. 39. [9]) P. A. 142, p. 192. [10]) P. A. 159, p. 198. [11]) W. A. 31, p. 629.

d. h. der Phasenänderung von $^1/_2$ Wellenlänge näherte, je weniger Metallglanz der Spiegel hatte und je längere Zeit seit seiner Herstellung verflossen war.

Wernicke[1]) bemerkt in seiner Arbeit über die Methode mittelst der Interferenzen die absolute Phasenänderung bei normaler Reflexion zu ermitteln: „Um die Richtungen der Verschiebungen zu bestimmen, habe ich nacheinander Glasblättchen angewandt, welche mit dünnen Silberschichten von verschiedener Dicke belegt waren. Läfst man Silber von der Dicke Null bis zur Undurchsichtigkeit wachsen, so rücken sämtliche von der Metallreflexion herrührende Streifen nach dem violetten Ende des Spektrums. Würde statt des Silbers ein transparentes Medium von gröfserem Brechungsvermögen als das des Glases die Lamelle begrenzen, so würde die Verschiebung dieselbe Richtung haben, schliefslich aber bei hinreichender Dicke der Schicht nicht $^1/_4$, sondern $^1/_2$ Streifenbreite betragen.“ Trotzdem zieht Wernicke den Schlufs: „Die Absorption des Lichtes im Silber bewirkt eine Phasenverzögerung von nahezu 90° für alle Farben des sichtbaren Spektrums, wenn das Licht von Silber im Glase unter dem Einfallswinkel 0° reflektiert wird.“

Wiener fand bei seinen Versuchen mit der Wernickeschen Methode zur Bestimmung der Phasenänderung die Richtungen der Verschiebungen der Interferenzstreifen im entgegengesetzten Sinne; die von Wiener benutzten Blättchen waren so gearbeitet, dafs er an einer konusförmigen Silberschicht auf demselben Blättchen neben einander Schichten verschiedener Dicke unterscheiden konnte und nicht wie Wernicke dies nacheinander auf verschiedenen Blättchen thun mufste. Wiener bezeichnete nun die Interferenzstreifen, welche der Reflexion an Luft, bez. an Silber entsprachen, mit Luft- bez. Silberinterferenzen und äufserte sich über seine Versuche folgendermafsen: „Wurde das Blättchen so verschoben, dafs anfangs verschiedene und allmählich erst dicker werdende Silberschichten vor die eine Hälfte des Spaltes zu stehen kamen, so war anfangs keine Verschiebung der Interferenzstreifen in beiden Feldern zu bemerken. Allmählich verschoben sich aber die Silberinterferenzen gegen die Luftinterferenzen und zwar nach dem roten Ende des Spektrums und nicht nach dem violetten.“ Die ununterbrochene Verschiebung der Streifen war deutlich zu beobachten, bis sie etwa $^3/_4$ Streifenbreite erlangt hatte, bei noch dickeren Silberschichten bemerkte er keine Änderung der Interferenzen mehr. Eine grofse Zahl von Silberspiegeln auf Glimmer ergab die gleichen Resultate. Befand sich ein kleiner Zwischenraum zwischen dem während der Bestäubung aufliegenden Glimmerblatte und dem unteren Blättchen, so entstand auf diesem eine keilförmige Silberschicht als Übergang der beiden Felder. An solchen Stellen erschien im Spektrum ein Zusammenhang der Interferenzstreifen. „Die Luftinterferenzen hingen dann stets nach dem Roten zu mit den Silberinterferenzen zusammen.“ An dickeren Stellen war der Verbindungsbogen über $^3/_4$ Streifenbreite. Nach Wieners Untersuchungen hatte die Doppelbrechung der Silberspiegel oder diejenige des Glimmers auf die Resultate keinen Einflufs. Fernere Experimente, bei denen an Stelle von Glimmer Glas trat oder chemisch niedergeschlagenes Silber verwandt wurde, zeigten die gleichen mit den Beobachtungen Wernickes im Gegensatz stehenden Erscheinungen. Mit der Zunahme der Dicke der Silberschicht von Null bis zur Undurchsichtigkeit ändert sich die Phase des am Silber reflektierten Lichtes ebenso, als wenn das Glimmerblatt anstatt der Silberbelegung dicker geworden wäre, also das Licht einen gröfseren Weg zurückgelegt hätte. Wird nun die Phasenänderung bei Reflexion eines Lichtstrahls an der Grenze zweier Medien als Verzögerung oder Beschleunigung bezeichnet, wenn der Strahl einen gröfseren oder kleineren Weg zurücklegt, als es derjenige ist, welchen der an der geometrischen

[1]) Berl. Monatsber., Nov. 1875.

Grenze der beiden Medien reflektierte Strahl durchläuft, so folgert Wiener: „Die Reflexion an Silber bedingt gegenüber derjenigen an Luft und folglich auch absolut genommen eine Phasenverzögerung von etwa $^3/_4$ Wellenlänge und nicht eine Beschleunigung von $^1/_4$ Wellenlänge." Wernicke[1]) hat dagegen eine Beschleunigung beobachtet, und erklärt diesen Gegensatz dadurch, dafs bei Wieners Versuchen zwischen Glas und Silber sich eine fremde Schicht befand. Er begründet diese Behauptung durch Versuche an Silber in einer Flüssigkeit (Lösung von Styracin in Zimtsäureäthyläther) und in Glas, an welchem die Silberschicht gut haftet. Er kommt zu dem Resultat: Die durch Reflexion an einer Silberschicht zwischen zwei durchsichtigen Mitteln (von denen das vordere den gröfseren Brechungsindex hat) bewirkte Phasenänderung ist eine Beschleunigung, welche von 0 bis etwa $^1/_4$ resp. $^3/_8$ Wellenlänge beständig zunimmt, wenn das Silber von der Dicke 0 bis zur Undurchsichtigkeit wächst (normale Phasenänderung). Ist die Metallschicht mit dem vorderen Mittel nicht fest verbunden, so dafs sich zwischen beiden Spuren einer anderen Substanz befinden, so ist die Phasenänderung eine Verzögerung von $^3/_4$ bis $^5/_8$ Wellenlänge (anomale Phasenänderung). Die Gröfse der Phasenänderung läfst nach Wernicke Schlüsse über die Dicke der Zwischenschicht zu.

Die Frage, ob bei anderen Metallen der Sinn der Phasenveränderung bei Reflexion Beschleunigung oder Verzögerung ist, steht noch offen, hingegen hat Wiener[2]) die Streitfrage über die Schwingungsrichtung des polarisierten Lichtes durch den Nachweis stehender Lichtschwingungen zu lösen unternommen, er spricht sich zu Gunsten Fresnels aus. Drude[3]) erklärt dagegen, dafs die Wienerschen Versuche eine Entscheidung der Streitfrage nicht herbeiführen, und wendet sich deshalb auch gegen die französischen Gelehrten, die sich meist im Sinne Wieners äufsern.

Die Abhängigkeit des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts mit der zunehmenden Metalldicke wies Quincke[4]) an Silberplatten nach, so dafs ersterer schneller wächst als letzteres; für Gold konnte er eine einfache Beziehung zwischen der Dicke der Schicht und den genannten Winkeln nicht zeigen, es wurde nur mit zunehmender Metallschichtdicke eine Zunahme der Winkel konstatiert. Dasselbe zeigte sich an Platinplatten; auch der Druck auf Metallschichten veränderte die Winkel. Meslin[5]) folgert aus seinen Integralformeln, die er durch die Annahme aus dem Zusammenwirken der äufseren und inneren Reflexion erhielt, dafs der Haupteinfallswinkel ein Maximum für eine bestimmte Dicke des Metalls besitzt, die beispielsweise für ein Goldblättchen zwischen 0 und 0,000085 mm liegen mufs; seine Experimente ergeben ein solches Maximum für die Dicke 0,000029 mm. J. Conroy konstatierte gleichfalls an Metallplatten mit der zunehmenden Dicke derselben die Zunahme der Haupteinfallswinkel und Hauptazimute.

Über den Zusammenhang der Reflexion mit den Farben der Metalle hat Brewster[6]) bereits Mitteilungen gemacht, Jamin[7]) berechnete mit Hilfe der Cauchyschen Formeln das Reflexionsvermögen verschiedener Metalle bei normaler Inzidenz für die verschiedenen Farben des Spektrums; die erhaltenen Resultate gaben eine Erklärung der Farben der Metalle. Er bestätigte die älteren Versuche von Bénédict Prevost, nach welchem die Farbe der Metalle bei mehrmaliger Reflexion sich verändert. Ferner beschäftigte sich Drude mit den Metallfarben und fand die aus der Rechnung gewonnenen Resultate in Übereinstimmung mit denen der Beobachtung.

Die durch die Metallreflexion bedingte Veränderung der Newtonschen Farbenringe ist häufig Gegenstand der Behandlung gewesen. Aufser Aivy, Avago und W. Herschel hat besonders Quincke[8])

[1]) W. A. 51, p. 448. [2]) W. A. 40, p. 203. [3]) W. A. Bde. 41 und 43, C. R. 112. [4]) P. A. 129, p. 209 bis 15. [5]) Ann. de chim. et de phys. (6) 20, p. 56. [6]) P. A. 21. [7]) P. A. 74, p. 528. [8]) P. A. 42, p. 380.

genauer die veränderten Ringe untersucht, die Beobachtungen Stokes[1]) stimmten mit denen von Quincke überein; auch Guébhard hat am Quecksilber[2]) die Ringe bemerkt. Endlich hat Quincke[3]) an keilförmigen, sehr dünnen Metalllamellen sowohl im reflektierten, als auch im durchgegangenen Lichte abwechselnde Maxima und Minima beobachtet und sie für Newtonsche Farbenstreifen erklärt, wogegen sich Voigt[4]) auf Grund seiner Theorie wendet.

Die verschiedenen Forscher gehen bei den theoretischen Untersuchungen über das Reflexionsvermögen der Metalle von verschiedenen Annahmen aus, die Entwicklungen ihrer Theorieen ergeben indessen Resultate, welche in allen experimentell wichtigen Fällen unter einander in Übereinstimmung sind. Die optischen Eigenschaften der Metalle erweisen sich darin als vollkommen bestimmbar aus zwei Konstanten, dem Hauptazimut und Haupteinfallswinkel. Durch experimentelle Ermittlung dieser beiden Gröfsen hat zuerst Jamin unter Zugrundelegung der Cauchyschen Theorie das Reflexionsvermögen der Metalle bei normaler Inzidenz für die verschiedenen Farben des Spektrums bestimmt und hieraus mit Hilfe der Newtonschen Far bentafel die Farbe der Metalle berechnet, welche mit der thatsächlich beobachteten in Übereinstimmung gefunden wurde. Direkte Messungen des Reflexionsvermögens wurden später von de la Provostaye und Desains[5]) angestellt und dasselbe besonders in seiner Abhängigkeit vom Inzidenzwinkel und der Wellenlänge der auffallenden Strahlen geprüft. Die Untersuchung, welche für strahlende Wärme, also mit dem Mellonischen Thermomultiplikator ausgeführt wurde, ergab Resultate, welche mit der Cauchyschen Theorie übereinstimmten. Rubens[6]) hat sich damit beschäftigt, das Reflexionsvermögen als Funktion des Einfallswinkels und den Verlauf des Reflexionsvermögens als Funktion der Wellenlänge genauer festzustellen.

Die Untersuchungen der optischen Eigenschaften der Metalle haben meist dazu gedient, die für die Metalloptik aufgestellten Theorieen zu prüfen. Alle Theorieen nehmen an, dafs ein Metall ihm individuelle optische Konstanten besitze. Aus zwei von einander unabhängige Beobachtungen müssen sich also alle andern berechnen lassen, die sich auf dasselbe Stück Metall beziehen. Die Beobachtungen erstreckten sich meist auf das von Metallen reflektierte Licht. Jamin zeigte, dafs die Abhängigkeit der Eigenschaften desselben vom Einfallswinkel sehr genau durch die Cauchyschen Formeln gegeben wird; dasselbe leisten aber auch die Voigtsche und die elektromagnetische Lichttheorie. Erstere liefert, wie Drude[7]) auseinandergesetzt hat, mit den Cauchyschen identische Formeln uud von letzterer hat Koláček[8]) die Übereinstimmung mit der Voigtschen, von rein mechanischen Prinzipien ausgehenden Theorie erwiesen. Die Bestätigung der Theorieen ist durch die Beobachtungen von Quincke,[9]) Wernicke[10]) und Kundt[11]) erweitert worden, indem sie zeigen, dafs die Werte für Absorption und Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit, die durch direkte Beobachtungen im durchgehenden Lichte gewonnen sind, mit den Werten übereinstimmen, welche die Theorie aus den Erscheinungen im reflektierten Lichte berechnet.

Der erste, der Gleichungen für die Reflexion an stark absorbierenden Medien, speziell an Metallen ableitete, war Mac Cullagh.[12]) Auf Grund seiner Annahme, dafs die Reflexion an Metallen in ähnlicher Weise wie bei der totalen Reflexion erfolgte, setzte er die Brechungsexponenten der Metalle imaginär und kam dadurch fast zu denselben Gleichungen, welche später Cauchy[13]) erhielt. Da dieser über die Ableitung seiner Gleichungen nur einige Andeutungen gemacht hatte, ent-

[1]) Fortschritte der Phys. 32, p. 588. [2]) Fortschritte der Phys. 36, p. 466. [3]) P. A. 129, p. 285. [4]) W. A. 29, p. 95 [5]) Ann. de chim. 30. [6]) W. A. 37, p. 249. [7]) W. A. 35, p. 508. [8]) W. A. 34, p. 675. [9]) Berl. Ber. 1863, p. 115. [10]) P. A. Ergb. 8, p. 65. [11]) W. A. 34, p. 469. [12]) Proceedings of the Irish Acad. 1836—37. I, p. 1 und II, p. 375. [13]) C. R., Tl. VIII, p. 96.; P. A. 74, p. 543.

wickelten dieselben die Herren Beer[1]), Eisenlohr[2]) und Lundquist.[3]) Gegen die Theorie von Cauchy hat sich Ketteler[4]) mit der Ausführung gewandt, dafs man nicht berechtigt sei, zur Entwicklung der Gleichungen für das reflektierte Licht die longitudinalen Schwingungen zu Hilfe zu nehmen. Durch den Fortfall der longitudinalen Wellen genügen aber die Cauchyschen Kontinuitätsbedingungen nicht mehr, auf welchem Prinzip der Kontinuität der Bewegung die Reflexionstheorie Cauchys wesentlich beruht. Ketteler macht nun statt der Cauchyschen Kontinuitätsbedingung drei Annahmen, von denen die ersten beiden im Grunde nicht anders als die eines kontinuierlichen Überganges der Bewegung aus einem Medium in ein zweites sind; die dritte Annahme schliefst die Unmöglichkeit der longitudinalen Wellen ein. Die Kettelerschen Gleichungen führen nun zu denselben Resultaten wie die Cauchyschen und ist durch sie bewiesen, dafs für die Theorie der Metallreflexion die Annahme von Longitudinalstrahlen nicht erforderlich ist.

II.

Theorie der Metallreflexion.

Fresnel hat den Fall der totalen Reflexion bei durchsichtigen Körpern mittelst einer Interpretation der erhaltenen imaginären Ausdrücke behandelt. Ergiebt sich für die Amplitude des reflektierten Strahles ein Ausdruck von der Form $a+b\sqrt{-1}$, so nimmt Fresnel an, dafs die Amplitude des reflektierten Strahles $\sqrt{a^2+b^2}$ ist, und dafs die Phasendifferenz $2\pi\frac{\varphi}{\lambda}$ zwischen dem einfallenden und dem reflektierten Strahle im Einfallspunkte durch $\operatorname{tang} 2\pi\frac{\varphi}{\lambda}=\frac{b}{a}$ gegeben ist. Mac Cullagh ging an der Hand dieser Art der Interpretation weiter. Er nahm für die Metallreflexion die Gleichungen:

$$\sin r=\frac{\sin i}{m}(\cos\chi+\sqrt{-1}\,\sin\chi),\ \cos r=\frac{\cos i}{m'}(\cos\chi'+\sqrt{-1}\,\sin\chi')$$

an, wo m, m', χ, χ' unbestimmte Gröfsen sind, während für die durchsichtigen Mittel $\sin r=\frac{\sin i}{n}$ oder $\sin r=\frac{\sin i}{n}(\cos^2\chi+\sin^2\chi)$ gilt. Ist das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert, so giebt Fresnels Theorie für die Amplitude des reflektierten Strahles den Ausdruck

$$v=-\frac{\sin\,(i-r)}{\sin\,(i+r)}\quad\text{oder:}\quad v=-\frac{\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\sin r}{\sin i}}{\frac{\cos r}{\cos i}+\frac{\sin r}{\sin i}}.$$

Es gelte diese Gleichung auch für die Metallreflexion, und es werden hierin die obigen imaginären Ausdrücke für $\frac{\sin r}{\sin i}$ und $\frac{\cos r}{\cos i}$ gesetzt, so folgert sich:

$$v=\frac{(m'\cos\chi-m\cos\chi')+\sqrt{-1}\,(m'\sin\chi-m\sin\chi')}{(m'\cos\chi+m\cos\chi')+\sqrt{-1}\,(m'\sin\chi+m\sin\chi')}$$

oder nach Rationalmachung des Nenners:

$$v=\frac{m'^2-m^2+2\,mm'\sin\,(\chi-\chi')\sqrt{-1}}{m^2+m'^2+2\,mm'\cos\,(\chi-\chi')}.$$

[1]) P. A. 92, p. 402. [2]) P. A. 104, p. 368. [3]) P. A. 112, p. 398. [4]) W. A. Bde. 1 und 3.

Wird dieser Ausdruck nach Fresnels Vorgang ausgelegt und mit R die Intensität des reflektierten Strahles, mit $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ die Phasendifferenz zwischen dem reflektierten und einfallenden Strahle bezeichnet, so ergiebt sich:

$$1.\quad\left\{\begin{array}{l} R=\frac{(m'^2-m^2)^2+4m^2m'^2\sin^2(\chi-\chi')}{[m^2+m'^2+2mm'\cos(\chi-\chi')]^2},\quad \operatorname{tang}2\pi\frac{\delta}{\lambda}=\frac{2mm'\sin(\chi-\chi')}{m'^2-m^2}. \\ \qquad\text{Der Ausdruck für } R \text{ läfst sich auf die Form bringen:} \\ R=\frac{m^2+m'^2-2mm'\cos(\chi-\chi')}{m^2+m'^2+2mm'\cos(\chi-\chi')}. \end{array}\right.$$

Infolge der Beziehung $\sin^2 r+\cos^2 r=1$ sind die Gröfsen m, m', χ, χ' nicht unabhängig von einander. Durch Quadrieren und Addieren der für $\sin r$ und $\cos r$ aufgestellten Ausdrücke entsteht die Gleichung:

$$1=\frac{\sin^2 i}{m^2}\cos 2\chi+\frac{\cos^2 i}{m'^2}\cos 2\chi'+\left(\frac{\sin^2 i}{m^2}\sin 2\chi+\frac{\cos^2 i}{m'^2}\sin 2\chi'\right)\sqrt{-1},$$

woraus die beiden Gleichungen:

$$\alpha.\quad\left\{\begin{array}{lcl} \frac{\sin^2 i}{m^2}\cos 2\chi+\frac{\cos^2 i}{m'^2}\cos 2\chi'=1 & & m'^2\sin^2 i\cos 2\chi+m^2\cos^2 i\cos 2\chi'=m^2m'^2 \\ & \text{oder:} & \\ \frac{\sin^2 i}{m^2}\sin 2\chi+\frac{\cos^2 i}{m'^2}\sin 2\chi'=0 & & m'^2\sin^2 i\sin 2\chi+m^2\cos^2 i\sin 2\chi'=0 \end{array}\right.$$

folgen. Es läfst sich demnach m' und χ' als Funktion von m, χ und i darstellen. Nun ist:

$$\sin 2\chi'=-\frac{m'^2}{m^2}\operatorname{tg}^2 i\sin 2\chi,\quad \cos 2\chi'=\frac{m'^2(m^2-\sin^2 i\cos 2\chi)}{m^2\cos^2 i}$$

und daher: $\operatorname{tang}2\chi'=-\frac{\sin^2 i\sin 2\chi}{m^2-\sin^2 i\cos 2\chi}$.

Wegen $\sin^2 2\chi'+\cos^2 2\chi'=1$ ergiebt sich:

$$1=\frac{m'^4}{m^4\cos^4 i}(m^4+\sin^4 i-2m^2\sin^2 i\cos 2\chi)\quad\text{oder:}\quad m'^2=\frac{m^2\cos^2 i}{\sqrt{m^4+\sin^4 i-2m^2\sin^2 i\cos 2\chi}}.$$

Zur Abkürzung sei $D^4=m^4+\sin^4 i-2m^2\sin^2 i\cos 2\chi$ gesetzt, also: $m'^2=\frac{m^2\cos^2 i}{D^2}$.

Nach einiger Rechnung erhält man:

$$\beta.\quad \operatorname{tang}2(\chi-\chi')=\frac{m^2\sin 2\chi}{m^2\cos 2\chi-\sin^2 i}\ \text{und hieraus:}\ \sin 2(\chi-\chi')=\frac{m^2\sin 2\chi}{D^2}.$$

Wird in 1. m' durch seinen Wert ersetzt, so bekommt man:

$$\text{I.}\quad R=\frac{D^2+\cos^2 i-2D\cos i\cos(\chi-\chi')}{D^2+\cos^2 i+2D\cos i\cos(\chi-\chi')},\quad \operatorname{tang}2\pi\frac{\delta}{\lambda}=\frac{2D\cos i\sin(\chi-\chi')}{\cos^2 i-D^2}.$$

Wir gehen zu dem Falle über, wo die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes auf der Einfallsebene senkrecht steht. Nach Fresnels Theorie ergiebt sich für die Amplitude des reflektierten Strahles $v'=-\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}$, woraus folgt: $v'=-\frac{1-\frac{\sin r\cos r}{\sin i\cos i}}{1+\frac{\sin r\cos r}{\sin i\cos i}}$, und wenn für $\sin r$ und $\cos r$ die imaginären Ausdrücke eingeführt werden: $v'=-\frac{m\cdot m'-\cos(\chi+\chi')-\sqrt{-1}\sin(\chi+\chi')}{m\cdot m'+\cos(\chi+\chi')+\sqrt{-1}\sin(\chi+\chi')}$.

Durch Rationalmachung des Nenners wird erhalten: $v' = -\frac{m^2 \cdot m'^2 - 1 - 2m\,m' \sin(\chi+\chi')\sqrt{-1}}{m^2 \cdot m'^2 + 1 + 2m\,m' \cos(\chi+\chi')}$.

Werden mit R' die Intensität des reflektierten Strahles, mit $2\pi\frac{\delta'}{\lambda}$ die Phasendifferenz bezeichnet, so erhält man: $R' = \frac{(m^2 m'^2 - 1)^2 + 4m^2 m'^2 \sin^2(\chi+\chi')}{[m^2 m'^2 + 1 + 2m\,m' \cos(\chi+\chi')]^2}$ oder:

$$R' = \frac{m^2 \cdot m'^2 + 1 - 2m \cdot m' \cos(\chi+\chi')}{m^2 \cdot m'^2 + 1 + 2m \cdot m' \cos(\chi+\chi')}, \quad \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2m\,m' \sin(\chi+\chi')}{m^2 m'^2 - 1}.$$

Werden m' und m'^2 durch die Werte in D, m und i ersetzt, so ergeben sich die Gleichungen:

$$\text{II.} \quad R' = \frac{m^4 \cos^2 i + D^2 - 2D\,m^2 \cos i \cos(\chi+\chi')}{m^4 \cos^2 i + D^2 + 2D\,m^2 \cos i \cos(\chi+\chi')}, \quad \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2D\,m^2 \cos i \sin(\chi+\chi')}{m^4 \cos^2 i - D^2}.$$

Die Gleichungen I und II sind von Mac Cullagh zuerst aufgestellt, sie vereinfachen sich, wenn auf die Umstände der Metallreflexion Rücksicht genommen wird. Es ist nämlich leicht zu zeigen, dafs m sehr grofs sein mufs. Für $i = 0$ ergiebt sich $D^2 = m^2$ und folglich: $\sin 2(\chi - \chi') = \sin 2\chi$, also: $\chi' = 0$; deshalb ist: $R = R' = \frac{m^2 + 1 - 2m\cos\chi}{m^2 + 1 + 2m\cos\chi}$. Nun lehrt das Experiment, dass bei normaler Reflexion an Metallflächen die Intensität des reflektierten Strahles nahe gleich 1 ist; es mufs demnach $2m\cos\chi$ klein sein im Vergleiche mit $m^2 + 1$ oder m klein im Vergleiche mit m^2, d. h. m sehr grofs sein. Da $\frac{1}{m^2}$ sehr klein ist, folgt ferner wegen der Gleichungen α, dafs χ' sehr klein ist. Mit Vernachlässigung von χ' in der für $\cos r$ aufgestellten Formel ergiebt sich $m' = \frac{\cos i}{\cos r}$. Hierdurch werden die Ausdrücke für das parallel zur Einfallsebene polarisierte Licht 1.:

$$\text{I}^1) \quad R = \frac{m^2 + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 2m\frac{\cos i}{\cos r}\cos\chi}{m^2 + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 2m\frac{\cos i}{\cos r}\cos\chi}, \quad \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{2m\frac{\cos i}{\cos r}\sin\chi}{\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - m^2},$$

und für das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht:

$$\text{II}^1) \quad R' = \frac{m^2\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 1 - 2m\frac{\cos i}{\cos r}\cos\chi}{m^2\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 1 + 2m\frac{\cos i}{\cos r}\cos\chi}, \quad \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2m\frac{\cos i}{\cos r}\sin\chi}{m^2\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 1}.$$

Diese Formeln gab Mac Cullagh an zweiter Stelle; er leitete sie noch auf einem andern induktiven Wege her. Es werden nämlich die für durchsichtige Körper gefundenen Formeln so in möglichst einfacher Weise modifiziert, dafs dieselben durch eine Erweiterung der Bedeutung ihrer Koeffizienten zur Erklärung der Erscheinung der Metallreflexion geeignet werden. Wenn der Körper durchsichtig und das einfallende Licht in der Polarisationsebene polarisiert ist, ergiebt sich für die Intensität R des reflektierten Strahles:

$$R = \frac{(\sin i \cos r - \cos i \sin r)^2}{(\sin i \cos r + \cos i \sin r)^2} \text{ oder: } R = \frac{\frac{\sin i^2}{\sin^2 r} + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} - 2\frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r}}{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} + \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} + 2\frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r}}.$$

Hierin ist $\sin i = n \sin r$; wird $\frac{\cos i}{\cos r} = \varphi$ gesetzt, so erhält man: $R = \frac{n^2 + \varphi^2 - 2n\varphi}{n^2 + \varphi^2 + 2n\varphi}$. Ebenso ergiebt sich, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist: $R' = \frac{n^2\varphi^2 + 1 - 2n\varphi}{n^2\varphi^2 + 1 + 2n\varphi}$. Mac Cullagh nimmt nun an, dafs bei der Metallreflexion die Koeffizienten von φ^2 und φ nicht mehr gleich n^2 und n sind, dafs aber ihr Verhältnis immer noch gleich n ist. Sind also M^2 und N die neuen Koeffizienten, so ist $\frac{M^2}{N} = n$. Nach diesen Annahmen erscheint der Fall durchsichtiger Körper als ein spezieller, aus der Annahme $M = N$ hervorgehender Fall. Die Intensitäten R und R' nehmen nun die Form an:

$$R = \frac{M^2 + \varphi^2 - 2N\varphi}{M^2 + \varphi^2 + 2N\varphi};\quad R' = \frac{M^2\varphi^2 + 1 - 2N\varphi}{M^2\varphi^2 + 1 + 2N\varphi}.$$

R kann auf die Form gebracht werden: $R = \frac{(M^2 - \varphi^2)^2 + 4(M^2 - N^2)\varphi^2}{(M^2 + \varphi^2 + 2N\varphi)^2}$.

Unter der Voraussetzung $M^2 > N^2$ erscheint R als Summe zweier Quadrate und kann mittelst der Auslegung Fresnels die Form $a + b\sqrt{-1}$ annehmen, wo die Intensität gleich $a^2 + b^2$ und die Phasendifferenz $\operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{b}{a}$ ist. Da $M^2 > N^2$ sein soll, darf $\frac{N}{M} = \cos\chi$ gesetzt werden.

Hierdurch erhält man: $R = \frac{M^2 + \varphi^2 - 2M\varphi\cos\chi}{M^2 + \varphi^2 + 2M\varphi\cos\chi}$, $\operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{2M\varphi\sin\chi}{M^2 - \varphi^2}$.

Ebenso findet sich für das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht:

$$R' = \frac{M^2\varphi^2 + 1 - 2M\varphi\cos\chi}{M^2\varphi^2 + 1 + 2M\varphi\cos\chi},\quad \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta'}{\lambda} = \frac{2M\varphi\sin\chi}{M^2\varphi^2 - 1}.$$

Diese Formeln sind mit denen I' und II' identisch.

Für die Phasendifferenz der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Strahles hat man: $\operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta - \delta'}{\lambda} = \frac{2M\varphi\sin\chi(M^2+1)(\varphi^2-1)}{(M^2-\varphi^2)(M^2\varphi^2-1) + 4M^2\varphi^2\sin^2\chi}$.

Mac Cullagh erhielt diese Formeln als Resultate einer nicht veröffentlichten Theorie, jedoch gewähren einige Andeutungen einen Einblick in dieselbe. Er nahm an, dafs an der Oberfläche der Metalle eine Brechung stattfindet, und dafs das sich fortpflanzende, gebrochene Licht sehr rasch absorbiert wird. Er drückte die gebrochene Vibrationsbewegung durch ein Produkt von $\sin 2\pi\frac{t}{T}$ in eine Exponentielle mit sehr grofsem negativem und der Entfernung von der brechenden Fläche proportionalem Exponenten aus, verwandte auch das Prinzip der lebendigen Kräfte und das Prinzip der Kontinuität, beschränkte aber letzteres auf die der Trennungsfläche parallelen Komponenten der Bewegung im Widerspruch mit seiner Theorie der durchsichtigen Körper. Zur Unterdrückung seiner Theorie der Metallreflexion veranlafsten ihn die Schwierigkeiten bei der Erklärung der Eigenschaften des Diamanten, der ein den Metallen analoges Verhalten zeigt, zu dessen Erklärung er demselben ein grofses Absorptionsvermögen hätte zuschreiben müssen.

Cauchy hat Formeln gegeben, welche mit denen Mac Cullaghs zum grofsen Teil übereinstimmen. Seiner Reflexionstheorie liegen zwei Prinzipien zu Grunde. Das erste verlangt, dafs die Periode aller bei dem Übergange des Lichtes aus einem Mittel ins andere zur Sprache kommenden Bewegungen gleich sei; es ist dies das von Cauchy sogenannte Prinzip der korrespondierenden Bewegungen. Dem zweiten Prinzip zufolge zeigt der Ort von Ätherteilchen, die auf einem Einfallslote liegen, keine Unterbrechung der Stetigkeit, wenn man aus dem ersten Mittel in das zweite übergeht, und zwar findet dies für jedes Einfallslot und zu jeder Zeit statt; es ist dies das Prinzip der Kontinuität der Bewegung. — Nach Cauchy ist nicht nur die Differenz der Geschwindigkeitskomponenten benachbarter Moleküle unendlich klein, sondern auch die Differenz der Derivierten dieser Komponenten.

Man hat also zwei Gleichungen, um die Kontinuität der Bewegungen längs der Normale auszudrücken, und hat die analogen Gleichungen für zwei weitere rechtwinklige Achsen hinzuzufügen, welche in der Trennungsfläche liegen.

Ist das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert, so sind nur die Gleichungen aufzustellen, welche sich auf die Bewegung senkrecht zur Einfallsebene beziehen.

Im Schnittpunkte I der Normale und der Trennungsfläche SS' sei die Vibrationsgeschwindigkeit infolge der einfallenden Bewegung zur Zeit t gleich $2\pi\frac{t}{T}$; dann ist die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m auf der Normale, von I um z entfernt, gleich derjenigen des Punktes p, wenn $Ip = z \cdot \cos i$ ist und i den Inzidenzwinkel bedeutet. Die Vibrationsgeschwindigkeit von m ist demnach $\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{z\cos i}{\lambda}\right)$. Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m infolge der reflektierten Bewegung ist zur Zeit t gleich: $v \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z\cos i}{\lambda}\right)$. Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m', von I um $-z$ entfernt, ist gleich der des Punktes p', wenn $Ip' = -z \cos r$ ist und r den Brechungswinkel bedeutet, Die Vibrationsgeschwindigkeit des Punktes m' ist infolge der gebrochenen Bewegung: $u \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{z\cos r}{\lambda'}\right)$. Für $z=0$ wird die Summe der beiden ersten Vibrationsgeschwindigkeiten gleich der letzteren: $1+v=u$. Diese Formel hat bereits Fresnel aus dem Kontinuitätsprinzipe hergeleitet.

Zur Ermittlung der zweiten Gleichung ist die Summe der in Bezug auf z genommenen Differentialquotienten der beiden ersten Geschwindigkeiten für $z=0$ dem Differentialquotienten der letzteren Geschwindigkeit gleichzusetzen; es folgt daraus:

$$\frac{2\pi\cos i}{\lambda}\cos 2\pi\frac{t}{T}-\frac{v\,2\pi\cos i}{\lambda}\cos 2\pi\frac{t}{T}=u\,\frac{2\pi\cos r}{\lambda'}\cos 2\pi\frac{t}{T} \text{ oder:}$$

$\frac{\cos i}{\lambda}(1-v=\frac{u\cos r}{\lambda'}$, und wenn $\frac{\lambda}{\lambda'}$ durch $\frac{\sin i}{\sin r}$ ersetzt wird: $(1-v)\sin r\cos i = u\sin i\cos r$. Dieselbe Gleichung hat Fresnel aus dem Prinzipe der lebendigen Kräfte erhalten.

Wir gehen nunmehr zur Anwendung der Cauchyschen Theorie auf die Metalle über und zwar für den Fall, dafs das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert ist. Die Gleichungen werden wie bei den durchsichtigen Körpern aufgestellt. Die Geschwindigkeit des Punktes m ist gleich $\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{z\cos i}{\lambda}\right)$. Das Experiment ergiebt nun in Bezug auf den reflektierten Strahl eine durch die Reflexion hervorgerufene Phasendifferenz, daher wird die Vibrationsgeschwindigkeit des reflektierten Strahles im Punkte m zur Zeit t: $v \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\varphi - z\cos i}{\lambda}\right)$.

Das Experiment lehrt weiter, dafs die Intensität des gebrochenen Strahles so schnell abnimmt, dafs dieselbe in einer sehr kleinen Entfernung von der Trennungsfläche verschwindet. Es ist wahrscheinlich, dafs sich die Bewegung des Äthers den Körpermolekülen mitteilt und in Wärme umsetzt. Nun nimmt in einem absorbierenden Körper die Intensität des Strahles in geometrischer Progression ab, wenn die Wellenlänge in arithmetischer Progression zunimmt. Der Ausdruck für die Vibrationsgeschwindigkeit des gebrochenen Strahles ist also mit einem Faktor von der Form $e^{-h \cdot m'k}$ zu versehen, worin $m'k$ der im Metalle zurückgelegte Weg gleich $\frac{-z}{\cos r}$ ist. Für die Vibrationsgeschwindigkeit des gebrochenen Strahles im Punkte m' zur Zeit t unter der Annahme, dafs eine Phasendifferenz ψ entstanden ist, erhält man demnach:

$$u\, e^{\frac{hz}{\cos r}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi + z \cos r}{\lambda'}\right).$$

Nach dem Kontinuitätsprinzipe ist nun für $z = 0$ die Summe der beiden ersten Geschwindigkeiten gleich der letzteren; daher ergiebt sich: $\sin 2\pi \frac{t}{T} + v \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\varphi}{\lambda}\right) = u \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'}\right)$.

Setzt man ferner die nach z genommenen Ableitungen der beiden ersteren Geschwindigkeiten denen der letzeren für $z = 0$ gleich, so erhält man:

$$\frac{2\pi \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi v \cos i}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\varphi}{\lambda}\right) = \frac{u h}{\cos r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'}\right) + \frac{2\pi u \cos r}{\lambda'} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\psi}{\lambda'}\right).$$

Diese beiden Gleichungen gelten für jeden Zeitmoment. Durch Entwicklung der ersten ergiebt sich:

$$\sin 2\pi \frac{t}{T}\left(1 + v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - u \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}\right) + \cos 2\pi \frac{t}{T}\left(v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - u \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}\right) = 0.$$

Da die beiden Koeffizienten von $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ und $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ jeder für sich gleich 0 sein müssen, so hat man die beiden Gleichungen:

$$\text{a)}\quad 1 + v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - u \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} = 0, \qquad \text{b)}\quad v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - u \sin \frac{2\pi \psi}{\lambda'} = 0.$$

Ebenso erhält man aus der zweiten der obigen Gleichungen die beiden neuen:

$$0 = 1 - v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{u h \cdot \lambda}{2\pi \cos r \cdot \cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} - u \frac{\cos r}{\cos i} \frac{\lambda}{\lambda'} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'},$$

$$0 = v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{u h \lambda}{2\pi \cos r \cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} + u \frac{\cos r}{\cos i} \frac{\lambda}{\lambda'} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}$$ oder, da $\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin i}{\sin r}$ ist, unter Einführung von $\gamma = \frac{h \lambda}{2\pi \cos r}$:

$$\text{c)}\quad 0 = 1 - v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{u \gamma}{\cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} - u \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'},$$

$$\text{d)}\quad 0 = v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{u \gamma}{\cos i} \cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'} + u \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}.$$

Aus den Gleichungen (a bis d) lassen sich v, u, φ, ψ berechnen; zur Berechnung von und φ führe man die Werte für $\cos 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}$ und $u \sin 2\pi \frac{\psi}{\lambda'}$ aus a und b in c und d ein:

$$1 - v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = \frac{\gamma v}{\cos i} \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} + \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}\left(1 + v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}\right),$$

$$v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = \frac{\gamma}{\cos i} \left(1 + v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}\right) - \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}.$$

Diese Gleichungen lassen sich umformen in:

$$\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r}\right) v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} + \frac{\gamma v}{\cos i} \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = 1 - \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r},$$

$$\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r}\right) v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{\gamma v}{\cos i} \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = \frac{\gamma}{\cos i}.$$

Nach Auflösung nach $v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}$ und $v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}$ ergiebt sich:

$$v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} \left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}\right] = \frac{2\gamma}{\cos i},$$

$$v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} \left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}\right] = 1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}.$$

Durch Division beider Gleichungen folgert sich:

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = \frac{\frac{2\gamma}{\cos i}}{1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}} \text{ oder auch: } \operatorname{tang} 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = -\frac{2\gamma \cos i \sin^2 r}{\sin(i-r)\sin(i+r) + \gamma^2 \sin^2 r}.$$

Die Quadratsumme von $v \sin 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}$ und $v \cos 2\pi \frac{\varphi}{\lambda}$ ergiebt:

$$v^2 = \frac{\frac{4\gamma^2}{\cos^2 i} + \left(1 - \frac{\sin^2 i \cos^2 r}{\cos^2 i \sin^2 r} - \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}\right)^2}{\left[\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\cos i \sin r}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}\right]^2} \text{ oder: e) } v^2 = \frac{\left(1 - \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}}{\left(1 + \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\cos^2 i}}$$

oder endlich: e[1]) $v^2 = \frac{\sin^2(i-r) + \gamma^2 \sin^2 r}{\sin^2(i+r) + \gamma^2 \sin^2 r}$.

Es sollen die Formeln Mac Cullaghs und Cauchys verglichen werden. Man nehme an, dafs der gebrochene Strahl sich im Metalle wie in einem durchsichtigen Körper verhalte, dafs also $\frac{\sin i}{\sin r}$ konstant sei, dafs ferner $\frac{\gamma}{\cos r}$ auch konstant sei, und setze:

$\frac{\sin i}{\sin r} = M \cos \psi$, $\frac{\gamma}{\cos r} = M \sin \psi$, wo $M^2 = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} + \frac{\gamma^2}{\cos^2 r}$, $\operatorname{tang} \psi = \frac{\gamma \sin r}{\sin i \cos r}$ sind.

Multipliziert man in Gleichung e) Zähler und Nenner der rechten Seite mit $\frac{\cos^2 i}{\cos^2 r}$, ersetzt $\frac{\sin i}{\sin r}$, $\frac{\gamma}{\cos r}$ durch die Werte und führt $\frac{\cos i}{\cos r} = \mu$ ein, so erhält man:

$v^2 = \frac{(\mu - M\cos\psi)^2 + M^2 \sin^2\psi}{(\mu + M\cos\psi)^2 + M^2\sin^2\psi} = \frac{M^2 + \mu^2 - 2\mu M \cos\psi}{M^2 + \mu^2 + 2\mu M\cos\psi}$ und gelangt zur Formel Mac Cullaghs pag. 14): $R = \frac{M^2 + \varphi^2 - 2M\varphi\cos\chi}{M^2 + \varphi^2 + 2M\varphi\cos\chi}$.

Auch auf die Gleichung I kann die Cauchysche Formel gebracht werden. Denn aus e) erhält man:

$$v^2 = \frac{\cos^2 i + \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}\cos^2 r - 2\,\frac{\sin i \cos i \cos r}{\sin r} + \gamma^2}{\cos^2 i + \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}\cos^2 r + 2\,\frac{\sin i \cos i \cos r}{\sin r} + \gamma^2}.$$ Setzt man nun:

f) $D^2 = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}\cos^2 r + \gamma^2$, g) $D \cos(\chi - \chi') = \frac{\sin i}{\sin r}\cos r$, so hat man die Gleichung I Mac Cullaghs.

Nach Gleichung β) aber ist $D^2 = \frac{m^2 \sin 2\chi}{\sin 2(\chi - \chi')}$ und $\operatorname{tang} 2(\chi - \chi') = \frac{m^2 \sin 2\chi}{m^2 \cos 2\chi - \sin^2 i}$.

Die Formeln lassen sich demnach zur Koincidenz bringen, aber nur durch eine Hypothese, deren physikalische Bedeutung unbekannt ist. Zur Übereinstimmung der für die Phasendifferenzen aufgestellten Formeln quadriere man g), subtrahiere es von f) und ziehe die Wurzel daraus: $D \sin(\chi - \chi') = \gamma$. Diesen Wert für $D \sin(\chi - \chi')$ und den aus f) für D^2 führe man in die Formel I ein und erhält:

$$\operatorname{tg} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\gamma \cos i}{\cos^2 i - \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}\cos^2 r - \gamma^2} \quad \text{oder: } \operatorname{tang} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = -\frac{2\gamma \cos i \sin^2 r}{\sin(i - r)\sin(i + r) + \gamma^2 \sin^2 r},$$

wie bei Cauchy.

Die Bestimmung von $\frac{\sin i}{\sin r}$ und γ bei den Metallen ist schwierig. Für die senkrechte Incidenz ist $\cos r = 1$ und folglich, wenn für diesen Fall der Wert von γ mit g bezeichet wird, nimmt die Gleichung $\gamma = \frac{h\lambda}{2\pi \cos r}$ die Form an: $g = \frac{h\lambda}{2\pi}$.

Durch Einführung dieses Wertes in f) und g) erhält man: $D^2 = n^2 + g^2$, $D \cos\chi = n$, weil für $i = 0$, $\chi' = 0$ ist, wie oben gezeigt wurde. Ans diesen Gleichungen folgt: $D^2 = D^2 \cos^2\chi + g^2$ oder $D \sin\chi = g$.

Für die normale Incidenz ergiebt sich ferner aus: $D^2 = \frac{m^2 \sin 2\chi}{\sin 2(\chi - \chi')}$ die Gleichung: $D^2 = m^2$; daher hat man die Resultate: $m \cos\chi = n$, $m \sin\chi = g$, die darauf führen, für die normale Incidenz den Brechungsexponenten gleich $m \cos\chi$ und den Absorptionskoeffizienten gleich $m \sin\chi$ zu setzen.

Im Falle, wo das einfallende Licht normal zur Einfallsebene polarisiert ist, stöfst die Anwendung des Kontinuitätsprinzipes auf Schwierigkeiten; die von Cauchy für die Intensität des reflektierten Lichtes gegebene Formel stimmt mit II überein:

$$R' = \frac{m^4 \cos^2 i + D^2 - 2D\, m^2 \cos i \cos(\chi - \chi')}{m^4 \cos^2 i + D^2 + 2D\, m^2 \cos i \cos(\chi + \chi')}.$$

Cauchy gab weder für das parallel zur Einfallsebene polarisierte Licht, noch für das senkrecht zu derselben polarisierte die Werte der durch die Reflexion eingeführten Phasendifferenzen, er veröffentlichte aber eine Formel, welche die Phasendifferenz zwischen den beiden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichtes giebt. Diese Formel ist: $\operatorname{tang} 2\pi\frac{\varDelta}{\lambda} = \operatorname{tang} 2\omega \sin(\chi - \chi')$, wo der Winkel ω durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{D \cos i}{\sin^2 i}.\quad \text{Hieraus ergiebt sich } \operatorname{tg} 2\omega = \frac{2D \cos i \sin^2 i}{\sin^4 i - D^2 \cos^2 i} \text{ und}$$

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2D \cos i \sin^2 i \sin(\chi - \chi')}{\sin^4 i - D^2 \cos^2 i}.$$

Diese Formel koincidiert nicht mit derjenigen, die aus den Formeln I und II gewonnen wird; ist jedoch m sehr grofs, was für die Metalle bewiesen wurde, so ergiebt sich eine angenäherte Übereinstimmung der Formeln. In diesem Falle ist nämlich angenähert zu setzen $D^2 = m^2$ wegen der Gleichung für D^4 auf pag. 12; ebenso wird wegen Gleichung (β) für $\operatorname{tg} 2(\chi - \chi')$ angenähert χ' gleich Null. Daher ergiebt sich mit einem gewissen Grade der Annäherung für Cauchys Formel der Phasendifferenz der senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichtes: $\operatorname{tang} 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = -\frac{2 \sin^2 i \sin \chi}{m \cos i} = -\frac{2 \sin i \operatorname{tang} i \sin \chi}{m}$.

Für die Formeln Mac Cullaghs wird angenähert:

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = -\frac{2 \cos i \sin \chi}{m},\quad \operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = -\frac{2 \sin \chi}{m \cos i}.$$

Hieraus ergiebt sich:

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = \frac{\frac{2 \cos i \sin \chi}{m} - \frac{2 \sin \chi}{m \cos i}}{1 + \frac{4 \sin^2 \chi}{m^2}} \text{ oder: } \operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = -\frac{2m \sin^2 i \sin \chi}{(m^2 + 4 \sin^2 \chi) \cos i}; \text{ oder end-}$$

lich näherungsweise: $\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta' - \delta}{\lambda} = -\frac{2 \sin i \operatorname{tang} i \sin \chi}{m}$, wie bei Cauchy.

III.

Die durch Metalle hervorgebrachte elliptische Polarisation des Lichtes.

Aus den Versuchen Brewsters geht hervor, dafs ein auf Metalle fallender Lichtstrahl durch deren Einwirkung zum Teil polarisiert ist. Die Polarisation ist am stärksten bei der Zurückwerfung an Bleiglanz, am schwächsten bei der Reflexion von Silber; zwischen diesen Polarisationen stehen der Stärke nach geordnet diejenigen bei der Reflexion an Blei, Glanzkobalt, Speiskobalt, Antimon, Stahl, Zink, Wismut, Spiegelmetall, Platin, Quecksilber, Kupfer, Weifsblech, Messing, Gold. Der Winkel, unter dem das Licht reflektiert werden mufs, damit die Wirkung am deutlichsten wird, ist ungefähr 75°, ändert sich jedoch von Metall zu Metall. Durch mehrfache Reflexion bei konstanter Einfallsebene nimmt die Polarisation zu, und das Licht wird durch hinreichend oft wiederholte Reflexion vollständig in der Einfallsebene polarisiert. Wenn das Licht einer Wachskerze von Stahlplatten reflektiert wird, so ist es nach achtmaliger Reflexion bei Einfallswinkeln zwischen 60° und 80° vollständig polarisiert; für Blei und Kobalt bedarf es einer geringeren, für Silber einer grösseren Anzahl von Reflexionen. — Bei Anwendung von polarisiertem Lichte für diese Versuche, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen Winkel von 45° einschliefst, ist nach zwei Reflexionen unter einem bestimmten Einfallswinkel das Licht wieder linear polarisiert oder nach Brewsters Ausdrucksweise die Polarisation wiederhergestellt, wenn die beiden Reflexionsebenen zusammenfallen. Der Einfallswinkel ist für jedes Metall ein bestimmter, für Stahl 75°; Brewster nennt ihn den Winkel des Polarisationsmaximums oder auch kurz Polarisationswinkel, jetzt heifst er gewöhnlich Haupteinfallswinkel. Die Polarisationsebene nach zweimaliger Reflexion ist stets eine andere, sie liegt an der anderen Seite der Einfallsebene, welche den spitzen Winkel zwischen der Polarisationsebene in der zweiten Lage mit derjenigen in der Lage vor der Reflexion schneidet. Neumann nahm nach den Versuchen Brewsters an, dafs parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht nach der Reflexion an einer Metallfläche in derselben Ebene polarisiert bleibt. Es können demnach in diesen beiden Fällen nur die Amplitude und Phase des Strahles eine Veränderung erleiden. Ein in einer beliebigen Ebene polarisierter, einfallender Strahl kann stets in zwei parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Strahlen zerlegt werden, und es ist deshalb zu untersuchen, wie diese beiden Strahlen durch die Metallreflexion modifiziert werden. Unter der Voraussetzung, dafs die Amplituden allein verändert werden, müfste durch die Reflexion eine Drehung der Polarisationsebene bewirkt werden, der reflektierte Strahl jedoch geradlinig polarisiert bleiben. Da diese Voraussetzung durch die Versuche widerlegt wird, so mufs man annehmen, dafs bei der Metallreflexion eine Phasendifferenz zwischen den beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen entsteht, und es ergiebt sich hieraus, dafs der reflektierte Strahl im allgemeinen elliptisch polarisiert wird, d. h. dafs die Ätherteilchen sich in elliptischen Bahnen bewegen. Aus der Annahme über die Amplituden = und Phasenveränderungen, welche die beiden Komponenten des einfallenden Strahles bei der Reflexion erleiden, müssen sich alle Wirkungen der Metallreflexion ergeben; deshalb ist die von Brewster beobachtete Depolarisation nichts anderes als eine elliptische Polarisation. Zur Erkennung der elliptischen Polarisation des von Metallplatten reflektierten Lichtes liefs de Sénarmont[1]) den Hauptschnitt von $\frac{\lambda}{4}$ - Glimmerblättchen mit der Ebene der scheinbaren partiellen Polarisation zusammenfallen. In dieser Ebene musste, wenn die schwingenden Ätherteilchen eine Ellipse beschreiben, eine ihrer Achsen sich befinden und infolge des Durchdringens des Glimmerblättchens die Polarisation wiederhergestellt sein. Diese Methode ergab aber wegen der Dispersion des Glimmerblättchens bei Anwendung weissen Lichtes keine genauen Resultate, de Sénarmont selbst giebt die Unsicherheit seiner Versuche an Spiegeln von Stahl, Spiegelmetall und Silber (aus Teilen: 0,9 Silber und 0,1 Kupfer) zu.

Dagegen waren die Beobachtungen Mac Cullaghs[2]) zur Bestätigung der Theorie besser, er nahm ein Fresnelsches Parallelepiped, dessen Einwirkung auf Strahlen jeder Farbe fast gleich ist, anstatt des Glimmers. Ein durch ein Nicolsches Prisma geradlinig, alsdann durch Reflexion an einer Metallfläche elliptisch polarisierter Lichtstrahl durchdrang das Parallelepiped. Das einfallende Licht war unter 45° gegen die Einfallsebene polarisiert, die Lage und das Gröfsenverhältnis der Achsen der Vibrationsellipse bestimmten die Gleichungen, in denen für unseren Falle $\alpha = 45°$ zu nehmen ist:

$$\operatorname{tang} 2\vartheta = \frac{(n'-n)\sin 2\alpha}{2f+(n'+n)\cos 2\alpha}, \quad \sin 2\beta = \frac{2g\sin 2\alpha}{n'+n+2f\cos 2\alpha}, \quad \text{wobei } f = \left(m-\frac{1}{m}\right)\cos\chi,$$

$g = \left(m+\frac{1}{m}\right)\sin\chi$ sind. Zwischen dem Incidenzwinkel i und dem Brechungswinkel r bestehen die Zusammenhänge: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{m}{\cos\chi}$, $\frac{\cos i}{\cos r} = M$. Ferner sind $n = \frac{1}{\mu} - \mu$ und $n' = \frac{f^2+g^2}{n}$.

---

[1]) P. A. Ergb. 1, p. 451. [2]) Proceedings of the Royal Irish Academy II, p. 379.

Durch zwei Messungen wurden die Konstanten m und χ bestimmt; für Spiegelmetall fand Mac Cullagh $m = 2{,}94$, $\chi = 64^\circ\ 25'$ und folgende Werte für ϑ und β aus den Gleichungen: $\operatorname{tang} 2\vartheta = \frac{n' - n}{2f}$ und $\sin 2\beta = \frac{2g}{n' + n}$.

Einfallswinkel i	ϑ Winkel einer der Achsen der Vibrationsellipse mit der Einfallsebene		β Winkel, deren Tangenten dem Achsenverhältnisse gleich sind	
	gemessen	berechnet	gemessen	berechnet
65°	27° 55′	27° 53′	28° 0′	28° 0′
70°	15° 41′	15° 44′	33° 7′	33° 1′
75°	− 8° 45′	− 9° 16′	34° 10′	34° 6′
80°	− 30° 15′	− 29° 25′	27° 0′	26° 53′
84°	− 37° 22′	− 37° 25′	16° 47′	17° 17′

Zur Erklärung der von Brewster beobachteten Depolarisation zeigte Jamin,[1]) dafs ein elliptisch polarisierter Lichtstrahl in zwei Strahlen zerlegt werden kann, deren Phasen um $^1/_4$ Wellenlänge verschieden sind, und dafs, wenn der elliptisch polarisierte Lichtstrahl auf ein doppeltbrechendes Prisma fällt, dessen Hauptschnitt parallel einer der Achsen der Trajektorie ist, nach dem Durchgang die Intensität des einen Strahles die möglichst gröfste, die des anderen die möglichst kleinste ist, sowie dafs die Intensitäten der beiden Bilder gleich sind, falls der Hauptschnitt des Prismas mit der Richtung der Ellipsenachsen einen Winkel von 45° einschliesst. — Es sei nun $90^\circ - a$ das Polarisationsazimut des einfallenden Strahles, der durch zwei nach den Hauptazimuten gerichteten Schwingungen ersetzt werden soll, deren Amplituden $\sin a$ und $\cos a$ sind. Diese Schwingungen erfahren bei der Reflexion eine Änderung ihrer Phase und Amplitude. Es seien der Phasenunterschied δ, die Intensitäten des senkrecht, bezw. parallel zur Einfallsebene polarisiert reflektierten Lichtes durch die Fresnelschen Formeln gegeben: $I^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 (i - r)}{\operatorname{tg}^2 (i + r)}$, $J^2 = \frac{\sin^2 (i - r)}{\sin^2 (i + r)}$, die Koordinaten der schwingenden Teilchen in der Einfallsebene, bezw. senkrecht darauf, nach der Reflexion durch die Gleichungen bestimmt:

$x = I \cos a \cos 2\pi \frac{t}{T}$, $y = J \sin a \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$. Ist ferner $\frac{I \cos a}{J \sin a} = \operatorname{cotg} \alpha$ oder $\frac{I \cos a}{\cos \alpha} = \frac{J \sin a}{\sin \alpha} = \lambda$ gesetzt, so wird bei Vernachlässigung des konstanten Faktors:

$$1.\quad x = \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right).$$

Durch Elimination der Zeit zwischen diesen Gleichungen ergiebt sich die Gleichung der Trajektorie, welche eine Ellipse darstellt: $\frac{y^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \delta}{\sin \alpha \cos \alpha} xy = \sin^2 \delta$. Zur Bestimmung der Richtungen und Längen der Ellipsenachsen sei ein neues Koordinatensystem eingeführt, das mit dem ersten einen Winkel ω bildet, der dadurch bestimmt wird, dafs der Koeffizient von xy verschwindet. Demnach ist: $x = x' \cos \omega - y' \sin \omega$, $y = x' \sin \omega + y' \cos \omega$ zu setzen und es ergeben sich, falls für x', y' wieder x, y geschrieben wird, die Gleichungen:

[1]) P. A. Ergb. 2, p. 437.

$$2.\ \left.\begin{cases} y^2\,(\sin^2\alpha\,\sin^2\omega+\cos^2\alpha\,\cos^2\omega+2\sin\alpha\,\cos\alpha\,\sin\omega\,\cos\omega\,\cos\delta) \\ +x^2\,(\cos^2\alpha\,\sin^2\omega+\sin^2\alpha\,\cos^2\omega-2\sin\alpha\cos\alpha\,\sin\omega\,\cos\omega\,\cos\delta)\end{cases}\right\}=\sin^2\delta\,\sin^2\alpha\cos^2\alpha,$$

$$\operatorname{tang}\,2\,\omega=\operatorname{tang}\,2\,\alpha\,\cos\delta.$$

Diese Gleichung giebt die Richtung der beiden Achsen; wird ω durch seinen Wert in den Koeffizienten y^2 und x^2 ersetzt, so sind von resultierenden Ausdrücken der erste der x-Achse, der zweite der y-Achse proportional. Es werde eingeführt:

$$3.\ \begin{cases} A^2=\sin^2\alpha\,\sin^2\omega+\cos^2\alpha\,\cos^2\omega+{}^1/_2\sin 2\,\alpha\,\cos 2\,\omega\,\cos\delta \\ B^2=\sin^2\alpha\,\cos^2\omega+\cos^2\alpha\,\sin^2\omega-{}^1/_2\sin 2\,\alpha\,\sin 2\,\omega\,\cos\delta.\end{cases}$$

Fallen nun die beiden rechtwinkligen Schwingungen 1. des elliptisch polarisierten Strahles auf ein doppeltbrechendes Prisma, das mit der Einfallsebene Ox einen Winkel ω bildet, so folgert sich, wenn mit ξ die Schwingung im Sinne des Hauptschnittes, mit η die in senkrechter Richtung bezeichnet werden: $\xi=y\sin\omega+x\cos\omega$, $\eta=y\cos\omega-x\sin\omega$. Diese beiden Schwingungen lassen sich ausdrücken: $\xi=A'\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\delta'\right)$, $\eta=B'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\delta''\right)$. Hierbei sind nach der Fresnelschen Regel:

$$3'.\ \begin{cases} A'^2=\sin^2\alpha\,\cos^2\omega+\cos^2\alpha\,\cos^2\omega+{}^1/_2\sin 2\,\alpha\,\cos 2\,\omega\,\cos\delta \\ B'^2=\sin^2\alpha\,\cos^2\omega+\cos^2\alpha\,\sin^2\omega-{}^1/_2\sin 2\,\alpha\,\sin 2\,\omega\,\cos\delta\end{cases}$$

und $\operatorname{tang}\,\delta'=\dfrac{\sin\alpha\,\sin\omega\,\sin\delta}{\cos\alpha\,\cos\omega+\sin\alpha\,\sin\omega\,\cos\delta}$, $\operatorname{tang}\,\delta''=\dfrac{\sin\alpha\,\cos\omega\,\sin\delta}{-\cos\alpha\,\sin\omega+\sin\alpha\,\cos\omega\,\cos\delta}$.

Aus den beiden letzten Gleichungen berechnet sich der Phasenunterschied:

$$4.\ \operatorname{tang}(\delta'-\delta'')=\frac{\sin\delta\,\sin 2\,\alpha}{\sin 2\,\omega\,\cos 2\,\alpha-\sin 2\,\alpha\,\cos 2\,\omega\,\cos\delta}.$$

Durch Differentiation der ersten beiden Gleichungen 3'. nach ω ergeben sich die Richtungen, für welche die Bilder Maxima und Minima sind: $-\cos 2\,\alpha\,\sin 2\,\omega+\sin 2\,\alpha\,\cos 2\,\omega\,\cos\delta$ und $\cos 2\,\alpha\,\sin 2\,\omega-\sin 2\,\alpha\,\cos 2\,\omega\,\cos\delta$.
Da beide Differentiale bis auf das Vorzeichen gleich sind, folgt, daſs das eine Bild ein Maximum ist, wenn das andere ein Minimum ist, und umgekehrt. Zur Ermittlung der gefundenen Richtung sind die Differentiale gleich Null zu nehmen, daher ergiebt sich Gleichung 2. $\operatorname{tang}\,2\,\omega=\operatorname{tang}\,2\,\alpha\cos\delta$. Es folgert sich nun 1. Die Bilder werden ein Maximum bezw. Minimum sein, wenn der Hauptschnitt des Zerlegers in die Richtung einer der Ellipsenachsen fällt,

wegen der Gleichheit von 3 und 3': 2. die Intensität der Schwingung in Richtung der Achsen der Ellipse ist proportional dem Quadrat der Länge derselben. Hieraus schlieſst sich, daſs beim Zusammenfallen des Hauptschnittes des Prismas mit der groſsen Ellipsenachse die Schwingung nach dieser gerichtet ist, d. h. daſs der auſserordentliche Strahl ein Maximum sein wird, wenn der ordentliche ein Minimum ist.

Wird in 4. der Wert für ω aus 2 eingeführt, so folgt: $\operatorname{tg}(\delta'-\delta')=\infty$, mithin $\delta'-\delta''=90^0$, daher: 3. Jede elliptische Schwingung kann in zwei nach Richtung der beiden Achsen polarisierte Strahlen zerlegt werden, deren Intensitäten dem Quadrat der Längen dieser Achsen proportional sind, und deren Phasen um $^1/_4$ Welle abweichen. Als Bedingung für den Winkel ω, damit die Intensitäten der beiden Bilder gleich sind, findet sich $A'^2=B'^2$ und hieraus: $\operatorname{cotg}\,2\,\omega'=\operatorname{tg}\,2\,\alpha\,\cos\delta=\operatorname{tg}\,2\,\omega$, $2\,\omega'=90^0\pm 2\,\omega$; $\omega'=45^0\pm\omega$. 4. Die beiden Bilder sind einander gleich, wenn der Hauptschnitt einen Winkel von 45^0 mit den Ellipsenachsen bildet. Diese Resultate verifizierte Jamin durch Experimente. Die Lagen der Ellipsenachsen ergeben sich nämlich durch Aufsuchung der Richtung des Hauptschnittes, welche dem einen Bilde die gröſste, dem anderen die kleinste Intensität giebt. Das Längenverhältnis der Achsen bestimmt sich weiter durch die Messung des Intensitätsverhältnisses der Bilder. Für das Experiment ist es vorteilhaft, die Achsenrichtung aus derjenigen herzuleiten, in welcher die beiden Bilder dieselbe Intensität haben. Für diesen Fall bildet das zerlegende Prisma mit der Richtung der Achsen einen Winkel von 45°. Aus dieser Richtung ergeben sich die Lagen der Achsen durch Vergröſserung, bezw. Verkleinerung des gefundenen Winkels um 45°. Jamin wandte für die Versuche durch rotes Glas homogen gemachtes Licht an. In folgender Tabelle ist das Azimut gegeben, für welches das auſserordentliche Bild ein Minimum wird, es ist dasjenige der kleinen Ellipse. —

Durch die Gleichungen: $\operatorname{tg} 2\,\omega = \operatorname{tg} 2\,\alpha \cos \delta$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{J}{I} \operatorname{tg} a$ ist der Winkel ω als Funktion von a, δ, I, J für jeden Einfallswinkel zu berechnen und hierdurch der Versuch mit der Rechnung zu vergleichen. Jamin machte drei Beobachtungsreihen an Spiegelmetall und hat dabei das Licht in den Azimuten 20° 17′, 46° und 71° 25′ polarisiert. Die Mittelwerte der öfters angestellten Beobachtungen stimmten gut zur Theorie.

Spiegelmetall.

Azimut der kleinen Achse der Oscillationsellipse des Ätherteilchens nach der Reflexion.
Licht polarisiert im Azimut 20° 15′ (A), 46° (B), 71° 25′ (C)
Azimut der kleinen Ellipse: Beobachtet a, Berechnet b, Unterschied c.

Incidenz	(A)			(B)			(C)		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
86°	15° 11′	15° 9′	+ 0° 2′	39° 24′	39° 29′	− 0° 5′	−20° 26′	−20° 45′	− 0° 19′
76°	0° 12′	0° 13′	− 0° 1′	1° 39′	1° 45′	− 0° 6′	− 1° 19′	− 0° 34′	+ 0° 45′
66°	− 9° 23′	− 9° 19′	+ 0° 4′	−32° 6′	−32° 32′	− 0° 26′	+18° 3′	+17° 57′	+ 0° 6′
56°	−14° 2′	−14° 27′	− 0° 25′	−38° 53′	−39° 2′	− 0° 9′	+20° 0′	+20° 15′	− 0° 15′
46°	−16° 35′	−16° 55′	− 0° 20′	−41° 4′	−41° 45′	− 0° 41′	—	—	—
36°	−18° 42′	−18° 28′	+ 0° 14′	−43° 13′	−43° 36′	− 0° 23′	—	—	—
30°	−19° 46′	−19° 1′	+ 0° 45′	−44° 21′	−44° 23′	− 0° 2′	—	—	—

IV.

Intensitätsveränderung durch Metallreflexion.

Bouguer giebt als Resultat aus zwei Beobachtungen, daſs die Metalle das Licht stärker reflektieren als durchsichtige Körper, und daſs das Reflexionsvermögen sich mit der Incidenz wenig ändert. Im Jahre 1831 stellt Potter[1]) genauere Versuche über Reflexion an Spiegelmetall, Kupfer, Silber und Stahl an. Er lieſs das direkte und das reflektierte Licht auf zwei verschiedene Stellen eines Schirmes fallen und bewirkte durch Änderung der Lage der Lichtquelle, daſs die Stellen gleich hell erschienen. Das Intensitätsverhältnis war sodann gleich dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen. Als Incidenzwinkel nahm Potter denjenigen der Achse des auf die Metallplatte fallenden Lichtkegels und fand für das Reflexionsvermögen eine Abnahme mit wachsendem Incidenzwinkel bis zu einem Winkel von etwa 60°, alsdann eine Zu-

[1]) Phil. Mag. (3) I, 56; IV, 6.

nahme und bei streifender Incidenz den Wert 1; das Reflexionsvermögen ist demnach bei den Metallen für einen bestimmten Einfallswinkel ein Minimum.

Jamin[1]) hat zur Messung der Intensität des von einer Metallfläche reflektierten Lichtes dieselbe mit derjenigen des von einer Glasplatte reflektierten verglichen; er bestimmte die Incidenz, bei welcher diese Intensitäten gleich sind, berechnete nach den Fresnelschen Formeln die Intensität des vom Glase reflektierten Lichtes und ermittelte hierdurch diejenige des vom Metalle reflektierten. Bei den Versuchen war in dem Zentrum eines horizontalen Teilkreises die Trennungslinie einer halb aus Glas, halb aus Metall bestehenden ebenen Platte vertikal aufgestellt, auf welche durch eine innen geschwärzte und mit einem Nikol versehene Röhre polarisiertes Licht fiel. Die vom Zentrum ausgehende Alhidade trug ein doppeltbrechendes Prisma und ein Galileisches Fernrohr. Im Analysator zeigen sich nun zwei Bilder, deren jedes aus zwei im allgemeinen verschieden gefärbten und verschieden hellen Hälften besteht, entsprechend den Reflexionen am Glase und am Metalle.

Es sind die Intensitäten des nach den Azimuten 0° und 90° polarisierten, vom Glase reflektierten Lichtbündels (J'^2 und I'^2) nach Fresnels Formeln:

$$J'^2 = \frac{\sin^2 (i-r)}{\sin^2 (i+r)}, \quad I'^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 (i-r)}{\operatorname{tg}^2 (i+r)}.$$

Es sei die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1 und dieses als in der Einfallsebene polarisiert vorausgesetzt. Sind die Intensität des vom Metalle reflektierten Lichtes mit J^2 und der Winkel des Hauptschnittes des Analysators mit der Einfallsebene mit β bezeichnet, so entstehen von dem am Glase wie auch von dem am Metalle reflektierten Bündel ein ordentliches und aufserordentliches Bild, deren Intensitäten sein werden:

$$\begin{array}{c|l} o & J^2 \cos^2 \beta \\ e & J^2 \sin^2 \beta \end{array} \text{ (Metall).} \quad \begin{array}{l} J'^2 \cos^2 \beta \\ J'^2 \sin^2 \beta \end{array} \text{ (Glas).}$$

Mit der Änderung von β erleiden die Bilder Intensitätsveränderungen, und für bestimmte Werte für β — sie seien β' bezw. β'' — wird das ordentliche (aufserordentliche) Bild des Metalls gleich dem aufserordentlichen (ordentlichen) des Glases. Für diese Fälle sind $J^2 \cos^2 \beta' = J'^2 \sin^2 \beta$ und $J^2 \sin^2 \beta'' = J'^2 \cos^2 \beta''$ und mit Hilfe der Formeln Fresnels:

$$J^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta' \sin^2 (i-r)}{\sin^2 (i+r)}, \quad J^2 = \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta'' \sin^2 (i-r)}{\sin^2 (i+r)}.$$

Die Winkel β' und β'' müssen demnach komplementär sein, da aber die Messung dieser Bedingung nicht völlig genau entsprach, ist das Mittel aus den beiden für J^2 gefundenen Werten zu nehmen. — Auch für im Azimut 90° polarisiertes Licht ist diese Methode verwendbar; zur Bestimmung ergeben sich: $I^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta' \operatorname{tg}^2 (i-r)}{\operatorname{tg}^2 (i+r)}$, $I^2 = \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta'' \operatorname{tg}^2 (i-r)}{\operatorname{tg}^2 (i+r)}$, jedoch wird die Genauigkeit der Messung durch die ungleiche Farbe der zu vergleichenden Bilder beeinträchtigt, welche aufserdem nicht mehr unmittelbar neben einander liegen.

Diese theoretisch einfache Methode giebt nur genaue Resultate, wenn der Brechungsexponent des Glases vollkommen bekannt ist, weil J'^2 und I'^2 Funktionen des Einfalls- und Brechungswinkels sind. Da die Bestimmungen des Brechungsexponenten mit Hilfe eines Prismas und durch Messung des Polarisationswinkels, für dessen Tangente tang $i = n$ ist, abweichende Resultate ergaben, bestimmte Jamin denselben, indem er einen um 45° gegen die Einfallsebene polarisierten Strahl auf die Platte warf und das Polarisationsazimut mafs. Da die Intensitäten der beiden parallel und normal zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten

[1]) P. A. Ergb. 2, p. 437.

Strahls $\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$ und $\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$ sind, ist folglich der Winkel A' der Polarisationsebene des reflektierten Strahles mit der Einfallsebene $\operatorname{tg} A' = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} = \frac{1 - \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r}{1 + \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r}$ und hieraus: $\operatorname{tg} i \operatorname{tg} r = \frac{1 - \operatorname{tg} A'}{1 + \operatorname{tg} A'} = \operatorname{tg}(45^\circ - A')$ und endlich: $\operatorname{tg} r = \frac{\operatorname{tg}(45^\circ - A')}{\operatorname{tg} i}$. Während also das Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes 45° und die Incidenz i sind, wird A' gemessen, hieraus durch die letzte Formel r und mit Hilfe von $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ n berechnet. Jamin erhielt für seine Versuche $n = 1{,}4925$, er verwandte Licht einer Carcelschen Lampe, das durch dickes, rotes Glas homogen gemacht wurde. — Folgende Tabelle giebt Jamins Versuche mit gut polierten Platten aus Stahl. Die Intensitäten des nach der Einfallsebene polarisierten, reflektierten Lichtes ändern sich wenig, sie nehmen von der Incidenz 90° bis 0° ab. Wenn jedoch das Licht im Azimuth 90° polarisiert ist, nehmen die Intensitäten von der streifenden Incidenz bis zum Winkel des Polarisationsmaximums ab, darauf bis zur senkrechten Incidenz zu. Die durch Rechnung gefundenen Zahlen der Tabelle sind aus den Cauchyschen Formeln erhalten: $I^2 = \operatorname{tg}(\varphi - 45^\circ)$, $J^2 = \operatorname{tg}(\chi - 45^\circ)$, wobei gegeben sind: $\operatorname{cotg} \varphi = \cos(2\varepsilon - u) \sin\left(2 \operatorname{arc} \frac{U}{\vartheta^2 \cos i}\right)$, $\cos \chi = \cos u \sin\left(2 \operatorname{arctg} \frac{\cos i}{U}\right)$. i ist der Einfallswinkel, ϑ und ε sind zwei Konstante, U und u Variabele, welche in Funktionen von i, ϑ, ε durch folgende Beziehungen berechnet werden: $\operatorname{cotg}(2u - \varepsilon) = \operatorname{cotg} \varepsilon \cos\left(2 \operatorname{arctg} \frac{\sin i}{\vartheta}\right)$, $\vartheta^2 \sin 2\varepsilon = U^2 \sin 2u$. ϑ und ε bestimmen sich folgendermafsen: Unter dem Winkel des Polarisationsmaximums i_1 nehmen u und U die Werte an: $u = 2A$, $U = \sin i_1 \operatorname{tang} i$, wenn A der Winkel ist, dessen Tangente gleich dem Verhältnisse der Quadratwurzeln aus den reflektierten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtintensitäten bei dem Winkel i_1 ist.

Jamin hat bei seiner Berechnung $\frac{1}{\vartheta^2}$ vernachlässigt, weil $\frac{1}{\vartheta}$ eine sehr kleine Gröfse ist; Theorie und Beobachtung stimmen vortrefflich überein.

Stahl $i_1 = 76^\circ$. $\varepsilon = 57, 53$.

Einfallswinkel	In der Einfallsebene polarisiertes Licht: Beobachtete Winkel β parallel	Beobachtete Winkel β senkrecht	Amplitude. Quadratwurzel aus den Intensitäten: beobachtet	berechn.	Unterschied	Verhältnis der Intensitäten $I:J$	Intensität J gleich Quadrat der Amplitude	Normal zur Einfallsebene pol. Licht: Amplitude. Quadratwurzel aus den Intensitäten: beobachtet	berechn.	Unterschied	Intensität I gleich dem Quadrat der Amplitude	$\frac{J+I}{2}$ Gesamtreflexionsvermögen
20^0	$74^0\ 26'$	$76^0\ 36'$	0,780	0,781	— 0,001	0,975	0,608	0,770	0,758	+ 0,012	0,593	0,600
30^0	$73^0\ 3'$	$78^0\ 10'$	0,790	0,795	+ 0,005	0,925	0,624	0,760	0,742	+ 0,018	0,577	0,600
40^0	$71^0\ 7'$	$80^0\ 32'$	0,780	0,815	— 0,035	0,778	0,608	0,688	0,717	— 0,029	0,473	0,540
50^0	$67^0\ 57'$	$85^0\ 4'$	0,828	0,842	— 0,014	0,647	0,686	0,666	0,681	— 0,015	0,444	0,565
60^0	$64^0\ 52'$	$86^0\ 10'$	0,897	0,874	+ 0,023	0,493	0,805	0,630	0,630	0,000	0,397	0,600
70^0	$59^0\ 40'$	$69^0\ 15'$	0,915	0,910	+ 0,005	0,355	0,837	0,545	0,569	— 0,024	0,297	0,567
80^0	$52^0\ 9'$	$48^0\ 21'$	0,945	0,954	— 0,009	0,334	0,893	0,547	0,583	— 0,036	0,298	0,595
85^0	$48^0\ 2'$	$45^0\ 42'$	0,951	0,977	— 0,026	0,572	0,904	0,719	0,709	+ 0,010	0,517	0,710

Die Tabelle Jamins für Spiegelmetall [$i = 75^\circ\ 50'$, $\varepsilon = 64$] weist ähnliche Intensitätsverhältnisse nach.

Aus den Zahlen geht hervor, dafs das Gesammtreflexionsvermögen bis zu einer Incidenz von 50—60° abnimmt, darauf bis zur streifenden Incidenz zunimmt, so dafs das Reflexionsvermögen durch ein Minimum geht. Das Intensitätsverhältnis nimmt bis zur Incidenz von etwa 80° ab, darauf bis nach 0° hin wieder zu.

Die Kenntnis der Richtung der Ellipsenachsen gestattet auch, das Verhältnis der Intensitäten $\frac{J^2}{I^2}$ der in den Hauptazimuten reflektierten Strahlen zu ermitteln. Denn das Azimut des Hauptschnittes, für welches die beiden Bilder gleich sind, giebt die Formel (pag. 22): $\operatorname{tg} 2\,\omega' = \frac{\operatorname{cotg} 2\,\alpha}{\cos\delta} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \cos\delta . \operatorname{tg}\alpha}$, und wenn hierin α durch seinen Wert a ersetzt wird: $2 \operatorname{tg} 2\,\omega' \cos\delta = \frac{I}{J} \operatorname{cotg} a - \frac{1}{\frac{I}{J} \operatorname{cotg} a}$. Nun ist einer der beiden Winkel a und ω' willkürlich; es werde daher das doppeltbrechende Prisma in ein für alle Versuche konstant es, sonst aber beliebiges Azimut ω' gebracht, sodann das polarisierende Nicol gedreht und bei jeder Incidenz das Polarisationsazimut $90° - a$ gemessen, bei welchem die beiden Bilder gleich sind.

Wird nun $\omega' = 0$ genommen, fällt also der Hauptschnitt des doppeltbrechenden Prismas in die Einfallsebene, so wird aus obiger Formel:

$0 = \frac{I}{J} \operatorname{cotg} a - \frac{1}{\frac{I}{J} \operatorname{cotg} a}$ oder $\frac{I}{J} = \operatorname{tg}(90° - a)$, d. h. das Verhältnis der Quadratwurzel aus den Intensitäten der in der Einfallsebene und der hierauf senkrecht polarisierten Strahlen ist gleich der Tangente des Polarisationsazimuts des einfallenden Strahles, bei welchem die beiden Bilder gleich sind.

Beifolgende Tabelle giebt die Resultate der nach diesem Verfahren von Jamin am Spiegelmetall angestellten Versuche; $\frac{J}{I}$ ist das Verhältnis der Quadratwurzeln aus den Intensitäten des reflektierten Lichtes.

Incidenzen	Beobachtete Winkel $90° - a$	Verhältnis $\frac{J}{I}$ beobacht.	Verhältnis $\frac{J}{I}$ berechnet	Unterschied
86°	50° 20′	1,206	1,230	— 0,024
80°	55° 41′	1,465	1,476	— 0,011
76°	56° 40′	1,520	1,515	+ 0,005
74°	56° 15′	1,497	1,502	— 0,005
72°	55° 37′	1,461	1,463	— 0,002
70°	55° 23′	1,448	1,451	— 0,003
66°	54° 22′	1,395	1,402	— 0,007
60°	52° 24′	1,298	1,301	— 0,003
50°	49° 52′	1,186	1,187	— 0,001
40°	48° 10′	1,117	1,110	+ 0,007
30°	46° 48′	1,065	1,058	+ 0,007

J. Conroy[1]) hat die Intensität des weifsen natürlichen, von Metallen reflektierten Lichtes gemessen mittels eines modifizierten Ritchieschen Photometers. Er verglich photometrisch die Lichtmengen, die unter verschiedenen Einfallswinkeln von einer polierten Metallfläche reflektiert wurden, mit derjenigen, die nach der Entfernung der reflektierenden Oberfläche direkt auf das Photometer trafen. Folgende Tabelle enthält die gefundenen Werte mit den aus den Formeln Couchys berechneten:

[1]) W. A. Beibl. 7 p. 904.

$$J^2 = {}^1/_2 \left(\frac{\vartheta^2 + \cos^2 i - 2\,\vartheta \cos \varepsilon \cos i}{\vartheta^2 + \cos^2 i + 2\,\vartheta \cos \varepsilon \cos i} + \frac{\vartheta^2 \cos^2 i + 1 - 2\,\vartheta \cos \varepsilon \cos i}{\vartheta^2 \cos^2 i + 1 + 2\,\vartheta \cos \varepsilon \cos i} \right)$$

	J^2							
i	Silber		Stahl		Zinn		Spiegelmetall	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	70,06	80,97	55,39	59,19	40,28	60,55	66,88	66,85
40°	70,87	80,84	55,62	58,92	44,11	60,41	67,26	66,62
60°	74,19	80,24	57,63	57,66	50,60	60,01	66,32	65,64
80°	81,19	83,68	63,56	60,71	65,08	66,98	70,17	69,60

Die Abweichungen zwischen den beobachteten und berechneten Werten sind grofs (am günstigsten noch für Spiegelmetall) und stimmen nicht einmal dem Gange nach überein. Nach Mac Cullagh und Cauchy müssen die Intensitäten erst mit wachsendem Einfallswinkel ab- und dann wieder zunehmen; nach Conroy nehmen sie bei Silber, Zinn und Stahl stets zu, bei Spiegelmetall erst zu, alsdann ab. Von der Politur rührten diese Abweichungen nicht her, wie festgestellt wurde. — Schon Airy und später Jamin zeigten, dafs die Abweichungen von den Fresnelschen Formeln nicht allein bei den Metallen, sondern auch bei anderen Körpern (z. B. Diamant) auftreten. Im allgemeinen nimmt die Abweichung mit dem Brechungsindex zu, ohne jedoch eine Funktion desselben zu sein. Da aufserdem die metallischen Eigenschaften in hohem Grade von der Absorption abhängen, so sind die Phasenänderungen von zwei Konstanten bedingt, zu denen als dritte der Brechungsindex kommt. Werden nun die Phasendifferenz und das Intensitätsverhältnis der beiden zu einander senkrecht polarisierten Strahlen bestimmt, so untersucht man die gewöhnlichen Reflexionsformeln mit zwei Konstanten. Sobald aber das Verhältnis der Intensität des einfallenden Lichtes zu derjenigen des reflektierten gemessen wird, kann die zweite Konstante die Unterschiede zwischen Theorie und Beobachtung deutlich hervortreten lassen.

Die Zahlen aus späteren Versuchen J. Conroys[1]) über Metallreflexion ergaben mit der Cauchyschen Formel dem Gange nach Übereinstimmung. Sind J^2 die Intensität des parallel und I^2 diejenige des senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtes, so erhielt Conroy folgende Werte:

i	Stahl				Spiegelmetall				I. Silber von der Dicke 0,000 084 47 mm				II. Silber von der Dicke 0,000 173 7 mm			
	beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2	J^2	I^2
30°	60,70	50,19	63,17	54,95	64,55	59,16	69,78	62,82	97,56	87,77	96,66	95,74	97,31	99,92	97,04	96,71
40°	64,21	46,28	66,44	51,31	67,74	54,50	72,53	59,74	97,09	88,85	97,01	95,30	98,57	97,55	97,35	95,82
50°	68,52	40,98	70,80	46,14	71,45	50,05	76,18	55,37	99,01	88,20	97,45	94,66	99,86	97,24	97,74	95,24
60°	74,42	34,78	76,32	39,24	70,70	43,18	80,77	49,59	97,73	85,75	98,02	93,75	99,29	96,64	98,22	94,43
70°	82,26	26,54	83,04	31,62	83,29	37,45	86,32	43,53	98,71	85,56	98,61	92,73	100,0	93,66	98,79	93,48
80°	87,87	26,60	90,97	32,39	88,74	40,39	92,77	45,88	—	—	—	—	—	—	—	—

Für die senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen ist die Differenz zwischen Rechnung und Beobachtung bei Silberplatte I bedeutend gröfser als bei Platte II; es liegt dies wohl an der Durchsichtigkeit der Platte.

[1]) Beibl. 8, p. 517 und 825.

Durch die kalorimetrischen Messungen, die einer grösseren Genauigkeit als die photometrischen fähig sind, bestätigten sich die Resultate der letzteren. Forbes[1]) erkannte, dafs das Reflexionsvermögen der Metalle für die Wärmestrahlen von der normalen Incidenz bis zu einem Minimum abnimmt, dann bis zur Incidenz 0 zunimmt. Provostaye und Desains[2]) haben das Reflexionsvermögen für Wärmestrahlen an Spiegelmetall, Stahl, Platin, Zinn, Zink, Silber, Messing bestimmt. Als Wärmequelle diente die Locatellische Lampe, für die drei ersten Metalle wurde auch Sonnenwärme benutzt. Es ergaben sich beispielsweise bei den Incidenzen 30° und 70° für die Intensitäten der parallel, bezw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten der vom Stahl reflektierten Wärmestrahlen:

i	J^2	I^2	Gesamtreflexionsvermögen
30°	0,69	0,53	0,610
70°	0,87	0,266	0,568,

welche Werte mit denen von Jamin: 0,600 bez. 0,567 gut übereinstimmen. Bei einem Einfallswinkel von 60° erhielten die beiden Herren für[3]) das Reflexionsvermögen:

Lampenlicht

	von Locatelli (direkt)	nach Durchgang: durch eine Glasplatte von 5 mm Dicke	durch Steinsalze
Spiegelmetall . . .	0,80 bis 0,84	0,740	0,72 bis 0,83
Silber	0,95 bis 0,96	0,910	—
Platin	0,790	0,65 bis 0,66	0,77 bis 0,78

Knoblauch[4]) bestimmte die Intensität der unter zunehmenden Einfallswinkeln zurückgeworfenen Wärmestrahlen, welche wegen des wesentlichen Einflusses der Polarisation bereits vor ihrer Reflexion in einer der Reflexionsebene parallelen oder auf dieser senkrechten oder in einer unter 45° dagegen geneigten Ebene polarisiert wurden. Die reflektierten Strahlen fielen vollständig auf eine mit einem Multiplikator verbundene Thermosäule; die Ausschläge der Multiplikatornadel gaben das Mafs der Intensität. Die Untersuchungen an Stahl, Nickel, Zink, Neusilber, Kupfer, Gold, Silber, Messing bestätigten folgende Sätze: 1. Die in der Reflexionsebene polarisierten Strahlen werden mit um so gröfserer Intensität zurückgeworfen, je gröfser ihr Einfallswinkel gegen die Normale der reflektierenden Fläche ist. 2. Die senkrecht zur Reflexionsebene polarisierten Strahlen werden anfangs mit um so geringerer Intensität reflektiert, je gröfser der Einfallswinkel wird, bis derselbe einen bestimmten, für die verschiedenen Metalle verschiedenen Wert — Haupteinfallswinkel — angenommen hat, alsdann erfolgt eine um so stärkere Intensitätszunahme der zurückgeworfenen Strahlen bei weiter wachsendem Einfallswinkel. 3. Die Intensitätszunahme findet auch bei den unter 45° gegen die Reflexionsebene polarisierten Strahlen, wenn auch in geringerem Mafse statt. 4. Die bei demselben Winkel reflektierten Strahlen besitzen bei gleicher Intensität der zu dem Spiegel gelangenden Wärme im ersten Falle die gröfste, im zweiten die geringste Intensität.

Knoblauch hat ferner das Verhalten der Metalle gegen nicht polarisiert einfallende Wärme untersucht. Die von den Metallen zurückgeworfenen Strahlen trafen auf ein zweites analysierendes

[1]) Phil. Mag (3), VIII, 246. [2]) P. A. Ergb. 3, p. 429. [3]) P. A. 78, p. 133. [4]) W. A. 1, p. 1.

Prisma — das erste war mit seinem Hauptschnitte fest auf 45° eingestellt —, bei dessen vertikaler, bez. horizontaler Stellung des Hauptschnittes nach früheren Versuchen das Maximum, bez. Minimum des Intensitätsunterschiedes auftreten mufste. In folgender Tabelle ist für verschiedene Einfallswinkel (i) das Verhältnis des Maximums und Minimums gegeben.

$i =$	15°	25°	35°	45°	55°	65°	70°	72° 30′	75°	85°
Stahl . .	1,06	1,19	1,53	1,72	2,17	2,78	—	—	3,49 +	2,37
Nickel . .	1,09	1,12	1,25	1,38	1,50	2,20	—	—	3,24 +	1,44
Zink . .	1,10	1,20	1,23	1,30	1,62	2,14	2,35	2,50 +	2,20	1,63
Neusilber .	1,00	1,14	1,23	1,34	1,43	1,67	2,00	2,00 +	2,00	1,33
Kupfer . .	1,20	1,22	1,22	1,28	1,28	1,40	1,67	1,70 +	1,52	1,10
Gold . .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,08	1,17	1,25 +	—	1,17	1,00
Silber . .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,08	1,11	—	73° 1,13 +	1,07	1,00
Messing .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Der Wert dieses Verhältnisses wächst demnach mit Zunahme des Einfallswinkel bis zum Polarisationswinkel, um von hier ab bei fernerer Zunahme der Incidenz wieder abzunehmen.

Das Achsenverhältnis der Ellipsen, in denen die Wärmestrahlung infolge der Reflexion von den Metallen sich vollzieht, ist dadurch bestimmt, dafs aus dem Wert des Verhältnisses von Maximum und Minimum die Quadratwurzel gezogen wird, z. B. für Stahl: $\frac{\sqrt{349}}{\sqrt{100}} = \frac{18,681}{10}$.

Stahl	10 : 18,681	Silber	10 : 10,630
Nickel	10 : 18,000	Messing	10 : 10,000
Zink	10 : 15,811	Arsen	10 : 19,157
Neusilber	10 : 14,142	Kobalt	10 : 16,583
Kupfer	10 : 13,038	Antimon	10 : 14,142
Gold	10 : 11,180	Kadmium	10 : 12,450

Die von Provostaye und Desains angestellten direkten Messungen des Reflexionsvermögens haben die Abhängigkeit desselben von der Wellenlänge in demselben Sinne ergeben. Gold und Kupfer zeigten für verschiedene Stellen des Wärmespektrums ein verschiedenes Reflexionsvermögen, ebenso ist es für Silber, Stahl, Spiegelmetall, Platin und andere Metalle. Rubens[1]) stellte das Reflexionsvermögen als Funktion des Einfallswinkels und der Wellenlänge fest. Die gesamte Strahlung von einem Linnemannschen Zirkonbrenner fiel durch Linsen auf den Metallspiegel, von diesem reflektiert, auf den Spalt eines Spektrometers, dessen drehbarer Arm ein Bolometer trug, welches auf verschiedene Wellenlängen λ eingestellt wurde. Die an dieser Stelle des Spektrums erzeugte Erwärmung wurde durch ein Galvanometerausschlag gemessen. Sodann trat die Lampe an Stelle ihres virtuellen Spiegelbildes, und die Erwärmung wurde nach Entfernung des Spiegels gemessen. Das Verhältnis der beiden Ausschläge giebt das Reflexionsvermögen des betreffenden Spiegels für λ. In folgender Tabelle ist 1 μ = 0,001 mm.

Im allgemeinen ist 1. das Reflexionsvermögen im ultraroten Gebiet des Spektrums gröfser als im sichtbaren; 2. die guten Leiter für Wärme und Elektrizität (Silber, Gold, Kupfer) haben ein stärkeres Reflexionsvermögen als die schlechten (Eisen, Nickel); 3. die Metalle mit normaler Dispersion — (vgl. Kundt, W. A. 34, p. 482) — Gold, Kupfer — zeigen im sichtbaren Gebiete

[1]) W. A. 37, p. 249.

auch starke Änderungen des Reflexionsvermögens mit der Wellenlänge. Es folgt eine Zusammenstellung der Beobachtungen Rubens mit den aus dem Hauptazimut (B) und Haupteinfallswinkel von Jamin und Quincke nach den Cauchyschen Formeln berechneten Werten. Die Übereinstimmung ist dem Sinne nach befriedigend, aber wegen des verschiedenen Materials und der verschiedenen Werte von H und B der beiden Forscher nicht völlig hinreichend.

λ	Silber	Gold	Kupfer	Eisen	Nickel
0,45 μ	87,0	43,4	53,0	58,7	61,7
0,50 μ	88,6	55,1	54,8	57,7	61,0
0,55 μ	90,3	71,1	70,0	56,1	62,1
0,60 μ	92,7	80,5	77,7	57,5	63,4
0,65 μ	93,3	85,3	80,7	59,6	65,8
0,70 μ	94,6	90,3	83,3	61,4	67,8
0,80 μ	95,2	92,4	85,4	63,6	70,4
0,90 μ	95,8	95,2	87,9	64,7	73,1
1,00 μ	96,5	96,8	88,9	69,0	77,4
1,15 μ	97,0	97,3	89,5	72,3	80,4
1,40 μ	97,4	97,1	91,3	74,3	81,7
1,65 μ	97,7	97,0	93,0	78,4	83,9
2,00 μ	97,3	95,4	93,9	80,5	84,5
2,3 — 2,7 μ	97,0	89,9	95,0	86,6	88,5
2,7 — 3,2 μ	98,3	85,4	96,1	89,6	91,7

Reflexionsvermögen.

Metalle	Farbe	beobachtet von Rubens	berechnet aus H u. B nach Daten Jamins	berechnet aus H u. B nach Daten Quinckes	Haupteinfallswinkel H	Extinktionskoeffizient k	Brechungsexponent n Rubens	Brechungsexponent n Kundt
Silber	rot C	93,3	92,9	87,3	75° 0′	3,46	0,24	0,27 (weißes Licht)
	grün E	89,3	90,2	80,9	71° 30′	2,67	0,23	—
	blau $\frac{F+G}{2}$	87,0	87,5	73,5	68° 11′	2,12	0,20	—
Gold	C	85,3	—	91,4	72° 47′	2,91	0,38	0,38
	E	63,6	—	70,7	66° 32′	1,86	0,53	—
	$\frac{F+G}{2}$	43,4	—	34,8	64° 15′	1,52	0,79	1,00
Kupfer	C	80,7	68,2	76,7	71° 21′	2,61	0,45	0,45
	E	61,7	47,0	64,4	68° 44′	2,13	0,69	—
	$\frac{F+G}{2}$	53,0	42,3	38,9	67° 44′	1,94	0,85	0,95
Eisen	C	59,6	60,9	52,8	76° 20′	3,35	2,10	1,81
	E	56,9	59,3	54,0	74° 46′	2,97	1,80	—
	$\frac{F+G}{2}$	58,7	60,4	56,5	73° 12′	2,72	1,32	1,52
Nickel	C	65,8	—	66,4	77° 22′	3,79	2,08	2,17
	E	61,6	—	60,4	74° 55′	3,12	1,62	—
	$\frac{F+G}{2}$	61,7	—	56,3	73° 5′	2,77	1,21	1,85

Rubens hat somit den Extinktionskoeffizienten und Brechungsexponenten der Metalle aus dem Reflexionsvermögen und dem Haupteinfallswinkel bestimmt und die Resultate mit den von Kundt auf direktem Wege gefundenen Werten verglichen. Für Silber und Kupfer wurden die von Jamin beobachteten Haupteinfallswinkel, für Gold, Eisen, Nickel die von Quincke genommen. Die Übereinstimmung der Brechungsexponenten ist im Rot besonders befriedigend, die Abweichungen im Blau dürften davon herrühren, dafs Blau verschiedener Wellenlänge benutzt wurde. Die Mittelwerte von Wernicke für den Extinktionskoeffizienten des Silbers aus fünf an verschiedenem Material angestellten Beobachtungen: für rot (C) $\varkappa = 3{,}57$, für grün (E) $\varkappa = 2{,}95$, für blau $\frac{F+G}{2}$ $\varkappa = 2{,}55$ weichen von denen Rubens' nur innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler ab.

V.

Phasenänderung durch Metallreflexion.

Zur Messung der Phasenänderung liefs de Sénarmont das durch die Metallreflexion elliptisch polarisierte Licht durch einen doppeltbrechenden Analysator treten und drehte diesen, bis die beiden Bilder gleich hell erschienen. Alsdann bildete der Hauptschnitt des Analysators mit den Achsen der Ellipse Winkel von 45°. Das Achsenverhältnis der Ellipse bestimmte er mittels eines $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerblättchens, nach dessen Durchdringung das vor dem Eintreten elliptisch polarisierte Licht linear wurde. Die Tangente des Winkels der Polarisationsebene des austretenden Strahles mit dem Hauptschnitte des Glimmerblättchens gab das Achsenverhältnis der Vibrationsellipse. Sind somit die Richtung der Achsen und deren Gröfsenverhältnis bestimmt, so ergiebt die Rechnung die Phasendifferenz und das Intensitätsverhältnis der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Strahles. Die Messungen waren nicht mit homogenem Lichte vorgenommen, deshalb sind die Resultate wenig genau, weil auf Strahlen verschiedener Wellenlänge das Glimmerblatt verschieden einwirkt.

Es gelang bereits Brewster,[1]) den Wert der „Verzögerungsphase“ durch eine Interpolationsformel darzustellen: $\cos\frac{\delta}{\lambda}\,2\pi = -\frac{1-(n^2+1)\sin^2 i + 2n^2\sin^4 i}{1-(n^2+1)\sin^2 i}$, worin δ die Phasenverzögerung, n den Brechungsexponenten bedeuten. Neumann[2]) leitet eine mit dieser gleichbedeutende: $\operatorname{tg} {}^1/_2 \frac{\delta}{\lambda}\, 2\pi = \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} r$ (I) durch einen Analogieschluss ab, welcher von der Fresnelschen Formel für die Verzögerung bei der totalen Reflexion ausgeht. Mittels dieser Formel stellt er die Brewsterschen Beobachtungen bei Reflexion durch Metalle dar. Brewster[3]) giebt die beobachteten Incidenzen, unter welchen nach 2, 3, 4 . . maliger Reflexion an zwei parallelen Stahlplatten die geradlinige Polarisation eines ursprünglich unter 45° polarisierten Strahles wiederhergestellt wird, und Neumanns Formel giebt die berechneten Incidenzen.

---

[1]) P. A. 21, p. 274. [2]) P. A. 26 und 40. [3]) P. A. 21, p. 237.

Neumann stellte ferner für die Incidenzen $50^\circ - 88^\circ$ die Phasenunterschiede bei Stahl, bezw. Silber, mit den Brechungsexponenten $n = 3{,}732$, bezw. $n = 3{,}271$ in folgender (gekürzter) Tabelle zusammmen:

Einfalls-winkel i	Stahl		Silber	
	Brechungswinkel r	$180^0 - \frac{\delta}{\lambda}\,2\pi$	Brechungswinkel	$180^0 - \frac{\delta'}{\lambda}\,2\pi$
50⁰	11⁰ 51′	151⁰ 4′	13⁰ 33′	147⁰ 56′
60⁰	13⁰ 25′	135⁰ 6′	15⁰ 21′	129⁰ 8′
70⁰	14⁰ 35′	108⁰ 52′	16⁰ 42′	101⁰ 0′
80⁰	15⁰ 18′	65⁰ 36′	17⁰ 31′	58⁰ 22′
88⁰	15⁰ 32′	14⁰ 20′	17⁰ 48′	12⁰ 24′

Mac Cullagh [1]) berechnete nach seinen Formeln für Stahl mit den Konstanten $m = 3^1/_2$, $\chi = 54^\circ$ die Intensitäten R, bezw. R', die Phasendifferenzen δ, bezw. δ', zwischen dem reflektierten und einfallenden Strahle für die Fälle, in denen die Polarisationsebene des einfallenden Strahles parallel, bezw. senkrecht zur Einfallsebene stand. Die letzte Vertikalreihe in Mac Cullaghs Tabelle giebt das Gesamtreflexionsvermögen, aus dessen Werten das Pottersche Gesetz deutlich erkennbar ist (pag. 23).

Stahl.

i	δ	δ'	R	R'	$\frac{R+R'}{2}$
0⁰	27⁰	27⁰	0,526	0,526	0,526
30⁰	23⁰	31⁰	0,575	0,475	0,525
45⁰	19⁰	38⁰	0,638	0,407	0,522
60⁰	13⁰	54⁰	0,729	0,308	0,518
75⁰	7⁰	98⁰	0,850	0,240	0,545
85⁰	2⁰	152⁰	0,947	0,491	0,719
90⁰	0⁰	180⁰	1,000	1,000	1,000

Die Beobachtungen von Brewster über die Wiederherstellung der Polarisation durch mehrfache Reflexion unter gleichem Einfallswinkel haben eine wesentliche Erweiterung durch Jamin [2]) erfahren. Während nämlich Brewster für mehr als zwei Reflexionen immer nur zwei Incidenzen, eine gröfser, die andere kleiner als den Haupteinfallswinkel findet (für welchen natürliches, einfallendes Licht am stärksten polarisiert wird), zeigt Jamin, dafs es $(m-1)$ Incidenzen geben mufs, bei denen durch $m$fache Reflexion die Polarisation wiederhergestellt wird; die senkrechte und streifende Incidenz sind hierin nicht mit einbegriffen. Da nämlich die Phasendifferenz von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ variiert, so giebt es notwendig Einfallswinkel $J_1, J_2 \ldots J_{m-1}$, für welche die Phasendifferenz durch eine Reflexion die Werte besitzt: $\frac{1}{m}\,\frac{\lambda}{2}, \frac{2}{m}\,\frac{\lambda}{2} \ldots \frac{m-1}{m}\,\frac{\lambda}{2}$, und

[1]) Proceed of the Roy Ir. Ac. 1, p. 5. [2]) Par. Ac 13. Aug. 1846.

m Reflexionen unter J_1, $J_2 \ldots J_{m-1}$ geben die Gesamtphasendifferenz $1 \cdot \frac{\lambda}{2}$, $2 \cdot \frac{\lambda}{2} \ldots (m-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

Die Phasenunterschiede sind also in Funktionen von $\frac{\lambda}{2}$ durch einen Bruch $\frac{n}{m}$ ausgedrückt, worin n von 1 bis $m - 1$ zu setzen ist und m die Anzahl der Reflexionen bezeichnet. Da n und m sich verändern, so wird oft der Wert des Bruches für verschiedene Zahlen von Reflexionen der gleiche werden, z. B. nach 2, 4, 6, 8 Reflexionen sind die Phasendifferenzen $1/2$, $2/4$, $3/6$, $4/8$, und daher müssen die Winkel der wiederhergestellten Polarisation annähernd gleich sein. — Das Azimut der wiederhergestellten Polarisationsebene ist abwechselnd negativ und positiv, und zwar für den 0 zunächst liegenden Einfallswinkel stets negativ, für den letzten (J_{m-1}) negativ oder positiv, je nachdem m gerade oder ungerade ist. Die Bedeutung der Beobachtungen über die Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation durch mehrfache Reflexion ergiebt sich aus dem Mitgeteilten, denn wir erhalten zunächst eine Anzahl von Einfallswinkeln, für welche die relative Verzögerung einen bekannten Wert besitzt. Der Phasenunterschied ist zwar nicht zu messen, aber bestimmt sich, wenn der reflektierte Strahl polarisiert ist, die Anzahl der Reflexionen gezählt und die Incidenz der wiederhergestellten Polarisation gemessen ist.

Die Versuche Jamins zur Ermittlung der bei der Metallreflexion zwischen den beiden Komponenten des reflektierten Strahles entstehenden Phasendifferenz wurden an plattiertem Silber, Stahl, Kupfer, Zink ausgeführt. Zu dem Zwecke war im Zentrum des pag. 24 angeführten Apparates ein um eine vertikale Achse drehbares Tischchen angebracht, auf dem zwei Platten aus dem zu untersuchenden Metalle in vertikaler Lage einander parallel gegenübergestellt waren. Parallel zu der einen festen Platte konnte die andere durch eine Mikrometerschraube genähert werden. Die einer Phasendifferenz entsprechende Incidenz fand sich dadurch, daſs der einfallende Strahl durch einen Polarisator und der reflektierte durch einen Analysator geführt wurden. Anfangs war der Abstand so groſs, daſs nur zwei Reflexionen stattfanden, darauf wurde der Tisch gedreht, bis das reflektierte Licht geradlinig polarisiert war. Der zugehörige Incidenzwinkel entspricht einem Phasenunterschied $\frac{\lambda}{4}$ der beiden Komponenten des einmal reflektierten Strahles. Um vier Reflexionen zu erhalten, wurden die beiden Platten einander genähert und durch Drehen des Tisches der Incidenzwinkel für die wiederhergestellte Polarisation bestimmt. Für drei Incidenzen giebt es die Phasendifferenz $3/4 \frac{\lambda}{2}$, $2/4 \frac{\lambda}{2}$, $1/4 \frac{\lambda}{2}$ oder $3/8\, \lambda$, $1/4\, \lambda$, $1/8\, \lambda$. — In dieser Weise ist fortzufahren.

Unter Anwendung von weiſsem Lichte wird die Polarisation nie völlig wiederhergestellt, auch werden die Bilder wegen der ungleichen Wirkung, welche das Metall auf die verschiedenen einfachen Strahlen des Spektrums ausübt, farbig, und es ist nur zu beobachten, bei welcher Incidenz das auſserordentliche Bild das Minimum der Helligkeit besitzt. Dieses Minimum entspricht nach Jamin genau der Übergangsfarbe zwischen dunkelblau und dunkelpurpur. Mit weiſsem Lichte hat Jamin Versuche an Silber angestellt, mit homogenem rothen Lichte an Stahl-, Kupfer-, Zinkspiegel. Aus folgender Tabelle geht hervor, daſs die Phasenunterschiede genau dem Gesetze folgen, welches Jamin für Metalloxyde aufgefunden hatte. Darnach steht der senkrecht gegen die Einfallsebene polarisierte Strahl immer gegen den in dieser polarisierten zurück, der Phasenunterschied verschwindet bei der Incidenz 0°, nimmt von hier bis zur Incidenz 90° zu und wird bei dieser gleich $\frac{\lambda}{2}$, während er beim Winkel des Polarisationsmaximums $\frac{\lambda}{4}$ ist.

Die Unterschiede zwischen Beobachtung und Berechnung sind gering.

$\frac{n}{m}$	Phasenunterschied δ					Mittlere Einfallswinkel der wiederhergestellten Polarisation für			
	beobachtet	berechnet für Silber	Stahl	Zink I	Zink II	Silber	Stahl	Zink I	Zink II
$^1/_{12}$	0,080	0,082	0,080	—	—	35° 15′	41° 13′	—	—
$^1/_{10}$	0,100	0,100	0,100	0,104	—	37° 10′	45° 27′	48° 47′	—
$^1/_5$, $^2/_{10}$	0,200	0,200	0,194	0,215	0,201	50° 37′	58° 37′	60° 49′	58° 30′
$^3/_{10}$	0,300	0,307	—	0,291	—	60° 10′	—	69° 5′	—
$^2/_5$, $^4/_{10}$	0,400	0,402	0,392	0,390	0,397	66° 29′	71° 50′	75° 0°	72° 34′
$^1/_2$, $^2/_4$, $^3/_6$, $^1/_8$, $^5/_{10}$, $^6/_{12}$	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	+ 71° 40′ (72°)	+ 76° 0′	+ 79° 13′	+ 77° 0′
$^7/_{10}$	0,700	0,709	—	—	—	80° 20′	—	—	—
$^8/_{10}$, $^4/_5$	0,800	0,809	0,796	0,813	0,865	83° 50′	84° 0′	86° 40′	87° 5′
$^5/_6$	0,833	8,829	—	0,829	—	84° 30′	—	87° 0′	—

Cauchys Theorie läfst den Phasenunterschied δ zweier Strahlen nach der Reflexion an einem Metalle, die vor der Incidenz gleiche Phase haben und bezw. in den Azimuten 0° und 90° polarisiert sind, aus der Formel berechnen: II) $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} 2\,\omega \sin \omega$, worin ω gegeben ist durch die Gleichung: $\operatorname{tg} \omega = U \cos i : \sin^2 i$. Die gute Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Werte ist ein Beweis für die Richtigkeit der Formeln. Jamin führt eine empirische Formel für die Berechnung an, die schon Brewster benutzt hat und in die Neumanns Formel I (pag. 31) übergeht, wenn darin $\frac{\delta}{\lambda}\, 2\pi = 90 - 2\,A'$ gesetzt wird: $\operatorname{tg} A' = \cos (i + r) : \cos (i - r)$; hierbei ist: $\sin i = n \sin r$ und $\operatorname{tang} i_1 = n$.

Für die Versuche an Silber und Stahl gilt die Formel genau, für die an den beiden Zinkplatten verschiedener Politur nur annähernd. — Mehrere Reflexionen in gerader oder ungerader Anzahl stellen also unter bestimmten Incidenzen die ebene Polarisation wieder her. Ist nun der einfallende Strahl im Azimut $90° - a$ polarisiert und in zwei andere zerlegt, deren Amplituden $\cos a$ und $\sin a$ sind, so sind nach der ersten Reflexion die Schwingungen: $I \cos a$ in der Einfallsebene und $J \sin a$ in der darauf senkrechten. Die zweite Reflexion erteilt ihnen proportionale Veränderungen: $I^2 \cos a$, $J^2 \sin a$ und nach m Reflexionen ist: $I^m \cos a$, $J^m \sin a$. Ist die Polarisation unter einer gewissen Incidenz wiederhergestellt, so wird die Tangente des Azimuts der wiederhergestellten Polarisation durch das Verhältnis der Schwingung in der Einfallsebene zu der hierauf senkrechten ausgedrückt, so dafs ist: $\operatorname{cotg} x = \frac{I \ \cos a}{J^m \sin a} = \left(\frac{I}{J}\right)^m \operatorname{cotg} a.$ Die Incidenz der wiederhergestellten Polarisation ist, wie gezeigt, von der Phasendifferenz abhängig, das Azimut aber nur vom Verhältnis der Intensitäten. Daher dient auch die Beobachtung der Incidenzen zur Bestimmung der Phasen und die des Azimuts zur Ermittlung des Intensitätsverhältnisses.

Jamin hat die Theorie durch einen Versuch am Kupfer geprüft und bestätigt gefunden.

Anzahl der Reflexionen	Winkel der durch mehrfache Reflexion wiederhergestellten Polarisation		Azimute der wiederhergestellten Polarisation	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
6	83° 33′	84° 14′	— 29° 40′	— 29° 57′
2	70° 9′		— 34° 0′	— 33° 15′
4	70° 54		+ 22° 30′	+ 23° 16′
6	70° 0′	70° 0′	— 16° 0′	— 15° 45′
8	69° 40′		+ 11° 35′	+ 10° 28′
10	70° 0′		— 6° 35′	— 7° 0′
6	60° 10′	60° 5′	+ 24° 45′	+ 25° 3′
3	60° 40′		— 33° 15′	— 34° 21′
4	55° 5′	55° 24′	— 31° 30′	— 32° 54′
8	55° 18′		+ 22° 35′	+ 22° 42′
6	45° 0′	44° 56′	— 34° 0′	— 33° 13′

Ein im Azimut $90^{\circ} - \alpha$ polarisierter Strahl giebt nach der Reflexion an einer ersten Metallplatte zwei in den Hauptazimuten polarisierte Strahlen:

$$x \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T},\ y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right).$$

Beide Strahlen fallen auf eine zweite Fläche, deren Einfallsebene mit der der ersten einen Winkel ω einschliesst, und geben zwei andere in den Hauptebenen der neuen Platte polarisierte Strahlen, deren Schwingungen sind: $x' = A' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right),\ y' = B' \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta''\right)$.

Vor der Reflexion an der zweiten Fläche ist der Phasenunterschied der Strahlen durch die Gleichung bestimmt: $\operatorname{tg}(\delta' - \delta'') = \dfrac{\sin \delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos \delta}$.

Durch Reflexion an der zweiten Fläche erlangen die Strahlen den Phasenunterschied δ''', der sich zu dem ersten addiert. Für den wieder geradlinig polarisierten Strahl muss sein: $\delta' - \delta'' + \delta''' = \pi$ oder $\delta''' = \pi - (\delta' - \delta'')$.

Mit Hilfe der Cauchyschen Formeln II) auf pag. 34 hat Jamin bestimmt, bei welchem Einfallswinkel an der zweiten Fläche diese Phasendifferenz entsteht und sodann seine berechneten Werte mit den von Brewster beobachteten verglichen. Dieser liefs nämlich Licht unter einem bestimmten konstanten Winkel an einer ersten Metallfläche reflektieren, stellte sodann durch Experimentieren fest, bei welcher Incidenz das an einer zweiten Fläche reflektierte Licht die Polarisation wiederherstellte.

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werten sind in Anbetracht der schwierigen Messung der Azimute und Incidenz bei so komplizierten Versuchen nur unbedeutend.

Versuche Brewsters von Jamin berechnet.

Silberplatte. Incidenz an der Fläche 80°.

Winkel der beiden Einfallsebenen	Phasendifferenz der Hauptstrahlen bei der 2ten Incidenz	Komplemente der Incidenzen, die bei einer zweiten Reflexion die geradlinige Polarisation wiederherstellen		Unterschied
		Beobachtet	Berechnet	
+ 90° 0′	54° 19′	10° 0′	9° 24′	+ 0° 36′
67° 30′	66° 26′	11° 32′	11° 37′	— 0° 5′
45° 0′	96° 7′	18° 20′	18° 37′	— 0° 17′
22° 30′	120° 30′	25° 20′	26° 32′	— 1° 12′
0° 0′	125° 41′	28° 2′	28° 37′	— 0° 35′
— 22° 30′	113° 34′	21° 0′	23° 59′	— 2° 59′
45° 0′	83° 53′	14° 35′	15° 28′	— 0° 53′
67° 30′	59° 30′	10° 0′	11° 13′	— 1° 13′
90° 0′	54° 19′	10° 0′	9° 24′	+ 0° 36′

Quincke[1]) hatte die Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Crownglasprismas mit Silber belegt und das an der polierten, völlig undurchsichtigen Silberschicht in Luft oder in Crownglas zurückgeworfene Licht mit dem Babinetschen Kompensator untersucht. Zwischen dem analysierenden Nikol und dem Auge befand sich rotes Glas. Die berechneten Werte von δ und arctg $\varkappa$ sind durch die Gleichungen ermittelt:

A) $\operatorname{tg} \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \sin 2B \operatorname{tang}\left(2 \operatorname{arctg} \frac{\sin i \operatorname{tg} i}{\sin H \operatorname{tg} H}\right)$, $\cos 2\beta = \cos 2B \sin\left(\frac{2 \operatorname{arctg} \sin i \operatorname{tg} i}{\sin H \operatorname{tg} H}\right)$.

In diesen Formeln ist δ die Phasendifferenz, β das Azimut der wiederhergestellten Polarisation, d. h. das Azimut des reflektierten Strahles, welches sich ergiebt, wenn die Phasendifferenz durch Einschaltung eines Babinetschen Kompensators aufgehoben wird, i der Einfallswinkel, H der Haupteinfallswinkel, B das zu diesem gehörige Azimut des analysierenden Nikols, wenn das Azimut des einfallenden geradlinig polarisierten Strahles gleich 45° vorausgesetzt ist. Diese Gleichungen stimmen im wesentlichen mit den von Eisenlohr[2]) in der Form veränderten Cauchyschen überein; sie ergeben für senkrecht, bezw. streifend auffallende Strahlen $\delta = 0$, bezw. $\delta = \frac{\lambda}{2}$. In beiden Fällen ist $\beta = 45°$ und folglich $\varkappa = \operatorname{tg} \beta = 1$ oder die Komponenten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, sind nach der Reflexion gleich, wenn sie im auffallenden Strahlenbündel gleich grofs waren.

Quincke hat ferner Silber auf die Hypotenusenfläche eines Flintglasprismas niederschlagen lassen und hieran Versuche in betreff der Phasendifferenz und der Intensitätsverhältnisse angestellt. Die sich ergebenden Werte für H und B des Silbers waren um einen Grad von den vorigen verschieden, wahrscheinlich wegen der verschiedenen Molekularbeschaffenheit der beiden Silberschichten.

Zu den diesen ähnlichen Versuchen der Reflexion auf Gold in Luft und in Crownglas wurde eine undurchsichtige Goldschicht benutzt, und sowohl die vorigen Untersuchungen, als auch die der Reflexion am gleichseitigen Prisma aus Flintglas, belegt mit Quecksilber und Zinn-

[1]) P. A. 128, p. 541. [2]) P. A. 104, p. 374.

folie, ergaben, daſs die Werte des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts bei Reflexion in Luft gröſser sind als im Crown-Flintglas, ferner zeigte sich überall die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung. Unter Benutzung der pag. 6 aufgestellten Gleichungen:

$$\delta = -\frac{\varrho}{a}, \quad \varkappa = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}, \quad \delta_1 = -\frac{\varrho}{a}, \quad \varkappa_1 = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}\cos^2(j - r_1), \quad \sin j = \mu \sin(i_1 - 45^\circ),$$

erhielt Quincke folgende Werte: $\alpha = 45^\circ$, $a = 7\varrho, 6$.

Auf Silber in Luft (Reflektiertes Licht)

i	ϱ	$\varkappa$	arctg $\varkappa = \beta$ beobachtet	arctg $\varkappa = \beta$ berechnet	δ in $\frac{\lambda}{4}$ beobachtet	δ in $\frac{\lambda}{4}$ berechnet
25°	— 0,740	0,981	44° 27′	44° 56′	0,097	0,065
35°	— 1,318	1,019	45° 33′	44° 48′	0,173	0,131
45°	— 2,170	0,978	44° 22′	44° 39′	0,286	0,230
55°	— 3,228	0,978	44° 22′	44° 27′	0,425	0,373
65°	— 4,826	0,957	43° 45′	44° 12′	0,637	0,592
75° 57′	— 7,600	0,966	44° 1′	44° 1′	1	1
80°	— 9,600	0,945	43° 23′	44° 4′	1,263	1,227

Auf Gold in Luft

i	ϱ	$\varkappa$	arctg $\varkappa = \beta$ beobachtet	arctg $\varkappa = \beta$ berechnet	δ in $\frac{\lambda}{4}$ beobachtet	δ in $\frac{\lambda}{4}$ berechnet
25°	— 0,776	0,988	44° 40′	44° 40′	0,102	0,093
35°	— 1,513	0,988	44° 57′	44° 21′	0,199	0,188
45°	— 2,573	0,988	44° 40′	43° 55′	0,339	0,327
55°	— 3,938	0,925	42° 47′	43° 23′	0,518	0,522
65°	— 6,076	0,911	42° 21′	42° 54′	0,799	0,796
70° 40′	— 7,600	0,925	42° 47′	42° 47′	1	1
80°	— 11,016	0,926	42° 49′	43° 16′	1,450	1,430
85°	— 12,990	0,930	44° 56′	44° 1′	1,709	1,706

Auf Silber in Crownglas $a = -7\varrho,6$, $\alpha = 45^\circ$ (Brechungsexponent $\mu = 1,5149$)

i	ϱ	β	$\varkappa$	arctg $\varkappa_1$ beobachtet	arctg $\varkappa_1$ berechnet	δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$ beobachtet	δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$ berechnet
25° 34′	— 0,936	46° 15′	1,009	45° 16′	44° 34′	0,123	0,107
35° 10′	— 1,456	44° 30′	0,975	44° 16′	44° 11′	0,192	0,198
45° 0′	— 2,512	44° 25′	0,980	44° 25′	43° 39′	0,331	0,358
54° 50′	— 3,900	42° 59′	0,924	42° 45′	43° 2′	0,513	0,563
64° 26′	— 5,948	43° 45′	0,925	42° 46′	42° 33′	0,783	0,836
69° 5′	— 7,600	45° 10′	0,915	42° 28′	42° 28′	1	1
72° 50′	— 8,442	45° 50′	0,954	43° 40′	42° 32′	1,111	1,149
74° 37′	— 9,220	46° 16′	0,918	42° 34′	42° 37′	1,213	1,226

Auf Gold in Crownglas $\mu = 1,5149$

i	ϱ	β	$\varkappa$	arctg $\varkappa_1$ beobachtet	arctg $\varkappa_1$ berechnet	δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$ beobachtet	δ_1 in $\frac{\lambda}{4}$ berechnet
25° 34′	— 1,389	45° 46′	0,993	44° 47′	44° 26′	0,183	0,119
35° 10′	— 1,910	44° 8′	0,962	43° 54′	43° 55′	0,251	0,233
45° 0′	— 2,468	42° 48′	0,926	42° 48′	43° 14′	0,325	0,396
54° 50′	— 4,604	42° 28′	0,908	42° 15′	42° 31′	0,606	0,619
64° 26′	— 6,590	43° 50′	0,928	42° 51′	42° 2′	0,867	0,905
67° 9′	— 7,600	44° 39′	0,953	43° 14′	42° 0′	1	1
67° 45′	— 7,850	43° 25′	0,897	41° 54′	42° 0′	1,033	1,022
74° 54′	—10,056	45° 54′	0,907	42° 12′	42° 18′	1,323	1,291

Quincke hat auch die Reflexion auf demselben Metall in verschiedenen Flüssigkeiten untersucht und dazu ein Hohlprisma aus Spiegelglas vom Brechungsexponenten $\mu = 1,51$ benutzt. Auf die Basis des Prismas wurde eine Metallplatte mittels einer Feder aufgedrückt, sodann in das Prisma verschiedene Flüssigkeiten gegossen. Folgende Tabelle giebt Quinckes Resultate bei diesen Versuchen an mehreren Silberplatten; die durch Klammern verbundenen beziehen sich auf dieselbe Platte, die letzte Vertikalreihe giebt den durch prismatische Brechung bestimmten Brechungsexponenten μ der Substanz.

Zu den Zahlen 1 und 2 hat G. Lundquist[1]) mit Hilfe der Cauchyschen Formeln die Werte für H und B berechnet. Die Übereinstimmung war nicht ganz befriedigend, weil wegen

[1]) P. A. 152, p. 398.

des Mangels an Homogenität der Metalle Bestimmungen dieser Art notwendig Fehler enthalten. Aus den Beobachtungen für H, B, μ folgt, dafs im allgemeinen die Haupteinfallswinkel bei demselben Metall um so kleiner sind, je grösser der Brechungsexponent der Substanz ist, in welcher die Reflexion vor sich geht. Dasselbe scheint bei den Hauptazimuten der Fall zu sein.

Reflexion auf Silber. $\alpha = 45°$.

in	H	B	μ
1. Luft	74° 19′	43° 48′	1
Wasser	71° 28′	44° 3′	1,336
Terpentin	69° 16′	43° 21′	1,474
2. Luft	74° 50′	43° 20′	1
Flintglas	69° 48′	41° 22′	1,626
3. Luft	75° 57′	44° 1′	1
Crownglas	69° 5′	42° 28′	1,515

Auch für durchsichtige Metallschichten geben die Formeln A (pag. 36) die beobachteten Werte der Gröfsen δ und $\varkappa$ als Funktionen des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts in genügender Weise. Quincke wies dies an durchsichtiger Goldschicht von 0,000016 mm Dicke auf Spiegelglas (mit $\mu = 1{,}52$) nach, sowie an durchsichtigem Silber — 0,000038 mm Dicke — auf Crownglas (mit $\mu = 1{,}538$) und an Platin — 0,0004 mm Dicke — auf Crownglas (mit $\mu = 1{,}52$).

$\alpha = 45°$.

Durchsichtiges Gold.				
	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg $\varkappa$	
i	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	0,094	0,059	45° 50′	44° 38′
40°	0,306	0,252	43° 15′	43° 31′
60°	0,659	0,650	40° 23′	41° 44′
70° 32′	1	1	41° 11′	41° 11′
80°	1,473	1,435	42° 21′	42° 2′
85°	1,674	1,709	43° 27′	43° 18′

Durchsichtiges Silber				
	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg $\varkappa$	
i	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	0,012	0,056	44° 18′	43° 42′
40°	0,232	0,241	40° 29′	39° 34′
60°	0,622	0,649	33° 1′	33° 4′
69° 39′	1	1	31° 17′	31° 17′
80°	1,467	1,497	33° 23′	34° 52′
85°	1,732	1,750	36° 34′	39° 23′

Durchsichtiges Platin				
	δ in $\frac{\lambda}{4}$		arctg $\varkappa$	
i	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
20°	0,048	0,023	43° 10′	43° 23′
40°	0,128	0,102	39° 43′	38° 6′
60°	0,331	0,309	27° 25′	27° 11′
75°	0,929	0,966	17° 0′	16° 33′
75° 23′	1	1	16° 32′	16° 32′
—	—	—	—	—

In allen Fällen stimmen die beobachteten und berechneten Werte in hinreichender Weise überein. Nach diesen Versuchen Quinckes ändert sich die Phasendifferenz der beiden Komponenten zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ mit den Einfallswinkeln 0° bis 90° und ist beim Haupteinfallswinkel $\frac{\lambda}{4}$. Da sich ferner für δ nur positive Werte finden, so ist der parallel zur Einfallsebene polarisierte Strahl dem senkrecht polarisierten voraus.

J. Conroy[1]) stellte zur Bestimmung von H und B (Haupteinfallswinkel und Hauptazimut) die zu untersuchende Platte in die Mitte eines zum Teil mit Flüssigkeit gefüllten cylindrischen

[1]) W. A. 3, p. 362.

Gefäfses. Das einfallende Licht wurde durch ein gegen die Einfallsebene um 45° geneigtes Nikol polarisiert, ging alsdann durch eine $\frac{\lambda}{4}$-Platte, deren einer Hauptschnitt in der Einfallsebene lag, fiel auf die reflektierende Fläche und wurde darauf durch ein zweites Nikol analysiert, hinter dem noch ein Spektroskop zum Direktsehen gesetzt werden konnte. Durch Zahnräder waren die reflektierende Platte und das analysierende Nikol so mit einander verbunden, dafs, wenn bei einem Einfallswinkel der Strahl in der Richtuug des letzteren reflektiert wurde, dies bei einer Drehung der ersteren auch bei jedem anderen der Fall war. Wurde die Platte soweit gedreht, dafs der Strahl bei dem Haupteinfallswinkel reflektiert wurde, so war er nach der Reflexion bei der obigen Anwendung geradlinig polarisiert, und seine Polarisationsebene wurde durch das zweite Nikol bestimmt. Nach einander wurden die beiden Hauptschnitte eines Glimmerblattes in die Einfallsebene gedreht, dabei wichen die sich für H ergebenden Werte bis zu etwa 5° von einander ab, während die Werte für B fast gleich blieben. Als Mittelwerte aus zahlreichen Versuchen mit 6 verschiedenen Gold-Platten unter Anwendung von rotem Lichte fanden sich:

	in Luft	in Wasser	in Schwefelkohlenstoff
H	76,00	72,46	70,03
B	35,27	36,23	36,48.

Andere Versuche, bei denen das Brewstersche Verfahren einer doppelten Reflexion benutzt wurde, ergaben für Gold in:

	H	B
Luft	75° 52′	37° 22′
Wasser	72° 28′	37° 48′

also nahe dieselben Werte. Wenn tang H den wirklichen Brechungsexponenten in Luft darstellte, so würde H, wie es sich aus den Messungen in Wasser und Schwefelkohlenstoff berechnet: 76,53 und 77,22 statt 76°, also zu hoch sein. Ebenso ist der Winkel H für Silber, wie er sich aus den Messungen von Quincke in Wasser und Terpentinöl berechnet: 75° 55′ und 75° 36′, gröfser als der experimentell gefundene 74° 19′.

Des Coudres[1]) fand als Reflexionskonstanten des Quecksilbers in Luft — als Mittel von Messungen — in der Nähe von 79°:

i	Incidenz $\Delta/\frac{\lambda}{2}$ beobachtet	berechnet
70° 25,1′	0,3007	0,2951
74° 40′	0,3713	0,3684
79° 53,6′	0,5301	0,5294
81° 45,6′	0,6075	0,6009

Die Zahlen sind nach den Cauchyschen Formeln berechnet aus dem Haupteinfallswinkel $H = 79° 3'$ und dem Hauptazimute $B = 33° 30'$. Die Übereinstimmung ist eine völlig hinreichende, dasselbe zeigte sich bei den in der folgenden Tabelle zusammengestellten Versuchen:

[1]) Über Refl. pol. Lichtes am Quecks.; Inaug.-Diss., Berl. 1887.

Quecksilber in

Flüssigkeit	Brechungs-exponent	$\Delta / \frac{\lambda}{2}$ beobachtet	$\Delta / \frac{\lambda}{2}$ berechnet	Incidenz
Destilliertes Wasser	1,333	0,5342	0,5577	77° 54,5′
„ „	1,333	0,4553	0,4795	75° 4′
Alkohol	1,3586	0,4731	0,4935	75° 23′
Salzsäure verdünnt	1,389	0,5949	0,5856	78° 19,5′
„ „ koncentriert	1,3902	0,4866	0,5102	75° 42,5′
$Na_2S_2O_3$ übersättigt	1,4263	0,4910	0,4717	76° 4′
„ „ koncentriert	1,4179	0,5021	0,5252	76° 0,5′
Petroleum	1,4374	0,5208	0,5262	76° 14′
Chloroform	1,4440	0,5191	0,5389	76° 19′
Olivenöl	1,4686	0,5398	0,5409	76° 11,5′
Terpentinöl	1,4695	0,7236	0,7592	83° 14′
„	1,4695	0,5047	0,5411	76° 11,5′
CS_2	1,6252	0,6083	0,6152	77° 45′
CS_2	1,6252	0,7390	0,7566	82° 30′

Ein ferneres Beobachtungsverfahren zur Bestimmung der Phasenänderung bei der Reflexion des Lichtes hat Quincke[1]) angestellt, indem er die durch einen geeigneten Interferenzapparat erzeugten Beugungsstreifen durch Einschalten des zu untersuchenden Körpers verschiebt und aus der Verschiebung die Phasenänderung berechnet. Quincke bemerkt zu dieser Methode (auf die nicht weiter eingegangen werden soll): „Man benutzt, ohne zu wollen, statt eines einzigen, mehrere Interferenzapparate nacheinander, wodurch sehr komplizierte Erscheinungen auftreten.“ Auch Potier[2]) benutzte diese Methode. Weiter in Teil II wird bei den durch Metallreflexion erzeugten Newtonschen Ringerscheinungen die sich hierbei ergebende Methode Quinckes[3]) zur Bestimmung der Phasenveränderung Berücksichtigung finden, sowie auch die Wernickesche Methode und die hieran sich schließenden Untersuchungen O. Wieners behandelt werden. Ferner wird dort die Abhängigkeit der Reflexionskonstanten von der Wellenlänge des Lichtes und von der Dicke der Metallschicht nach den Versuchen von Jamin, Cornu, Quincke, Conroy behandelt, dabei werden die sich aus diesen Daten ergebenden Berechnungen Eisenlohrs und Beers Berücksichtigung finden. Ein besonderer Abschnitt wird die Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses und Gangunterschiedes von der Wellenlänge für Wärmestrahlen nach den Untersuchungen von Knoblauch und Mouton geben. Hieran schließen sich die Resultate über die optischen Konstanten der Metalle von Drude in Vergleich mit denen von Jamin, Rubens, de la Provostaye und Desains, Wernicke, Kundt, Conroy, Quincke, des Coudres.

[1]) P. A. 141, p. 181. [2]) P. A. 74, p. 528. [3]) P. A. 104, p. 374 und W. A. 1, p. 205.

A. Nobbe.