

Justus Byrg als Mathematiker und dessen Einleitung in seine Logarithmen.

Obwohl die Geschichte der Mathematik vielfach von Gelehrten bearbeitet worden ist, einige die ältesten, andere die spätern und die neuesten Perioden der Wissenschaft mit besonderer Vorliebe studirt und uns ihre schätzenswerthen Arbeiten überliefert haben, so sind doch zu verschiedenen Zeiten durch Entdeckungen neuer Quellen Ergänzungen hinzugekommen, die für die Geschichte der Wissenschaft einen großen Werth hatten. — Wenn nun auch das Geschichtliche und Literarische der Logarithmen mannigfach bearbeitet worden ist, so dürften einige Zusätze, die im Folgenden enthalten sind, vielleicht nicht ganz uninteressant erscheinen. —

In der neuesten Zeit hat Prof. Dr. Matzka in Prag einen interessanten und gelehrten Aufsatz über: die höhere Lehre der Logarithmen in Grunerts Archiv für Mathematik und Physik veröffentlicht (Grunert Archiv Bd. 15 pag. 121 u. f.). — Er stellt dort neben der Betrachtung der bisher gegebenen Begriffe der Logarithmen einen neuen auf, so daß ein Theil seiner Arbeit in fünf Abschnitte zerfällt:

- 1) Der von dem eigentlichen Entdecker der Logarithmen John Nepper ursprünglich gegebene Begriff,
- 2) der von Johst Byrg dem gleichzeitigen Entdecker der Logarithmen gebrauchte,
- 3) der von Johann Keppler verwendete,
- 4) der gegenwärtig seit Euler in den Lehrgebäuden der Algebra übliche,
- 5) der neue von Matzka aufgestellte Begriff,

hier soll nur die zweite Deutung: der Begriff der Logarithmen, wie er durch Johst Byrg festgestellt wurde, näher untersucht werden. — Aus den bekannten Schriften Byrg's würde sich Neues sehr schwer geben lassen, da geistreiche Männer, wie Montucla in seiner *histoire des mathématiques*, Matzka in seiner vorhin erwähnten Arbeit und mehre andere Mathematiker richtig und tief in die Idee Byrg's eingebrungen und seine Theorie verbeutlicht haben. Indes soll hier — und das ist der Zweck dieser Abhandlung — der bisher nicht gedruckte „Unterricht,“ jene Erklärung, die Byrg selbst über seine Logarithmentafeln gab, veröffentlicht werden. —

Vyrg gab im Jahre 1620 eine Logarithmentafel heraus unter dem Titel:

Arithmetische vnd Geometrische Progress-Tabulen, sambt gründlichen vnterricht, wie solche nützlich in allerley Rechnungen zu gebrauchen vnd verstanden werden sol. Gedruckt, In der alten Stadt Prag, bei Paul Seiffen, der löblichen Univerſitet Buchdrucker, Im Jahre 1620.

Wie Magka angiebt, sind diese auf $7\frac{1}{2}$ Bogen in Klein-Quart gedruckten Tafeln schon äußerst selten, allen aber fehlt der gründliche Unterricht; so nennt Vyrg selbst die von ihm gegebene, zum leichtern Verständniß seiner Tafeln nothwendige Erläuterung. — Diese Ansicht Magka's spricht schon Montucla Tom. II. pag. 10 aus, er sagt: *Ces tables sont sur sept feuilles et demi in f. d'impression; mais l'instruction annoncée par le titre y manque, ce qui donne lieu de conjecturer que quelques circonstances particulières empêchèrent la continuation de cet ouvrage ect.* —

Es dürfte wohl feststehen, daß Vyrg selbst nie diesen gründlichen Unterricht drucken ließ, und auch seine Freunde — die sich so oft Arbeiten Vyrg's, wie es scheint mit seinem Vorwissen zueigneten — ihn nicht veröffentlichten. —

Sein Schwager Brammer, der wie im Folgenden gezeigt werden soll, genau diesen Unterricht gekannt, hat ihn nicht dem Drucke übergeben und somit steht die Annahme Montucla's wohl gerechtfertigt da: Vyrg, der so viele seiner Entdeckungen seinen Freunden zur Veröffentlichung übergeben, wollte auch einmal selbstständig auftreten und ein vollständiges Werk, das alle seine Arbeiten und somit auch die von ihm erfundenen Logarithmen enthalten sollte, herausgeben. — Diese Vermuthung Montucla's stützt sich wohl ohne Zweifel auf eine Stelle der Vorrede Bramers zu einer Abhandlung: **Problema** Wie auß Bekanntgegebenem Sinu eines Grades Minuten oder Sekunden alle folgenden Sinus auff's leichteste zu finden vnd der **Canon Sinuum** zu absolviren seye. Beschrieben von Benjamin Bramero, der Mathematischen vnd Mechanischen Künste liebhaber vnd jetzigem Bawmeister zu Marburg. Gedruckt zu Marburg durch Paul Egenolff im Jahr 1624.¹⁾ — Brammer sagt in der Vorrede pag. 8 und 9, daß zu seiner Zeit: des Burgi Cossa an den Tag gegeben werden wirdt. —

Ob indes körperliche Leiden oder der Alles verheerende Krieg ihn an der Veröffentlichung seiner Arbeiten verhinderten, muß dahin gestellt bleiben. Die Erklärung der Vyrg'schen Tafeln, die der Verfasser selbst gab, blieb somit ungekannt und es war mir daher interessant, als ich vor längerer Zeit von meinem geehrten Freunde und Kollegen Oberlehrer Gronau auf ein Manuscript aufmerksam gemacht wurde, das den Logarithmentafeln Vyrg's angeheftet war, in jenen geschriebenen Blättern, wie Herr Gronau es ganz richtig bemerkt, den gründlichen Unterricht Vyrg's vorzufinden. —

¹⁾ Das hier citirte Werk, so wie alle folgenden angeführten Abhandlungen sind, wenn sie nicht mit * bezeichnet sind, in der hiesigen Stadtbibliothek zu finden, und haben mir bei diesen Untersuchungen als Quellen gedient. —

Bevor der gründliche Unterricht folgt, sei es mir gestattet, die Verdienste Byrg's als Geometer und Algebraiker, einmal insofern sie schon bekannt, dann aber auch, insofern sie bis jetzt nicht ganz gewürdigt, zusammenzustellen. —

Jobst Burgi oder **Iustus Byrg** war im Jahre 1552 zu Lichtensteig, einer kleinen Stadt in der Schweiz, Kanton St. Gallen an der Thur geboren. — Ob er die mathematischen Kenntnisse, die ihn in spätern Jahren so rühmlich auszeichnen, in seiner Vaterstadt erworben, wissen wir nicht; wir sehen ihn in spätern Jahren in Cassel am Hofe des den Wissenschaften sehr ergebenen und namentlich um die Astronomie hochverdienten Landgrafen von Hessen-Cassel **Wilhelm IV.** als Hofuhrmacher, Mechanikus und Gehilfen; — 1604 verläßt er diese Stellung, geachtet und geehrt von dem Fürsten, der ihn in einem Briefe an Tycho de Brahe (Epist. astron. Vraniburgi L. I. p. 21.) homo, qui quasi iudagine alter Archimedes nennt, und lebt als Kammeruhrmacher unter den Kaisern **Matthias** und **Ferdinand II.** längere Zeit, kehrt dann wieder nach Cassel zurück und stirbt daselbst im Jahre 1633. — Ausführlicheres über das Leben Byrg's ist in **Doppelmayr's: „Von den Nürnbergern Mathematikern“** 2) zu finden.

Byrg als Geometer.

Byrg beschäftigte sich, wie viele seiner Zeitgenossen, mit der Construction mechanischer Instrumente, veröffentlichte indes seine Entdeckungen nicht weiter, weil er, wie **Dr. Grebe** in Cassel in der literarischen Bemerkung, die er in **Grunerts Archiv**, Th. 16 p. 364 mittheilt, wohl ganz richtig annimmt, eine unbestehbare Scheu vor schriftlicher Darstellung hatte. Er theilte die Erfindungen seinen Freunden mit, die sie, nachdem die von ihm gemachte Darstellung in ein besseres Sprachgewand gekleidet war, veröffentlichten. Einer seiner Freunde ist **Levinus Hulsius**,³⁾ der im dritten Tractate der mechanischen Instrumente,⁴⁾ (von denen er ursprünglich 15 zu geben gedachte⁵⁾ einen neuen Proportionalzirkel des **Jobst Burgi** beschrieb, der erst 1628 durch den Druck veröffentlicht wurde. Beschreibung und Unterricht des **Jobst Burgi Proportional-Cirkels**,

2) **Doppelmayr. Von den Nürnbergern Mathematikern** p. 163 f. Ein Exemplar dieses Buches befindet sich in der Privatbibliothek des Herrn Stadtrath Uphagen in Danzig.

3) **Levinus Hulsius** scheint in dem Zeitraum von 1604 bis 1608 gestorben zu sein, denn 1604 erschien der erste Tractat der mechanischen Instrumente, den er selbst verlegte, 1608 erscheint ein Werk **Stevins: Festung Bawung**, verdeutschet durch **Gothard Arthus** in Danzig — im Verlage seiner Wittwe. Bei **Scheibel, der Michael Schöffel's. Unterricht vom Proportionalzirkel** neu umarbeitete, ist in Bezug auf diese Tractate ein Fehler vorhanden, der durch die Verwechslung der Jahreszahlen des ersten und dritten Tractates entstanden ist. —

4) Der erste Tractat der mechanischen Instrumente **Levinii Hulsii** führt den Titel: **Gründlicher Augenscheinlicher Bericht des neuen Geometrischen Grundreichenden Instrumentes Planimetria** genant, mit seinem Inductorio. Frankfurt in Verlegung des **Authorn** 1604.

5) *ibid.* pag. 4 bis 6.

durch mit sonderlichem Vortheil ein jegliche Rechte oder Cirkel. Vini, alle Fläche, Landcarten, augenscheinigen Bestungen, Gebäw, ein Kugel mit den fünf regularibus, auch alle irregularia corpora u. s. w. bequemlich können zertheilt, zerschnitten, verwandelt, vergrößert vnd verjünget werden. Niemals zu vorn in Truck geben. Frankfurt am Main in Verlegung Levinii Hulsii Erben 1628. Dieser dritte Tractat zeichnet sich durch den gebiegensten Inhalt vor den drei übrigen, die durch Hulsius⁶⁾ erschienen sind; aus. — Indeß wird der Verleger und Herausgeber von verschiedenen Seiten angegriffen, weil er die Arbeiten anderer zu stark benutzte und neue Abhandlungen daraus zusammensetzte, so daß er sich zu einer Vertheidigung gegen die, häufig wider ihn geführten Schmähereden, genöthigt sieht.⁷⁾ Diese Zurückweisung der ihm gemachten Vorwürfe ist in der Vorrede zum ersten Tractate enthalten, in der er eine Reihe von Werken mit ihren Verfassern nennt, die er zu seinen Arbeiten benutzt hat. Sene Namen hier aufzuzählen, dürfte überflüssig erscheinen; wir erhalten aber dadurch, daß er die Arbeiten chronologisch geordnet hat, einen klaren Ueberblick über die Leistungen der Mathematiker jener Zeit.⁸⁾ — Hier wird auch von ihm erwähnt, daß Jobst Burgi im Jahre 1603 sich mit der Beschreibung eines Instrumentes in Form eines Cirkels beschäftigte,⁹⁾ das Byrg öffentlich auf dem Reichstage zu Regensburg ausgelegt, und im dritten Tractate wird es durch Hulsius beschrieben und zugleich angezeigt, daß Byrg auf Verlangen ähnliche Instrumente anfertige und Hulsius sie verkaufe.¹⁰⁾ —

Ein Zweiter, der die von Byrg gemachten Entdeckungen veröffentlicht, ist Bartholomäus Pitiscus, er zeigt in seiner Trigonometria die Theilung eines Bogens oder Winkels in 3, 5 und mehre Theile an.¹¹⁾ Sene Schriftsteller, die bereits diese Periode behandeln haben und die Montucla benutzte, und Montucla selbst, haben somit diese in der Anmerkung 11

6) Hulsius hatte bereits 1594 in Nürnberg eine Abhandlung veröffentlicht, die er unter dem Titel erscheinen ließ: *Theoria et Praxis Quadrantis Geometrici ect.*, das ist Beschreibung, Vnterricht vnd Gebrauch des gevierdten Geometrischen vnd anderer Instrument. — Diese Schrift wird nirgend erwähnt. —

7) Tract. I. pag. 3 sagt er: Ich weiß auch wol, daß Boilus mit seiner giftigen, neidischen Zungen nicht unterlassen wird mir verächtlich nachzureden, daß diese Sachen meine Inventiones oder Erfindungen nicht sind, sondern daß ich mich mit anderer gelehrten Federn schmücke u. s. w.

8) Die angeführten, von H. benutzten Werke sind auf 5½ Seiten Quart enthalten und mehre genannt, die niemals später gedruckt wurden, sondern als Manuscripte sich in seinen Händen befanden, z. B. Paulus Pflanzing *Methodus Geometrica ect.*

9) Jobst Burgi macht jetzt (1603) die Beschreibung eines herrlichen neuen Instrumentes in Form eines Cirkels, so zu der Geometria (Feldtmessung) gehört.

10) Kunstliebende Leser, dieser Cirkel wird bei M. Jobst Burgi, so sie selbst macht, vnd bei mir Levino Gulsio zu Kauff gefunden, und mag ich das mit Wahrheit schreiben, daß etliche in andern Städten denselben nachzumachen sich vnterstanden, sie haben aber in der Theylung nicht zugetroffen. —

11) Man vergleiche das vorhin erwähnte Werk Bramers: *Problema ect.* Vorrede pag. 8: Wie man aber am leichtesten zu einem Grad Minuten oder Sekunden gelangen möge, hat Bartholomäus Pitiscus in seiner Trigonometria (da er meines lieben Schwagers vnd Praeceptoris Jobsten Burgi invention, wie nemlich mit hülf der Cossa oder Algebrae ein jeder Bogen oder Winkel in 3 oder 5 gleiche theyl zu theilen sei) zum Theyl angezeigt. —

angeführte Stelle aus Bramer nicht gekannt, da sie dem Pitiscus jene Arbeit als eine selbstständige zuschreiben,¹²⁾ ein Versehen, das freilich auf der andern Seite sehr leicht zu verzeihen ist, da Pitiscus nirgend Byrg's, des wahren Erfinders gedenkt. — Da Jobst seine Trigonometrie stets weiter führte, dürfte ihm auch das Hauptverdienst an dem von Pitiscus unter dem Titel: *Thesaurus Mathematicus sive canon sinuum ect.* 1613 zu Frankfurt herausgegebenen Werke¹³⁾ gebühren. —

Der geistreichste und wohl auch bedeutendste Schüler Byrg's ist sein Schwager Benjamin Bramer Felsber.¹⁴⁾ — Bramer in Felsberg im Hessischen 1588 geboren,¹⁵⁾ war in der frühesten Jugend in das Haus seines Schwagers Burgi, der damals Hofuhrmacher in Cassel war, gekommen, und mit ihm 1603 nach Prag gezogen. Es scheint, daß als Burgi nach dem Tode der Schwester Bramers nochmals (1611) heirathete, beide bis dahin innige Freunde sich getrennt haben und Bramer, der in den Jahren des Zusammenlebens mit Byrg genügende Kenntnisse gesammelt, nach Marburg gegangen und dort 1612 eine Stelle als Baumeister erhalten habe. — Ob Bramers Schriften alle ganz selbstständig von ihm bearbeitet oder ob es Bearbeitungen der Entdeckungen Byrg's sind, läßt sich unter diesen Umständen schwer entscheiden; soviel dürfte indes feststehen, daß von allen, so viel bekannt und aus den mit zu Gebote stehenden Quellen zu ersehen, mit Jobst in näherem Umgange stehenden Bramer der selbstständigste ist. Er unterstützt Byrg bei seinen Rechnungen, ist ihm ohne Zweifel auch bei der Berechnung der Logarithmen behilflich und erlangt durch diese Beschäftigung so bedeutende Kenntnisse, daß er, vielleicht mit kleinen Anleitungen Byrg's, der sich mit ähnlichen bereits durch Pitiscus veröffentlichten Arbeiten beschäftigt, seine erste, vorhin schon erwähnte Arbeit: *Problema ect.* herausgeben kann. Freilich ist ihr eine sehr ähnliche von Bernegger: *Manuale Mathematicum* Strassburg 1619 vorangegangen und der Arbeit Bramers folgt. Simon Stevin's: *Calculation der Tabularum sinuum, tangentium et secantium* Nürnberg 1628.

Fast gleichzeitig arbeitet Bramer an einer „geometrischen Practic“ und veröffentlicht schon im folgenden Jahre 1615 bei demselben Verleger die Construction eines Winkel-Instrumentes: *Benjamin Brameri Kurzer Bericht Eines Schreg oder Winkel-Instrumentes* darmit alle auß und eingebogenen Schregen abzunehmen. — Gedruckt zu Marburg durch Paul Egenolff Im Jahr 1615. — 7 Seiten und 2 Kupfertafeln. Im Jahre 1630 erscheint wiederum die Beschreibung eines neuen Perspectiv — und grundreißenden Instruments unter dem Titel: *Benjamin Brameri Beschreibung Eines sehr leichten Perspectiv, und grundreißenden Instruments auff einem Stande: Auff*

¹²⁾ Montucla Tom I. pag. 583: Quant à Pitiscus, il s'était déjà rendu utile aux Mathématiques par une trigonométrie trèsbonne pour le temps, et qui était accompagnée de ses usages en dix livres. Barthol. Pitisci. *Trigonometriae* lib. 10. Francof. ad Maenum 1599. Zweite Auflage. 1608.

¹³⁾ Montucla Tom I. pag. 582. —

¹⁴⁾ Felsber nennt er sich in seinem Werke: *Problema ect.* sonst nur Benjamin Bramer. — Montucla Tom II. pag. 12, sagt von ihm: Quant à Bramer, c'était un ingénieux et habile géomètre.

¹⁵⁾ Confer. Dr. Grebe. *Grunert Archiv.* Th. 16.

Herrn Johann Faulhabers bestellten Ingenieurs der Heyl Reichstadt Blm weitem Continuation seines Mathematischen Kunstspiegels geordnet. Gedruckt zu Cassel durch Johann Wessel vnd zu Frankfurt bey Eberhard Kiefers Kupferstechern zu finden. Im Jar 1630. — Somit fördert Bramer, wie sein Lehrer Byrg theils durch Rechnungen, die er ausführt, theils durch Constructionen namentlich für die Feldmestkunst geeigneter Instrumente, sowohl die Algebra als die Geometrie. — Es gestattet nicht der Raum, alle jene Männer zu nennen, die sich am Ende des 16ten und im Anfange des 17ten Jahrhunderts mit der Construction mathematischer Instrumente beschäftigten, und die von ihnen construirten Instrumente zu beschreiben; indeß muß bemerkt werden, daß nach den vorliegenden Werken die historische Einleitung von Scheibel, die dem „Unterricht vom Proportionalzirkel von Scheffel“ auf neunzehn Seiten vorangeschickt ist, keine vollständige genannt zu werden verdient, da mehrere wichtige Instrumente unerwähnt bleiben. Daß Scheibel nicht genau die einzelnen Quellen, die er anführt, studirt hat, sondern sich auf Urtheile früherer Bearbeiter stützt und deshalb eine nicht immer richtige Kritik übt, dürfte dadurch entschuldigt werden, daß ihm jene Quellen nicht zu Gebote standen. — Byrg steht ohne Zweifel, was die Construction des Proportionalzirkels betrifft, als der erste Geometer Deutschlands da, der belehrend und anregend auf eine nicht geringe Zahl ihn umgebender Freunde wirkt, die wir in spätern Zeiten, durch ihren Beruf veranlaßt, an den verschiedensten Orten Deutschlands und den benachbarten Ländern wiederfinden. — Auch hier sind sie den mathematischen Studien ergeben und suchen die von ihrem Lehrer ihnen mitgetheilten Ideen theils zu vervollkommen, theils auszuführen. — Nachdem Hulsius die Erfindung Burgi's veröffentlicht, erscheint 1605 eine lateinische Erläuterung Horchers¹⁶⁾ über die Schrift des Hulsius; — sie ist nicht, wie Dechaless¹⁷⁾ fälschlich angiebt, schon früher bekannt gewesen. Ein Jahr früher 1604 ist von Clavius¹⁸⁾ die Beschreibung desselben Instrumentes bekannt gemacht. —

Hätte Byrg, der uneigennützig und durchaus nicht stolz auf seine Leistungen war, nicht die Erfindungen andern mitgetheilt, so hätten wir, da er selbst nichts geschrieben, ihn zu bewundern keine Gelegenheit gefunden; — allein die Resultate seiner Arbeiten wurden sogleich zunächst seinen Freunden bekannt, und nicht immer läßt sich eine scharfe Grenze ziehen bis zu der sie gelangten. Durch mündliche Ueberlieferungen mögen sie in Gegenden gedrungen sein, in denen man wahrlich nicht den Namen des Erfinders kannte und der zuerst von ihm ausgegangene Gedanke erhielt neue Formen, in denen er sich, wenn auch schwer, so doch deutlich wiedererkennen läßt. — Es dürfte die Behauptung, daß selbst bis Italien Byrg's Ideen getragen und dort von zweien Gelehrten Capra¹⁹⁾ und Galilei,²⁰⁾ vielleicht ganz unbewußt, aufgefaßt und in Worte gekleidet wurden,

16) Philippi Horcher Berncastellani Philos. et Med. Dr. Libri tres in quibus Constructio Circini Proportionum edocetur. Moguntiae apud Balthessrem Lippium 1605 quarto. 54 Seiten mit Holzschnitten.

17) Confer. Dechaless Mundo mathem. T. I. p. 17. Mit ihm nimmt es auch Montucla fälschlich an, der es wörtlich aus Dechaless entnommen.

18) Christophori Clavii Geometria practica. Romae apud Aloysum Zannet 1604. Quarto.

19) Baltharis Capra usus et fabrica ejusdam Circini Proportionis. Patav. 1607. Quarto. 60½ Seiten.

20) Le Operazioni del Compasso Geometrico e Militare Di Galileo Galilei Stampata in Padova per Pietro Marinelli 1606 in Folio. — Die Zahl 1607 bei Dechaless ist falsch. —

ohne daß einer vom andern wußte, gerechtfertigt erscheinen. — Wenn man die Arbeiten beider zuletzt erwähnten Männer gesehen, wird man durchaus nicht zweifeln können, daß sie der Grundidee nach mit Byrg übereinstimmen, wenn auch Modificationen der verschiedensten Art darin vorkommen. Die Ansicht, daß beiden ein Bericht über die Resultate Byrg's zugekommen, wird durch die Behauptung Scheibels: Beide haben schwerlich etwas von Burgi's Zirkel gewußt, da Horcher's Schrift erst 1605 erschien, nicht entkräftigt; — denn abgesehen davon, daß ihre Werke erst 1606 und 1607 erschienen und zugleich Galilei in seiner Vertheidigung behauptet bereits 1598 seinen Proportional-Zirkel für auswärtige Fürsten verfertigt zu haben, ist der im Jahre 1607 zwischen Capra und Galilei ausbrechende Streit, in welchem beide ihr Recht der Priorität der Erfindung in Anspruch nehmen, und der sich durch viele Jahre zieht, nur durch die vorhergegebene unmaßgebliche Ansicht zu erklären. — Es ist nicht unwahrscheinlich, — wie es doch bisweilen geschieht, — daß beiden Gelehrten zugleich jene Idee gekommen wäre, dem aber scheint der Umstand zu widersprechen, daß der Bamberger Mathematiker Clavius schon seit 1584 durch: *Epitome Arithmeticae Practicae. Coloniae 1584* bekannt und mit Byrg's Arbeiten vertraut, auftritt und Galilei ebenfalls die Erfindung streitig zu machen sucht.²¹⁾ Man kann über diese Streitigkeiten, die meistens unklar in der Geschichte der Mathematik behandelt werden, nur dann ein richtiges Urtheil gewinnen, wenn man die betreffenden Werke genau studirt; es wird dann Jeder zu der Annahme geführt werden, daß Byrg, der bereits 1603 mit der Construction seines Instrumentes fertig war, mehre Jahre vorher — er arbeitete langsam und Verschiedenes zu gleicher Zeit — seinen Bekannten die seinen Arbeiten zu Grunde liegenden Ideen, oft auch die bereits erlangten Resultate mittheilte. — Diese Mittheilungen blieben aber nicht im engeren Kreise der Freunde, sondern wurden theils durch mündlichen, theils durch brieflichen Verkehr mit weiter entfernt wohnenden Gelehrten Gemeingut vieler. — Mancher gelehrte Mathematiker scheute sich nicht die ihm mitgetheilten Resultate nochmals zu prüfen um, wenn er sie als richtige erkannt, Ergänzungen hinzuzufügen und sie dann der Oeffentlichkeit als eine selbstständige Arbeit zu übergeben. — Wie aber auch der enge Zusammenhang der Ideen gekommen, immer sind wir anzunehmen berechtigt, daß in Deutschland der erste Gedanke dieser Constructionen von Byrg ausgegangen ist. — Eine Reihe von Abhandlungen, die bald darauf erscheinen, sind nur als bedeutendere oder geringere Modificationen der Arbeiten Byrg's und Galilei's anzusehen. Es erscheint 1610 über den Proportionalzirkel Galilei's eine Schrift von Faulhaber: *Neue Geometrische vnd Perspectivische Inventiones sonderbahrer Instrument.* — in Druck gegeben durch Johann Faulhabern 1610. In Quart.

In demselben Jahre erscheint auch eine Schrift über die Instrumente Burgi's und Galilei's von Galgemayer: „George Galgemayers kurzer (Bericht) vnd gründlicher Unterricht, wie der Künstliche Proportionalzirkel auszutheilen vnd aufzuzeich-

²¹⁾ Galilei spricht im ersten Bande seiner Werke, — die durch Carlo Malonesi 1656 zu Bologna erschienen, — von dem Streitigmachen seiner Erfindung und meint offenbar den Clavius, da Capra erst ein Jahr später seine Ansprüche geltend zu machen sucht. —

nen. Laugingen 1610. Quarto. 35 S. Beide zuletzt erwähnten Abhandlungen sind die ersten, die in deutscher Sprache abgefaßt sind. Ebenso läßt Metius 1611 eine Schrift über Clavius und Galileis Proportionalzirkel unter dem Titel erscheinen: *Arithmeticae et practicae Geometricae Adriani Metii Almar. Matheseos Profess. in Academia Frisiae. Francquerano ordin. Francquerae 1611 in Medianquart.* — Berneggerus, den wir später als Verfasser des *Manuale Mathematicum* auftreten und dadurch mit dem Danziger Astronomen Crüger in Streit gerathen sehen, liefert eine lateinische Uebersetzung von Galileis Schriften mit Anmerkungen versehen unter dem Titel: *D. Galilaei De Galileis Patricii Florentini Math in Gymnasio Patavino Doct excellentissimi de Proportionum Instrumento a se invento Tractatus a Mathia Berneggero ex Ital. in Lat. versus et Notis illustratus Argentoratum 1612. Quarto.* Diese Schrift wird wiederum von den Italienern aus dem Lateinischen in das Italienische übersezt und erscheint als: *Annotationi di Mattia Berneggeri Sopra'l Trattato dell' Instrumento delle Proportioni del Sig. Galileo Galilei.* — In Bologna 1655. Presso gli H. H. del Dozza. — Der Inhalt dieser zuletzt erwähnten Schriften stützt sich somit der Hauptsache nach auf die Ideen Byrg's und ihm auch verdankt Brammer seine Kenntniß des Proportionalzirkels, so daß auch die 1615 und 1617 von Brammer herausgegebenen Schriften nicht ganz unabhängig von Byrg sind, wiewohl des Schülers scharfsinniger und erfinderischer Geist, der die Arbeit durchweht, kaum die Anleitung des Lehrers durchblicken läßt. — Brammer veröffentlichte 1615: Beschreibung und Unterricht wie allerley Theilungen zu den Mathematischen Instrumenten zu verfertigen: Neben dem Gebrauch eines neuen Proportional Instruments, In zwey Theile verfaßt. — Beschrieben vnd den Liebhabern zu gefallen an Tag gegeben von Benjamin Bramero, der Mathematischen und Mechanischen Künste Liebhaber vnd jetzigem Fürstlichem Bawmeister vnd Geometren zu Marburg. — Gedruckt zu Marburg bei Paul Egenolff, der Löblichen Vniversitet Buchdrucker 1615. In Quart 92 S. mit Holzschn.

1617 erschien: *Benj. Brameri Bericht vnd Gebrauch eines Proportional-Lineals, nebst kurzen Unterricht eines Parallel-Instruments.* Marburg 1617. In Quart. —

Auch Lauremberg macht 1615 ein ganz ähnliches Proportionalinstrument bekannt,²²⁾ so daß es Faulhabern²³⁾ durch die Kenntnisse der Instrumente beider zuletzt erwähnten Mathematiker

²²⁾ *Christ. Laurembergii Clavis instrumentalis Laurembergica* oder: allerhand Aufgaben auf dem Arithmetisch-Geometrischen Proportional-Instrument. — Leipzig 1615 in Quart. — (Christ. L. ist nicht mit dem Arithmetiker Peter L. zu verwechseln, der „*institutiones Arithmeticae*“ Hamburg. 1624. herausgab.)

²³⁾ *Faulhaberi Neu-erfundener Gebrauch des Proportional-Circuls zur Fortification.* Ulm. 1617. in Quart.

gelingt im Jahre 1617 einen erweiterten Gebrauch des Proportionalzirkels bei der Fortification zu veröffentlichen. — Hieran schließt sich eine große Anzahl von Beschreibungen ähnlicher Instrumente, von denen hier nur eine sonst nicht weiter erwähnte Abhandlung Schwenter's, Professor in Altdorf angeführt werde, die 1618 in drei Tractaten abgefaßt erschien; — sie dürfte auch insofern nicht ganz unwichtig erscheinen, als in der Vorrede eine Anzahl Geometer genannt ist, die sich um die Construction ähnlicher Instrumente verdient gemacht haben. — Auch in Frankreich liefert Henrion einen Zirkel, der unter andern die Construction von neun für die Schifffahrt wichtigen Linien angiebt. Das Buch führt den Titel: *L'usage du Compas de Proportion De D. Henrion Mathematicien à Paris 1681.*²⁴⁾ — Goldmann veröffentlicht 1656: *Tractatus de Usu Proportionatorii sive Circini Proportionalis, cum Tabulis Constructionum et Usu Lineae Munitionum vulgo Fortificationis pro delineandis Figuris regularibus et irregularibus nec non Operibus campestribus et externis cum Figuris aeneis ex Conatu Nicolai Goldmanni Vratislaviensis Silesii.* — In dieser Schrift ist Alles, was bis dahin vom Proportionalzirkel geschrieben, enthalten, doch ist das Ueberflüssige, das die Schriften vieler früherer Bearbeiter breit und fast unerträglich langweilig macht, hier fortgelassen. Diese Schrift zeichnet sich durch ein sorgfältiges Studium vor denen der beiden Franzosen Conette²⁵⁾ und Petit²⁶⁾ aus und besitzt auch Vorzüge vor den meist leichtfertig gearbeiteten Schriften der Deutschen Stegmann²⁷⁾ und Uttenhofer, von denen namentlich letzterer durch seine Arbeit: „Circinus geometricus zu Teutsch Meß-Cirkel, Nemlich: Ein geometrisch Instrument durch Caspar Uttenhofern. Nürnberg 1626.“ nichts Neues bietet. — Nicht unerwähnt darf die Schrift Lochmanns bleiben: *Instrumentum Instrumentorum Mathematicorum*, das ist: Ein Newgeordnetes Mathematisch Instrument u. s. w. an den Tag gegeben und zu Kupfer gebracht durch Wolfgangum Lochmann zu Alten Stettin Gedruckt. Berlin 1626. Quart. In dieser Abhandlung zeigt der Verfasser, wie man den Proportionalzirkel mit einem Quadranten und Diopter zu versehen habe, damit er zu einem für die Feldmefskunst wichtigen Instrumente umgestaltet werde. Von nicht besonderem Werthe sind die von Galgemayer im Jahre 1619 bekannt gemachten: *Neuen Künsteleien oder Centriloquium Circini Proportionum.* — Ein neuer Proportional-Cirkel, von vier, fünff, sechs oder mehr Spitzen mit hundert

24) Diese Abhandlung fehlt der Bibliothek.

25) *La Géométrie reduite eu une facile pratique par deux excellents Instruments dont un est le Pontometre ou Compas de Proportion par Michel Conette.* Paris 1626.

26) *P. Petit Methodus perficiendi unica regulâ omnes praxes Circini proportionali cum ampla constructione ejus et tabula gravitatis et magnitudinis metallorum et reductione ponderum et mensurarum Europae, Asiae et Africae ad mensuras Parisienses.* — Parisiis 1634.

27) *Joach. Stegmann Circinus Quadrantarius oder Beschreibung eines Mathematischen Instruments.* — Berlin 1624. Quart.

schönen, auserlesenen nützlichen Fragen und Exempeln geziert und erkläret, wie auch Petri Apiani Organon Catholicum u. s. w. Gedruckt und verlegt zu Nürnberg durch Simon Halbmayern. Die Verbesserungen des Proportionalzirkels, die durch diese Schrift bekannt gemacht werden, haben meistens keinen Werth und Apiani's Arbeit ist eine Beschreibung eines schon lange bekannten Winkelmessers. — Ebenso erscheinen die Arbeiten eines Alexander,²⁸⁾ Casati²⁹⁾* und Dechales³⁰⁾* nach dem Urtheile Scheibels sehr dürftig gegen die vorzüglichen Abhandlungen Ozanam's³¹⁾ und Scheffelt's,³²⁾ den letzten Schriftstellern, die im 17ten Jahrhunderte über den Proportionalzirkel geschrieben. — Die Arbeit des sonst nirgend erwähnten Bernhard Cantzler, die hier noch anzuführen ist, weil sie Aehnliches wie die vorhingenannten behandelt, bietet eigentlich wenig Neues und Interessantes dar. Sie erschien unter dem Titel: Vom Feldtmessen. Kurzer und gründlicher Bericht, wie man allerley Felder auß rechtem geometrischen Grunde abmessen soll. B. Cantzler Nürnberg 1612. — Die Arbeiten, welche im 18ten Jahrhunderte erscheinen, sind meistens deshalb interessant und des Studiums werth, weil nach Betrachtung der Proportionalzirkel die vortheilhafte Anwendung dieser Instrumente auf die Geometrie und die Astronomie dargethan und die Lehre der Perspective angebahnt und auch theilweise ausgeführt wird. Namentlich ist in dieser Beziehung die Perspectiva des Roger Bacco, die 1614 durch Joh. Combachius zu Frankfurt herausgegeben wurde, wichtig und dürfte dieses Buch auch für den Physiker nicht ohne Interesse sein, da eine dem Inhalte nach bedeutende Abhandlung über die verschiedenen Plan-, Con- und Concavspiegel sich der Schrift über Perspective anschließt. — Von namhaften Schriftstellern des vorigen Jahrhunderts seien hier angeführt Mallet,³³⁾ Nicolai Bion, (Neueröffnete Mathematische Werk-Schule. Frankfurt 1712.) Leonhard Christoph Sturm, (Vier kurze Abhandlungen. Frankfurt an der Oder 1710.) Jac. Leupold,³⁴⁾ Joh. Fried. Penther,³⁵⁾ D. H. Lambert, (freye Perspective. Zürich 1759. Octav.) Karsten, (Lehrbegriff der gesammten Mathematik. Greifswald 1775), Johann Tobias Mayer,³⁶⁾ Burekhard von Pürkenstein (Auserwählter Anfang zu denen höchstnützlich mathematischen Wissenschaften. Augsburg 1713 mit 140 Kupfertafeln), Fr. Brander

28) Logometron Architecturae militaris Freitagianae. Durch Andreas Alexandern, aus der Mark Brandenburg.

29) Paolo Casati Fabrica et uso del Compasso di proportione Bologna 1664. In Quart.

30) R. S. Claudii Francisci Milliet Dechales Camberiensis e Societate Jesu Coursus seu Mundus Mathematicus Lugduni 1690.

31) L'usage du compas de Proportion par M. Ozanam.

32) Michael Scheffelt's Unterricht vom Proportional-Zirkel. Ulm, in Verlegung des Autoris 1697. In Quart. —

33) La Géométrie pratique par Allain Manesson Mallet à Paris 1702.

34) Theatrum Arithmetico-Geometricum. Leipzig 1727.

35) Praxis Geometriae. Augsburg 1755.

36) Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur practischen Geometrie. Göttingen 1777. Octav. —

(Beschreibung und Gebrauch eines geometrischen Instruments in Gestalt eines Proportionalzirkels. Augsb. 1780). — Folgende Schriften, früheren Perioden angehörig, finden wir bei Leupold: Sethi Patridge* *Descriptio Instrumenti, quod vulgo dicitur duplex Scala Proportionis. Anglice. Lond. ohne Jahreszahl.* — Dolz.* *Cunabula omnium fere scientiarum et praecipue in Proportionibus et Proportionalibus Montalbani 1518.* — Joh. Fernelius* *de Proportionibus. Paris 1528.* — Nic. Horen *Tractatus Proportionum Venet. 1505.* — Alb. de Saxonia* *Tractatus Proportionum. Venet. 1519.* — Auf die Frage Scheibels, der diese Werke nicht gesehen: ob in diesen Schriften etwa eine ältere Spur von diesem (Proportionalzirkel) oder einem ähnlichen Werkzeuge vorkommen möchte, kann, da hier N. Horen *Tractatus Proportionum* vorliegt, geantwortet werden, daß Winkelmeß-Instrumente dort erwähnt und ihre Constructionen erörtert sind. —

Einen kurzen aber recht interessanten Ueberblick über den Fortschritt und die Fortbildung der Instrumente von Tobias Mayer ab, giebt Dirksen in einer 1819 zu Göttingen erschienenen Schrift: *Historiae Progressuum Instrumentorum adumbratio ect.* —

Auch in Holland sehen wir ein reges Interesse für Mathematik; es tritt Jan Pieterszon Dov,³⁷⁾ Landmesser und Bistrer der Stadt Leyden mit der Beschreibung eines Instruments auf, die 1616 durch Curtius übersetzt erscheint. — Schon im Jahre 1600 war zu Leyden von Johann Sems und Jan Pietersz Dou eine: „*Practyk des Lanmetens*“ erschienen, die jedoch nicht in's Deutsche übersetzt ist; — sowohl durch diese Arbeiten, als auch durch die *Arithmetica Practica*, die Henricus Coetsius zu Amsterdam 1648 herausgibt, documentiren die Verfasser ihre gebiegenen Kenntnisse in der Geometrie und der Algebra. — Im Jahre 1608 ist von Leonhard Zubler, einem in Zürich lebenden Geometer, unter dem Titel: „*Neue geometrische Büchsenmeistery*“³⁸⁾ ein Zirkel konstruirt, dessen nirgend, weder von Montucla, noch von Scheibel, Erwähnung gethan wird. — Zubler liefert auf der zweiten Seite genannten Buches eine genaue Beschreibung des auf zwei Kupfertafeln gezeichneten Zirkels; — er erwähnt in der Vorrede zwei von ihm konstruirte mathematische Instrumente, von denen das eine zur Geometrie, das andere zur Geographie zu gebrauchen ist. — Ohne Zweifel erinnert er, wenn er von einem für die Geographie nützlichen Instrumente spricht an das, sonst in der Geschichte der Instrumente nie erwähnte *Instrumentum Chorographicum*, dessen Beschreibung in

³⁷⁾ Tractat vom machen und Gebrauch eines Neugeordneten Mathematischen Instruments, In welchem vnderchiedliche Künstliche Stück, die Geometriae betreffende, verfasst und begriffen sind. Niederländisch beschrieben durch J. P. Dov. der Stadt Leyden Landmesser und Bistrer. Jetzt aber männiglich zu nutz verbessert iberfetzt und Transferirt durch Sebastianum Curtium Arithmeticum. Geometern der teutschen Schule in Nürnberg. — Gedruckt zu Amsterdam bei Wilhelm Janss. 1616.

³⁸⁾ Der vollständigere Titel ist: *Neuwe Geometrische Büchsenmeistery. Das ist Grundtlicher Bericht, wie man durch ein neuw Geometrisch Instrument jedes Geschüß nit allein richten, sonder zugleich auch desselben Höhe vnd weite messen soll.* durch Leonhard Zubler, Burger. Zürich 1608. —

16 Capiteln abgefaßt, schon 1607 unter dem Titel: *Fabrica et usus Instrumenti Chorographici* ect. in Basel erschienen war. — Beide Arbeiten sind Fortsetzungen einer bereits 1602 gedruckten, jedoch erst 1604 erschienenen Abhandlung³⁹⁾ zweier Züricher Geometer: **Philipp Eberhart Steinmetz** und **Leonhard Zubler**, mit 19 Kupfertafeln ausgestattet. — In der Vorrede, die wohl Zubler geliefert, wird die Schrift des **Levinus Hulsius**: „Abriß eines Quadranten, sammt einem Bericht alle Höhen, Weiten, Längen und Tiefen abzumessen“ erwähnt und hinzugefügt, daß, da sie zu complicirt wäre, hier der Versuch gemacht werden solle, eine einfachere Construction, ohne besondere Kenntniß der Arithmetik zu geben. Im Jahre 1604 erscheint eine bereits im vorhergegangenen Jahre gedruckte Schrift⁴⁰⁾ **Zublers**, deren Inhalt dem der zuletzt erwähnten Arbeit ganz ähnlich ist. — In der Vorrede wird auch einandergesetzt, wie die 1602 gedruckte Schrift vielen in der Arithmetik nicht Verwandten sehr gefallen, so daß der Verfasser das begonnene Werk weiter auszuführen sich veranlaßt sehe. — Wir dürfen somit auch nach dieser Seite hin den Einfluß **Byrg's** nicht verkennen. **Zubler** ist nur durch das Studium der Schrift des **Hulsius**, also wie wir vorhin gesehen, durch die Auffassung der Ideen **Byrg's**, zur Construction der uns von ihm bekannt gewordenen Instrumente geführt. — Ob jene Ideen **Byrg's** jedoch als ganz selbstständige zu betrachten sind, müssen wir freilich dahingestellt lassen; wir sehen in jener Zeit überhaupt die Neigung zur Construction der verschiedenartigsten Meßinstrumente und die genialsten Köpfe jener Zeit überbieten sich in der Auffindung bald mehr, bald weniger zum practischen Gebrauche geeigneter Apparate. — So sehen wir bereits vor der Bekanntmachung des **Byrg'schen** Proportionalzirkels im Jahre 1600 zu Frankfurt ein Werk erscheinen, das uns die Beschreibung eines zur Messung von Längen bestimmten Instrumentes vorführt. Es erscheint als: *Quaestiones geometricae in Euclides et P. Rami* *σσοιχελωσι. in usum scholae Mathematicae collectae a Doctore Petro Reyff* Basil. Mathematicae Professore, quibus Geodæsiam adjectimus per usum Radii Geometrici. Francofurti 1600. — Im Jahre 1599 ist von **Franciscus Ritter** (Nürnberg): *Instructio Instrumentalis Quadrantis novi*. Das ist: „Beschreibung und vnterricht eines neuen Quadranten“ zu Nürnberg erschienen. **Ritter**, der sonst auch nicht erwähnt wird, läßt 1607 ebenfalls zu Nürnberg eine zweite Arbeit unter dem Titel erscheinen: *Speculum solis*. Das ist Sonnenspiegel. Beschreibung und vnterricht derrer in das Kupffer gestochenen Sonnenuhren u. s. w. — Im Jahre 1613 endlich erscheint von ihm: „*Astrolabium*,“ eine Schrift, in welcher die

³⁹⁾ Kürzer und gründlicher Bericht von dem Neuen Geometrischen Instrument oder Triangel, alle höhe, weyte, lenge und tieffe leichtiglich und ohne rechnung abzumessen. —

⁴⁰⁾ Kürzer und gründlicher Bericht von dem Neuen Geometrischen Instrument oder Triangel, auß einem Thurm alle tieffe, wehte und höhe zu messen. — **Zubler** scheint auch der Verfasser des 1604 zu Zürich erschienenen *Instrumentum Instrumentorum-Horologiorum Sciotericorum* zu sein, denn obwohl diese Schrift ohne Namen des Verfasser gedruckt ist, deuten die Buchstaben **B. L.** auf die Vornamen **Zubler's**, auch sprechen Stil und die Art der Darstellung dafür. —

Theorie eines Instrumentes aneinandergefest wird, durch welches er die Polhöhe einer großen Anzahl von Orten bestimmt hat. Es scheint dieses letzte Werk indess nur eine Bearbeitung der 1664 zu Paris von Johann Stoflerinus erschienenen *Euclidatio Fabricae ususque Astrolabii* zu sein, eine Arbeit, die später noch durch Tobias Beutel, in dessen *Arboretum mathematicum*. Dresden 1671. ausgebeutet wird. — Beutel vervollkommnet die Arbeit nicht, sondern als ein guter Astrologe zieht er aus den Resultaten Schlüsse für die Astrologie. — Erwähnt sei hier noch, daß wir eine ältere Schrift über das Astrolabium von Johann Copp besitzen, der sie 1525 als Uebersetzung aus dem Lateinischen lieferte und die Zacharias Bornmann 1597 nochmals bearbeitete. —

Werfen wir nun einen Blick auf Byrg, so werden wir seine Verdienste um die Geometrie wohl anerkennen müssen. Zu bedauern ist es immer, daß er nie selbstständig aufgetreten, denn mancher Gedanke, der Andere zu neuem wissenschaftlichen Streben angeregt hätte, ist vielleicht dadurch verloren gegangen, daß derjenige, dem er mitgetheilt wurde, ihn unrichtig auffaßte und deshalb nur theilweise oder schlecht verarbeitete, oder ihn auch garnicht verstand. — Manches schätzenswerthe Resultat langjähriger Forschung dürfte eben so wenig an den Tag gekommen sein, — es sollte dem Leser Byrg's eigener Arbeit, die er zu veröffentlichen gedachte, Neues und Interessantes bieten. — War auch die Idee der Construction mathematischer Instrumente keine neue, und Jobst Burgi nicht der erste, der mit einem Meßinstrumente auftrat, so sind seine Arbeiten doch nicht Nachbildungen früherer Mathematiker, sondern selbstständige. — Eine nicht geringe Anzahl Mathematiker findet durch Byrg Anregung, und wir sehen noch in späterer Zeit tüchtige Geometer das Gebäude auszubauen bemüht, zu dem er einst den Grundstein legte. —

Byrg als Algebraiker.

Im vorhergehenden Abschnitte sahen wir, was Byrg als Geometer leistete, wie weit seine Entdeckungen bekannt wurden und welchen Einfluß sie in Deutschland und in andern Ländern übten; in diesem Theile wollen wir nicht nur im Allgemeinen die Leistungen Byrg's in der Algebra kennen und bewundern lernen, sondern wir wollen auch zeigen, wie er durch ein eifriges Studium, namentlich deutscher Mathematiker das Ziel, nach dem er strebte, errang. —

Wer von beiden Gelehrten Neper oder Byrg zuerst die Logarithmen entdeckt habe, wird sich wahrscheinlich nie mit Sicherheit entscheiden lassen, denn die mannigfachen Untersuchungen, die darüber angestellt sind, haben kein genügendes Resultat geliefert und auch die Vorrede Byrg's zum: „gründlichen Bericht“ liefert für diesen Zweck wenig Neues. — Byrg erwähnt nur an dieser Stelle, daß er viele Jahre „mit der Berechnung der Tafeln umgegangen,“ die Geschäfte jedoch ihn von der Vollendung abgehalten, und seine geringen Geldmittel die Veröffentlichung verzögert hätten. —

Meiner unmaßgeblichen Meinung nach dürfte sich Byrg früher als der verdienstvolle Neper mit dem Gedanken, logarithmische Tafeln aufzustellen, beschäftigt haben. — Diesen Ausspruch sehe ich mich namentlich aus zwei Gründen zu thun veranlaßt. — Einmal hatte Byrg, nach Bramers

Ausspruch bereits vor 1610 seine Logarithmentafeln, die 1620 im Druck erschienen, vollendet. Wie erfahren Dieses aus der Vorrede des schon erwähnten Werkes von Bramer: Benjamin Bramers Beschreibung Eines sehr leichten Perspectiv, und grundreiffenden Instrumentes auff einem Stande u. s. w., dort heist es pag. 5: Auff diesem Fundament hat mein lieber Schwager und Praeceptor Jobst Burgi vor zwanzig und mehr Jahren eine schöne progress-tabul mit ihren differentzen von 10 zu 10 in 9 Ziffern calculirt auch zu Prag ohne bericht in Anno 1620 drucken lassen. Vnd ist also die Invention der Logarith. nicht dess Neperi, sondern von gedachtem Burgi (wie solches vielen wissend vnd ihm auch Herr Keplerus zeugniss giebt) lange zuvor erfunden. — Allerdingz finden wir bei Kepler: Tabulae Rudolphinae fol. Ulmae 1627. Saurius pag. 11 colum I. Praecepta Cap. III. folgende Stelle: . . . hoc inquam si expetis: ecce tibi apices logísticos antiquae qui praestant hoc longe commodius: qui etiam apices logistici Justo Byrgio multis annis ante editionem Neperianam, viam praeiverunt, ad hos ipissimos logarithmos. Etsi homo cunctator et secretorum suorum custos, foetum in partu destituit, non ad usus publicos educavit. Auch Montferrier im Dictionnaire des sciences mathématiques 4. Paris 1835 tom I. pag. 242 führt die schon vorhin erwähnte Stelle aus der Vorrede des Bramerschen Werkes in seiner Biographie Byrg's an. — Wenn wir ferner auch nicht auf das Genaueste die Verhältnisse, unter denen Byrg lebte, kennen und der Gang seiner Studien uns unbekannt geblieben ist, so wissen wir doch wohl mit Bestimmtheit, daß er nur in seinen Mußestunden Arbeiten dieser Art vornehmen und ausführen konnte. Er selbst spricht in der schon mehrmals erwähnten Vorrede darüber und sagt dort, daß er zu aller Zeit, d. h. also viele Jahre hindurch, Tafeln aufzuschreiben, bestrebt gewesen wäre. Ganz anders ist es mit Neper.⁴¹⁾ — Er lebt in der unabhängigsten Stellung, sein Beruf ist die Wissenschaft, er kann den einmal gefassten Gedanken ununterbrochen verfolgen, ohne durch andere Beschäftigungen immer wieder aufs Neue davon abgelenkt zu werden; Personen, die ihn im Rechnen unterstützen, kann er zu sich heranziehen, denn viele Mittel stehen ihm zu Gebote, so daß auch seine Untersuchungen sofort veröffentlicht werden können, während Byrg 10 Jahre lang, nachdem er die Tafeln längst vollendet, warten muß und nicht im Stande ist, das Geld zur Bestreitung der Druckkosten herbeizuschaffen. — Diese und ähnliche Betrachtungen, namentlich über die verschiedenen Charaktere beider, dürften Manchen auf die Seite Bramers und Keplers zu treten veranlassen, und es ist wahrscheinlich nicht nur die Rhabdologia, sondern auch die erste Auf-

⁴¹⁾ Neper, eigentlich Napier oder Nепair ist der älteste Sohn des Baron Archibald v. Marchiston in Schottland, geb. 1550, gest. 1618. Mathematik war sein Hauptstudium, nächst ihr die Bibel. Bekannt ist er außerdem noch durch seine Rhabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo 1617; — eine Erfindung, die ihm ebenfalls durch einen Deutschen Peter Apian, Astronom zu Ingolstadt streitig gemacht wird. Von diesem erschien 1543 ein Rechenbuch mit einer kurzgeschriebenen Methode, die später als Erfindung Nepers angesehen wurde. — Egen. Algeb. pag. 259.

stellung von Logarithmentafeln das Werk eines Deutschen. — Allerdings müssen wir auch die Verdienste Nepers, der selbstständig die erfasste Idee weiter verfolgte und zum Ziele führte, rühmlich anerkennen und namentlich gebührt ihm der größte Dank für die schnelle Verbreitung seines nützlichen Werkes. — Neper veröffentlichte im Jahre 1614 eine Schrift, die jetzt wohl nur sehr selten, auf der Danziger Bibliothek jedoch zu finden ist: *Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio, Ejusque usus in utraque Trigonometria; ut etiam in omni Logistica Mathematica, Amplissimi, Facillimi et expeditissimi explicatio. Authore et Inventore. Joanne Nepero, Barone Merchistonii ect. Scoto. Edinburgi. Ex officina Andreae Hart Bibliopolae 1614.*⁴²⁾ Diese Schrift wurde, nachdem sie von Briggs als *Logarithmorum Chilias prima* 1618 und *Arithmetica Logarithmica* 1624 bearbeitet war, überall verbreitet. So erzählt uns Johann Christoph Sturm,⁴³⁾ wie durch Strauchius die Logarithmen schnell in der Schweiz eingeführt wurden. — In Italien sehen wir sie wohl zuerst durch Cavalleri in seinem *Directorum universale uranometricum* Bologna 1632 eingeführt und später durch Caramuelis in seiner „*Mathesis Biceps*“ *Campaniae in officina Episcopali anno 1670* erwähnt. In Holland dürfte nach dem mir vorliegenden Werke Ezechiel de Decker⁴⁴⁾ wohl der erste gewesen sein, der Tafeln herausgab, sie sind 1627 also ein Jahr früher als die häufig erwähnten von Adrianus Vlacq,⁴⁵⁾ Mathematiker und Buchhändler zu Gouda verfaßten, erschienen. In England erscheint durch John Speidell* 1619 *New Logarithms*, wohl die erste Logarithmentafel, welche die Logarithmen der natürlichen Zahlen enthielt. 1633 giebt Gellibrand* seine *Trigonometria Britannica* bei Vlacq heraus, und in demselben Jahre erscheint Vlacq's: *Trigonometria artificialis seu magnus canon logarithmicus.* —

42) Robert Neper, der Sohn Johann Neper's besorgte 1619 einen neuen Abdruck in Lyon und folgende Abhandlungen des Vaters erschienen dabei:

Primo, *Mirifici ipsius canonis constructio et Logarithmorum ad naturales ipsorum numeros habitudines.*

Secundo, *Appendix de alia, esque praestantiore Logarithmorum specie construenda.* —

43) In seiner: *Johann Christoph Sturms, weyland des Mathematischen und Naturwissenschaften hochverdienten Professoris Publici zu Altorf kurzgefaßte Mathesis, als erste Anleitung zu mathematischen Wissenschaften.* Im Jahre 1684 erschien dann von ihm: „*Mathesis enucleata,*“ ein sehr schätzenswerthes Werk. —

44) *Tweede Deel van de Nieuwe Tel-konst ofte Wunderlicke konstighe Tafel inhoudende de Logarithmi vor de Getallen von 1 af tot 100,000 toe.* von Ezechiel de Decker Reeken-Meester, Landt-Meter ende Lief-hebber der Mathematische konst, residerende ter Goude 1627. — Voran geht eine bedeutende Anzahl Beispiele, an welchen gezeigt wird, wie man zu rechnen habe. Daran schließt sich: *Rabat-Tafel om te vinden den Interest van een sekere somme die te betalen is over eenige Maenden ende Exempel van simpele ende Gecomposeerde Interesten.* —

45) *Arithmetica logarithmica* Briggs 1628 und *Arithmétique logarithmétique ou la construction, et usage d'une table contenant les logarithmes de tous les nombres depuis 1 jusqu' à 100,000.* Folio. —

In Frankreich sehen wir durch Edward Wingate,* einem englischen Edelmann mit seiner *Arithmétique logarithmique* und durch Henrion: *Traité des logarithmes*. Paris 1624 die Logarithmentafeln eingeführt. In Spanien verbreiten sie sich durch Giannini,* in Portugal durch Joseph Mellitao.* Lissabon 1790 und in Italien in späterer Zeit namentlich durch Toaldo (Padua 1770) und Parisani* (Florenz 1784). — In Deutschland besonders finden die Logarithmen eine günstige Aufnahme. Benjamin Ursinus verbreitet wenigstens durch seine Schriften: *Trigonometria logarithmica usibus discentium accommodata* 1618 und *Magnus canon triangulorum Logarithmicus* 1625 die Logarithmen, wenn er sie auch nicht, wie bisweilen fälschlich angegeben wird, erweiterte. Das Werk Keplers: *Chilias Logarithmorum ad totidem numeros rotundos praemissa demonstratione legitima ortus Log. eorumque usus*. Linz 1624, das 1625 durch *Supplementum Chiliadis Logarithmorum* ergänzt wurde, dürfte wohl dadurch gerade beachtenswerth erscheinen, daß die Logarithmen mit den nöthigen Umänderungen und Erweiterungen der Astronomie zugänglich gemacht wurden. Die Tafeln des Jacob Bartsch,⁴⁶⁾ des Schwiegersohns Keplers, der diesen in seinen Rechnungen, ähnlich wie Bramer Byrg unterstützte, — die mir hier als Manuscript wahrscheinlich aus der Bibliothek Krügers vorliegen — bieten außer einigen kleinen und neuen Anwendungen der Logarithmen nichts Neues dar und dürften den ähnlichen Arbeiten des Michael Taylor, Gardiner* und Babage* zur Seite gestellt werden. — Nicht ohne Verdienst um den Fortschritt der Wissenschaft sind die Logarithmen des Danziger fleißigen und scharfsinnigen Mathematikers und Astronomen Krüger: „*Praxis Trigonometriae Logarithmicae*.“ Danzig 1634 bei Adolph Hühnefeldt. — Wenn Krüger auch das System Nepers in seiner Arbeit verfolgt, bietet er doch so vieles Interessante und Neue in der Anwendung der Logarithmen dar, daß Montucla einerseits Recht hat, wenn er von den zuletzt erwähnten Arbeiten sagt: „*leurs travaux sont aujourd'hui comme ces anciens monumens de la patience et de l'industrie humaine, qu'on admire sans en faire aucun usage.*“ aber anderseits auch zugeben muß, daß wenn wir auch heute keinen Gebrauch davon machen, durch den deutschen Fleiß und die eiserne Ausdauer damals die Wissenschaft bedeutend gefördert wurde. — Allen Arbeiten Krügers läßt sich der scharfsinnige, mathematische Geist nicht absprechen; so der 1612 erschienenen *Trigonometria synopsis* und der 1634 gedruckten *Praxis trigonometria*. Seine geistige Ueberlegenheit führt ihn zu Streitigkeiten und wir sehen ihn 1613 das im Jahre 1612 durch Paulus Ledertz bekannt gemachte *Manuale Mathematicum*, das die Tafeln der Sinus, Tangenten und Secanten enthält, angreifen, indem er dem Verfasser nicht nur Nachlässigkeit, eine Menge

⁴⁶⁾ Jacobi Bartschii tabula canonica Saganni Silesiorum 1631. (Montucla 1629 ist falsch.) In Planetarum Aequationibus seu orbis annui Paralaxibus seu variis positionibus aut limationibus compendiose supputandis mire utilis. — Dieses Buch wurde 1701 in Strassburg durch M. Eisenschmidt nochmals gedruckt.

Druckfehler, die nicht verbessert sind, sondern sogar eine vollständige Unkenntnis in rebus mathematicis vorwirft. — Dadurch wird der Verfasser Mathias Berneggerus, der 1619 zum zweiten Male jene Tafeln herausgibt zu einer Vertheidigung genöthigt, die in der Vorrede in nicht sehr gewählten Worten gedruckt erscheint. — Später sehen wir Krüger wieder mit einer Streitschrift: „Die Vertheidigung seines Calenders“ auftreten. —

In häufigem Gebrauche sind jetzt in Deutschland die Tafeln von Vega: logarithmisch trigonometrisches Handbuch und die vom Danziger Mathematiker Westphal; seltener die logarithmischen Tafeln von Schulz (Berlin 1778) und die von Hobert und Ideler berechneten logarithmisch-trigonometrischen Tafeln für die decimale Eintheilung des Birkels (Berlin 1799). — Sehr reichhaltige Tafeln für die gewöhnlichen Logarithmen der Zahlen von 1 bis 1200 auf 20 und in einer zweiten Tafel auf 61 Stellen berechnet, für die hyperbolischen Logarithmen, ebenso bis auf 20 und 48 Stellen fortgeführt, sind durch Callet veröffentlicht: *Tables portatives de Logarithmes ect.* Paris 1795 par Francois Callet. — Diese Tafeln dürften der Ausführlichkeit und Genauigkeit wegen vor allen andern zu empfehlen sein. Würdig reihen sich an diese: *tables trigonométriques décimales ect. calculées* par Ch. Borda, *revues, augmentées et publiées* par Delambre. Paris an IX. und die bequemen: *Tables des logarithmes pour les nombres et les sinus ect.* par Lalande. — In England sind die *Mathematical Tables* von Sherwin, später durch Samuel Clark herausgegeben und die theils auf 20, theils auf 61 Stellen berechneten *Mathematical Tables* von Charles Hutton jetzt sehr verbreitet. —

Nachdem die Berechnung der Logarithmen durch Neper, Briggs und Ursinus bekannt geworden, suchte schon Vlacq eine bequemere Methode zur Berechnung auf. Nicolaus Mercator,* ein geborner Holsteiner, der später in England lebte, veröffentlichte 1668 in seiner *Logarithmo-Technia sive Methodus construendi Logarithmos nova, accurata et facilis.* Londini 1668 ein neues Verfahren Logarithmen leicht und genau zu berechnen. Ebenso hatten Leibnitz und Newton sich mit Formeln für die Berechnung der Logarithmen beschäftigt und letzterer gab, indem er die Einrichtungen der Tafeln von Wingate und Nathaniel Roe benutzte, 1658 in London seine *Trigonometria britannica* heraus. — Halley entwickelte in den *Transactions* 1695 die ganze Theorie der Logarithmen und Euler gründete die logarithmische Reihen auf den binomischen Lehrsatz. — Ebenso entwickelten La Grange und L'Huilier Reihen zur bequemen Berechnung der Logarithmen und Abel Bürga zeigte in seinem „selbstlernenden Algebristen“ 1786 wie die Logarithmen durch Kettenbrüche und die Differentialrechnung zu berechnen seien. Kramp, Professor in Strasburg, machte 1801 in seinem Werke: *Elémens d'arithmétique* ebenso eine bequeme Methode bekannt. —

Es würde uns zu weit führen, wollten wir andere immer neue und neue Theorien, die von spätern Mathematikern zu gleichen Zwecken aufgestellt wurden, angeben; sie sind, wie bekannt, noch immer nicht erschöpft und bieten noch jetzt reichlichen Stoff zu ferneren Untersuchungen dar. —

Untersuchen wir nun zunächst wie Neper und Byrg auf die Idee, Tafeln aufzustellen, geführt wurden! Mathematisch Genaueres wird sich allerdings darüber nicht sagen lassen. Da wir von

den Verfassern selbst Nichts erfahren, dürften Deutungen hierüber um so mehr nicht ohne Interesse sein. Ueber Neper besitzen wir von Thoma Hobbes⁴⁷⁾ ein Werk in sechs Dialogen, in dem, wenn auch nur andeutungsweise, hierüber gesprochen wird. Von Byrg ist indeß meines Wissens nie bekannt geworden, wie er zu dem Gedanken Logarithmentafeln aufzustellen, geführt wurde. —

Er ist dazu durch das Studium Stifel's veranlaßt worden. Michael Stifel⁴⁸⁾ ist ohne Zweifel einer der bedeutendsten deutschen Mathematiker, und wer seine *Arithmetica integra* studirt hat, wird den großen Werth des Werkes erkannt und die vortrefflichen Kenntnisse des Mannes in der Geometrie und der Algebra gewürdigt haben. Er lebte in Haberstro, einem etwa $\frac{3}{4}$ Meile von Königsberg in Preussen am frischen Haffe gelegenen Kirchdorfe, das jetzt den Namen Haffstrom führt, als Landgeistlicher und widmete sich dem Studium der Mathematik mit dem größten Eifer und dem besten Erfolge. — Seine guten mathematischen Kenntnisse gestatteten es, daß er eine gute Bearbeitung der *Coss*⁴⁹⁾ des Christoph Rudolph,⁵⁰⁾ die 1522 erschienen war, im Jahre 1553 verbessert herausgeben konnte. — Stifel hat genau das Werk durchmusteret und zu den Beispielen, die Rudolph gegeben, eine nicht unbedeutende Anzahl hinzugefügt. Durch die Erweiterung der Exempel des Rudolph'schen Werkes, die der Verfasser freilich nicht alle selbstständig aufgestellt (denn Stifel bemerkt in der Vorrede, „daß Rudolph ebliche in der Librey zu Wien abgeschrieben und selbige durch den Druck mitgetheylt habe“) und durch die hinzugefügten Auflösungen der verschiedenen Aufgaben hat die *Coss* einen viel größeren Werth erhalten. Durch das Studium bedeutender Mathematiker, und — es ist nicht zu leugnen — durch ein genaues Eindringen in die Arbeit Rudolphs veranlaßt, gab Stifel 1544 seine *Arithmetica integra* mit einer Vorrede Philipp Melanchtons begleitet, heraus. — Abgesehen von an-

47) *Examinatio et Emandatio Mathematicae Hodiernae. Qualis explicatur in libris Johannis Wallisii Geometrae Professoris in Academia Oxoniensi. Distribuit in sex Dialogos Autore Thoma Hobbes Malmesburiensi. Londini 1660.*

48) *Montucla hist. Tom 1. p. 614.* Michael Stifel est néanmoins plus généralement connu (que Christophe Rudolf) par son *Arithmetica integra* qu'il publia en 1544 et qui contient les germes de nombreuses inventions, comme des logarithmes et de divers autres, car il y compare expressément les progressions arithmétiques et géométriques, comme on le fait dans nos traités vulgaires de logarithmes, mais il lui manqua de chercher à interpoler dans la suite géométrique les termes moyens. —

49) *Algebra est scientia numeri figurati docens quolibet hypothetico investigare verum numerum quosivocatum vocatur alias cossica: unde et ipsi numeri appellantur cossici* sagt Christianus Grünberg: *Sceleton Arithmeticae vulgaris.*

Eximiam vero laudem merentur Geometricae progressionones, vel ex hoc quod Cossa seu ars Gebri, nihil aliud est quam calculatio per progressionones Geometricas, quae tum tanta est, ut omnium Arithmeticonum regulas calculandi complicit, immensum quoque usum habeat in Geometrico ecl. ecl. — *Mathem. integra* pag. 30.

Confer. Nicolai Raimari *Arithmetica analytica. pag. 1.*

50) *Die Coss Christophs Rudolphs. Mit schönen Exempeln der Coss durch Michael Stifel gebessert und sehr vermehrt. In Königsberg in Preussen gedruckt durch Alex. Pentomyßlenssem. im Jar 1553. —*

bern Vorzügen, auf die wir später noch einmal zurückkommen müssen, vermeidet Stifel das nicht streng Wissenschaftliche und hält sich somit von jener, namentlich auch durch Rudolph angebahnten Wortrechnung fern, die später durch Johann Faulhaber⁵¹⁾ und Johann Remmelinus⁵²⁾ bis zur ekelhaften Spielerei erweitert wird. — Durch den wissenschaftlichen Ernst, der Stifels Werk⁵³⁾ durchweht, erwirbt er sich tüchtige Schüler, die den Weg, den er angebahnt, mit Eifer zu verfolgen, das Ziel, welches er gesteckt, mit allen ihnen zu Gebote stehenden Mitteln zu erringen suchen.⁵⁴⁾ Zeugniß von der Wahrheit des Ausgesprochenen liefert Johannes Buteo, von dem Montucla mit Recht sagt: *il donna des preuves d'un esprit solide et de ses connaissances variées en mathématiques. Le nom propre de ce géomètre était Borel ou Bourel.* Buteo überflügelt durch seine Arbeit bei weitem jene Mathematiker seiner Zeit und seine 1559 erschienene *Logistica*⁵⁵⁾ lehrt wie unbedeutend die 1558 zu Leipzig erschienene *Arithmeticae practicae Methodus facilis per Gemmann Frisium* (erschien von Johannes Stein bearbeitet 1576 zum zweiten Male) und die 1536 gedruckten *Elementa Arithmetica Peurbachii* dagegen sind, weil sie Ungründlichkeit und kein wahrhaft wissenschaftliches Studium verrathen. — Doch ein wissenschaftlicher Eifer mußte

51) Sphynxis Victor, das ist Entdeckung Herrn Johannis Faulhaberi Besteliten Rechenmeisters und Mathematici in Blm himmlischen geheimen Magiae der neuen Cablistischen Kunst und Wunderrechnung von Gog und Magog geschehen von Remmilino Philosoph et Med. Doctore Kempten bei Christoph Krauss. 1619. —

52) Sphynxis Victor Triumphi splendide ab ejus victore triumphanti adornati Remora, das ist Auflösung einer scharpsinniger Wortrechnungen von großen Künstlern an Tag gebracht, sampt ungeheurer Wunder und ohn aufgelöster Wortrechnung vnerhörte Geheimniß der Zahlen andeutende Johanno Remmelino 1619.

53) Das Werk ist gewidmet: dem Ehrbarn und Fürsichtigen Christoph Ottendorfer Bürger zu Königspurg in Preussen und sagt Stifel in der Vorrede: Item ob Christoph Rudolph gleich die Demonstrationes nicht hatt gesetzt, so hab ich es doch gethan.

54) Unter andern lehrt uns dieses: Joh. Micraelius, der 1646 in Stetia seine *Arithmetica* veröffentlicht, wo er pag. 98 anführt, wie er durch das Studium von Rudolph, Cardanus, Campanus, Joh. Geysius, der libri tres *Cossae* geschrieben, die in die Encyclopädie von Alstadius aufgenommen und Stifel zur Wissenschaft getrieben wäre. Der Einfluß Stifels tritt deutlich in seinem Werke hervor. — Auch ist hier wohl zu erwähnen Nicolaus Raimarus: *Arithmetica Analytica vulgo Cossa* oder Algebra. Frankfurt a. O. 1601, der einflussreich wirkte.

55) *Hanc ipsam numerorum doctrinam Plato, Socrates et Archimedes λογιστικῶν vocarunt Arabes et nonnulli Barbarorum Algorithmus. Inter Arithmeticae et Logisticam Platonis Interpretes posuerunt discrimen aliquod., scripseruntque Logisticam esse vocem scientiae: Arithmeticae nomen artis.: quasi is Logistes sit, qui numerorum naturam mente sua contemplatur, numerorum scilicet abstractium sumptorum, facta a rebus ipsis sequestratione: Arithmeticus vero, qui numeros, homines, pecudes numerat: qui numerum applicet ad res ipsas numerabiles ect.*

Est igitur ac vocetur seu Logistica seu Arithmetica scientia Numerorum quatenus sunt numerabiles. — Habes. definitionem. confer. Pet. Laurembergius Rostochiensis *Institutiones arithmeticae.* Hamburg 1624. —

sich Bahn brechen um für Andere als Muster dazustehen; denn hätten nicht gründliches Wissen und ein ernster Fleiß in dieser Zeit die Mathematiker beseelt, wer weiß, ob ie eines jener Werke, die von der angestrengtesten Ausdauer und einem unbeugsamen wissenschaftlichen Muthe zeugen, ähnlich wie das eines Ludolph von Cöln,⁵⁶⁾ hervorgegangen wäre. Wer dieses 1596 zu Delf erschienene Werk gesehen und gelesen, wird wahrlich das gründliche Studium und jene nur selten zu findende wissenschaftliche Treue und Ausdauer, wie sie uns hier gezeigt wird, anstaunen müssen; er wird, wenn er einen Ueberblick über das bewältigte Material erlangt, die Eingangsworte Ludolph's:⁵⁷⁾ „Gott sprach zu Adam: Im Schweiß deines Angesichtes sollst du dein Brod essen“ zu würdigen verstehen und sie als den passendsten Einleitungssatz, den der Autor finden konnte, bezeichnen können. — Gründlichkeit läßt sich den meisten der nunmehr in großer Zahl erscheinenden verschiedenartigsten Untersuchungen über die Quadratur des Cirkels nicht abspreschen und selbst kleinere Abhandlungen, wie z. B. die eines Philipp Landsberg, der in Middelburg seine *Cyclometria* mit dem Motto: *ὁ Θεὸς ἀεὶ κυκλομετρῆει* erscheinen ließ und die des Laurentius Eichstädt:⁵⁸⁾ *De Mensura et Quadratura circuli*, zeigen den bedeutenden Fortschritt, den die Mathematik, nachdem sie jene Wortrechnungen als Verirrungen der Wissenschaft mit aller Kraft zurückgewiesen, gemacht. — Immer aber werden wir nicht vergessen dürfen, daß Michael Stifel einer der ersten war, welcher die Wissenschaft von dem ihr anhängenden Rufe zu läutern, ja sogar gänzlich zu befreien verstand. Er war es auch, der durch eine genaue Untersuchung der Progressionen den Grund der Logarithmen völlig klar begriffen und den hohen Werth dieser Rechnungsart aufgefaßt hatte. Wäre er mit seinem Scharfsinne tiefer in seine Theorie der Progressionen eingedrungen, würde er der Erfinder der Logarithmen gewesen sein und diese Erfindung hätte dann Deutschland ganz angehört, während jetzt die Engländer mit mehr Stolz auf Neper sehen können, als die Deutschen auf Byrg, der durch das gründliche Studium der „*Arithmetica integra*“ Stifels zur Aufstellung der Logarithmentafeln geführt wurde. Daß Byrg die Arbeit Stifels gekannt, dürfte aus dem Folgenden leicht zu ersehen sein: In der *Arithmetica integra* Lib. I. pag. 35 heißt es: *Additio in Arithmeti- cis progressioni- bus respondet multiplicationi in Geometricis; Subtractio in Arithmeti- cis respondet in Geometricis divisioni. Divisio in Arithmeti- cis progres-*

56) Van der Cirkel Daer in ghelaort wird te vinden de naeste Proportie des Cirkels — diameter tegen synen Omloop on noch de Tafeln Sinuum, Tangentium ende Secantium met het gebruyk van dien hoogh-noodigh voor de Land-meters met veel andere konstighe stucken, dierghelicke noyt in druck uytghegheven. — Alles door Ludolph van Ceulen gheboeren in Hildesheim, beschreven ende in den druck ghebracht Tot Delf anno 1596. — Aenden Hooch-gheborn Verstande Heere Mauritz geboren Prince von Orangien.

57) Godt sprach tot Adam: In't Zvyvet vvs aenschijns zuldy u Broodt eten. —

58) Laurentius Eichstädt war Professor der Mathematik am Danziger Gymnasium und lebte zur Zeit der Rectoren Abraham Calov und Johann Maukisch 1648. (Vergl. Geschichte des academischen Gymnasiums zu Danzig von Th. Hirsch.) Er war 1596 in Stettin geboren und war von 1645 bis zum 8. Juni 1660 akademischer Lehrer.

sionibus, respondet extractionibus radicum in progressionibus Geometricis. Ut dimidiatio in Arithmeticeis respondet extractioni quadratae in Geometricis. Triplatio in Arithmeticeis respondet multiplicationi cubicae in Geometricis, Quintuplatio in Arithmeticeis respondet multiplicationi surdesolidae in Geometricis et sic de aliis in infinitum. In der folgenden Vorrede Byrgs finden wir: Betrachtent derowegen die eigenschafft und Correspondenz der 2 progressen als der Arithmetischen mit der Geometrischen, das was in der ist Multipleiren ist in iener nur Addiren und was in der ist Diuidiren ist in iener subtrahieren und was in der ist radicem quadratam extrahieren in iener nur ist halbiren, radicem cubicam extrahiren nur in 3 diuidiern, radicem Zensi in 4 Diuidiern, Sursolidam in 5 und also fort in andern quantiteten. —

Es dürfte somit dieser Abschnitt als eine Uebersetzung der eben angeführten Stelle Stifels anzusehen sein. — An dieser Stelle sei es nun auch erlaubt, auf eine vorhin gemachte Behauptung: „Bramer habe die Arbeit Byrgs über die Logarithmen genau gefannt“ zurückzukommen. In der Vorrede eines bereits erwähnten Werkes des Benjamin Bramer: „Beschreibung eines sehr leichten Perspectiv und grundreissenden Instruments auff einem Stande,“ die an den Ehrenvesten, Hochachtbarn und Kunstreichen Herrn Johan Faulhabern gerichtet ist, heißt es: Daß in den Mathematischen Künsten viel wunderbare vnd verborgene Geheimniss, auch oftmahls Dinge, so fast vnmöglich scheinen, gleichwol aber durch geringe Mittel zu wege gebracht werden können, ist aus vielen Dingen zu sehen. Als zum Exempel, durch zusammen: oder übereinander schreibung einer Arithmetischen vnd Geometrischen progress kann man viel wunderbare Dinge verrichten, wann nur die Arithmetische mit einem 0, die Geometrische aber mit 1 anfängt, Nemlich das Multipliciren durch Addiren, das Diuidirn durch Subtrahirn, Radicem quadratam extrahirn durch halbiren, Cubicam durch 3, Zensicensicam durch 4, Sursolidam 5, vnd so forthan mit andern quantiteten diuidiren. — Welches dem Herrn als einem jeziger Zeit in Teutschland berühmten Arithmetico, genugsamb bekant, vnd also ohne noht wäre, dessen Exempel zu setzen. Damit aber die vngeübten meine Meynung sehen mögen, stehen die Zahlen beider progressiones also:

Arithm.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Geomet.	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.
Arithm.			10.	11.	12.	13.				
Geomet.			1024.	2048.	4096.	8192.				

Auff diesem Fundament hat mein lieber Schwager vnd Praeceptor Jobst Burgi vor zwanzig vnd mehr Jahren eine schöne progress tabul mit ihren differentzen von 10 zu 10 in 9 Ziffern calculirt vnd zu Prag ohne Bericht.

Anno 1620 drucken lassen. Und ist also die Invention der Logarith. nicht des Neperi, sondern vom gedachten Burgi (wie solches vielen wissend und ihm auch Herr Keplers zeugniss gibt) lange zuvor erfunden.⁵⁹⁾

Wer diese Stelle aus Bramer mit den Worten Byrgs vergleicht, wird schwerlich an der Richtigkeit der vorhin gemachten Behauptung zweifeln können. —

Deutlicher jedoch, als die früher erwähnte gleichlautende Stelle bei Stifel und Byrg, spricht die gleichartige Auffassung der Lehre der Progressionen dafür, daß Burgi durch das Studium der Arithmetica integra dahin kam, seine Progress-Tafeln aufstellen zu können, obwohl es merkwürdig bleibt, daß Jobst nie die Arithmetica erwähnt. — Möglich ist es, daß er nicht nur das Werk Stifels, sondern auch die Arbeiten anderer, wie z. B. Moritius Zons, den er anführt, studirt hat. — Mauritius Zons scheint jedoch kein bedeutender Mathematiker gewesen zu sein; ich finde noch in dem in der Anmerkung 52 erwähnten Buche von R Emmelinus angeführt, daß Zons 1602 eine Wortrechnung herausgegeben hat. — Somit sind neben den früher bereits erwähnten R Emmelinus und Faulhaber noch Mauritius Zons und Peter Roth, der 1608 die Arithmetica philosophica herausgab, als eifrige Bearbeiter der Wortrechnung zu erwähnen. Faulhabern sind die Arbeiten Stifels bekannt, wie es eine Stelle der vorhin angeführten Arbeit des R Emmelinus, pag. 28 beweiset: Faulhaber hat dieses zu thun anlaß genommen aus Herrn Michaelis Stiphelii Schrift u. s. w. — Da aber genannte Mathematiker miteinander in wissenschaftlichem Verkehr stehen, läßt sich mit Bestimmtheit annehmen, daß auch Byrg mit Stifels Arbeiten wohl vertraut war. —

Wie theils schon bekannt, theils noch aus dem Folgenden zu ersehen, stellte Byrg eine arithmetische und eine geometrische Reihe so zusammen, daß die gleichvielten Glieder von beiden zu einander gehörten und erklärte jedes Glied der arithmetischen Reihe für den Logarithmus⁶⁰⁾ des eben so vielten Gliedes der geometrischen Reihe. Man definierte: Logarithmi sunt quantitates continue proportionalium comites aequidifferentes (Vlaeq) oder: Logarithmi sunt numeri secundum proportionem arithmeticam quaeunque continue crescentes, aut decrescentes, adjuncti numeris a unitate inchoatis et secundum proportionem geometricam continue crescentibus (Caspar Schott in Cursu Mathem. Herbipoli 1661 lib. 27 pag. 589).

Wie Matzka gezeigt, geht diese Erklärung der Logarithmen aus der von Neper

⁵⁹⁾ Dr. Grebe (Grunert. Th. 16. pag. 364) bemerkt, daß er an citirter Stelle einen Druckfehler im dritt-
 letzten Gliede der von Bramer angeführten Progress-Reihen verbessert habe, der sich im gedruckten
 Werke vorfindet. Merkwürdiger Weise ist auch in dem mir vorliegenden Manuscripte ein Schreib-
 fehler in diesem Gliede, der später verbessert ist, so daß statt 2048, so viel ich erkennen kann,
 1408 gestanden hat; — die Ziffer 1 ist deutlich zu erkennen. Hat Bramer dieses Manuscript be-
 nutzt und ohne nachzurechnen, die Zahl abgeschrieben? Es müßte ein eigenthümlicher Zufall sein,
 wenn ein Abschreiber sich auch hier gerade verschrieben hätte. —

⁶⁰⁾ Byrg gebraucht den Ausdruck Logarithmus nicht. Sonst suche man aber das Nähere über Loga-
 rithmus in Grunert. Th. XV. pag. 141 et seq. von Matzka. —

leicht hervor, wenn man eine größere Menge von Logarithmen um gleiche Unterschiede, folglich ihre Zahlen, in gleichen Verhältnissen nach und nach wachsen läßt. — Auf diese Weise erhält man eine arithmetische Reihe von Logarithmen:

$$x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$$

und eine zugehörige geometrische von Zahlen

$$y_0 \quad y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n$$

so daß sich ergibt:

$$\log y_0 = x_0, \log y_1 = x_1 \quad \dots \quad \log y_n = x_n$$

Es wird nun, da für bestimmte Zahlen, die zugehörigen Logarithmen zu suchen sind, eine Einschaltung einer neuen Reihe zwischen zwei Gliedern der Hauptreihe erforderlich sein und es ist leicht einzusehen, daß jedes Glied der arithmetischen Schaltreihe der Logarithmus des eben so vielten Gliedes der geometrischen Schaltreihe sein wird. —

Will man also eine solche Reihe mit allen ihren einschaltbaren als eine einzige stete fortschreitende Reihe derselben Art ansehen, so muß man außer den ganzzahligen Stellenanzeigern auch noch gebrochene, ja sogar unter Umständen irrationale Stellenzeiger zulassen.

Ist n ein allgemeiner Stellenanzeiger, positiv oder negativ, ganz, gebrochen oder irrational; so ist, wenn d die konstante Differenz der arithmetischen Logarithmenreihe und q der beständige Quotient der geometrischen Zahlenreihe

$$x_n = x_0 + nd$$

$$y_n = y_0 q^n \quad 61)$$

Neper⁶²⁾ nahm zum Anfangsgliede der geometrischen Reihe:

$$y = 10000000 = 10^7$$

$$\text{zum nächstfolgenden } y_1 = 9999999 = y_0$$

$$\text{zum Quotienten } q = a_1 : a_0 = a_0 - 1 : a_0 = 1 - \frac{1}{a_0} = 1 - \frac{1}{10^7}$$

Die Differenz der arithmetischen Reihe ist $d = 1$ und das Ausgangsglied $x_0 = 0$.

Byrg⁶³⁾ dagegen nahm

$$y_0 = 100000000 = 10^8$$

$$y_1 = 100010000$$

$$q = 1,0001 = 1 + \frac{1}{10^4}$$

$$d = 10$$

$$x_0 = 0 \quad 64)$$

61) Vergleiche Matzka in Grunert, Th. XV, pag. 139, wo auch diese Gleichungen durch ihn aufgestellt.

62) Confer. Klügel math. Wörterb. III. num 114.

63) Klügel, III. n. 106.

64) Confer. Bonaventura Cavalerio Trigonometria Bononiae 1643 pag. 4. col. 1 num. XXV.

Bei der nach Byrg vorzunehmenden Zusammenstellung einer arithmetischen und geometrischen Reihe erhält man aus den vorhin aufgestellten Gleichungen:

$$x_n = x_0 + nd \quad y_n = y_0 q^n$$

$$n = \frac{x_n - x_0}{d}$$

$$y_n = y_0 q^{\frac{x_n - x_0}{d}}$$

Beginnt die arithmetische Logarithmenreihe mit 0, die geometrische Logarithmandenreihe mit ξ , ist also $x_0 = 0$ und $y_0 = \xi$, folglich $0 = \log \xi$, so ist

$$y_n = \xi q^{\frac{x_n}{d}}$$

Ist dann $\beta = \log b$, wenn nämlich $x_n = \beta$ und $y_n = b$, so ist

$$b = \xi q^{\frac{\beta}{d}}$$

daher

$$\frac{y_n}{\xi} = \left(\frac{b}{\xi}\right)^{\frac{x_n}{\beta}}$$

Mithin ist $\frac{x_n}{\beta}$ der Logarithme von $\frac{y_n}{\xi}$ für die Grundzahl $\frac{b}{\xi}$

Wird nun, wie gewöhnlich, $\xi = 1$, $\beta = 1$ also $\log 1 = 0$ und $\log b = 1$ gemacht, so ist

$$y_n = b^{\frac{x}{b}}$$

also

$$x_n = \log y_n$$

Bei dem Zusammenstellen der Glieder mit dem Logarithmanden y der geometrischen und dem Logarithmen x der arithmetischen Reihe hatte Byrg nebst den Ausgangsgliedern $y_0 = \xi$ und $x_0 = 0$ beider Reihen noch ihr gleichzeitiges Fortschreiten nach einem bestimmten Gesetze in Zusammenhang zu bringen.

Während Neper die arithmetische Reihe seiner Logarithmen steigen und mit dem Gliederpaare 0, K anheben, also die absolute Zunahme der Glieder $d = K$ positiv, dagegen die geometrische Reihe der zugehörigen Zahlen sinken und mit dem Gliederpaare $\xi, \xi - k$ anfangen ließ, so daß der Quotient $q = \frac{\xi - k}{\xi} = 1 - \frac{k}{\xi}$ und die relative Zunahme der Glieder $q - 1 =$

$\frac{(\varrho - K) - \varrho}{\varrho} = -\frac{K}{\varrho}$ negativ war⁶⁵⁾ — ließ Byrg Logarithme und Logarithmande wachsen, also in der arithmetischen Logarithmen-Reihe ebenfalls die Anfangsglieder 0, K und die absolute Zunahme der Glieder $d = K$ positiv sein. — Dagegen ließ er auch in der Logarithmanden-Reihe die Anfangsglieder $\varrho, \varrho + k$ folglich den Quotienten $q = \frac{\varrho + k}{\varrho} = 1 + \frac{k}{\varrho}$ und sofort die verhältnismäßige Zunahme der Glieder $q - 1 = \frac{(\varrho + k) - \varrho}{\varrho} = \frac{k}{\varrho}$ positiv sein. Er setzte ferner den Modul $m = \frac{d}{q - 1} = K : \frac{k}{\varrho}$ und machte

$$K = 10 \quad \varrho = 100000000 \quad k = 10000$$

$$\text{also } \frac{k}{\varrho} = 0,0001 \quad m = 100000.$$

Durch diese Betrachtungen, auf die hier näher einzugehen der Raum nicht gestattet, erhält man die Grundzahl der Byrgischen Logarithmentafel

$$b = 10^8 (1,0001)^{\frac{1}{10}} = 100000999,0550012.$$

über die das Nähere in Grunert Archiv Th. 15 pag. 176 und in Klügel zu finden ist. —

Die in der hiesigen Stadtbibliothek vorhandenen Logarithmentafeln Byrgs, die auf dem Titelblatte nur die Buchstaben J. B. zeigen, und auch das angeheftete Manuscript gehörten früher der Bibliothek des Danziger Rathsherrn Adrian Engelke an. — Wie es scheint, hat dieser die Logarithmentafeln mit der Erklärung nebst einigen Schriften Bramers in Nürnberg, das er auch auf seinen Reisen berührte, an sich gebracht. Seine Bibliothek ebenso wie die eines Eichstadt, Kulmus, Bartholomäus Keckermann, Fabricius, Neander und Lossius wurden später der Stadtbibliothek einverleibt und somit wuchs die Zahl der mathematischen Werke theils durch Ankauf der Bücher Crügers, Hevelius u. m. a., theils durch Schenkungen, wie es u. a. die „Theoria Mathematica ect.“ des Michael Angelo Fardella beweiset.

Byrg giebt folgende Erklärung seiner Tafeln:

⁶⁵⁾ Neper setzte überhaupt den logarithmischen Modul

$$m = \frac{d}{q - 1} = K : \frac{k}{\varrho}$$

$$\text{Er nahm } K = 1, \varrho = 10000000 \quad k = 1 = K$$

$$\text{also } \frac{k}{\varrho} = 0,0000001$$

$$\text{und } m = -\varrho = -10000000 \text{ an.}$$

Vorrede an den Treuerzigen Leser.

Freundlicher lieber Leser, Ob wol von Vortreflichen Mathematicis, und Arithmeticeis, mancherley Tabulen seindt erdichtet und calculiert worden, umb die Schwierigkeiten des Multiplicirens dividirens und Radices extrahirens auf zu heben, so sindt doch dieselbige allezeit nur particular gewesen, also daß das Multipliciren und Diuidiren ihre eigene Tabulen, als abacum pythagoricum erfordert hat das Extrahiren der radicum quadratarum seine quadratabulen die cubische Extraction ihre Cubic Tabulen und also fort in jedere quantitet ihre besondere tabulen vornöten hat, vielheit der Tabulen nicht allein verdrießlich, sondern auch mühselig und beschwerlich sein. Derowegen ich zu aller Zeit gesucht und gearbeitet habe, general Tabulen zu erfinden, mit welchen man die vorgenannten Sachen alle verrichten möchte. — Betrachtent derowegen die eigenschafft und Correspondenz der 2 progressen als der Arithmetischen mit der Geometrischen, das was in der ist Multipliciren, ist in iener nur Addiern und was in der ist Diuidiren in iener subtrahiren und was in der ist radicem quadratam extrahirn in iener nur ist halbiren, radicem cubicam extrahirn nur in 3 diuidiern, radicem Zensi in 4. Diuidiern, Sursolidam in 5 und also fort in andern quantiteten, so habe ich nichts nutzliches erachtet, als diese Tabulen also zu continuiren daß alle Zahlen so vorkommen in derselben mögen gefunden werden, auch welcher continuation diese Tabulen erwachsen, durch welche man nicht allein die schwerlichkeiten des Multiplicirens Diuidirens und allerley Radices extrahirens, welches in der Algebra oder Cos ein trefflichen Vorthell und nutzen hat, verhütet werden, sonder auch das mehr ist Zwischen 2 gegebene Zahlen so viel media proportionalis als man begert mögen gefunden werden, welches wie schwer es ohne diese Tabulen zugehet, ist denen bewußt, so sich ein wenig in diesem puluere exerciert haben. Und ob wol ich mit diesen Tabulen vor etlichen Jahren bin umgang so hat doch mein Veruff von der Edition derselben enthalten, wolle derowegen der Guttherzige Leser diese ihm also gefallen lassen und die Tabulen mit folgenden Unterweisung, des Verstandes mit etlichen Exempel erklärt wie folgt;

Kurzer Bericht der Progress Tabulen, Wie dieselbigen nützlich in allerley Rechnungen zu gebrauchen.

Zu diesen Tabulen findet man Zweierley Zahlen, Eine mitt rothen Caractren, welche wie einem jeden leichtlich zu sehen nichts andres dann ein Arithmetischer progress, die andere aber mit schwarzen nichts anders dann ein Geometrischer progress ist, und auf daß wir in diesem desto kurzer durchgehen, Woll wir dorthin den Arithmetischen progress die rothe und den Geometrischen progress die schwarze Zahl nennen, damit auch ein ieder die fundamenta dieser Tabulen grundlicher fasse und dieselbigen desto besser gebrauchen mag, so wollen wir in folgenden Begriff die Eigenschafft dieser 2 progressen für Augen stellen und dieselben mit etlichen Exempla erklären.

Arithmetisch	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.

Wir haben in der Vorebdt angeregt, wie auch von etlichen Arithmeticeis Simon Jacob Moritius Zons und andere ist berürt worden, das was in der Geometrischen Progress oder in der Schwarzen Zahl multipliciert daselbige ist in der Arithmetischen Progress oder in der rothen Zahl addiern, Als zum Exempel man soll multipliciren 8 mit 64. Die rothe Zahl von 64 ist 6 und von 8 ist 3. Der Summa ist 9, denn 6 und 3 ist 9 Diese schwarze Zahl ist 512 und soviel kombt auch, so man 8 mit 64 multipliciert.

Item man soll multiplicirn 32 mit 256 ihre rothe Zahl sind 5 und 8 thuet zusammen diese schwarze Zahl ist 8193 und so viel kombt so man 32 mit 256 multipliciert. —

Item man sol Dividirn 16384 durch 512 ihre rothe Zahlen sind 14 und 9 Subtrahire derowegen 9 von 14 bleibt 5 sein schwarze Zahl ist 32 und soviel kombt 16384 durch 512 Dividiert. Weil dann die Regula Detri nichts anders als Multipliciren und Dividirens bedarff, so folget das die Regul Detri auch siltderlich durch diese Tabula erreicht mag werden, als zum Exempel 8 geben 128 was geben 32. gib der Zahl ihre gebürende

8	128	32	
3	7	5	Addir und zusammen.
		7	
		3	
		3	

ist 12 davon Subtrahire die rothe Zahl 3

9 ihre schwarze Zahl ist 512, welches ist der begeherten Zahl facit genannt.

Item man wil Radicem quadratam auß 256 Extrahirn sein rothe Zahl ist 8 die halbire kombt * diese Schwarze Zahl ist 16 welches ist Radix quadrata auß 256.

Item man wil Radicem Cubicam auß 512 Extrahirn sein rothe Zahl ist 9 das in 3 dividirt kombt 3 sein Schwarze Zahl ist 8 und ist Radix Cubica auß 512.

Item man wil Radicem Zensi Zensicum extrahirn auß 4096 sein rothe Zahl ist 12 die Divid. rt in 4 kombt 3 dessen Schwarze Zahl ist 8 welches Radix Zensi Zensico ist auß 4096.

Item man wil zwischen 4 und 64 die mittler Proportional finden, ihre rothen Zahlen seindt 2 und 6 diese addirt geben 8 dessen helfft ist 4, sein schwarze Zahl ist 16 und dieses ist die Media proportionalis zwischen 4 und 64.

Item man wil 2 media proportionalia zwischen 64 und 512 finden, ihre rothen Zahlen seindt 6 und 9 so man die eine von der andern subtrahiert bleibt 3 diese in 3 dividirt kombt 1 dieß 1 addiere ich zu der 6 kombt 7 sein schwarze Zahl ist 128, welches ist die erste der Zweiten mittlern proportionalen und so man die 1 wiederum zu 7 addiert, kombt 8 dessen schwarze Zahl ist 256 die ander mittler proportional und also fort wie nachher sol angezeigt werden, und diese Eigenschafft haben nicht allein die 2 abgesetzten Progressen mit einander, sonder alle, sie sein, wie sie wollen, wenn der Arithmetische von 1 und der Geometrische von 1 anfängt, wie denn auch die folgenden Tabulen nichts anderß als 2 solcher Progressen findt. — Und dieses sey gerect: allein von der abgesetzten Progressen, Jezo wollen wir zu dem gebrauch unsrer Progress Tabulen schreiten und Erslich Lehren.

I. Wie einer jeden schwarzen Zahl, so in den Tabulen unter Schwarzen gefunden wirbt, ihre correspondirende rothe zu finden sey; als zum Exempel.

Man sol dieser Zahl 133373810 rothe Zahl suchen, diese Zahl findt man in der Tabulen am 8

blat in der columna 28500 und an der linken seiten unter 300. Die addier darzu 300 macht 28800 welches ist also die rothe Zahl von 133373810 und auf diese weis kann eines jedern Zahl, so in der Tabul zu finden, sein rothe Zahl erfunden werden.⁶⁶⁾

Wie einer jedern rothen Zahl, so in der Tabulen zu finden ist, ihr gepürrende schwarze Zahl soll gefunden werden.

Es wolle begehret werden zum Exempel zu wissen, welcher schwarzen Zahl dießer rothen von 28900 gebühren, dießes zu erforschen, so such unter den rothen Zahlen, die oben vorzeichnet sei eine dergleich oder so nahe kleiner, als die fürgegebene ist. Dieße finde ich am 8 blat in der columna 28500 an welchem noch 300 mangelt; such derowegen die 300 auf denselbigen blat in der ersten columna und gegen derselbigen über in der columna unter der 28500 werden gefunden 133373810 welche ist die begehrete schwarze von 28900 und so handelet man auch mit den andern, denn man findt der rothen Zahl alle von 0 biß auf 230270 ihm gebührendt schwarze Zahl auf obgemelten weg.

Wie dann eine Zahl für siele, so in der Tabul nicht lust zu finden weer kann mann in vielen Rechnungen davor nemen die rothe Zahl welche der fürgegebenen Zahl am nechsten ist, vor ihm, aber damit nicht vorgnügen ließ kann auf folgende weise seine wahre rothe Zahl erforschen.

II. Mann soll zum Exempel die wahre rothe Zahl von 36 suchen, so setzet man noch Sieben 0 für, damit ich 9 Biffen bekomme, denn alle schwarze Zahlen haben in unser Tabula nicht weniger also 360000000 Darnach sucht man in der Tabul unter den schwarzen Zahl Die 2 nechst kleiner und nechst größer ist dann 360000000 diß finde ich am 33 blat in der columna 12900 und auf der linken seite, man felt mir die schwarze als 360000000 zwischen

90 diese hat schwarz 359964763 diese ist zu klein

10 die Differenz 35996 die Differenz

diese hat schwarz 360000759 diß ist zu groß

diese kleinere Zahl von 359964763 Subtrahire

von meiner gegebenen Zahl 360000000

000035237

Wie sich heist die	Differenz	zu der	rothen	also heist sich die 3 zur 4
	35996		10000	35237 als 9789

⁶⁶⁾ In den Tafeln an erwähnter Stelle ist zu finden:

	28000	28500	29000	29500	30000	30500	31000	31500
0	132311129	132974308	133640811	134210655	134983856	135660432	136340398	137023773
10 24362 87605 54175 24086 97355 75998 54032 37476
20 37593	133000904 67541 37518	135010854 87565 67668 51179
30 50826 14204 80907 50952 24355	185701134 81305 64884
40 64061 27506 94267 64387 37858 14704 94943 78591
50 27295 40809	133707645 77824 51362 28275	136408582 92299
270	132668834	133338806	134002111	13467765	135348787	136027191	136708996	137394219
280 82101 47139 15511	87233 62322 40794 22667	137407958
290 95369 60474 28913	134700702 75858 54938 36340 21699
300	132708639 73810 42316 14172 89395 68004 50013 35441
310 21909 87147 55720 27643	153402934 81610 63688 49184
320 35812	133400486 69125 41116 16475 95214 77365 62929

Diese Viert Vierte addier zu der kleinen rothen Zahl

Die kleine rothe Zahl ist 90

Die Zahl der columna 128000

Dies ist der Schwarzen Zahl von 360000000 ihr rote 128099789

Es sol gleichwol so verstand worden 36 haben ihr rothe $\frac{128099}{100}$

und werden alle Zeit bis unter die 0 ganze verstanden und die folgen der Bruch.⁶⁷⁾

Wie zwei Zahlen mit einander zu multipliciren seindt als man sol multipliciren die Zahl 154030185 mit 205518112. such ihre correspondierende rothe Zahl ist 43200 und 72040

Die zwei rothe Zahlen addir zusammen $\begin{array}{r} 43200 \\ 72040 \\ \hline \end{array}$

Kommt diese rothe Zahl 115240

von der schwarzen in 9 Ziffern 316559928 und diese sindt die 9 ersten Ziffern des products an welchen wir unser Tabulen nur 9 Ziffern haben und die letzte oder Neundte nun vor ein Bruch geben wolle, die weil viel ihr rational Zahl vorfalle.

Stem man sol multipliciren 551192902 mit 709153668 ihre rothe Zahl sein 170700 und 195900

Die zwei rothe Zahlen addir zusammen $\begin{array}{r} 170700 \\ 195900 \\ \hline \end{array}$

so kommt diese rothe Zahl . . . 366600
diese rothe Zahl ist in der Tabula nicht so groß, so subtrair . . . 230270023

bleibt die rothe dieser rothen Zahl . . . 136329978
such ihre schwarze Zahl ist . . . 3908804680
welches seindt die 9 ersten Ziffern des begehrten products.

Alhier ist zu merken, daß in diesem Exempel zu endt ein Ziffer mehr denn im vorigen manglet, denn die Tablen haben nit mehr denn 9 Ziffern und solte wol 10 sein, das ist die Ursach, daß wir die ganze rothe Zahl haben subtraieren müssen, welches nach'n obgenbt weiter erklärt sol werden.

Wie man ein Zahl durch die ander diuidiern soll.

67) Anmerkung.

	128000	128500	129000	129500	130000	130500	131000	131500
0	359640956	361343574	363255226	365075959	366905819	368744850	370593098	372450611
10 76920 79718 91552	365112467 42509 81724	370730158 87856
20	359712888	361515866	363327881 48975 79204	368818602 67221	372525105
30 48859 52018 64214 85493	367015901 55484	370704287 62357
40 84834 88137	363400550	365222012 52603 92370 41358 99613
50	358920813	361624332 36890 58534 89305	368929289 78431	372636873
60 56795 60494 73234 95060	367126017 66152	370815510 74137
70 92781 96660	363509581	365331589 62730	369003048 52591	372711404
80	359928770	361732830 45932 68122 99446 39949 89676 48676
90 64763 69003 82287	365404659	367236166 76853	370926765 85950
100	360000759	361305180	363618645 41200 72890	369113760 63858	372823229
110 36759 41361 55007 77744	367309617 50672	371000955 66511
120 72763 77545 91373	365514242 46348 87587 38055 97787
130	360108770	361913733	363727742 50843 83083	369224506 75158	372935087
140 44781 49924 64115 87398	367419821 61428	371112266 72389

Man sol diuidiern 154030185 durch 205518112.
ihre rothe Zahl sein 43200 und 72040, subtrahiert man des diuisoris rothe Zahl von der rothen,
des diuidendi als 72040 von 43200, Diueil aber weniger ist, so addiert man die ganze rothe Zahl

	230270022	davon subtrire des diuisoris
	<u>273470022</u>	
rothe Zahl	72040000	such dieser rothen Zahl ihr gebühret schwarze Zahl ist 749472554 und
	<u>201430022</u>	
soviel kombt so man 154030185 durch 205518112 diuidirt, welches doch keine ganze, sondern lauter Bruch		
	749472554	
vom ganzen als 0749472554 oder 0	<u>1000000000</u>	

Wie man auß 3 bekandten Zahlen die Vierde proportional finden sol, welches man gemeinlig die Regul detri zu nennen pfllegt.

als zum Exempel

die Erst	die ander	die dritte	die Vierte
Wie sich 154030185	helt zu 205518112	also 399854565	zur 4 Zahl ihre rothe Zahl
	43200	72040	138600
Addier die ander und dritte rothe Zahl zusammen als			138600
			<u>72040</u>
			210640
subtrir darvon die erst rothe Zahl			43200
			<u>167440</u>
Diß ist die rothe Zahl der Vierten Schwarzen			167440
als			<u>533514619</u>

I.	II.	III.	IIII.
Wie sich 945919848	helt zu 100160120	also 880122800	zu der Vierten
diß seinbt 224710	ihre rothe	160 Zahl	217500
Addir die rothe zweite und dritte Zahl			<u>160</u>
			217660

und solst die erste darvon subtriren die-
weils aber weniger ist, so addier darzu die ganze rothe 230270022 Zahl

	447930022
darnach subtrir die erste rothe Zahl darvon	<u>224710</u>
	223220022

so bleibt diß rothe Zahl und ist derselben schwarze Zahl ist 931931024 welches ist so man die legt Ziffer abschneidt, so darumb geschiebt, daß die ganze rothe Zahl einmal zum aggregat addiert ist, die Vierte gesuchte proportional.

Aus einer gegebenen Zahlen Radicem quadratam extrahiern.

Man sol zum Exempel Radicem quadratam auß 4015374 extrahiern, wirdt also erstlich punctiert wie bei der extraction breuchlich ist und steht also 4015374 und weil alhier fünf punkten seinbt, so wirdt sein Radix auch 5 Ziffern haben, die rothe Zahl dieser obgefihrtten ist 139020 diese halbirt kombt 69610 dessen Schwarze Zahl ist 20033982 oder soll so verstanden werden 20038 $\frac{3982}{10000}$

Man sol zum andern Exempel Radicem quadratam auß 22033094 extrahieren, wirt also erstlich punctirt, wie bey der Extraction bräuchlich ist und steht also 2203 3094 und weil allhier 5 puncten kommen, so werden im Radix auch 5 Ziffern kommen, die nach den 5 sindt Brüche, sein rothe Zahl ist 79000.

Dieweil aber der letzte puncten nit auf die erste Ziffer felt in der schwarzen Zahl als im vorgenannten Exempel, sondern er felt auf die zweyte Ziffer, darumb muß die ganze rothe Zahl darzu addiert werden und halbiret als solche. 79000
darzu addier die ganze rothe Zahl 230270022
diese rothe Zahl halbiret 309270022
such derselben schwarze Zahl von dieser rothe 154635011.

Auß einer geben Zahlen Radicem Cubicam extrahieren.

Man begehrt zu einem Exempel Radicem Cubicam auß 5632037. Diese Zahl steht also in ihren verzeichneten puncten 5632037 darauß folgert, daß die Radix ganzer Zahl bekomt 3 Ziffern, die andern sindt Bruch einer ganzen Zahl, also suche ich die rothe Zahl derselbigen, welche ist so der puncten auf die erste Ziffer felt, so bleibt mein Radix auch in der ersten ganzen Zahl, und theil mein rothe Zahl in 3 theil, also folglich mein

rothe Zahl ist 172500
Ein Drittheil ist 57500

die gebilirendt schwarze Zahl ist 177707944
dieweil mir oben bekant, daß 3 Ziffern ganz gegeben seint, so habe ich in diesem Radix cubicam 177707944, welches mein Tabellen in 9 Ziffer erreichen mag, doch vorbehalten zu Endt der 9 Ziffern vor ein stück eines Bruches angenommen werde, dieweil soviel ihrational Zahlen mit einlauffen, der in 9 Ziffern kein genüge kann gegeben werden.

Auß einer geben Zahl Radicem cubicam extrahieren Auß man begehrt zu einem Exempel Radicem cubicam auß 56120370. darauß folget, daß die Radix ganzer Zahlen bekomme 3 Ziffern, die andern seintd Bruch einer ganzen Zahl, also suche ich die rothe Zahl derselbigen, welche ist 172500 dieweil aber der puncte nit auf die erste Ziffer felt, sonder auf die ander, so wirdt zu der rothen Zahl, welche ist vorgegeben, noch eine ganze Zahl addiert,

thut also zusammen 172500

und die ganze Zahl 172500
230270022

diß theil in 3 theil, dieweil der Cubus die 3 quantitet ist 402770022
Ein Drittheil ist im rothen 134256674

such derselben schwarze Zahl ist 382860159 das Radix cubicam.

Auß einer gegebenen Zahl Radicem Cubicam extrahieren.

Man begehrt zu einem Exempel Radicem Cubicam auß 561203700. diese Zahl stehet also in ihr verzeichneten puncten 561203700, allhier fallen auch 3 puncte, aber der letzte punct felt auf die dritte Ziffer, obwol dieselbe Zahl des vorigen Exempels rothe Zahl gebürt, als 172500
so werden doch noch zwo ganze Zahlen darzu addiert. 230270022
230270022

533040044

Und ist das die Ursach, die ersten 5 sambt den andern Ziffern gebürt die rothe Zahl, dieweil aber der punct nit auf den ersten als 5, auch

nit auf die andere als 6, sondern felt auf die dritte, so hat die Erste 5
 mit den andern Ziffern 172500
 und die 6 darnach eine ganze rothe Zahl 230270022
 nachher die dritte steht 1 darauf der punkten felt auch 230270022
 Also hab ich der drei ersten Ziffern ihr rothe Zahl zusammen Diemeil der
 Cubus die dritte quantitet ist, so nimb von derselben rothen Zahl die
 drittheil ist 633040044
 211013345

diß drittheil ist die rothe Zahl der schwarzen Zahl ist Radix 824847192.
 Auß einer gegebenen Zahl der Vierten quantitet als $\text{B}^3 \text{R}^{63}$ Extrahieren. — Man begehrt zu ei-
 nem Exempel Radicem B^3 auß 56120370. Dife Zahl steht also mit ihr verzeichneten puncten 56120370,
 alhier fallen 2 puncten, so wirt darauß bekannt, daß das Radix nur 2 Ziffer der ganzen Zahl bekomme,
 die ander folgende Ziffer feindt der Bruch, also such obgemelter schwarze Zahl ihr gepürende rothe Zahl,
 welche ist 172500
 diemeil aber der letzte punct auf die 4te Ziffer 230270022
 felt, so werden 3 ganzer rothe Zahlen 230270022
 darzu addiert, als 230270022

diese rothe Zahl theil in 4 gleiche theil . . . 763310066
 diß ist der Radix rothe Zahl 190827516
 Ihr gebührendt schwarze Zahl ist 674080769 ob. 67 $\frac{4080769}{10000000}$
 das Radix das wir begehrt haben.

Auß einer gegebenen Zahl Radicem Ss extrahieren.⁶⁹⁾
 Es zeige meine gegebene Zahl zu einem Exempel Radix Ss auß 671876768 diese Zahl steht also
 mit ihr verzeichneten Puncten 671876768 darauß folgen das die Radix 2 Ziffer werde bekommen ohn die
 Bruch einer ganzen Zahl, such der gegebenen gebührendt rothe Zahl ist 190500
 diemeil der letzte puncten nach der linken Hand nicht auf die letzte Ziffer felt, fonder auf die 2302700
 Bierde 2302700
 so gebührt der 4 Ziffern als 6718 ihr rothe Zahl 8813100
 dieselbe theil in 5 gleiche theil findt $\frac{1}{5}$ 1702620
 das ist der rothen Zahl derselben gebührende schwarze Zahl das Radix Ss von 671876768 als 582717328
 2717328
 ob. 58 $\frac{10000000}{10000000}$

Zwischen zweyen bekannten Zahlen ein Media Proportional Zahl zu finden.
 Es zeigen die 2 Zahlen 119004521 und 893423483
 ihr gebührende rothe Zahl ist 17400 und 219000

⁶⁹⁾ B^3 (Bensbezens) ist die Zahl 4 in der Coss. Vergl. Christoph Rudolph Coss. fol. 63. und Wil-
 helm von Calchum: Kurzer Bericht von zehendzahlen Bremen 1629. pag. 123 u. f.
⁶⁹⁾ Ss ist die cossische Zahl 5 (sursolidum) zc ist 6 (Zensicubus) B^3 ist 7 (Bsursolidum) ccc ist 8
 (Zensensdezens) cc ist 9 (Cubus de cubo) u. f. w.

Die Differenz der rothen ist 201600 die theil in das halb
 2 gleiche theil oder halbirte ist 100800
 addier zu der kleinen rothen Zahl ist 17400
 diß ist die rothe Zahl der medio proportional 118200 Zahl
 und ihre schwarze ist die 326069676
 medio proportional Zahl, die wir begehren.

Zum Andern 2 medio Proportional Zahl zu finden.

Theil die obgemesste rothe Differenz in 3 gleiche Theil und addier die Theil eines zu der kleinen rothen Zahl, so haben wir die erste rothe Zahl derselbigen medio proportional Zahl, oder addier derselbigen theil 2 zu der kleinen rothen Zahl, so haben wir die andere rothe Zahl derselbigen schwarzen medio Proportional Zahl. —

Zum dritten 3 Medio Proportional Zahl zu finden, theil die obgemesste Differenz in 4 gleiche theil und addier der Theil eins zu der kleinern rothen Zahl so haben wir die erste rothe Zahl derselben schwarzen medio Proportionalzahl und addier derselben theil 2 zu derselben kleinern rothen Zahl so haben wir die andere rothe Zahl derselbigen schwarzen medio Proportional Zahl oder addier derselben theil 3 zu der kleinen rothen Zahl, so haben wir die dritte rothe Zahl derselben Schwarzen medio proportionalzahl.

Auf diese weg können alle medio proportional Zahlen gefunden werden, so die 2 gegebene Zahlen gleiche Summa Ziffern haben, als weiter in folgendem Exempel zu ersehen.

Zwischen 2 Zahlen ein Medio Proportional Zahl zu finden.

Es zeigen aber die 2 gegebenen Zahlen mit mit gleichen Summen Ziffern, denn die erste hat 7 Ziffern die andere 8 und seindt als 2447471 und die ander 33033604. Such ihre gebührende rothe Zahl ist 89510 und 119500
 die addier zusammen 89510
 gibt diese rothe Zahl 209010 dieweil aber eine Zahl ein Ziffer mehr hat denn die andere 230270022 so wirdt ganz rothe Zahl darzu addiert ist
 439288022 diese rothe ist halb
 219640011

die schwarze ist diese medio proportional Zahl 899159541.

Zwischen 2 Zahlen ein Medio Proportional Zahl zu finden.

Es zeigen aber die 2 Zahlen mit mit gleichen Summen Ziffern, dann die erste hat 7 Ziffern die andere hat 8 und stehent also 2447471 und die ander 330336040.

ihre rothe Zahl ist 89510 die ander 119500
 die addier zusammen 89510
 thut zusammen 209010 darzu addier 2 ganze rothe Zahl dieweil die größer die 230270022 kleine mit 2 Ziffer übertrifft, so
 230270022
 kombt 669550044
 diese rothe Zahl halbir ist die rothe Zahl 334775022
 der gebührenden schwarzen Zahl, dieweils aber größer ist dann die ganze rothe Zahl, so wirdt die ganze rothe Zahl subtrahirt. 230270022
 so bleibt die rothe Zahl der medio proport Zahl 104505000
 welche ist 284339213.

Zwischen zweyen Zahlen ein Medio Proportional Zahl zu finden.

Es zeigen aber die 2 Zahlen die mir vorkommen als folget:

die erste mit 6 Ziffern, die andere mit 9 Ziffern
 die erste 303419 die ander 304939818 ihr gebührende rothe

111000	Zahl und	111500
		111000

Abdier zusammen thut 222500

darzu addier 3 ganze rothe Zahl dieweil ein 230270022

Zahl die ander mit 3 Ziffer übertrifft, so 230270022

230270022

kommt die rothe Zahl 913210066 halbir.

von dieser halben Zahl sub die ganze rothe 456605033

230270022

so bleibt diese rothe Zahl 226335011

der gebührende medio proportional Zahl welche ist 961415942 und ist um ein Ziffer mehr denn die erst und das ist der beweis daß ich die ganze rothe Zahl nicht mehr denn einmahl von der halben halbirten rothen Zahl hab nemen mögen.

Zwischen 2 Zahlen ein medio proportional Zahl zu finden.

Es zeigen aber die 2 Zahlen, die mir vorkommen, als folget.

Die erste mit 5 Ziffern die andere mit 9 Ziffern und ist die erste

32891 Die andere ist 454907654

ihre gebührende 119067351 rothe Zahl 151500000

Abdier zusammen 119067351

thuet diese rothe Zahl 270567351

darzu addir 4 ganze rothe Zahl 230270022

dieweil eine die andere mit 4 Ziffern 230270022

übertrifft. 230270022

230270022

So kommt diese rothe Zahl die halbir 1191617439

und von der halben rothen subtrahir . 595823719 $\frac{1}{2}$

die ganze rothe Zahl und such deren schwarze.

Zwischen 2 Zahlen ein Medio Proportional Zahl zu finden.

Es zeigen aber die 2 Zahlen die mir vorkommen, als die Erst mit 4 Ziffern die andere mit 9 Ziffern und stehende als 5764 die ander 387649833

ihre gebührende 175170640 rothe Zahl 135500000 die

Abdier zusammen 175170640

macht diese rothe Zahl 310670640

Darzu fünff ganzer rothe Zahl 230270022

dieweil die eine die ander mit 230270022

fünff Ziffern übertrifft. 230270022

230270022

230270022

Diese abdierte rothe Zahl halbier $\frac{1462020750}{2}$
 ist diese rothe Zahl 731010375
 Davon subtrire die ganze rothe Zahl
 so oft als ich mag, in diesem Exempel
 3 mahl, darumb wirdt die Medio pro-
 portional Zahl 3 Ziffern mehr haben
 dann die Erste und bleibt ihre rothe Zahl 40200309
 Dieser gebührender schwarzer Zahl ist die

Medio proportional Zahl 149478591 .

Zwischen 2 Zahlen 2 Medio Proportional Zahlen zu finden.

Es ist auf unsre meinung eine geringe Verenderung ein 234 oder mehr Medio Proportional Zahlen
 zwischen 2 bekandten Zahlen zu finden, darumb wollen wir die Verenderung bekandt machen durch ein
 Exempel, welches zu vornen durch bekante Zahlen gegeben ist und zeigen die 2 Zahlen

119004521 und 893423483

ihre gebührende rothe Zahl ist 17400 und 219000

die Differenz der rothen Zahl ist 201600 die

theil in 3 theil ist 67200

Ein Dritttheil addier zu der kleinen

rothe Zahl 17400

So ist die rote Zahl der ersten Pro-

portio 84600 Zahl

ihre gebührende schwarze Zahl ist die 23020839 .

Zwei Dritttheil der Differenz der roth Zahl ist 134400

und die kleinere rothe Zahl addier darzu 17400

dies ist die rothe Zahl der ander Proportional 151800 Zahl.

ihre gebührende Schwarze Zahl ist die 459326198 .

A.	B.	C.	D.
119004521	23020839	45932698	893423483
17400	84600	151800	219000

Wie sich helt A zu B also helt sich B zu C und C zu D.

Zwischen 2 Zahlen 3 Medio Proportional Zahlen zu finden.

Es zeigen die zwo bekantten Zahlen 119004521 und 893423483

ihre gebührende rothe Zahl ist 17400 der ander 219000

ihre Differenz ist 201600

die theil in 4 gleiche theil in ein theil 50400

17400

der theil eins addiere zu der kleinen rothen Zahl 67800 die ist die

gebührende rothe Zahl der Schwarz 196986745 diese ist

die erste ungleich Medio proportional Zahl.

Zum andern addier $\frac{2}{4}$ der rothen Differenz zu der kleinen rothen Zahl als 50400
 50400

Swif
Es zeigen a
die erste mit 6 Zif
die erste 303419
111000

Abdier zusammen thut
darzu addier 3 ganze rot
Zahl die ander mit 3 3

Kombt die rothe Zahl .
von dieser halben Zahl s

so bleibt diese rothe Zahl
der gebührende medio pro
und das ist der beweiß
rothen Zahl hab nemen

Es zeigen
Die erste mit 5
32991

ihre gebührende 119067
Abdier zusammen

thuet diese rothe Zahl
darzu addir 4 ganze ro
diemeil eine die andere
übertrifft.

So kombt diese rothe
und von der halben r
die ganze rothe Zahl u

Es zeigen aber
fern und stehende als
ihre gebührende 173
Abdier zusammen

macht diese rothe Zahl
Darzu fünff ganzer ro
diemeil die eine die an
fünff Ziffern übertrifft

© The Tiffen Company, 2007

TIFFEN® Gray Scale

R G B W G K C Y M

A 1 2 3 4 5 6 8 9 10 11 12 13 14 15 17 18 19



Zahl zu finden.
Es zeigen aber die
Ziffern die andere 8 und fünf
ihre gebührende
die ganze rothe Zahl ist
zahl zu finden.
ist mit 4 Ziffern die andere mit 9 Zif-
fere
Zahl zu finden.
Es zeigen aber die
Ziffern die andere 8 und fünf
ihre gebührende
die ganze rothe Zahl ist
zahl zu finden.
ist mit 4 Ziffern die andere mit 9 Zif-
fere
Zahl zu finden.
Es zeigen aber die
Ziffern die andere 8 und fünf
ihre gebührende
die ganze rothe Zahl ist
zahl zu finden.
ist mit 4 Ziffern die andere mit 9 Zif-
fere
Zahl zu finden.
Es zeigen aber die
Ziffern die andere 8 und fünf
ihre gebührende
die ganze rothe Zahl ist
zahl zu finden.
ist mit 4 Ziffern die andere mit 9 Zif-
fere

und die kleinere rothe Zahl 17400
 gibt die rothe Zahl der ander Proportional 118200 Zahl
 Welches ist ihre gebührende Schwarze Zahl 326069676.
 die ander begehrt.

Zum dritten addier $\frac{3}{4}$ der rothen Differenz 50400
 50400
 50400
 17400

und die kleinere rothe Zahl 17400
 diß ist die rothe Zahl der dritten Proportional 168600 Zahl.
 welche ist ihre gebührende Schwarze Zahl 539738109
 die dritte begehrt.

Zwischen 2 Vier Medio Proportional Zahlen zu finden.
 Es zeigen die 2 bekannten Zahlen als 119004521 und 893423483
 ihre gebührende rothe Zahl ist 17400 die ander 219000
 ihre Differenz ist 201600
 die theil in 5 gleiche theil, der ist 40320

die kleine rothe Zahl addier zu der $\frac{1}{5}$ 17400
 diß ist die rothe Zahl der 57720
 gebührender Schwarzen Ersten Medio Proportional Zahl 178099312.

Zum andern addier $\frac{2}{5}$ zu der kleinen roth Zahl 40320
 40320
 17400

die kleinere rothe Zahl 17400
 thut zusammen die gebühndt rothe Zahl der
 ander Medio Proportional Zahl welche ist 266565813.

Zum dritten addire $\frac{3}{5}$ zu der kleinen rothen Zahl 40320
 40320
 40320
 17400

die kleinere rothe Zahl 17400
 thut zusammen die gebühndt rothe Zahl der
 dritten Medio Proportional Zahl welche ist 398896111.

Zum vierten addier $\frac{4}{5}$ zu der kleinern rothen Zahl 161250
 47400
 178650

thut zusammen die gebührende rothe Zahl der
 vierten Medio Proportional Zahl, welche ist 596978352.

Danzig, im Januar 1856.

Dr. Giestwald.