328. PROBL. *Datâ circuli diametro, invenire circumferentiam propè veram.*

SOLUTIO. Diameter esto $= 100$: fac (186) $7:22 = 100:314\frac{2}{7}$ quæ justò major, $71:223 = 100:314\frac{6}{71}$ quæ justò minor, $113:355 = 100:314\frac{18}{113}$, quæ erit inter duas priores media (327)

329. COROL. Datâ circumferentiâ simili modo diametrum invenies, majorem terminum pro antecedente rationis sumpto.

330. PROBL. *Circuli segmentum quodvis* AOB *metiri.*

SOLUTIO. Ductis radiis AC & BC metire primò sectorem CAOB (326) deinde & triangulum ABC (175) triangulum à sectore subtrahe, & relinquetur segmentum AOB, ùtpote quod cum triangulo sectorem efficit (20)

ELEMENTUM X.

De Figuris similibus, eárumque Perimetris.

331. THEOR. *Figuræ quævis planæ similes rectilineæ ductis lineis rectis in singulos*

gulos angulos ex angulis A *&* a *æqualibus, dividuntur in triangula mutuò similia, & numero æqualia.*

DEMONST. E = e, & AE:ED = ae : e d (203) igitur *primò* X & x sunt triangula similia, & angulus ADE = a d e (218) qui si auferantur ab angulis CDE & c d e æqualibus (203) relinquitur A D C = a d c (21) Porrò propter triangula X & x *ex demonstratis* similia est AD : a d = DE : d e, & ob similitudinem figurarum est CD : cd = DE : d e (203) igitur AD : ad = CD : cd (51) sunt ergo *secundò* etiam Y & y triangula similia (218) Idem eodem modo ostendam de reliquis quotcunque triangulis. q. e. 1.

F. 52.

Jam cùm figuræ similes eundem habeant angulorum numerum (203) in utraque ex angulis A & a in reliquos angulos æquè multæ ductæ sunt lineæ rectæ : unde idem utrimque prodibit numerus triangulorum. q. e. 2.

332. THEOR. *Figuræ planæ rectilineæ ordinatæ similes, ductis ex centro in omnes angulos lineis rectis, dividuntur in triangula mutuò similia, & numero æqualia.*

F. 53.

DEMONST. Quia utrimque idem est laterum numerus (203) anguli ad centrum æquales sunt (306) & quia utraque inscribi potest circulo (302) erit AC = BC, & ac = bc (9) sunt ergo triangula ABC & abc æquicrura (115) unde

A = B

A = B, a = b (116) *ex demonstratis* autem C = c: ergo A † B = a † b (110) adeóque A = a, & B = b (53) sunt ergo A B C, a b c triangula similia (215) Eodem modo reliqua ostendam esse similia. q. e. 1.

Jam tot sunt utrimque triangula, quot figuræ latera: latera autem numero æqualia (203) ergo & idem utrimque triangulorum numerus. q. e. 2.

333. COROL. I. Similium figurarum rectilinearum perimetri sunt inter se, utì duo quævis earundem latera homologa. Quia enim AE : ae = ED : ed = DC : dc = CB : cb = BA : ba (203) erit etiam AE † ED † DC † CB † BA : ae † ed † dc † cb † ba = AE : ae (197) F. 52.

334. COROL. II. Quia in similibus triangulis eadem est ratio homologarum altitudinum, quæ homologorum laterum (220) perimetri figurarum similium rectilinearum erunt inter se, utì altitudines homologæ similium triangulorum, in quæ dividuntur ipsæ figuræ.

335. COROL. III. Quia BD : bd = BC : bc (332) erunt figurarum similium rectilinearum & ordinatarum perimetri inter se, ùt radii. F. 53.

336. COROL. IV. Quia circuli omnes sunt similes (202) circulus autem est polygonum ordinatum (324) circumferentiæ circulorum erunt inter se, ùt radii, vel (53) ùt diametri.

Theor.

337. THEOR. *Triangula similia sunt inter se, utì quadrata laterum homologorum.*

F. DEMONST. Ab angulis C & F du-
24. cantur altitudines CO & FV:

erit $CO : FV = AC : DF$ (220)

& $AB : DE = AC : DF$ (203)

adeóque $CO \times AB : FV \times DE = \overline{AC}^2 : \overline{DF}^2$ (199)

& hinc $\frac{CO \times AB}{2} : \frac{FV \times DE}{2} = \overline{AC}^2 : \overline{DF}^2$ (53) id est (167) similia triangula ABC & DEF sunt inter se, utì quadrata homologorum laterum AC & DF. Cùm ergo hæc latera reliquis homologis (203) adeóque & horum quadrata istorum quadratis sint proportionalia (200) patet. q. e. d.

338. COROL. Quia altitudines homologæ homologis lateribus proportionales sunt (220) adeóque & illarum quadrata horum quadratis proportionalia (200) triangula similia erunt inter se, utì altitudinum homologarum quadrata.

339. THEOR. *Figuræ similes rectilineæ sunt inter se, utì quadrata laterum homologorum.*

DEMONST. Dividuntur enim in triangula mutuò similia, & numero æqualia (331) Itaque

$X : x = \overline{ED}^2 : \overline{ed}^2$ F. 52.

$\& \; Y : y = \overline{DC}^2 : \overline{dc}^2$

$\& \; Z : z = \overline{BC}^2 : \overline{bc}^2$ (337)

Quia ergo $ED : ed = DC : dc = BC : bc$ (203) & hinc $\overline{ED}^2 : \overline{ed}^2 = \overline{DC}^2 : \overline{dc}^2 = \overline{BC}^2 : \overline{bc}^2$ (200) erit utique $X : x = Y : y = Z : z$ (51) adeóque $X + Y + Z : x + y + z = X : x$ (197) Quia ergo $X : x = \overline{ED}^2 : \overline{ed}^2$ (337) erit $X + Y + Z : x + y + z = \overline{ED}^2 : \overline{ed}^2$ (51) id est, totæ figuræ (20) ſunt inter ſe, utì quadrata homologorum laterum ED & ed, quibus cùm reliquorum etiam homologorum quadrata ſint proportionalia (200) patet figuras quasvis rectilineas ſimiles eſſe inter ſe, uti quadrata laterum quorumvis homologorum. q. e. d.

340. COROL. I Quia $BD : bd = BC :$ F.
bc (332) & ideo $\overline{BD}^2 : \overline{bd}^2 = \overline{BC}^2 : \overline{bc}^2$ (200) 53.
patet ordinatas figuras ſimiles rectilineas eſſe inter ſe, utì quadrata radiorum.

341. COROL. II. Cùm ergo circuli ſint polygona ordinata (324) erunt circuli inter ſe, utì quadrata radiorum.

342. COROL. II. Quia diametri radiis (53) & ipſis circumferentiis (336) proportionales ſunt, ideóque & horum

proportionalia quadrata (200) erunt quoque circuli inter ſe, utì quadrata tum diametrorum tum circumferentiarum.

343. COROL. IV. Si ſuper ſingula trianguli rectanguli latera tanquam ſuper latera homologa (aut diametros) conſtruantur figuræ ſimiles; erit ea, quæ ſuper hypotenuſa conſtruitur, æqualis duabus reliquis ſimul ſumptis (169)

344. PROBL. *Datâ ratione, quam inter ſe habent duo latera homologa duarum figurarum ſimilium (vel circulorum diametri) invenire rationem ſuperficierum.*

SOLUTIO. Tam antecedentem rationis, quám conſequentem in ſe ipſum multiplica : exhibebunt quadrata antecedentis & conſequentis rationem quæſitam.

DEMONST. Quia dati rationis termini ſunt inter ſe, utì latera homologa, vel diametri ; illorum etiam quadrata erunt inter ſe, utì horum quadrata (200) horum autem quadrata rationem ſuperficierum exhibent (339 & 342) ergo & quadrata iſtorum. q. e. d.

345. COROL. Datâ ratione, quam inter ſe habent figurarum ſimilium ſuperficies, invenitur ratio laterum homologorum, ſi ex terminis datæ rationis extrahantur radices quadratæ. Idem dic de circulis, eorúmque diametris.

346. SCHOL. *Itaque ſi latera homologa, vel diametri fuerint, utì* 1. 2. 3. 4. 5. &c.

erunt superficies 1.4.9.16.25. &c.

347. PROBL. *Figuram datam pro libitu multiplicare: seu aliam similem construere, quæ datæ sit dupla, tripla, quadrupla &c.*

SOLUTIO. Esto circulus, cujus radius AC, triplicandus. I. Sume rectam AL radii AC triplam. II. Inter AC & AL quære mediam proportionalem AD (294) III. Radio AD scriptus circulus erit dati triplus. F. 54.

DEMONST. *Ex constr.* AC : AD = AD : AL, adeóque $AC^2 : AD^2$ = AC : AL (201) atqui circulus primus est ad secundum, ùt AC^2 ad AD^2 (341) sicut ergo radius AL est radii AC triplus, ità & circulus secundus triplus est primi. q. e. d.

348. SCHOL. *Quæ jam de circulis, eorúmque radiis dicta sunt, eodem modo applica quibuslibet figuris similibus, earúmque lateribus homologis: & quod de ratione tripla diximus, simili modo de dupla, quadrupla &c. intelligendum est. Nempe, si circulus sit quadruplicandus, sumenda est recta radii quadrupla, inter quam & ipsum radium inventa media proportionalis erit radius circuli quadrupli.*

349. COROL. Eâdem methodo figuram datam minues in qualibet ratione, seu aliam similem construes, quæ sit da-

tæ dimidium, pars tertia &c. Nempe rationem datam primùm exprimes lateribus homologis, inter quæ inventa media proportionalis erit latus homologum figuræ desideratæ.

350. PROBL. *Figuram rectilineam inaccessam* OCDEF *eminus delineare.*

F. 55. SOLUTIO. I. Elige duas stationes A & B, è quibus singuli figuræ anguli, aliáque intra eam posita notabiliora objecta, conspici queant. II. Metire stationum lineam, seu intervallum AB, illúdque secundùm scalæ geometricæ proportionem in chartam transfer: nimirum intervallum AB exhibeatur per rectam ab. III. In utraque statione, adhibitâ vel mensulâ, vel astrolabio, capiantur anguli CAO, CAD &c. EBF, EBD &c. iísque in extremis rectæ ab punctis fiant æquales cao, cad &c., ebf, ebd &c. IV. Puncta c. d. e. f. o. &c., in quibus horum angulorum crura se intersecant, connecte rectis lineis cd, de &c. ità fiet figura ocdef similis figuræ OCDEF.

DEMONST. Propter duos angulos *ex constr.* mutuò æquales similia sunt (216) triangula ABC & abc, ABD & abd, & reliqua omnia super AB & ab posita. Itaque AB : ab = AC : ac, & AB : ab = AD : ad (204) ac proinde AC : ac = AD : ad (51) igitur in triangulis ACD & acd sunt duo latera mutuò proportionalia circa

circa angulos A & a *ex constr.* æquales: adeóque CD:cd = AC:ac(218) sed *ex demonstratis* AB:ab = AC:ac; ergo CD:cd = AB:ab(51) simili modo ex reliquis triangulis ostendam, quòd reliqua latera rectis AB & ab proportionalia sint. Sunt ergo etiam inter se(51) omnia figurarum latera homologa proportionalia. q. e. 1.

Porrò sicut ostendimus triangula ACD & acd esse similia; ità ostendam & reliqua esse talia: unde fit, singulos in D angulos singulis in d æquales esse (204) adeóque totus CDE toti cde æqualis erit (21) Eodem modo loquere de reliquis angulis E & e, F & f &c. sunt ergo & omnes figurarum anguli mutuò æquales. q. e. 2.

Denique in utraque figura in singulos angulos ex statione utraque unus ducitur radius opticus: hi proinde radii, seu rectæ lineæ, in totidem punctis in utraque figura se secant: unde consurgit idem angulorum, ac proinde laterum numerus. q. e. 3.

Sunt ergo figuræ similes (203) q. e. d.

351. COROL. Sicut hìc ex duabus stationibus figuram OCDEF delineavimus; ità omnes, quotquot ex A & B conspici possunt, delineabis. Patet ergo, quâ ratione integrarum regionum mappæ conficiendæ sint, si ex duabus v.g. turri-

 bus

bus notabiliora regionum objecta conspici possint.

352. SCHOL. *Si ex stationibus duabus tota regio videri non possit; post partem unam ex duabus stationibus* A & B *delineatam eligenda est statio tertia, ùt* E, *& pro linea stationum assumenda* BE, *quam repræsentat jam ducta* be. *Denique, si opus fuerit, addatur statio 4ta, 5ta &c., donec delineata sint omnia.*

353. COROL. II. Quoniam rectis AB & ab proportionalia sunt quælibet homologa figurarum latera; quovis latere figuræ minoris ad scalam examinato innotescet magnitudo laterishomologi in figura majore.

354. COROL. III. Quia figura utraque dividi potest in triangula mutuò similia (331) quorum proinde latera sunt proportionalia (204) distantia duorum quorumvis angulorum in figura majore obtinebitur, si in figura minore anguli iis respondentes connectantur recta lineâ, eâque ad scalam applicetur.

355. COROL. IV. Denique hinc crues modum figuram inaccessam eminus metiendi. Si enim delineata fuerit, & in triangula dividatur; ope scalæ geometricæ reperies omnia, quæ ad ejus dimensionem requiruntur: puta singulorum triangulorum bases & altitudines.

O. A. M. D. G.

con-

r dua-
st par-
& B
ùt E,
BE,
Deni-
a, 5ta

is AB
et ho-
latere
to in-
ogi in

utra-
uò fi-
a sunt
orum
ajore
nguli
cta li-

c eru-
minus
t, &
eome-
is di-
gulo-
ines.