linea quævis recta contineat, circino explorare. Id universim nota, quod circini pes uterque in una eadémque semper parallela sit constituendus.

ELEMENTUM VII.
Distantiarum Dimensio.

239. DEF. *Mensulam geometricam* voco tabulam planam, in qua extensum & pauculâ cerâ affixum est folium chartæ albæ. Chartæ imponitur regula dioptris instructa, juxta quam plumbagine ductis rectis lineis angulus quilibet opticus facillimè delineatur. Baculo tripodi mensula imponitur, ut homo erectus dioptris uti possit.

240. PROBL. *Metiri distantiam* BR, *ad cujus solum punctum* R *accedere liceat.* F. 31.

SOLUTIO. I. *Per mensulam.* I. In quovis puncto S baculo fixo, positáque in R mensulâ, chartæ imprime punctum A respondens terræ puncto R. II. Huic puncto A applica unam regulæ extremitatem, & alteram verte, donec per dioptras appareat punctum B: juxta regulam sic positam duc rectam Ad. Tum versâ versus baculum in S defixum regulâ (simul tamen puncto A applicatâ) eodem modo duces rectam AC: ita delineatus

lineatus erit angulus d A C = B R S. III. Tansfer mensulam ex R in in S, & simul perticâ metire intervallum R S, quod secundùm proportionem scalæ (238) transferes in rectam A C ex A in O (nempe quot perticarum &c. est R S, tot partes decimas &c. transferes ex A in O.) IV. Mensulam in S sic statue, ut regulâ rectæ A C applicatâ punctum R per dioptras appareat: quo facto, ùt anteà puncto A, sic nunc puncto O, applicabis regulam, & per dioptras collimans in punctum B duces rectam O d: hæc secabit in d rectam A d in prima statione ductam. Jam V. rectam A d circino interceptam scalæ applica, & vide (238) quot ea complectatur partes decimas, centesimas, millesimas: totidem enim perticas, pedes decimales, pollices decimales continet quæsita distantia B R.

DEMONST. Angulus d A O = B R S, & d O A = B S R (15) ergo in triangulis A d O & B S R erit A d : B R = A O : R S (216 sicut ergo *ex const.* R S tot perticas &c., quot A O partes decimas &c. continet; ità B R tot continebit perticas &c., quot partes scalæ decimas &c. continet A d. q. e. d.

241. SOLUTIO. II. *Per astrolabium.* I. Metire angulos B R S, & B S R (98) & intervallum R S. II. In charta duc rectam A Q, quæ in partibus scalæ exhibeat

beat intervallum RS. III. In punctis A & O fac angulos dAO, & dOA æquales angulis BRS & BSR (96) istorum crura concurrent in d. Reliqua fiant ùt suprà.

242. SOLUTIO. III. *Per baculos.* I. In puncto R perpendiculariter figatur baculus minor RS, & alius deinde major CE in eadem linea recta BRE: baculum alterutrum tam diu intra terram compelle, donec oculus in una recta linea videat tria puncta C, S, B. II. Nota altitudinum differentiam CO, & baculorum intervallum RE = SO (72) III. Fac CO : SO = RS : BR (186) F. 32.

DEMONST. RS & CE *ex constr.* ipsi BE perpendiculares sunt, adeóque inter se parallelæ (76) hinc angulus SCO = BSR (87) & quia SO & BE parallelæ sunt (90) erit etiam angulus CSO = SBR (87) igitur in triangulis COS & BRS erit CO : SO = RS : BR (216) q. e. d.

244. SCHOL. Baculo Jacobæo, *seu cruce rectangulâ* CEDS, *cujus brachium* SO *prolongari ad libitum possit, eandem distantiam eodem modo explorabis, ùt consideranti patebit.*

244. SOLUTIO. IV. *Per quadrantem, aut normam.* I. Quadrans, vel norma, cujus latera dioptris instructa, baculo ità affigatur, ut circa angulum rectum F. 33.

A

A veluti circa centrum converti, & quolibet in situ firmari possit. Hoc baculo AR in R perpendiculariter fixo, eleva, aut deprime normæ vel quadrantis latus AC, donec per ejus dioptras appareat punctum B. II. In hoc situ instrumento firmato respiciens per dioptras lateris AD, nota punctum E visui occurrens. III. Baculi altitudinem AR in se multiplica, & productum divide per intervallum RE: quotus erit BR distantia quæsita.

DEMONST. Quia A rectus est (67) & AR perpendicularis hypotenusæ BE *ex constr.*, erit RE : AR = AR : BR

(233) unde $\frac{\overline{AR}^2}{\overline{RE}}$ = BR (186) q. e. d.

245. SCHOL. *Si* BR *fuerit distantia valdè longa, juvat in arbore instrumentum collocare, ut ratio* AR *ad* BR *fiat sensibilior.*

246. DEF. *Quadratum geometricum* est quadratum quodvis ABCD in tabula plana descriptum, cujus duo latera contigua AB & BD in partes æquales 100 vel 1000. divisa sunt. Latus tertium CD dioptris instruitur, & circa angulum C vel mobilis est regula CE dioptris pariter instructa, & dicitur quadratum *stabile*: vel loco regulæ ex angulo C filum dependet plumbo onustum, & dicetur quadratum *pendulum*.

F. 34.

Corol.

247. COROL. Ope quadrati distantiam, ad cujus unum punctum accessus datur, reperies, ùt N. 244.

248. PROBL. *Metiri distantiam* BL *planè inaccessam.* F. 31.

SOLUTIO. I. *Per mensulam.* Electis duabus stationibus R & S, ex quibus extrema puncta B & L conspici queant, I. Mensulâ in R positâ, delinea angulos BRL & LRS, ductis rectis Ad, AV, AC, ùt dictum suprà (240) II. Mensulam transfer ex R in S : intervallum verò RS in rectam AC transfer ex A in O secundùm scalæ proportionem, mensuláque ritè collocatâ (240) delinea quoque angulum LSB, ductis rectis OV & Od : hæ secabunt rectas in prima statione ductas. Quare III. sectionum puncta d & V connecte rectâ dV, eámque circino interceptam scalæ applica : quot ea partes decimas &c. continet, tot perticas &c. complectitur BL.

DEMONST. Quoniam in triangulis BRS & dAO, item LRS, & VAO, *ex constr.* duo sunt anguli mutuò æquales; erit RS : AO = BS : dO, & RS : AO = LS : VO (216) adeóque BS : dO = LS : VO (51) quia ergo angulus BSL = dOV ex constr., erit BS : dO = BL : dV (218) *Ex demonstratis* autem BS : dO = RS : AO, ergo BL : dV = RS : AO (51) quia ergo *ex constr.* RS tot conti-

net

net perticas &c., quot AO partes decimas; etiam BL tot habet perticas &c., quot dV partes decimas &c. q. e. d.

249. SOLUTIO. II. *Per aſtrolabium* eodem modo fiet, niſi quòd anguli priùs metiendi ſint, & dein delineandi.

250. PROBL. *Metiri altitudinem* LS, *ad cujus punctum* L *licet accedere.*

F. 35. SOLUTIO. I. *Per Quadratum ſtabile.* I. Quadratum pedi AV affixum ſtatue in nota diſtantia VL ità, ut latus CD ſit horizonti VL parallelum (id obtinebis perpendiculo ad latus BD applicato) tum eleva regulam, donec per ejus dioptras appareat vertex S. II. Attende, quot partes regula in hoc ſitu abſcindat, ſeu quot partes contineat DE. III. Fac CD : DE = VL : RS (186) cui ſi addis inſtrumenti altitudinem CV = RL (72) nota erit LS.

DEMONST. LS horizonti VL perpendicularis eſt (68) ergo & rectæ CR, quæ horizonti parallela eſt, eadem LS perpendicularis eſt (74) ſed & BD ipſi CR eſt perpendicularis (58) igitur BD & LS ſunt parallelæ (76) unde in triangulis CDE & CRS eſt D = R, & E = S (87) quare CD : DE = CR : RS (216) ſed CR = VL (78) ergo CD : DE = VL : RS (22) q. e. d.

251. SCHOL. *Si altitudo* OL *major ſit, quàm diſtantia* VL; *regula in*

altero latere AB *abſcindet partem* AI: *quo caſu fiat* AI : AC = CR : RO. *Nam in triangulis* AIC & CRO *eſt* A = R (44) *&* C = O (81) *adeóque latera proportionalia* (216) *id quod ſemel monuiſſe ſufficiat tam pro pendulo quadrato, quàm pro ſtabili.*

252. SOLUT. II. *Per quadratum pendulum.* I. Quadratum baculo AV affixum ità, ut elevari, ac deprimi poſſit, colloca in nota diſtantia VL, & eleva, donec per dioptras lateris AC appareat vertex S: quo facto vide, quot partes DE abſcindat filum CE. II. Fac CD : DE = VL : RS (186) cui ſi addas inſtrumenti altitudinem AV = RL (72) nota erit tota LS. F. 36.

DEMONST. Angulus ACE = CED (81) ACE = ASR (87) ergo CED = ASR (51) & CDE = SRA (44) quare in triangulis CDE & RSA erit CD : DE = AR : RS (216) ſed AR = VL (78) ergo CD : DE = VL : RS (22) q. e. d.

253. SOLUTIO. III. *Per menſulam.* I. in nota diſtantia VL ſtatue menſulam in ſitu verticali. II. Ductâ rectâ CD horizonti parallelâ tot partium ſcalæ, quot perticarum &c. eſt VL, puncto C applica regulam, & collimans in verticem S juxta regulam duc rectam CE. III. Ex puncto D erige perpendicularem DE occurrentem rectæ CE in E. IV. Perpendicularis DE ſcalæ applicata pro- F. 37.

det altitudinis partem RS: cui ſi addatur altitudo inſtrumenti CV = RL (72) nota erit LS.

DEMONST. D = R (44) C = C. Igitur in triangulis CDE & CSR eſt CD : CR = DE : RS (216) ſed CR = VL (78) ergo CD : VL = DE : RS (22) q. e. d.

254. SOLUTIO. IV. *Per aſtrolabium* fiet eodem modo, niſì quòd aſtrolabii diametro horizontaliter conſtitutâ metiendus ſit primò angulus SCR, & dein delineandus.

255 SOLUTIO. V. *Per baculos, aut crucem rectangulam.* Oculo ad S poſi-
F. to altitudinis AL partem AV habebìs,
32. dicendo SO : OC = SV : AV (186) additáque oculi altitudine SR = VL (72) nota erit tota AL.

DEMONST. jam ſæpe data eſt.

256. SOLUTIO. VI. *Per umbram.* I. Lucente ſole, aut lunâ, terræ perpen-
F. diculariter infige baculum BE, & nota,
38. quantam ille projiciat umbram EC. II. Metire etiam umbram LD, quam eodem tempore projicit altitudo quæſita AL. III. Fac EC : BC = LD : AL (186)

DEMONST. AL & BE cùm *ex conſtr.* perpendiculares ſint horizonti LC, erit L = E (44) & cùm ſideris eadem ſit eodem tempore ſupra horizontem altitudo, quam metitur angulus D vel C, quem cum horizonte efficit radius AD

vel

vel B C, erit quoque D = C. Itaque E C: BE = L D : A L (216) q. e. d.

257. SCHOL. *Per ſe patet, quòd ex nota altitudine iisdem modis inveniri poſſit diſtantia. Porrò ex dictis facilè erues modum, quo in ipſa altitudine conſtitutus invenias ex nota altitudine diſtantiam, aut ex nota diſtantia altitudinem. Quadrato* e. g. *in* O *collocato dices* OF : FX = OR: RC, vel FX: OF = RC: OR. F. 35.

258. PROBL. *Metiri altitudinem* AL *planè inacceſſam, cujus ſaltem vertex* A *videri poſſit.*

SOLUTIO. I. *Per quadratum.* I. In una recta linea LEV elige duas ſtationes E & V. II. In ſingulis poſito, ùt ſupra, quadrato nota partes abſciſſas Sm, & RO. III. Ex partibus Sm ſubtrahe partes RO, & fac Sm – RO : RO = VE: EL. (186) IV. Inventâ jam diſtantiâ EL, operare, ùt ſuprà (250 & 252) F. 39.

DEMONST. Ut jam ſæpe oſtendidimus, eſt CR : RO = CB : AB, ſed CR = DS, ergo DS:RO = CB : AB (22) unde DS × AB = RO × CB (184) ſimili modo ex ſæpe dictis DS : Sm = DB : AB, unde DS × AB = Sm × DB (184) quare RO × CB = Sm × DB (51) adeóque Sm . RO = CB : DB (187) & Sm – RO : RO = CB – DB : DB (195) hoc eſt Sm – RO : RO = CD : DB, ſed CD = VE, & DB = EL (78) igitur

Sm—RO : RO = VE : EL (22) q.e.d.

259. SCHOL. *Si regula in una statione abscindat partes in latere* Sm, *in altera verò in latere* xi, *fac* nx : xc = ni : iF (*nam* cxn *&* niF *similia esse triangula facilè ostendes*) *additáque lateri* iR *inventâ jam particulâ* iF, *exhibebit* FR *partes in illa statione abscissas.*

260. SOLUTIO. II. *Per mensulam.* Electarum, ùt antè, stationum R & S intervallum RS ex scala transferatur, in

F. 40. rectam Cd ex C in O. Tum I. in R mensula verticaliter statuatur itâ, ut recta Cd sit horizonti LS parallela : & regulâ puncto O applicatâ, & in verticem A directâ ducatur OE. II. Similiter positâ in S mensulâ regula puncto C applicetur, & in verticem A dirigatur : ducta juxta hunc regulæ situm recta CE secabit rectam OE in aliquo puncto E, ex quo III. demissa in Cd perpendicularis Ei ad scalam examinata exhibebit altitudinis partem AB, cui si addis OS = OR = BL (72) nota est tota AL.

DEMONST. Propter angulos *ex constr.* æquales, triangulorum COE & CAO, OIE & OAB latera proportionalia sunt (216) unde ex sæpe dictis patet, q. e. d.

261. SOLUTIO. III. *Per astrolabium* eodem modo, quo per mensulam, absolvitur, nisì quòd in statione utraque anguli

primò

primò metiendi ſint, ità aſtrolabii diametro collocatâ, ut horizonti ſit parallela: quibus deinde in charta delineatis demiſſa ex ſectione E perpendicularis EI indicabit quantitatem partis AB.

ELEMENTUM VIII.
Proprietates Circuli.

262. DEF. Linea recta circulum *tangere* dicitur, quæ in uno duntaxat puncto, quod punctum *contactûs* dicimus, circulo occurrit, licèt producatur in infinitum.

263. THEOR. *Si recta* AB *circulum tangit, radius* CD *ductus ad punctum contactûs tangenti perpendicularis eſt.* F. 41.

DEMONST. Quia tangens in ſolo contactûs puncto D circulo occurrit (262) quodvis aliud tangentis punctum extra circulum eſt: unde recta quævis alia CA ex centro C ad tangentem ducta circumferentiam ſecat in V, adeóque CA > CV, ſed CV = CD (9) ergo CA > CD (52) Igitur CD brevior eſt aliâ quâvis rectâ ex centro ad tangentem ducta: proinde illi perpendicularis eſt (63) q. e. d.

264. COROL. I. Per idem contactûs punctum D una tantùm recta tangens duci poteſt. Sit enim tam DL, quàm DB tangens: erit radius CD perpendi-

 cularis