ciem quamlibet planam rectilineam metiri.

SOLUTIO. Si fuerit metiendum triangulum ABC, perticâ metire latus unum AB, in quod ex angulo opposito ducta perpendicularis CO (100) erit trian-
F. guli altitudo (151) per cujus dimidium
23. multiplica basin AB: & prodibit trianguli magnitudo (167)

II. Si superficies non fuerit triangularis; divide eam in mera triangula, ductis ex uno angulo in reliquos lineis rectis: singula hæc triangula metire modo jam dicto, iisque in unam summam collectis nota erit totius superficiei magnitudo (20)

176. SCHOL. *Compendium aliquod laboris facies, si quoties fieri potest, unam sumas duorum triangulorum communem basin* AB, *in quam ex angulis* C & D *perpendiculares* CO & DV *duci possint.*

ELEMENTUM V.

De Ratione, & Proportione Geometrica.

177. DEF. Dum quærimus, quænam sit *ratio* magnitudinis unius ad aliam, nihil aliud quærimus, quàm quoties prima contineat secundam. Itaque *Geometrica ratio* est modus, quo magnitudo prima

ma (*antecedens*) continet ſecundam (*conſequentem*)

178. COROL. I. Innoteſcit ratio duarum magnitudinum, ſi terminus antecedens dividatur per conſequentem: hinc rationem ſcribimus per modum diviſionis: nempe A : B, vel $\frac{A}{B}$ indicat rationem antecedentis A ad conſequentem B, & *quotum* ex illa diviſione provenientem vocamus *exponentem* rationis.

179. COROL. II. Duæ rationes æquales ſunt, quorum exponentes æquales ſunt, ſeu quorum antecedentes ſuos conſequentes, aut conſequentium partes *ſimiles ſimiliter* continent: ſecus illa ratio major eſt, cujus exponens major: vel cujus antecedens ſuum conſequentem continet ſæpiùs, aut partem ejus *reſpectivè* majorem. Nempe $\frac{8}{4} = \frac{6}{3}$, & $\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$. At $\frac{8}{2} > \frac{6}{3}$, & $\frac{5}{6} > \frac{4}{8}$.

180. COROL. III. Augetur ratio, ſi vel augeatur antecedens, vel minuatur conſequens: minuitur autem ratio, ſi vel minuatur antecedens, vel augeatur conſequens.

181. AXIOMA. *Si æqualia per æqualia dividantur, & multiplicentur, quoti, & producta æqualia ſunt.*

182. THEOR. *Si conſequens cujusvis*

rationis multiplicetur per exponentem ; productum æquale est antecedenti.

DEMONST. Rationis cujusvis A : B exponens. Sit X : erit $\frac{A}{B} = X$ (178) adeóque $A = BX$ (181) q. e. d.

183. DEF. Duarum rationum æqualitas dicitur *proportio* : magnitudines æqualem inter se rationem habentes vocantur *proportionales* : prima & ultima *extremi*, reliqui verò *medii* proportionis termini vocantur. Proportio *discreta* est, quæ quatuor distinctos habet terminos, ùt $A : B = C : D$, vel $2 : 3 = 4 : 6$. *Continua* dicitur, quæ tribus duntaxat terminis constat, ex quibus secundus vices duorum gerit, ùt $A : B = B : C$, vel $8 : 4 = 4 : 2$.

184. THEOR. *In omni proportione productum extremorum æquale est producto mediorum terminorum.* Sit $A : B = C : D$, dico, quod $AD = BC$.

DEMONST. Quia rationes æquales sunt (183) idem erit utriusque exponens (179) sit ille X : erit $A = BX$, & $C = DX$ (182) unde $AD = BDX$, & $BC = BDX$ (22) sed $BDX = BDX$, ergo etiam $AD = BC$ (22) q. e. d.

185. COROL. I. In proportione *continua* productum extremorum æquale est medii termini *quadrato*.

Corol.

186\. COROL. II. Si productum mediorum dividatur per extremum unum, quotus est extremus alter. Quia enim $AD = BC$, erit $D = \frac{BC}{A}$, & $A = \frac{BC}{D}$ (181)

187\. THEOR. *Si quatuor magnitudines ità disponantur, ut productum extremarum æquale sit producto mediarum; sic dispositæ proportionem constituunt.*

DEMONST. Sit $AD = BC$: dico, $A : B = C : D$. Nam dividatur utrumque productum per BD: erit $\frac{AD}{BD} = \frac{BC}{BD}$ (181) id est $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ seu $A:B = C:D$ (178) q. e. d.

188\. THEOR. *Si duæ magnitudines eandem rationem habent ad idem; æquales sunt.* Sit $A : C = B : C$, dico, quòd $A = B$.

DEMONST. $AC = BC$ (184) ergo $A = B$ (181) q. e. d.

189\. THEOR. *Siqua magnitudo eandem rationem habet ad duas alias; hæ æquales sunt.* Sit $A : B = A : C$, dico, quòd $B = C$.

DEMONST. $AC = AB$ (184) ergo $C = B$ (181) q. e. d.

190\. DEF. Termini proportionis *inverti* dicuntur, si ex antecedentibus fiant

Conse-

consequentes, & ex consequentibus antecedentes. *Alternari* autem dicuntur, si primus consequens cum secundo antecedente locum permutet.

191. THEOR. *Seu invertantur termini, seu alternentur, servant proportionem.* Sit $A:B=C:D$, dico: erit invertendo $B:A=D:C$, & alternando $A:C=B:D$.

DEMONST. Ob datam proportionem est $AD=BC$ (184) in utraque autem variatione manent eadem producta: manet ergo proportio (187) q. e. d.

192. DEF. Termini proportionis *componuntur*, si antecedentibus addantur consequentes, & summæ scribantur loco antecedentium: consequentes verò vel invariati serventur, vel eorum loco ponantur priores antecedentes.

193. THEOR. *Si componantur termini, proportionem servant.* Sit $A:B=C:D$, dico, erit componendo tum $A+B:B=C+D:D$, tum $A+B:A=C+D:C$.

DEMONST. $AD=BC$ (184) ergo tum $AD+BD=BC+BD$, tum $AC+BC=AC+AD$ (21) quæ cùm sint producta extremorum, & mediorum, utraque subsistit proportio (187) q. e. d.

194. DEF. Termini proportionis *dividuntur*, si ex antecedentibus subtrahantur consequentes, & residua loco antecedentium statuantur: consequentes verò

inva-

invariati ſerventur, vel eorum loco ſtatuantur priores antecedentes.

195. THEOR. *Si dividuntur termini, proportionem ſervant.* Sit $A:B = C:D$, dico, dividendo erit tum $A - B : B = C - D : D$, tum $A - B : A = C - D : C$.

DEMONST. $AD = BC$ (184) ergo tum $AD - BD = BC - BD$, tum $AC - BC = AC - AD$ (21) quæ cùm ſint producta extremorum & mediorum, proportiones ſubſiſtunt (187) q. e. d.

196. THEOR. *Si duæ magnitudines per idem multiplicentur, vel dividantur, producta, & quoti eandem rationem inter ſe habent, quam magnitudines multiplicatæ, vel diviſæ.* A & B multiplicentur, & dividantur per X: dico, quod $AX : BX = A:B$. Item $\frac{A}{X} : \frac{B}{X} = A:B$.

DEMONST. $ABX = ABX$, & $\frac{AB}{X} = \frac{AB}{X}$ in utroque igitur caſu ſubſiſtit proportio (187) q. e. d.

197. THEOR. *Datis quotcunque rationibus æqualibus, eſt ſumma antecedentium ad ſummam conſequentium, ùt quilibet antecedens ad ſuum conſequentem.* Sit $A:B = C:D = E:F$, dico, erit etiam $A + C + E : B + D + F = A:B$.

DEMONST. $AD = BC$, & $AF = BE$ (184) adeóque $BC + BE = AD +$

AB

AF (21) & addito utrimque AB erit productum extremorum $AB + BC + BE = AB + AD + AF$ producto mediorum (21) itaque $A + C + E : B + D + F = A : B$ (187) q. e. d.

198. THEOR. *Datâ quâvis proportione, est differentia antecedentium ad differentiam consequentium, ùt quilibet antecedens ad suum consequentem.* Sit $A : B = C : D$, dico, quòd $A - C : B - D = A : B$.

DEMONST. $AD = BC$ (184) unde productum extremorum $AB - BC = AB - AD$ producto mediorum (21) igitur $A - C : B - D = A : B$ (187) q. e. d. Eodem modo ostendam, quòd $C - A : D - B = A : B$.

199. THEOR. *Datis quotcunque proportionibus, erunt producta antecedentium & consequentium proportionalia.* Sit $A : B = C : D$, & $E : F = G : H$, dico, quòd $AE : BF = CG : DH$.

DEMONST. $AD = BC$, & $EH = FG$ (184) ergo productum extremorum $AEDH = BCFG$ producto mediorum (181) igitur $AE : BF = CG : DH$ (187) q. e. d.

200. THEOR. *Magnitudinum proportionalium proportionalia sunt quadrata.* Sit $A : B = C : D$, dico, quòd $AA : BB = CC : DD$.

DEMONST. $AD = BC$ (184) ergo productum extremorum $AADD = BBCC$ producto mediorum (181) igitur $AA : BB = CC : DD$ (187) q. e. d.

201. THEOR. *Si proportio fuerit continua, erit quadratum primi termini ad quadratum secundi, ùt primus ad tertium.* Sit A : B = B : C, dico, quòd AA : BB = A : C.

DEMONST. AC = BB (185) ergo productum extremorum AAC = ABB producto mediorum (181) adeóque AA : BB = A : C (187) q. e. d.

ELEMENTUM VI.
De Triangulis similibus.

202. DEF. Figuræ dicuntur *similes*, quæ, si differant, solâ differunt quantitate. Figurarum similium latera, quæ æqualibus angulis opponuntur, *homologa* dicimus.

203. COROL. I. Ut figuræ sint similes, requiritur, & sufficit I., ut in utraque idem sit laterum & angulorum numerus. II. Ut latera unius omnia sint proportionalia lateribus homologis alterius. III. Ut singuli anguli unius æquales sint singulis alterius.

204. COROL. II. Ut triangula sint similia, requiritur, & sufficit, omnes angulos esse *mutuò* æquales, & omnia latera homologa esse proportionalia.

205. THEOR. *Parallelogramma, quæ bases æquales habent, sunt inter se, ùt altitudines:*