ELEMENTUM III.

De Angulis, & Lateribus Triangulorum.

103. THEOR. *Cujusvis trianguli tres simul anguli duos efficiunt rectos.*

F. DEMONST. Cuivis lateri AB per
14. angulum oppositum I ducatur parallela VS: erit $V+I+S=180$ gr. (47) jam $V=A$, & $S=B$ (81) ergo $A+I+B=180$ gr. (22) q. e. d.

104. COROL. I. Summa angulorum unius trianguli æqualis est summæ angulorum alterius trianguli.

105. COROL. II. Si nota est summa duorum angulorum; tertius invenitur summam duorum subtrahendo ex 180 gr.: simili modo, si unus innotescat, invenitur summa duorum reliquorum.

106. COROL. III. In quovis triangulo duorum quorumvis angulorum summa minor est duobus rectis.

107. COROLL. IV. Si unus trianguli angulus *rectus* est, duo reliqui sunt acuti, & simul sumpti unum rectum efficiunt.

108. COROL. V. Si unus trianguli angulus *obtusus* est; duo reliqui sunt acuti, & simul sumpti uno recto minores.

109. COROL. VI. Si unus trianguli angulus æqualis est summæ reliquorum; is rectus est.

110. COROL. VII. Si summa duorum in uno æqualis est summæ duorum in altero triangulo; etiam tertius est tertio æqualis : & si unus in uno æqualis fuerit uni in altero triangulo ; summæ etiam reliquorum æquales erunt.

111. DEF. *Externus* figuræ angulus est, qui uno latere producto oritur extra figuram : *interni* huic *oppositi* sunt illi, quibus non est *deinceps positus.*

112. THEOR. *Quovis trianguli latere producto, externus angulus* C *æqualis est summæ duorum internorum oppositorum* $A+I$.

DEMONST. $A+I+B=180$ gr. (103) & $B+C=180$. gr. (40) ergo $A+I+B=B+C$ (51) itaque $A+I=C$ (21) q. e. d.

113. COROL. Externus angulus major est quovis interno opposito seorsim sumpto.

114. THEOR. *Duorum quorumvis trianguli laterum summa* $AC+BC$ *major est latere tertio* AB.

DEMONST. AB recta est linea (33) proinde $AC+BC$ recta non est (7) igi- F.
tur $AC+BC>AB$ (4) q. e. d. 15.

115. DEF. Triangulum, cujus duo sunt latera æqualia, *æquicrurum*, græcè *Isosceles*, vocatur.

116. THEOR. *In triangulo æquicruro anguli, qui æqualibus lateribus opponuntur, æquales sunt.*

DEMONST. Sit AC = BC : dico, erit A = B. Angulum enim tertium C bifariam dividat recta DC : in triangulis ACD & BCD erit AC = BC, DC = DC, & angulus ACD = BCD : ergo A = B (36) q. e. d.

117. DEF. Triangulum *æquilaterum* est, cujus omnia latera sunt æqualia.

118. COROL. I. Triangulum, quod æquilaterum est, est quoque æquicrurum: adeóque in æquilatero etiam triangulo, qui æqualibus lateribus opponuntur anguli, æquales sunt (116)

119. COROL. Omnes ergo in æquilatero triangulo anguli sunt æquales.

120. COROL. III. Et quia trium angulorum summa continet duos rectos, seu 180 gr., his trifariam divisis patet, quemlibet trianguli æquilateri angulum continere 60. gr.

121. PROBL. *Super data recta* AB *triangulum æquicrurum construere.*

SOLUTIO I. Centris A & B radiis quibusvis, sed æqualibus, AC & BC, scribe duos arcus se secantes. II. Ex A & B ad punctum sectionis C ductæ rectæ AC & BC facient ABC æquicrurum (115)

122. COROL. I. Æquilaterum triangulum eodem modo feceris, si arcus duxeris radiis rectæ AB æqualibus.

123. COROL. II. Quia quilibet trianguli

guli æquilateri angulus continet 60 gr. (120) patet, quâ ratione solo circino & regulâ fieri queat angulus 60 graduum.

124. PROBL. *In extremo puncto rectæ* AB (*quæ defectu spatii produci nequeat*) *perpendicularem ducere.* F. 16.

SOLUTIO I. Super AB fac triangulum æquilaterum ABL (122) II. Latere BL producto fac OL = AL. III. Ducta ex O in A recta OA est perpendicularis.

DEMONST. Quia quilibet æquilateri angulus = 60 gr. (120) erit LAB † LBA = 120 gr. : sed OLA = LAB † LBA (112) ergo OLA = 120 gr. (22) jam quia OL = AL *ex constr.*, erit AOL æquicrurum (115) unde angulus AOL = OAL (116) sed AOL † OAL † OLA = 180 gr. (103) ex his ergo si subtrahatur OLA = 120 gr., relinquentur AOL † OAL = 60 gr., adeóque OAL = 30 gr., cui si addis LAB = 60 gr. (120) erit OAL † LAB = OAB = 90 gr., qui proinde rectus est (43) & hinc OA perpendicularis (58) q. e. d.

125. THEOR. *Cujusvis trianguli ille angulus major est, qui opponitur majori lateri.*

DEMONST. Sit OB > AB : dico, erit etiam angulus OAB > AOB, Nam ex OB abscindatur pars BL = AB : ductâ AL erit ABL æquicrurum (115) & angulus

angulus LAB = ALB (116) ſed ALB > AOB (113) ergo etiam LAB > AOB, (22) à fortiore igitur LAB † LAO > AOB, id eſt OAB > AOB. q. e. d.

126. COROL. I. Viciſſim illud trianguli latus erit majus, quod majori opponitur angulo.

127. COROL. II. In quovis igitur triangulo æqualia latera æqualibus opponuntur angulis, & vice versâ.

128. COROL. III. Triangulum, quod duos habet æquales angulos, æquicrurum eſt: quod tres, æquilaterum.

129. AXIOMA. *Quod majus eſt majore, etiam majus eſt minore.*

130. THEOR. *Si ab extremis punctis unius lateris ducantur rectæ* AC & BC *intra triangulum concurrentes; erit* I. *reliquorum laterum ſumma* AO † OB *major, quàm illarum ſumma* AC † CB. II. *Angulus verò* ACB > AOB.

DEMONST. AC in L productâ erit CL † LB > CB (114) ergo additâ utrimque AC, fiet AL † LB > CB † AC. Rurſus AO † OL > AL (114) ergo additâ utrimque LB, fiet AO † OB > AL † LB. Igitur à fortiore AO † OB > CB † AC (129) q. e. 1. Deinde angulus ACB > ALB, & ALB > AOB (113) igitur ACB > AOB (129) q. e. 2.

131. PROBL. *Metiri diſtantiam* BO, *ſi ad ſolum punctum* O *liceat accedere.*

Solutio

SOLUTIO. I. In O fixo baculo, continuetur recta BO versus C (6) II. Per O duc rectam AD, & fac AO = DO. III. Fixis in A & D baculis, metire angulum A (98) eique fac æqualem D (99) cujus crus DC, ubi rectam BC secat in C, fige baculum. IV. Metire rectam OC: hæc enim distantiæ BO æqualis est. F. 17.

DEMONST. A = D *ex constr.*, AOB = COD (54) & AO = DO *ex constr.*, ergo BO = OC (37) q. e. d.

132. PROBL. *Metiri angulum inaccessum* AOB.

SOLUTIO. I. Crura AO & BO continuentur versus C & D (6) II. Fixis in C & D baculis, metire angulos C & D (98) III. Horum summam subtrahe ex 180: relinquetur angulus COD (105) cui æqualis est AOB (54) q. e. i.

ELEMENTUM IV.

De Quadrilateris, & Triangulis.

133. DEF. *Quadrilaterum* dicitur superficies plana, cujus perimeter quatuor duntaxat rectis lineis ad quatuor angulos conjunctis constat. Recta ab uno angulo ad angulum oppositum ducta *diagonalis* appellatur.

134. THEOR. *Omnis quadrilateri quatuor anguli simul sumpti valent quatuor rectos.*

Demonst.