

## Einleitung.

---

Bei der Lösung von Konstruktionsaufgaben hat man zu unterscheiden, ob die dazu erforderlichen Hilfskonstruktionen nur theoretisch, d. h. (mit Steiner<sup>1</sup>) zu reden) „bloß mittels der Zunge“ oder auch wirklich auf dem Zeichenbrett mit Lineal, Zirkel und Schiebdreiecken ausgeführt werden sollen. Was theoretisch kurz und einfach ist, braucht praktisch noch nicht empfehlenswert zu sein; z. B. sind die sogenannten geometrographischen Konstruktionen für die wirkliche, praktische Ausführung trotz der Kleinheit des „Einfachheitskoeffizienten“ nicht immer genau genug, was von den Geometrographen auch zugestanden wird<sup>2</sup>). Die Genauigkeit einer Zeichnung ist nämlich außer von der Anzahl der zu ihrer Herstellung notwendigen Elementarkonstruktionen, deren jede mit einem kleinen Fehler behaftet ist, noch wesentlich abhängig von der mehr oder weniger günstigen, gegenseitigen Lage der in der Figur benutzten Punkte und Geraden.

Es ist zunächst festzustellen, wann die Lageverhältnisse einer Figur als ungünstig bezeichnet werden sollen: einmal dann, wenn Punkte, die zur Konstruktion gebraucht werden, unzugänglich sind, d. h. außerhalb des zur Verfügung stehenden Zeichenblattes liegen; solche Fälle werden weiter unten in einer größeren Anzahl von Aufgaben einzeln behandelt werden. Es bleiben dann noch die Fälle, in denen einerseits die Schnittpunkte von Geraden (oder Kreisen), andererseits die Verbindungslinien von Punkten zwar erreichbar sind, aber nicht sicher genug bestimmt erscheinen.

Solche Fälle bespricht Chr. Wiener anhangsweise in seinem Lehrbuch der darstellenden Geometrie.<sup>3</sup>) Er bemerkt zunächst, daß die Aufgabe des genauesten Konstruierens „in der Weise der Aufgaben der höheren Geodäsie mittels der Methode der kleinsten Quadrate behandelt werden müßte“ und fährt dann fort: „Einer solchen Behandlung sind aber die Aufgaben des Konstruierens noch nicht unterzogen worden<sup>4</sup>), und ich will mich daher mit der Anführung einiger

mehr oder weniger sicheren Sätze begnügen, welche auf Erfahrung, Anschauung und Abschätzung gegründet sind.

1) Eine Gerade ist in ihrem ganzen Verlaufe um so sicherer bestimmt, je weiter die zwei Punkte voneinander entfernt liegen, welche sie bestimmen.

2) Der Schnittpunkt zweier Geraden ist um so sicherer bestimmt, je näher diejenigen Punkte, welche jede Gerade bestimmen, bei dem Schnittpunkte liegen (wegen der Krümmung der Lineale).

3) Ein als Schnitt zweier Linien bestimmter Punkt dient um so sicherer zur Bestimmung beliebiger Geraden, je mehr sich der Winkel, unter dem sich jene Linien schneiden, einem Rechten nähert.

4) Der Schnittpunkt zweier sich spitzwinklig schneidenden Geraden dient dennoch sicher zur Bestimmung einer dritten Geraden, wenn diese einen kleinen Winkel mit einer der beiden ersteren Geraden bildet, wenn sie z. B. im Inneren des von diesen gebildeten spitzen Winkels, nicht aber, wenn sie nahe bei der Halbierungslinie des stumpfen Winkels liegt.

5) Ein Kreis und ein mittels eines Längenabstandes bestimmter Punkt werden bei Benutzung eines gewöhnlichen Zirkels (im Gegensatz zum Stangenzirkel) unsicher, wenn die Zirkelöffnung größer als der Schenkel des Zirkels ist (wegen des Federns der Schenkel).“

Von den vorstehenden Wienerschen Sätzen sollen Nr. 2 und 5, die ersichtlich nur auf Mängel der Zeicheninstrumente Bezug nehmen, im folgenden unberücksichtigt bleiben, dagegen werden wir uns gelegentlich auf Nr. 1, 3 und 4, in denen die Lageverhältnisse der geometrischen Gebilde eine Rolle spielen, berufen können.

Wir wenden uns nunmehr zum Hauptteil unserer Arbeit, der Lösung von Aufgaben, wobei aber gleich von vornherein bemerkt werden muß, daß weder bei der Auswahl der Aufgaben, noch bei der Art ihrer Lösung auf Vollständigkeit Gewicht gelegt wurde; z. B. ist es bei Aufg. 6 absichtlich dem Scharfsinn der Leser (ich denke hierbei besonders an die Studierenden und Schüler, welche die vorliegende Arbeit zur Hand nehmen) überlassen worden, den Fall, daß die Geraden  $b$ ,  $c$  einen ziemlich kleinen Winkel einschließen, selbst zu erledigen. Die Arbeit will nicht ein Rezeptbuch zur Lösung von Aufgaben für alle erdenklichen Fälle ungünstiger Lagen sein, sondern nur durch Besprechung der häufiger vorkommenden Typen zur Selbstbetätigung anregen.