wieder auf eine Gleichung von dem Typus (3). Durch die theoretische Herleitung gewinnen aber die Konstanten der Gleichung (3) eine physikalische Bedeutung, welche Maurer und Trabert dazu benutzen, um den Strahlungskoeffizienten der atmosphärischen Luft zu bestimmen.[7]) Doch stimmt der von ihnen errechnete Wert des Strahlungskoeffizienten noch nicht überein mit den Ergebnissen der experimentellen Messungen von Hutchins und Very. Das kann seinen Grund darin haben, daß das Gesetz des Zusammenhangs der Konstanten der Gleichung mit dem Strahlungskoeffizienten der Luft komplizierter ist als Maurer angenommen hatte. Tatsächlich erhält Tamura unter andern Voraussetzungen ein anderes Gesetz für diesen Zusammenhang wie Maurer. Man kann also über die Größe des Strahlungskoeffizienten noch in Zweifel sein; aber die Möglichkeit der Darstellung des Temperaturverlaufes durch die Gleichung (3) bleibt unbestreitbar.

Den Temperaturgang während des Tages für sich gesondert zu betrachten, ist der Endzweck dieser Arbeit. Theoretische Untersuchungen sind darüber von J. Halm[8]) angestellt worden. Auf anderer Grundlage soll hier versucht werden, eine Gleichung für den Temperaturgang am Tage aufzustellen, welche der periodischen und unperiodischen Ursache Rechnung trägt. Die Konstanten einer solchen Gleichung werden von der Sonnenwirkung abhängen und außerdem Funktionen der physikalischen Eigenschaften der Luft und des Erdbodens, also des Strahlungs- und Leitungsvermögens und der spezifischen Wärme sein. Der Zusammenhang der Konstanten der Gleichung mit diesen physikalischen Größen wird aber ein sehr komplizierter sein. Es kann daher hier nicht das Ziel sein, ein festes Gesetz für diesen Zusammenhang zu finden; sondern es soll nur erstrebt werden, für den Verlauf am Tage eine typische Form der Gleichung aufzustellen, wie es für den nächtlichen Verlauf durch Gleichung (3) gelungen ist. Da es bei den theoretischen Ueberlegungen also nur auf den Typus der Gleichung ankommt, wird es zulässig sein, die einfachsten Annahmen für die Herleitung der Gleichung zu machen. Die so erhaltene Gleichung wird dann an einem beobachteten mittleren täglichen Temperaturgang darauf geprüft werden, ob sie den Verlauf bei Tage ebenso genau wiedergeben kann, wie die Gleichung (3) den Verlauf während der Nacht.

Die Form der Temperaturgleichung während der Nacht.

Die nächtliche Abkühlung ist eine Folge der Ausstrahlung von Wärme an kältere Luftschichten in größerer Höhe. Die angestellten Messungen zeigen, daß der Erdboden selbst an dieser Ausstrahlung stärker beteiligt ist, als die auflagernden Luftschichten. Denn der Boden kühlt sich schneller ab und hat während der Nacht eine niedrigere Temperatur als die Luft. Dieser Umstand kann bei der theoretischen Herleitung der Formel berücksichtigt werden, wenn man annimmt, daß der Boden gegen eine höhere Luftschicht von konstanter Temperatur ausstrahlt und

[7]) Maurer a. a. O.; Trabert: Die Wärmestrahlung der atmosphärischen Luft. (Meteorol. Zeitschr. 1892. S. 41.)

[8]) J. Halm: Versuch einer theoretischen Darstellung des täglichen Ganges der Lufttemperatur. Halle. 1895.

daß die unteren Luftschichten wieder gegen den Boden hin ihre Wärme ausstrahlen. Unter dieser Annahme lassen sich dann Differentialgleichungen für die Wärmeänderung des Bodens und der Luft aufstellen. Alle bisher angestellten Berechnungen setzen voraus, daß die ausgestrahlte Wärmemenge der Temperaturdifferenz zwischen dem ausstrahlenden Körper und der Fläche, gegen welche die Ausstrahlung gerichtet ist, proportional sei. ϑ_b bezeichne die Bodentemperatur, ϑ_0 die Temperatur der konstanten Luftschicht, m eine Konstante, dann ist die Aenderung der in 1 ccm des Bodens enthaltenen Wärmemenge Q während des Zeitteilchens dt

$$dQ = - m\,(\vartheta_b - \vartheta_0)\,.\,dt$$

und, wenn c die spezifische Wärme des Bodens bedeutet,

$$c\,.\,d\vartheta_b = - m\,(\vartheta_b - \vartheta_0)\,.\,dt$$

oder, wenn wir $\frac{m}{c} = m_1$ setzen,

(4) $$\frac{d\vartheta_b}{dt} = - m_1\,(\vartheta_b - \vartheta_0)$$

Daraus folgt durch Integration

(5) $$\vartheta_b = \vartheta_0 + A\,.\,e^{-m_1 t}$$

als Gleichung für die Temperatur des Erdbodens.

Die Lufttemperatur sei ϑ_l; dann folgt in entsprechender Weise unter der Annahme, daß die Wärmestrahlung der Luft gegen den Erdboden von der Temperatur ϑ_b stattfindet,

$$\frac{d\vartheta_l}{dt} = - m_2\,(\vartheta_l - \vartheta_b) = - m_2\,\left(\vartheta_l - \vartheta_0 - A\,.\,e^{-m_1 t}\right)$$

$$= - m_2\,(\vartheta_l - \vartheta_0) + A\,.\,m_2\,.\,e^{-m_1 t}$$

Die Integration ergibt

(6) $$\vartheta_l = \vartheta_0 + A_1\,.\,e^{-m_1 t} + A_2\,.\,e^{-m_2 t}$$

also eine Gleichung, welche zwei Exponentialglieder enthält.

Selbstverständlich ist die Formel für die wirklich stattfindenden Vorgänge noch nicht kompliziert genug. Ganz außer Acht gelassen ist die Wärmeleitung. Allerdings zeigen Maurer und Tamura, daß die Leitung in der Nacht nur einen ganz geringen Anteil an der Wärmebewegung in den unteren Luftschichten haben kann. Wenn auch diese Formel schon eine Vereinfachung im Vergleiche mit den wirklichen Vorgängen bedeutet, so ist sie doch für die zahlenmäßige Berechnung stets noch weiter vereinfacht worden. Weilenmann weist an Zahlenbeispielen nach, daß der Koeffizient des einen Exponentialgliedes verschwindend klein wird. Auch alle anderen Autoren, welche den nächtlichen Temperaturgang zahlenmäßig berechnet haben, begnügen sich mit einem Exponentialgliede.

Da die erhaltene Formel also weder die wirklichen Vorgänge ganz zutreffend darstellt noch für die Rechnung verwandt wird, so kann es genügen, auf einem einfacheren Wege das Ziel zu erreichen.

Man kann die Rechnung sofort mit der Ausstrahlung des betrachteten Luftteilchens beginnen, wenn man annimmt, die gesamte Strahlung dieses Luftteilchens sowohl gegen die höhere Atmosphäre als auch gegen den erkalteten Erdboden lasse sich ersetzen durch die Strahlung dieses Luftteilchens gegen eine einzige Hülle von der konstanten Temperatur ϑ_0. Dann entsteht die Gleichung

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = - m (\vartheta_1 - \vartheta_0) \tag{7}$$

und daraus durch Integration

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + A \, . \, e^{-mt} = \vartheta_0 + A \, . \, b^t \tag{8}$$

Diese Formel ist bisher stets für die zahlenmäßige Berechnung zu Grunde gelegt worden und stellt den beobachteten Gang mit ausreichender Genauigkeit dar. Maurer und Trabert benutzen diese Gleichung, um daraus die Strahlungsgröße der atmosphärischen Luft zu berechnen. σ bedeute den Strahlungskoeffizienten der Masseneinheit der Luft, c die spezifische Wärme der Luft; dann setzt Trabert

$$m = \frac{\sigma}{c}, \text{ also } b = e^{-\frac{\sigma}{c}}$$

und berechnet aus dem durch den nächtlichen Gang gefundenen Wert von b die Größe von σ. Es ist in der Einleitung schon gesagt worden, daß die Ergebnisse dieser Berechnung noch nicht in Einklang gebracht sind mit experimentellen Berechnungen. Sicher ist, daß diese Berechnungen nur erste Annäherungen sein können, da ja die Formeln (7) und (8) den Verlauf auch nur näherungsweise wiedergeben können. Außerdem ist m voraussichtlich eine kompliziertere Funktion von ϑ als für die Berechnung zu Grunde gelegt worden ist.

Wesentlich für das Ziel dieser Arbeit ist es, zu konstatieren, daß unter den einfachsten Annahmen ein brauchbarer Typus der nächtlichen Gleichung erhalten werden kann, daß aber über den Zusammenhang der Koeffizienten mit den physikalischen Eigenschaften der Luft Zweifel bestehen bleiben.

Die Form der Temperaturgleichung am Tage.

Die Temperaturzunahme während des Tages ist eine Folge der Wärmezustrahlung durch die Sonne. Die Größe dieser Insolation ist nach physikalischen Gesetzen proportional mit dem Sinus der Sonnenhöhe über dem Horizont, wenn von der Absorption der Sonnenstrahlen in der Atmosphäre abgesehen wird. Die Sonnenhöhe h ist der Komplementwinkel zur Zenitdistanz z, und diese liegt in dem astronomischen Dreieck der sphärischen Trigonometrie. Also läßt sich die Sonnenhöhe durch die geographische Breite φ und die Sonnendeklination δ ausdrücken. Es ist

$$\sin h = \cos z = \sin \varphi \, . \, \sin \delta + \cos \varphi \, . \, \cos \delta \, . \, \cos \tau,$$

wo τ den Stundenwinkel des Sonnenstandes in Graden bedeutet, gerechnet vom Meridian des Ortes. ($\tau = \frac{\pi t}{12}$; $\tau = 0$ bedeutet Mittag; 1 Stunde $= 15^0$). Die der