

KÖNIGLICHES GYMNASIUM ZU BONN.

Jahresbericht

über das Schuljahr 1900.

Erstattet
von
dem Direktor
Dr. Leopold Contzen.

Inhalt:
Schulnachrichten. Vom Direktor.

Bonn,
Universitäts-Buchdruckerei von Carl Georgi.
1901.

1901 Progr.-Nr. 464.



960
3 (1901)

464 2



SCHULNACHRICHTEN.

I. DIE ALLGEMEINE LEHRVERFASSUNG.

1. Übersicht über die einzelnen Lehrgegenstände und die für jeden bestimmte Stundenzahl.

	VI		V		IV		UIII		OIII		UII		OII		UI		OI		Summe
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
Religionslehre: katholische . . .	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	26
evangelische . . .	3		2		2		2		2		2		2		2		2		13
Deutsch und Geschichtserzählungen	3 ¹ ₁	4 ³ ₁	2 ¹ ₁	3 ² ₁	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	52
Latein	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	130
Griechisch	—	—	—	—	—	—	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	72
Französisch	—	—	—	—	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	38
Geschichte und Erdkunde . . .	2	2	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	56
Rechnen und Mathematik . . .	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	68
Naturgeschichte	2		2		2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	16
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
Schreiben	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
Zeichnen	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	16

- Anmerkung: 1. Ausserdem für freiwillige Teilnehmer Unterricht im Hebräischen und Englischen für Sekunda und Prima in je 2 wöchentlichen Stunden, ferner im Zeichnen für die Klassen Sekunda und Prima in 2 wöchentlichen Stunden.
 2. Über Gesang und Turnen siehe C (Technischer Unterricht).

Vorschule.

	I.	II.	III.	Summe
Religionslehre: katholische . . .	3	3	1	7
evangelische . . .	3	3	1	7
Deutsch	9	7	10	26
Rechnen	5	5	5	15
Schreiben	3	3	—	6
Turnen	1	1	1	3
Gesang	1	1	1	3

3. Lehrbericht.

Oberprima

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Dr. Siebourg und Oberlehrer Prof. Dr. Schmitz.

1. **Religionslehre:** 2 St. a. Katholische: Die allgemeine Sittenlehre und ausgewählte Abschnitte aus der besonderen Sittenlehre. Erweiterung der Lehre von Gott und vom Menschen nach apologetischen Gesichtspunkten. Becker.

b. Evangelische: Kirchengeschichte. Erklärung des Johannesevangeliums. Wiederholungen. Neuber, seit Herbst Schneider.

2. **Deutsch:** 3 St. Lebensbilder Goethes und Schillers und ihrer wichtigsten Zeitgenossen, sowie bedeutenderer neuerer Dichter. Gelesen wurden Goethes Iphigenie, Shakespeares Coriolan und Abschnitte aus Lessings Hamburgischer Dramaturgie, Privatlektüre. Dispositionsübungen, Vorträge und Aufsätze. Siebourg und Schneider.

Aufgaben für die Aufsätze: a. in OIA: 1. Wie verwendet Homer bei der Charakteristik des Thersites und Odysseus den Kontrast? 2. Unsre Pflichten gegen die Mitmenschen. 3. Inwiefern offenbart sich in Göthes Iphigenie die Macht der Wahrheit? (Klassenaufsatz). 4. Was macht uns Deutschen den Rheinstrom wert? 5. Wie hat Göthe im Egmont das niederländische Volk auf die Bühne gebracht? 6. Πολλῶν ἀνάγκη γίνεται διδάσκαλος. 7. Coriolan. Eine Charakteristik nach Shakespeares Drama. (Klassenaufsatz).

b. in OIB: 1. Welchen Anteil hat die Gräfin Orsina an der Handlung in Lessings Emilia Galotti? 2. Die Wurzeln der Bildung sind bitter, ihre Früchte sind süß. 3. Die Wahrheit des Wortes: „Alle menschlichen Gebrechen sühnet reine Menschlichkeit“ nachgewiesen an Göthes Iphigenie. (Klassenaufsatz). 4. Der Charakter des Pylades. Nach Göthes Iphigenie. 5. Gang der Handlung in Shakespeares Coriolan. 6. Not ist Meister (Klassenaufsatz). 7. Inwiefern können Wallenstein und Egmont in den gleichnamigen Trauerspielen miteinander verglichen werden?

Als Aufgaben für die Reifeprüfung waren gestellt: a. Herbst 1900: Warum erregt Wallenstein trotz seines Verrates unser Mitleid? b. Ostern 1901: Was fesselt Max Piccolomini an Wallenstein, was führt die Trennung herbei.

3. **Latein:** 7 St. Tac. Hist. IV und V mit Auswahl; Cic. pro Milone; Hor. Carm. III und IV mit Auswahl; einige Episteln. Stegreifübersetzungen und Privatlektüre aus Liv.; schriftliche Haus- und Klassenarbeiten mit grammatischen und stilistischen Wiederholungen. Die Ordinarien.

4. **Griechisch:** 6 St. Thuk. IV mit Auswahl; Plat. Protagoras; Demosth. Ol. I; Soph. Antig.; Hom. Il. XIII—XXIV (Auswahl). Stegreifübersetzungen aus Xenophon. Schriftliche Übersetzungen aus dem Griechischen. Der Direktor und Schmitz.

5. **Französisch:** 2 St. Molière, l'Avare — Taine, l'ancien Régime. Grammatische Wiederholungen und Sprechübungen. Schriftliche Übersetzungen aus dem Französischen und freie französische Ausarbeitungen. Stein und Machens.

6. **Englisch:** 2 St. Shakespeare, Merchant of Venice; Macaulay, hist. of Engl. e. II. Sprechübungen und grammatische Wiederholungen. Wisbaum.

7. **Hebräisch:** 2 St. Wiederholung des unregelmäßigen Verbuns; Hauptregeln der Syntax. Gen. 1—3; 6,9—9; 12—14; 24; 27—29; 32; 37. Ps. 1—10. Becker.

8. **Geschichte:** 3 St. Deutsche und preussische Geschichte vom westfälischen Frieden bis zur Gegenwart. Belehrungen über die gesellschaftliche und wirtschaftliche Entwicklung des deutschen Volkes. Der Direktor und Schultheis.

9. **Mathematik:** 4 St. Wiederholung und Erweiterung der Planimetrie; Algebra, ebene und sphärische Trigonometrie; gerade Linie und Kegelschnitte. Kiel.

Mathematische Aufgaben für die Prüfungsarbeiten: a) Herbsttermin 1900: 1) Es ist ein Dreieck zu zeichnen aus der Summe der drei Seiten, einem Winkel und der vom Scheitelpunkt dieses Winkels aus gezogenen Höhe. 2) Ein Kapitalist besitzt ein Vermögen von 240 000 M., welches sich zu 4% verzinst. Er verbraucht jährlich eine gewisse Summe der Zinsen zu seinem Unterhalte und schlägt den Rest zum Kapital. Nach 20 Jahren sieht er sich im Besitze von 285 000 M. Wie viel hat er jährlich verbraucht? 3) Es ist ein Dreieck zu berechnen aus $b + c = 225$; $a = 7^{\circ} 37' 42''$ und $r = 56,5$. 4) Eine hölzerne Kugel von dem Durchmesser $d = 15$ cm sinkt in destilliertem Wasser $h = 8$ cm ein; wie gross ist hier nach das spezifische Gewicht der Holzart?

b) Ostertermin 1901: 1) Es ist ein Dreieck aus $c, a^2 - b^2 = d^2$ und $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ zu zeichnen; d, m und n sind gegebene Strecken. 2) Addiert man zu der Summe zweier Zahlen die Differenz ihrer Quadrate, so erhält man 976; addiert man zur Differenz derselben die Summe ihrer Quadrate, so erhält man 1988. Welche Zahlen sind es? 3) Man berechne die Grösse des Schattens, welchen ein senkrecht stehender Stab von 1,5 m Länge auf dem Schulhofe zu Bonn am 1. Mai um 10 Uhr vormittags wirft, wenn die Sonne an diesem Tage die Deklination $\delta = 15^{\circ} 10' 25''$ hat und die geographische Breite von Bonn $50^{\circ} 43' 42''$ beträgt. 4) Die Radien der Grund- und Deckfläche eines abgestumpften Kegels sind: $R = 20$; $r = 8$ und der Neigungswinkel der Seitenlinie gegen die Grundfläche beträgt 40° . Wie gross ist der Radius einer Kugel von gleichem Mantel und wie gross der einer Kugel von gleichem Inhalt?

10. **Physik:** 2 St. Allgemeine Geographie, theoretische Optik, Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus. Kiel.

Unterprima

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Schneider und Prof. Dr. Luthe.

1. **Religionslehre:** 2 St. a. Katholische: Die Lehre von der Gnade und von den hl. Sakramenten. Kirchengeschichte von Konstantin bis Karl d. Grossen und ausgewählte Abschnitte aus der folgenden Zeit. Rauschen.

b. Evangelische mit Oberprima vereinigt.

2. **Deutsch:** 3 St. Einführung in die neuere deutsche Litteratur bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Lebensbilder Klopstocks und Wielands, Lessings und Herders, sowie ihrer wichtigsten Zeitgenossen mit Lesen und Proben. Gelesen wurde ausserdem Schillers Wallenstein und Lessings Laokoon, als Hauslektüre Shakespeares Macbeth und Lessings Emilia Galotti. Dispositionsübungen und Erörterung der wichtigsten logischen Begriffe. Vorträge und Aufsätze. Neuber (von Herbst ab Jesinghaus) und Stein.

Aufgaben für die Aufsätze: a. in UIA: 1. Nach seinem Sinne leben ist gemein, der Edle strebt nach Ordnung und Gesetz. 2. Wie äussert sich das Selbstgefühl der Soldaten in „Wallensteins Lager“? 3. Welche Eindrücke erregen nach Schillers „Piccolomini“ Akt I in Quesenberg die schlimmsten Befürchtungen für die Lage des Kaisers? (Probeaufsatz).

4. Der Lohn der Arbeit. 5. Eine Vergleichung der beiden Piccolomini. 6. In den Ocean schiff mit tausend Masten der Jüngling, still, auf gerettetem Boot, treibt in den Hafen der Greis. 7. Die Wahrheit des Wortes „das ist der Fluch der bösen That, daß sie fortreizend Böses mußt gebären“ ist nachzuweisen an Shakespeares Macbeth. 8. Probeaufsatz: Was treibt den Prinzen von Guastalla, was Macbeth zur Ausführung ihres Verbrechens?
b. in UIB: 1. Nestor, eine Charakteristik nach dem 3. Ges. der Odyssee. 2. Suum cuique. 3. Bürger- und Bauernstand im dreißigjährigen Kriege. (Nach Schillers Lager). 4. Im Kriege selber ist das Letzte nicht der Krieg. (Picc. I, 4). 5. Was begründet Wallensteins Vertrauen auf Octavio Piccolomini? 6. Die tragische Schuld der Emilia Galotti. 7. Wie wird Macbeth des Königsmordes schuldig? 8. Probeaufsatz: Klopstocks Verdienste um die deutsche Litteratur.

3. **Latein:** 7 St. Cic. de off. I, Tac. Germ., Tac. Hist. IV u. V mit Auswahl, Hor. Carm. I u. II mit Auswahl, einige Epoden und Satiren; einzelne Gedichte wurden auswendig gelernt. Stegreifübersetzungen aus Livius. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten verbunden mit grammatischen und stilistischen Wiederholungen. Die Ordinarien.

4. **Griechisch:** 6 St. Plat. Apol., Thuc., I u. II mit Auswahl. Soph. Aias; Homer, II. I—XII mit Auswahl. Einige Stellen wurden auswendig gelernt. Stegreifübersetzungen aus Xen. Cyrop. Schriftliche Übersetzungen aus dem Griechischen. Grammatische Wiederholungen. Die Ordinarien.

5. **Französisch:** 2 St. Corneille, Cinna; Duruy, Règne de Louis XIV. Wiederholungen aus der Grammatik, schriftliche Übersetzungen aus dem Französischen und freie schriftliche Arbeiten. Übungen im Sprechen. Vahnenbruck, seit Herbst Holzhausen und Stein.

6. **Englisch:** 2 St. Syntax nach Tenderings Grammatik. — Lektüre der geschichtlichen Lehrstücke aus derselben Grammatik. — Collection of Tales and Sketches I (Velh. & Klasing). Sprechübungen. Machens.

7. **Hebräisch:** 2 St. mit Oberprima vereinigt.

8. **Geschichte:** 3 St. Die Epoche machenden weltgeschichtlichen Ereignisse vom Tode des Augustus bis zum Ende des dreißigjährigen Krieges. Eschbach und Schulteis.

9. **Mathematik:** 4 St. Zinseszins und Rentenrechnung. Beendigung der Trigonometrie. Stereometrie I. Teil. Zahlreiche Konstruktionsaufgaben und Wiederholungsbeispiele aus der Algebra. Schulte.

10. **Physik:** 2 St. Mechanik, Wellenlehre, Akustik. Schulte.

Obersekunda

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Prof. Dr. Priem und Oberlehrer Dr. Schunck.

1. **Religion:** 2 St. a. Katholische. Die Lehre von Gott, von der Schöpfung und Erlösung. Kirchengeschichte I. Teil. Becker.

b. Evangelische. Erklärung der Apostelgeschichte und ausgewählter Abschnitte aus neutestamentlichen Briefen. Überblick über die Ausbreitung des Christentums unter den alten Völkern und den Deutschen. Wiederholungen. Schneider, seit Herbst Jesinghaus.

2. **Deutsch:** 3 St. Einführung in das Nibelungenlied und Ausblicke auf die höfische Epik und Lyrik. Außerdem wurden gelesen Lessings Minna von Barnhelm

und Schillers Maria Stuart, sowie prosaische Stücke aus dem Lesebuche. Dispositionsübungen. Vorträge und Aufsätze. Borgafs und Schantz.

Aufgaben für die Aufsätze: a. in OIIA: 1. Weshalb ist der Umgang des Menschen mit der Natur zu empfehlen? 2. Was erfahren wir in der Exposition von Lessings „Minna von Barnhelm“ über Tellheims Lage und Charakter? 3. Welche Gründe führt Tellheim für die Aufhebung seines Verlöbnisses mit Minna an, und wie widerlegt ihn diese? (Probeaufsatz). 4. Welche Ansichten werden in Elisabeths Staatsrate über die Vollstreckung des Todesurteils an Maria Stuart laut? 5. Mut ist der beste Harnisch. 6. Wodurch erregt Hagen im Nibelungenliede unseren Abscheu, wodurch unser Interesse? (Probeaufsatz). 7. Inwiefern ist das Nibelungenlied eine Darstellung der Strafe für die Untreue? 8. In welchen Zeiten hat das römische Volk die Worte Vergils: Tu ne cede malis, sed contra audentior ito! am meisten durch die That bewährt?

b. in OIIB: 1. Güter sind uns gegeben, des Lebens Last zu erleichtern, nicht das Leben, um uns schwer zu belasten mit Gut. (Herder). 2. Minna von Barnhelm, ein poetisches Zeugnis für Friedrich den Großen und sein Heer. 3. Riccaut und Tellheim. (Probeaufsatz). 4. Verlauf und Bedeutung der Begegnung der Königinnen in Maria Stuart. 5. *Ὀδὴ ἀνδράων μὴ γαμῶν εὐδαιμονεῖν*. 6. Verdienen Nibelungenlied und Kudrun mit Recht die deutsche Ilias und Odyssee genannt zu werden? 7. Inwiefern ist das Nibelungenlied geeignet, in uns nationale Gefühle zu erwecken? (Probeaufsatz). 8. Gerlindens Feindschaft gegen Gudrun.

3. **Latein:** 7 St. Sallust, Bell. Jugurth. Livius, XVII. Verg. Aen.; IV—VI mit Auswahl; einzelne Stellen wurden auswendig gelernt. Stegreifübersetzungen. Stilistische Belehrungen und grammatische Wiederholungen. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

4. **Griechisch:** 6 St. Herodot, VII—IX, Xenophons Memor. I. II. Homer, Odys. XIII—XXIV mit Auswahl; einzelne Stellen wurden auswendig gelernt. Stegreifübersetzungen. Syntax des Verbums und Wiederholungen aus der Lehraufgabe der U II. Schriftliche Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

5. **Französisch:** 2 St. Béranger, Ausgewählte Lieder. Duruy, Histoire de France (1789—1795). Sprechübungen. Grammatische Wiederholungen. Schriftliche Übersetzungen aus dem Französischen und freie schriftliche Arbeiten. Im Sommer: Vahnenbruck, im Winter Holzhausen.

6. **Englisch:** 2 St. Tendering, Lesebuch, vorbereitende Kurse 1 und 2 und Lestücke 1—8 mit Auswahl nebst der sich anschließenden Formenlehre und den Übungsstücken. Sprechübungen im Anschluß an die Lektüre und die Stücke 1—6 des Anhangs. Im Sommer Vahnenbruck, im Winter Holzhausen.

7. **Hebräisch:** 2 St. Die Lehre vom Nomen und den Suffixen. Das regelmässige Verbum; die wichtigsten Klassen des unregelmässigen Verbums. Übersetzungen aus dem Übungsbuch; Vocabellernen. Genesis cap. I—III. Becker.

8. **Geschichte:** 3 St. Griechische Geschichte bis zum Tode Alexander d. Gr. Römische Geschichte bis zum Tode des Augustus. Borgafs und Mercklinghaus.

9. **Mathematik:** 4 St. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Quadratische Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Arithmetische und geometrische Reihen. Ebene Trigonometrie nebst Übungen im Berechnen von Dreiecken und Vierecken. Füchtjohann.

10. **Physik:** 2 St. Magnetismus und Elektrizität. Die Lehre von der Wärme mit

Ausschluss des mechanischen Wärmetheorie. Wiederholung der chemischen und mineralogischen Grundbegriffe. Führtjohann und Coellen, im Winter Konen.

Untersekunda

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Im Sommer Oberlehrer Beuriger, im Winter Oberlehrer Dr. Holzhausen; Oberlehrer Machens.

1. **Religionslehre:** 2 St. a) Katholische: Die Lehre von der Religion, von der Offenbarung und den Offenbarungsstufen. Die Lehre von der Kirche, den Quellen des katholischen Glaubens und der Glaubensregel. Nach Dreher's Lehrbuch. Rauschen.

b) Evangelische: Mit Obersekunda vereinigt. Im Sommer Schneider, im Winter Jesinghaus.

2. **Deutsch:** 3 St. Erklärung von Goethes Hermann und Dorothea und Schillers Jungfrau von Orleans. Die Dichter der Befreiungskriege und Prosastücke aus dem Lesebuche. Dispositionsübungen, Vorträge und Aufsätze. Im Sommer Vahnenbruck, im Winter Holzhausen; Eschbach.

Aufgaben zu den Aufsätzen: a. in UIIA: 1. Was erfahren wir im 1. Gesange von Goethes Hermann und Dorothea über die Personen der Handlung? 2. Welche Verdienste erwarb sich Friedrich Wilhelm, der Große Kurfürst, um den brandenburgisch-preussischen Staat? 3. Das Besitztum des Löwenwirtes. (Probeaufsatz). 4. Die beiden ersten Jahre des siebenjährigen Krieges. 5. Was erfahren wir über Johannas Heimat aus dem Prolog und dem 1. Akt von Schillers „Jungfrau von Orleans“? (Probeaufsatz). 6. Die Einführung des Kaffees in Frankreich. 7. Wie verhalten sich die einzelnen Personen bei Johannas Sturze? 8. Der Trachenberger Kriegsplan und seine Ausführung (Probeaufsatz). 9. Wie spiegelt sich Körners Leben in „Leier und Schwert“? 10. Die Hauptgedanken der Schenkendorfschen Freiheitsdichtung.

b. in UIIB: 1. Inwiefern bildet der 1. Gesang von Goethes „Hermann und Dorothea“ die Exposition des Epos? 2. Meer und Wüste. (Ein Vergleich). 3. Was erfahren wir über Hermann vor seinem Auftreten im Epos? (Probeaufsatz). 4. Der Apotheker in Goethes „Hermann und Dorothea“. 5. Wodurch bekundet Johanna ihre göttliche Sendung? (Probeaufsatz). 6. Wie büßt Johanna ihre Schuld? 7. Welche Vorteile und Nachteile bringen Flüsse ihren Anwohnern? 8. Was erzählt Vergil von Laokoon? 9. Welche Thaten Blüchers preist Arndt in seinem „Lied von Feldmarschall“? (Probeaufsatz). 10. Blick auf Neapel (Beschreibung eines Bildes).

3. **Latein:** 7 St. Cicero, De imperio Cnei Pompei und In Catilinam I. Livius II mit Auswahl. Ovid, Met. XIII, 1—305, Vergil, I—VI mit Auswahl. Wiederholung und Erweiterung der Syntax. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Feldmann und Machens.

4. **Griechisch:** 6 St. Xenophon, Anab. II—III; Hellenica nach Büngers Auswahl. Homer, Odyssee, I—XII mit Auswahl. Einzelne Stellen wurden auswendig gelernt. Die wichtigeren Regeln aus der Syntax des Nomens und Verbuns. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Priem und Luthé.

5. **Französisch:** 3 St. Ausgewählte Lesestücke mit besonderer Berücksichtigung der französischen Geschichte nach Kühn, Lesebuch, Mittel- und Oberstufe. Übungen im Sprechen. Moduslehre, Infinitiv und Participia. Syntax des Artikels, der Adverbia

und der Pronomina; Rektion der Verba. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Im Sommer Vahnenbruck, im Winter Holzhausen; Machens.

6. **Geschichte und Erdkunde:** a) Geschichte: 2 St. Preussische Geschichte vom Regierungsantritte Friedrichs des Großen bis zur Gegenwart. Schmitz und Mercklinghaus.

b) Erdkunde: 1 St. Wiederholung der Erdkunde der außerdeutschen Länder Europas. Schmitz und Eschbach.

7. **Mathematik:** 4 St. Gleichungen einschließlic einfacher quadratischer mit einer Unbekannten, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen; Proportionen am rechtwinkligen Dreiecke und am Kreise; Berechnung gradliniger Figuren sowie des Kreisinhaltcs wie -umfangcs. Ebene Trigonometrie: Berechnung rechtwinkliger und gleichschenkliger Dreiecke. Die einfachen Körper mit Berechnung von Kantenlängen, Oberflächen und Inhalt. Beuriger.

8. **Physik:** 2 St. Die wichtigsten chemischen Erscheinungen nebst Besprechung einzelner besonders wichtiger Mineralien und der einfachsten Krystallformen. Magnetismus und Electricität. Einzelne Abschnitte aus der Akustik und Optik. Beuriger.

Obertertia

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Feldmann und Oberlehrer Prof. Dr. Stein.

1. **Religionslehre:** 2 St. a. Katholische: Die Lehre von der Gnade und den hl. Sakramenten mit besonderer Berücksichtigung der Liturgie. Das Kirchenjahr; Erklärung und Einprägung lateinischer Hymnen. Becker.

b. Evangelische: Das Reich Gottes im Neuen Testament: Lesung entsprechender biblischer Abschnitte, namentlich auch der Bergpredigt und der Gleichnisse. Erklärung des Evangeliums nach Marcus. — Luthers Person und Werk und einiges aus dem Gebiete der inneren Mission im Anschluß an die in der Gemeinde gefeierten Erinnerungstage und den sonstigen Unterricht. Befestigung und Erweiterung der Spruch-, Psalm- und Liederkenntnis wie auch der erworbenen Kenntnis des Katechismus. Neuber, seit Herbst Jesinghaus.

2. **Deutsch:** 2 St. Lesen und Erklären von Musterstücken aus dem Lesebuche von Buschmann. Schillers Lied von der Glocke und Wilhelm Tell. Vortrag von Gedichten. Belehrungen aus der Poesie und Rhetorik im Anschluß an die Lektüre. Grammatische Wiederholungen. Aufsätze. Feldmann und Schulteis.

3. **Latein:** 7 St. Caes. bell. Gall., I 30—54 und V—VII mit Auswahl; Ovid. Met., mit Auswahl. Wiederholung der Tempus- und Moduslehre, Abschluß der Verbalsyntax. Mündliche Übersetzungen aus dem Übungsbuche. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Feldmann und Stein.

4. **Griechisch:** 6 St. Die Verba in μ und die wichtigsten unregelmäßigen Verba. Wiederholung und Ergänzung der übrigen Formenlehre. Hauptregeln der Syntax im Anschluß an die Lektüre. Mündliche Übersetzungen aus dem Übungsbuche. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Xenoph. Anab., I. Feldmann und Schunck.

5. **Französisch:** 3 St. Wiederholung und Ergänzung der Formenlehre. Die syntaktischen Hauptgesetze über die Wortstellung, den Gebrauch der Hilfsverben avoir und être, die Rektion des Verbuns und die Tempora. Übungen im Sprechen. Mündliche Übersetzungen aus dem Lesebuche. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Stein.

6. **Geschichte und Erdkunde:** a. **Geschichte:** 2 St. Deutsche Geschichte vom Ausgang des Mittelalters bis zum Regierungsantritt Friedrichs des Großen, insbesondere brandenburgisch-preussische Geschichte. Siebourg, Schulteis.

b. **Erdkunde:** 1 St. Wiederholung der physischen Erdkunde Deutschlands. Erdkunde der deutschen Kolonien. Kartenskizzen. Siebourg und Merklinghaus.

7. **Mathematik:** 3 St. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Übungen in der Bruchrechnung, Potenzen mit positiven ganzzahligen Exponenten. Das Notwendigste über Wurzelgrößen. Der Kreislehre 2. Teil. Sätze über Flächengleichheit der Figuren. Berechnung der Fläche gradliniger Figuren. Anfangsgründe der Ähnlichkeitslehre. Schulte und Kiel.

8. **Naturgeschichte und Physik:** 2 St. Der Mensch und dessen Organe nebst Unterweisung über die Gesundheitslehre. Mechanische Erscheinungen, das Wichtigste aus der Wärmelehre. Schulte und Kiel.

Untertertia

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Dr. Rauschen; Oberlehrer Schneider, seit Herbst wiss. Hilfslehrer Jesinghaus.

1. **Religionslehre:** 2 St. a. **Katholische:** Die Lehre von den Geboten; Wiederholung und Abschluss der Geschichte des alten Testaments. Rauschen.

b. **Evangelische:** mit Obertertia gemeinsam.

2. **Deutsch:** 2 St. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Stücke und Vortrag einzelner Gedichte aus Buschmann II. Überblick über die wichtigsten grammatischen Gesetze der deutschen Sprache. Aufsätze. Merklinghaus; der Ordinarius.

3. **Latein:** 7 St. Caesar, Bell. Gall., I—IV mit Auswahl. Wiederholung der Kasuslehre und Hauptregeln der Tempus- und Moduslehre nebst Übersetzungen aus dem Übungsbuche. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

4. **Griechisch:** 6 St. Die regelmäßige Formenlehre bis zum verbum liquidum einschl.; einzelne syntaktische Übungen im Anschluss an das mündliche Übersetzen aus dem Übungsbuche. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Siebourg und Schantz.

5. **Französisch:** 3 St. Wiederholung und Erweiterung der regelmäßigen Konjugation und der Hilfsverben avoir und être; die reflexiven und die notwendigsten unregelmäßigen Verba; die Fürwörter. Übungen in der Lautlehre und Schrift; Sprechübungen bei der Lektüre und im Anschauungsunterricht. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Vahnenbruck, seit Herbst Holzhausen.

6. a. **Geschichte:** 2 St. Römische Kaisergeschichte; deutsche Geschichte von der Völkerwanderung bis zum Ausgange des Mittelalters. Rauschen und Wisbaum.

b. **Erdkunde**: 1. St. Politische Gestaltung Deutschlands; die außereuropäischen Erdteile mit Ausschluss der deutschen Kolonien. Merklingshaus und Wisbaum.

7. **Mathematik**: 3 St. Die Grundrechnungen mit absoluten Zahlen, auch in Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten. Die Lehre vom Parallelogramm und I. Teil der Kreislehre. Schulte; Coellen, seit Herbst Konen.

8. **Naturgeschichte und Physik**: 2 St. Beschreibung schwieriger Pflanzenarten; Besprechung der wichtigsten ausländischen Nutzpflanzen; einiges aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen, sowie der Kryptogamen und der Pflanzenkrankheiten. Überblick über das Tierreich. Grundbegriffe der Tiergeographie. Schulte, Coellen, seit Herbst Konen.

Quarta

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Dr. Eschbach und Dr. Wisbaum.

1. **Religionslehre**: 2 St. a. Katholische: Katechismus, 1. Hauptstück vom Glauben. Abschluss der biblischen Geschichte des neuen Testaments. Erklärung und Einprägung einiger Kirchenlieder. Becker und Rauschen.

b. Evangelische: Einteilung der hl. Schrift. Übersicht über die Geschichte des A. und N. T. Wiederholung der Lehraufgaben von VI und V. Die Sakramente. Das Gebet des Herrn, IV. und V. Hauptstück. Übungen im Aufschlagen von Sprüchen. Wiederholung der gelernten Kirchenlieder und Einprägung von vier neuen. Schneider, seit Herbst Jesinghaus.

2. **Deutsch**: 3 St. Lesen, Erklären und mündliches Nacherzählen von Gedichten und Prosastücken aus Buschmann II. Auswendiglernen und Vortrag von Gedichten. Der zusammengesetzte Satz und das Wichtigste aus der Wortbildungslehre. Rechtschreibübungen und Aufsätze. Die Ordinarien.

3. **Latein**: 7 St. Ausgewählte Lebensbeschreibungen des Cornelius Nepos. Wiederholung der Formenlehre und das Wesentliche aus der Casuslehre, sowie einiges aus der Moduslehre. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

4. **Französisch**: 4 St. Übungen in der Aussprache auf lautphysiologischer Grundlage. Die Hilfsverben und die erste Konjugation. Artikel, Hauptwörter, Eigenschaftswörter, Komparation, Grund- und Ordnungszahlen; Formen der mit dem Verb verbundenen persönlichen Fürwörter. Übungen im Rechtschreiben und im Sprechen, besonders in Dialogform und Erzählungsform, im Anschlusse an die Lektüre und den Anschauungsunterricht. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Machens.

5. a. **Geschichte**: 2 St. Übersicht über die griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders d. Gr. und über die römische Geschichte bis zum Tode des Augustus. Eschbach und Schmitz.

b. **Erdkunde**: 2 St. Physische und politische Erdkunde von Europa außer Deutschland. Entwerfen von Kartenskizzen an der Tafel und im Hefte. Eschbach und Schmitz.

6. **Rechnen und Mathematik**: 4 St. Dezimalrechnung. Einfache und zusammengesetzte Regeldetri mit ganzen Zahlen und Brüchen. Die bürgerlichen Rechnungsarten.

Lehre von den Geraden, Winkeln und vom Dreiecke. Zahlreiche Konstruktionen. Führtjohann und Beuriger.

7. Naturgeschichte: 2 St. Vergleichende Beschreibung verwandter Arten und Gattungen von Blütenpflanzen nach vorhandenen Exemplaren. Übersicht über das natürliche Pflanzensystem. Lebenserscheinungen der Pflanzen. Niedere Tiere, namentlich nützliche und schädliche, sowie deren Feinde, mit besonderer Berücksichtigung der Insekten. Führtjohann und Beuriger.

Quinta

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Borgafs und Oberlehrer Dr. Schantz.

1. Religionslehre: 2 St. a. Katholische: Die Lehre von den Geboten nach dem Diöcesankatechismus. Die Jugendzeit und das öffentliche Wirken Jesu. Auswendiglernen deutscher Kirchenlieder. Becker und Rauschen.

b. Evangelische: Biblische Geschichte des N. T., mit Auswahl. Wiederholung der Lehraufgabe von VI. Das Glaubensbekenntnis. Ausgewählte Sprüche. Erdkunde von Palästina. Wiederholung der gelernten Kirchenlieder und Erlernung von neuen. Im Sommer Schneider, im Winter Jesinghaus.

2. Deutsch: 2 St. Lesen, Erklären und mündliches Nacherzählen von Gedichten und Prosastrücken. Auswendiglernen und Vortrag von Gedichten nach dem Lesebuche. Wiederholung der grammatischen Lehraufgabe der VI. Der einfache und erweiterte Satz. Das Notwendigste vom zusammengesetzten Satze. Rechtschreibe- und Interpunktionsübungen in Diktaten. Schriftliche Haus- und Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

3. Latein: 8 St. Wiederholung der Lehraufgabe der VI. Die Deponentia. Die unregelmässige Formenlehre, besonders Einprägung der unregelmässigen Verba. Einige der wichtigsten Regeln der Syntax. Übersetzungen nach dem Übungsbuche. Haus- und Klassenarbeiten. Die Ordinarien.

4. a. Geschichte: 1. St. Erzählungen aus der Sage und der sagenhaften Vorgeschichte der Griechen und Römer. Die Ordinarien.

b. **Erdkunde:** 2 St. Physische und politische Erdkunde Deutschlands. Anleitung zum Entwerfen von Kartenskizzen an der Tafel und im Hefte. Borgafs und Konen.

5. Rechnen: 4 St. Teilbarkeit der Zahlen; die Bruchrechnung; einfache Aufgaben der Regeldetri; die deutschen Mafse, Gewichte und Münzen. Kiel und Beuriger.

6. Naturgeschichte: 2 St. Die äußeren Organe der Blütenpflanzen im Anschluss an die Beschreibung und Vergleichung verwandter, gleichzeitig vorliegender Arten. Beschreibung wichtiger Wirbeltiere, Mitteilungen über ihre Lebensweise, ihren Nutzen und Schaden. Grundzüge des Knochenbaus des Menschen. Konen und Beuriger.

Sexta

(in zwei Abteilungen).

Ordinarien: Oberlehrer Schulteis und wissenschaftl. Hilfslehrer Mercklinghaus.

1. **Religionslehre:** 3 St. a. Katholische: Wiederholung der gewöhnlichen Gebete; Vorbereitung zur hl. Beichte. Lehre vom Glauben nach dem Diöcesankatechismus; erster Teil der Geschichte des A. T. nach der neuen biblischen Geschichte für die Erzdiocese Köln. Becker und Rauschen.

b. Evangelische: Biblische Geschichte des A. T. bis zum babylonischen Exil. Das erste Hauptstück und ausgewählte Sprüche. Vier Kirchenlieder. Im Sommer Schneider, im Winter Jesinghaus.

2. **Deutsch:** 3 St. Lesen und Erklären von Gedichten und Prosastücken aus dem Lesebuche. Nacherzählen von Gelesenem und Vorerzähltem. Auswendiglernen und Vortrag von Gedichten. Redeteile und Glieder des einfachen Satzes; starke und schwache Flexion. Rechtschreibübungen in der Klasse; alle 14 Tage ein Diktat zur Reinschrift als Hausarbeit. Die Ordinarien.

3. **Latein:** 8 St. Die regelmässige Formenlehre mit Ausschluss der Deponentia. Übungen im Übersetzen nach dem Übungsbuche. Aneignung eines angemessenen Wortschatzes. Schriftliche Klassen- und Hausarbeiten. Die Ordinarien.

4. a. **Geschichte:** 1 St. Lebensbilder aus der vaterländischen Sage und Geschichte. Die Ordinarien.

b. **Erdkunde:** 2 St. Die Grundbegriffe der physischen und der mathematischen Erdkunde in Anlehnung an die nächste örtliche Umgebung Heimatkunde. Anleitung zum Verständnis des Reliefs, des Globus und der Karte. Oro- und hydrographische Verhältnisse der Erdoberfläche. Siebourg und Mercklinghaus.

5. **Rechnen:** 4 St. Die Grundrechnungen mit ganzen Zahlen; die deutschen Mafse, Gewichte und Münzen nebst Übungen in der dezimalen Schreibweise und den einfachsten dezimalen Rechnungen. Konen.

6. **Naturgeschichte:** 2 St. Beschreibung vorliegender Blütenpflanzen, im Anschluss daran Erklärung der Formen und Teile der Wurzeln, Stengel, Blätter, Blüten, leicht erkennbaren Blütenstände und Früchte. Beschreibung wichtiger Säugetiere und Vögel nach vorhandenen Exemplaren und Abbildungen nebst Mitteilungen über ihre Lebensweise, ihren Nutzen und Schaden. Konen.

Vorschule

I. Klasse. Ordinarius: Hörning.

1. **Religionslehre:** 3 St. a. Katholische: Behandlung des kleinen Diöcesankatechismus. Beichtunterricht. 1 St. Dr. Becker. Das A. und N. T. nach der kleinen biblischen Geschichte für das Erzbistum Köln. 3 bzw. 2 St. Averbek.

b. Evangelische: 3 St. Biblische Geschichte des A. und N. T. nach Auswahl. Einige Kirchenlieder und Sprüche. Hörning.

2. **Deutsch:** 9 St. Lesen, Besprechen, Nacherzählen und Zusammenfassen von Lesestücken und Gedichten nach dem Lesebuche von Jütting und Weber, I. Teil. Dik-

tatübungen im Anschluß an die Hauptregeln der Rechtschreibung. Der einfache Satz. Übungen im Deklinieren und Konjugieren.

3. **Rechnen:** 5 St. Die vier Grundrechnungen im unbegrenzten Zahlenraume nach Harms 2. Heft.

4. **Schreiben:** 3 St. Deutsche und lateinische Schrift in Wörtern und Sätzen.

5. **Turnen:** 1 St. Ordnungs- und Freiübungen. Bewegungsspiele.

6. **Gesang:** 1 St. Leichte Volks- und Kinderlieder.

Im ganzen 22 wöchentliche Unterrichtsstunden.

II. Klasse. Ordinarius: Hörning.

1. **Religionslehre:** 3 St. a. Katholische: Kurze Behandlung der Lehre vom Glauben, von den Geboten und den Gnadenmitteln nach dem kleinen Diöcesankatechismus. 1 St. Dr. Becker. Biblische Geschichte des A. und N. T. nach Knecht. 3 bzw. 2 St. Averbek.

b. Evangelische: 3 St. Durchnahme der für diese Stufe geeigneten Geschichten aus Zahns bibl. Historien. Auswendiglernen von wichtigen Stellen. Die zehn Gebote. Leichtere Sprüche und Lieder. Hörning.

2. **Deutsch:** 7 St. Lesen, Besprechen und Nacherzählen nach dem Lesebuche von Jütting und Weber, I. Teil. Auswendiglernen einzelner Gedichte. Kenntnis der Haupt-, Eigenschafts- und Zeitwörter. Rechtschreibübungen.

3. **Rechnen:** 5 St. Die vier Rechnungsarten im Zahlenkreise von 1 bis 1000.

4. **Schreiben:** 3 St. Deutsche und lateinische Schrift.

5. **Turnen:** 1 St. Leichte Ordnungs- und Freiübungen. Bewegungsspiele.

6. **Gesang:** 1 St. Kinderlieder und leichte Volkslieder.

Im ganzen 20 wöchentliche Unterrichtsstunden.

III. Klasse. Ordinarius: Averbek.

1. **Religionslehre:** 1 St. a. Katholische: Einige Gebete und ausgewählte Erzählungen aus dem A. und N. T. Averbek.

b. Evangelische: 1 St. Leichtfassliche biblische Geschichten. Einige kurze Gebete und Liederstrophen. Hörning.

2. **Deutsch:** 10 St. Lesen und Schreiben nach der neuen Fibel von Eickelboom und Esser, 1. und 2. Teil. Anschauungsunterricht am Gegenstände und nach Bildern. Auswendiglernen leichter Gedichte.

3. **Rechnen:** 5 St. Addieren und Subtrahieren einstelliger Zahlen bis 100. Das Einmaleins.

4. **Turnen:** 1 St. Ordnungsübungen und Bewegungsspiele.

5. **Gesang:** Vorübungen und einige Kinderlieder. Im ganzen 18 Stunden in der Woche.

Vom schulplanmäßigen Religionsunterricht waren 25 Schüler befreit, die den Konfirmandenunterricht besuchten.

Israelitischer Religionsunterricht.

VI: Biblische Geschichte bis zur Richterzeit. Die in den Büchern Mosis enthaltenen Sittengesetze.

V: Bibl. Geschichte von der Zeit der Richter bis zum 2. Buche der Könige. Erklärung der 10 Gebote.

IV: Vom 2. Buche der Könige bis Esra. Von Gottes Eigenschaften und Werken.

UIII: Wiederholungen. Bibl. Geschichte, die Ereignisse von Esra bis zu den Makkabäern. Die Fest- und Fasttage.

UII: Judäa unter den Herodäern und als römische Provinz. Von der Gottesverehrung und Gesinnung, Wort und That.

UI: Religionsgeschichte von Meimonides bis Mendelssohn. Die Gebote der Mäßigkeit und Arbeitsamkeit in den „Sprüchen“ und im „Prediger“. Wöchentl. 1 St., in IV und III wöchentl. 2 St. Dr. Cohn.

Technischer Unterricht.

a. **Turnen.** Die Schüler turnten oder spielten in 9 Abteilungen wöchentlich 3 Stunden, bei günstiger Witterung auf dem Schulhofe oder auf den in der Nähe gelegenen Spielplätzen, andernfalls in der Turnhalle. Neben den Ordnungs-, Frei- und Geräteübungen wurden in den obern und mittlern Klassen meist Fufs-, Schlag- und Tambourinball, in den untern Klassen Lauf-, Fang- und leichtere Ballspiele gepflegt.

Im Sommer fanden Klassenausflüge und kürzere Wanderungen unter der Führung der Ordinarien und der übrigen Lehrer statt.

Unter der Leitung des Oberprimaners Hasslacher stand der Gymnasialturn- und Ruder-Verein mit 22 bez. 29 Mitgliedern. Wöchentlich wurde einmal geturnt oder volkstümliche Spiele veranstaltet. Der Ruderverein machte mit seinen beiden Dollenvierern „Hecht“ und „Deutschland“ zahlreiche Übungs-, Bade- und Vergnügungsfahrten, unter andern während der Pfingstferien eine viertägige nach Schloss Schaumburg bei Diez a. d. Lahn und in den Herbstferien eine zwölftägige Fahrt den Rhein und die Mosel aufwärts bis nach Arnaville, zwischen Metz und Nancy.

Der Fufsballklub spielte an 40 Tagen unter der Führung des Oberprimaners Haase.

Der Turnunterricht wurde erteilt von den Oberlehrern Füchtjohann, Borgafs, Dr. Wisbaum, Dr. Schunck, Dr. Schantz, von dem technischen Lehrer Kerp und dem Vorschullehrer Averbek.

b. **Gesang.**

1. **Sexta:** 2 St. Kenntnis der Noten, Taktarten, Durtonarten und Intervalle; Treffübungen; Einübung ein- und zweistimmiger Lieder.

2. **Quinta:** 1 St. Kenntnis der Dur- und Molltonarten; Einübung zweistimmiger Lieder.

Außerdem waren Schüler aller Klassen zu einem vierstimmigen Chore vereinigt, für dessen Übungen 2 Stunden wöchentlich bestimmt waren. Es wurden teils die für die Schulfeste, teils, von den katholischen Schülern, die für den Gottesdienst bestimmten Gesänge eingeübt. Kerp.

c. **Zeichnen.**

1. **Quinta:** 2 St. Übung im Darstellen einfacher Blattformen nach der Natur. Die Anwendung der krummen und geraden Linie in einfachen Flächenornamenten.

2. **Quarta:** 2 St. Übung im Darstellen schwieriger Blattformen nach der Natur, zugleich mit Wiedergabe der Farbe. Anwendung der krummen und geraden Linie in schwierigeren Flächenornamenten.

3. **Untertertia:** 2 St. Körperzeichnen. Entwicklung der wichtigsten Gesetze der Perspektive. Zeichnen von Naturgegenständen. Ein Teil der Schüler wurde auch mit Malübungen beschäftigt.

4. **Obertertia:** 2 St. Belehrungen über Schattendarstellung; Schattieren nach Gypsmodellen. Zeichnen von Naturgegenständen. Malübungen einzelner Schüler.

5. **Zeichenunterricht für freiwillige Teilnehmer** für Schüler höherer Klassen: 2 St. Wahl des Übungsstoffes nach Wunsch der Schüler. Zeichnen und Malen von Naturblättern, Früchten, Blumen und andern Naturgegenständen. Zentral- und Parallelprojektion. Im Sommerhalbjahr nahmen 24, im Winterhalbjahr 12 Schüler an den Übungen teil. Kerp.

Verzeichnis der im Schuljahr 1900 benutzten Lehrbücher.

1. **Religionslehre:** a. **Katholische:** Biblische Geschichte für die katholische Volksschule; Katechismus der Erzdiocese Köln (VI—IV). Dreher, Lehrbuch der katholischen Religion. Psallite Domino!, Kirchengesänge (VI—I).

b. **Evangelische:** Zahn-Giebe, Biblische Historien (VI—IV). Völcker-Strack, Biblisches Lesebuch (von IV ab). Rheinischer Katechismus (VI—V). Spruch- und Liederkanon (VI—IV). Gemeindegesangbuch (VI—I). Noack, Hilfsbuch für den Religionsunterricht.

2. **Deutsch:** Buschmann, Deutsche Sprachlehre (VI—OIII). Buschmann, Deutsches Lesebuch I. II. III.

3. **Latein:** Meiring-Fisch, Grammatik für alle Klassen. Übungsbücher von Meiring-Fisch (VI—UII).

4. **Griechisch:** Kaegi, Kurzgefaßte griechische Schulgrammatik. Übungsbücher von Kaegi.

5. **Französisch:** Kühn, Lesebuch I. II. Teil (UIII—UII). G. Plötz, Elementarbuch, Ausgabe B; (V. IV.) und Kühn, Schulgrammatik (III—I).

6. **Hebräisch:** Vosen, Anleitung (OII, I).

7. **Englisch:** Tenderings Schulgrammatik.

8. **Geschichte und Geographie:** Die Lehrbücher von Pütz für mittlere und für obere Klassen. Kanon der Jahreszahlen (IV—UII). Daniel, Leitfaden der Geographie (IV—OIII). Debes, Atlas (VI—I).

9. **Mathematik und Rechnen:** Harms und Kallius, Rechenbuch (VI—IV). Bardey, Aufgabensammlung (UIII—OII). Schwering, Lehrbuch.

10. **Physik und Naturbeschreibung:** Vogel, Leitfaden der Zoologie und Botanik (VI—III). Sumpf, Grundriß (II, I).

II. VERFÜGUNGEN DER VORGESETZTEN BEHÖRDEN VON ALLGEMEINEREM INTERESSE.

31. März 1900. Der Berichterstatter wird beauftragt, dem scheidenden Oberlehrer Prof. Dr. Fisch den Roten Adlerorden IV. Klasse zu überreichen.
23. April. Mitteilung einer Allerhöchsten Bestimmung vom 21. April, wonach beim Unterrichte am 5. Mai die Schüler in geeigneter Weise auf die Bedeutung der am nächsten Tage eintretenden Großjährigkeit Seiner Kaiserlichen und Königlichen Hoheit des Kronprinzen hingewiesen werden sollen.
27. April. Beaufsichtigung der Impflinge durch Lehrer der Anstalt.
22. September. Verfügung betr. den liturgischen Gebrauch der Perikopen.
10. November. Verfügung, betr. Ferienordnung für das Schuljahr 1901:
- | Schluss des Unterrichts: | | Anfang des Unterrichts: |
|--------------------------|---|-----------------------------------|
| 1. Pfingstferien: | Samstag den 25. Mai
(12 Uhr mittags). | Dienstag den 4. Juni. |
| 2. Sommerferien: | Mittwoch den 7. August
(12 Uhr mittags). | Donnerstag den 12. September. |
| 3. Weihnachtsferien: | Samstag den 21. Dezember
(12 Uhr mittags). | Freitag den 3. Januar 1902. |
| 4. Osterferien: | Dienstag in der Charwoche 1902
(12 Uhr mittags). | Mittwoch nach Misericordias 1902. |
28. November. „Seine Majestät der Kaiser und König haben Allergnädigst geruht, zum Ankaufe einer größeren Anzahl von gebundenen Exemplaren des Werkes „Das deutsche Kaiserpaar im heiligen Lande im Herbst 1898“ die Mittel aus Allerhöchst Ihrem Dispositionsfonds zur Verfügung zu stellen. Im Auftrage des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten übersenden wir zwei Exemplare des Werkes mit der Veranlassung, sie besonders guten Schülern der dortigen Anstalt als Prämie zu übergeben.“ Die beiden Werke in Prachteinbänden wurden den Schülern der Oberprima Oskar Altfuldisch und Walther Sonntag vom Berichterstatter überreicht.
29. Dezember. Mitteilung eines Min.-Erlasses vom 20. Dezember, wonach für den Nachweis der Reife zur Versetzung nach OII an neunstufigen Anstalten die Abschlussprüfung in Wegfall kommt und bei der Versetzung nach OII fortan lediglich nach den für Versetzungen geltenden Grundsätzen zu verfahren ist.
2. Januar 1901. Mitteilung eines Allerhöchsten Erlasses vom 24. Dezember 1900, wonach im Hinblick auf das zweihundertjährige Jubiläum des Königreichs Preußen am 18. Januar an diesem Tage eine entsprechende Feier veranstaltet werden und der Unterricht ausfallen soll. „Bezüglich Allerhöchst ihres nächstjährigen Geburtstages, der auf einen Sonntag fällt, setzen Seine Majestät voraus, dass in den Schulen bereits am Tage vorher auf die Bedeutung des Tages hingewiesen, von besonderen feierlichen Veranstaltungen aber im Hinblick auf die voraufgegangene nationale Feier abgesehen werde.“

8. Januar. Mitteilung eines Ministerial-Erlasses vom 4. und 22. Dezember 1900 betr. die neuen Lehrpläne für die höheren Unterrichtsanstalten Preussens. In betracht kommen das Gymnasium, das Realgymnasium, die Oberrealschule und die Realschule, die alle mehr oder weniger, wenn auch nicht tief einschneidende Änderungen erfahren haben. Gemeinsam ist für alle diese Anstalten neben der strengen Durchführung des Turnunterrichts in 3 Stunden die neue Bestimmung, daß Schüler der IV und III mit schlechter Handschrift besonderen Schreibunterricht erhalten sollen. Im Gymnasium ist, abgesehen von den bisherigen wahlfreien, bezw. technischen Stunden eine Erhöhung der wöchentlichen lateinischen Unterrichtsstunden um 6 eingetreten. In I und OII ist die Zahl der lateinischen Stunden von 6 auf 7 erhöht, in III und IV von 7 auf 8, der französischen in I und OII von 2 auf 3; sie ist hingegen in letzterem Fache in III von 3 auf 2 herabgesetzt worden. Sonst sind überall die alten Zahlen für die Stundenverteilung auf die einzelnen Klassen beibehalten worden. Wichtig ist die Bestimmung, daß eine Abweichung von dem vorgeschriebenen Lehrplan dahingehend zulässig ist, daß in den 3 oberen Klassen anstelle des verbindlichen Unterrichts im Französischen solcher Unterricht im Englischen mit je 3 Stunden treten kann, der französische Unterricht aber dann wahlfrei mit 2 Stunden wird. Der wahlfreie hebräische Unterricht mit 2 Stunden in I und OII ist beibehalten, auch der Anfang des griechischen Unterrichts in UIII.
12. Januar. Mitteilung eines Allerhöchsten Erlasses vom 7. Januar, wonach eine größere Anzahl von Exemplaren eines Gedenkblattes anlässlich des Jubiläums des Königreichs Preussen an Schüler der Anstalt am 18. Januar verteilt werden soll, um die Erinnerung an den bedeutungsvollen nationalen Jubeltag festzuhalten.
28. Januar. Mitteilung eines Allerhöchsten Erlasses vom 26. Januar, wonach die Staatsgebäude am Tage der Beerdigung Ihrer Majestät der Hochseligen Königin des Vereinigten Königreiches von Großbritannien und Irland, Kaiserin von Indien, Halbmast flaggen sollen.
1. Februar. Behufs Unterdrückung des Unwesens, daß nach Staatsangehörigkeit und Wohnort auf preussische Schulen angewiesene junge Leute außerhalb Deutschlands gelegenen Bildungsanstalten zugeführt werden, sollen bei der Rückkehr solcher Schüler in die oberen Klassen diesseitiger Lehranstalten nicht nur strenge Aufnahmeprüfungen eintreten, sondern auch unter Einsendung der Prüfungsarbeiten der hohen Behörde über das Ergebnis der Aufnahmeprüfung Bericht erstattet werden, falls Aufnahmen stattgefunden haben.
17. Februar. Mitteilung der von Seiner Majestät dem Kaiser und Könige genehmigten Bekanntmachung des Königl. Staatsministeriums vom 28. Januar ds. Js., betr. Änderungen in dem Berechtigungswesen der höheren preussischen Lehranstalten. Darnach sind für alle Zweige des Subalterndienstes, für welche bis dahin der Nachweis eines siebenjährigen Schulkurses erforderlich war, als Erweise zureichender Schulbildung neben den Reifezeugnissen der sechsstufigen höheren Lehranstalten die Zeugnisse über die nach Abschlufs der Untersekunda einer neunstufigen höheren Lehranstalt bestandene Prüfung anerkannt. Mit Genehmigung Seiner Majestät des Königs wird diese Bestimmung, soweit sie die neunstufigen

höheren Lehranstalten betrifft, dahin geändert, dafs es zum Erwerbe der Berechtigung der Abschlufsprüfung nicht mehr bedarf, viel mehr die einfache Versetzung nach Obersekunda genügt.

20. Februar. Einführung des 100teiligen Thermometers, unter Beseitigung des 80teiligen und der Thermometer mit doppelter Skala.
11. März. Mitteilung eines Min.-Erlasses vom 26. Februar 1901, betr. Zusammenstellung der Bestimmungen hinsichtlich der Zuerkennung der wissenschaftlichen Befähigung für den einjährig freiwilligen Dienst. Diese Befähigung wird bei den als Gymnasien, Realgymnasien oder Oberrealschulen anerkannten öffentlichen Lehranstalten mit neunjähriger Lehrdauer durch den einjährigen erfolgreichen Besuch der zweiten Klasse dargelegt. Diese Forderung ist auch dann für erfüllt zu erachten, wenn er sich auf 2 gleichartige Anstalten verteilt, unter der Voraussetzung, dass der Wechsel der Anstalt nicht durch disciplinäre Anlässe, Willkür u. s. w. bedingt war. Diese Vergünstigung kann nicht für militärberechtigte sechsstufige private Anstalten zugestanden werden. Die auf bloßer Aufnahmeprüfung beruhende Angehörigkeit zur Obersekunda einer Vollanstalt genügt ebenso wenig für die Erlangung des Befähigungszeugnisses wie ein die einjährige Dauer nicht erreichender Besuch der Sekunda. Unbedingte Voraussetzung ist für Schüler der Vollanstalten der einjährige Besuch der Sekunda, ohne Unterscheidung von Ober- und Untersekunda. Bei der Entscheidung darüber, ob der Besuch der zweiten Klasse als erfolgreich anzusehen sei, sind dieselben Grundsätze einzuhalten, die für die Versetzung in die höhere Klasse in Geltung sind. Für solche Schüler, die sofort nach Erlangung des Befähigungszeugnisses in einen Lebensberuf einzutreten beabsichtigen, ist gestattet, die Beschlufsfassung darüber, ob ihnen die Versetzung in die Obersekunda zuzuerkennen sei, schon früher herbeizuführen und ihnen eine vorläufige Bescheinigung über ihre demnächst bevorstehende Versetzung in die Obersekunda auszustellen. Die Befreiung eines Schülers von dem obligatorischen Unterricht in der Religion, im Zeichnen oder im Turnen ist ausdrücklich auf dem Zeugnisse zu vermerken. Für die Schüler einer Gymnasial-Untersekunda, die unter Befreiung vom griechischen Unterrichte an dem für diesen eingeführten Ersatzunterricht regelmäfsig teilgenommen haben, ist nach wie vor das Bestehen einer besondern Prüfung in den Lehraufgaben des Ersatzunterrichtes erforderlich. Betreffs der übrigen Lehrfächer sind diese Schüler ebenso zu behandeln, wie die am griechischen Unterrichte teilnehmenden Untersekundaner, die zur Versetzung nach Obersekunda stehen; ihr Zeugnis über die wissenschaftliche Befähigung erhält jedoch eine besondere vorgeschriebene Fassung. Das vorschriftsmäfsige Unbescholtenheitszeugnis hat für Zöglinge höherer Schulen der Direktor der Lehranstalt selbständig und abgesondert von dem Zeugnisse über die wissenschaftliche Befähigung nach den Grundsätzen auszustellen, die seitens der Polizeiobrigkeit für Zuerkennung eines derartigen Zeugnisses inne gehalten werden. Dies gilt für alle Fälle, gleichviel ob das Unbescholtenheitszeugnis gleichzeitig mit dem wissenschaftlichen Zeugnis oder ob es erst später einem Schüler behufs Nachsuchens der Berechtigung zum einjährigen Dienste oder behufs Eintritts in diesen auszustellen ist.

III. CHRONIK DER SCHULE.

Der Unterricht begann am 24. April 1900, nachdem am 23. April die Aufnahmen und die Aufnahmeprüfungen stattgefunden hatten.

Im Lehrerkollegium vollzogen sich folgende Veränderungen: Oberlehrer Dr. Holzhausen, der durch Krankheit im ganzen letzten Drittel des vorigen Schuljahres an der Wahrnehmung seiner dienstlichen Thätigkeit gehindert war, war auch im Beginn des neuen Schuljahres noch nicht soweit hergestellt, um seine Obliegenheiten wieder aufnehmen zu können. So blieb er während des Sommerhalbjahrs 1900 beurlaubt und wurde durch den Probekandidaten Vahnenbruck vertreten. Zur Ableistung der zweiten Hälfte des Probejahrs wurde letzterer darauf dem Gymnasium zu Kenpen überwiesen. Die durch Versetzung des Hilfslehrers Kiefer an das Gymnasium zu Essen erledigte Hilfslehrerstelle wurde aushülfsweise dem Probekandidaten Dr. Coellen übertragen, der zugleich hierbei die zweite Hälfte des Probejahrs zurücklegte. Er gehörte bis zum Schlusse des Sommerhalbjahrs der Anstalt an und trat dann in den Verband der Handelsschule in Köln als Oberlehrer ein; die Verwaltung seiner Stelle wurde dem Seminarkandidaten Dr. Konen übertragen. Am 3. Juni wurde durch Erlass des Herrn Ministers dem Oberlehrer Neuber der Charakter als Professor verliehen und ihm mittels Allerhöchst vollzogenen Bestallung vom 12. Juli die Leitung des Kgl. Gymnasiums in Saarbrücken vom 1. August ab übertragen. Nach kaum zweijähriger Thätigkeit am hiesigen Gymnasium erfolgt diese ehrenvolle Beförderung in die höhere Stellung, in welche ihn aufrichtige Wünsche und Hoffnungen seiner Kollegen begleiten. Zur einstweiligen Vertretung des ausgeschiedenen Professors Neuber wurde der Kandidat des höheren Schulamts Walther Jesinghaus der Anstalt überwiesen.

Von den unten genannten Seminarkandidaten war Kandidat Müller am Progymnasium zu Jülich vom 1. Dezember bis zum 15. Januar behufs Leistung einer Aushilfe thätig; in gleicher Eigenschaft wurde Kand. Altkamp vom 14. Januar bis zum Schlusse des Schuljahrs am Gymnasium zu Wesel beschäftigt.

Dem hiesigen Pädagogischen Seminar wurden folgende Kandidaten des höheren Schulamts überwiesen: Franz Altkamp, Felix Bruch, Walther Lützenberger, Emil Martin, Karl Müller, Max Nierhaus und Peter Utzig.

Am Himmelfahrtstage (24. Mai) führte Oberlehrer Dr. Becker 44 Schüler zur ersten hl. Kommunion.

Am 10. Juli fand der Schülerausflug statt, leider war derselbe nicht von gutem Wetter begünstigt.

Am 6. Dezember vollzog Herr Geh. Regierungsrat Dr. Deiters die Revision des Pädagogischen Seminars.

Am 18. Januar beging die Anstalt die Feier des zweihundertjährigen Jubiläums der preussischen Krone durch Gesang, Deklamation und Aufführungen der Schülerkapelle; die Festrede hielt der Berichterstatter. Nach der Feier wurde eine große Anzahl von Gedenkblättern der Erinnerung an den Jubeltag, ein Geschenk Seiner Majestät des Kaisers, an würdige Schüler verteilt. Hinsichtlich des Allerhöchsten Geburtstages wurde von besonderen feierlichen Veranstaltungen im Hinblick auf die voraufge-

gangene nationale Feier abgesehen, jedoch die Bedeutung des Tages den Schülern von ihren Ordinarien am 26. Januar recht nahe gelegt.

Zur Erlangung des Zeugnisses für die Primareife unterzogen sich der vorschriftsmäßigen Prüfung die Offiziersaspiranten Paul Pickard und Adolf Meier; beide bestanden je am 8. Mai 1900 und am 15. Februar 1901.

Im Laufe des Schuljahrs fanden nach Anfertigung der schriftlichen Arbeiten zwei Reifeprüfungen statt, beide unter dem Vorsitze des Herrn Geh. Regierungs- und Provinzialschulrats Dr. Deiters am 1. August 1900 und am 18. und 19. März 1901.

Der Gesundheitszustand unserer Schüler war im ganzen ein günstiger. Doch beklagt die Anstalt den Tod zweier trefflicher Schüler: am 17. Mai starb der Oberprimaner Albert Röttgen an der Perikarditis, in den Herbstferien am 10. August der Untersekundaner Ferdinand Viebahn an der Gehirnentzündung. Ebenso verschied am 6. März 1901 der Rabbiner Dr. F. Cohn, welcher seit Juni 1888 den wahlfreien israelitischen Religionsunterricht an der Anstalt erteilt hatte. Das Andenken des Verstorbenen, der durch edle Gesinnung sich die Hochachtung des Lehrerkollegiums und seiner Schüler erworben hatte, wird unter uns in Ehren bleiben.

IV. STATISTISCHE MITTEILUNGEN.

A. Übersicht der Schülerzahl im Schuljahr 1900.

	OI	UI	OII	UII	OIII	UIII	IV	V	VI	Im ganzen	Vor- schule
1. Bestand am 1. Februar 1900	34	57	49	65	56	74	56	59	73	523	55
2. Abgang bis zum Schluß des Schuljahrs 1899	29	1	4	14	4	6	6	4	5	73	—
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern 1900	53	42	55	43	53	46	49	61	—	—	—
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern 1900	1	6	9	8	5	10	5	6	58	108	21
4. Bestand zu Anfang des Schuljahrs 1900	59	51	55	59	67	67	59	75	78	570	43
5. Zugang im Sommerhalbjahr	—	—	1	—	—	2	1	1	2	7	1
6. Abgang im Sommerhalbjahr	5	2	1	1	—	6	1	3	5	24	2
7a. Zugang durch Versetzung im Herbst	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme im Herbst	—	—	4	1	—	4	1	2	1	14	7
8. Bestand zu Anfang des Winterhalbjahrs	54	49	59	59	67	67	60	75	76	566	49
9. Zugang im Winterhalbjahr	—	—	—	—	—	1	2	2	2	—	2
10. Abgang im Winterhalbjahr	—	1	—	1	—	—	2	—	6	—	—
11. Bestand am 1. Februar 1901	54	48	59	58	67	68	60	77	72	563	51
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1901	19 ⁷ / ₁₂	18 ⁹ / ₁₂	17 ⁹ / ₁₂	16 ¹¹ / ₁₂	15 ⁷ / ₁₂	14 ⁶ / ₁₂	13 ³ / ₁₂	12 ⁷ / ₁₂	11 ³ / ₁₂		

B. Religions- und Heimatsverhältnisse.

a) am Gymnasium.

	Kath.	Ev.	Isr.	Dissi- denten	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommerhalbjahrs 1900	422	128	20	—	339	225	6
2. Am Anfang des Winterhalbjahrs 1900/1	421	125	20	—	334	228	4
3. Am 1. Februar 1901	419	124	20	—	327	231	5

b) an der Vorschule.

	Kath.	Ev.	Isr.	Dissi- denten	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommerhalbjahrs 1900	24	18	1	—	31	9	3
2. Am Anfang des Winterhalbjahrs 1900/1	29	19	1	—	34	13	2
3. Am 1. Februar 1901.	30	20	1	—	33	15	3

C. Übersicht über die Abiturienten.

a) Herbsttermin 1900.

Namen	Geburtsort	Geburtstag	Bekennt- nis	Gewählter Beruf
1. Heinecke, Friedrich Karl	Zerf	9. Juli 1880	ev.	Heilkunde
2. Kuhlmann, Karl Adolf	Lerbeek	9. Juni 1880	ev.	Rechtswissenschaft
3. Vosschulte, Joh. Hubert Karl	Linz a. Rh.	7. Febr. 1879	kath.	Heilkunde

b) Ostern 1901.

1. Altfuldisch, Oskar	Niedermendig	14. Aug. 1882	kath.	Berg- und Hüttenfach
2. Bachem, Heinrich Jos.	Bonn	7. Sept. 1882	kath.	Rechtswissenschaft
3. Baetge, August Paul	Malmedy	23. Okt. 1879	kath.	Heilkunde
4. Bertram, Jakob	Bonn	9. Juni 1882	kath.	Theologie
5. Bogen, Heinrich	Oedekoven	9. Juni 1880	kath.	Heilkunde
6. Bürgers, Josef	Plittersdorf	27. Aug. 1881	kath.	Rechtswissenschaft
7. Büsgen, Ernst	Cöln	17. Mai 1882	kath.	Rechtswissenschaft
8. Bungart, Johann Jacob	Bonn	20. Juni 1882	kath.	Heilkunde
9. Coenen, Maximilian	Hünshoven	3. Aug. 1879	kath.	Heerdienst
10. von Dechend, Hermann Albrecht Julius	Kleinenbroich	27. Aug. 1883	ev.	Rechtswissenschaft
11. Dübbers, Heinrich Au- gustin	Bonn	13. Sept. 1878	kath.	Chemie
12. Eckardt, Josef	Meckenheim	23. Apr. 1881	ev.	Maschinenbaufach
13. Giese, Friedrich	Eitorf	17. Aug. 1882	ev.	Rechtswissenschaft
14. Hanko, Reinhart	Elberfeld	1. März 1881	ev.	Unbestimmt
15. Harling, Johann August	Bingen	12. Aug. 1881	kath.	Heilkunde
16. Hasslacher, Heinrich	Berlin	4. Sept. 1881	kath.	Bergfach
17. Herten, Eugen	Priesterath	18. Okt. 1881	ev.	Heilkunde
18. Hesse, Arnold Maria Emil Albrecht	Siegen	26. Mai 1882	kath.	Rechtswissenschaft

Namen	Geburtsort	Geburtstag	Bekenntnis	Gewählter Beruf
19. Hesse, Kurt Eduard	Duisburg	13. Febr. 1882	kath.	Rechtswissenschaft
20. Hintze, Hermann August Karl	Bonn	12. Febr. 1881	kath.	Sprachwissenschaft
21. Hoffmann, Hermann Josef	Flerzheim	30. Juni 1878	kath.	Heilkunde
22. Höfner, Wilhelm	Mainz	6. Sept. 1883	alkath.	Rechtswissenschaft
23. Jüsgen, Max	Aachen	17. Juni 1881	kath.	Rechtswissenschaft
24. Junkersdorf, Peter	Bonn	16. Okt. 1878	kath.	Chemie
25. Klein, Josef Felix Maria Theodor	Bonn	30. Mai 1883	kath.	Rechtswissenschaft
26. Konen, Peter Josef	Brauweiler	17. Mai 1879	kath.	Rechtswissenschaft
27. Kücke, Ernst Hans	Neuenkirchen	9. Mai 1882	ev.	Rechtswissenschaft
28. Kummer, Ludwig Josef	Cöln	2. Okt. 1881	kath.	Rechtswissenschaft
29. Luyken, Johannes Ludwig Rudolf	Berge	4. Nov. 1880	ev.	Rechtswissenschaft
30. Menken, Gustav	Neviges	1. Jan. 1883	kath.	Rechtswissenschaft
31. Mittelacher, Friedrich Wilhelm Gottlob	Wannfried	26. Juli 1882	ev.	Forstfach
32. Peters, Friedrich	Bonn	2. Sept. 1880	ev.	Heilkunde
33. Poth, Franz	Bonn	19. März 1881	kath.	Heilkunde
34. Reinhold, Theodor	Feldkirch	22. Dez. 1881	ev.	Theologie
35. Rosenberg, Hans Friedr.	Sterkrade	20. Aug. 1881	ev.	Heilkunde
36. Rüländ, Josef Johann	Hürth	25. März 1880	kath.	Theologie
37. Schiller, Arnold Johannes	Siegburg	23. Mai 1882	kath.	Philologie
38. Schmitz, Gisbert	Endenich	22. Febr. 1880	kath.	Heilkunde
39. Schmitz, Johannes	Mondorf	3. Sept. 1879	kath.	Postfach
40. Schmitz, Johannes	Poppelsdorf	8. Febr. 1881	kath.	Philologie und Geschichte
41. Schmitz, Karl	Bonn	19. Mai 1881	isr.	Heilkunde
42. Scholl, Maximilian Eug.	Bonn	11. Mai 1882	kath.	Pharmacie
43. Seidenberg, Eduard	Bonn	6. Jan. 1882	kath.	Unbestimmt
44. Seligmann, Josef	Endenich	5. Dez. 1881	isr.	Rechtswissenschaft
45. Sonntag, Max Walther	Gotha	23. Jan. 1883	ev.	Rechtswissenschaft
46. Spoo, Ernst	Prüm	9. Apr. 1881	kath.	Geodäsie
47. Thomas, Anton	Flensburg	10. Okt. 1880	kath.	Rechtswissenschaft
48. Weber, Johann Joseph	Euskirchen	4. Nov. 1881	kath.	Maschinenbaufach
49. Windrath, Ernst	Burgwaldniel	10. Juli 1880	ev.	Heilkunde

V. SAMMLUNG VON LEHRMITTELN.

1. Lehrerbibliothek

(verwaltet von dem Oberlehrer Feldmann).

Geschenkt wurden: von dem Kgl. Ministerium: 2 Exemplare von „Die Hohenzollern in Bild und Wort von Karl Röbling und Rich. Sternfeld, Berlin 1900; — Zeitschrift für Schulgesundheitspflege von L. Kotelmann, XIII. Jahrg.; Nauticus, Jahrbuch für Deutschlands Seeinteressen 1899 (2 Ex.) u. 1900 (2 Ex.); — Nauticus, Beiträge zur Flotten-Novelle, Berlin 1900 (2 Ex.); — Handels- und Machtpolitik, Reden und Aufsätze von Schmoller, Sering u. Wagner, Stuttgart 1900, I. (3 Ex.) u. II. Bd.; von dem Kgl. Provinzial-Schulkollegium zu Coblenz: Schenkendorff-Schmidt, Jahrbuch für Volks- und Jugendspiele. 9. Jahrg. Leipzig 1900. — Ad. Harnack, Sokrates und die alte Kirche. Rede beim Antritt des Rektorats gehalten in der Aula der Universität Berlin am 15. Oktober 1900; von the American Mathematical Society: Transactions. Edited by Eliakim Hastings Moore, Ernest William Brown, Thomas Scott Fiske. Vol. I, Nr. 2, 3, 4, New-York 1900; von dem National-Erziehungsbureau zu Washington: Report of the Commissioner of education for the year 1898—1899, Washington 1900; von dem Rektorat der Rheinischen Friedr.-Wilhelms-Universität: Chronik der Universität 1899/1900; von Herrn Regierungsrat Dr. Joesten seine Schrift: Zur Geschichte der Hexen und Juden in Bonn. Eine kulturgeschichtliche Studie, Bonn 1900; von Herrn Justizrat J. Meyer, Dr. Mallmann, Zur Feier des 50jährigen Bestehens des Kgl. Landgerichts zu Bonn 1900; von der Verlagshandlung E. Strauss zu Bonn: Fortsetzung des Centralblattes für allgemeine Gesundheitspflege, XIX. Jahrg.; von den Verfassern: Elementar entwickelte Theorie und Praxis der Funktionen einer komplexen Variablen in organischer Verbindung mit der Geometrie. Von Ad. Breuer, Wien 1898. — Deutsches Lesebuch für die mittleren Klassen, I. Quarta und Untertertia. Von Dr. J. Buschmann, Trier 1900; von den Verlagshandlungen: Stowasser, Lat.-Deutsches Schulwörterbuch, 2. Aufl., Prag-Wien-Leipzig 1900. (Tempsky-Freitag.) — Bardey's Aufgabensammlung. Neue Ausgabe, nach der 24. Aufl. bearbeitet von F. Pietzker und O. Presler, Leipzig und Berlin 1900 (B. G. Teubner). — Wehrkraft und Jugenderziehung. Sonderabdruck aus dem Jahrbuch für Volks- und Jugendspiele Jahrg. IX, 1900. (R. Voigtländer's Verlag in Leipzig.) — Schmidt H., Elementarbuch der lat. Sprache I und III. Halle 1900 (H. Geseenius); von anderer Seite: Jahrbuch des Vereins für niederdeutsche Sprachforschung, Jahrgang 1899 und 1900; Annalen des Hist. Vereins für den Niederrhein, Jahrg. 1900; Nauticus, Beiträge zur Flottennovelle, Berlin 1900; Zeitschrift des deutschen und österreichischen Alpenvereins, redig. von H. Hess, Band 29 und 30, München 1898/1899; Strack H., Der Blutbergglaube in der Menschheit, Blutmorde und Blutritus, 4. Aufl., München 1892; Prill J., Einführung in die hebräische Sprache, Bonn 1893; Fischer W., Gegen den Homer-Kultus in unsern Schulen, Leipzig 1887; Gschwind E., M. Tulli Ciceronis Tusculanarum disputationum libri I, II, V, Leipzig 1897; Humann G., Der Westbau des Münsters zu Essen, Essen 1890; Röskens J., Kaiser Heinrich V. und Papst Paschalis II., Essen 1885; Heidemann J., Ältere Geschichte der Stadt Wesel.

Angeschafft wurden: Riese A., Das rheinische Germanien in der antiken Litteratur, Leipzig 1892; Schmoller G., Umriss und Untersuchungen zur Verfassungs-, Verwaltungs- und Wirtschaftsgeschichte bes. des Preufs. Staates im 17. und 18. Jahrh., Leipzig 1898; Schubart H., Mathematische Mufestunden, 3 Bände, Leipzig 1900; Rothert E., Rheinland-Westfalen im Wechsel der Zeiten, Düsseldorf 1900; Soltmann H., Verhandlungen der 45. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Bremen vom 26.—29. Sept. 1899, Leipzig 1900; Forbiger A., Handbuch der alten Geographie, 3 Bände, Hamburg 1877; Brugmann K.-Delbrück B., Grundriss der vergleichenden Grammatik der indogermanischen Sprachen. V. Strassburg 1900; Uhlhorn G., Die christliche Liebeshätigkeit. 3 Bände. Stuttgart 1900; Klaatsch H., Grundzüge der Lehre Darwins, Mannheim 1900; Hertel Fr., Der Unterricht im Formen als intensivster Anschauungsunterricht im Geiste und Sinne Pestalozzis und Fröbels. I. Gera 1900; Stender J., Platons Gorgias, Halle 1900; Seidel P., Hohenzollern-Jahrbuch, III. Jahrg., 1899; Krüger K. W., Griechische Sprachlehre für Schulen, 5. Aufl., Leipzig-Würzburg 1891; Holzhausen P., Der erste Konsul Bonaparte, Bonn 1900; Stöckeradt A., Schule der Chemie. 20. Aufl. von Prof. Dr. Lassar-Cohn, Braunschweig 1900; Petersdorff H. v., König Friedrich Wilhelm IV., Stuttgart 1900; Kill-

mann M., Die Direktoren-Versammlungen des Königreichs Preußen von 1899—1900, Berlin 1900; Topographische Übersichtskarte des deutschen Reiches, herausgegeben von der kartogr. Abteilung der Kgl. Preussischen Landesaufnahme, Berlin 1900; Nr. 95, 108, 123, 136, 137, 138, 148, 149, 150, 158, 159, 160.

Außerdem die Fortsetzungen von: Grimm, Deutsches Wörterbuch; Rethwisch, Jahresberichte; Jahresberichte für neuere deutsche Litteraturgeschichte; Zeitschrift für deutschen Unterricht; Historische Zeitschrift (v. Sybel); Geographische Zeitschrift (Hettner); Clemen, Kunstdenkmäler der Rheinprovinz; Centralblatt für die Unterrichtsverwaltung; Litterarisches Centralblatt; Zeitschrift für den mathemat. und naturw. Unterricht (Hoffmann); Zeitschrift für das Gymnasialwesen; Zeitschrift für den evang. Religionsunterricht; Deutsche Turnzeitung; Mitteilungen der Gesellschaft für Erziehungs- und Schulgeschichte (Kehrbach); Die neueren Sprachen (Viator); Jahrbuch der Naturwissenschaften (Wildermann); Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen; Neue Jahrbücher für das klassische Altertum, Geschichte und deutsche Litteratur und für Pädagogik (Ilberg-Richter); Bonner Jahrbücher; Monatsblätter für den kath. Religionsunterricht; Mushackes Statistisches Jahrbuch; Das humanistische Gymnasium (Uhlig); Paulys Real-Encyclopädie der klass. Altertumswissenschaft; Zeitschrift für den physik. und chemischen Unterricht; Thesaurus linguae latinae editus auctoritate et consilio academiæ quinquæ Germanicarum, Leipzig 1900.

Für das pädagogische Seminar wurden geschenkt: von Herrn Gymnasiallehrer H. Kerp in Bonn der 2. Band seines Werkes: Methodisches Lehrbuch einer begründend-vergleichenden Erdkunde. Band II. Die Landschaften Europas, Trier 1900; von anderer Seite: Nohl Cl., Neue Beiträge zur Schulreform, Essen 1898; Stoewer R., Leitfaden für den evang. Religionsunterricht, Berlin 1899; Lahrs L., Leitfaden des evang. Religionsunterrichts für die oberen Klassen höherer Schulen, Breslau 1889; Redenbacher W., Kurze Reformationgeschichte, Stuttgart 1883.

Angeschafft wurden: Koch K., Die Erziehung zum Mute durch Turnen, Spiel und Sport. Die geistige Seite der Leibesübungen, Berlin 1900; Münch W., Über Menschenart und Jugendbildung. Neue Folge vermischter Aufsätze, Berlin 1900; Gleichmann A., Über Herbart's Lehre von den Stufen des Unterrichts, 3. Aufl., Langensalza 1896; Schrader W., Erfahrungen und Bekenntnisse, Berlin 1900; Türnau D., Rabanus Maurus, der praeceptor Germanicae, München 1900; Wagner H., Die Lage des geographischen Unterrichts an den höheren Schulen Preußens um die Jahrhundertwende, Hannover und Leipzig 1900; Fischer A., Das alte Gymnasium und die neue Zeit, Gr.-Lichterfelde 1900; Suchier und Birch-Hirschfeld, Geschichte der franz. Litteratur, Leipzig und Wien 1900; Hübler P., Friedrich der Grosse als Pädagog. 2. Auflage. Göttingen 1900; Seyffarth L. W., Johann Amos Comenius nach seinem Leben und seiner pädagogischen Bedeutung, Leipzig 1883; Schiller H., Der Aufsatz in der Muttersprache. 1. Die Anfänge des Aufsatzes im dritten Schuljahre, Berlin 1900; Matthias A., Aus Schule, Unterricht und Erziehung, München 1901; Baur A., Die Gesundheit in der Schule, Stuttgart 1901; Legerlotz G., Der deutsche Aufsatz auf der Oberstufe der höheren Lehranstalten, Berlin 1900; Hohnerlein M., Nachweis von Quellen zu pädagogischen Studien und Arbeiten, Stuttgart 1900; Lehmann R., Erziehung und Erzieher, Berlin 1901; Gurlitt L., Lateinisches Lesebuch mit Bildern. Quinta. Berlin 1899; Spielmann C., Der Geschichtsunterricht in ausgeführten Lektionen, II. Halle 1901; Baumann J., Einführung in die Pädagogik. 2. Aufl., Leipzig 1901.

Ferner die Fortsetzung von: Fries-Meyer, Lehrproben und Lehrgänge.

Außerdem wurden folgende Werke zur Anschaffung empfohlen: Graf Stillfried-Alcántara und Prof. Dr. Bernhard Kugler, Die Hohenzollern und das deutsche Vaterland, Leipzig 1896. — Forstbotanisches Merkbuch I, Berlin 1900. Müller-Behn, Graf Moltke. Ein Bild seines Lebens und seiner Zeit. — Hirschberg, Ein deutscher Seeoffizier. Polack, Zweihundert Jahre preussisches Königtum, Berlin 1900. Ein Bilderwerk: Brandenburgisch-preussische Regenten aus dem Hause Hohenzollern, 20 Bildnisse mit den Wahlsprüchen. Verlag von G. Wiegand, Leipzig. — Deutsche Litteraturzeitung. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig. — Die Sammlung von Bildern der Herrscherdenkmäler in der Siegesallee zu Berlin. — Jahrbücher des Vereins für Altertumswissenschaft im Rheinlande. — Bürgerstein, Ratschläge betr. die Herstellung und Einrichtung von Gebäuden für Gymnasien und Realschulen unter besonderer Rücksichtnahme auf die Forderungen der Hygiene. K. k. Schulbücherverlag in Wien.

2. Schülerbibliothek

(verwaltet von den Oberlehrern Dr. Schunck und Schneider).

Geschenkt wurden von dem Kgl. Ministerium: Nauticus (s. o.) 1899 (3 Ex.); 1900 (3 Ex.); Beiträge zur Flottennovelle 1900 (3 Ex.); Handels- und Machtpolitik (3 Ex.).

Angeschafft wurden: Jähns, Moltke (Geisteshelden Bd. 37 und 38) 1900. — Hassel, Aus dem Leben des Königs Albert von Sachsen (1. und 2. Theil) (1898, 1900). — Hirschberg, Ein deutscher Seeoffizier (II. Abteilung 1900). — Müller-Bohn, Graf Moltke (4. Aufl.). — Heyck, Die Kreuzzüge und das hl. Land (1900). — Lindner, Die deutsche Hanse (1899). — Polack, Zweihundert Jahre preußisches Königtum (1900). — Stillfried und Kugler, Die Hohenzollern und das deutsche Reich. (5. Aufl.). — Das Buch der Erfindungen (Bd. IX und X). — Bredrow, Das Buch der Erfindungen (1901). — Lohr, Ein Gang durch die Ruinen Roms (1900). — Merckel, Der Weltverkehr und seine Mittel (1901). — Eckstein, Der Kampf zwischen Mensch und Tier (1900). — Launhardt, Am sausenden Webstuhl der Zeit (1900). — Fischer, Goethe und Napoleon (1900). — Közle, Neuer Wegweiser für die deutschen Schutzgebiete (1900). — Zender, Die Eifel in Sage und Dichtung (1900). — Lang, Von Rom nach Sardes (1900). — Bronsart von Schellendorff, Tierbeobachtungen und Jagdgeschichten aus Ostafrika (1900). Das neue Universum (21. Jahrgang). — Henningsen, Neue Quellen aus neueren deutschen Dichtern (1900). — Wilamowitz-Möllendorff, Griechische Tragödien (2 Bände 1899 und 1901). — Schubert, Mathematische Mufestunden (1900). — Boesser, Vaterländisches Lesebuch (1892). — Hoffmann, Neuer deutscher Jugendfreund (Band 51—55). — Fr. Th. Vischer, Shakespeares Macbeth. (1901). — Rademacher, Bilder aus der Geschichte der Stadt Köln (1900).

3. Physikalische Sammlung

(verwaltet von Oberlehrer Beuriger).

Phonograph Mignon B mit 2 Walzen und Ersatzschallplatte; Acetylenapparat Loki mit Doppelbrenner; 24 Diapositive, zur mathem. Geographie; Maximum- und Minimumthermometer nach Six; Differentialthermoskop nach Looser; Stöpselrheostat $\frac{1}{2}$ —20 Ohm; 4 Glühlampen mit Edisonfassung à 65 V.; Stöpselapparat zu Glühlampen; 2 Mikrophone mit 3 Telephonen (Reichspost); Pappmodell einer zerlegbaren Dynamomaschine; Kadesch, Die elektrischen Strommaschinen (10 Tafeln mit Text); Quecksilberreinigungsapparat.

Aus besonderem Fonds durch Verfügung des Kgl. Provinzialschulkollegiums überwiesen: Universaldynamo o/A mit Antriebgestell B II, Fahrtvorrichtung und Stromregulator.

Geschenk des Unterprimaners Stahlschmidt: 3 größere Messingkugeln zu Pendelversuchen.

4. Naturwissenschaftliche Sammlung

(verwaltet von Oberlehrer Schulte).

Angeschafft wurden: Ein Schädelmodell der Klapperschlange; Waldameise (Biologie); Hautdurchschnitt (aus Papiermasse); 10 Anschauungsbilder für den botanischen Unterricht.

5. Anschauungsmittel für den geschichtlichen und geographischen Unterricht

(verwaltet von Oberlehrer Borgafs).

1. Erstes norddeutsches Parlament; Lithographie in Rahmen, dazu ebenfalls in Rahmen der Schlüssel. Geschenk des Herrn Regierungsrat a. D. Joesten.

2. Aus der Sammlung von Wandtafeln deutscher Kriegsschiffe mit Text: S. Majestät Linienschiff Friedrich III.

6. Lehrmittel für den Zeichenunterricht.

Für den Zeichenunterricht wurden folgende Lehrmittel und Utensilien angeschafft: 100 Papptafeln zum Aufkleben von Naturblättern. 10 Stück Pappkästen mit Glasdeckel für Schmetterlinge. 29 Zeichenständer, kleine, zum Aufstecken von Zweigen, Früchten u. s. w. 6 große Zeichenständer

zum Aufhängen von Modellen nebst drei Verbindungsbrettern. 3 Stoffmuster zu Malübungen. Römisches Kapitell in Eichenholz geschnitzt. Eine Sammlung Töpfe: 2 Vasen, 1 Likörkrug, 1 Waschkrug und 1 Kaffeekanne. Eine Rosette aus Schmiedeeisen. Eine Sammlung Zinngefäße und zwar: Zinnkanne, Zinnbecher und Zinnschale. Ein Greubel'scher Moment-Zeichenapparat und eine Universal-schulwandtafel mit Landkartenhalter. Eine Sammlung Vasen, 5 Stück.

VI. STIFTUNGEN.

Am Gymnasium bestehen folgende Stiftungen:

1. Die Stiftung Minola, aus welcher jährlich 90 Mark an einen „dürftigen, durch Talent und Fleiß sich auszeichnenden Schüler aus den beiden oberen Klassen“ vergeben werden können: der Schüler muß in Bonn geboren sein oder doch als eingeboren angesehen werden können.

2. Die Stiftung Breidenstein und Klein, aus welcher in jedem Jahre 47 Mark als Stipendium an einen Schüler vergeben werden können.

3. Die Schopenstiftung. Diese dient zur Unterhaltung des auf dem alten Kirchhof befindlichen Schopendenkmals; sofern aber die aus dem Kapitale fließenden Zinsen nicht für diesen Zweck gebraucht werden, sollen sie zur Unterstützung eines fleißigen Schülers des Gymnasiums ohne Unterschied der Konfession verwandt werden. Das Kapital ist durch letztwillige Verfügung des im Jahre 1886 verstorbenen Fräulein Josefine Schopen um 600 Mark vermehrt.

4. Die Hans vom Rath'sche Stiftung. Aus dieser werden alljährlich etwa 265 Mark in zwei gleichen Teilen an zwei Schüler der Klassen Tertia bis Prima ohne Unterschied der Konfession verteilt.

5. Die Gymnasialkrankenkasse. Aus dieser Stiftung können zur Zeit 46 Mark an arme Schüler vergeben werden.

6. Die König'sche Stiftung, aus welcher „Lehrer, die am Gymnasium zu Bonn angestellt sind oder waren, aber durch Krankheit zeitweise oder für immer berufsunfähig geworden sind, oder Witwen und Waisen von Lehrern, welche am Bonner Gymnasium angestellt gewesen“, einen Zuschuß erhalten sollen. Die Zinsen betragen jährlich rund 450 Mark.

Anmerkung. Bewerbungen um die unter 1—5 genannten Stiftungen sind durch die Eltern der Schüler oder die Stellvertreter der Eltern an den Direktor zu richten, und zwar für die unter 1—4 angeführten bis zum 1. Februar jeden Jahres.

VII. MITTEILUNGEN AN DIE SCHÜLER UND DEREN ELTERN.

1. Am Dienstag, den 2. April, wird morgens 8 Uhr für die katholischen Schüler ein Schlußgottesdienst in der Münsterkirche abgehalten; die Verteilung der Zeugnisse an die Schüler erfolgt am Schlusse der vierten Lehrstunde.

2. Das neue Schuljahr wird am Mittwoch, den 24. April, morgens 8 Uhr mit einem Gottesdienst in der Münsterkirche für die katholischen, 8 Uhr 20 Minuten mit einer Andacht in der Aula für die evangelischen Schüler eröffnet.

3. Anmeldungen zur Aufnahme nimmt der Unterzeichnete in der ersten und dritten Ferienwoche, morgens 9—12 Uhr, in seinem Amtszimmer entgegen. Bei der Anmeldung sind vorzulegen: 1) das Abgangszeugnis von der zuletzt besuchten Schule, 2) eine Bescheinigung über erfolgte Impfung oder Wiederimpfung, 3) der Tauf- oder der Geburtschein. Der Eintritt in die Sexta kann nicht vor vollendetem neunten Lebensjahre erfolgen. Die Aufnahmeprüfung beginnt am Dienstag, den 23. April, morgens 8 Uhr.

4. Auswärtige Eltern haben für angemessene häusliche Beaufsichtigung ihrer Söhne zu sorgen. Hinsichtlich der Wahl und jedes späteren Wechsels der Wohnung ist vorherige Rücksprache mit dem Direktor und dessen Genehmigung erforderlich.

5. In die durch Erlaß des Herrn Ministers vom 8. Januar 1896 errichtete, in organischem Zusammenhange mit dem Königl. Gymnasium stehende Vorschule finden Knaben ohne alle Vorkenntnisse nach zurückgelegtem 6. Lebensjahre Aufnahme. Die Vorschüler sind bestimmt, mit dem vollendeten 9. Lebensjahre in die Sexta des Gymnasiums überzugehen. Bei der beschränkten Anzahl der Vorschüler können Eltern und Angehörige derselben vertrauensvoll in den meisten Fällen nach der mitgebrachten Begabung und Entwicklung der vorgebildeten Kinder ein gedeihliches Fortschreiten und die ruhige Erreichung der Unterrichtsziele erwarten.

Bonn, März 1901.

Der Direktor des Königl. Gymnasiums
Dr. Contzen.

2. Das neue Schuljahr beginnt mit einem Gottesdienst in der Münsterskirche, Andacht in der Aula für die Schüler.

3. Anmeldungen zu den Ferienkursen der Ferienwoche, morgens 9-11 Uhr, sind vorzulegen: 1) das Zeugnis, 2) eine Bescheinigung über erfolgte Aufnahme. Der Eintritt in die Ferienkurse erfolgt am 23. April, morgens 8 Uhr.

4. Auswärtige Eltern sind zu bitten, die Angelegenheiten ihrer Kinder zu sorgen. Hinsichtlich der Ferienkurse herige Rücksprache mit dem Direktor.

5. In die durch Erlaß des Ministers vom 1. März 1901 im nördlichen Zusammenhang mit dem Knaben ohne alle Vorkurse in die Vorschule sind bestimmt. Die Vorschüler sind bestimmt, in die Sexta des Gymnasiums überzugehen. Bei der Aufnahme Angehörige derselben vorzulegen. Die ruhige Erreichung der Aufnahme ist zu wünschen.

Bonn, März 1901.

..., morgens 8 Uhr mit einem Gottesdienst in der Münsterskirche, Andacht in der Aula für die Schüler.

..., morgens 8 Uhr mit einem Gottesdienst in der Münsterskirche, Andacht in der Aula für die Schüler. Bei der Anmeldung sind vorzulegen: 1) das Zeugnis, 2) eine Bescheinigung über erfolgte Aufnahme. Der Eintritt in die Ferienkurse erfolgt am 23. April, morgens 8 Uhr.

Beaufsichtigung ihrer Söhne in der Ferienwoche. Hinsichtlich der Ferienkurse herige Rücksprache mit dem Direktor.

In die durch Erlaß des Ministers vom 1. März 1901 im nördlichen Zusammenhang mit dem Knaben ohne alle Vorkurse in die Vorschule sind bestimmt. Die Vorschüler sind bestimmt, in die Sexta des Gymnasiums überzugehen. Bei der Aufnahme Angehörige derselben vorzulegen. Die ruhige Erreichung der Aufnahme ist zu wünschen.

des Königl. Gymnasiums
Contzen.



ZUR

AUFLÖSUNG DER BIQUADRATISCHEN GLEICHUNGEN.

VON

OBERLEHRER J. BEURIGER.

BEILAGE ZUM PROGRAMM
DES KÖNIGLICHEN GYMNASIUMS ZU BONN.
1901.



1901. Progr.-Nro. 464.

960
3 (1901)

464^b



Zur Auflösung der biquadratischen Gleichungen.

Von Oberlehrer J. Beuriger.

Unter den elementaren Auflösungsverfahren der biquadratischen Gleichungen ist wohl die einfachste die Zerlegung der Gleichung in zwei quadratische Faktoren bzw. in die Differenz zweier Quadrate. Diese Methode wurde zuerst von Ferrari für die unvollständige biquadratische Gleichung angegeben und später von Simpson, Lagrange und Euler auf die vollständige biquadratische Gleichung ausgedehnt. Fast alle später angegebenen gleichartigen Methoden sind nur Modifikationen der Ferrari'schen, die zum Teil den Zweck haben, der kubischen Resolvente eine zur Rechnung bequemere Form zu geben, zum Teil aber auch den Ausdruck der Wurzeln der Gleichung vierten Grades vereinfachen. Auch die neuere Heilermann'sche Methode gehört hierhin. Ihre Ableitung ist aber eine so einfache und elegante, dass ich mir nicht versagen konnte, sie eingehender zu behandeln, besonders da sie der Anlass zu den Untersuchungen der §§ 7—10 war.

Die Ausdrücke von $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ durch die Wurzeln der biquadratischen Gleichung habe ich auf rein elementarem Wege gefunden. Ungefähr 1 Jahr nach ihrer Auffindung sah ich, dass dieselben Ausdrücke bei Hermite ¹⁾ den Ausgangspunkt seiner Untersuchungen über biquadratische Gleichung bilden. Hermite setzt nämlich

$$\begin{aligned} t &= a(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) \\ 3t^2 &= a^2[(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_1 - x_4)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_2 - x_4)^2 + (x_3 - x_4)^2] \\ &\quad + 4a^2[(x_1 - x_4)(x_2 - x_3) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_4)] \\ &= 16(b^2 - ac + a\lambda) \end{aligned}$$

wo

$$\lambda_1 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_4)(x_2 - x_3) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_4)]$$

$$\lambda_2 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_2)(x_4 - x_3) + (x_1 - x_3)(x_4 - x_2)]$$

$$\lambda_3 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_4)(x_3 - x_2) + (x_1 - x_2)(x_3 - x_4)]$$

und gelangt mit Hilfe der Invariantentheorie zu der kubischen Resolvente

1) Hermite: Sur la théorie des fonctions homogènes à deux indéterminées. Crelle J. 1856. Bd. 52. S. 5.

$$4\lambda^3 - (ae - 4bd + 3c^2)\lambda + ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3 = 0$$

oder

$$4\lambda^3 - i\lambda + j = 0,$$

und zur Zerfällung der biquadratischen Gleichung. Der von mir eingeschlagene Weg ist der umgekehrte, indem ich auf elementarem Wege diese Ausdrücke aus der kubischen Resolvente ableite. Bei der Darstellung der wichtigsten gebräuchlichen elementaren Methoden folgte ich zum Teil Matthiessen¹⁾.

I. Methoden, welche von der unvollständigen biquadratischen Gleichung ausgehen.

§ 1. Die Methode von Ferrari²⁾.

Ist die Gleichung

$$1) \quad x^4 + px^2 + qx + r = 0$$

gegeben, so setze man

$$2) \quad x^4 + px^2 + qx + r = [x^2 + p + y]^2 - [(p + 2y)x^2 - qx + p^2 + y^2 + 2py - r] = 0.$$

Soll nun die zweite Klammer auch ein vollständiges Quadrat sein, so muss

$$4(p + 2y)(p^2 + y^2 + 2py - r) = q^2$$

sein oder

$$3) \quad 8y^3 + 20py^2 + 8(2p^2 - r)y + 4p^3 - 4pr - q^2 = 0.$$

Setzt man $p + y = z$, so erhält man statt 3)

$$3^a) \quad z^3 - \frac{1}{2}pz^2 - rz + \frac{1}{8}(pr - q^2) = 0$$

und der obige Ausdruck 2) geht über in

$$4) \quad x^4 + px^2 + qx + r = [x^2 + z]^2 - \left[x\sqrt{2z - p} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{2z - p}} \right]^2 \\ = \left[x^2 + x\sqrt{2z - p} + z - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{2z - p}} \right] \left[x^2 - x\sqrt{2z - p} + z + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{2z - p}} \right] = 0.$$

Das Vorzeichen von $\sqrt{2z - p}$ kann sowohl positiv als auch negativ gewählt werden.

Die Lösung der biquadratischen Gleichung ist somit auf die Lösung einer kubischen Hilfsgleichung 3^a), der sogenannten kubischen Resolventen, und auf die Lösung zweier quadratischer Gleichungen zurückgeführt.

Zahlenbeispiele:

$$u^4 - 21u^3 + 158u^2 - 504u + 576 = 0.$$

Setzt man $x = u + \frac{3}{4}$, so folgt

$$x^4 - \frac{59}{8}x^2 - \frac{9}{8}x + \frac{1485}{64} = 0.$$

Die kubische Resolvente ist

$$z^3 + \frac{59}{16}z^2 - \frac{1485}{256}z - \frac{91133}{4096} = 0.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind

$$z = -\frac{41}{16} \mid \frac{57}{16} \mid + \frac{39}{16}.$$

1) Matthiessen: Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen. 2. A. Leipzig 1896.

2) Matthiessen: S. 540.

Für $z = -\frac{4}{3}$ erhält man die Zerfällung

$$(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}) (x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{3}) = 0.$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x = \frac{3}{4} & -\frac{9}{4} & +\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ u = 6 & 3 & 8 & 4 \end{array}$$

§ 2. Zusammenhang der übrigen wichtigern Methoden mit der Methode Ferrari's.

Die meisten Methoden, welche auf der Zerfällung der biquadratischen Gleichung in 2 quadratische Gleichungen beruhen, sind nur Modifikationen der Methode Ferrari's.

So setzt Vieta ¹⁾ $\frac{p+y}{2}$ statt z , also y statt $2z-p$, die kubische Resolvente lautet dann

$$y^3 + 2py^2 + (p^2 - 4r)y - q^2 = 0$$

und die Zerfällung

$$x^4 + px^2 + qx + r = \left(x^2 + x\sqrt{y} + \frac{p+y}{2} - \frac{y}{2\sqrt{q}} \right) \left(x^2 - x\sqrt{y} + \frac{p+y}{2} + \frac{y}{2\sqrt{q}} \right) = 0.$$

Descartes ²⁾ setzt y^2 statt y in den Vieta'schen Gleichungen, und die van Schooten'sche Methode ³⁾ hinwiederum ist identisch mit der Descartes'schen Zerfällung. Van Schooten setzt

$$x^4 + px^2 + qx + r = (x^2 + yx + z)(x^2 - yx + v),$$

wo also

$$z = \frac{p}{2} + \frac{1}{2}y^2 - \frac{q}{2y}$$

$$v = \frac{p}{2} + \frac{1}{2}y^2 + \frac{q}{2y}$$

ist. Die Resolvente ist die Descartes'sche.

Ebenso ist die Methode von Lebesgue ⁴⁾ mit der Descartes'schen identisch. Derselbe setzt:

$$x^4 + px^2 + qx + r = \left[x^2 + \frac{p+y^2}{2} \right]^2 - \left[xy - \frac{q}{2y} \right]^2 - \left[r - \frac{1}{2}(p+y^2)^2 + \frac{q^2}{2y^2} \right] = 0.$$

Die Bedingung, dass das letzte Glied gleich Null ist, führt zur Descartes'schen Resolvente.

Die bisher angeführten Methoden liefern als Resolvente eine vollständige kubische Gleichung, in welche das zweite Glied erst weggeschafft werden muss, falls man die kardanische Formel anwenden will. Setzt man in der Vieta'schen Resolvente

$$y^3 + 2py^2 + (p^2 - 4r)y - q^2 = 0$$

$$y = \frac{y^1 - 2p}{3},$$

so geht dieselbe über in die Pratt'sche ⁵⁾ Resolvente

$$\left(\frac{y^1 - 2p}{3} \right)^3 + 2p \left(\frac{y^1 - 2p}{3} \right)^2 + (p^2 - 4r) \left(\frac{y^1 - 2p}{3} \right) - q^2 = 0,$$

1) Matthiessen S. 547.

2) Matthiessen S. 549.

3) Matthiessen S. 551.

4) Matthiessen S. 569.

5) Matthiessen S. 578.

oder ausgerechnet mit Weglassung der Accente

$$y^3 - 3(p^2 + 12r)y - (2p^3 - 72pr + 27q^2) = 0.$$

Setzt man in dieser Gleichung $y = \frac{1}{12}\lambda$, so kann man der Resolvente die Aronhold'sche Determinantenform geben, nämlich

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{p+\lambda}{6} \\ 0 & \frac{2p-\lambda}{12} & \frac{q}{4} \\ \frac{p+\lambda}{6} & \frac{q}{4} & r \end{vmatrix} = 0.$$

§ 3. Die Euler'schen Formeln.

Auch Euler¹⁾ scheint seine Formeln durch Zerfällung der biquadratischen Gleichung in zwei quadratische gewonnen zu haben. Setzt man nämlich in der Vieta'schen Lösung $4y$ statt y , so geht die kubische Resolvente über in

$$y^3 + \frac{1}{2}py^2 + \frac{1}{16}(p^2 - 4r)y - \frac{1}{64}q^2 = 0$$

und

$$x^4 + px^2 + qx + r = \left[x^2 - 2x\sqrt{y} + \frac{p+4y}{2} + \frac{q}{4\sqrt{y}} \right] \left[x^2 + 2x\sqrt{y} + \frac{p+4y}{2} - \frac{q}{4\sqrt{y}} \right] = 0.$$

In dieser Zerfällung hat \sqrt{y} das entgegengesetzte Zeichen wie q .

Bezeichnet man die Wurzeln der kubischen Resolvente mit y_1, y_2, y_3 , so erhält man drei verschiedene Zerfällungen von f , die aber nur dieselben Wurzeln, wenn auch in anderer Reihenfolge, liefern können. Die Reihenfolge sei x_1, x_2, x_3, x_4 bzw. x_1, x_3, x_2, x_4 oder x_1, x_4, x_2, x_3 . Dann folgt aus den Eigenschaften der Koeffizienten in den quadratischen Gleichungen:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2\sqrt{y_1} & x_3 + x_4 &= -2\sqrt{y_1} \\ x_1 + x_3 &= 2\sqrt{y_2} & x_2 + x_4 &= -2\sqrt{y_2} \\ x_1 + x_4 &= 2\sqrt{y_3} & x_2 + x_3 &= -2\sqrt{y_3} \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3} \\ x_2 &= \sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3} \\ x_3 &= -\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3} \\ x_4 &= -\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3} \end{aligned}$$

wenn q negativ ist. Für positives q sind sämtliche Vorzeichen zu ändern.

Diese Ausdrücke sind unbequem, sobald zwei der Grössen y komplex werden.

Zahlenbeispiele:

$$1) u^4 - 21u^3 + 158u^2 - 504u + 576 = 0$$

oder

$$x^4 - \frac{59}{8}x^3 - \frac{21}{8}x + \frac{1485}{256} = 0.$$

Die kubische Resolvente ist:

$$y^3 - \frac{59}{16}y^2 + \frac{499}{256}y - \frac{141}{4096} = 0,$$

also

$$y = \frac{1}{16} \quad \left| \quad \frac{9}{16} \quad \left| \quad \frac{49}{16} \right. \right.$$

1) Matthiessen S. 552.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{11}{4} \\x_2 &= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{9}{4} \\x_3 &= -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{5}{4} \\x_4 &= -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3}{4}\end{aligned}$$

da $q = \frac{21}{8}$ negativ ist.

Somit

$$u = 8 \mid 3 \mid 4 \mid 6.$$

$$2) \quad x^4 + 40x + 39 = 0.$$

Resolvente:

$$y^3 - \frac{39}{4}y - 25 = 0$$

$$y = 4 \left| \frac{-8 + 6\sqrt{-1}}{4} \right| \frac{-8 - 6\sqrt{-1}}{4}$$

somit

$$\sqrt{y} = 2 \left| \frac{1 + 3\sqrt{-1}}{2} \right| \frac{1 - 3\sqrt{-1}}{2}$$

also

$$x_1 = -2 - \frac{1 + 3\sqrt{-1}}{2} - \frac{1 - 3\sqrt{-1}}{2} = -3$$

$$x_2 = -2 + \frac{1 + 3\sqrt{-1}}{2} + \frac{1 - 3\sqrt{-1}}{2} = -1$$

$$x_3 = +2 - \frac{1 + 3\sqrt{-1}}{2} + \frac{1 - 3\sqrt{-1}}{2} = 2 - 3\sqrt{-1}$$

$$x_4 = +2 + \frac{1 + 3\sqrt{-1}}{2} - \frac{1 - 3\sqrt{-1}}{2} = 2 + 3\sqrt{-1}$$

da $q = +40$ positiv ist.

II. Methoden, welche von der vollständigen biquadratischen Gleichung ausgehen.

§ 4. Verallgemeinerung der Ferrari'schen Methode und ähnliche Methoden.

Die Methode Ferrari's wurde von Simpson, Lagrange und Euler auf die allgemeine Gleichung vierten Grades ausgedehnt¹⁾.

Ist die vorgelegte Gleichung

$$f = ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0,$$

so setze

$$a \cdot f = (ax^2 + 2bx + z)^2 - (qx + r)^2$$

oder

$$a^2x^4 + 4abx^3 + (4b^2 + 2az - q^2)x^2 + (4bz - 2qr)x + z^2 - r^2 = 0.$$

Durch Vergleichung der Koeffizienten dieser Gleichung mit denen von $a \cdot f$ erhält man

$$q^2 = 4b^2 - 6c + 2az$$

$$2qr = 4bz - 4d$$

$$r^2 = z^2 - e$$

Es folgt somit als kubische Resolvente:

$$az^3 + 3cz^2 + (4bd - ae)z + (2d^2 + 2b^2e - 3ce) = 0.$$

1) Matthiessen S. 675.

Ist z bestimmt, so auch q und r ; q kann immer als positiv betrachtet werden. Dann hat r dasselbe Vorzeichen wie $bz-d$.

Die biquadratische Form zerfällt nun in ein Produkt zweier quadratischer Formen:

$$a \cdot f = [ax^2 + (2b + \sqrt{4b^2 - 6c + 2z})x + z \pm \sqrt{z^2 - e}].$$

$$[ax^2 + (2b - \sqrt{4b^2 - 6c + 2z})x + z \mp \sqrt{z^2 - e}],$$

wo das obere Vorzeichen für $bz-d > 0$, das untere für $bz-d < 0$ gilt. Im Falle $bz-d=0$ ist entweder $q=0$ oder $r=0$, somit die Wahl des Vorzeichens gleichgültig.

Die kubische Resolvente erscheint auch hier nicht in reduzierter Form. Die Substitution $az=c+2\lambda$ in der obigen Entwicklung liefert sofort die Aronhold'sche Determinante ¹⁾:

$$\begin{vmatrix} a & b & c+2\lambda \\ b & c-\lambda & d \\ c+2\lambda & d & e \end{vmatrix} = 0.$$

Eine Reihe Methoden, welche die Zerlegung der biquadratischen Form in die Differenz zweier Quadrate bezw. in ein Produkt zweier quadratischer Faktoren bezwecken, sind nur Modifikationen der verallgemeinerten Ferrari'schen Methode, so z. B. die bei Matthiessen §§ 255, 256, 259 und 260 erwähnten, ebenso die des Herrn Dieckmann ²⁾. Ein weiteres Eingehen auf diese Methode halte ich hier nicht für erforderlich. Dagegen glaubte ich die Bardey'sche Methode als Verallgemeinerung der Euler'schen und die neuere Heilermann'sche noch behandeln zu müssen.

§ 5. Die Bardey'sche Methode ³⁾.

Setzt man in der Gleichung

$$1) f = ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

$$2) a \cdot f = (ax^2 + 2bx + c + 2\lambda)^2 - (2Nx + M)^2 = 0,$$

so ergibt sich durch Vergleichung der Koeffizienten:

$$3) \begin{cases} M = \sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae} \\ N = \sqrt{b^2 - a(c-\lambda)} \\ MN = b(c+2\lambda) - ad \end{cases}$$

woraus die bekannte kubische Resolvente

$$4) 4\lambda^3 - (ae - 4bd + 3c^2)\lambda + ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3 = 0$$

und $5) a \cdot f = [ax^2 + 2(b-N)x + c + 2\lambda - M][ax^2 + 2(b+N)x + c + 2\lambda + M] = 0$ folgt. Es ist hier

$$x_1 + x_2 = -\frac{2(b-N)}{a} \quad x_3 + x_4 = -\frac{2(b+N)}{a}.$$

1) Diese kubische Resolvente wurde zuerst angegeben von Strehlke (Crelle J. 1834. Bd. 12. S. 358), dann unabhängig hiervon von Heilermann (Zerlegung der homogenen quadratischen, kubischen und biquadratischen Funktionen zweier Veränderlicher in Faktoren. Progr. der höh. Bürgersch. Trier 1855) und endlich in Determinantenform von Aronhold (Crelle J. 1856. Bd. 52).

2) Dieckmann: Anwendung der Determinanten und Elemente der neuern Algebra auf dem Gebiete der niedern Mathematik. Leipzig 1889.

3) Bardey: Methodisch geordnete Aufgabensammlung. 14. A. 1888 u. 24. A. 1900. Kap. XXXIX.

Da nun ähnlich, wie bei der Ableitung der Euler'schen Formeln durch die verschiedene Wahl der drei Wurzeln $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ nur eine Änderung der Reihenfolge der Wurzeln $x_1 x_2 x_3 x_4$ eintritt, so kann man also setzen:

$$6) \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{a}(b - N_1) & x_3 + x_4 = -\frac{2}{a}(b + N_1) \\ x_1 + x_3 = -\frac{2}{a}(b - N_2) & x_2 + x_4 = -\frac{2}{a}(b + N_2) \\ x_1 + x_4 = -\frac{2}{a}(b - N_3) & x_2 + x_3 = -\frac{2}{a}(b + N_3) \end{cases}$$

also

$$7) \begin{cases} x_1 = \frac{1}{a}[-b \pm N_1 \pm N_2 \pm N_3] \\ x_2 = \frac{1}{a}[-b \pm N_1 \mp N_2 \mp N_3] \\ x_3 = \frac{1}{a}[-b \mp N_1 \pm N_2 \mp N_3] \\ x_4 = \frac{1}{a}[-b \mp N_1 \mp N_2 \pm N_3] \end{cases}$$

Aus 6) folgt, dass

$$8) (x_1 + x_2 - x_3 - x_4)(x_1 + x_3 - x_2 - x_4)(x_1 + x_4 - x_2 - x_3) = \frac{64}{a^3} N_1 N_2 N_3 \\ = \frac{64}{a^3} [-b^3 + \frac{3}{2}abc - \frac{1}{2}a^2d]$$

ist. Somit gelten die obern Vorzeichen, wenn $-b^3 + \frac{3}{2}abc - \frac{1}{2}a^2d$ positiv ist; im entgegengesetzten Falle gelten die untern Vorzeichen. Für $-b^3 + \frac{3}{2}abc - \frac{1}{2}a^2d = 0$ ist die Wahl des Vorzeichens beliebig, da dann eines der N gleich Null wird. Dasselbe folgt auch nach den Euler'schen Formeln. Setzt man in 1) $x = x_1 - \frac{b}{a}$, so erhält man die Gleichung

$$x_1^4 + px_1^2 + qx_1 + r = 0,$$

wo

$$q = \frac{8b^3 - 12abc + 4a^2d}{a^3} \text{ ist.}$$

Die Ausdrücke $\frac{1}{a}N_1, \frac{1}{a}N_2, \frac{1}{a}N_3$ sind identisch mit den Euler'schen $\sqrt{y_1}, \sqrt{y_2}, \sqrt{y_3}$.

Die verallgemeinerten Euler'schen Formeln sind früher schon dargestellt durch Lagrange ¹⁾ und Heilermann ²⁾.

§ 6. Die neuere Heilermann'sche Methode.

Die Form

$$1) f = Au^2 + 2Buv + Cv^2 + 2Du + 2Ev + F$$

lässt sich in ein Produkt aus zwei linearen Faktoren zerlegen, wenn

$$(B^2 - AC)(D^2 - AF) - (BD - AE)^2 = 0$$

1) Matthiessen: § 245.

2) Heilermann: Progr. d. höh. Bürgersch. Trier 1855.

oder

$$2) \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} = 0$$

ist und es folgt:

$$3) \begin{cases} Af = [Au + Bv + D]^2 - [v\sqrt{B^2 - AC} \pm \sqrt{D^2 - AF}]^2 \\ Cf = [Bu + Cv + E]^2 - [u\sqrt{B^2 - AC} \pm \sqrt{E^2 - CF}]^2 \\ Ff = [Du + Ev + F]^2 - [u\sqrt{D^2 - AF} \pm v\sqrt{E^2 - CF}]^2 \end{cases}$$

Diese Zerfällung benutzt nun Heilermann¹⁾ zu einer einfachen und eleganten Ableitung der Zerfällung einer biquadratischen Form in eine Differenz von 2 Quadraten. Er setzt nämlich

$$u = x^2 \quad v = 2x.$$

Dann geht 1) über in

$$4) f = Ax^4 + 4Bx^3 + 2(2C + D)x^2 + 4Ex + F = 0.$$

Setzt man weiter

$$A = a, \quad B = b, \quad C = c - \lambda, \quad D = c + 2\lambda, \quad E = d, \quad F = e,$$

so erhält man die biquadratische Gleichung

$$5) ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0.$$

Diese lässt sich in die Differenz zweier Quadrate verwandeln, wenn

$$6) \begin{vmatrix} a & b & c + 2\lambda \\ b & c - \lambda & d \\ c + 2\lambda & d & e \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$6^a) 4\lambda^3 - (ae - 4bd + 3c^2)\lambda + ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3 = 0$$

ist und die drei Zerfällungen sind

$$7) \begin{cases} af = [ax^2 + 2bx + c + 2\lambda]^2 - [2x\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)} \pm \sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae}]^2 = 0 \\ (c-\lambda)f = [bx^2 + 2(c-\lambda)x + d]^2 - [x^2\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)} \pm \sqrt{d^2 - e(c-\lambda)}]^2 = 0 \\ ef = [(c+2\lambda)x^2 + 2dx + e]^2 - [x^2\sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae} \pm \sqrt{d^2 - e(c-\lambda)}]^2 = 0 \end{cases}$$

§ 7. Bestimmung des Vorzeichens in der Heilermann'schen Zerlegung. Neue Formeln.

Heilermann giebt kein Kriterium zur Bestimmung des Vorzeichens in seiner Zerlegung an, dessen Wahl keineswegs willkürlich ist.

Setzt man in

$$1) f = Au^2 + 2Buv + Cv^2 + 2Du + 2Ev + F = 0$$

$$2) (Au + Bv + D)^2 - A \cdot f = (B^2 - AC)v^2 + 2(BD - AE)v + D^2 - AF,$$

so ist die rechte Seite ein vollständiges Quadrat, wenn

$$3) (BD - AE)^2 = (B^2 - AC)(D^2 - AF) \text{ ist.}$$

Das zweite Glied in diesem Quadrate hat dasselbe Vorzeichen, wie $BD - AE$, also

6) Heilermann: Beitrag zur Auflösung der Gleichungen vierten Grades. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1899. Bd. 44. S. 234.

$$4^a) A \cdot f = (Au + Bv + D)^2 - (v\sqrt{B^2 - AC} + \sqrt{D^2 - AF})^2$$

wenn $BD - AE > 0$ ist.

$$4^b) A \cdot f = (Au + Bv + D)^2 - (v\sqrt{B^2 - AC} - \sqrt{D^2 - AF})^2$$

wenn $BD - AE < 0$ ist.

Für $BD - AE = 0$ ist die Wahl des Vorzeichens gleichgültig, da dann entweder $\sqrt{B^2 - AC}$ oder $\sqrt{D^2 - AF}$ verschwindet. Setzt man nun

$$5) A = a, B = b, C = c - \lambda, D = c + 2\lambda, E = d, F = e \\ u = x^2, v = 2x,$$

so erhält man in der Heilermann'schen Zerlegung für das Vorzeichen des zweiten Gliedes in der zweiten Klammer die Bedingung

$$6) \text{ Vorzeichen } +, \text{ wenn } 2b\lambda > ad - bc \\ \text{,, } -, \text{ ,, } 2b\lambda < ad - bc \\ \text{,, } \pm, \text{ ,, } 2b\lambda = ad - bc$$

ist. Im letzten Falle zerfällt die kubische Resolvente in ein Produkt aus zwei Determinanten.

$$7) \begin{vmatrix} a & b & c+2\lambda \\ b & c-\lambda & d \\ c+2\lambda & d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ o & a & b \\ 2b & c & d \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a & b^2 \\ e & d^2 \end{vmatrix}$$

In derselben Weise ergibt sich für die zweite Zerlegung die Bedingung:

$$8) \begin{cases} \text{Vorzeichen } +, \text{ wenn } bd - (c-\lambda)(c+2\lambda) > 0 \\ \text{,, } -, \text{ ,, } bd - (c-\lambda)(c+2\lambda) < 0 \\ \text{,, } \pm, \text{ ,, } bd - (c-\lambda)(c+2\lambda) = 0 \end{cases}$$

ist und im letztern Falle

$$9) \begin{vmatrix} a & b & c+2\lambda \\ b & c-\lambda & d \\ c+2\lambda & d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ o & a & b \\ 2b & c & d \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} e & d & c \\ o & e & d \\ 2d & c & b \end{vmatrix}$$

Für die dritte Zerfällung ergibt sich:

$$10) \begin{cases} \text{Vorzeichen } +, \text{ wenn } 2d\lambda > be - cd \\ \text{,, } -, \text{ ,, } 2d\lambda < be - cd \\ \text{,, } \pm, \text{ ,, } 2d\lambda = be - cd \text{ ist.} \end{cases}$$

Im letzten Falle ist

$$11) \begin{vmatrix} a & b & c+2\lambda \\ b & c-\lambda & d \\ c+2\lambda & d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e & d & c \\ o & e & d \\ 2d & c & b \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a & b^2 \\ e & d^2 \end{vmatrix}$$

Die Zweideutigkeit des Vorzeichens, welche beim praktischen Rechnen immerhin un-
bequem ist, lässt sich vermeiden, wenn man in der zweiten Klammer nur eine Wurzel-
grösse statt der zwei einführt, wie es ja auch in der Ferrari'schen Auflösung der Fall ist.

$$\begin{aligned}
 af &= [ax^2 + 2bx + c + 2\lambda]^2 - \left[2x\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)} + \frac{bc - ad + 2b\lambda}{\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)}} \right]^2 = 0 \\
 &= [ax^2 + 2bx + c + 2\lambda]^2 - \left[\frac{2x(bc - ad + 2b\lambda)}{\sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae}} + \sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae} \right]^2 = 0 \\
 (c-\lambda)f &= [bx^2 + 2(c-\lambda)x + d]^2 - \left[x^2\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)} + \frac{bd - (c-\lambda)(c+2\lambda)}{\sqrt{b^2 - a(c-\lambda)}} \right]^2 = 0 \\
 &= [bx^2 + 2(c-\lambda)x + d]^2 - \left[\frac{x^2(bd - (c-\lambda)(c+2\lambda))}{\sqrt{d^2 - e(c-\lambda)}} + \sqrt{d^2 - e(c-\lambda)} \right]^2 = 0 \\
 ef &= [(c+2\lambda)x^2 + 2dx + e]^2 - \left[x^2\sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae} + \frac{2x(d(c+2\lambda) - be)}{\sqrt{(c+2\lambda)^2 - ae}} \right]^2 = 0 \\
 &= [(c+2\lambda)x^2 + 2dx + e]^2 - \left[\frac{x^2(d(c+2\lambda) - be)}{\sqrt{d^2 - e(c-\lambda)}} + 2x\sqrt{d^2 - e(c-\lambda)} \right]^2 = 0
 \end{aligned}$$

Je eine dieser Zerlegungen wird unbrauchbar, sobald eine der Wurzelgrößen gleich Null wird.

III. Allgemeine Untersuchungen über die biquadratischen Gleichungen und ihre Resolvente.

§ 8. Beziehungen zwischen den Wurzeln der biquadratischen Gleichung und den Wurzeln ihrer kubischen Resolvente.

Aus der Dimension der Glieder der kubischen Resolvente

$$1) \quad 4\lambda^3 - (ae - 4bd + 3c^2)\lambda + ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3 = 0$$

folgt, dass λ eine Funktion zweiten Grades der Wurzeln x_1, x_2, x_3, x_4 der Gleichung

$$2) \quad f = ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

ist. Ändert man das Vorzeichen von x_1, x_2, x_3 und x_4 , so ändern nur b und d ihr Vorzeichen, die Resolvente bleibt unverändert

$$-4b = x_1 + x_2 + x_3 + x_4; \quad -4d = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4.$$

Es fehlen also in den Ausdrücken für λ_1, λ_2 und λ_3 die Glieder erster Dimension in x_1, x_2, x_3 und x_4 und ebenso ein von diesen unabhängiges Glied, da

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \text{ ist.}$$

Nun liefert jede Zerfällung der Gleichung vierten Grades in die Differenz zweier Quadrate bzw. in ein Produkt aus zwei quadratischen Faktoren bei Verwendung von λ_1, λ_2 oder λ_3 dieselben Wurzeln x_1, x_2, x_3, x_4 , wenn auch in anderer Reihenfolge. Diese Reihenfolge sei

$$\text{für } \lambda_1: x_1x_2 \mid x_3x_4; \text{ für } \lambda_2: x_1x_3 \mid x_2x_4; \text{ für } \lambda_3: x_1x_4 \mid x_2x_3$$

so dass also λ_2 und λ_3 aus λ_1 hervorgehen durch Vertauschung von x_2 mit x_3 bzw. x_4 .

Man kann also setzen:

$$3) \quad \begin{cases} \lambda_1 = m(x_1^2 + x_2^2) + n(x_3^2 + x_4^2) + p(x_1x_2 + x_3x_4) + q(x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4) \\ \lambda_2 = m(x_1^2 + x_3^2) + n(x_2^2 + x_4^2) + p(x_1x_3 + x_2x_4) + q(x_1x_2 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_3x_4) \\ \lambda_3 = m(x_1^2 + x_4^2) + n(x_2^2 + x_3^2) + p(x_1x_4 + x_2x_3) + q(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) \end{cases}$$

Da nun $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ ist, so folgt

$$4) \quad m = n = 0, \quad p = -2q.$$

Setzt man diese Werte in

$$\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 = -\frac{ae - 4bd + 3e^2}{4} = -\frac{i}{4}$$

bezw. in

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = -\frac{ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3}{4} = -\frac{j}{4}$$

ein und ersetzt die Koeffizienten durch ihre Ausdrücke in x_1, x_2, x_3, x_4 , so erhält man durch Vergleichung der Koeffizienten:

$$5) \quad p = \frac{a}{6}; \quad q = -\frac{12}{a}$$

Da aber $p = -2q$ ist, so genügt es aus der grossen Anzahl von Gliedern zur Berechnung von p und q ein einziges hervorzuheben, z. B. das Glied mit $x_1 x_2 x_3 x_4$. Es ergeben sich somit folgende Ausdrücke:

$$6) \quad \left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{a}{12} [2(x_1 x_2 + x_3 x_4) - (x_1 + x_2)(x_3 + x_4)] \\ &= \frac{a}{12} [(x_1 - x_4)(x_2 - x_3) - (x_1 - x_3)(x_4 - x_2)] = \frac{a}{12} (A - B) \\ \lambda_2 &= \frac{a}{12} [2(x_1 x_3 + x_2 x_4) - (x_1 + x_3)(x_2 + x_4)] \\ &= \frac{a}{12} [(x_1 - x_2)(x_3 - x_4) - (x_1 - x_4)(x_2 - x_3)] = \frac{a}{12} (C - A) \\ \lambda_3 &= \frac{a}{12} [2(x_1 x_4 + x_2 x_3) - (x_1 + x_4)(x_2 + x_3)] \\ &= \frac{a}{12} [(x_1 - x_3)(x_4 - x_2) - (x_1 - x_2)(x_3 - x_4)] = \frac{a}{12} (B - C) \end{aligned} \right.$$

wo

$$7) \quad A = (x_1 - x_4)(x_2 - x_3); \quad B = (x_1 - x_3)(x_4 - x_2); \quad C = (x_1 - x_2)(x_3 - x_4) \\ A + B + C = 0 \text{ ist.}$$

und

$$\text{Also} \quad 7^a) \quad \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{a}{4} A; \quad \lambda_2 - \lambda_3 = \frac{a}{4} C; \quad \lambda_3 - \lambda_1 = \frac{a}{4} B.$$

Nun ist

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB + AC + BC) = 0$$

$$\frac{144}{a^2} (\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3) = (A - B)(C - A) + (A - B)(B - C) + (C - A)(B - C)$$

$$= -A^2 - B^2 - C^2 + (AB + AC + BC) = -\frac{3}{2}(A^2 + B^2 + C^2)$$

somit

$$8) \quad A^2 + B^2 + C^2 = \frac{24}{a^2} (ae - 4bd + 3e^2) = \frac{24}{a^2} i$$

$$8^a) \quad AB + AC + BC = -\frac{12}{a^2} (ae - 4bd + 3e^2) = -\frac{12}{a^2} i$$

$$9) \quad A^2 \cdot B^2 \cdot C^2 = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) \cdot$$

$$(x_3 - x_4)(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3) = D^2 = \frac{256}{a^6} (i^3 - 27j^2)$$

Die Formeln 7) 7^a) und 9) enthalten die Kennzeichen sowohl dafür, wieviel Wurzeln reell und wieviel imaginär werden, als auch für den Fall, dass zwei oder mehr Wurzeln der biquadratischen Gleichung einander gleich sind. Zunächst ergibt sich leicht:

1) Sind alle vier Wurzeln komplex, so sind A, B, C d. h. $\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_3$ und $\lambda_3 - \lambda_1$ reell, aber zwei dieser Differenzen sind negativ. Die Diskriminante $D^2 = A^2 B^2 C^2$ ist positiv.

2) Sind alle vier Wurzeln reell, so sind A, B, C d. h. $\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_3$ und $\lambda_3 - \lambda_1$ reell, aber mindestens eine und höchstens zwei dieser Differenzen negativ. Die Diskriminante D^2 ist in diesem Falle positiv.

3) Sind zwei Wurzeln komplex, so sind auch alle drei Differenzen $\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_2 - \lambda_3$ und $\lambda_3 - \lambda_1$ komplex, aber von den Grössen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ist eine reell, die beiden andern sind konjugiert. Die Diskriminante D^2 ist negativ.

4) Sind zwei Wurzeln einander gleich, etwa $x_1 = x_2$, so sind auch zwei Werthe λ einander gleich: $\lambda_2 = \lambda_3$. Die Diskriminante D^2 ist Null. Dasselbe findet statt für $x_1 = x_2$ und $x_3 = x_4$. In diesem Fall ist die biquadratische Form das Quadrat einer quadratischen Form.

5) Sind drei Wurzeln einander gleich, also $x_1 = x_2 = x_3$, so $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$.

6) Ist nur eine Wurzel λ etwa $\lambda_1 = 0$, so $x_1 x_2 + x_3 x_4 = \frac{(x_1 + x_2)(x_3 + x_4)}{2}$.

§ 9. Biquadratische Gleichungen, welche zu derselben Resolvente gehören.

Da

$$\lambda_1 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_4)(x_2 - x_3) - (x_1 - x_3)(x_4 - x_2)]$$

$$\lambda_2 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_2)(x_3 - x_4) - (x_1 - x_4)(x_2 - x_3)]$$

$$\lambda_3 = \frac{a}{12} [(x_1 - x_3)(x_4 - x_2) - (x_1 - x_2)(x_3 - x_4)]$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$$

ist, so sind unter den drei ersten Gleichungen zwei unabhängige. Man kann also bei gegebener Resolvente entweder zwei Wurzeln der biquadratischen Gleichung oder zwei Bedingungen für die Koeffizienten beliebig vorschreiben und erhält dann eine Klasse von Gleichungen, welche dieselbe Resolvente haben. Ich will folgende einfachere Fälle behandeln.

1) Gegeben seien 2 Wurzeln x_1 und x_2 ; $a=1$.

Dann ist

$$x_3 - x_4 = \frac{4(\lambda_2 - \lambda_3)}{x_1 - x_2}$$

$$(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) - 2x_3 x_4 = 2x_1 x_2 - 12\lambda_1.$$

Man erhält hieraus zwei Paar Wurzeln für x_3 und x_4 . Es giebt also eine doppelte Reihe von Gleichungen, die dieser Forderung genügen.

2) Gegeben b und c ; $a=1$.

Es ist

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -4b$$

$$(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) = 4c - 4\lambda_1.$$

x_1+x_2 und x_3+x_4 sind also Wurzeln einer Gleichung zweiten Grades

$$z^2+4bz+4c-4\lambda_1=0.$$

Ebenso sind x_1+x_3 und x_2+x_4 Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$z^2+4bz+4(c-\lambda_2)=0$$

endlich x_1+x_4 und x_2+x_3 Wurzeln der Gleichung

$$z^2+4bz+4(c-\lambda_3)=0.$$

Hieraus sind die Wurzeln der biquadratischen Gleichung bestimmt und es ergeben sich wieder zwei Reihen solcher Gleichungen.

3) Gegeben c und e ; $a=1$.

Zunächst ist

$$4\lambda_1=4c-(x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4)$$

$$4\lambda_2=4c-(x_1x_2+x_1x_4+x_2x_3+x_3x_4)$$

$$4\lambda_3=4c-(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_4+x_3x_4)$$

Setzt man nun

$$x_1+x_2=p \quad x_1x_2=q$$

so ist

$$p(x_3+x_4)=4(c-\lambda_1)$$

$$x_1x_2+x_1x_4+x_2x_3+x_3x_4=4(c-\lambda_2)$$

$$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_4+x_3x_4=4(c-\lambda_3)$$

Aus den beiden ersten Gleichungen sowie aus der ersten und dritten ergibt sich

$$x_4^2 - \left(x_1 - x_2 + \frac{4(c-\lambda_1)}{p}\right)x_4 = 4(c-\lambda_2) + \frac{4(c-\lambda_3)}{p}x_2$$

$$x_4^2 - \left(x_2 - x_1 + \frac{4(c-\lambda_1)}{p}\right)x_4 = -4(c-\lambda_3) + \frac{4(c-\lambda_1)}{p}x_1$$

Addiert man beide Gleichungen und berücksichtigt, dass $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$ ist, so ergibt sich

$$x_4^2 - 4\frac{c-\lambda_1}{p}x_4 = q - 2c - 4\lambda_1.$$

Aehnliche Formeln lassen sich noch 11 aufstellen. Nun ist

$$x_3+x_4=4\frac{c-\lambda_1}{p}$$

$$x_3x_4=\frac{e}{q}$$

also liefert $z^2 - 4\frac{c-\lambda_1}{p}z + \frac{e}{q} = 0$ die Werthe x_3 und x_4 .

Es muss also

$$q^2 - 2(c+2\lambda_1)q + e = 0$$

sein. Diese Gleichung liefert die Werte x_1x_2 und x_3x_4 . Ebenso erhält man x_1x_3 und x_2x_4 aus

$$q^2 - 2(c+2\lambda_2)q + e = 0$$

und x_1x_4 und x_2x_3 aus

$$q^2 - 2(c+2\lambda_3)q + e = 0.$$

Es ergeben sich acht verschiedene Wurzelreihen, wobei je zwei Reihen entgegengesetzt gleich sind.

Die Behandlung der übrigen Fälle bietet auch keine erheblichen Schwierigkeiten.

§ 10. Aufstellung von Gleichungen, bei welchen gewisse Eigenschaften der Resolvente vorgeschrieben sind.

Drückt man die Bedingungen über die Wahl der Vorzeichen § 7 durch die Wurzeln selbst aus, so erhält man: in der ersten Zerfällung statt

$$1) \quad 2b\lambda \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} ad - bc$$

$$1^a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für } \lambda_1 : (x_1 + x_2 - x_3 - x_4)(x_1 x_2 - x_3 x_4) \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{für } \lambda_2 : (x_1 + x_3 - x_2 - x_4)(x_1 x_3 - x_2 x_4) \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{für } \lambda_3 : (x_1 + x_4 - x_2 - x_3)(x_1 x_4 - x_2 x_3) \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \end{array} \right.$$

in der zweiten Zerfällung statt

$$2) \quad bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0$$

$$2^a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für } \lambda_1 : [x_1 + x_2 - x_3 - x_4][x_1 x_2(x_3 + x_4) - x_3 x_4(x_1 + x_2)] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{,, } \lambda_2 : [x_1 + x_3 - x_2 - x_4][x_1 x_3(x_2 + x_4) - x_2 x_4(x_1 + x_3)] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{,, } \lambda_3 : [x_1 + x_4 - x_2 - x_3][x_1 x_4(x_2 + x_3) - x_2 x_3(x_1 + x_4)] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \end{array} \right.$$

in der dritten Zerfällung statt

$$3) \quad 2\lambda d \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} be - cd$$

$$3^a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für } \lambda_1 : [x_1 x_2(x_3 + x_4) - x_3 x_4(x_1 + x_2)][x_1 x_2 - x_3 x_4] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{,, } \lambda_2 : [x_1 x_3(x_2 + x_4) - x_2 x_4(x_1 + x_3)][x_1 x_3 - x_2 x_4] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \\ \text{,, } \lambda_3 : [x_1 x_4(x_2 + x_3) - x_2 x_3(x_1 + x_4)][x_1 x_4 - x_2 x_3] \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 0 \end{array} \right.$$

Diese Bedingungen gestatten nun Gleichungen aufzustellen, bei welchen man je nach Wahl von λ_1 , λ_2 oder λ_3 in der Heilermann'schen Zerfällung entweder die gleichen oder entgegengesetzte Vorzeichen anzuwenden hat. Die Aufgaben 5–36 sind für die verschiedenen Möglichkeiten bei der ersten Zerfällung aufgestellt und zwar Aufgabe 5–29 für reelle, 30–36 für imaginäre Wurzeln.

Beispiele:

$$1) \quad x^4 - 18x^3 + 119x^2 - 342x + 360 = 0.$$

Auflösung:

$$\text{Resolvente } \lambda^3 - \frac{1}{4} \frac{3}{8} \lambda - \frac{3}{8} \frac{5}{4} = 0$$

$$\lambda = \frac{7}{12} \quad | \quad -\frac{2}{12} \quad | \quad -\frac{5}{12}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc \quad 2b\lambda_2 < ad - bc \quad 2b\lambda_3 = ad - bc.$$

In der ersten Zerfällung ist also bei Einsetzen von λ_1 oder λ_2 das negative Vorzeichen zu nehmen, bei Wahl von λ_3 ist

$$\sqrt{b^2 - a(c - \lambda)} = 0 \quad \text{und} \quad \sqrt{(c + 2\lambda)^2 - ae} = 1.$$

Für die zweite Zerfällung ist

$$\begin{array}{l} bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) < 0 \quad \text{für } \lambda_1 \\ < 0 \quad \text{,, } \lambda_2 \\ = 0 \quad \text{,, } \lambda_3. \end{array}$$

Für die dritte Zerfällung ist

$$2d\lambda_1 < be - cd \quad 2d\lambda_2 < be - cd \quad 2d\lambda_3 < be - cd.$$

Die Wurzeln der Gleichung sind, abgesehen von der Reihenfolge, welche durch Wahl der Zerfällung und des λ bestimmt ist,

$$x = 5 \mid 6 \mid 4 \mid 3.$$

$$2) \quad x^4 - 21x^3 + 158x^2 - 504x + 576 = 0.$$

Auflösung:

$$\text{Resolvente } \lambda^3 - \frac{3}{2}\lambda + \frac{7}{54} = 0.$$

Erste Zerfällung:

$$2b\lambda_1 < ad - bc \quad 2b\lambda_2 < ad - bc \quad 2b\lambda_3 = ad - bc.$$

$$\text{Für } \lambda_3 \text{ ist } \sqrt{b^2 - a(c - \lambda)} = \frac{1}{4} \sqrt{(c + 2\lambda)^2 - ae} = 0$$

Zweite Zerfällung:

$$bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) < 0 \text{ für } \lambda_1 \\ < 0 \text{ ,, } \lambda_2 \\ > 0 \text{ ,, } \lambda_3$$

Dritte Zerfällung:

$$2d\lambda_1 < be - cd; \quad 2d\lambda_2 < be - cd; \quad 2d\lambda_3 = be - cd. \\ x = 8 \mid 6 \mid 4 \mid 3$$

$$3) \quad x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24 = 0.$$

Auflösung: Resolvente: Aufg. 1)

Erste Zerfällung:

$$2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 = ad - bc.$$

Zweite Zerfällung:

$$bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) < 0 \text{ für } \lambda_1 \\ < 0 \text{ ,, } \lambda_2 \\ = 0 \text{ ,, } \lambda_3$$

Dritte Zerfällung:

$$2d\lambda_1 > be - cd; \quad 2d\lambda_2 > be - cd; \quad 2d\lambda_3 > be - cd; \\ x = -1 \mid -2 \mid -3 \mid -4.$$

$$4) \quad x^4 - 15x^2 - 10x + 24 = 0.$$

Auflösung:

$$\lambda^3 - \frac{17}{18}\lambda + \frac{67}{32} = 0$$

$$\lambda = \frac{1}{4} \mid -\frac{3}{2} \mid -\frac{9}{4}$$

Erste Zerfällung:

$$2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 > ad - bc.$$

Zweite Zerfällung:

$$bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) > 0 \text{ für } \lambda_1, \lambda_2 \text{ und } \lambda_3.$$

Dritte Zerfällung:

$$2d\lambda_1 < be - cd; \quad 2d\lambda_2 > be - cd; \quad 2d\lambda_3 > be - cd. \\ x = 4 \mid 1 \mid -2 \mid -3.$$

$$5) \quad 25x^4 - 20x^3 - 451x^2 - 418x + 240 = 0.$$

Auflösung:

$$4\lambda^3 - \frac{5}{12}\lambda + \frac{383861}{144} = 0$$

$$\lambda = \frac{961}{12} \mid -\frac{239}{12} \mid -\frac{73}{12}$$

Erste Zerfällung:

$$2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 > ad - bc.$$

Zweite Zerfällung:

$$bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) > 0 \text{ für } \lambda_1 \\ < 0 \text{ ,, } \lambda_2 \\ < 0 \text{ ,, } \lambda_3$$

Dritte Zerfällung:

$$2d\lambda_1 < be - cd; \quad 2d\lambda_2 < be - cd; \quad 2d\lambda_3 < be - cd; \\ x = 5 \mid \frac{2}{5} \mid -\frac{8}{5} \mid -3.$$

$$6) \quad bx^4 + 107x^3 + 604x^2 + 1223x + 720 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - \frac{2407}{12}\lambda - 14689\frac{1}{16} = 0$
 $\lambda = \frac{305}{12} \mid -\frac{103}{12} \mid -\frac{101}{6}$
 $2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 < ad - bc$
 $x = -1 \mid -\frac{5}{2} \mid -\frac{16}{3} \mid -9.$

$$7) \quad 16x^4 + 32x^3 - 136x^2 - 152x + 105 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - \frac{1331}{3}\lambda - 42477\frac{1}{27} = 0$
 $\lambda = \frac{11^2}{3} \mid -\frac{3^2}{3} \mid -\frac{8^3}{3}$
 $2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 = ad - bc;$
 $x = \frac{5}{2} \mid \frac{1}{2} \mid -\frac{3}{2} \mid -\frac{7}{2}.$

$$8) \quad 54x^4 - 81x^3 - 639x^2 - 455x + 225 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - 1369.27\lambda - 27.50653 = 0$
 $\lambda = 111 \mid -\frac{11^1}{2} \mid -\frac{11^1}{2}$
 $2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 > ad - bc$
 $x = \frac{9}{2} \mid \frac{1}{3} \mid -\frac{5}{3} \mid -\frac{5}{3}$

$$9) \quad 36x^4 + 192x^3 - 479x^2 + 152x + 240 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - \frac{339889}{12}\lambda - \frac{198155287}{216} = 0$
 $\lambda = \frac{58^3}{6} \mid -\frac{58^3}{12} \mid -\frac{58^3}{12}$
 $2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 < ad - bc$
 $x = -\frac{1}{2} \mid -\frac{1^5}{2} \mid \frac{4}{3} \mid \frac{4}{3}.$

$$10) \quad 54x^4 + 189x^3 + 234x^2 + 124x + 24 = 0.$$

Auflösung: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0; \quad 2b\lambda > ad - bc$
 $x = -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3}.$

$$11) \quad 54x^4 + 27x^3 - 90x^2 - 92x - 24 = 0.$$

Auflösung: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0; \quad 2b\lambda > ad - bc$
 $x = \frac{3}{2} \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3}.$

$$12) \quad 75x^4 - 237x^3 - 292x^2 + 524x + 240 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - \frac{440571}{9}\lambda - \frac{34280245}{27} = 0$
 $\lambda = \frac{73^1}{6} \mid -\frac{8^3}{3} \mid -\frac{56^5}{6}$
 $2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 > ad - bc$
 $x = 6 \mid \frac{4}{3} \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{5}{3}.$

$$13) \quad 4x^4 - 12x^3 - 65x^2 + 111x + 70 = 0.$$

Auflösung: $4\lambda^3 - \frac{11581}{12}\lambda - \frac{792379}{16} = 0$
 $\lambda = \frac{10^3}{6} \mid -\frac{4^2}{12} \mid -\frac{15^7}{12}$
 $2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 < ad - bc; \quad 2b\lambda_3 < ad - bc$
 $x = 5 \mid 2 \mid -\frac{1}{2} \mid -\frac{7}{2}.$

$$14) 24x^4 - 124x^3 - 414x^2 - 81x - 270 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 4563\lambda - 118638 = 0$$

$$\lambda_1 = 78; \quad \lambda_2 = \lambda_3 = -39$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = \frac{15}{2} \mid \frac{2}{3} \mid -\frac{3}{2} \mid -\frac{3}{2}.$$

$$15) 40x^4 + 204x^3 - 702x^2 + 189x + 405 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 11907\lambda + 500094 = 0$$

$$\lambda = -126 \mid 63 \mid 63$$

$$2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 < ad - bc$$

$$x = -\frac{15}{2} \mid -\frac{3}{5} \mid +\frac{3}{3} \mid +\frac{3}{2}.$$

$$16) 18x^4 - 189x^3 + 583x^2 - 606x + 144 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } 4\lambda^3 - 3\frac{739}{12}\lambda - 6\frac{373}{108}\lambda^2 = 0$$

$$\lambda = \frac{77}{3} \mid -\frac{49}{2} \mid -\frac{259}{12}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 < ad - bc; \quad 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = 6 \mid \frac{8}{3} \mid \frac{3}{2} \mid \frac{1}{3}.$$

$$17) 6x^4 - 109x^3 + 659x^2 - 1636x + 1440 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } 4\lambda^3 - \frac{2989}{12}\lambda - \frac{158813}{216} = 0$$

$$\lambda = \frac{109}{2} \mid -\frac{47}{2} \mid -\frac{67}{12}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 < ad - bc; \quad 2b\lambda_3 < ad - bc$$

$$x = \frac{5}{2} \mid \frac{8}{3} \mid 4 \mid 9.$$

$$18) 24x^4 - 4x^3 - 406x^2 + 521x + 360 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - \frac{17173}{9}\lambda - \frac{22876}{9} = 0$$

$$\lambda = \frac{133}{3} \mid -43 \mid -\frac{4}{3}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 < ad - bc; \quad 2b\lambda_3 < ad - bc$$

$$x = \frac{5}{2} \mid \frac{8}{3} \mid -\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{2}.$$

$$19) 108x^4 + 36x^3 - 327x^2 - 55x + 150 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - \frac{34141}{36 \cdot 36}\lambda + \frac{23275}{36 \cdot 36} = 0$$

$$\lambda = \frac{19}{4} \mid -\frac{49}{9} \mid \frac{25}{36}$$

$$2b\lambda_1 > ad - bc; \quad 2b\lambda_2 > ad - bc; \quad 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = \frac{3}{2} \mid \frac{2}{3} \mid -\frac{5}{6} \mid -\frac{5}{3}.$$

$$20) 18x^4 - 231x^3 + 689x^2 - 632x + 180 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } 4\lambda^3 - \frac{75625}{72}\lambda - \frac{20796875}{108} = 0$$

$$\lambda = \frac{275}{6} \mid -\frac{275}{12} \mid -\frac{275}{12}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 = ad - bc$$

$$x = 9 \mid \frac{5}{2} \mid \frac{2}{3} \mid \frac{2}{3}.$$

$$21) 625x^4 - 1500x^3 - 10525x^2 - 5040x + 7056 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 625^2 \cdot \frac{3 \cdot 6^1}{4^8} \lambda - 625^3 \cdot \frac{5 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 1}{8 \cdot 6 \cdot 4} = 0$$

$$\lambda = 625 \cdot \frac{3 \cdot 7}{1 \cdot 2} \mid -625 \cdot \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} \mid -625 \cdot \frac{2 \cdot 6}{1 \cdot 2}$$

$$2b\lambda_1 = ad - bc; 2b\lambda_2 > ad - bc; 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = 5,6 \mid 0,6 \mid 2,4 \mid 1,4.$$

$$22) 256x^4 + 3840x^3 + 16736x^2 + 25200x + 11025 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 128^2 \cdot \frac{3 \cdot 6^1}{3^3} \lambda - 128^3 \cdot 2002 = 0$$

$$\lambda = 64 \cdot \frac{3 \cdot 7}{3} \mid -64 \cdot \frac{1 \cdot 1}{3} \mid -64 \cdot \frac{2 \cdot 6}{3}$$

$$2b\lambda_1 > ad - bc; 2b\lambda_2 > ad - bc; 2b\lambda_3 = ad - bc$$

$$x = -\frac{3}{4} \mid -\frac{7}{4} \mid -\frac{1 \cdot 5}{4} \mid -\frac{3 \cdot 5}{4}.$$

$$23) 625x^4 - 2250x^3 - 10400x^2 - 5760x + 4096 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 625^2 \cdot \frac{1 \cdot 6^1}{3^3} \lambda - 625^3 \cdot \frac{6 \cdot 4}{7} = 0$$

$$\lambda = 625 \cdot \frac{8}{3} \mid -625 \cdot \frac{4}{3} \mid -625 \cdot \frac{4}{3}$$

$$2b\lambda_1 = ad - bc; 2b\lambda_2 = 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = \frac{3 \cdot 2}{5} \mid \frac{2}{5} \mid -\frac{8}{5} \mid -\frac{8}{5}.$$

$$24) 81x^4 + 540x^3 - 189x^2 - 1200x + 400 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 27^2 \cdot \frac{1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 3}{1 \cdot 8^3} \lambda - 27^3 \cdot \frac{5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = 0$$

$$\lambda = \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{4} \mid -\frac{2 \cdot 9 \cdot 7}{4} \mid -\frac{3 \cdot 5 \cdot 1}{2}$$

$$2b\lambda_1 > ad - bc; 2b\lambda_2 = ad - bc; 2b\lambda_3 < ad - bc$$

$$x = \frac{4}{3} \mid \frac{1}{3} \mid -\frac{5}{3} \mid -\frac{2 \cdot 0}{3}.$$

$$25) 16x^4 - 80x^3 - 21x^2 + 100x + 25 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - \frac{9}{16} \cdot 1083\lambda - \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 2} \cdot 5291 = 0$$

$$\lambda = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{4} \mid -\frac{3 \cdot 2}{4} \mid -\frac{3 \cdot 9}{2}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; 2b\lambda_2 = ad - bc; 2b\lambda_3 > ad - bc$$

$$x = 5 \mid \frac{5}{4} \mid -\frac{1}{4} \mid -1.$$

$$26) 256x^4 - 3840x^3 + 16736x^2 - 25200x + 11025 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 64^2 \cdot \frac{3 \cdot 6^1}{3^3} \lambda - 64^3 \cdot \frac{1 \cdot 0 \cdot 5 \cdot 8^2}{7} = 0$$

$$\lambda = 64 \cdot \frac{3 \cdot 7}{3} \mid -64 \cdot \frac{1 \cdot 1}{3} \mid -64 \cdot \frac{2 \cdot 6}{3}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; 2b\lambda_2 < ad - bc; 2b\lambda_3 = ad - bc$$

$$x = \frac{3 \cdot 5}{4} \mid \frac{1 \cdot 5}{4} \mid \frac{7}{4} \mid \frac{3}{4}.$$

$$27) 24x^4 - 142x^3 + 55x^2 + 732x - 864 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 25 \cdot \frac{2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1}{4 \cdot 8} \lambda - 125 \cdot \frac{2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 0$$

$$\lambda = -\frac{5 \cdot 5}{1 \cdot 2} \mid -\frac{4 \cdot 1 \cdot 5}{1 \cdot 2} \mid \frac{4 \cdot 7 \cdot 0}{1 \cdot 2}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; 2b\lambda_2 < ad - bc; 2b\lambda_3 < ad - bc; c + 2\lambda_1 = 0.$$

$$x = \frac{8}{3} \mid -\frac{9}{4} \mid \frac{3}{2} \mid 4.$$

$$28) 36x^4 - 243x^3 + 146x^2 + 108x - 72 = 0.$$

$$\text{Auflösung: } \lambda^3 - 4 \cdot \frac{3 \cdot 0 \cdot 9}{3^3} \lambda + 5 \cdot \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{7} = 0$$

$$\lambda = \frac{7 \cdot 3}{3} \mid \frac{5 \cdot 8}{3} \mid -\frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{3} \mid c - \lambda = 0$$

$$x = 6 \mid \frac{3}{4} \mid \frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3}.$$

$$29) 9x^4 - 144x^3 + 527x^2 + 392x - 784 = 0.$$

Auflösung: $\lambda_1 = \frac{1}{1} \frac{9}{1} \mid -\frac{5}{1} \frac{7}{1} \mid -\frac{6}{1} \frac{7}{1}$
 $2d\lambda_1 = be - cd; bd - (c - \lambda_2)(c + 2\lambda_2) = 0; 2b\lambda_3 = ad - bc$
 $x = 7 \mid \frac{2}{3} \mid -\frac{4}{3} \mid 1$
 $[x_1 + x_4 = x_2 + x_3; x_1 x_2 (x_3 + x_4) = x_3 x_4 (x_1 + x_2)].$

$$30) x^4 + 4x^3 - 24x^2 - 176x + 1040 = 0.$$

Auflösung: $\lambda^3 - 316\lambda - 1680 = 0$
 $\lambda = 20 \mid -14 \mid -6$
 $2b\lambda_1 > ad - bc; 2b\lambda_2 > ad - bc; 2b\lambda_3 > ad - bc.$
 $x = 4 \pm 2\sqrt{-1} \mid 6 \pm 2\sqrt{-1}.$

$$31) x^4 - 4x^3 - 202x^2 - 740x + 34225 = 0.$$

Auflösung: $\lambda = \frac{3}{3} \frac{8}{8} \mid -\frac{2}{1} \frac{3}{3} \mid -\frac{1}{1} \frac{6}{6}$
 $2b\lambda_1 = ad - bc; 2b\lambda_2 > ad - bc; 2b\lambda_3 > ad - bc$
 $x = \frac{13 \pm 4\sqrt{-1}}{4} \mid \frac{11 \pm 8\sqrt{-1}}{4}.$

$$32) 4x^4 - 8x^3 - 7x^2 + 2x + 34 = 0.$$

Auflösung: $\lambda = \frac{4}{2} \frac{1}{4} \mid -\frac{5}{4} \frac{3}{8} \mid -\frac{2}{4} \frac{9}{8}$
 $2b\lambda_1 < ad - bc; 2b\lambda_2 > ad - bc; 2b\lambda_3 > ad - bc$
 $x = \frac{4 \pm \sqrt{-1}}{2} \mid -1 \pm \sqrt{-1}.$

$$33) 9x^4 + 120x^3 + 358x^2 - 148x + 480 = 0.$$

Auflösung: $\lambda = 3 \cdot 242 \mid -3(121 \pm \frac{3}{2} \sqrt{-1})$
 $2b\lambda_1 > ad - bc$
 $x = \frac{1 \pm 3\sqrt{-1}}{3} \mid -8 \mid -6.$

$$34) x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 50x + 100 = 0.$$

Auflösung: $\lambda = \frac{9}{2} \mid \frac{-9 \pm 9\sqrt{-1}}{4}$
 $2b\lambda_1 = ad - bc$
 $x = 1 \pm 3\sqrt{-1} \mid -2 \mid -1.$

$$35) x^4 + x^3 - 3x^2 + 49x + 52 = 0.$$

Auflösung: $\lambda^3 - \frac{8}{8} \lambda - \frac{7}{16} = 0$
 $\lambda = \frac{9}{2} \mid -\frac{9 + 9\sqrt{-1}}{4}$
 $2b\lambda_1 < ad - bc$
 $x = 2 \pm 3\sqrt{-1} \mid -1 \mid -4.$

$$36) x^4 + 40x + 39 = 0.$$

Auflösung:

$$\lambda^3 - \frac{103}{16}\lambda - \frac{25}{4} = 0$$

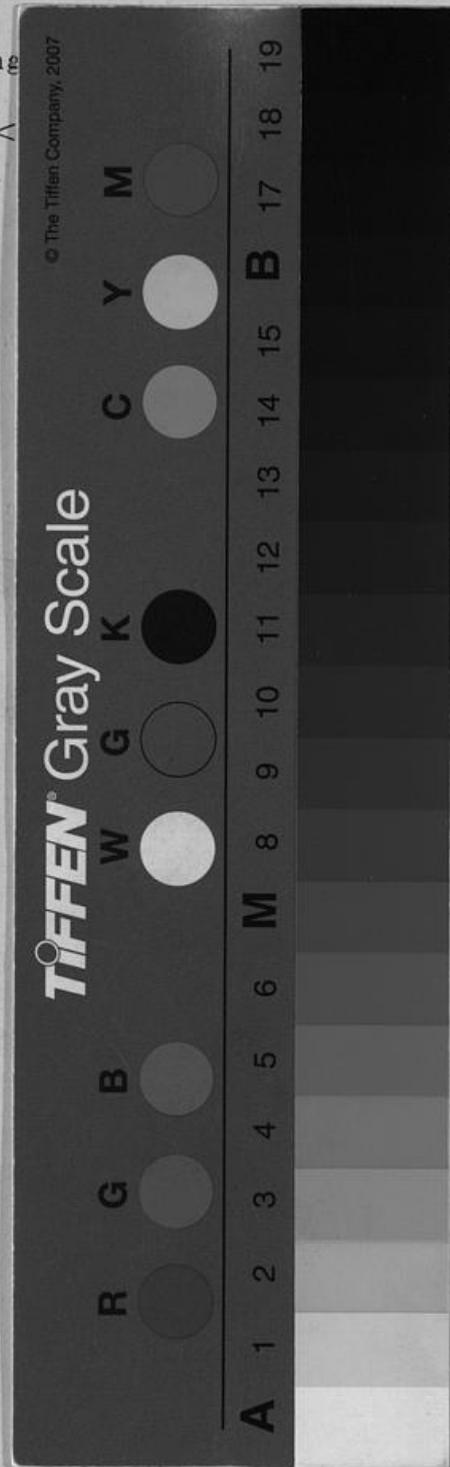
$$\lambda = 4 \mid -1 \pm \frac{3}{4}\sqrt{-1}$$

$$2b\lambda_1 < ad - bc; \quad bd - (c - \lambda)(c + 2\lambda) > 0; \quad 2d\lambda_1 > be - cd$$

$$x = 2 \pm 3\sqrt{-1} \mid -1 \mid -3.$$

Auflösung

$2b\lambda_1 <$



be-cd