Königliches Gymnasium zu Bromberg.

Bericht

über

das Schuljahr 1903—1904.

Mit einer wissenschaftlichen Beilage vom Oberlehrer **W. Jaehnike:**

Die anbeschriebenen Kreise des bicentrischen oder Sehnentangentenvierecks und die bicentrische Viereckesschar.

1904. Progr. No. 185.

Bromberg 1904.

Buchdruckerei von A. Dittmann.

I, 1. Übersicht der wöchentlichen Unterrichtsstunden.

		O. I. A.	O. I. B.	U. I. A.	U. I. B.	O. II. A.	O. II. B.	U. II. A.	U. II. B.	O. III. A.	O. III. B.	U. III. A.	U. III. B.	IV. A.	IV. B.	V. A.	V. B.	VI. A.	VI. B.	Vkl. 1	Vkl. 2	Vkl. 3	Sa.
1. a.	Religion evang.	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	46
b.	kath.	2				2				2				2				1		2 1			12
c.	jüd.	2								2				2									6
2.	Deutsch	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	9	8	10	79
3.	Lateinisch	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	—	—	—	136
4.	Griechisch	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	72
5.	Französisch	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	4	4	—	—	—	—	—	—	—	40
6.	Geschichte	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	36
7.	Erdkunde	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	—	—	18
8.	Mathematik u. Rechnen	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	6	6	6	86
9.	Naturwissenschaft	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	36
10.	Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	1		1		1		2	2	2	2	3	3	—	17
11a.	Zeichnen	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	16
12.	Turnen	3		3		3		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		1	1	—	44
13.	Gesang	1 1								1						2	2	2	2	1	1	—	13
	verbindlich Sa.	35	35	35	35	35	35	35	35	35*	35*	35*	35*	34*	34*	30	30	30	30	25	22	18	626
11 b.	Zeichnen	2						2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
14.	Hebräisch	2				2		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
15.	Englisch	2				2		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
	wahlfrei Sa.	6	6	6	6	6	6	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14

* Dazu 1 St. Schreiben für Schüler mit schlechter Handschrift.

I, 2. Stundenverteilung von Neujahr bis Ostern 1904.

Nr.	Stellung	Namen	Klassenlehrer	O.I.A.	O.I.B.	U.I.A.	U.I.B.	O.II.A.	O.II.B.	U.II.A.	U.II.B.	O.III.A.	O.III.B.	U.III.A.	U.III.B.	IV.A.	IV.B.	V A	V.B.	VI.A.	VI.B.	V.I.	V.II.	V.III.	Summe
1.	Direktor	Dr. Eichner	—	Lat. 5	Hor. 2 Griech. 6	Hor. 2		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13
2.	Professor	Schmidt, Leonh.	O.I.A.	Hor. 2 Griech. 4 Gesch. 3	—	—	—	—	—	—	Rel. 2	—	—	Rel. 2 Griech. 6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19
3.	"	Dr. Bocksch	O.I.B.	—	Dtsch. 3 Lat. 3	Griech. 6		—	—	—	—	—	Griech. 6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18
4.	"	Dr. Witting	O.II.B.	Rel. 2	Rel. 2	Rel. 2		—	Lat. 7	—	—	Griech. 6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19
5.	"	Dr. Methner	U.I.	Hom. 2	Hom. 2	Lat. 5	Dtsch. 3	—	Griech. 6	—	—	—	Gesch. 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
6.	"	Dr. Schwanke	O.II.A.	—	—	Hom. 2		Lat. 7 Griech. 6	—	Hom. 2	—	—	—	—	Frz. 2	—	Frz. 4	—	—	—	—	—	—	—	21
7.	"	Dr. Ehrenthal	beurlaubt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8.	"	Dr. Schmerl	U.II.A.	Hebr. 2				Hebr. 2		Dtsch. 3 Lat. 7	Griech. 4	—	—	Gesch. 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
9.	"	Kade	U.III.A.	—	—	—	—	Rel. 2	—	—	Hom. 2	Rel. 2	Turn. 3	Dtsch. 2 Lat. 8	—	—	Turn. 3	—	—	—	—	—	—	—	22
10.	"	Dr. Hoffmann	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	—	—	Math. 2	—	—	—	—	—	—	—	—	20
11.	"	Bohn	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	—	—	—	—	Math. 4	Rechn. 4 Nat. 2	—	—	—	—	—	—	22
12.	"	Dr. Lämmerhirt	—	Engl. 2 Frz. 3	Frz. 3	Frz. 3		Engl. 2 Frz. 3	—	—	—	—	—	—	—	Frz. 4	—	—	—	—	—	—	—	—	20
13.	Oberlehrer	Jaehnike	—	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	—	—	Math. 3 Nat. 2	—	Math. 3 Nat. 2	Math. 3 Nat. 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
14.	"	Vertreter: Dr. Faust Dr. Schmidt, Erich, beurl.	U.III.B.	—	—	Dtsch. 3	—	—	—	—	Gesch. 3	—	—	—	Dtsch. 2 Lat. 8	—	Gesch. 2 Erdk. 2	—	—	—	—	—	Rel. 3	—	23
15.	"	Peisker *	U.II.B.	—	—	—	—	—	—	Griech. 4 Gesch. 3	Dtsch. 3 Lat. 7	—	—	—	—	—	Rel. 2	—	—	Rel. 3	—	—	—	—	22
16.	"	Wandelt	VI.B.	Gesch. 3	Gesch. 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Rel. 3 Dtsch. 4 Lat. 8	—	—	—	21
17.	"	Kirstein	—	—	—	—	—	—	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	—	Nat. 2	Nat. 2	—	Rechn. 4 Nat. 2	Rechn. 4 Nat. 2 Erdk. 2	—	—	—	—	24
18.	"	Dr. Jeschonnek	O.III.B.	—	—	Turn. 3		Hom. 2 Dtsch. 3 Gesch. 3	Turn. 3	—	Turn. 3	—	Dtsch. 2 Lat. 8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23 + 4
19.	"	Dr. Baumert	O.III.A.	—	—	—	—	—	—	—	—	Dtsch. 2 Lat. 8 Gesch. 3	—	—	Griech. 6	Gesch. 2 Erdk. 2	—	—	—	—	—	—	—	—	23
20.	"	Kiesling	V.B.	—	—	—	Math. 4 Phys. 2	—	—	—	—	—	Math. 3 Nat. 2	—	—	—	—	—	Dtsch. 3 Lat. 8	—	—	—	—	—	22
21.	"	Höhnel	beurlaubt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22.	"	Dr. Stoltenburg	IV.A.	—	—	Gesch. 3		—	Rel. 2 Gesch. 3	—	—	—	—	—	Gesch. 2	Rel. 2 Dtsch. 3 Lat. 8	—	—	—	—	—	—	—	—	24
23.	"	Klose	IV.B.	—	—	—	—	—	Frz. 3	—	Frz. 3	Frz. 2	—	Frz. 2	—	—	Dtsch. 3 Lat. 8	—	Turn. 2	—	—	—	—	—	24
24.	" (kommissarisch)	Grecksch	—	kath. Rel. 2				kath. Rel. 2				kath. Rel. 2			kath. Rel. 2					Rel. 1		Rel. 2 Rel. 1			12
25.	Kand. d. höh. Schulamts	Koch	V.A.	—	—	—	—	—	Dtsch. 3	—	—	—	—	—	Rel. 2	Turn. 3	—	Rel. 2 Dtsch. 3 Lat. 8	Erdk. 2	—	—	—	—	—	23
26.	"	Mohr	VI.A.	—	—	—	—	—	—	Frz. 3	—	—	Frz. 2	Turn. 3	—	—	—	Erdk. 2	—	Dtsch. 4 Lat. 8	Erdk. 2	—	—	—	24
27.	Lehrer am Gymnasium	Hellmann	—	Zeichn. 2 Turn. 3						Zeichn. 2 Turn. 3	Zeichn. 2	Zeichn. 2 Turn. 3	Zeichn. 2	Zeichn. 2	—	Zeichn. 2	Zeichn. 2	—	Zeichn. 2	—	—	—	—	—	24 + 3
28.	"	Schattschneider	—	Chorsingen 1 Singen 1								Singen 1 Schrb. 1						Schrb. 2 Sing. 2 Turn. 3	Schrb. 2 Sing. 2	Schrb. 2 Sing. 2	Schrb. 2 Sing. 2	—	—	—	23
	Im Nebenamt beschäftigter Lehrer:																								
29.	Jüd. Rel.-Lehrer Rabbiner	Dr. Walter	—	Rel. 2								Rel. 2						Rel. 2				—	—	—	6
30.	Vorschullehrer	Kochanowski	V.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Schrb. 1 Rechn. 2	—	—	—	—	—	Rel. 3 Dtsch. 9 Rech. 5 Schrb. 3 Sing. 1	—	—	25
31.	"	Weber	V.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Rechn. 4 Nat. 2	Erdk. 2 Turn. 1	—	Rel. 2 Dtsch. 10 Rech. 6	27
32.	"	Rahtz	V.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Schrb. 1	Zeichn. 2 Turn. 3	—	—	Zeichn. 2	—	Turn. 3		—	Dtsch. 9 Rech. 6 Schrb. 3 Sing. 1 Turn. 1	—	27 + 3

* War das ganze Vierteljahr hindurch wegen Krankheit beurlaubt.

I, 3. Erledigte Lehrabschnitte Ostern 1903 bis 1904.

Oberprima A. Klassenlehrer: Schmidt I.
Oberprima B. Klassenlehrer: Bocksch.

1. Religionslehre. a) evang. 2 Std.: A u. B Witting. (Lehrb.: Hollenberg.) Römerbrief u. Johannisevangelium mit Ausw. Glaubens- und Sittenlehre im Anschlufs an die Conf. Aug. nebst Einleitung über die Symbole. b) kath. 2 Std. komb. mit UI: Grecksch. (Lehrb.: König, Teil III u. IV.) Besondere Glaubenslehre: Die Lehre von der Gnade und den Gnadenmitteln, Sittenlehre, Pflichten des Christen gegen Gott, den Nächsten und sich selbst. Matthäusevangelium.

2. Deutsch. 3 Std. A: Schmidt I, B: Bocksch. (Lesebuch von Hopf u. Paulsiek, hrsg. v. Foss); i S.: Goethe, Iphigenie; Lessing, hamb. Dramaturgie; i.W.: Shakespeare, Jul Cäsar, Makbeth in Schillers Bearbeitung. Gedankenlyrik Goethes u. Schillers. Goethes Leben. Lessing, über das Epigramm.

Aufsätze: OIA. 1. Des Lebens Ernte setzt des Lebens Saat voraus. 2. Wer ist ein Held? 3. Wie findet in Grillparzers Sappho des Dichters Wort: „Nur das Gleiche fügt sicht leicht und wohl" seine Bestätigung? 4. Wieso ist Iphigeniens Entschlufs, dem König Thoas die List des Pylades mitzuteilen, ein heldenhafter zu nennen? 5. Inwiefern gewinnt die Furcht einen immer stärkeren Einflufs auf Makbeth? (Nach Shakesp. Makb. I—III. Klassenaufsatz.) 6. Schlaf und Tod. Eine Vergleichung. 7. Die Bedeutung des Gesichtssinnes für die Ausbildung des Menschen. 8. Reifeprüfungsaufsatz:

Stähle die Muskeln. bereichre den Geist, doch zu höchstem Gewinne
Bänd'ge des Willens Begier unter das ew'ge Gesetz!

OIB. 1. Ernst ist der Anblick der Notwendigkeit. 2. Welchem Zwecke dient der Prolog zu Goethes Iphigenie? 3. Die Schmerzen sind's, die ich zu Hülfe rufe; denn es sind Freunde, Gutes raten sie. 4. Welchem Zwecke dienen Arkas und Pylades in Goethes Iphigenie? (Klassenaufsatz.) 5. Des Lebens Mühe lehrt uns allein des Lebens Güter schätzen. 6. Grofse Männer sind bescheiden. 7. Es wächst der Mensch mit seinen gröfsern Zwecken. 8. Reifeprüfungsaufsatz: Eines Mannes Tugend erprobt allein die Stunde der Gefahr.

3. Latein. 7 Std, davon 5 Std. A: Eichner, B: Bocksch. (Lehrb.: Ellendt-Seyffert, lat. Gramm.; Ostermann lat. Übungsbuch, hrsg. v. Müller, 4. Tl.) 14 tägl. Extemp. od. Exercitien. Halbjährl. 1 lat.-deutsch. Übersetzung (Klassenarbeit). 2 Std. — Lekt. A Tac. Germ., Cic. off. I, Liv. 3. Dekade, ausgewählte Abschnitte. B. i. S.: Tac. annal. in Ausw, l. II., III., IV. u. VI, priv. Liv. 1. Dekade in Ausw., i. W.: Cic. Tuscul. l. I. priv. Livius 1. Dekade. 3 Std.

Horaz 2 Std. A. i. S.: Eichner, i. W.: Schmidt. Oden II. u. III. Buch. Sat. I, 9. Epist. I in Auswahl.

B. Eichner. Ausgewählte Episteln, Oden II und III.

4. Griechisch. 6 Std., davon 4 Std. Lektüre. A. i. S.: Bocksch: Thukyd. Buch I, i. W.: Schmidt: Plato, Protagoras. B. i. S.: Eichner: Thukyd. Buch II—VI in Auswahl; i. W.: Eichner: Plato, Apologie u. Kriton.

Homer. 2 Std. Methner: Ilias I, II, IX, XI, XVI, XVII, XVIII, XIX, XXII, XXIV.

5. **Französisch.** 3 Std. A u. B: Lämmerhirt. (Lehrbuch: Ploetz-Kares, Sprachlehre und Übungsbuch). Lekt.: i. S.: Molière, Les Précieuses ridicules, i. W.: Guizot, Washington. Sprechübungen. Wiederholungen aus allen Gebieten der Syntax. Vierwöchentliche schriftliche Arbeiten: Extemporalien, Diktate, nachahmende Wiedergaben.

6. **Englisch** (wahlfrei). 2 Std. Lämmerhirt. (Lehrbuch: Tendering, Lehrb. der engl. Sprache). Lekt.: i. S.: Dickens, Sketches, i. W.: Shakespeare, The Merchant of Venice. Sprechübungen. Gelegentl. Wiederholungen syntakt. Gebiete. Schriftl. Arbeiten: Übersetzungen ins Englische, Diktate, freie Arbeiten.

7. **Hebräisch** (wahlfrei). 2 Std. Schmerl. (Lehrb.: Strack, Hebräische Grammatik). Formenlehre: Die unregelmäfsigen und schwachen Verba. Das Wichtigste aus der Syntax. Lektüre: I. und II. Moses und Jesaias mit Auswahl, sowie mehrere Psalmen.

8. **Geschichte und Erdkunde.** 3 Std. Wandelt. (Lehrbuch: Hofmann, Heft 5 und 6). Deutsche Geschichte von 1648 bis zur Gegenwart. Geographische Repetitionen.

9. **Mathematik.** 4 Std. A: Hoffmann, B: Bohn. (Lehrb.: Kambly, Elem. Math., Teil I—IV, Bardey, Aufgabensamml., August, Logarithmen.) Grundlehren der Kombinatorik und ihre nächstlieg. Anwendungen auf die Wahrscheinlichkeitslehre. Binomischer Lehrs. f. ganze posit. Exp. Abschlufs der Stereometrie. Anleitung zum perspektivischen Zeichnen räumlicher Gebilde. Der Koordinatenbegriff und einige Grundlehren der Kegelschnitte. Anwendungen der Mathematik auf die Physik.

Ergänzungen, Zusammenfassungen und Übungen auf allen Gebieten.

Aufgaben zur Reifeprüfung Ostern 1904.

OIA: 1. $3xy - 2(x + y) = 28$
$2xy - 3(x + y) = 2$.

2. Aus einem Fenster des Oberstocks im Gymnasialgebäude sah man das Spiegelbild des unteren Randes einer Wolke im Teich des Regierungsgartens unter der Depression $\delta = 7^0\ 23{,}8'$, die Wolke selbst erschien unter der Elevation $\varepsilon = 7^0\ 3{,}7'$. Die horizontale Entfernung des Beobachtungspunktes vom Spiegelbild war $c = 147{,}0$ m. Welche Höhe hatte die Wolke über der Erdoberfläche?

3. An zwei gegebene Kreise sollen die beiden äufseren gemeinsamen Tangenten gezogen und auf der einen dieser Geraden der Punkt ermittelt werden, von dem aus die aus der anderen Tangente herausgeschnittene Strecke unter dem gröfsten Winkel erscheint.

4. Aus einem Kreissektor mit dem Radius $r = 23{,}5$ cm und dem Centriwinkel $\delta = 212^0$ soll der Mantel eines Kegels hergestellt werden. Sein Volum, seine Oberfläche und der Winkel an der Spitze sind zu bestimmen.

OIB: 1. Der neue Brunnen in Bromberg wird aus der städtischen Wasserleitung gespeist. Ein Wasserspeier liegt 2 m über dem Bassin und steht unter dem Druck einer Wassersäule von 48 m. Welche Wassermenge schleudert der horizontale Strahl desselben in 8 Stunden, wenn seine Öffnung 4 qcm grofs ist und in welcher Entfernung trifft er das Bassin? Von der aus dem Drucke zu folgernden Geschwindigkeit gehen durch Reibung 87.2424 % verloren. Der Kontraktionskoeffizient ist 0,6.

2. Es ist ein Parallelogramm zu zeichnen aus der Summe der Quadrate über den beiden anstofsenden Seiten, dem von ihnen eingeschlossenen Winkel und der Diagonale, die diesem Winkel gegenüberliegt.

3. Wie lang ist der Radius des einem Dreieck umgeschriebenen Kreises, von dem eine Seite $c = 856{,}6$ m, die Differenz der beiden andern Seiten $a - b = 76{,}02$ m und die Differenz ihrer Gegenwinkel $\alpha - \beta = 8^0\ 43{,}3'$ gegeben ist?

4. Eine vierkantige Pyramide von gleichen Seitenkanten hat zur Grundfläche ein Rechteck. Um wieviel ist die dieser Pyramide umgeschriebene Kugel gröfser als diese, wenn jede Seitenkante 58,1214 m und zwei anstofsende Grundkanten 25 und 15 m lang sind?

10. **Physik.** 2 Std. A: Hoffmann, B: Bohn. (Lehrb.: Sumpf, Schulphysik). Optik, mathematische Erd- und Himmelskunde.

Unterprima A. Klassenlehrer, i. S.: Witting } i. W.: Methner.
Unterprima B. Klassenlehrer, i. S.: Methner }

1. **Religionslehre.** a) evang. 2 Std. A, i. S.: Kade, i. W.: Witting; B: Witting. Kirchengeschichte in bestimmter Auswahl.
b) kath. komb. mit OI.

2. **Deutsch.** 3 Std. A: Faust, B: Methner. (Lehrb. wie in OI). Literaturgeschichtliche Lebensbilder von Luther bis Lessing mit Proben aus dem Lesebuch. Lekt: Schillers Braut von Messina und Wallenstein. Einige Oden Klopstocks. Lessings Laokoon, über die Fabel. Schillers Gedankenlyrik. Vorträge. Dispositionsübungen.

Aufsätze: A. 1. Mit welchem Rechte nennen wir Schiller den Dichter der Freiheit? 2. Das Kaisertum der Deutschen. 3. Unsere Muttersprache. 4. *Ὁ μὴ δαρεὶς ἄνθρωπος οὐ παιδεύεται.* (Klassenaufsatz.) 5. Die Kultur am Ende des 18. und die Kultur am Ende des 19. Jahrhunderts im Lichte der Eingangsworte von Schillers Gedicht „Die Künstler." 6. Wie versteht es Schiller, Wallenstein unserm Herzen näher zu bringen? 7. Die Entwickelung der menschlichen Kultur. (Nach Schillers Spaziergang. Klassenaufsatz).

B. 1. Der Siege göttlichster ist das Vergeben. 2. Ursache und Veranlassung zu dem Zwiste zwischen Achilles und Agamennon. 3. Dafs wir Menschen nur sind, der Gedanke beuge das Haupt dir; doch dafs Menschen wir sind, richte dich freudig empor! (Klassenarbeit.) 4. Mit welchem Rechte nennt man die Sparsamkeit eine Tugend, den Geiz ein Laster? 5. An welchen Beispielen zeigt Lessing, dafs die Grenzen der Malerei und Poesie verschieden sind? 6. Leben und Charakter des ersten Jägers. 7. Welche Gründe bestimmen Wallenstein vom Kaiser abzufallen?

3. **Latein.** 7 Std., davon 5 Std. A, i. S.: Witting, i. W.: Methner; B: Methner. (Lehrb. wie OI). Korrekturen: 14 tägl. Extemporalien od. Exercitien, halbjährl. 1 Übersetzung ins Deutsche. Lektüre: i. S. Cic. Lael., i. W. Liv. I. Dek. Auswahl, 3 St. Gramm. 2 St. Übungen i. Übersetzen. Gramm. Wiederholungen. Horaz.: 2 Std.: Eichner. Carm. III, II, I, Sat. I Auswahl.

4. **Griechisch.** 6 Std., davon 4 Std, A: i. S.: Schmerl, i. W.: Bocksch, B: Bocksch. Korrekt.: Monatliche Übersetzung aus dem Griechischen als Klassenarb., drei Übersetzuugen aus dem Deutschen ins Griechische. Lekt.: i. S. Thukydides VI. und VII. Buch, W. Sophokles, Antigone. Übungen im Extemporieren aus Plutarch, Themistokles mit Ausw.
Homer: 2 Std. A: Schwanke, B: i. S.: Methner, i. W.: Schwanke.

5. **Französisch.** 3 Std. A u. B: Lämmerhirt. (Lehrb. wie in OI). Lekt.: i. S.: Molière, L'Avare; i. W.: d'Hérisson, Journal d'un officier d'ordonnance. Sprechübungen. Wiederholungen aus allen Gebieten der Syntax. Vierwöchentl. schriftliche Arbeiten: Extemporalien, Diktate, nachahmende Wiedergaben.

6. **Englisch.** (wahlfrei). 2 Std. Lämmerhirt. Komb. mit OI.

7. **Hebräisch.** (wahlfrei). 2 Std. Schmerl. Komb. mit OI.

8. **Geschichte** und Erdkunde. 2 Std. i. S. A: Faust, B: Stoltenburg; i. W. A u. B: Stoltenburg. (Lehrbuch: Hofmann, Lehrb. d. Geschichte, Heft 3 u. 4). Römische Kaiserzeit. Deutsche Geschichte von der Urzeit bis 1648. Erdkunde: Die aufserdeutschen Länder Europas.

9. Mathematik. 4 Std. A: Jaehnike, B: Kiesling. (Lehrbücher: Kambly, Bardey, Lieber und v. Lühmann f. Übungsaufg.). Arithm. Reihen I. Ord. u. geom. Reihen, Zinseszins- u. Rentenrechnung. Wiederholender Aufbau des arithmetischen Lehrganges. Erweiterung des Zahlbegriffs bis zur imaginären u. kompl. Zahl. Gleichungen höheren Grades, die sich auf quadrat. zurückführen lassen. Übungen im Lösen planimetr. u. trigonom. Aufg. Stereometrie, Körperberechnungen.

10. Physik. 2 Std. A: Jaehnike, B: Kiesling. Lehrbuch: (Sumpf, Lehrbuch der Physik). Mechanik und Akustik.

Obersecunda A. Klassenlehrer: Schwanke.
Obersecunda B. Klassenlehrer i. S.: Ehrenthal, i. W.: Witting.

1. Religionslehre. a) evang. 2 Std. A: Kade, B: Stoltenburg. (Lehrb. wie in OI). Lesen und Erklären der Apostelgeschichte. Jakobusbrief. Lebensbilder der Apostel und anderer biblischer Personen. Juden- u. Heidenchristentum und die Einigung der Kirche, Kampf und Sieg des Christentums im röm. Reiche. Wiederh. von Sprüchen, Psalmen, Liedern. b) kath. 2 Std.: Grecksch. (Lehrb. König I u II). Allgemeine Bibelkunde und die Offenbarungsurkunden d. A. u. N. Testaments. Kirchengeschichte: Vom Mailänder Edikt bis zur Reformation.

2. Deutsch. 3 Std. A: Jeschonnek, B, i. S.: Ehrenthal, i. W.: Koch. (Lehrbuch: Hopf und Paulsiek, Leseb. f. OII, hrsg. v. Foss). Freie Vorträge aus dem den Schülern im Unterrichte eröffneten Gesichtskreise. Einführung in das Nibelungenlied. Die nordischen Sagen und die grofsen germanischen Sagenkreise, die höfische Epik (Inhalt des Parzival) und Lyrik. Belehrungen über einige Haupterscheinungen der geschichtl. Entwickelung der deutschen Sprache. Lektüre: Ausgew. Abschn. a. d. Nibelungenlied u. d. Gudrun. Einige Lieder von W. v. d. Vogelweide, Minna von Barnhelm, Hermann u. Dorothea.

Aufsätze: A. 1. Die spartanische Erziehung nach den Gesetzen Lykurgs. 2. König Gunthers Brautfahrt. (Klassenaufsatz). 3. Die Formen der Gastfreundschaft in der höfischritterlichen Zeit. (Nach dem Nibelungenliede). 4. Charakterschilderung Rüdigers. (Klassenaufsatz). 5. Wie ist das geschwisterliche Verhältnis zwischen Gunther und Kriemhild? 6. Wie erregt der Dichter unsere Teilnahme für Tellheim im ersten Aufzuge des Dramas? 7. Was erfahren wir in der Exposition von „Hermann und Dorothea" über Ort und Zeit der Handlung und über das Ereignis des Tages? 8. Klassenaufsatz.

B. 1. Die Jugend Jugurthas. 2 Geht Siegfried schuldlos unter? 3. Volker von Alzey. 4. Das Nibelungenlied, eine Verherrlichung der Treue. (Klassenaufsatz). 5. Welche Eigenschaften zeigt Hermann, und welche der Wirt im 2. Gesange von „Hermann und Dorothea?" 6. Das Besitztum des Löwenwirtes. 7. Vorgeschichte Tellheims.

3. Latein. 7 Std. A: Schwanke, B, i S.: Ehrenthal, i. W.: Witting. (Lehrb. wie in I.) Lektüre i. S.: Sallust, bell. Jugurth. Vergil III u. IV m. Ausw. i. W.: A.: Livius XIII m. Ausw. Vergil IV u. I m. Ausw. B: Livius XXI m. Ausw. Vergil I m. Ausw. Übungen im unvorbereiteten Übersetzen. Stilistische Zusammenfassungen u. grammat. Wiederholungen. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit, davon eine Übersetzung ins Deutsche als Klassenarbeit.

4. Griechisch. 6 Std. i. S. A.: Schwanke, B: Methner, Homer: Jeschonnek, i. W. A: Schwanke, Homer: Jeschonnek, B: Methner. (Lehrb.: Franke, Griech. Formenlehre; Bamberg, Hauptregeln der griech. Syntax). Lekt. i S.:

Herodot, lib. 5 u. 6 mit Ausw., i. W.: Xenophon Hell. lib. 3 u. 4 mit Ausw. Hom. Od. lib. 13—24 mit Ausw. Abschl. der Gramm. Einführung in die Syntax der Temp. u. Mod. Lehre vom Inf. u. Particip. Einübung des Gelernten in d. Klasse. Korrekt: Alle 14 Tage eine Klassenarbeit, abwechselnd Übers. ins Deutsche u. ins Griechische.

5. **Französisch.** 3 Std. A: Lämmerhirt, B: Klose. (Lehrb. wie in I). Lekt. Alphonse Daudet, Tartarin de Tarascon. Sprechübungen. Grammatische Wiederholungen und Übersetzungen ins Französische. Dreiwöchentl. eine Klassenarbeit. (Extemp., Diktate, nachahmende Wiedergaben von Gelesenem oder Vorerzähltem).

6. **Englisch.** (wahlfrei). 2 Std. i. S.: Höhnel, i. W.: Lämmerhirt. (Lehrb.: Tendering, Lehrb. der engl. Sprache). Lautlehre und vorbereitender Kursus; Gramm. §§ 1—38; Auswahl pros Lesestücke u. Gedichte, sowie die Stücke des Anhanges. Sprechübungen. Als schriftl. Arbeiten Diktate, Übersetzungen ins Englische und nachahmende Wiedergaben von Gelesenem oder Vorerzähltem.

7. **Hebräisch.** (wahlfrei). 2 Std.: Schmerl. (Lehrbuch wie in I). Formenlehre der regelmäfsigen Verba, der Substantiva und der verb. gutturalia. — Übungssätze aus dem Anhange des Lehrbuchs.

8. **Geschichte und Erdkunde.** 3 Std. A: Jeschon'nek. B: Stoltenburg. (Lehrb.: Hofmann. Lehrb. der Gesch., Heft 1 u. 2). Hauptereignisse der griech. Gesch. bis zum Tode Alex. d. Gr. und der röm. bis Augustus. Besondere Berücksichtigung der Verfassungsverhältnisse. Wiederholungen aus der Erdkunde.

9. **Mathematik.** 4 Std. A: Hoffmann, B: Bohn. (Lehrbuch wie in I). Gleichungen, einschl. der quadr. mit 2 Unbekannten. Einiges über harmon. Punkte u. Strahlen nebst dem Satz des Apollonius. Aufg. mit algebraischer Analysis. Ebene Trigonometrie nebst Übungen im Berechnen von Dreiecken, Vierecken und regelm. Figuren. 3 wöchentlich 1 Klassenarbeit.

10. **Physik.** 2 Std. A: Hoffmann, B: Bohn. (Lehrb. wie in I). Magnetismus, Elektricität, Wärmelehre, Meteorologie.

Untersecunda A. Klassenlehrer: Schmerl.
Untersecunda B. Klassenlehrer: Peisker.

1. **Religionslehre.** a) evang. 2 Std. A i. S.: Pfefferkorn, i. W.: Koch; B i. S.: Peisker, i. W.: Schmidt I. Leben Jesu nach Lukas. Wiederholung des Katechismus und Aufweisung seiner inneren Gliederung. Unterscheidungslehren. b) kath. 2 Std. komb. mit OII.

2. **Deutsch.** 3 Std. A: Schmerl, B: Peisker. (Lehrbuch: Hopf u. Paulsiek für UII und III bearb. v. Foss und Ergänzungsheft dazu). Lektüre: Balladen von Schiller, Schillers Glocke, Wilhelm Tell, Jungfrau von Orleans. Die Dichtung der Befreiungskriege. Lesen und Besprechen von Aufsätzen und Gedichten des Lesebuchs. Auswendiglernen von Stellen aus den gelesenen Dichtungen und Übungen in frei gesprochenen Berichten über Gelesenes und Durchgearbeitetes. Praktische Anleitung zur Anfertigung von Aufsätzen.

Aufsätze. U II A. 1. Johanna in ihrem Vaterhause. (Nach dem Prolog von Schillers „Jungfrau von Orleans"). 2. Weshalb liegen so viele Städte am Wasser? 3. Wie schreitet die Handlung im zweiten Aufzuge von Schillers „Jungfrau von Orleans" fort? 4. Licht- und Schattenseiten des Reisens. 5. Welche Annehmlichkeiten bietet uns Brombergern die Lage unserer Stadt? 6. Werner Stauffacher schildert seinen Schwyzer Freunden die unerträgliche Tyrannei der kaiserlichen Vögte. 7. Welche Strafe trifft in Schillers „Lied von der Glocke" den Hausvater für seinen Übermut. 8. Wohltätig ist des Feuers Macht. 9. Klassenaufsatz.

U II B. 1. Johanna in Domremi. 2. Ceres und Proserpina. (Klassenaufsatz). 3. Der Regen. 4. Der dramatische Bau des vierten Aktes der „Jungfrau von Orleans". 5. Der Zweikampf der Horatier und Kuriatier. 6. Mutterschmerz und Muttertrost. 7. Eine Feuersbrunst. (Klassenaufsatz). 8. Nutzen des Fufsreisens. (Klassenaufsatz). 9. Der erste Aufzug von Schillers Tell.

3. **Latein.** 7 Std. A: Schmerl, B: Peisker. (Lehrbücher: Ellendt-Seyffert, lat. Grammatik; Ostermann, Übungsbuch für UII, herausgeg. von Müller). Wiederholung der früheren Pensen und Ergänzungen. Mündliches und schriftliches Übersetzen ins Lateinische aus den Übungsbüchern Wöchentl. eine schriftl. Übers. in das Lateinische als Klassen- oder Hausarbeit, vierteljährl. eine schriftl. Übers. ins Deutsche als Klassenarbeit. Lektüre: i. S.: Auswahl aus Ovid und Livius I, i. W.: Cicero pro S. Roscio und de imp. Cn. Pomp. Gelegentlich unvorbereitetes Übersetzen; Rückübersetzen.

4. **Griechisch.** 6 Std. Davon in A: Peisker 4, Schwanke (Homer) 2; in B, i. S.: Ehrenthal 6, i. W.: Schmerl 4, Kade (Homer) 2. (Lehrbuch wie in O II). Kasuslehre und das Wichtigste aus der Moduslehre. Wiederholung der Formenlehre, besonders der unregelmäfsigen Verba. Jährlich 18 Klassen- und 6 Hausarbeiten. Lektüre: Xenophons Anabasis III—V, Homer Odyssee I—XII in festgesetzter Auswahl.

5. **Französisch.** 3 Std. A i. S: Hoehnel, i. W.: Mohr; B: Klose. (Lehrb. wie in I). Lektüre: i. S.: Lesestücke aus dem Übungsheft von Ploetz-Kares Ausg. B, i. W.: Erckmann-Chatrian, Histoire d'un Conscrit de 1813. Grammatik: Rektion der Zeitwörter, Gebrauch der Zeiten und Modi, Infinitiv, Particip, Gerundium; Fürwörter, Vergleichungssätze und Negationen. Dreiwöchentl. Klassenarbeiten (Diktate, Extemporalien, nachahmende Wiedergaben von Gelesenem und Vorerzähltem). Sprechübungen. Durchnahme einiger Gedichte aus dem Übungsbuche.

6. **Geschichte und Erdkunde.** 3 Std. A: Peisker, B: Faust. (Lehrb.: Jaenicke Tl. II; Daniel, Leitf.). Deutsche Geschichte von 1740 bis zur Gegenwart. Erdkunde Europas. Einiges aus der allgem. Erdkunde.

7. **Mathematik.** 4 Std. A: Hoffmann, B, i. S.: Bohn, i. W.: Kirstein. (Lehrb. Kambly, Planimetrie; Bardey, Aufgabensamml.; August, Logarithmentafel). Gleichungen einschl. quadratischer mit 1 Unbekannten. Potenzen mit negativen und gebrochenen Expon. Begriff des Logarithmus, einfache Rechnungen mit Logarithmen. Ähnlichkeitslehre, Kreisproportionen, stetige Teilung, Berechnung der regulären Polygone und des Kreises.

8. **Physik.** 2 Std. A: Hoffmann, B, i. S.: Bohn, i. W.: Kirstein. (Lehrb. wie in I.) Vorbereitender phys. Lehrgang Tl. II. Magnetismus, Elektrizität, die wichtigsten chem. Erscheinungen nebst Bespr. einzelner Mineralien und der einfachsten Krystallformen, Akustik, einfache Abschn. der Optik.

Von der Teilnahme am evangelischen und am katholischen Religionsunterricht war kein Schüler dispensiert.

I, 4. Jüdischer Religionsunterricht.

Rabbiner Dr. Walter.

I. Abteilung: I und II: 2 Std. Nachbiblische Geschichte vom Beginn des babylonischen Exils bis zum Tode des Herodes. Das Kalendersystem des Synagogenjahres. Die Perikopen für die Festtage.

II. Abteilung: III und IV: 2 Std. Biblische Geschichte vom Tode Salomos bis zur Zerstörung des Tempels. Die Einteilung der Bibel. Lektüre aus den beiden Jesaias und den Sprüchen Salomos.

III. Abteilung; V und VI: 2 Std. Biblische Geschichte von Josua bis zum Tode Sauls. Kurzer Festcyklus.

I, 5. Technischer Unterricht.

a) Turn- und Schwimmunterricht im Schuljahre 1903/1904.

Klasse	Turnlehrer		Es waren befreit: auf Grund ärztl. Zeugn.				aus anderen Gründen				Zahl der turnenden Schüler		Zahl der Freischwimmer	
	im Sommer	im Winter	vom Turnunterricht überhaupt		von einzeln. Übungsarten		vom Turnunterricht überhaupt		von einzeln. Übungsarten				aus früheren Jahren	aus dem laufend. Jahre
			i. S.	i. W.	i. S.	i. W.	i. S.	i. W.	i. S.	i. W.	i. S.	i. W.		
O. I. A.	Hellmann, techn. Gymnasiallehrer		2	2	—	—	–	—	—	—	16 } 33	16 } 32	30	—
O. I. B.			—	—	—	—	—	—	—	—	17	16		
U. I. A.	v. Ost. b. Pfingst. Dr. Jeschonnek, v. Pfingst. b. Joh. Hellmann, v. Joh. b. Mich. Dr. Jeschonnek	Dr. Jeschonnek Oberlehrer	1	1	—	—	1	1	—	—	10 } 27	9 } 27	8	—
U. I. B.			2	1	—	—	—	—	—	—	17	18	18	—
O. II. A.	v. Ost. b. Pfingst. Dr. Jeschonnek, v. Pfingst. b. Joh. Hellmann, v. Joh. b. Mich. Dr. Jeschonnek	v. Mich. b. Weihn. Dr. Jeschonnek, v. Weihn. b. Ost. Hellmann	2	2	—	—	—	—	1	—	21 } 42	22 } 37	23	—
O. II. B.			2	7	–	—	2	2	—	—	21	15	18	1
U. II. A.	Hellmann		—	1	—	—	—	—	—	—	34	31 } bz. 56	18	—
U. II. B.	v. Ost. b. Pfingst. Dr. Jeschonnek v. Pfingst. b. Joh. Prof. Dr. Lämmerhirt, v. Joh. b. Mich. Dr. Jeschonnek	v. Mich. b. Weihn. Dr. Jeschonnek, v. Weihn. b. Ost. kombin. mit A Hellmann	—	1	—	—	—	—	—	—	30	25	17	1
O. III. A.	Hellmann	v. Mich. b. Weihn. Prof. Kade, v. Weihn. b. Ost. Koch, Kand. d. höheren Schulamts	4	6	—	—	—	—	—	—	32	20	16	7
O. III. B.	Mohr, Kand. d. höh. Schulamts	Hellmann	2	3	—	—	—	—	—	—	34	34	17	7
U. III. A.	Prof. Kade	Mohr	5	7	—	—	—	—	—	—	32	29	8	6
U. III. B.	Rahtz, Vorschullehrer		2	2	—	–	1	1	—	—	34	39	12	3
IV. A.	Mohr	Okt u. Nov. Rahtz, Dezbr. Koch, } Weihnacht. b. Ost. Rahtz	5	5	—	—	—	—	—	—	42	42 } bz. 84	14	12
IV. B.	Prof. Kade	Okt. b. Dez. Prof. Kade	4	2	—	—	—	—	—	—	40	42	5	5
V. A.	Schattschneider, techn. Gymnasiallehrer		2	2	—	—	—	—	—	—	37	36	—	2
V. B.	Klose, Oberlehrer		—	1	—	—	—	—	—	—	39	38	9	—
VI. A.	Rahtz		4	5	—	—	–	—	—	—	36 } 70	32 } 67	—	4
VI. B.			3	4	—	—	—	—	—	—	34	35	1	1
Zusamm.	14	14 bezw. 12	40	52	—	—	4	4	1	—	526	509	214	49
	Abteilungen												= 46,1 %	

Befreit waren also:

a) vom Turnunterrichte überhaupt	im Sommer = 7,7 %		von der Gesamtzahl der Schüler.
	im Winter = 9,9 %		
b) von einzelnen Übungen	im Sommer = 0,2 %		
	im Winter = 0,0 %		

In der ersten und zweiten Vorschulklasse wurden wöchentlich in 1 Stunde Turnspiele und Freiübungen getrieben und die Schüler im Freispringen geübt. Befreit waren 2 Schüler. Den Unterricht erteilten Weber und Rahtz.

Besondere Vorturnerstunden wurden nicht abgehalten. Wöchentlich waren von Ostern bis Weihnachten 1903 insgesamt einschl. Vorschule 44 bezw. 38, von Neujahr bis Ostern 1904 30 Turnstunden angesetzt. Dem Turnunterricht lag aufser dem „Leitfaden für den Turnunterricht in den preufsischen Volksschulen" „Puritz, Merkbüchlein für Vorturner" zu Grunde. Erteilt wurde der Turnunterricht nach einem für alle Klassen ausgearbeiteten Lehrplane. In den Turnstunden wurde Anleitung zu Spielen gegeben. Die Anstalt besitzt einen Turnplatz mit Turnhalle, welcher vom Hauptgrundstück durch eine öffentliche Strafse getrennt ist.

Vereine.

Der „Gymnasiasten-Turnverein", welchem nur Schüler der Primen und Obersecunden angehören, besteht seit dem Jahre 1880. Die gegenwärtige Mitgliederzahl beträgt 23. Jeden Sonnabend wurde unter Leitung eines von den Schülern gewählten Turnwarts aus Oberprima geturnt. Aufser dem Turnen hat der Verein Spiele, Schwimmen und Eislauf gepflegt, zwei halbtägige Turnfahrten unternommen und ein Schauturnen abgehalten. Vorsitzender: Hellmann.

b) Singen. Schattschneider.

VI A u. B je 2 Std. wöchentlich. Grundlegende Übungen für das Singen nach Noten. Atem- und Sprechübungen. Die notwendigsten rhythmischen und dynamischen Bezeichnungen. Choräle und einstimmige Volkslieder. V A u. B je 2 Std. wöchentlich. Die Dur- und Moll-Tonleiter nebst Dreiklängen. Bildung der Vokale und Konsonanten. Atem- und Sprechübungen. Choräle und zweistimmige Volkslieder.

Die Klassen Quarta bis Prima sind zu einem gemischten Chor vereinigt. 1 Std. Sopran und Alt, 1 Std. Tenor und Bafs, 1 Std. ganzer Chor. Es wurden vierstimmige Lieder geistlichen und weltlichen Inhalts gesungen. (Lehrbuch: Palme.)

c) Zeichnen (wahlfrei). Hellmann.

I	im	Sommer:	6	Schüler,	im	Winter:	6	Schüler,
O II	„	„	15	„	„	„	12	„
U II	„	„	50	„	„	„	40	„

Zusammen: im Sommer: 71 Schüler, im Winter: 58 Schüler.

Im Bestande der eingeführten Lehrbücher treten mit Ostern 1904 zu dem Verzeichnis im Jahresberichte Ostern 1901 S. 17 ff. und zu dem Nachtrage im Jahresberichte Ostern 1903 folgende Änderungen ein:

1. Für **Griechisch,** statt v. Bamberg's Schulgrammatik, A. Kaegi's Kurzgefafste Schulgrammatik, und A. Kaegi's Übungsbuch 1. und 2. Teil, Berlin bei Weidmann.
2. Für **jüdische Religion** in VI bis III: S. Müller, Ein Buch für unsre Kinder, in II und I: S. Müller, Überblick über die biblische und nachbiblische jüdische Geschichte, beides Stuttgart bei Metzler.
3. Für **Mathematik,** statt der fünfstelligen Logarithmentafeln von August, die vierstelligen von Schülke, bei Teubner, Leipzig.

II. Aus den Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Posen, 16. Mai 1903. Bewilligt 1200 M. zu aufserordentlichen Anschaffungen für das physikalische Kabinett.

Posen, 17. Juni 1903. Auf Antrag des Direktors werden die Sommerferien bis 11. August verlängert, die Michaelisferien um einige Tage gekürzt.

Berlin, 8. Juli 1903. Oberlehrer Richard Lämmerhirt erhält den Charakter als Professor verliehen.

Posen, 13. Juli 1903 und 23. Januar 1904. Betrifft die Ersetzung der Vorprüfung und der ersten Hauptprüfung für den Staatsdienst im Baufache durch die Diplomprüfung an den Technischen Hochschulen (das Nähere im Zentralblatte für die gesamte Unterrichtsverwaltung für 1903 bezw. 1904.

Berlin, 21. Oktober 1903. Oberlehrer Dr. Erich Schmidt II wird beauftragt, geschichtliche Vorträge an der Königlichen Akademie in Posen zu halten.

Berlin, 9. November 1903. Ordnet die Ausführung des Erweiterungsbaus am Gymnasialgebäude für 1904 an und verfügt die Deckung der Kosten aus den früheren Ersparnissen der Anstalt.

Berlin, 5. November 1903. Nicht nach U I versetzte Obersekundaner dürfen als Extraneer auf Reife für Prima nicht früher als gegen den Schluss des auf den Abgang von der Schule folgenden Halbjahres geprüft werden.

Berlin, 26. Oktober 1903. Prof. Dr. Richard Lämmerhirt erhält den Rang der Räte 4. Klasse.

Posen, 29. Dezember 1903. Ferienordnung für 1904.

	a) Der Schulschlufs:	b) Der Schulanfang:
Zu Ostern:	Donnerstag, den 24. März.	Dienstag, den 12. April.
Zu Pfingsten:	Freitag, den 20. Mai, nachm. 4 Uhr.	Donnerstag, den 26. Mai.
Vor den Sommerferien:	Freitag, den 1. Juli.	Donnerstag, den 4. August.
Zu Michaelis:	Freitag, den 30. September.	Donnerstag, den 13. Oktober.
Zu Weihnachten:	Freitag, den 23. Dezember.	Montag, den 9. Januar 1905.

Posen, 3. Januar 1904. Genehmigt die mit Ostern 1904 an der Anstalt einzuführende gedruckte Schulordnung.

Posen, 30. Januar 1904. Ernennt den Direktor für die Reifeprüfung am Ostertermine 1904 zum stellvertretenden Königlichen Kommissarius.

III. Chronik der Schule.

Das Schuljahr wurde Donnerstag den 16. April früh um 8 Uhr mit gemeinsamer Andacht eröffnet.

Der vaterländischen Erinnerungstage wurde am 15. Juni, 18. Oktober und 22. März in herkömmlicher Weise gedacht. Am 10. März wurde mit der Gedenkfeier an den Todestag Kaiser Wilhelms I die Entlassung der Abiturienten verbunden. Am Sedantage schlofs sich an die Feier im Schulsaale ein Schauturnen der Oberstufe des Gymnasiums auf dem Turnplatze an. Besonders festlich gestaltete sich, wie alljährlich, die Feier des Allerhöchsten Geburtstages am 27. Januar. In der Festrede sprach Herr Oberlehrer Wandelt über 3 Hohenzollernbesuche in Bromberg. Das Kaiserhoch brachte der Direktor aus, nachdem derselbe die beiden der Anstalt als Geschenke Sr. Majestät überwiesenen Bücher, Wislicenus „Deutschlands Seemacht sonst und jetzt" und Bohrdt „Deutsche Schiffahrt in Wort und Bild," an Georg Andreae in O II A bezw. an Potenz Geiger in U II B überreicht hatte.

Die evangelischen Schüler begingen auch in diesem Jahre am 31. Oktober das Reformationsfest, wobei Herr Prof. L. Schmidt seine persönlichen Erinnerungen aus der Lutherstadt Wittenberg vortrug; am Nachmittage wohnte ein grofser Teil der Schüler der Vorlesung des Devrientschen Gustav-Adolf-Festspieles durch Herrn H. Musaeus aus Darmstadt bei. Am 15. Dezember beteiligten sich die evangelischen Lehrer und Schüler an den Einweihungsfeierlichkeiten der hiesigen neuen Pfarrkirche. Nach den Sommerferien empfingen die Oberprimaner Fritz Bleck und Georg Zutz als Prämien die beiden weiteren der Anstalt überwiesenen Exemplare der kleineren Ausgabe der Urkunde über die Einweihung der evangelischen Erlöserkirche in Jerusalem mit der Ansprache Sr. Majestät.

Das Lehrerkollegium nahm glückwünschend teil an den Jubiläumsfeiern der hiesigen städtischen Höheren Töchterschule, des Königlichen Gymnasiums in Fraustadt und der Königlichen Berger-Oberrealschule in Posen, sowie an der Eröffnungsfeier der hiesigen städtischen Realschule.

Am 3. und 4. März erfreute Herr Generalsuperintendent D. Hesekiel die Anstalt mit seinem Besuche. Er wohnte dem evangelischen Religionsunterrichte in mehreren Klassen bei, hielt am 4. früh um 8 eine gemeinschaftliche Schulandacht der evangelischen Schüler ab und richtete bei dieser an die Schüler, sowie nach Schlufs der Revision an die Herren Religionslehrer, tief empfundene Worte der Anregung und Mahnung.

Im Laufe des Schuljahres sind aus dem Lehrkörper ausgeschieden: am 1. April 1903 Herr Oberlehrer Dr. Oskar Liman, um die Leitung der neugegründeten hiesigen städtischen Realschule zu übernehmen; am 1. Mai Herr Vorschullehrer Robert Braun, um nach mehr als 50 jähriger Dienstzeit und längerem Urlaub in den Ruhestand zu treten; bei seinem Scheiden aus dem Dienst erhielt er den Kronenorden 4. Klasse Nach vorübergehender Tätigkeit an der Anstalt schied mit Beginn des Schuljahres Herr Pastor Teichert nach halbjähriger, zu Weihnachten Herr Hilfsprediger Pfefferkorn nach anderthalbjähriger, am 30. April Herr Volksschullehrer Diesterbeck nach vierwöchentlicher und zu Michaelis Herr Volksschullehrer Alfred Wandelt nach anderthalbjähriger aushilfsweiser Beschäftigung. Mit dem Schlufs des Schuljahres werden ferner die Anstalt verlassen Herr Oberlehrer Dr. Stoltenburg nach 5½ jähriger Wirksamkeit, um einem Rufe an die hiesige städtische Realschule zu folgen, und Herr Wissenschaftlicher Hilfslehrer Dr. Faust, welcher nach einjähriger aushilfsweiser Beschäftigung in seine Heimatsprovinz Sachsen zurückkehrt, um in Nordhausen als Oberlehrer angestellt zu werden. Allen diesen Herren spreche ich auch an dieser Stelle für ihre treuen und erfolgreichen Dienste im Namen der Anstalt den herzlichsten Dank aus.

Neu eingetreten in das Lehrer-Kollegium sind: am 1. Mai Herr Vorschullehrer Robert Weber aus Krotoschin*) und am 1. Oktober Herr Oberlehrer Otto Kirstein aus Meseritz**); wiedereingetreten ist Herr Kandidat des höheren Schulamts Friedrich Koch, der zur Ableistung seines Militärdienstjahres und einer achtwöchentlichen Übung 14 Monate beurlaubt war, zu Michaelis in die etatsmäfsige Hilfslehrerstelle, zunächst um sein Probejahr zu beendigen. Herr Schulamtskandidat Hermann Mohr, seit Michaelis 1902 aushilfsweise mit voller Stundenzahl an der Anstalt beschäftigt, hat Michaelis 1903 an derselben sein Probejahr angetreten.

Beurlaubt waren während des ganzen Schuljahres: Herr Oberlehrer Dr. Erich Schmidt in Verlängerung des Ostern 1902 bewilligten Urlaubs, um sein Werk „Geschichte des Deutschtums im Lande Posen unter polnischer Herrschaft" fertigzustellen; während des Winterhalbjahres Herr Oberlehrer Höhnel zu einer wissenschaftlichen Studienreise nach Frankreich; zu militärischer Dienstleistung auf $4^1/_2$ Wochen Herr Oberlehrer Dr. Jeschonnek und auf 14 Tage Herr Prof. Dr. Lämmerhirt; auf einige Tage nach den Osterferien Herr Oberlehrer Höhnel und Herr Prof. Dr. Lämmerhirt zur Teilnahme an dem englischen Doppelferienkursus in Berlin, nach den Pfingstferien der Direktor zur Direktorenkonferenz in Posen, in den Michaelisferien Herr Oberlehrer Dr. Stoltenburg zur Teilnahme am 2. schulhygienischen Kursus in Posen; wegen Einberufung zu verschiedenen Schwurgerichtsperioden die Herren Schmerl, Kade, Baumert, Methner.

Zur Wiederherstellung ihrer Gesundheit wurden auf längere Zeit beurlaubt: Herr Prof. L. Schmidt, der nach sechswöchentlichem Urlaube mit Schlufs der Sommerferien wieder eintrat, aber bis Michaelis von einem Teil seiner Unterrichtsstunden entbunden werden mufste; im Sommer auf 5 Wochen Herr Prof. Bohn und während des ganzen Winterhalbjahres Herr Prof. Dr. Ehrenthal. Aufserdem wurde Herr Prof. Dr. Methner aus Gesundheitsrücksichten seit dem 15. Februar bis Schlulschlufs um wöchentlich 5 Unterrichtsstunden entlastet.

Unterbrochen wurde der regelmäfsige Gang des Unterrichtes, abgesehen von manchen kurzen Verhinderungen wegen Erkrankung oder in persönlichen oder dienstlichen Angelegenheiten, wegen Beurlaubung in Familienangelegenheiten von Herrn Pfefferkorn auf 4 Wochen; wegen Krankheit von Herrn Weber auf 3 Wochen und von Herrn Peisker seit dem 11. Dezember, sowie von Herrn Prof. Schmidt seit dem 24. Februar bis zum Schlufs des Schuljahres.

Danach waren die gesundheitlichen Verhältnisse im Lehrerkollegium während des verflossenen Schuljahres aufsergewöhnlich ungünstig und nötigten nicht blofs zu öfterem Lehrerwechsel im Unterricht, sondern auch in manchen Nebenfächern zur Zusammenlegung von Abteilungen und zur Kürzung der Stundenzahl. Das neue Schuljahr wird nicht weniger ungünstig beginnen, denn schon jetzt mufsten mehrere Kollegen zur Herstellung ihrer Gesundheit einen viertel- oder halbjährigen Urlaub erbitten. Hoffentlich aber wird es möglich sein, zu Ostern auslängliche Ersatz- und Hilfskräfte zu erhalten, damit nicht durch zu starke Heranziehung die Leistungsfähigkeit noch verfügbarer Lehrer gefährdet oder geschädigt werde.

---

*) Robert Weber, geb. 17. Mai 1856 zu Podasch, Kreis Militsch, evangelisch, vorgebildet in der Präparandenanstalt zu Adelnau, dem Königlichen Lehrerseminar zu Koschmin und der Königlichen Turnlehrerbildungsanstalt zu Ber in, war von 1876—77 als Lehrer in Lewkow-Hauland, Kreis Ostrowo, von da ab bis 1887 an der Stadtschule zu Krotoschin und darauf an der Vorschule des Königlichen Gymnasiums daselbst tätig.

**) Otto Kirstein, geb. 31. März 1852 zn Bielwiese, Kreis Steinau a. O., evangelisch, vorgebildet auf dem Gymnasium zu Schweidnitz und der Universität Breslau, bestand hier die Staatsprüfung für Mathematik, Physik, Botanik, Zoologie und Mineralogie und war als Probekandidat am Gymnasium zu Ohlau, dann als Lehrer an der höheren Knabenschule in Schwerin a. W. und seit Ostern 1894 als Oberlehrer am Königlichen Gymnasium zu Meseritz tätig.

In den Sommerferien ertrank am 8. Juli beim Baden im Ostrowoer See bei Amsee Georg Kolwitz aus U II B. Die ortsanwesenden Lehrer und Mitschüler gaben ihrer herzlichen Teilnahme bei dem Begräbnisse des allgemein beliebten, besonders strebsamen und begabten Schülers Ausdruck. Am 7. Januar starb Hans Rosenau aus V 3, ebenfalls ein hoffnungsvoller Knabe. Endlich fiel Werner Gardiewski aus V 2 am 7. März auf dem Wege zur Schule so unglücklich von der Gehbahn, dafs der eine Fufs von einem eben vorüberfahrenden elektrischen Strafsenbahnwagen erfafst und vollständig abgequetscht wurde. Die ansteckenden Kinderkrankheiten, welche in Bromberg grassierten, verbreiteten sich nicht auf eine gröfsere Anzahl von Schülern und verliefen, aufser in dem Falle des genannten Rosenau, leicht und glücklich.

Wegen grofser Hitze mufste der Unterricht nach Vorschrift verkürzt werden am 30. Juni und 7. September.

Die Schulausflüge fanden am 15. Juni statt, und zwar wurden die Oberprimaner, welche schon Sonnabend, den 13. Juni mittags abfuhren, nach Danzig und Umgegend, die Unterprimaner nach Schwetz, die O II B nach Marienburg, die übrigen Klassen nach Jasiniec, Rinkau oder andern Orten der näheren Umgebung Brombergs geführt.

Im zweiten Sommervierteljahr wurde unter der Oberaufsicht des Herrn Prof. Methner ein stenographischer Kursus (System Stolze-Schrey) eingerichtet, an welchem anfangs 29, im Winter 20 Schüler der oberen und mittleren Klassen teilnahmen.

Am Kretschmar-Tage (24. Oktober) empfing der Oberprimaner Ludwig Dombrowski eine Bücherprämie aus dem Zinsertrage der Kretschmarstiftung.

Die mündliche Reifeprüfung wurde am 8. und 9. März unter dem Vorsitze des Direktors abgehalten. Die sämtlichen Oberprimaner, welche in dieselbe eintraten (je 14 aus O I A und O I B) erlangten das Zeugnis der Reife, 14 unter Entbindung von der mündlichen Prüfung (vergl. S. 19.)

Schmerzlich bewegt wurde, wie die höheren Lehranstalten der ganzen Provinz, so auch unser Gymnasium durch den plötzlichen, am 7. Januar nachmittags 4 Uhr erfolgten Tod des Königlichen Provinzialschulrats und Geheimen Regierungsrats Herrn Professors D. Polte, dessen Persönlichkeit und Verdienste der Direktor am 9. Januar bei der gemeinschaftlichen Morgenandacht den Schülern vor Augen führte. Aus innerster Überzeugung macht das Lehrerkollegium den folgenden öffentlichen Nachruf auch zu dem seinigen, welchen der Präsident, der Direktor und die Mitglieder des Königlichen Provinzial-Schulkollegiums zu Posen, gez. von Waldow, dem Verstorbenen unter dem 8. Januar 1904 gewidmet haben:

> Am 1. Januar 1872 in das hiesige Provinzial-Schulkollegium berufen, hat der Entschlafene zweiunddreifsig Jahre lang mit grofser Sachkenntnis und strenger Gerechtigkeit, mit stetem Wohlwollen gegen die Lehrer und warmer Teilnahme für die Schüler unermüdlich und unter Gottes reichem Segen das Gedeihen der ihm anvertrauten Lehranstalten unserer Provinz unter schwierigen Verhältnissen gefördert.
>
> In dem so plötzlich uns Entrissenen betrauern wir einen bis zum Tode getreuen Beamten, einen hochgeschätzten Kollegen und einen Charakter von seltener Reinheit, dessen Andenken in Segen fortleben wird.

IV. Statistische Mitteilungen.

1. Übersicht über die Frequenz und deren Veränderungen im Laufe des Schuljahres.

	A. Gymnasium.										B. Vorschule.			
	O. I.	U. I.	O. II.	U. II.	O. III.	. IIIU.	IV.	V.	VI.	Sa.	I.	II.	III.	Sa.
1. Bestand am 1. Februar 1903	31	36	49	58	73	76	80	81	78	562	56	56	36	148
2. Zugang bis zum Schluss des Schuljahres	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3. Abgang bis zum Schluss des Schuljahres	28	4	14	14	6	6	12	4	10	98	6	4	6	16
4a. Zugang durch Versetzung zu Ostern 1903	32	29	36	55	58	52	68	59	46	435	49	30	—	79
4b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern 1903	—	2	6	1	2	10	7	10	22	60	10	8	23	41
5. Bestand am Anfang des Schuljahres	35	31	48	64	72	74	91	78	77	570	64	41	23	128
6. Zugang im Sommerhalbjahr .	—	—	1	—	1	—	2	2	1	7	1	—	2	3
7. Abgang im Sommerhalbjahr .	1	1	2	7	2	2	3	3	4	25	3	3	—	6
8. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis 1903	—	—	2	1	1	—	—	—	2	6	3	2	1	6
9. Bestand am Anfang des Winterhalbjahres	34	30	49	58	72	72	90	77	76	558	65	40	26	131
10. Zugang im Winterhalbjahr . .	—	—	—	—	2	—	1	1	1	5	—	—	—	—
11. Abgang im Winterhalbjahr . .	—	—	1	—	—	1	—	1	1	4	—	1	—	1
12. Bestand am 1. Februar 1904	34	30	48	58	74	71	91	77	76	559	65	39	26	130
13. Durchschnittsalter am 1. Februar 1904	19,0	17,7	17,3	16,2	15,1	13 8	12,9	11,7	10,6	—	9,4	8,3	7,4	—

2. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	A. Gymnasium.							B. Vorschule.						
	Evangel.	Kathol.	Dissid.	Juden	Einheim.	Ausw.	Ausl.	Evangel.	Kathol.	Dissid.	Juden	Einheim.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommerhalbjahres .	444	79	—	47	424	143	3	96	22	—	10	114	14	—
2. Am Anfang des Winterhalbjahres .	436	77	—	45	420	135	3	97	24	—	10	117	14	—
3. Am 1. Februar 1903	440	75	—	44	419	137	3	97	23	—	10	118	12	—

Das Zeugnis für den einjährigen Militärdienst haben erhalten Ostern 1903: 50 Schüler, Michaelis 1903: 4 Schüler.

Davon sind zu einem praktischen Beruf abgegangen: 16 Schüler.

3. Übersicht über die Abiturienten.

Laufende Nummer	Familien- und Rufname	Geburts- Ort	Geburts- Tag und Jahr	Konfession	Des Vaters Stand	Des Vaters Wohnort	Wie lange a) im Gymnasium in Bromberg	Wie lange b) in Prima überhaupt	Wie lange c) in Oberprima	Studium oder Beruf
967	Bleck Friedrich	Lowin, Kr. Schwetz	19. 8. 86	ev.	Ritterguts-besitzer	Lowin	9	2	1	Philologie
968	Bohm, Burchard	Bachwitz, Kr. Bromberg	18. 7. 84	ev.	Rentner	Brom-berg	$10^1/_2$	3	1	Philologie
969	Brosemann, Kurt	Kan.-Kol. A, Kr. Bromberg	17. 1. 85	ev.	Regierungs-sekretär	Brom-berg	10	3	2	Rechts-wissenschaft
970	Bukofzer, Karl	Schwetz a. W.	28. 9. 85	jüd.	Kaufmann	Berlin	3	2	1	National-ökonomie
971	Cohn, Julius	Crone a. B.	6. 11. 84	jüd.	Kaufmann	Crone a. B.	2	2	1	Heilkunde
972	David, Otto	Bromberg	25. 5. 85	ev.	† Eisenbahn-sekretär	Brom-berg	10	2	1	Rechts-wissenschaft
973	Dombrowski, Ludwig	Breslau	12. 10. 85	kath.	Bahnhofs-wirt	Brom-berg	9	2	1	Philologie
974	Eilenfeldt, Hans	Karlsmühle b. Schön-lanke	27. 4. 85	ev.	Mühlen-besitzer	Karls-mühle	6	2	1	Philologie
975	Habermann, Rudolf	Bromberg	29. 8. 84	ev.	Kaufmann	Brom-berg	10	2	1	Heilkunde
976	Janecke, Franz	Bromberg	8. 10. 85	ev.	† Amts-gerichtsrat	Brom-berg	9	2	1	Chemie
977	Joop, Richard	Penchowo, Kr. Inowrazlaw	6. 8. 83	ev.	Gutsbesitzer	Pen-chowo	9	2	1	Tier-heilkunde
978	Kopp, Otto	Bromberg	18. 3. 86	ev.-luth.	Färber-meister	Brom-berg	9	2	1	Philologie
979	Kosse, Wilhelm	Botenhagen, Kr. Schivelbein	14. 3. 85	ev.	Amtsanwalt	Brom-berg	10	2	1	Bankfach
980	Kringel, Otto	Langenau, Kr. Bromberg	27. 9. 85	ev.	Rektor	Schwetz a. W.	3	2	1	Heilkunde
981	Kronheim, Hans	Crone a. B.	5. 4. 85	jüd.	Kaufmann	Crone a. B.	6	2	1	Theologie
982	Kronheim, Siegbert	Samotschin	4. 5. 86	jüd.	Kaufmann	Brom-berg	4	2	1	Rechts-wissenschaft
983	Ménard, Willy	Bromberg	14. 3. 84	ev.	Juwelier	Brom-berg	11	2	1	Baufach

Laufende Nummer	Familien- und Rufname	Geburts- Ort	Geburts- Tag und Jahr	Konfession	Des Vaters Stand	Des Vaters Wohnort	Wie lange a) im Gymnasium in Bromberg	b) in Prima überhaupt	c) in Oberprima	Studium oder Beruf
984	Mix, Wilhelm	Bromberg	2. 9. 83	ev.	Kaufmann	Bromberg	11	3	1	Rechtswissenschaft
985	Ochwadt, Kurt	Zienitz, Kr. Dannenberg	10. 1. 87	ev.	Oberforstmeister	Bromberg	$2^1/_2$	2	1	Rechts- und Staatswissenschaften
986	Rahm, Kurt	Woynowo, Kr. Bromberg	9. 6. 85	ev.	Domänenpächter	Woynowo	10	3	1	Rechts- und Staatswissenschaften
987	Schannewitzki	Schulitz	25. 4. 85	ev.	† Pfarrer	Bromberg	10	2	1	Rechtswissenschaft
988	Schmekel, Karl	Wiskitno, Kr. Bromberg	29. 8. 86	ev.	Gutsbesitzer	Wiskitno	9	2	1	Landwirt
989	Schmidt, Rudolf	Schönau, Kr. Randow	23. 4. 84	ev.	Brennereiverwalter	Golluschütz, Kr. Schwetz	3	2	1	Postfach
990	Scholz-Sadebeck, Wolfgang	Namslau	26. 10. 84	ev.	Oberstabsarzt	Bromberg	7	3	1	Offizier
991	Sedelmayr, Leonhard	Bromberg	8. 1. 84	kath.	Restaurateur	Bromberg	11	4	2	Bankfach
992	Waschow, Fritz	Krotoschin	22. 5. 86	kath.	Regierungs- und Schulrat	Bromberg	9	2	1	Rechtswissenschaft
993	Weber, Gustav	Posen	21. 11. 84	ev.	Zolleinnehmer	Krummknie	9	2	1	Tierheilkunde
994	Zutz, Georg	Bialoschewin, Kr. Znin	6. 4. 83	ev.	Gutsbesitzer	Bialoschewin	5	2	1	Rechtswissenschaft

Von der mündlichen Prüfung wurden entbunden: Bleck, Brosemann, Cohn, Dombrowski, Eilenfeldt, Joop, Kopp, Kringel, Kronheim I (Hans), Mix, Ochwadt, Schmekel, Sedelmayr, Zutz.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

a) Lehrerbibliothek. Verwalter: Prof. Dr. Witting.

1. Angekauft wurden: a) Die Fortsetzungen der bisher gehaltenen Zeitschriften.

b) Theologie: Weiss, Die Religion des N. T. — Luthers Werke, Bd. 27, 28. — Gareis, Die evangel. Heidenmission. — Zeitschrift f. d. ev. Religionsunterricht, Forts.

c) Griech. u. röm. Lit.: Horatii carm. ed. Müller. — A. Gelli noct. Attic. ed. Hosius. — Tacitus Germania ed. Zernial u. Wolff. — Die Germania des Tacitus v. Kobilinski. — Plutarch ed. Siefert u. Blass Ausg. Biographien. — Pausaniae Graecae descriptio vol. I ed. Spiro. — Calpurnii Flacci declam. —

Thucydides ed. Böhme Bd. 1—9. — Scholia vetera in Pindari carm. — Min. Felicis Octavius ed. Boenig. — Hildegardis causae. — Schulze, Die röm. Grenzanlagen in Deutschland. — Jacob's Elementarbuch der griech. Sprache. — Landgraf, histor. Gramm. der lat. Sprache, Bd. III. — Weissenfels, Einl. in die Schriftstellerei Ciceros. — Weissenfels, Cic. de off. — Apocalypsis Anastasiae. — Kromayer, Antike Schlachtfelder. — Thucyd. ed. Classen Bd. 3, 4, 5, 8. — Georgii Acropolitae opp. — Libanii opp. — Nonnii Marcelli de comp doctr. — Pausaniae Graeciae descript. vol. III. — Isaei oratt. — Müller, Handbuch d. klass. Altertumswiss., Forts. — N. Jahrbücher f. d. klass. Altertum, h. v. Ilberg, Forts. — Grani Liciniani quae supersunt. — Georgii Monachi chron. — Aristotelis eth. Nicom.

d) Pädagogik: Beier, Die Berufsausbildung. — Körper u. Geist, Zeitschrift für Turnen etc. 11. Jahrg. — Vogt, Jahrbuch des Vereins für wiss. Pädagogik, Forts. — Jahrb. für Volks- u. Jugendspiele, Forts. — Pädag. Jahresbericht. Jahrg. 55. — Verhandlungen der Dir.-Vers., Bd. 62—69. — Registerband zu den 10 Jahrg. 1890/99 des Zentralblattes. — Rethwisch, Jahresberichte, Forts. — Matthias, Monatsschrift f. höh. Schulen, Forts. — Monatsschrift f. d. Turnwesen, Forts. —

e) Geschichte u. Geographie: Lamprecht, deutsche Geschichte 2 Erg.-Bände. — Hartmann Gesch. Italiens im Mittelalter 2. Bd. — Forschungen zur brand. u. preufs. Geschichte v. Hintze, Forts. — Sybel, Histor. Zeitschrift, Forts. — Riezler, Gesch. Baierns, Bd. V u. VI. — Lehmann, Freiherr v. Stein, Forts. — Wehrmann, Gesch. v. Pommern. Bd. 1. — Hohenzollern-Jahrbuch v. Seidel, 7. Jahrg. — Geographischer Anzeiger, Jahrg. 4. —

f) Math. u. Naturwiss.: Pfuhl, Der Unterricht in der Pflanzenkunde. — Bölsche, Von Sonnen und Sonnenstäubchen. — Enriques, Vorles. über projektive Geometrie. — Helmholtz, Reden und Vorträge. — Steiners Gesammelte Werke, 2 Bde. — Neumann, Vorlesungen über Optik. — Föppl, Einl. in d. Maxwellsche Theorie der Elektricität. — Hertz, Ges. Werke, Bd. 2—3. — Zeitschrift f. d. phys. Unterricht v. Poske, Forts. —

g) Deutsche Sprache u. Lit.: Frick u. Polack, Epische u. lyrische Dichtungen, 2 Bde. — Heinze, Aufgaben aus deutschen Dramen, Epen u. Romanen. — Düntzer, Erläut. Bd. 1. — Goethe, Herm. u. Dorothea, v. Funke. — Kuno Fischer, Goethes Faust, Bd. 3—4. — Lyon, Zeitschrift f. d. deutschen Unt., Forts. —

h) Varia: Die Grenzboten, Forts. — Klussmann, System. Verzeichnis der Abhandlungen etc. Bd. 4. — Preufs. Jahrbücher, Forts. — Die Alters- u. Sterblichkeitsverh. der Dir. u. Oberlehrer in Preufsen. — Jahresverz. der an d. deutschen Schulanstalten ersch. Abhandlungen XIV. — Mäfsigkeitsblätter. — Blätter z. Weitergeben. — Adrefsbuch v. Bromberg 1904.

2. Geschenkt a) von Se. Excell. dem Herrn Minister: Monumenta, Germ. histor. Forts. — Deutscher Universitätskalender. — Werckshagen, Der Protestantismus am Ende des 19. Jahrh. — Meyer, Mythologie der Germanen. —

b) vom Magistrat zu Bromberg: Haushaltsplan der Stadt Bromberg. —

c) v. Herrn Gymnasialdirektor a. D. Marg: 111 Bde., darunter bes. Collin, Tragödien. — Fischers Gesch. der Künste. — Polens Kampf um s. Wiedergeburt. — Reinhold, Gesch. d. Philos. — Hubers sämtl. Werke. — Canitz, Gedichte. — Hagen, Reden u. Vorträge. — Schmidt, Gymn. Pädagogik. — Weitzmann, Sämtl. Gedichte. — Feder, Untersuchungen über den menschl. Willen, 4 Bde. — Reimarus, Die Triebe der Tiere. — Lange, Poetik. — Fried. Harkort v. Rosin. —

d) v. Herrn Oberstabsarzt Dr. Neumann: Blätter für Volksgesundheitspflege.

e) v. d. Gobineau-Vereinigung: Die Renaissance u. Alexander-Tragödie.

f) v. d. Kais. Oberpostdirektion: Statistik d. deutschen Reichspost u. Telegr.-Verwaltung 1903.

b. Schülerbücherei. Verwalter Prof. Dr. Schmerl.

Angeschafft wurden: 1. Für die obere Abteilung: A. 3744. Neue Christoterpe. Jahrg. 1904. C. 1. 3724. Storck, Deutsche Literaturgeschichte. — C. 3. 3707 Behrmann, Klopstockbüchlein (U I B). 3708. Raabe, Chronik der Sperlingsgasse (O I B). 3710 u. 3711. Keller, Die Leute von Seldwyla. 2 Bde. (O I B). 3716. Raabe, Der Hungerpastor. 3717—3719 u. 3748 Porger, Moderne deutsche Prosa. 4 Bde. (U II u. O II). 3720 u. 3721. O. Ludwigs Werke. 2 Bde. Hrsg. v. Bartels. 3731. Bielschowsky, Goethe, sein Leben und seine Werke. 2. Bd. (O I B). 3733 u. 3734. Ganghofer, Schlofs Hubertus. 2 Bde. 3735. Sudermann, Frau Sorge. 2700. Wolff, Die Hohkönigsburg. (U I B). 3741. Grillparzer, Sappho. Hrsg. v. Löschhorn. 3742. Wildenbruch, Kindertränen. 3743. Ders., Das edle Blut. 3745. Lyon, Ästhetische Erläuterungen d. Dichter d. 19. Jahrh. (5 Hefte.) — C. 4. 3709. Dose, Frau Dose. 3712. Treller, Der Letzte vom Admiral. (U II B.) 2384. Höcker, Seekadett Tielemann. (U II A) 468. Henningsen, 12 Erzählungen neuerer deutscher Dichter. (U II A.) 3713. Schulze-Smidt, Eiserne Zeit. (O I A.) 470. Tanera, Nser—ben—Abdallah, der Araberfritz. (O II B.) 2715. Gerstäcker. Die Flufspiraten d. Mississippi. (U II A) 2323. Felde, Addy, der Rifleman. (U II A.) 3714. Noeldechen, Unter dem roten Adler. (U II B.) 3723. Hoffmann—Marryat, Der fliegende Holländer. (U II A.) 3722. Jahnke, Im Weltwinkel. (O II A.) 3730. Geyer—Marryat, Der Flottenoffizier. (U II A.) 3732. Harald, Kapitän Jack. (U II A.) 3737. Herrings, Taku. (U II A) 3738. Harald, Der schwarze Ritter. (U II B.) 2382. Meister, Im Kielwasser des Piraten. (U II A.) 3740. Matthias, Kampf und Schrecken im Reiche des Mahdi. (U II B.) 3746. Gurlitt, Virtus

Romana. 3747. Tanera, Heinz der Brasilianer. (U II B.) — E. 2. 3725 Hachtmann, Die Akropolis v. Athen. 2726. Schulze, Die römischen Grenzanlagen u. d. Saalburg. — F. 1. 3739. Maspero, Ägypten und Assyrien (O II B.) — F. 2. 3557 Schäfer, Die Hanse. (Monogr. z. Weltg. XIX.) 3749. Seidel, Hohenzollern-Jahrbuch 1903. 3754. Nauticus, Jahrb. f. Deutschlands Seeinteressen 1903. — G. 1. 3715. Boeck, Durch Indien ins verschlossene Land Nepal. 3727. Ruge, Dresden u. d. sächs. Schweiz. (Monogr. z. Erdk. XVI.) 3736. Amadeus von Savoyen, Die Stella Polare im Eismeer.

2. Für die untere Abteilung: Pichler, Helden d. d. Vorzeit. Pannwitz, Grofse Kriegshelden. Mund, Münchhausen. Schwab-Engelmann, Sagen d. klass. Altertums. Schwab, Deutsche Volks- u. Heldensagen. Vogel, Frau Märe. Promber, Knabenfreund. Bechstein, Märchenbuch. Grimm, Kindermärchen. Arndt, Rübezahl. Petersen, Till Eulenspiegel. Decken, Gott ist der Waisen Vater. Höcker, Der Schiffsjunge d. gr. Kurfürsten. Schmidt, Mit Schwert und Lanze. Meister, In der deutschen Südsee. Kern, Freibeuter von Sumatra. Meister, Schatzsucher im Eismeere. Sonnenburg, Eberstein Kern, Freuden und Leiden auf offener See. Geyer, Onkel Toms Hütte. Leistner, Der letzte Häuptling. Schmiedgen, Nansens Nordpolfahrt. Geyer, Das Amulett. Schwartz, Sagen d. Mark Brandenburg. Uhle, Plutarchs Lebensbeschreibungen. Stockton, Abenteuer d. Kapitän Horn. Dähnhardt, Deutsches Märchenbuch II.

Geschenkt wurden: 1. v. d. Verfasser: E. Schmidt, Aus Brombergs Vorzeit, 2 Exple. (T. 2. 3728 u. 3729: U I A u. U I B.)

2. v. d. Verleger Herm. Paetel, Berlin: Ehlers, Samoa. Ders., Im Osten Asiens. Vollmer, Der deutsch-französische Krieg 1870/71 2 Bde. Capelle, Die Befreiungskriege 2 Bde. Dove, Südwestafrika. Ehlers, Im Sattel durch Indochina. Holzgraeve, Der deutsche Ritterorden.

3. Amerlan, Nächte am Rio Paraguay, von G. und H. Klug in Asuncion u. Buenos Aires, früheren Schülern der Anstalt.

c. Physikalische Sammlung. Verwalter: Prof. Dr. Hoffmann.

Es wurden angeschafft: a) aus etatsmäfsigen Mitteln: 2 Metermafse, die wichtigsten Teile des Pizzarelloapparates, Hohlspiegel, Röntgenröhre, Leuchtschirm, Fosterscher App. zum Nachweis des Jouleschen Gesetzes, Widerstandskasten, Normalelement n. Clarke.

b) aus aufseretatsmäfsigen Mitteln: Atwoodsche Fallmaschine mit getrenntem Pendelstativ, Pulujsche Vorrichtung zur Best. des mech. Wärmeäquivalents, Akkumulatorenbatterie, Sinustangentenbussole nach Kolbe, Spiegelgalvanometer nach D'Arsonval, mod. v. Donath-Ernecke. Funkeninduktor mit Deprez-unterbrecher und 15 cm Funkenlänge.

Der Sammlung wurden überwiesen: Deckengehänge mit Pendeln, Flasche mit Hahn und Ansatzstück zur Best. der Dichte der Gase, Kundtsche Röhre, Einsatzvorrichtung im Fensterladen mit Linse, Spalt- und Lichtschacht. Stellspiegel. Apparate zum Nachweis des Spiegelungs- und Brechungsgesetzes. Desgl. für das Ausdehnungsgesetz und den Ausdehnungskoeffizienten fester, röhrenförmiger Körper und des Quecksilbers. Metallthermometer. 2 Elektroskope, das eine mit Kondensatorplatten, Hohlgefäfs und Spitze, Verteilungsschere, 2 Holtzsche Fufsklemmen, Grove-Bunsen-Daniellelement, Galvanometer mit Brücke und zwei Wickelungen. Vorschaltkurbelrheostat am Experimentiertisch.

Aufserdem wurde ein Teil der vorhandenen Apparate umgearbeitet.

d) Zoologische Sammlung. Verwalter: Oberlehrer Kirstein.

Für die Sammlung wurden angeschafft: Afrikanische Salpe, Röhrenwurm, Seeigel, grüne Hydra, Tintenfisch, Smaragdeidechse, Schlankjungfer, Entwicklung des Termiten, des Seidenspinners und des Bandwurmes.

e) Schulgarten. Verwalter: Oberlehrer Kiesling.

Aufser verschiedenen Sämereien wurde nichts angeschafft.

f) Botanische Sammlung. Verwalter: Oberlehrer Kirstein.

Es wurde in diesem Jahre nichts angeschafft.

g) Kartensammlung. Verwalter: Oberlehrer Wandelt.

Bamberg, phys. Karte von Deutschland; Gäbler, pol. Karte von Deutschland; Gäbler, pol. Karte von Preufsen; Killmann, Karte der öffentlichen Höheren Lehranstalten in Preufsen.

h) Notensammlung. Verwalter: Gymnasiallehrer Schattschneider.

Altniederl. Volkslieder von Kremser.

i) Sammlung von Anschauungsmitteln für den altsprachlichen und geschichtlichen Unterricht. Verwalter: Prof. Dr. Ehrenthal.

Es wurde in diesem Jahre nichts angeschafft, die Zinsen aus der Geheimrat-Guttmann-Stiftung (vergl. S. 24) wurden aufgespart.

k) Sammlung von Anschauungsmitteln für den Zeichenunterricht. Verwalter: Gymnasiallehrer Hellmann.

Geschenkt wurden von Sr. Excellenz dem Herrn Minister der geistl. etc. Angelegenheiten: 1 Leuchter, 1 Steinbecher, 1 Krokustopf, 1 Vase. —

Angeschafft wurden: 12 praepar. Blätter, getrocknete Blüten und Früchte, 2 Pilzgruppen, 3 Schmetterlinge und 1 Käfer in Glaskästen, 1 Pilgermuschel, Vogelfedern, 6 Tongefäfse, 1 Zeichenbrett, 1 Stangenzirkel.

Geschenkt wurden: von dem Unter-Sekundaner Müller mehrere Schmetterlinge und von der Präzisionsreifszeugfabrik des Herrn Max Simon in Nürnberg drei Schulreifszeuge zum Gebrauch für wenig bemittelte Schüler.

l) Turngeräte. Verwalter: Gymnasiallehrer Hellmann.

Neu angeschafft: 1 Springkasten, 5 Gere, 1 Wurfspeer, 10 Keulen, 1 Cocosmatte, Spaten Harke, Hammer, Zange.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

a) Für Schüler.

1. Seitens der Anstalt wurde die etatsmäfsige Anzahl der Freistellen (10 % der Gesamtzahl der Gymnasiasten) an bedürftige und würdige Schüler von der Lehrerkonferenz verliehen und eine Anzahl armer Schüler mit Schulbüchern aus der Armenbücherei unterstützt. Der Güte der Königlichen Behörden verdanken im ganzen 10 Schüler der oberen und mittleren Klassen Regierungsstipendien. Davon empfing für das ganze Schuljahr einer 300 Mark, sieben je 150 Mark, im Winterhalbjahr zwei je 75 Mark.

2. Verein zur Unterstützung hülfsbedürftiger Gymnasiasten aus dem Regierungsbezirk Bromberg. Das Kuratorium bilden die Herren Oberbürgermeister Knobloch, Professor Dr. Schmerl und der Unterzeichnete. Der Kassenführer Professor Dr. Schmerl erstattet folgenden Kassenbericht für das Verwaltungsjahr 1903/04:

Bestand an Papieren: 6900 Mark Hypotheken, 2000 Mark 3½ % Posener Pfandbriefe, 2100 Mark 3½ % Westpr. Pfandbriefe, 500 Mark 3½ % Preufs. kons. Staatsanleihe, 500 Mark 3 % Preufs. kons. Staatsanleihe, ein Sparkassenbuch über 1789,20 Mark.

Es wurde eingenommen:		Es wurde ausgegeben:	
Bestand am 1. April 1903	3,22 Mk.	Für 1 Schüler d. O I	70,— Mk.
Zinsen von Hypotheken .	276,— „	„ 1 „ „ U I	70,— „
Zinsen von anderen Papieren	176,— „	„ 2 „ „ U I je 50 .	100,— „
Beitrag d. Stadt Bromberg	90,— „	„ 1 „ „ U II	50,— „
Auszahlung aus dem Sparkassenbuch des Vereins	170,— „	„ 1 „ „ U II	40,— „
		„ 2 „ „ U II je 40	80,— „
		An die Armenbücherei . . .	75,— „
		Einzahlung in d. Sparkassenbuch des Vereins	230,— „
		Zusammen	715,— Mk.
		Bestand	0,22 „
Zusammen	715,22 Mk.	Zusammen	715,22 Mk.

3. Deinhardt-Prämie. Aus dem Jahreszins erhielt der Abiturient P. Bleck eine Bücherprämie im Werte von 10 Mark für den besten deutschen Aufsatz: „Die Schmerzen sind's, die ich zu Hülfe rufe, denn es sind Freunde, Gutes raten sie."

4. Kretschmar-Stiftung. Aus dem Jahreszins wurden dem Oberprimaner Ludwig Dombrowski am 24. Oktober 25 Mark verliehen, um sich nach eigner Wahl ein auf die alten Klassiker bezügliches Werk zu kaufen.

5. Stiftung der Stadtgemeinde Bromberg. Der Zinsertrag für 1903 wurde aufgespart.

6. Direktor-Müller-Stiftung. Die Zinsen für 1902 (21 Mark) erhielt nachträglich Gert Teske aus IV A.

7. Jubel-Prämien-Stiftung. Der Zinsertrag (10,50 Mark) wurde aufgespart.

8. Jubiläums-Stiftung ehemaliger Schüler des Gymnasiums. Die Jahreszinsen im Betrage von 136,50 Mark erhielt der stud. theol. Karl Schmidt.

9. Breda-Stiftung. Der Zinsertrag (10,50 Mark) wurde wieder aufgespart.

10. Fechner-Stiftung. Die Zinsen (33,25 Mark) wurden auch in diesem Jahre nicht verteilt.

11. Heffter-Stiftung. Aus dem Jahreszins erhielt der Abiturient Kringel eine Büchergabe im Werte von 19,50 Mark.

12. Gesangsprämien-Stiftung. Von den Zinsen erhielt Herbert Meyer aus OIIB 30,50 Mark.

13. Koronowoer Kloster-Stipendium. Die Zinsen für 1902 (150 Mark) „zur Unterstützung hülfsbedürftiger katholischer Gymnasiasten" wurden auf Antrag der Konferenz vom Königlichen Provinzial-Schulkollegium zu Posen an Diethelm UII A und Warnke UIIB zu gleichen Teilen verliehen.

b) Für die Hinterbliebenen von Anstaltslehrern.

1. Der „Unterstützungsverein der ordentlichen Lehrer des Gymnasiums für Witwen und Waisen verstorbener Lehrer" (Deinhardt-Verein) wurde von dem Kuratorium des Vorjahres, bestehend aus dem Direktor als Vorsitzenden, Prof. L. Schmidt als Rendanten und Prof. Dr. Witting als Schriftführer, weiter verwaltet. Bei der Witwenkasse betrug im letzten Verwaltungsjahre die Einnahme 1534,53, die Ausgabe 1098,75, der Bestand 31./12 03 435,78, das Vermögen in Wertpapieren 30550, in der Sparkasse 1648,18 Mark (einschl. 50,24 Mark Zinsen für 1903); bei der Sterbekasse die Einnahme 265,72, die Ausgabe 11,90, der Bestand 31./12. 03 253,82, das Vermögen in Wertpapieren 5200, in der Sparkasse 1463,86 Mark (einschl. 40,70 Mark Zinsen für 1903).

2. Die Deinhardtstiftung für unverheiratete Töchter verstorbener Lehrer des Gymnasiums zu Bromberg hat auch im letzten Verwaltungsjahre aus dem Zinsertrage (195,13 Mark) zwei Töchter früherer Lehrer des hiesigen Gymnasiums mit gleichen Beträgen bedacht.

c) Für den Unterricht.

Die bei Gelegenheit des 25jährigen Direktorjubiläums meines Herrn Amtsvorgängers gegründete Geheimrat-Guttmann-Stiftung „zum Ankauf guter Nachbildungen altklassischer, zur Erläuterung des Horaz und Homer dienender Skulpturen" (vergl. Jahresbericht 1903 S. 17 u. S. 23) wurde mit der Übersendung eines Restbetrages von 50,48 Mark am 24. April 1903 abgeschlossen. Der Fonds beträgt nun 2550,48 Mark. Den gütigen Gebern und besonders Herrn Kaufmann Georg Werckmeister in Bromberg für seine Mühewaltung sei auch an dieser Stelle herzlichst gedankt.

VII. Mitteilungen an die Schüler und an deren Eltern.

Auf Anregung des Königlichen Provinzialschulkollegiums zu Posen tritt mit dem neuen Schuljahre die unterm 3. Januar d. J. genehmigte gedruckte Schulordnung in Kraft, welche die bisher gültigen Bestimmungen übersichtlich zusammenstellt und allen Schülern eingehändigt werden soll, und zwar den zu Ostern neu aufzunehmenden bei ihrem Eintritt, den früheren Schülern unmittelbar bei Beginn des neuen Schuljahres. Die Eltern und Pfleger werden gebeten, von den Bestimmungen derselben Kenntnis zu nehmen und durch Unterzeichnung der jeder Schulordnung beigefügten Verbindlichkeits-Erklärung, die ich binnen 8 Tagen an mich zurückzusenden bitte, zu bescheinigen, dafs sie diese Schulordnung als verbindlich für sich, ihre Söhne und Pflegebefohlenen anerkennen.

Das neue Schuljahr wird Dienstag, den 12. April früh 9 Uhr eröffnet. Neue Schüler werden, soweit der Platz reicht, Montag, den 11. April, in die Vorklassen und in die Sexta pünktlich 9 Uhr vormittags, in die übrigen Gymnasialklassen pünktlich 3 Uhr nachmittags aufgenommen. Zur Aufnahme sind erforderlich der Geburts-, Tauf- und Impf- bezw. Wiederimpfschein, sowie das Abgangszeugnis der etwa vorher besuchten höheren Lehranstalt.

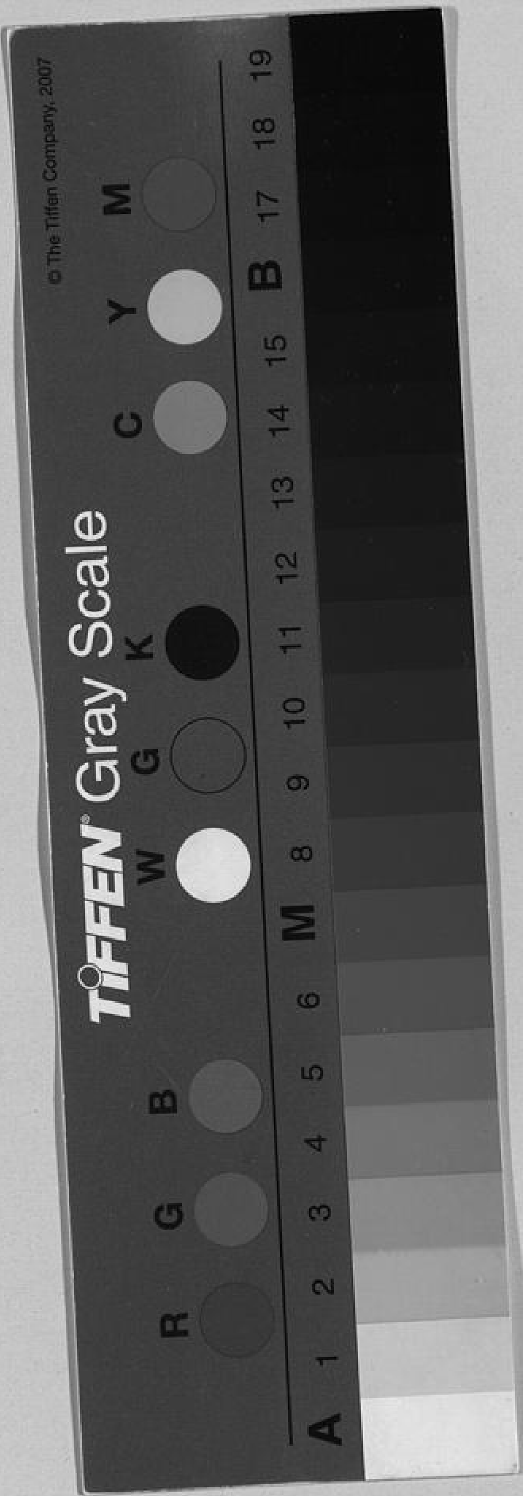
Die Aufnahme in die 3. Vorschulklasse darf bestimmungsgemäfs nicht vor vollendetem sechstem, in die Sexta nicht vor vollendetem neuntem Lebensjahre stattfinden. Nur bei körperlicher Kräftigkeit des aufzunehmenden Knaben, die ärztlich bescheinigt sein mufs, kann von dieser Forderung etwas, aber höchstens ein Vierteljahr, nachgelassen werden.

Für die Wahl und den etwaigen Wechsel der Pension auswärtiger Schüler ist vorher und rechtzeitig meine Genehmigung einzuholen.

Bromberg, 15. März 1904.

Der Königliche Gymnasialdirektor.

Dr. Eichner.


TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

Die anbeschriebenen Kreise des bicentrischen oder Sehnen-Tangentenvierecks und die bicentrische Vierecksschar.

Von

W. JAEHNIKE
Oberlehrer.

Beilage zum Jahresbericht 1903/04 des Königlichen Gymnasiums zu Bromberg.

BROMBERG
Buchdruckerei von A. Dittmann.

1904. Progr. Nr. 185.

Die anbeschriebenen Kreise des bicentrischen oder Sehnen-Tangentenvierecks und die bicentrische Vierecksschar.

Es ist auffallend, wie wenig Berücksichtigung in den Lehrbüchern und Aufgabensammlungen die Vierecke finden, welche einem Kreis umbeschrieben und einem anderen zugleich einbeschrieben sind. In den meisten Lehrbüchern werden sie bis auf den besonderen Fall des regulären Vierecks nicht einmal erwähnt und nur in einigen Aufgabensammlungen zur Stellung von Aufgaben benutzt. Und doch bieten diese Art Vierecke eine Fülle merkwürdiger Eigenschaften und einfacher metrischer Relationen. Es ist Schlömilch's Verdienst, wiederholt in der Hoffmann'schen Zeitschrift darauf hingewiesen und Untersuchungen über bicentrische Vierecke angeregt zu haben. Trotzdem finde ich in der mathematischen Literatur nur eine einzige gröfsere Abhandlung über bicentrische Vierecke, welche im Jahresbericht der Realschule zu Crefeld für das Jahr 1891/92 veröffentlicht wurde. „Geometrische Untersuchungen über bicentrische Vierecke" von Herrn Oberlehrer Dr. Junker. In dieser Arbeit wird auch eine Reihe von Eigenschaften des bicentrischen „Viereckskomplexes", welches denselben um- und einbeschriebenen Kreis hat, abgeleitet. Aber weder in ihr, noch in irgend einer anderen Veröffentlichung sind meines Wissens Untersuchungen über die anbeschriebenen Kreise derartiger Vierecke angestellt oder Eigenschaften derselben mitgeteilt worden. Als ich mich mit denselben beschäftigte, fand ich, dafs sie für das bicentrische Viereck eine ähnliche Bedeutung haben, wie die anbeschriebenen Kreise des Dreiecks für dasselbe, und gelangte zu analogen Beziehungen.

Zur Veröffentlichung meiner Untersuchungen an dieser Stelle glaube ich um so mehr berechtigt zu sein, als dieselben und die zahlreichen Aufgaben, welche sich auf diesem Gebiete stellen liefsen, nach meiner Ansicht im Unterricht der höheren Lehranstalten Verwendung finden könnten.

Bevor ich das eigentliche Thema behandle, will ich einige bekannte Lagenverhältnisse betrachten, deren Kenntnis erforderlich ist, um die Figur zu verstehen.

ABCD sei das bicentrische Viereck, dessen Seiten einen Kreis vom Radius ϱ und dem Mittelpunkte O in den Punkten F, G, H und J berühren und dessen Ecken auf einem Kreise mit dem Radius r und dem Mittelpunkte M liegen. Für die Seiten und Winkel benutze ich die gebräuchlichen Bezeichnungen. Die Gegenseiten schneiden sich in den Punkten S und S_1, und die Diagonalen in E. Die Schnittpunkte der Gegenseiten des Vierecks FGHJ, welches ich Berührungsviereck nennen will, heifsen Z und Z_1. Dieselben liegen nach einem bekannten Satze über das Tangentenviereck auf der Verlängerung von AC und BD und mit S und S_1

auf derselben Geraden, während die Diagonalen FH und GJ durch den Schnittpunkt der Diagonalen des bicentrischen Vierecks E gehen. SS_1 ist die Polare des Punktes E in Bezug auf den einbeschriebenen Kreis, weil E der Durchschnitt der Polaren der beiden Punkte S und S_1, nämlich GJ und FH ist. Da die Diagonalen eines Vierseits sich harmonisch schneiden, werden sowohl E und Z, als auch E und Z_1 durch den umbeschriebenen Kreis harmonisch getrennt. Es mufs daher ZZ_1 oder SS_1 auch Polare des Punktes E in Bezug auf den umbeschriebenen Kreis sein. Die Gerade, auf welcher Z, Z_1, S und S_1 liegen, ist also für beide Kreise eine Polare zum Pole E. Folglich mufs sowohl ME, als auch OE auf dieser Geraden senkrecht stehen. Das ist aber nur möglich, wenn M, O und E in einer Geraden, nämlich in der Centrale beider Kreise liegen. Schneidet die Centrale die gemeinschaftliche Polare in E_1, so ist nach der Polarentheorie die Senkrechte auf der Centralen in E Polare für beide Kreise zum Pol E_1. Es läfst sich zeigen, dafs die Punktreihen auf der Centrale, welche durch beide Kreise harmonisch getrennt werden, nur in zwei Punktpaaren E und E_1 übereinstimmen können, dafs also nur zwei gemeinschaftliche Pole und zwei gemeinschaftliche Polaren möglich sind. Für die gemeinschaftlichen Pole E und E_1 sind nämlich die Gleichungen zu erfüllen:

$$\text{I} \quad ME \cdot ME_1 = (MO + OE)\,(MO + OE_1) = r^2$$
$$\text{II} \quad OE \cdot OE_1 = \varrho^2.$$

Diese beiden Gleichungen werden aber nur durch zwei Wertepaare erfüllt, die wechselseitig die beiden gemeinschaftlichen Pole ergeben. Während also alle anderen Punkte der Ebene in Bezug auf jeden der Kreise verschiedene Polaren und alle anderen Geraden verschiedene Pole haben, decken sich die Polaren für die Punkte E und E_1, die Pole für die Gerade SS_1 und für die in E auf der Centrale errichtete Senkrechte. Ich nenne daher SS_1, die äussere Doppelpolare, die Senkrechte auf der Centrale in E die innere Doppelpolare, E den inneren und E_1 den äusseren Doppelpol.

ZZ_1, ZJ, ZE und ZF sind harmonische Strahlen, denn sie gehen durch die harmonischen Punkte F, E, H und den Schnittpunkt von FH und SS_1. Daraus folgt, dass die Punkte, in welchen AC von FJ und GH geschnitten wird, von Z_1 durch den einbeschriebenen Kreis harmonisch getrennt sind. AC ist also die Polare zu Z_1, entsprechend auch BD die Polare zu Z in Bezug auf den einbeschriebenen Kreis. Für denselben Kreis sind auch GJ und FH Polaren zu S und S_1. Nun sind nach dem Satze vom Vierseit Z, S, Z_1, S_1 harmonische Punkte. Folglich bilden die Diagonalen des bicentrischen und des Berührungsvierecks ein harmonisches Strahlenbüschel nach dem Satze: „Die Polaren harmonischer Punkte bilden ein harmonisches Strahlenbüschel.“ Verbindet man O mit F, G, H und J, so ist: $\sphericalangle FOJ = 2R - \alpha$, $\sphericalangle HOG = 2R - \gamma = \alpha$. Mithin: $\sphericalangle FHJ = 1R - \frac{\alpha}{2}$ und $\sphericalangle HJG = \frac{\alpha}{2}$, also: $\sphericalangle JEH = 1R$ d. h. FH und JG stehen auf einander senkrecht. Da aber, wie eben bewiesen, diese Verbindungslinien mit den Diagonalen des bicentrischen Vierecks ein harmonisches Strahlenbüschel bilden, so halbieren sie nach einem bekannten Satze über die harmonischen Strahlen die Winkel zwischen den Diagonalen des Vierecks. Daher der Satz: „Die Verbindungslinien der Punkte, in welchen der einbeschriebene Kreis die Gegenseiten eines bicentrischen Vierecks berührt, stehen senkrecht auf einander und halbieren die Winkel zwischen den Diagonalen des Vierecks.“ Nach diesen vorbereitenden Sätzen wende ich mich zu meinem eigentlichen Thema.

I. Die anbeschriebenen Kreise des bicentrischen Vierecks.

O_a, O_b, O_c, O_d seien die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise, deren Radien mit ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c, ϱ_d, bezeichnet werden. Die Berührungspunkte derselben und der Seiten des bicentrischen Vierecks sind analog wie beim einbeschriebenen Kreis bezeichnet worden, und die Bezeichnungen aus der Figur zu ersehen. $OS \perp GJ$, weil GJ Berührungssehne, und $HF \perp GJ$, wie oben gezeigt wurde. Daher: $HF \parallel O_a O_c$, ebenso auch: $GJ \parallel O_b O_d$. Nun ist: $GJ \perp HF$, folglich: $O_a O_c \perp O_b O_d$.

„Die Centralen der den Gegenseiten eines bicentrischen Vierecks anbeschriebenen Kreise stehen auf einander senkrecht.“

OA, OB, OC, OD stehen auf den Berührungssehnen FJ, FG, GH, HJ, aber auch auf den Centralen $O_a O_d$, $O_a O_b$, $O_b O_c$, $O_c O_d$ senkrecht. Daraus folgt: $FJ \parallel O_a O_d$, $FG \parallel O_a O_b$, $GH \parallel O_b O_c$, $HJ \parallel O_c O_d$. Da auch $GJ \parallel O_b O_d$ und $HF \parallel O_a O_c$, so sind die beiden Vierecke $FGHJ$ und $O_a O_b O_c O_d$ ähnlich und liegen perspektivisch. Aus der Ähnlichkeit und daraus, dafs $FGHJ$ ein Sehnenviereck ist, ergibt sich, dafs auch $O_a O_b O_c O_d$ ein Sehnenviereck sein mufs. Daher der Satz:

„Die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise eines bicentrischen Vierecks bilden die Ecken eines Sehnenvierecks, welches zum Berührungsviereck perspektivisch ähnlich liegt.“

Aus dem vorigen Satze folgt, dafs die Diagonalen dieses Vierecks aufeinander senkrecht stehen, und aus der Konstruktion der Mittelpunkte des ein- und der anbeschriebenen Kreise, dass sie sich im Mittelpunkte des einbeschriebenen Kreises O schneiden.

L_1, L_2, L_3, L_4 mögen die Durchschnittspunkte des umbeschriebenen Kreises mit den Centralen der den anstofsenden Seiten des Vierecks anbeschriebenen Kreise heifsen. Der umbeschriebene Kreis des Vierecks ist auch der umbeschriebene Kreis der aus den Diagonalen und je zwei Seiten des Vierecks gebildeten Dreiecke. Er schneidet also nach der Lehre von den anbeschriebenen Kreisen des Dreiecks die Halbierungslinien der Aussenwinkel des Vierecks in Punkten, welche, wie der Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises, senkrecht über den Halbierungspunkten der Diagonalen K und K_1 liegen. Daraus folgt, dafs $L_1 L_3$ und $L_2 L_4$ Durchmesser des umbeschriebenen Kreises sind, und AL_2, BL_3, CL_4, DL_1 die Winkel des bicentrischen Vierecks halbieren, mithin durch O gehen.

Im rechtwinkligen Dreieck $O_b OO_c$ ist: $\sphericalangle OO_c O_b = \sphericalangle FHG = \sphericalangle \frac{FOG}{2} = 1R - \frac{\beta}{2}$.
$\sphericalangle O_c OL_2 = OAS + ASO = \frac{\alpha}{2} + \frac{2R-\alpha-\beta}{2} = 1R - \frac{\beta}{2}$. Daraus ergibt sich: $\sphericalangle OO_c L_2 = L_2 OO_c$. Folglich: $O_c L_2 = OL_2$. Ähnlich zeigt man, dafs: $O_b L_2 = OL_2$. Mithin ist: $L_2 O_b = L_2 O_c$ und entsprechend: $O_a L_1 = L_1 O_b$, $O_c L_3 = L_3 O_d$, $O_a L_4 = L_4 O_d$.

Wir erhalten also einen Lehrsatz, dessen erster Teil mit einem Satz über das Dreieck vollkommen übereinstimmt:

„Der umbeschriebene Kreis des bicentrischen Vierecks halbiert die Centralen der den anstofsenden Seiten des Vierecks anbeschriebenen Kreise.

Die Halbierungspunkte liegen auf den Winkelhalbierenden des bicentrischen Vierecks."

Auf der Centrale des ein- und umbeschriebenen Kreises trage man jetzt MO in entgegengesetzter Richtung von M aus bis M_1 ab und verbinde M_1 mit L_2 und L_4; so ist $OL_4 M_1 L_2$ ein Parallelogramm, weil sich die Diagonalen halbieren. Daher: $M_1 L_4 \parallel OA$ und da OA auf $O_a O_d$ senkrecht steht, so mufs auch $M_1 L_4$ auf $O_a O_d$ senkrecht stehen. Ebenso ist nachzuweisen, dafs $M_1 L_1 \perp O_a O_b$, $M_1 L_2 \perp O_b O_c$, $M_1 L_3 \perp O_c O_d$. Da also M_1 der Durchschnittspunkt der in den Mitten der Seiten des Vierecks $O_a O_b O_c O_d$ errichteten Senkrechten ist, so ist es der Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises des Sehnenvierecks $O_a O_b O_c O_d$. Daher der Satz, der auch für das Dreieck gilt:

„Die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise liegen auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt sich auf der Centrale des um- und einbeschriebenen befindet. Der Abstand des Mittelpunktes dieses Kreises vom Mittelpunkte des einbeschriebenen wird durch den Mittelpunkt des umbeschriebenen halbiert."

Den Radius dieses Kreises bezeichne man mit R, so dafs: $M_1 O_a = M_1 O_b = M_1 O_c = M_1 O_d = R$ und versuche ihn durch die Radien der anbeschriebenen Kreise auszudrücken.

Es ist: $\triangle AJ_d O_d \backsim AF_a O_a$, also: $AO_d : \varrho_d = AO_a : \varrho_a$

daher: $(AO_d + AO_a) : (\varrho_a + \varrho_d) = AO_a : \varrho_a$ oder:

$$\text{I} \quad 2\, O_d L_4 : (\varrho_a + \varrho_d) = AO_a : \varrho_a \text{ ebenso:}$$

$$\text{II} \quad 2\, O_c L_2 : (\varrho_b + \varrho_c) = CO_c : \varrho_c.$$

Nun ist: $\sphericalangle O_d O_b O_a = JGF = \frac{JOF}{2} = 1\,R - \frac{\alpha}{2}$

also: $\sphericalangle L_4 M_1 O_d = \frac{1}{2} O_a M_1 O_d = O_d O_b O_a = 1\,R - \frac{\alpha}{2}$

Folglich ist: $\triangle L_4 M_1 O_d \backsim A O_a F_a$

mithin: $O_d M_1 : O_d L_4 = A O_a : \varrho_a$ oder:

$$\text{III} \quad R : O_d L_4 = A O_a : \varrho_a.$$

Ebenso läfst sich zeigen, dafs:

$$\triangle M_1 L_2 O_c \backsim CO_c H_c$$

daraus folgt: $\text{IV} \quad R : O_c L_2 = CO_c : \varrho_c.$

Aus I, III und II, IV ergibt sich:

$$2\, O_d L_4 : (\varrho_a + \varrho_d) = R : O_d L_4 \text{ und:}$$

$$2\, O_c L_2 : (\varrho_b + \varrho_c) = R : O_c L_2 \text{ oder:}$$

$$\text{V} \quad R\,(\varrho_a + \varrho_d) = 2\, O_d L_4^2 \text{ und:}$$

$$\text{VI} \quad R\,(\varrho_b + \varrho_c) = 2\, O_c L_2^2.$$

Addiert man V und VI, so erhält man:

$$\text{VII} \quad R\,(\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d) = 2\,(O_d L_4^2 + O_c L_2^2).$$

Nun ist: $O_c L_2 = O L_2 = L_4 M_1$ und $O_d L_4^2 + L_4 M_1^2 = R^2$, daher auch $O_d L_4^2 + O_c L_2^2 = R^2$.

Setzt man diesen Wert in VII ein, so findet man:

$$R \,.\, (\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d) = 2\,R^2 \text{ oder:}$$

$$2\,R = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d.$$

Daher der Satz:

„Der Durchmesser des umbeschriebenen Kreises des aus den Mittelpunkten der anbeschriebenen Kreise gebildeten Vierecks ist gleich der Summe der Radien der anbeschriebenen Kreise."

Ich will fernerhin das arithmetische Mittel aus den Radien der anbeschriebenen Kreise welches als Hilfsgröfse uns grofse Dienste leisten wird, mit m bezeichnen, so dafs:

$$R = \frac{\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d}{2} = 2\,m$$

Aus V folgt: $O_d\,L_4 = \sqrt{\frac{R(\varrho_a + \varrho_d)}{2}}$ daher:

$$O_a\,O_d = 2\,O_d\,L_4 = \sqrt{2\,R\,(\varrho_a + \varrho_d)} = 2\sqrt{m\,(\varrho_a + \varrho_d)}$$

Entsprechende Werte erhält man für die Centralen: $O_a\,O_b$, $O_b\,O_c$ und $O_c\,O_d$. Ferner ist:

$$OO_a{}^2 = O_a\,O_d\,.\,O_a\,A \text{ und unter Benutzung von I:}$$

$$OO_a{}^2 = \frac{2\,O_d\,L_4\,.\,2\,O_d\,L_4\,\varrho_a}{\varrho_a + \varrho_d} = 4\,m\,\varrho_a.$$

Analog erhält man: $OO_b{}^2 = 4\,m\,\varrho_b$, $OO_c{}^2 = 4\,m\,\varrho_c$, $OO_d{}^2 = 4\,m\,\varrho_d$.

Aus den gefundenen Werten folgt:

$$OO_a{}^2 : OO_b{}^2 : OO_c{}^2 : OO_d{}^2 = \varrho_a : \varrho_b : \varrho_c : \varrho_d \text{ und:}$$

$$O_a\,O_b{}^2 : O_b\,O_c{}^2 : O_c\,O_d{}^2 : O_d\,O_a{}^2 = (\varrho_a + \varrho_b) : (\varrho_b + \varrho_c) : (\varrho_c + \varrho_d) : (\varrho_d + \varrho_a)$$

„Die Quadrate über den Centralen des einbeschriebenen und der anbeschriebenen verhalten sich wie die Radien der zugehörigen anbeschriebenen Kreise, während die Quadrate über den Centralen der den anstofsenden Seiten anbeschriebenen sich wie die Summen der Radien der entsprechenden Kreise verhalten."

Im Dreieck $L_4\,O\,L_2$ ist: $L_4\,O = \frac{O_a\,O_d}{2} = \sqrt{m\,(\varrho_a + \varrho_d)}$, $L_2\,O = \frac{O_b\,O_c}{2} = \sqrt{m\,(\varrho_b + \varrho_c)}$

$L_4\,L_2 = 2\,r$, MO Seitenhalbierende, folglich nach einer bekannten Formel:

$$MO^2 = \frac{L_4\,O^2 + L_2\,O^2}{2} - r^2$$

$$MO^2 = \frac{m\,(\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d)}{2} - r^2$$

$$\text{I}\quad MO^2 = 2\,m^2 - r^2.$$

Der Ähnlichkeitspunkt der perspektivischen ähnlichen Vierecke $O_a\,O_b\,O_c\,O_d$ und FGHJ heifse P. Er mufs auf der Centrale MO liegen, weil die ähnlich liegenden Mittelpunkte der umbeschriebenen Kreise der Vierecke O und M_1 sich auf der Centrale befinden.

Da die umbeschriebenen Kreise die Radien ϱ und $2\,m$ haben, müssen sich alle in den Vierecken in ähnlicher Lage befindlichen Strecken wie ϱ zu $2\,m$ verhalten. Daher auch:

$$OE : M_1O = \varrho : 2\,m \text{ und da } . \; M_1O = 2\,MO$$
$$OE : MO = \varrho : m \text{ oder } OE = \frac{\varrho\,MO}{m}$$

Hieraus folgt der Satz:

„Die Abstände des Mittelpunkts des einbeschriebenen Kreises vom Diagonalschnittpunkt und vom Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises verhalten sich wie der Radius des einbeschriebenen Kreises zum arithmetischen Mittel aus den Radien der anbeschriebenen Kreise."

Die Lage der Doppelpole E und E_1 ist bestimmt durch die Gleichungen: $OE \,.\, OE_1 = \varrho^2$ und $ME \,.\, ME_1 = r^2$.

Aus der ersteren folgt: $OE_1 = \frac{\varrho^2}{OE}$. Die zweite ergibt:

$$(MO + OE)(MO + OE_1) = r^2$$
$$MO^2 + MO\,(OE + OE_1) + \varrho^2 = r^2$$
$$MO^2 + MO\left(OE + \frac{\varrho^2}{OE}\right) + \varrho^2 = r^2.$$

Setzt man nun in diese Gleichung für OE den oben gefundenen Wert und für r^2 den Wert aus I ein, so erhält man:

$$MO^2 + MO\left(\frac{MO\varrho}{m} + \frac{m\varrho}{MO}\right) + \varrho^2 = 2\,m^2 - MO^2$$
$$2\,m\,MO^2 + MO^2\varrho + m^2\varrho + m\varrho^2 = 2\,m^3$$
$$MO^2\,(2\,m + \varrho) = m\,(2\,m + \varrho)\,(m - \varrho).$$

Daraus folgt, weil $2\,m + \varrho$ nicht Null sein kann:

$$\text{II} \quad MO^2 = m\,(m - \varrho).$$

Wenn man aus I und II m eliminiert, so erhält man den Abstand der Mittelpunkte des um- und einbeschriebenen Kreises ausgedrückt durch die Radien derselben. Die Gleichung I liefert: $m^2 = \frac{MO^2 + r^2}{2}$. Setzt man diesen Wert in II ein und formt um, so findet man:

$$MO^4 - 2\,(r^2 + \varrho^2)\,MO^2 = -\,r^2\,(r^2 - 2\varrho^2).$$

Daraus ergibt sich:

$$MO^2 = r^2 + \varrho^2 \pm \sqrt{(r^2 + \varrho^2)^2 - r^2\,(r^2 - 2\varrho^2)}$$

$MO < r - \varrho$, daher ist nur das zweite Vorzeichen der Wurzel zu benutzen. Es wird:

$$MO^2 = r^2 + \varrho^2 - \varrho\sqrt{\varrho^2 + 4r^2}$$

Mit Hilfe der Formeln I und II gelingt es uns auch $R = 2m$ aus r und ϱ, also aus den Radien des umbeschriebenen und des einbeschriebenen Kreises zu berechnen.

Es ist: $$m^2 - m\,\varrho = 2\,m^2 - r^2$$
$$\text{III} \quad r^2 = m\,(m + \varrho),$$
$$R = 2\,m = \sqrt{\varrho^2 + 4\,r^2} - \varrho$$

Aus $OE = \frac{MO\,\varrho}{m}$ und $OE_1 = \frac{\varrho^2}{OE}$ folgt:

$$\text{IV}\quad OE = \frac{\varrho}{m} \sqrt{m\,(m - \varrho)}$$

$$OE_1 = \frac{\varrho}{m - \varrho} \sqrt{m\,(m \quad \varrho)}$$

$$\text{V}\quad ME = MO + OE = \frac{m + \varrho}{m} \sqrt{m\,(m - \varrho)}$$

$$ME_1 = MO + OE_1 = \frac{m}{m - \varrho} \sqrt{m\,(m - \varrho)}$$

Aus IV und V ergibt sich, dafs:

$$ME_1{}^2 - OE_1{}^2 = m\,(m + \varrho) \text{ und nach III:}$$
$$ME_1{}^2 - OE_1{}^2 = r^2.$$

Mithin ist die äussere Doppelpolare die Potenzlinie des umbeschriebenen Kreises und des Punktes O d. h.: Zieht man von irgend einem Punkte der äusseren Doppelpolaren an den umbeschriebenen Kreis eine Tangente, so ist dieselbe gleich der Entfernung dieses Punktes vom Mittelpunkte des einbeschriebenen Kreises."

Bezeichnet man den Berührungspunkt einer vom äufseren Doppelpol E_1 an den umbeschriebenen Kreis gezogenen Tangente mit Q, der nach der Polarentheorie auf der inneren Doppelpolaren liegen mufs, und bestimmt den Punkt T als den Endpunkt des auf der Centrale MO in M senkrechten Radius, so ist nach dem Sehnensatze und nach III und IV:

$$QE^2 = (r + ME)\,(r - ME) = \frac{(m + \varrho)\,\varrho^2}{m}$$

$$OE^2 = \frac{(m - \varrho)\,\varrho^2}{m} \text{ folglich:}$$

$$QO^2 = QE^2 + OE^2 = \frac{\varrho^2\,(m + \varrho)}{m} + \frac{\varrho^2\,(m - \varrho)}{m} = 2\,\varrho^2$$

$$QO = \varrho\sqrt{2}.$$

QO ist also nur vom Radius des einbeschriebenen Kreises abhängig.

OT findet man mit Hilfe der Gleichung:

$$OT^2 = MO^2 + MT^2 \text{ und nach I:}$$
$$OT^2 = 2\,m^2 - r^2 + r^2 = 2\,m^2.$$
$$OT = m\sqrt{2}.$$

OT hängt also nur von der Summe der Radien der anbeschriebenen Kreise ab.

Nun ist:

$$OE : OQ = \frac{1}{m\sqrt{2}} \sqrt{m\,(m - \varrho)} \text{ und:}$$

$$MO : OT = \frac{1}{m\sqrt{2}} \sqrt{m\,(m - \varrho)} \text{ daher:}$$

$$OE : OQ = MO : OT \text{ und:}$$
$$\sphericalangle\, QEO = OMT = 1R \text{ folglich:}$$
$$\triangle\, QOE \backsim MOT \text{ mithin:}$$
$$\sphericalangle\, QOE = TOM.$$

Daraus folgt, dafs Q, O, T auf einer Geraden liegen müssen.

Es hat daher die Potenz des Mittelpunktes des einbeschriebenen Kreises in Bezug auf den umbeschriebenen Kreis den Wert:

$$OQ \,.\, OT = \varrho\sqrt{2} \,.\, m\sqrt{2} = 2m\varrho = R\varrho.$$

„Die Potenz des Mittelpunktes des einbeschriebenen Kreises in Bezug auf den umbeschriebenen Kreis ist gleich dem Produkt der Radien des einbeschriebenen und des Kreises um das Viereck, dessen Ecken die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise sind.“

Bezeichnen wir die Abschnitte, in welche der Durchmesser des umbeschriebenen Kreises durch O geteilt wird, den gröfseren mit e_1 und den kleineren mit e_2, so ist nach dem Sehnensatze: $e_1 e_2 = OQ \,.\, OT = R\varrho$.

Nun ist: $e_1 = r + MO$ und $e_2 = r - MO$, folglich:

$$r^2 - MO^2 = R\varrho$$
$$MO^2 = r^2 - R\varrho.$$

Diese Formel gilt auch für das Dreieck. Sie gibt den Wert des Abstandes der Mittelpunkte in der einfachsten Form an. Setzt man für das Dreieck $R = 2r$, so erhält man $MO^2 = r^2 - 2r\varrho = r(r - 2\varrho)$ und setzt man für das bicentrische Viereck den Wert nach III $R = \sqrt{\varrho^2 + 4r^2} - \varrho$, so findet man wieder:

$$MO^2 = r^2 - (\sqrt{\varrho^2 + 4r^2} - \varrho)\,\varrho$$
$$= r^2 + \varrho^2 - \varrho\sqrt{\varrho^2 + 4r^2}.$$

Wir wollen nun die Lage des Ähnlichkeitspunktes P der Vierecke FGHJ und $O_a O_b O_c O_d$ näher bestimmen. Aus dem Vorhergehenden folgt, da O und M_1 ähnlichliegende Punkte beider Vierecke sind:

$$PO : PM_1 = \varrho : 2m \text{ oder:}$$
$$(PM_1 - 2MO)\,2m = PM_1\varrho.$$
$$PM_1 = \frac{4mMO}{2m - \varrho}.$$

Ferner ist: $\quad M_1E_1 = 2MO + OE_1$ und da $OE_1 = \dfrac{m\varrho}{MO}$

$$M_1E_1 = 2MO + \frac{m\varrho}{MO}$$
$$= \frac{2MO^2 + m\varrho}{MO}$$

Nach II ist: $\quad MO^2 = m(m - \varrho)$, also:

$$M_1E_1 = \frac{m(2m - \varrho)}{MO}$$

Daraus ergibt sich:

$$M_1P \,.\, M_1E_1 = 4m^2$$

Nun ist 2m der Radius des umbeschriebenen Kreises des Vierecks $O_a O_b O_c O_d$ und M_1 sein Mittelpunkt. Folglich mufs P und E_1 durch diesen Kreis harmonisch getrennt sein, und da die äufsere Doppelpolare auf M_1E_1 in E_1 senkrecht steht, so ist P ihr Pol in Bezug auf den Kreis M_1. Man erhält daher den Satz:

„Der Ähnlichkeitspunkt des Berührungsvierecks und des Vierecks, dessen Ecken die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise sind, ist der Pol der äufseren Doppelpolaren in Bezug auf den dem letzteren umbeschriebenen Kreis."

Zieht man durch O_a, O_b, O_c, O_d Tangenten an den Kreis M_1, so müssen sie der ähnlichen Lage wegen parallel den Seiten des bicentrischen Vierecks laufen und ein neues bicentrisches Viereck bilden. Die Radien $M_1 O_a$, $M_1 O_b$, $M_1 O_c$ und $M_1 O_d$ stehen auf den Tangenten senkrecht, also auch auf den Seiten des bicentrischen Vierecks, welche ihnen parallel sind. Auf denselben stehen aber auch die Radien nach den Berührungspunkten $O_a F_a$, $O_b G_b$, $O_c H_c$, $O_d J_d$ senkrecht, folglich müssen $M_1 O_a$, $M_1 O_b$, $M_1 O_c$, $M_1 O_d$ durch die Berührungspunkte F_a, G_b, H_c, J_d gehen. Es ist mithin: $M_1 F_a = M_1 O_a - O_a F_a = 2m - \varrho_a$ und entsprechend $M_1 G_b$, $M_1 H_c$, $M_1 J_d$ daher: $M_1 F_a + M_1 G_b + M_1 H_c + M_1 J_d = 4m = 2R$. Zieht man im Trapez $M_1 F_a F O$ die Mittellinie, so ist sie die vom Mittelpunkte des umbeschriebenen Kreises auf die Seite AB gefällte Senkrechte. Bezeichnen wir die vom Mittelpunkte M auf die Seiten gefällten Senkrechten mit p_a, p_b, p_c, p_d, so ist daher p_a das arithmetische Mittel zu OF und $M_1 F_a$ oder zu ϱ und $2m - \varrho_a$, folglich: $p_a = m - \frac{\varrho_a - \varrho}{2}$, ebenso erhält man p_b, p_c, p_d. Es wird: $p_a + p_b + p_c + p_d = 4m - \frac{4m - 4\varrho}{2} = 2m + 2\varrho = 2\varrho + R$.

„Die Summe der von dem Mittelpunkte des umbeschriebenen Kreises eines bicentrischen Vierecks auf die Seiten gefällten Senkrechten ist gleich der Summe des Durchmessers des einbeschriebenen Kreises und des Radius des Kreises, auf dem die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise liegen."

Die äufseren Ähnlichkeitspunkte der Kreise O_a und O und der Kreise O_b und O sind die Punkte S und S_1. Daher mufs nach dem Satz von Monge: „Bei drei Kreisen liegen sowohl die drei äufseren Ähnlichkeitspunkte, als auch je ein äufserer und zwei ihm nicht zugehörige innere auf je einer Geraden." auch der äufsere Ähnlichkeitspunkt der Kreise O_a und O_b auf SS_1 liegen, d. h. die Centrale $O_a O_b$ schneidet die äufsere Doppelpolare im äufseren Ähnlichkeitspunkt beider Kreise X. Dasselbe kann von je zwei anderen anbeschriebenen Kreisen bewiesen werden. Die Schnittpunkte der Centralen der anbeschriebenen Kreise und der äufseren Doppelpolaren X, X_1, Y, Y_1, S, S_1 sind die äufseren Ähnlichkeitspunkte der anbeschriebenen Kreise. Diese Punkte werden aber auch durch den Durchschnitt der äufseren Doppelpolaren mit den Gegenseiten des aus den Centralen gebildeten vollständigen Vierecks erhalten und bilden drei Punktpaare, die sich in Involution befinden, nach dem Satze: „Die drei Paar Gegenseiten eines vollständigen Vierecks werden von jeder Transversalen in den drei Paaren einer Involution geschnitten." Wir haben somit den Lehrsatz erhalten:

„Die 6 äufseren Ähnlichkeitspunkte der anbeschriebenen Kreise eines bicentrischen Vierecks liegen auf der äufseren Doppelpolaren des ein- und umbeschriebenen Kreises und bilden auf derselben Punktpaare, die sich in Involution befinden."

Aus dem Satz von Monge folgt ferner, dafs der äufsere Ähnlichkeitspunkt der Kreise O_a und O_b sich mit den inneren der Kreise O_a und O_d, O_b und O_d auf einer geraden Linie befinden mufs. Nun ist A der innere Ähnlichkeitspunkt der Kreise O_a und O_d, folglich mufs der Strahl XA durch U_1, den inneren Ähnlichkeitspunkt der Kreise O_b und O_d, gehen, ebenso läfst sich zeigen, dafs der Strahl XC durch U, den inneren Ähnlichkeitspunkt der Kreise O_a und O_c, gehen mufs. Diese Strahlen bilden mit den Strahlen XE und XZ ein harmonisches Büschel, weil A, E, C, Z harmonische Punkte sind. X_1 ist gleichfalls der Mittelpunkt eines harmonischen Büschels, welches zum ersteren perspektivisch liegt. Auf YD und Y_1 B liegt nach dem Satz von Monge der innere Ähnlichkeitspunkt U_1, auf YB und Y_1 D der innere Ähnlichkeitspunkt U. Y und Y_1 sind die Mittelpunkte perspektivischer harmonischer Strahlenbüschel, deren Strahlen durch B, E, D und Z_1 gehen. Verbinden wir U_1 mit U und verlängern wir diese Verbindungslinie bis zum Durchschnitt mit der äufseren Doppelpolaren U_2, so müssen die harmonischen Strahlenbüschel, deren Mittelpunkte X und Y sind, diese Verbindungslinie in harmonischen Punkten treffen. Nun gehen drei dieser Strahlen durch U_1, U und U_2, folglich müssen die Strahlen XE und YE, welche den Strahlen XU_2 und YU_2 zugeordnet sind, durch den U_2 zugeordneten harmonischen Punkt auf der Verbindungslinie der inneren Ähnlichkeitspunkte U_1 und U gehen. Das ist aber nur möglich, wenn E dieser Punkt ist. Daraus ergibt sich der Lehrsatz:

„Die Verbindungslinie der inneren Ähnlichkeitspunkte der den Gegenseiten eines bicentrischen Vierecks anbeschriebenen Kreise geht durch den Schnittpunkt der Diagonalen und wird durch ihn und die äufsere Doppelpolare harmonisch geteilt."

Aus der Ableitung folgt auch, dafs sämtliche betrachtete harmonische Strahlenbüschel, deren Mittelpunkte die äufseren Ähnlichkeitspunkte der den anstofsenden Seiten des bicentrischen Vierecks anbeschriebenen Kreise sind, perspektivisch liegen.

Da die harmonischen Strahlen OU_1, OE, OU und OU_2 die äufsere Doppelpolare in den harmonischen Punkten S_1, E_1, S, U_2 schneiden und Z_1, Z nach dem Satze vom Vierseit $S_1 S$ gleichfalls harmonisch teilt, so bilden die Punktpaare $S_1 S$, $Z_1 Z$ und $E_1 U_2$ eine hyperbolische Involution, deren Doppelpunkte S und S_1 sind. Der Centralpunkt dieser Involution ist der Mittelpunkt der Diagonalen $S_1 S$, K_2, also ein Punkt der Gauss'schen Geraden $K K_1$, auf welcher sich die Mitten der Diagonalen eines Vierseits befinden. Auf dieser liegt, nebenbei bemerkt, auch der Mittelpunkt des einbeschriebenen Kreises des bicentrischen Vierecks. (Vergl. die Sammlung von Gandtner und Junghans Teil I Lehrsatz 510.)

Diese Lagenverhältnisse gelten aber nicht blos für das bicentrische Viereck, sondern auch für jedes Tangentenviereck, weil die Eigenschaften des Vierecks ABCD, die ihm als Tangentenviereck zukommen, allein benutzt wurden. Daher lässt sich den vorstehenden Sätzen folgende allgemeinere Fassung geben:

„In jedem Tangentenviereck liegen die äufseren Ähnlichkeitspunkte der anbeschriebenen Kreise in einer Geraden, nämlich in der Polaren des Schnittpunktes der Diagonalen in Bezug auf den einbeschriebenen Kreis, und bilden auf derselben drei Punktpaare einer Involution. Die Verbindungslinie der inneren Ähnlichkeitspunkte der den Gegenseiten anbeschriebenen Kreise geht durch den Schnittpunkt der Diagonalen und wird durch ihn und die Polare harmonisch geteilt."

Zum Schluss des ersten Teils meiner Arbeit stelle ich eine Reihe metrischer Relationen zusammen, die ich der Kürze wegen nicht ableiten will. Die Ableitungen sind zum gröfsten Teil leicht und würden sich für Schülerarbeiten eignen. Zur Übersicht füge ich die gefundenen Relationen hinzu. Die Bezeichnungsweise der Stücke der Vierecks ist die allgemein gebräuchliche, unter ε ist der Diagonalwinkel AEB, unter U der Umfang, unter g die dritte Diagonale SS_1 zu verstehen. Auch mache ich nochmals darauf aufmerksam, dafs $\frac{\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d}{4} = m$ gesetzt ist.

1. $\varrho_a : \varrho = a : c,\ \varrho_b : \varrho = b : d,\ \varrho_c : \varrho = c : a,\ \varrho_d : \varrho = d : b$
   $\varrho_a : \varrho = \varrho : \varrho_c,\ \varrho_b : \varrho = \varrho : \varrho_d,\ \varrho_a : \varrho_b = \varrho_d : \varrho_c.$
   $\varrho_a : \varrho_c = a^2 : c^2,\ \varrho_b : \varrho_d = b^2 : d^2,\ \varrho_a \varrho_b \varrho_c \varrho_d = \varrho^4.$
2. $AF = AJ = BF_a = BG_a = DH_d = DJ_d = \frac{2\,ad}{U} = \sqrt{\varrho_a \varrho_d}$
   analog die entsprechenden Abschnitte der Seiten.
   $AF : BF = BF_a : AF_a = d : b = \sqrt{\varrho_d} : \sqrt{\varrho_b}$
3. $GG_a = JJ_a = a = \sqrt{\varrho_a}\,(\sqrt{\varrho_b} + \sqrt{\varrho_d}) = 4\,r \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\varepsilon}{2}$

   $HH_b = FF_b = b = \sqrt{\varrho_b}\,(\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c}) = 4\,r \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \sin\frac{\varepsilon}{2}$

   $GG_c = JJ_c = c = \sqrt{\varrho_c}\,(\sqrt{\varrho_b} + \sqrt{\varrho_d}) = 4\,r \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \cos\frac{\varepsilon}{2}$

   $FF_d = HH_d = d = \sqrt{\varrho_d}\,(\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c}) = 4\,r \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\varepsilon}{2}$

   $FF_a = \frac{a\,(b - d)}{b + d} = \sqrt{\varrho_a}\,(\sqrt{\varrho_b} - \sqrt{\varrho_d})$ entsprechend: GG_b, HH_c, JJ_d
4. $F_b F_d = H_b H_d = J_a J_c = G_a G_c = \frac{U}{2} = a + c = b + d = (\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c})\,(\sqrt{\varrho_b} + \sqrt{\varrho_d}) =$
   $4\,r \sin\frac{\varepsilon}{2} \sin\frac{\alpha + \beta}{2} = 4r \cos\frac{\varepsilon}{2} \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$
5. $ab = (\varrho + \varrho_a)\,(\varrho + \varrho_b)$ entsprechend cd, ad, bc, dagegen:
   $ac = \varrho\,(\varrho_b + \varrho_d + 2\varrho)$
   $bd = \varrho\,(\varrho_a + \varrho_c + 2\varrho)$
6. $ef = ac + bd = 4\varrho\,(m + \varrho) = 4\,r^2 \sin\alpha \sin\beta$
7. $F = \sqrt{abcd} = \sqrt{(\varrho + \varrho_a)\,(\varrho + \varrho_b)\,(\varrho + \varrho_c)\,(\varrho + \varrho_d)} = 2\,r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\varepsilon$
8. $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{bc}{ad}} = \sqrt{\frac{\varrho_c}{\varrho_d}} = \sqrt{\frac{\varrho_b}{\varrho_a}}$
   $\operatorname{tang}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{cd}{ab}} = \sqrt{\frac{\varrho_d}{\varrho_a}} = \sqrt{\frac{\varrho_c}{\varrho_b}}$
   $\operatorname{tang}\frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{bd}{ac}} = \frac{\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c}}{\sqrt{\varrho_b} + \sqrt{\varrho_d}}$

9. $\sin\alpha \,.\, \sin\beta = \frac{\varrho}{m} = \cot MEA \,.\, \cot MEB$

10. $\varrho = \frac{r \sin\alpha \sin\beta \sin\frac{\varepsilon}{2}}{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$

$\varrho_a = \frac{4 r \cos^2\frac{\alpha}{2} \cos^2\frac{\beta}{2} \sin\frac{\varepsilon}{2}}{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$ ähnlich ϱ_b, ϱ_c, ϱ_d

11. $4m = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d = \frac{4 r \sin\frac{\varepsilon}{2}}{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{4 r \cos\frac{\varepsilon}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$

12. $\operatorname{tang}\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$

13. $\operatorname{tang} OS_1S = \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$

14. $\cot MEA = \operatorname{tang}\beta \cos\alpha = \operatorname{tang} EZZ_1$

$\cot MEB = \operatorname{tang}\alpha \cos\beta = \operatorname{tang} EZ_1 Z$

$\sin MEA = \frac{\varrho_a + \varrho_b - \varrho_c - \varrho_d}{16\,(m^2 - \varrho^2)}$

$\sin MEB = \frac{\varrho_a + \varrho_d - \varrho_b - \varrho_c}{16\,(m^2 - \varrho^2)}$

15. $AE = \sqrt{\varrho_a \varrho_d} \cdot \sqrt{\frac{m+\varrho}{m}}$ entsprechend: CE, BE, DE

16. $e = (\sqrt{\varrho_a \varrho_d} + \sqrt{\varrho_b \varrho_c}) \sqrt{\frac{m+\varrho}{m}}$

$f = (\sqrt{\varrho_a \varrho_b} + \sqrt{\varrho_c \varrho_d}) \sqrt{\frac{m+\varrho}{m}}$

$g = \frac{4\varrho \sqrt{m\,(m-\varrho)}}{(\sqrt{\varrho_a} - \sqrt{\varrho_c})\,(\sqrt{\varrho_b} - \sqrt{\varrho_d})}$

17. $AO = \sqrt{\varrho^2 + \varrho_a \varrho_d}$ entsprechend: BO, CO, DO.

18. $OO_a = 2\sqrt{m\,\varrho_a}$, $O_a O_b = 2\sqrt{m\,(\varrho_a + \varrho_b)}$, $O_a O_c = 2\sqrt{m}\,(\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c})$

19. $FH = \frac{\varrho\sqrt{m}}{m}(\sqrt{\varrho_a} + \sqrt{\varrho_c}) = 2 r \sin\alpha \sin\beta \sin\frac{\varepsilon}{2}$

$JG = \frac{\varrho\sqrt{m}}{m}(\sqrt{\varrho_b} + \sqrt{\varrho_d}) = 2 r \sin\alpha \sin\beta \cos\frac{\varepsilon}{2}$

20 $FH^2 + GJ^2 = \frac{4\varrho^2}{m}(m + \varrho)$

21. $EF = \frac{\varrho}{m}\sqrt{m\,\varrho_a}$ entsprechend: EH, EG, EJ.

$FG = \frac{\varrho}{m}\sqrt{m(\varrho_a + \varrho_b)}$ entsprechend: GH, HJ, JF.

$EF : EH = \sqrt{\varrho_a} : \sqrt{\varrho_c} = a : c$

$EJ : EG = \sqrt{\varrho_b} : \sqrt{\varrho_d} = b : d.$

22. $p_a = m - \frac{\varrho_a - \varrho}{2}$ entsprechend: p_b, p_c, p_d.

23. $p_a + p_b + p_c + p_d = 2\,m + 2\,\varrho = R + 2\,\varrho$

24. $M_1 F_a = 2\,m - \varrho_a$ entsprechend: $M_1 G_b$, $M_1 H_c$, $M_1 J_d$.

25. $M_1 F_a + M_1 G_b + M_1 H_c + M_1 J_d = 4\,m = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d = 2\,R.$

26. $MO^2 = 2\,m^2 - r^2 = m(m - \varrho) = r^2 - 2\,m\,\varrho = r^2 - R\,\varrho.$

27. $r^2 = m(m + \varrho),$

$R = \frac{\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d}{2} = 2\,m = \sqrt{\varrho^2 + 4\,r^2} - \varrho.$

28. $OE = \frac{\varrho}{m}\sqrt{m(m - \varrho)}$

$OE_1 = \frac{\varrho}{m - \varrho}\sqrt{m(m - \varrho)}$

29. $g(f - e) = \pm\frac{4\,r\varrho}{m}\sqrt{m(m - \varrho)}$

30. $EF \,.\, EH = EG \,.\, EJ = \frac{\varrho^3}{m}$

31. $AE \,.\, CE = BE \,.\, DE = \frac{\varrho^2(m + \varrho)}{m}$

32. $OQ \,.\, OT = 2m\varrho = R\varrho$

33. $OO_a \,.\, OO_c = OO_b \,.\, OO_d = 4m\varrho$

34. $O_a O_b \,.\, O_b O_c \,.\, O_c O_d \,.\, O_d O_a = 64m^3\varrho$

35. $OA \,.\, OB \,.\, OC \,.\, OD = 4m\varrho^3$

36. $FJ \,.\, FG \,.\, GH \,.\, HJ = \frac{4\varrho^5}{m}$

Die gefundenen Lagenverhältnisse und metrischen Relationen könnten zur Lösung einer grofsen Zahl von Aufgaben über das bicentrische Viereck dienen. Eine Zusammenstellung derselben mufs ich mir versagen, um den Rahmen der Arbeit nicht zu überschreiten.

II. Die bicentrische Vierecksschar.

Um von dem einzelnen bicentrischen Viereck zur Gesamtheit aller Vierecke, welche man um einen Kreis und zugleich in einen anderen beschreiben kann, zu gelangen, benutze ich den Poncelet'schen Satz: „Wenn irgend ein Vieleck zu gleicher Zeit einem Kegelschnitt einbeschrieben und einem anderen umbeschrieben ist, so gibt es eine unendliche Anzahl von Vielecken gleicher Seitenzahl, welche dieselbe Eigenschaft in Bezug auf die beiden Curven haben.“ Dieser Satz würde, auf unsere Verhältnisse übertragen, lauten: Wenn zwei Kreise eine solche Lage haben, dafs ein Viereck, welches dem einen umbeschrieben ist, zugleich dem anderen einbeschrieben ist, so gibt es unendlich viele Vierecke, welche dieselbe Eigenschaft haben, und zwar läfst sich von jedem Punkte des einen Kreises aus ein Viereck zeichnen, welches dem einen Kreis umbeschrieben und dem anderen einbeschrieben ist.“ Diesen Satz setze ich voraus und will der Gesamtheit derartiger Vierecke die Bezeichnung bicentrische Vierecksschar geben.

Dreht man das bicentrische Viereck ABCD um die Centrale MO bis es wieder in dieselbe Ebene fällt, so erhält man ein zweites bicentrisches Viereck, dessen Ecken die Gegenpunkte des ursprünglichen in Bezug auf MO als Symmetrieachse sind. Je zwei der Vierecke der bicentrischen Vierecksschar sind daher kongruent und liegen zu MO symmetrisch. Die Centrale MO ist die Symmetrieachse der Vierecksschar. Zwei Vierecke dieser Vierecksschar haben eine ausgezeichnete Lage. Ihre Ecken sind Gegenpunkte. Sie fallen daher nach der Drehung auf einander. Es ist erstens das bicentrische Viereck, dessen Ecken durch die Durchschnittspunkte der Achse und die Durchschnittspunkte der inneren Doppelpolaren QE mit dem umbeschriebenen Kreis bestimmt werden. Dasselbe hat je zwei gleiche anstofsende Seiten und zwei rechte Winkel, welche durch die ungleichen Seiten gebildet werden, und werde bicentrisches Deltoid genannt. Es ist das einzige bicentrische Viereck der Schar, dessen Diagonalen auf einander senkrecht stehen. Die Ecken des anderen Vierecks erhält man, wenn man in den Schnittpunkten des einbeschriebenen Kreises und der Achse auf dieser Senkrechte bis zum Durchschnitt mit dem umbeschriebenen Kreis errichtet. Die Endpunkte dieser Senkrechten bilden ein bicentrisches Viereck, in dem zwei Seiten parallel und die beiden anderen gleich sind. Wir nennen es das bicentrische Trapez. Für alle Vierecke der Vierecksschar hat nach der Erklärung derselben r und ϱ denselben Wert und haben M und O dieselbe Lage. Alle Punkte und Linien, welche hierdurch allein bestimmt sind, liegen für sämtliche Vierecke der Vierecksschar fest. Folglich ist die äufsere und die innere Doppelpolare, der äufsere und der innere Doppelpol sämtlichen Vierecken gemeinschaftlich, ebenso auch der Mittelpunkt M_1 des Kreises, auf welchem die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise liegen. Der innere Doppelpol ist aber der Schnittpunkt der Diagonalen sämtlicher Vierecke. Daraus ergibt sich der Satz:

„Sämtliche Diagonalen der Vierecke einer bicentrischen Vierecksschar gehen durch denselben Punkt auf der Symmetrieachse, nämlich durch den inneren Doppelpol des umbeschriebenen und einbeschriebenen Kreises.“

Alle Gröfsen sind für die Vierecke der Schar konstant, deren Wert nur von r und ϱ mittelber oder unmittelbar abhängig ist. Nun folgt aus der Formel 27, dafs $m = \frac{\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho_d}{4}$

aus r und ϱ berechnet werden kann, mithin hat m für sämtliche Vierecke der Viereckssehar denselben Wert. Der Radius des Kreises, auf dem die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise liegen, hat aber den Wert 2 m. Er ist somit auch für sämtliche Vierecke konstant, und da auch der Mittelpunkt dieses Kreises M_1, wie oben bemerkt, für sämtliche Vierecke der Schar dieselbe Lage hat, so erhalten wir den Satz:

„Die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise sämtlicher Vierecke einer bicentrischen Viereckssehar liegen auf einem Kreise."

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, dafs sämtliche Gröfsen, deren Wert durch die angegebenen Formeln nur durch m, r und ϱ ausgedrückt ist, für die Vierecke der Schar konstant sind. Es ist also z. B. $\sin\alpha \sin\beta$ konstant, weil $\sin\alpha \sin\beta = \frac{\varrho}{m}$ nach Formel 9 ist, nicht aber F, weil F auch von $\sin\varepsilon$ abhängig ist, und $\sin\varepsilon$ sich mit den Vierecken ändert, ebenso auch nicht U, weil es nach der Formel $F = \frac{U\varrho}{2}$ aufser von ϱ, auch von F abhängt. Suchen wir festzustellen, welche Vierecke der Schar den gröfsten und den kleinsten Umfang und daher auch den gröfsten und den kleinsten Inhalt haben! Es ist nach Formel 4:

$$U = 8\,r \sin\frac{\varepsilon}{2} \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$$

und nach Formel 12:

$$\operatorname{tang}\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}} \text{ oder:}$$

$$\sin^2\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\cos^2\frac{\alpha--\beta}{2}}{\sin^2\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

Durch Umformungen erhält man:

$$\sin^2\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos^2\frac{\alpha-\beta}{2} = 1 + \sin\alpha \sin\beta \text{ folglich:}$$

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sqrt{1+\sin\alpha\sin\beta}}$$

Setzt man den Wert in die obige Gleichung ein, so wird:

$$U = \frac{8\,r \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sqrt{1+\sin\alpha\sin\beta}} = \frac{4\,r\,(\sin\alpha + \sin\beta)}{\sqrt{1+\sin\alpha\sin\beta}}$$

Für sämtliche Vierecke hat $\frac{4\,r}{\sqrt{1+\sin\alpha\sin\beta}}$ einen konstanten Wert. Mithin ist das Wachsen und Abnehmen von U nur von dem Wachsen und Abnehmen von $\sin\alpha + \sin\beta$ abhängig. U erreicht sein Maximum oder Minimum, wenn $\sin\alpha + \sin\beta$ zum Maximum oder Minimum wird. Dabei ist zu berücksichtigen, dafs stets $\sin\alpha \sin\beta = \frac{\varrho}{m}$ sein mufs. Die beiden anstofsenden Winkel α und β wählen wir im bicentrischen Viereck so, dafs α nicht kleiner als β und keiner von ihnen stumpf ist. Es ist, wenn wir für $\sin\beta$ den Wert $\frac{\varrho}{m \sin\alpha}$ einsetzen:

$$\sin\alpha + \sin\beta = \sin\alpha + \frac{\varrho}{m \sin\alpha}$$

Wir setzen den Wert $\sin\alpha + \frac{\varrho}{m \sin\alpha} = y$ und untersuchen, welchen gröfsten und kleinsten Wert y annehmen kan. Es ist dann:

$$\sin^2\alpha - y \sin\alpha = -\frac{\varrho}{m}$$

$$\sin\alpha = \frac{y}{2} + \sqrt{\frac{y^2}{4} - \frac{\varrho}{m}}$$

Die beiden Werte der Quadratwurzel geben die Werte des Sinus der beiden Winkel α und β an. Soll α der gröfsere Winkel sein, so haben wir zu setzen:

$$\sin\alpha = \frac{y}{2} + \sqrt{\frac{y^2}{4} - \frac{\varrho}{m}}$$

Soll also $\sin\alpha$ einen reellen Wert erhalten, so darf y nicht kleiner sein als $2\sqrt{\frac{\varrho}{m}}$.
Für den kleinsten Wert von y wird:

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{\varrho}{m}} \text{ und auch } \sin\beta = \sqrt{\frac{\varrho}{m}} \text{ d. h. } \alpha = \beta.$$

Von allen bicentrischen Vierecken hat aber nur das Trapez zwei anstofsende gleiche Winkel.

y könnte bis ins Unendliche wachsen, ohne dafs die Wurzel imaginär wird. Es wird ihm jedoch eine Grenze gesetzt durch den gröfsten Wert, den $\sin\alpha$ höchstens annehmen kann.

Der gröfste Wert von y wird erhalten, wenn y die Gleichung erfüllt:

$$1 = \frac{y}{2} + \sqrt{\frac{y^2}{4} - \frac{\varrho}{m}}. \text{ Daraus folgt:}$$

$$y = 1 + \frac{\varrho}{m}$$

$$\sin\alpha = 1, \ \sin\beta = \frac{\varrho}{m}$$

Das bicentrische Viereck der Viereckschar mufs, weil es rechte Winkel enthält, ein Deltoid sein. Aus der Formel $F = \frac{U\varrho}{2}$ folgt, da ϱ einen konstanten Wert hat, dafs das Maximum und Minimum von U auch F zum Maximum und Minimum macht.

Daher der Satz:

„Von sämtlichen Vierecken der bicentrischen Viereckschar hat das Trapez den kleinsten und das Deltoid den gröfsten Umfang und Inhalt.“

Kehren wir nach der Lösung dieser Aufgabe zu den Lagenverhältnissen in der bicentrischen Viereckschar zurück. Die Fufspunkte der Senkrechten, welche man von den beiden Punkten M_1 und O auf die Centralen der den anstofsenden Seiten sämtlicher Vierecke der Vierecksschar anbeschriebenen Kreise fällt, liegen auf dem umbeschriebenen Kreise der Vierecksschar. Zeichnet man nun eine Ellipse, welche den umbeschriebenen Kreis zum Hauptkreis und die beiden Punkte M_1 und O zu Brennpunkten hat, so berühren sämtliche Centralen die Ellipse nach der Umkehrung des Satzes: „Die Fufspunkte der von den Brennpunkten auf die Tangenten einer Ellipse gefällten Senkrechten liegen auf dem Hauptkreise." Da das Berührungsviereck dem Viereck aus den Centralen ähnlich ist und zu ihm perspektivisch liegt, so berühren auch die Seiten des Berührungsvierecks eine ähnlich liegende Ellipse.

Die Centralen des einbeschriebenen und der anbeschriebenen Kreise bilden ein Strahlenbüschel mit Strahlenpaaren, die auf einander senkrecht stehen. Ein solches Strahlenbüschel ist aber stets ein involutorisches und zwar ein elliptisches. Dies folgt auch daraus, dafs die Punktpaare S und S_1, durch welche die Strahlen dieses Büschels gehen, eine elliptische Involution bilden, weil für alle diese Punktpaare $E_1 S_1 . E_1 S = OE_1{}^2$ und OE_1 für alle Vierecke der Schar denselben Wert hat.

Die äufseren Ähnlichkeitspunkte sämtlicher anbeschriebenen Kreise der Vierecksschar müssen auf der gemeinschaftlichen äufseren Doppelpolaren liegen, während die Verbindungslinien der inneren Ähnlichkeitspunkte der den Gegenseiten der bicentrischen Vierecksschar anbeschriebenen Kreise sämtlich durch den inneren Doppelpol, dem Schnittpunkte sämtlicher Diagonalen der Schar, gehen. Beides folgt aus den im ersten Teil der Arbeit entwickelten Sätzen mit Rücksicht darauf, dafs alle Vierecke der Vierecksschar dieselbe äufsere Doppelpolare und denselben inneren Doppelpol haben.

Es ist nun noch zu untersuchen, was für eine Curve durch die inneren Ähnlichkeitspunkte U und U_1 der Vierecksschar gebildet wird. Da die beiden Ähnlichkeitspunkte S und U die Centrale $O_a O_c$ harmonisch teilen, wird S von U durch den Kreis M_1 harmonisch getrennt, ebenso auch S von P, weil P der Pol der äufseren Doppelpolaren in Bezug auf den Kreis M_1 ist, wie im ersten Teile bewiesen wurde. Die Verbindungslinie PU mufs daher die Polare des Punktes S in Bezug auf den Kreis M_1 sein. Für alle Vierecke der Schar bilden die Punkte S eine Punktreihe auf der äufseren Doppelpolaren und die Verbindungslinien PU ein Strahlenbüschel von zugehörigen Polaren.

Nach einem Satze der synthetischen Geometrie bilden die Polaren sämtlicher Punkte einer geraden Punktreihe in Bezug auf einen Kegelschnitt, also auch in Bezug auf einen Kreis ein mit der Punktreihe projektivisches Strahlenbüschel. Es müssen mithin die Polaren PU ein zur Punktreihe S projektivisches Strahlenbüschel erzeugen. Das Strahlenbüschel OU liegt aber zur Punktreihe S perspektivisch. Daraus ergibt sich, dafs die beiden Strahlenbüschel PU und OU mit den Mittelpunkten P und O projektiv sind. Sämtliche Punkte U der Vierecksschar sind daher die Durchschnittspunkte der entsprechenden Strahlen zweier projektiver Strahlenbüschel. Diese Durchschnittspunkte bilden nach den Fundamentalsätzen der synthetischen Geometrie einen Kegelschnitt. In unserem Falle entsteht eine Ellipse, weil die Punkte U auf einer im Endlichen geschlossenen Curve innerhalb des Kreises M_1 liegen. Auf derselben Curve befinden sich auch die Punkte U_1, denn sie entstehen durch den Durchschnitt derselben projektivischen Strahlenbüschel. Beim bicentrischen Trapez fällt U mit P und U_1 mit O zusammen. Die zugehörigen Strahlen durch P und O berühren die Ellipse und stehen auf PO senkrecht. PO mufs eine Achse der Ellipse sein. Beim bicentrischen Deltoid fällt U_1 U mit der inneren Doppelpolaren zusammen. Da in diesem Falle die Sehne der Ellipse $U_1 U$, welche von O aus allemal unter einem rechten Winkel erscheint, auf PO senkrecht steht und PO so teilt, dafs der kleinere Abschnitt an P liegt, kann die Ellipse kein Kreis sein und mufs PO zur kleinen Achse haben. $U_1 U$ wird in jeder Lage durch E und U_2 harmonisch geteilt. Folglich sind sämtliche Punkte der äufseren Doppelpolaren vom inneren Doppelpol durch die Ellipse harmonisch getrennt Mithin ist die äufsere Doppelpolare auch in Bezug auf diese Ellipse Polare zum inneren Doppelpol E.

Zum Schlufs will ich die bei der Betrachtung der bicentrischen Vierecksschar gefundenen Lagenverhältnisse in einen Satz zusammenfassen:

„Bewegen sich die Ecken der bicentrischen Vierecke auf dem umbeschriebenen Kreise fort, während die Seiten den einbeschriebenen Kreis umhüllen, so beschreiben die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise einen Kreis, umhüllen die Centralen der zu den anstofsenden Seiten gehörigen anbeschriebenen eine Ellipse und bilden die Centralen des einbeschriebenen und der anbeschriebenen ein elliptisches Strahlensystem, dessen Strahlenpaare aufeinander senkrecht stehen. Sämtliche äufseren Ähnlichkeitspunkte der anbeschriebenen Kreise liegen auf einer Geraden, nämlich auf der äufseren Doppelpolaren, sämtliche inneren Ähnlichkeitspunkte der den Gegenseiten anbeschriebenen auf einer Ellipse, während die Verbindungslinien der letzteren und die Diagonalen der Schar sämtlich durch einen Punkt, den inneren Doppelpol, gehen.“

Es ist mir nicht möglich meine Arbeit zu schliefsen, ohne auf Verallgemeinerungen hingewiesen zu haben, deren die in derselben gewonnenen Resultate fähig sind. Wir haben im ersten Teile der Arbeit ein Problem für das Viereck elementar gelöst, welches in der neueren Zeit hervorragende Mathematiker beschäftigte, ich meine das Problem, die Bedingungsgleichung aufzustellen, welche zwischen den Radien zweier Kreise und der Entfernung ihrer Mittelpunkte bestehen mufs, damit dem einen Kreis ein n-Eck umschrieben werden kann, welches dem anderen einbeschrieben ist.

Dieses Problem ist zuerst für das Dreieck von Euler elementar gelöst worden, für das Viereck, Fünfeck, Sechseck und Achteck von Steiner und allgemein für ein beliebiges n-Eck mit Hilfe von elliptischen Funktionen von Jacobi. In meiner Arbeit habe ich Sätze gefunden, die für das Dreieck und das bicentrische Viereck Giltigkeit haben. So liegen z. B. in beiden die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt erhalten wird, wenn man die Verbindungslinie der Mittelpunkte des um- und einbeschriebenen Kreises MO über M hinaus um sich selbst verlängert. Es ist nun die Frage, ob diese Sätze allgemeine Giltigkeit haben, d. h. auch für jedes bicentrische n-Eck gelten.

Hierdurch wurde ich zu Untersuchungen angeregt, als deren Ergebnis ich folgende Sätze anführen will, für welche ich einfache elementare Beweise gefunden habe:

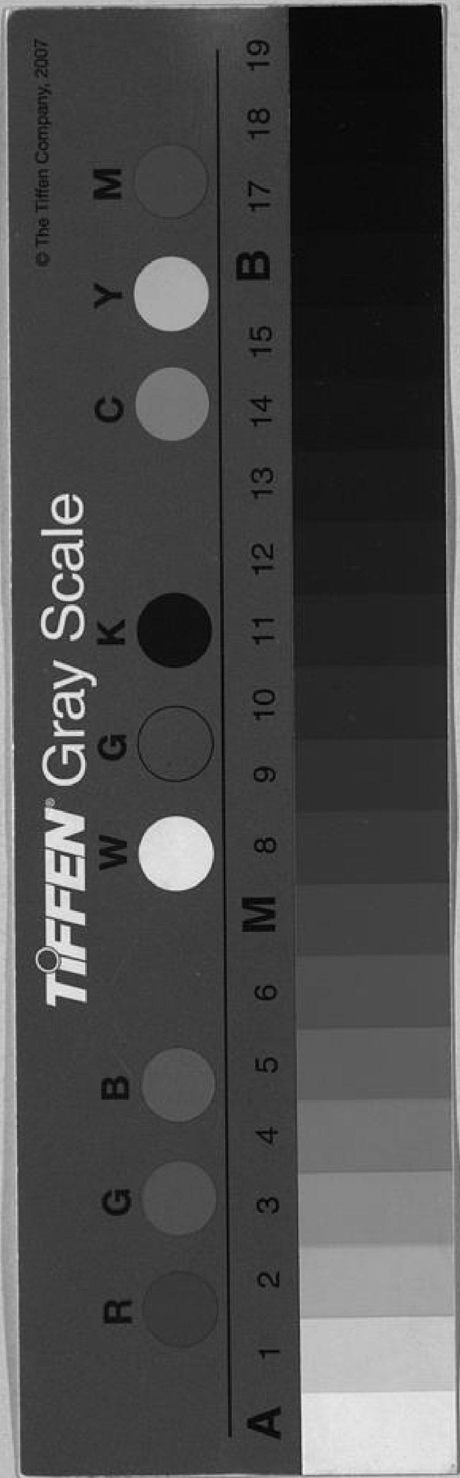
1. Der umbeschriebene Kreis eines bicentrischen n-Ecks halbiert die Centralen der den anstofsenden Seiten anbeschriebenen Kreise.

2. Die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise einer bicentrischen n-Ecksschar liegen auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt sich auf der Centrale des um- und einbeschriebenen befindet. Der Abstand des Mittelpunktes dieses Kreises vom Mittelpunkte des einbeschriebenen wird durch den Mittelpunkt des umbeschriebenen halbiert.
3. Die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise eines bicentrischen n-Ecks bilden ein n-Eck, welches zum Berührungs-n-Eck perspektivisch ähnlich liegt.
4. Sämtliche Centralen der den anstofsenden Seiten einer bicentrischen n-Eckschar anbeschriebenen Kreise umhüllen die Ellipse, welche den Mittelpunkt des einbeschriebenen und den Mittelpunkt des Kreises, auf dem die Mittelpunkte der anbeschriebenen liegen, zu Brennpunkten und den umbeschriebenen Kreis zum Hauptkreis hat.
5. Die Potenz des Mittelpunktes des einbeschriebenen Kreises eines bicentrischen n-Ecks in Bezug auf den umbeschriebenen ist gleich dem Produkt des Radius des einbeschriebenen und des Radius des Kreises, auf welchem die Mittelpunkte der anbeschriebenen liegen.

Für das oben genannte Problem ist namentlich der letzte Satz wichtig. Aus ihm ergibt sich, dafs für sämtliche bicentrische n-Ecke die im ersten Teile der Arbeit entwickelte Formel:

$$MO^2 = r^2 - R\varrho$$

Giltigkeit hat. Wir haben also das Problem zurückgeführt auf die Bestimmung des Radius R eines Kreises, auf welchem die Mittelpunkte der anbeschriebenen Kreise liegen. Gelingt es für jedes bicentrische n-Eck die Gleichung aufzustellen, welche die Beziehung zwischen den drei Radien R, r und ϱ ausdrückt, so ist eine neue allgemeine Lösung des Problems gefunden.


TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19