

Versuch

einer

naturgemäßen Begründung der Ähnlichkeitslehre,

nebst einem

einige Betrachtungen über das Sehnenviereck

enthaltenden Anhang.

Einleitung.

Der hergebrachte Vortrag der Ähnlichkeitslehre leidet an mehreren zum Theil auch schon von andern Schriftstellern gerügten Mängeln. Geht man von Euklids Erklärung aus, die Ähnlichkeit zweier geradlinigen ebenen Figuren bestehe in der Uebereinstimmung ihrer Winkel und der Proportionalität ihrer homologen Seiten, so wird zunächst der logische Fehler begangen, daß das Zusammenbestehen von Eigenschaften als zugestanden betrachtet wird, deren Vereinbarkeit erst nachzuweisen ist; denn wenn man nach dieser Erklärung ein einem gegebenen Vieleck ähnliches Vieleck zu zeichnen unternimmt, so bleibt es, wenn man den einfachsten Weg der Construction einschlägt, von der letzten Seite und den beiden an ihr liegenden Winkeln fraglich, ob sie der Bedingung der Ähnlichkeit genügen. Man kann nun freilich, obgleich dies z. B. in Ramblths Leitfaden nicht geschieht, die Möglichkeit des Ähnlichkeitsbegriffs durch einen vorausgeschickten Lehrsatz leicht nachweisen, aber auch nach dieser Correctur muß jener Erklärung der für den Pädagogen viel schwerer wiegende Vorwurf der Künstlichkeit gemacht werden.

An derselben Künstlichkeit leidet auch z. B. Balzers Lehrgang, welcher mit Vermeidung des logischen Fehlers im Anfange nur die Ähnlichkeit der Dreiecke betrachtet und der zunächst auf sie allein beschränkten Euklidischen Definition den Lehrsatz vorausschickt, daß auf Dreiecke, welche in den Winkeln übereinstimmen, jene Erklärung der Ähnlichkeit passe, von den Dreiecken aber auf einem durchaus strengen Wege den Uebergang zur Ähnlichkeit der Vielecke findet. Denn der Begriff der Ähnlichkeit ist, wie ja auch der Gebrauch des Wortes z. B. bei der Beurteilung der Leistung eines Portraitmalers beweist, jedem Menschen auch ohne mathematische Schulung hinreichend geläufig, und es ist nicht Sache der geometrischen Methode, denselben erst künstlich zu construiren, sondern vielmehr nur, dem Schüler zum deutlichen Ausdruck der seiner Sprache bisher unzugänglichen Anschauung zu verhelfen. Nun wird zwar wol

kein Lehrer der Geometrie es unterlassen, die Schüler auf die Identität des auch dem gemeinen Manne geläufigen Wortes Aehnlichkeit und der Aehnlichkeit der mathematischen Wissenschaft hinzuweisen, und der befähigte Schüler wird durch unmittelbare Intuition die Wahrheit derselben und ihre Tragweite sofort einsehen; aber es paßt doch wenig zu der gerühmten Strenge unserer Wissenschaft, daß die Vermittlung des Uebergangs zwischen beiden Gebieten dem Zufall überlassen bleiben soll, und daher mag es wol kommen, daß die weniger befähigten Schüler durchschnittlich mit der Aehnlichkeit wenig anzufangen wissen, bei den ihnen vorgeführten Entwicklungen sie nur als mechanische Formel benützen und niemals zu ihrer sichern Handhabung bei der selbständigen Lösung von Aufgaben gelangen, während ihnen die Congruenz bei einigem Fleiße ein ziemlich geläufiges Instrument wird.

Ein anderer Vorwurf gegen die Euklidische Definition wird von Tellkampfer erhoben. Dieselbe ermangele der Allgemeinheit und passe nur auf geradlinige Figuren in einer Ebene. Wenn schon es im Interesse der Eleganz wünschenswert sein mag, von vornherein die allgemeinste Erklärung zu Grunde zu legen, so kann doch die Rücksicht auf die Fassungskraft der Schüler eine stufenweise Erweiterung ihres wissenschaftlichen Horizonts vorteilhaft erscheinen lassen; dies mag wol der Grund sein, weshalb sein übrigens allgemein rühmend anerkannter Lehrgang nicht überall die Euklidische Methode verdrängt hat. Tellkampfer erklärt zwei Figuren als ähnlich, wenn sie sich in eine solche gegenseitige Lage bringen lassen, daß die von einem gewissen Punkte O ausgehenden Strahlen durch ihren Umfang verhältnismäßig geschnitten werden. Diese Erklärung hat, wie gesagt, den unleugbaren Vorzug, auf beliebige Gestalten des Raumes, nicht bloß auf geradlinige Figuren einer Ebene anwendbar zu sein, aber ich behaupte, daß auch sie den Vorwurf der Künstlichkeit durchaus verdient, denn die Proportionalität muß bei einer naturgemäßen Entwicklung vielmehr aus einer noch weiter zurückgreifenden Grundanschauung erst in Form eines Lehrsatzes abgeleitet werden, und ich will deshalb zu zeigen versuchen, daß alle hier erwähnten Methoden endlich noch der logische Vorwurf trifft, daß in ihnen als Erklärung vorangeschickt wird, was vielmehr als Lehrsatz zu beweisen war. Dagegen wird die im Folgenden aufgestellte Definition der Aehnlichkeit hoffentlich dem Verlangen sowohl nach naturgemäßer Begründung als auch nach größter Allgemeinheit genügen.

