Beitrag

zum

Rechenunterricht auf höheren Schulen.

Der Rechenunterricht, Hauptbildungsmittel in der Volksschule, kann auf höheren Anstalten in formeller, wie stofflicher Beziehung nur eine geringere Geltung beanspruchen den anderen Lehrmitteln gegenüber, durch welche jene ihre Zwecke zu erreichen suchen. In den höheren Stufen der Gymnasien und der Realschulen muß er der Mathematik weichen, theils durch sie in anderer Weise aufgenommen, theils gänzlich durch sie verdrängt. Gleichwohl ist das Rechnen derjenige Zweig des Unterrichts, in welchem die Schule am unmittelbarsten mit dem Leben in Berührung tritt, der am ehesten practische Anwendung findet. Beweis dafür sind die mancherlei Anforderungen, wohl auch Klagen, die in dieser Hinsicht an dieselbe gestellt und über sie erhoben werden. Gerade letzterer Umstand veranlaßt mich, ehe ich zu dem eigentlichen Zwecke dieser Zeilen übergehe, einige einleitende Worte voranzuschicken, die auf den ersten Blick weniger Zusammenhang mit der Sache zu haben scheinen werden, die aber, gerecht gewürdigt, allein im Stande sind, uns einen sichern Ausgangspunkt für die Beurtheilung und Behandlung des Gegenstandes gewinnen zu lassen.

Zöglinge höherer Schulen, welche vor Vollendung des vollständigen Cursus in das Leben übertreten, unterbrechen dadurch den Entwickelungsprozeß, den die Schule mit ihnen durchzuführen gewillt ist. Die Unfertigkeit ihrer Bildung und die Lückenhaftigkeit ihres Wissens ist um so größer, je mehr sich die von ihnen nur unvollständig besuchte Anstalt durch genaue Ausführung eines wohldurchdachten, einheitlichen Planes auszeichnete. Wie in jedem Organismus zwar das einzelne Glied mit voller Kraft wirken und schaffen muß, wahres Dasein aber, also die Möglichkeit dieses Schaffens, erst durch seine innige Verbindung mit dem Ganzen erhält: so haben auch die besonderen Phasen eines wohlberechneten Bildungsganges nur dann wirkliche Existenz, wenn sie zu innerer Einheit und geschlossener Abrundung vermittelt worden sind. — Es ist dies altbekannt und doch nur zu häufig nicht beherzigt.

Ein gut Theil unserer Schüler, namentlich der Realschulen, hat von Haus weder Absicht, noch Neigung, oft wegen vorgerückten Alters nicht einmal die Zeit, die Anstalt vollständig in allen ihren Stufen durchzugehen. Man glaubt, so in aller Eile noch einige Früchte höherer Bildung aufraffen zu können; aber die fallen nur dem in den Schoß, der sie selbst gezeitigt. Im höchsten Falle erhascht man einige vereinzelte und darum mehr schädliche, als nützliche Kenntnisse. Der Schüler ist vielleicht schon in Jahren vorgeschritten; aber er soll noch etwa Tertia und Secunda erreichen, um ein paar Brocken Chemie, Physik, Latein und Französisch mit auf den Lebensweg zu nehmen, weil man die doch brauchen könne.

Ein anderer, nicht minder zahlreicher Theil unserer Zöglinge wechselt die Anstalten, wie man es mit den Kleidern thut, wandert herüber und hinüber von Gymnasium zur Realschule und umgekehrt und geht schließlich auch vor Vollendung des Cursus in das sogenannte practische Leben über. Was dürfen wir, ist die gerechte Frage, wohl von einem Jünglinge erwarten, der zwischen verschiedenen Bildungssystemen umhergeschleudert, mehr geistige Störung, als Bildung erfuhr? Ohne Grund ist die Behauptung nicht, daß an einem großen Theile der männlichen Jugend herumexperimentirt werde, bis zuletzt, wenn das Alter des Jünglings dazu zwingt, oder derselbe sich als durchaus unfähig zeigt, in höhere Regionen vorzudringen, ein practischer Beruf als der letzte Rettungshafen noch gut genug und nun zugleich als einzig passend erscheint, den viel Gequälten aufzunehmen.

Auf solche Weise stellt man dem sogenannten practischen Leben ein ganz ächtes Armuthsattest aus und thut mit Unrecht sehr verwundert, wenn der junge Mann auch jetzt die größte Ungewandtheit, ja sogar reelle Unkenntniß verräth. Nun muß die Schule die Schuld tragen; die Gymnasien kommen bei derlei Vorwürfen noch gut genug hinweg; denn das Publikum glaubt, daß sie doch nur auf eine gelehrte Bildung hinarbeiten. Die Realschulen, die man eigens nur zur Vorbereitung für einstige practische Berufe geschaffen wähnt, sind viel übler daran. Es ist hier weder Zeit noch der Ort, noch meine Absicht, auf solche Forderungen, Ansichten u. s. w. einzugehen; ich habe hier nur alle die schiefen Urtheile oder Vorwürfe zurückweisen wollen, welche daraus entspringen, daß man sich nicht die Schule als einen einheitlichen Organismus verlebendigt, oder niemals die volle Wirkung desselben an sich selbst erfahren hat. Ich habe zunächst nur wieder, wie man es nicht oft und dringend genug thun kann, auf die ungemeine Schädlichkeit eines solch stückweisen Besuches von höheren Bildungsanstalten aufmerksam machen wollen. Davon irgend Etwas zu erwarten, ist, gelind gesagt, ein Irrthum. — Unglücklicherweise haben Realschulen hier und da bei ihrer ersten Organisation einen solchen begünstigt, indem sie sich in eine Unter- und Oberschule theilten: ein Widersinn, den der Erfolg zeitig genug dargethan hat.

Veranlaßt und begründet wurde derselbe wohl zum Theil mit dadurch, daß es mehrere und namentlich einen Zweig des Unterrichts giebt, der schon auf den unteren Stufen eine scheinbare Erledigung findet, und dieser ist das Rechnen.

Man hat sich gerade in dieser Hinsicht vielleicht zu illusorische Hoffnungen gemacht, zu extreme Erwartungen gehegt und hier mehr, als irgendwo anders die Schranken übersehen, welche die Schule einem jeden Unterrichtsmittel ziehen muß.

Es ist nun Zweck des Nachfolgenden zu erweisen, *inwieweit die Anforderungen des Lebens an die Schule hinsichtlich des Rechenunterrichtes überhaupt ge-*

rechtfertigt seien, und wie weit und auf welche Weise letztere, unbeschadet des Hauptzweckes, d. i. der Erreichung geistiger, formaler Bildung, gerechten Ansprüchen nachkommen könne.

1.

Wir hören sehr oft die Klage, daß die Schüler höherer Anstalten, auch der Realschulen, wenn sie ins geschäftliche Leben übergegangen sind, nicht rechnen können, oder daß mindestens die Art und Weise, wie das Rechnen auf jenen gelehrt werde, von den Methoden der Praxis ganz verschieden sei. Hier genügt es nun nicht, um diesen zum Theil nicht unbegründeten Vorwurf zurückzuweisen, aber es ist doch vor Allem nothwendig, daran zu erinnern, daß das Rechnen so wenig, wie irgend ein anderer Gegenstand des Unterrichtes, auf einer höheren Schule zu ausschließlicher oder selbstständiger Geltung gelangen könne, falls diese sich nicht in eine einseitige Präparations-Anstalt verwandeln solle. In der Idee höherer Schulen liegt es, realen Bedürfnissen, Forderungen nur insoweit nachzukommen, als diese Realitäten selbst entweder als Grundlage oder als Mittel zur Erzielung rein geistiger Bildung dienen; insoweit, als sie das zunächst zu erlernende ABC für ein weiteres Fortschreiten, oder als sie ein geeigneter Gegenstand sind, an dem die Kräfte des jugendlichen Geistes geweckt und geübt werden können.

Wir haben demnach nicht nur ein Recht, sondern sogar die Pflicht, wenn gewisse Wünsche uns das Rechnen als selbstständigen Zweck aufzwingen wollten, derartige Ansprüche vollkommen abzuwehren. Eine höhere Schule ist weder eine Handels- noch diese und jene Schule, sondern eben nur eine höhere; aber es wird ebenso unsere Sache sein, recht ernstlich zu erwägen, ob wir nicht durch die Wahl des Stoffes und durch dessen Behandlungsweise ohne irgend welchen sonstigen Schaden dem Leben entgegenkommen können. Mir erscheint eine Annäherung an dasselbe möglich; freilich eben nur eine Annäherung, deren Schranken sich bald ergeben werden.

Das sogenannte bürgerliche (kaufmännische Rechnen) ist angewandte Mathematik, Einführung mathematischer Gesetze in einen gegebenen Stoff. Seine Voraussetzungen liegen nicht mehr in dem bloßen Begriff der Zahlengröße, sondern in einer Menge von willkürlichen Bestimmungen (Maß, Gewicht), Lebens- und Verkehrsverhältnissen (Gesetzen, Gebräuchen, Usancen) u. s. w. Der Rechenschüler hat sich darum außer der Kenntniß der mathematischen Methode noch eines bestimmten, sehr verschiedenartigen Materials zu bemächtigen, das über die Wahl, Anwendbarkeit und besondere Ausführung der ersteren entscheidet. Beides, Methode und Stoff, ist vollkommen auseinander zu halten, wenn man die Leistungen der Schule gerecht beurtheilen oder ihren Wirkungskreis angemessen bestimmen will. Auch ein sonst geschickter Rechner wird eine Aufgabe nicht zu lösen vermögen, die ihm unbekannte Verhältnisse zu Voraussetzungen hat. Man bringe ihm diese zum lebendigen Verständniß; dann wird er die erlernten Methoden schon den einzelnen Fällen anzupassen wissen. — Ob nun ein Verständniß des Stoffes überhaupt, und in welcher Ausdehnung auf der Schule schon erstrebt und erreicht werden könne, ist die zunächst wichtige Frage.

Die in den Schulen eingeführten Aufgabensammlungen scheinen eine Bejahung derselben anzudeuten; da findet sich neben allgemeinen Methoden, z. B. Regeldetri, Kettensatz u. s. w., auch eine Brutto-, Zins-, Disconto-Rechnung u. s. w. Neuere Sammlungen reihen dem früheren Vorrath auch Aufgaben an aus andern Gebieten, als dem rein kaufmännischen. Man glaubt eine gewisse Reichhaltigkeit gewähren zu müssen, verlangt Berechnungen von Flächen, Körpern, Hölzern, stellt Aufgaben aus dem Bergfach u. s. w.

Es ist dies eine Vielheit von Verhältnissen, in welcher der Jüngling sich schwer heimisch machen, die er in seinem Alter, bei seiner Lebensanschauung kaum bewältigen kann — eine Vielheit oft von bloßen Namen, welche die Aufmerksamkeit von dem eigentlichen Rechnen ablenkt und verwirrt. Irrthümlicherweise hält man eine solche Mannigfaltigkeit für eine geistige Uebung geeignet. Man stellt dem Lernenden durch Veränderung des Stoffes, der Namen förmliche Fallen und fordert, er solle aus diesem Wechselnden das Gemeinsame, Gleichbleibende heraussehen; gewiß sonst eine recht heilsame Gedankenbewegung, nur nicht vorzunehmen mit Stoffen, die dem jugendlichen Geiste überhaupt fremd sind. Selbst in reiferem Alter vermögen wir das Constante nur in der Mannigfaltigkeit zu erblicken, deren einzelne Glieder uns ihrem Wesen nach vollkommen vertraut sind.

Das Leben endlich verlangt sogar nicht einmal so viel; dort giebt es nur einzelne Verkehrszweige; jeder macht seine besonderen Ansprüche; keiner erheischt einen absoluten Rechenmeister.

Man muthet demnach der Schule mehr zu, als nothwendig, und weil man es Allen recht machen will, macht man es Keinem recht. Immerhin bleibt es für den Unterricht gefährlich, auf gegebene ganz besondere Stoffe einzugehen; wir sind dann in der Vielheit derselben so gut wie verloren; denn ein jeder tritt uns mit denselben Ansprüchen gebieterisch entgegen. Behandeln wir z. B. in der Prima die Anfangsgründe des Feldmessens, dann haben alle die Fächer, die der Mathematik bedürfen, ein gleiches Recht auf unsere Berücksichtigung*).

Noch schärfer aber spricht das Folgende gegen die mehr und mehr angestrebte Reichhaltigkeit des Rechenstoffs, durch welche man Sammlungen dem Publikum zu empfehlen glaubt. — Angenommen der Lehrer selbst hätte durch ungewöhnliche reiche Lebenserfahrung, oder, was hier schon viel weniger genügend, durch bloßes Studium sich ein klares Verständniß aller der Verkehrsverhältnisse erworben, welche Rechenaufgaben liefern, so würde sich sein Unterricht vorzüglich dahin richten müssen, den Schüler, dem das praktische Leben noch ein unbekannter Boden, zu einer klaren und frischen Anschauung desselben zu bringen. Sein Unterricht würde sich aus einem Rechenunterricht zum großen Theil in einen Vortrag über die verschiedenen Zweige des gewerblichen und geschäftlichen Betriebs verwandeln. Ob dadurch das eigentliche Rechnen befördert und, ich will gar nicht sagen, geistige Bildung, sondern nur ein reales Wissen, wirkliche Fertigkeit erreicht werde, ist sehr zu bezweifeln.

Ein Entgegenkommen also an alle verschiedenen Fächer der Praxis ist auf der Schule eine Unmöglichkeit, und wir würden uns, um keinen Anspruch zu verletzen, mit dem bloß abstrakten Zahlenrechnen begnügen müssen, wenn nicht eine solche reine Denkbewegung gerade hier ihr Bedenkliches hätte, und diese nicht ohnehin durch die später auftre-

*) Ganz abweichend hiervon sind freilich einige Ansichten von Realschulmännern, ausgesprochen auf der Versammlung in Altenburg. Höhere Bürgerschule, Heft VI., 56. Man vergleiche dagegen die schönen Thesen des Dr. Kletke ebendaselbst.

tende Mathematik in mehr angemessener Weise gepflegt würde. Außerdem giebt es einen Zweig des Verkehrs, der auch dem Schüler nahe liegt, seinem Verständnisse leichter erschlossen werden kann, der endlich mehr oder weniger alle übrigen umfaßt und durchdringt — es ist dies der kaufmännische. Fast alle unsere Gewerbe, Betriebe sind mehr oder weniger kaufmännisch geworden; selbst der berufslose Privatmann kann gewisser Kenntnisse aus diesem Gebiet nicht entbehren. Aus ihm entnehme man daher, wie es vor Alters schon war, allein den nothwendigen Uebungsstoff, weil dasselbe an Allgemeinheit alle andern übertrifft, in den meisten seiner Verhältnisse sich rein mathematischem Gesetz fügt und endlich den geringsten Bedarf an technischen Ausdrücken u. s. w. erfordert.

Es kann auf der Schule nicht unsere Absicht sein, direct kaufmännische Rechner zu bilden; denn es giebt Einzelnheiten, die sich unserm Kreise durchaus entziehen; allein es wird auch bei einem nach den Zwecken der Schule beschränkten Unterricht gar Manches im Gedächtniß des Schülers haften bleiben, ihm Manches geläufig werden, was ihm eben wegen der Allgemeinheit der Sache von Nutzen in allen Lebensverhältnissen sein kann. So erwirbt ja auch der Zögling der Gymnasien durch die Lectüre der Alten den Wörterschatz der griechischen und lateinischen Sprache, unmittelbare Kenntniß des Alterthums als angenehme Zugabe mit und bei der beständigen Zucht und Uebung des Denkens, die vor Allem durch das Studium der Sprachen bezweckt wird.

Eine noch größere Annäherung an die Wünsche des Lebens kann erreicht werden in der Art und Weise der Behandlung unseres Stoffes; ja es hat mir immer geschienen, daß ein Anschluß an die Praxis den Unterricht verlebendige und für geistige Bildung ergiebiger mache. Mußte die Stoffüberhäufung als verwirrend, rechte Aufmerksamkeit störend bezeichnet werden, so wird im Gegentheil Mannigfaltigkeit der Methode recht lehrreich und nützlich sein. In dieser Hinsicht ist die Praxis, die sich immer nur mit einzelnen, gegebenen Fällen beschäftigt, weit reicher, als die Theorie, die, weil sie im Allgemeinen verbleiben muß, einer gewissen Einseitigkeit der Methode anheimfällt. Erstere hat für einzelne Voraussetzungen besondere Regeln geschaffen, deren Entwickelung aus der allgemeinen Form ebenso bildend wirkt, als die Herleitung mathematischer Sätze. Haften nachher diese Regeln im Gedächtniß, nun so nimmt der Lernende auch einen reellen Reichthum mit ins Leben; wenn nicht, so hat er eine geistige Uebung durchgemacht, die ihn befähigt, später das Vergessene wieder, oder Aehnliches, noch Unbekanntes selbst zu finden.

Man hat wohl dieses practische Rechnen kaufmännisch nennen wollen, im Gegensatz zu einem sogenannten Schulrechnen*); und hat besonderen Nachdruck darauf gelegt, daß auch die Realschulen das erstere nicht üben. In Wahrheit ist zwischen kaufmännischem Rechnen und Rechnen überhaupt ein so großer und so kleiner Unterschied, wie zwischen Logarithmenberechnen und Mathematik.

Kaufmännisches Rechnen ist eben nur Rechnen in seiner Einführung auf einzelne bestimmte Fälle, und wie jede allgemeine mathematische Wahrheit, auf Besonderes bezogen, eine gefälligere, leichtere Form gewinnt, sich kürzer und bequemer handhaben läßt, so wird auch die Rechnung in der einzelnen Aufgabe oder einer ganzen Classe von solchen eine Einfachheit,

---

*) Der Unterschied zwischen bürgerlichem und kaufmännischem Rechnen ist ganz widersinnig.

einen handlichen Mechanismus annehmen, welcher der allgemeinen Methode fehlt. — So aufgefaßt, kann das kaufmännische Rechnen keineswegs als der Schule fremd erscheinen; im Gegentheil, diese wird sogar ihrem Zwecke wahrer Geistesbildung näher kommen durch eine derartige Auflösung des Allgemeinen in das Besondere, durch die Aufsuchung der Fülle von Verwandlungen, wie sie die allgemeine Form bei ihrer Anwendung auf das Einzelne eingeht: näher, als durch ein Verharren in einem bloß abstracten Schematismus.

2.

Es handelt sich nun um die Vertheilung des im Allgemeinen bezeichneten Stoffes. — Dreierlei ist Zweck der Schule im Rechenunterricht: schnelle und klare Auffassung der gestellten Aufgabe seitens des Schülers, Aneignung der Methoden bis zu freiem selbstständigen Gebrauche und Schnelligkeit und Sicherheit im Zifferrechnen.

Der Schüler kann Aufgaben nur erfassen, die seinem Verständnisse auf jeder Alters- und Bildungsstufe zugänglich sind, und soll nur solche erfassen, die ihm ohne lange Vorträge des Lehrers klar gemacht werden können. Darnach begrenzt sich der Stoff sowohl nach seiner äußerlichen Ausdehnung, als nach seiner inneren Gliederung. Das Nähere darüber bietet der spätere Plan; hier nur noch einige Bemerkungen, die mir wichtig genug erscheinen.

Ich möchte fast glauben, daß in keinem andern Unterrichtsgegenstande so sehr mit der Abwickelung des Stoffes geeilt, nirgends so sehr vorgegriffen werde, als gerade im Rechnen. Man muß zugeben, es ist bei ihm die Gefahr, in hastige Eile zu verfallen, für den Lehrer größer, als in andern Fächern, und die Lockung zu andern interessanteren Stoffen überzugehen, für Lehrer und Schüler bedeutender. Es sei ja doch, so meint man, schließlich auch nur eine Uebung im Addiren, Subtrahiren u. s. w., wenn der Schüler ein Regeldetri- oder Kettenexempel ausrechnet; die paar Regeln zur Bildung des sogenannten Ansatzes könne er sich wohl merken, und ob er Fertigkeit und Gewandtheit durch ein Rechnen der Länge oder der Quere nach erhalte, bleibe sich wohl gleich. Auch der Hinblick auf die Volksschule mag verführerisch wirken.

Und so tritt denn, wenn nicht schon früher, in Quinta, Regeldetri, Kettenrechnung u. s. w. auf, und die Schüler bilden auch wirklich ihren Ansatz, multipliciren herauf und herunter u. s. w. Was ist es aber, worüber sie selbst am meisten klagen, und was ihnen das Rechnen und die demselben gewidmeten Stunden so verbittert? Wenn ich nur den Ansatz wüßte, dann wollte ich schon rechnen! ist der unaufhörliche Refrain, der uns Anwort giebt. Nun ja! dann würden sie freilich, wenn sie das Einmaleins nur inne haben, frisch darauf los multipliciren und dividiren. Sie erlangen aber wirklich dadurch Nichts, als eine noch obendrein verkümmerte Uebung in den 4 Species. Warum finden sie aber den richtigen Ansatz nicht, obwohl sie die Regeln wissen und einen solchen schon hundert Mal gemacht haben? — weil die sogenannte Kette, die Proportion für unser Rechnen nicht bloß reine Formen sind, sondern Formen gebunden an einen vom Schüler zu erfassenden, stets wechselnden Stoff.

Als eine andere Folge der Uebereilung mit dem Pensum hat sich gewiß schon Mancher von uns, wenn wir recht ehrlich sein wollen, eingestanden die Ungeschicklichkeit im Kopfrechnen und die Unsicherheit in der Behandlung der Brüche. Ungewisses Schwanken, wirkliche

Fehler (namentlich beim Dividiren mit Brüchen, Reduciren, Resolviren u. s. w.) kehren immer wieder. Immer und immer wieder muß der Lehrer später bei Aufgaben, die an sich die volle Aufmerksamkeit des Schülers beanspruchen, demselben erst durch tröstliches Zureden die vergessenen Regeln ins Gedächtniß zurückrufen — eine Sysiphus-Arbeit, weil der Lernende, begierig, nur zu dem zunächst geforderten Resultat zu gelangen, in aller Eile die gebotene Hilfe erhascht, und darum gewißlich das, wie man glaubt, von Neuem Befestigte bald wieder vergißt. Das Bewußtsein solcher Unsicherheit raubt dem Lernenden die Möglichkeit und Lust zu selbstständiger Arbeit, und das natürliche Bestreben, dieselbe zu verbergen, führt mindestens zu Oberflächlichkeit. So weit meine Erfahrung reicht, habe ich es als einen Grundirrthum erkannt, eine genauere Einübung des Erlernten durch Behandlung von etwas Neuem, das das Frühere als Elemente enthält, erzielen zu wollen. Das Interesse des Schülers knüpft sich ganz an den neuen Stoff, die neue Form, und die Wiederholung des Alten nimmt ein so zerstücktes, zerbröckeltes Wesen an, daß sie demselben förmlich zuwider wird.

Um ein Beispiel aus einem verwandten Fache anzuführen: man hat das mechanische Aufsuchen der Logarithmen eingeübt und geht rasch, ehe der Schüler fest ist, zu logarithmischen Gleichungen über, weil ja derselbe auch dabei fortwährend Logarithmen nachschlagen muß. Man rechne nicht auf glänzenden Erfolg; der Lernende hat mit Bewältigung des Neuen so viel zu thun, daß seine Aufmerksamkeit sich von dem bloßen Mechanismus abwendet.

Widmet man dem Rechenunterricht dieselbe Sorgfalt und Mühe wie den Sprachen, so wird man in den untern Classen VI. und zum Theil V. an der Rechnung mit benannten ganzen Zahlen und der gesammten Bruchrechnung ausreichenden Stoff haben. Variirt man in derselben Weise wie der Lehrer der Sprachen, der auch nicht bloße Paradigmen abfragen darf, sondern die gewonnenen Formenelemente ins Unzählige combiniren und einüben muß, so hat man selbst die lange Weile nicht zu fürchten, die das Rechnen mit Dritteln und Vierteln zu drohen scheint. Es ist nur die Unkenntniß oder Unsicherheit im Bruchrechnen, welche so Viele den einfältigsten und unsinnigsten Kettenansätzen zuführt, um ein Resultat zu erlangen, was man sonst auf leichtere, sicherere und elegantere Weise hätte erhalten können. Solche Mannigfaltigkeit der Uebungen bietet sich z. B. in der V. dar; dort, wo Vertrautheit mit den Brüchen vorausgesetzt werden kann, beginne man (vergl. den Plan) noch einmal mit der Multiplication und Division und zwar mit Anwendung aller Erleichterungen, Vortheile (Zerfällungen u. s. w.), wie sie auf dieser Stufe dem Schüler schon verständlich sind. Es wird demselben Freude machen, ein und dieselbe Aufgabe auf zwei bis drei Weisen zu lösen, und er wird sich gewöhnen, was später unerläßlich ist, ehe er zu rechnen anfängt, über die Wahl des zweckdienlichsten Verfahrens nachzudenken. Und soll er später bei schwierigeren Aufgaben unter der Last der Rechnerei nicht erliegen, so muß er zeitig mit allen Mitteln bekannt gemacht werden, welche die Arbeit erleichtern.

3.

Was nun die Verarbeitung des Stoffes anlangt, so ist die gewöhnliche Weise die, daß der Schüler an Aufgaben, die einer bestimmten Sammlung entlehnt, oder vom Lehrer selbst gestellt sind, Kenntniß der Methode und Uebung im Gebrauch derselben erwirbt. Lehrbücher, die einen bestimmten Unterrichtsstoff enthalten, abzufassen, ist immer schwer; um so schwerer, als locale und temporäre Verhältnisse auf Plan und Einrichtung einer jeden Schule einen nicht wegzuleugnenden Einfluß haben, so daß ein Lehrbuch sehr passend für die eine Anstalt, es für eine andere mindestens nicht in gleichem Grade ist. Daher wohl die Neigung der Lehrer nach einigen Heften u. s. w. zu gehen, was mitunter Vortheil bringen, aber auch oft das innige Zusammenwirken Aller stören kann. An Aufgabensammlungen für das Rechnen fehlt es nun nicht, und doch haben wir einen recht empfindlichen Mangel an solchen zu beklagen, welche einen für die Schule geeigneten Rechenstoff böten. Größere Handbücher sind eher vorhanden; ich erwähne nur die vortrefflichen Werke von Telschow und Lefort*); von ersterem existirt auch eine im Auftrage des königl. Ministerii für die Schule verfaßte Aufgabensammlung, die mir indeß noch nicht zu Gesicht gekommen und überhaupt wenig im Gebrauche zu sein scheint. Nach dem Handbuche zu urtheilen, dürfte sie leicht das Beste sein, was wir in dieser Art besitzen, obwohl sie jedenfalls über den bezeichneten Kreis hinausgeht.

Von einer glücklichen Wahl des Stoffes hängt so ziemlich der ganze Erfolg des Unterrichtes ab, und die Wirksamkeit auch des besten Lehrers wird durch einen schlechten Leitfaden, namentlich wenn er sich an denselben binden muß, gehemmt und erschwert. Im Interesse der Sache mögen daher einige Ansichten hier Platz finden, die aus mehrjähriger Erfahrung und Prüfung entsprungen sind.

Zunächst fällt in den gewöhnlichen Aufgabensammlungen eine wahrhaft unglückliche Vermengung von Methode und Stoff auf. Man hat da neben einer Regeldetri, Kette, wälschen Practik u. s. w. eine Zins-, Disconto- u. s. w. Rechnung. Folge davon ist, daß Aufgaben der verschiedensten Art in eine und dieselbe Form hineingezwängt werden, deren Nothwendigkeit dem Schüler nicht einleuchtet und bei solcher Anordnung auch nicht einleuchtend gemacht werden kann.

In der sogenannten Regeldetri kommen vor Einheitsaufgaben, die eine bloße Multiplication oder Division erfordern, in der Kettenrechnung Aufgaben aus der Zinsrechnung, wie denn überhaupt die Anwendung der Kette statt der Proportion ein alter, anscheinend nicht auszurottender Mißbrauch ist. Für ein besonderes pädagogisches Kunststück hält man es, die Reihe der Aufgaben einer besondern Rechnung durch solche, die einer früheren angehören, ohne alle Andeutung zu unterbrechen. Hat der Schüler mehr als Zifferrechnen gelernt, hat er immer den Sinn der Aufgaben erfaßt, so nützt das Manöver zu gar Nichts; ist dies nicht der Fall, und die Verschiedenheit nicht zu augenfällig, so muß der Lehrer doch nachhelfen. Auch dient eine jede Sammlung nach meiner Meinung nur in sehr beschränktem Maße dem Schüler zu selbstständigem Gebrauche. Sie soll den Uebungsstoff liefern, an welchem der Lehrer mit jenem zugleich experimentire.

Die sogenannte Regeldetri, einfache und zusammengesetzte mit geraden und ungeraden Verhältnissen, ist gewöhnlich mit großer Breite behandelt und enthält meist nur Aufgaben mit Elementen, bei denen in Wahrheit gar keine Verhältnißmäßigkeit stattfindet. Sie quält die Schüler förmlich mit Maurern, Schneidern, Schreibern, Tagelohn, Centnern, Fuhrlohn u. s. w. Man darf nur die Zahlen ein klein Wenig übertreiben, und dem steht von Seiten der Rech-

*) Vollständiges Handbuch der kaufmännischen Rechenkunst 2c. von Wilhelm Telschow. Settin. 1850.

nung gar kein Hinderniß im Wege, um die meisten solcher Beispiele, die ein so practisch bürgerliches Gesicht zeigen, sofort in Unsinn zu verwandeln*).

Schon die Warenberechnung ist der Voraussetzung des (im Leben nicht immer) proportionalen Wachsens der Größen benöthigt, um in die Form der Regeldetri gebracht zu werden. In der Proportion liegt eine Consequenz, wie sie die gewöhnlichen Lebensverhältnisse nicht haben; man vergleicht sich, läßt herunter, steigert u. s. w.; der Schüler soll aber vor Allem zum Bewußtsein des Gesetzmäßigen gelangen, und kann es nur an Stoffen, die sich auch einem Gesetz fügen. Da ist es allein die Procentrechnung, die sich an und für sich in proportionaler Form giebt; nehmen wir aus ihr die Uebungsbeispiele, so erreichen wir Beides, Fertigkeit im Gebrauch der Methode und Verständniß des Stoffes.

Man wendet wohl ein, auch jene Aufgaben dienten nur zur Einübung der (mathematischen) Form; wie kann man aber davon einen Erfolg erwarten, wenn man den jugendlichen Sinn für das Verhältnißmäßige, der den Lernenden allein zum selbstständigen Auffinden der Form befähigt, fortwährend durch Aufgaben stört, die er bei einem gründlichen Nachdenken der ihm aufgenöthigten Methode als widersprechend erkennen sollte.

Außerdem ist es gar nicht Sache des Rechenunterrichtes, die bloße mathematische Regel zu exerciren; dazu haben wir die Mathematik selbst. Wir werden auf diese irrige Ansicht von der Bestimmung des ersteren noch zurückkommen.

Die sogenannte indirecte Regeldetri würde ich aus der Proportionsrechnung ganz entfernen; alle dahin einschlagenden Aufgaben, die ohnehin für die Praxis sehr beschränkte Bedeutung haben, lösen sich sehr einfach und leicht durch die Bruchform; auch wird gerade der verständige, mit der Proportion vertraute Schüler sich schwer zu der rein mechanischen Basedowschen Regel über die Umkehrung der Verhältnisse entschließen.

Eine ganz besondere geistige Uebung glaubt man ferner dadurch zu ermöglichen, daß man in den Proportionsaufgaben jedes der 4 oder 6 Glieder als unbekannte Größe aufstellt. So läßt man in der Zinsrechnung außer den Zinsen auch das Capital, die Procente u. s. w. aufsuchen. Meine Meinung ist, man könne im Rechnen mit solchen Umkehrungen nicht sparsam genug sein. Ein paar Aufgaben werden hinreichen, dem Schüler die Möglichkeit der Lösung darzuthun; die eigentliche Uebung darin überlasse man der Algebra und beschäftige sich hier mehr mit den Fragen, die das Leben veranlaßt, z. B. in dem erwähnten besonderen Falle mit der Ausrechnung der Zinsen. — Oft erzeugt diese mehr mathematische

---

*) Z. B. Wenn ein Bote für das Abtragen einer 4 Loth schweren Schachtel bis zur nächsten Straße 2 gGr. erhält, was hat man ihm zu zahlen, wenn er eine Kiste von 50 Pfd. Gewicht auf den 1/4 Meile entlegenen Bahnhof tragen soll? Oder:

Es fährt ein Schiffer unterstützt von 2 Ruderknechten in einer gewissen Zeit von Breslau bis Frankfurt; in welcher Zeit wird er am zweiten Orte anlangen, wenn er noch 20 Ruderknechte mehr annimmt? Oder:

Wenn ein Fuhrmann eine Last von 50 Ctrn. für ein gewisses Fuhrlohn 20 Meilen weit fährt, wie weit ist es von Breslau bis Berlin, wohin er 60 Ctnr. für so und so viel Fuhrlohn befördert?

Der Schüler rechnet sorglos alle diese Aufgaben; stützt er sich aber auf sein gewonnenes Zahlenresultat, so wird man viel Mühe haben, ihm den Widerspruch von mathematischer Richtigkeit und praktischem Unsinn klar zu machen.

Behandlungsweise practische Unnatürlichkeiten, und als deren Folge dem denkenden Schüler unnütz erscheinende und ihn abschreckende Rechnerei. Will man einen schlagenden Beweis für diese Behauptung haben, so rechne man folgendes Exempel, daß in einer viel gebrauchten Aufgabensammlung nebst einer Menge ähnlicher gegeben ist:

Man zahlt für einen Wechsel in Breslauer Stadt=Obligationen, der den 24. Juni zahlbar ist, am 12. Mai 1350 Thlr. 7 Sgr. 6 Pf. Wenn nun 98 Thlr. klingend Courant gleich sind 100 Thlr. Stadt=Obligationen, und der Disconto 8 % beträgt; wie viel gilt dieser Wechsel am 24. Juni? — Die Frage nach der Wechsel=Valuta ist hier eine sehr widersinnige.

Aehnliche Unnatürlichkeit wird zu vermeiden sein bei der Stellung der Aufgabe rücksichtlich des eigentlichen Zifferrechnens. Da finden sich leider in manchen Sammlungen Exempel mit Zahlen und Brüchen, vor deren Größe selbst der Lehrer zurückbebt, geschweige der arme Schüler, der außer seinem Rechenpensum noch andere zu absolviren hat. Man täuscht sich ungemein, wenn man glaubt, dadurch Fertigkeit erzielen zu können. Wer $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{20}$ zu addiren u. s. w. versteht, der wird es auch mit $\frac{275}{6797}$ u. $\frac{1175}{91279}$ vermögen. Nun giebt es sehr kunstreiche Exempel, namentlich in der Regeldetri, die sich durch Aufheben sehr hübsch in kleinen Zahlen ausdrücken lassen; es macht dann dem Knaben Freude, wenn er sich durch den Wust von Ziffern hindurch gearbeitet hat und endlich eine so allerliebste kleine Zahl sieht; aber wehe dem Unglücklichen, wenn er nur um $\frac{1}{175}$ Pf. sich verrechnet! Dann hebt sich's nun und nimmer auf und die Ziffern schwellen ihm entgegen, wie die Wasserwogen dem Zauberlehrlinge Goethe's.

Ich spreche hier durchaus nicht gegen Gespenster; ich habe Abende lang neben solchen Armen gesessen und mit ihnen geseufzt. Soll der Schüler an großen Ziffern nur Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren erwerben, dann gebe man bald Multiplicationsexempel u. s. w. mit unbenannten Zahlen; er hat ebenso viel Gewinn davon, da jede Aufmerksamkeit für die eigentliche Aufgabe durch den Ballast von Ziffern erdrückt wird. — Je einfacher die Ziffern, je leichter der Apparat zur Lösung, desto klarer, durchsichtiger wird dem Lernenden die Aufgabe, die Methode; desto frischer und freudiger geht er ans Werk. Außer der Unlust, die ungebührliche, im Leben nie vorkommende Zahlen, Brüche u. s. w. nothwendig hervorrufen, ziehen sie noch den sehr bedeutenden Nachtheil nach sich, daß, weil Vieles auf dem Papier gerechnet werden muß, dann gewöhnlich Alles auf diese Weise gerechnet wird.

Der Einwand, daß die Schüler, wenn ihnen die Aufgaben rücksichtlich der Ziffern gar zu bequem gemacht würden, vielleicht überhaupt die Mühe des etwas schwierigeren Zifferrechnens scheuen möchten, wenn ja solche Fälle eintreten sollten, ist wenig stichhaltig und durchaus den gegentheiligen Gründen gegenüber nicht vollwichtig. Wer Lust und Liebe zur Sache gefaßt hat, wird auch zum Ziele streben, wenn der Weg dahin dann und wann mühsam und dornig wäre.

Endlich ist auch die Form der Aufgaben nicht gleichgiltig. Man glaubt die „todte Ziffer" dem Schüler interessanter zu machen, indem man sie in eine Menge bunter Lappen einwickelt. Man kleide sie im Gegentheil so leicht als möglich ein; der einzige Gewinn, den man durch gewisse tändelnde Umhüllungen erwirkt, ist eine geringe Gedankenübung, die der Lernende durchmacht, um aus der Schale den Kern auszusuchen — gering gegen den Schaden, der aus der Zerstreuung der Aufmerksamkeit auf das eigentliche Object und aus dem bloßen Gefallen am Stoffe hervorgeht. Für das frühere Alter, für kleine Anfänger mag es sich eignen, sinnliche Anschauungen zu Hilfe zu nehmen; später muß das Interesse an dem Gegenstande stark genug sein, um andere Reizmittel entbehren zu können*). Statt den Schüler mit einer Menge von Benennungen, namentlich fremder imponiren zu wollen, suche man die ohnehin zahlreichen, nothwendigen Bezeichnungen auf eine gemeinsame zu reduciren. So z. B. gewährt man dem Rechner große Erleichterung, wenn man ihn daran gewöhnt: Tara, Rabatt, Fusti, Disconto, Agio rein als Gewinn oder Verlust (Erlaß oder Zuschuß) an der Zahlung aufzufassen. —

Nach den soeben ausgesprochenen Ansichten mangelt eine Sammlung geeigneten Rechenstoffes für die Schule. Ein Uebelstand, der in neuerer Zeit, wo man überhaupt erst diesem Fache auf höheren Anstalten Beachtung geschenkt hat, keinesweges dadurch behoben worden ist, daß man den Rechenunterricht in das Schlepptau der Mathematik genommen. Eine Anzahl sonst guter Rechenbücher, und deren erscheinen jetzt alljährlich eine Menge, laborirt vorzüglich daran, daß man an dem Rechnen Mathematik und an der Mathematik Rechnen dociren will. Es ist dies mißverstandene, für die Schule unfruchtbare Wissenschaftlichkeit, eine Vermengung der Disciplinen, die außerdem für unsere Anstalten unnöthig ist. Die Mathematik trägt sich selbst, und das Rechnen bedarf mathematischer Vorkenntnisse wenig. Man raubt der Mathematik Zeit und gebraucht das letztere zum Lückenbüßer für jene.

4.

Zu diesem sehr fühlbaren Uebelstande gesellt sich noch die bedeutende Schwierigkeit des Unterrichtsbetriebes bei gewöhnlich sehr gefüllten Klassen. Ich kenne die Urtheile Anderer nicht, aber mich hat eine Rechenstunde jeder Zeit mehr angegriffen, als irgend eine, obwohl ich sie mit besonderer Liebe ertheilt. Nirgends scheint mir die Aufgabe des Lehrers, alle Schüler gleichmäßig zur Theilnahme heranzuziehen, mit so großer Anstrengung verknüpft zu sein, als gerade hier, wo nach meiner Ansicht der Lehrer jede Zahl mitrechnen, jede Ziffer selbst und von allen andern mit controliren lassen, wo er gar Nichts auf das gewonnene Resultat, Alles auf die Art der Gewinnung desselben geben muß.

Der Mittel und Wege zum Ziele zu gelangen sind meist viele, mehr oder minder gute; lobe Jeder die seinigen; ich will hier die meinigen andeuten, nachdem ich andere auch gut empfohlene geprüft habe.

In richtiger Erwägung, daß eine allgemeine Anregung der Schüler Haupterforderniß eines gedeihlichen Wirkens sei, hat man auch darauf zunächst sein Augenmerk gerichtet.

Allermeist spornt und treibt man durch Belobigung der sichersten oder schnellsten Rechner. Ich möchte da, so parador es auf den ersten Augenblick scheinen dürfte, warnen, nicht allzuviel auf die Richtigkeit der Resultate zu geben. Meine Meinung ist nicht, daß

*) Aufgaben wie folgende, halte ich für Spielereien, so sehr sie auch aus dem Leben gegriffen scheinen: Ein Familienvater verwendet die einjährigen Zinsen eines zu 4% ausgeliehenen Capitals zu Weihnachtsgeschenken. Er kauft seiner Frau 15 Ellen Seidenzeug zu einem Kleide u. s. w.

man gleichgiltig übersehe, ob der Schüler falsche oder richtige Auflösungen liefert; aber ich wünsche, daß derselbe gewöhnt werde, nicht blos um dieses Endzieles willen zu rechnen. „Der Jüngling soll auf der Schule denken und schließen lernen, soll Vertrauen auf seine eigenen Schlüsse gewinnen und das Endresultat dieser als richtiges anerkennen aus eigener innerer Nothwendigkeit". An die Richtigkeit seiner Rechnung jedoch glaubt der Schüler nur, weil es der Lehrer oder das sogenannte Facitbuch sagt; eine Gewißheit, daß es so sein müsse, hat er in der Regel nicht; selbst wenn er sogenannte Proben anstellt, verschafft er sich Nichts weiter, als eine Art indirecten Beweises. Es giebt, nach meinem Dafürhalten, für ein folgerichtiges Denken nichts Schädlicheres, als diese jähe Hast nach einem Ergebniß, das nur, wenn das Glück will, das richtige ist. Alles vor demselben Liegende, der ganze zu durchlaufende Weg, der die eigentliche Uebung darbietet, wird gleichgiltig. Der Schüler rechnet, bis er irgendwie am Ende ist, natürlich so schnell wie möglich; trifft er das richtige, so preist er sich glücklich; gelangt er zu einem falschen, nun so läuft er eiligst und schon unlustig den Weg noch einmal. Daher eine höchst verderbliche Unsitte der Schüler, die geradezu zur Unselbstständigkeit führt, das unaufhörliche Vergleichen der Arbeiten unter einander. Sie trauen sich selbst gar nicht, legen ihrer eigenen Arbeit keinen Werth bei; sie glauben an denselben nur, wenn zwei Resultate zufällig übereinstimmen. Und darum sind die Facitbücher, um ein Geringes käuflich, in den Händen der lernenden Jugend so gefährlich, und nicht etwa, weil durch dieselben eine Täuschung bewerkstelligt werden könnte.

Das sogenannte und beliebte Wettrechnen treibt diese Art Rechnerei auf die Spitze. Auch nicht einmal dann und wann möchte ich solche Uebungen anstellen. Ein schnelles Rechnen auf dem Papier hat hier nur sehr relativen Werth, und Fertigkeit und Geschwindigkeit im Kopfrechnen kann man bei der einfachsten Multiplication und Division üben und ersehen. Solch übereilte Schnelligkeit verlangt das Leben nicht; ja es kann sie sogar nicht gebrauchen; die Schule hat davon den Nachtheil, daß der Geist an ein oberflächliches, bewußtloses Fortstürzen gewöhnt wird.

Nur wenn der Schüler bei jedem Schritte, den er vorwärts thut, nach Sicherheit, Gewißheit strebt; wenn ihm jede einzelne Zahl so lieb, so wichtig wie das Ganze ist, wird er durch jede neu gelöste Aufgabe an geistiger Bildung, wie an Fertigkeit im Zifferrechnen gewonnen haben. Das Resultat, das sich ihm als ein nothwendig richtiges ergiebt, selbst wenn es wirklich falsch sein sollte, ist dann für ihn bedeutungslos; auch dem Lehrer kann es gleichgiltig sein; denn der Zweck, Verständniß und Uebung, ist an dem halben Exempel so gut erreicht, als am ganzen. Ich meine, jede einzelne Aufgabe müsse ebenso behandelt werden, wie man in den alten Sprachen einen einzelnen Satz oder kleineren Abschnitt zu tractiren pflegt, mit derselben Ruhe, Gelassenheit, mit demselben aufmerksamen Eingehen in alle einzelnen Glieder desselben. Erst wenn der Schüler eine gewisse Gewandtheit erlangt, man seiner Vertiefung in den Gegenstand sicher ist und kein oberflächliches Hinwegeilen mehr zu fürchten hat, dann überlasse man ihn seiner eigenen Leitung.

Zunächst geht daraus hervor, daß man mit Rechenpensen, die außer der Schule zu verfertigen sind, sparsam und höchst vorsichtig sein müsse. Häusliche Aufgaben, in zu großer Menge oder zur Unzeit gestellt, hervorgegangen aus dem mißverstandenen Bestreben, größere Uebung und Fertigkeit zu erzielen, paralysiren alle etwaigen Vortheile durch den einzigen Nachtheil, daß sie entweder flüchtig oder unselbstständig nur um des Aufweisens willen behandelt und vollendet werden. Was der Schüler lernt, das lerne er zum größesten Theile mit, durch und in der Schule; daß er Eigenes thut und zu thun Lust hat, wird die Folge guter Schulzucht sein. Ein einziges wohlverstandenes, sorgsam gelöstes Exempel bringt ihm mehr Nutzen, als zwanzig oberflächlich hingerechnete. Ueber solche Sorgsamkeit zu wachen, haben wir Gewalt nur in der Anstalt selbst, und unsere Sache ist es, vielmehr den Gedankenproceß des Lernenden zu entwickeln, zu leiten, zu beobachten, als ein etwaiges Resultat zu controliren.

Aber auch in den Rechenstunden selbst, glaube ich, müsse man eher zu wenig als zu viel rechnen. Ganz abgesehen von der Ungleichheit in den Fähigkeiten und Kenntnissen der einzelnen Schüler, die es doch nun einmal, trotz der strengsten Versetzungsprüfung giebt, halte ich es aus vielen Gründen für unerläßlich, daß alle eine und dieselbe Aufgabe rechnen. Alles Vor- und Weiterrechnen der Fähigeren ist nicht blos nutzlos, sondern sogar schädlich. Es ist ein selbstständiges Weitergehen wohl auch sonst nirgends Gebrauch, und in unserem Unterricht nur veranlaßt durch die wirklich große Schwierigkeit, die weiter vorgeschrittenen mit den zurückgebliebenen gleichmäßig zu beschäftigen. Soll jede einzelne Aufgabe ein Uebungsstoff sein, an dem der Lehrer seine Zöglinge geistig bilde, so muß auch die volle Aufmerksamkeit derselben an dieser haften und nicht durch andere zerstreut werden. Es soll und darf die specielle Lösung keiner Aufgabe absolut gleich sein der der andern, dahin muß wenigstens der Rechenunterricht streben. Wir haben z. B. im Rechnen Proportionsaufgaben; da diese aber nicht bloß mathematische Formen sind, so wird der geeignete Weg von einer Menge von Umständen abhängen, ob kürzbare Zahlen vorhanden, ob die niederen Sorten sich in bequeme Brüche verwandeln lassen oder nicht u. s. w. Alles dies zu sehen ist der Schüler von vornherein nicht im Stande, oder hat wenigstens nicht Lust, darüber sich den Kopf zu zerbrechen. Zwingt und gewöhnt ihn der Lehrer nun nicht bei jeder einzelnen Angabe über die Wahl der besten Methode nachzudenken, Anstoß zu nehmen z. B. ob er mit 6 oder 7 Pf. zu rechnen hat, so artet zuletzt das Rechnen in einen schablonenartigen Gebrauch des Einmaleins aus.

Dies zu verhindern ist mit unsere wichtigste und zugleich schwierigste Arbeit. Suchen wir im sprachlichen Unterricht eine oder die andere Regel durch Sätze, Beispiele u. s. w. einzuprägen, so bleibt der Lernende, da kein Satz wie der andere, an jedem einzelnen halten; im Rechnen scheinen ihm dagegen 20 bis 30 Aufgaben ganz dieselben zu sein. Hat er einmal einen Ansatz gemacht, so bildet er die andern 20 ganz ähnlich; es heißt ihn, wenn er nur das Einmaleins im Kopfe hat, Nichts stillstehen und aufmerken; zu einem Resultat, d. h. zum Ende der Rechnerei gelangt er immer, und etwaigen Unsinn wird er viel schwerer inne, als beim Uebersetzen.

Also die Davoneilenden anhalten, an die einzelne Aufgabe fesseln, halte ich für einen vorzüglichen Theil der Lehrerthätigkeit. Man lasse ein und dasselbe Exempel auf alle nur mögliche Arten rechnen, weise auf die größere oder geringere Schwierigkeit des einen oder des andern Weges hin. Allgemeine Vorschriften über die Anwendung der Rechenregeln können eben der unendlichen Verschiedenheit des Stoffes wegen nicht gegeben werden; aber in jedem einzelnen Falle lehre man den Schüler selbst solche finden. So z. B. wird mit dem sogenannten Kürzen oder Aufheben gemeiniglich viel Mißbrauch getrieben. Der Rechner, begierig, kleinere Zahlen zu erhalten, hebt sich oft solche, namentlich Nullen, hinweg, die ihm leichtere Multiplication oder Division verschafft hätten, oder er vernachläßigt eine bequemere Weise, zum Ziele zu kommen, weil er in der Eile ganz vergißt, daß das Aufheben auch Zeit kostet und oft Veranlassung von Fehlern wird. In der Zinsrechnung ferner wird jede Aufgabe zum Nachdenken ausgezeichnete Gelegenheit geben; der Schüler muß gewöhnt werden, wenn er die Zinsen eines Capitals auf Tage zu $4\frac{1}{2}$ % ausrechnen soll, sofort aus den besondern Zahlen, durch welche Capital und Tage ausgedrückt sind, zu beurtheilen, ob er leichter mit $4+\frac{1}{2}$ % oder $5-\frac{1}{2}$ % oder $\frac{9}{2}$ % ein Resultat gewinnen kann, ob er bequemer mit der Bruchform oder durch Zerlegung rechnet.

Eine Wirksamkeit des Lehrers, wie die hier verlangte, ist natürlich nur möglich bei einem Vorwärtsschreiten aller Schüler an demselben Uebungsstoffe; aber ich habe für die Nothwendigkeit des letzteren noch einen andern Grund. — Ehe man eine Aufgabe ausrechnen läßt, scheint es mir unumgänglich nothwendig, daß die Lösung derselben bis dahin, wo das eigentliche Zifferrechnen beginnt, in zusammenhängenden Sätzen, und zwar in Worten, wie sie der jedesmalige Inhalt erfordert, ausgesprochen werde; sind die Ziffern einfach gewählt, wie dies bei der ersten Einübung einer neuen Rechnungsart der Fall sein muß, so werde sie sogar durch Kopfrechnen zu Ende gebracht. Es ist dies nicht blos eine ganz gute Uebung im zusammenhängenden Sprechen für den Schüler, sondern er kommt dadurch am leichtesten und schnellsten zu einem Verständniß der Aufgabe.

Ein Beispiel wird das Gesagte klar machen. Die Aufgabe sei: Was hat man für 250 Thlr. Gold zu zahlen, wenn der Cours $113\frac{1}{3}$ ist? Gewöhnlich spricht man, und für eine blos mathematische Aufgabe wäre dies vollkommen richtig und ausreichend: so wie sich 100 Thlr. Gold verhalten zu 250 Thlr. Gold, in gleichem Verhältnisse stehen $113\frac{1}{3}$ Thlr. Silber zu der unbekannten Größe. Dieses mathematische „Wie und zu" ist dem Rechenschüler, bei dem nach Lage der Dinge noch keine großen mathematischen Kenntnisse vorausgesetzt werden können, durchaus unverständlich und inhaltslos, und ganz gewiß ein Grund, daß man nach der ebenso leeren, aber in gewisser Weise fesselnden Kette greift. Statt dessen verlange ich, daß der Ansatz in folgender Art ausgesprochen werde: „So wie sich 100 Thlr. Gold bei der Zahlung in preuß. Courant erhöhen zu $113\frac{1}{3}$ Thlr. Silber, in gleichem Maße müssen sich 250 Thlr. Gold zu ihrer Auszahlung in Silber erhöhen"*).

Geschrieben 100 Thlr. Gold : $113\frac{1}{3}$ Thlr. Cour. = 250 Thlr. G. : x Thlr. Silber.

100		250 —
10	10	25 —
$3\frac{1}{3}$	3	8 — 10 Sgr.
		283 Thl. 10 Sgr. Cour.

*) Ueber diesen von Halbmathematikern verschmähten und öffentlich getadelten Ansatz, der im practischen Rechnen die außerordentlichsten Erleichterungen gewährt, vergleiche man den nachfolgenden Plan. Hier sei nur in Betreff der Kette bemerkt, daß man nach den mir bekannten Volksschulrechenbüchern die Mühe scheut, die Schüler an die Proportion zu gewöhnen, die nicht nur geistige Uebung, sondern auch reelle Vortheile gewährt und auch ohne Mathematik leicht faßlich ist.

in Worten: Angenommen, das zweite Glied sei so groß, als das erste, dann muß das vierte auch so groß sein, als das dritte, also 250 Thlr. (in Silber); nun ist aber das zweite Glied um den zehnten Theil des ersten größer, also auch das vierte um den zehnten Theil des dritten, d. i. um 25 Thlr.; endlich ist das zweite Glied noch um den dritten Theil des Vorangegangenen größer als das erste Glied, also auch das vierte größer um den dritten Theil des Vorangegangenen, d. i. $8\frac{1}{3}$ Thlr. Cour.; folglich ist das vierte Glied gleich 283 Thlrn. 10 Sgr. Cour. Und wenn man bei einer Proportion 5 zu 10 wie 7 zu x nur sprechen läßt: so viel mal das zweite Glied größer ist, als das erste, so viel mal muß das unbekannte vierte größer sein als das dritte, so erleichtert man dem Schüler die Arbeit schon außerordentlich.

Alle die Klagen über fehlerhaften Ansatz, alle die sehr mechanischen Regeln, denselben zu bilden, sind durch ein solches Verfahren gehoben und entfernt. Die bloße Ziffer, Zahl ist dem Knaben auf dieser Stufe sehr gleichgiltig; er setzt sie ins erste oder vierte Glied ohne Bewußtsein; muß er aber einen Satz aussprechen, so erhält sie für ihn einen reellen Werth, der ihn zum Nachdenken zwingt und auf das Richtige leitet.

Wer sich von der wirklichen Macht, die die Nothwendigkeit, in einem vollen Satze zu sprechen, auf den Geist ausübt, überzeugen will, mache den Versuch mit Aufgaben aus der sogenannten zusammengesetzten Regeldetri mit geraden und umgekehrten Verhältnissen.

Wie ersichtlich, konnte das obige Beispiel mit großer Leichtigkeit völlig im Kopfe ausgerechnet werden, und ebenso eine große Menge anderer. Dagegen möchte ich mich gegen besondere, nur für das Kopfrechnen bestimmte Aufgaben, wie gegen besondere dafür angesetzte Stunden erklären. Im Leben giebt es keinen Unterschied der Art; warum wollen wir dem Knaben erst den Glauben an Etwas beibringen, was in Wirklichkeit nicht existirt? Das schriftliche Rechnen hat zum Hauptzweck die Fixirung dessen, was das Gedächtniß absolut nicht fassen kann, und des bleibenden Resultates, zum Nebenzweck nur die Erleichterung der Operation mit großen Zahlen; alles Uebrige muß behalten und im Kopfe berechnet werden. In jeder Aufgabe ist also naturgemäß schriftliches und Kopfrechnen mit einander verbunden; das eine wird vor dem andern prävaliren, je nach Größe und Wichtigkeit der Zahlen. Eine Trennung beider Rechenweisen ist ein Widersinn, der für die Schüler die übelsten Folgen hat. Die nächste ist, daß sie auf den sehr verzeihlichen Gedanken kommen, die sogenannten Kopfrechenaufgaben seien erst durch besondere Kunstgriffe des Lehrers dazu vorbereitet, oder überhaupt ausgewählt; daß sie dann eben nur diese im Kopfe rechnen, bei den übrigen aber auch Alles aufschreiben. Welche aber im Kopfe und welche schriftlich zu rechnen seien, ist niemals ihr Kummer; es wird ihnen ja gesagt. Statt dessen sollen sie aber gerade angeleitet werden, nicht nur die Aufgaben sofort nach ihrer Schwierigkeit zu unterscheiden, denn davon hängt Alles für die Wahl des richtigen Weges ab, sondern auch in den Einzelnheiten der Lösung das Leichtere vom Schwereren, das Unwichtigere vom Wichtigeren zu trennen. Zudem sind aber auch besondere Kopfrechenaufgaben entbehrlich. Ueberall bietet sich für die durch sie bezweckte Uebung Gelegenheit, und alle Rechnungsgattungen gestatten einfachere Exempel vor den Augen der Schüler selbst herzuleiten, so daß der schädliche Wahn künstlicher Auswahl nicht aufkommen kann. — Rechnen nun die Schüler auf das Papier, so ist es vor Allem Sache des Lehrers, zu verhüten, daß die Lösungen nicht eine bloße Zusammstellung von Ziffern und Zahlen werden. Auch in dem sogenannten Diarium, welches mindestens für das Rechnen gar nicht existiren sollte, müssen auf das Genaueste die nothwendigen Benennungen in Abkürzungen oder Chiffern hinzugefügt, sämmtliche Rechnungszeichen deutlich ausgedrückt werden. Was in dieser Hinsicht die Schüler zu ihrem Schaden saumselig sind, ist unglaublich. In einem Falle, ich meine die Proportion, empfiehlt man sogar das Weglassen der Benennung; 5 Thlr. verhalten sich zu 7 Thlr. freilich wie 5 : 7, und gerechnet wird auch mit unbenannten Zahlen, warum aber die Benennung im Ansatze, dessen richtige Auffindung sie fördert, wegbleiben soll, dafür sehe ich nicht den geringsten Grund ein. Auch ist man inconsequent, indem man die Benennung dem dritten Gliede gestattet, damit der Rechner doch die des vierten unbekannten wisse. Einen großen Theil der Schuld falscher Ansätze, vorzüglich in der Kette, oder wenigstens des unsichern Herumtappens und Suchens nach dem richtigen, trägt die Unterlassung einer deutlichen präcisen Bezeichnung. Dem Schüler selbst ist kurze Zeit, nachdem er ein Exempel in so nachlässiger Weise gerechnet, dasselbe Nichts weiter, als ein unverständlicher Wirrwar von Zahlen mit einander multiplicirt, dividirt u. s. w., gerade so viel werth, als wenn er das Einmaleins mehrere Male abgeschrieben hätte.

Um ein paar Beispiele anzuführen. Der Cours der Friedrichsd'or ist $113^1/_3$, was kostet das Stück?

		geben Agio		in gleichem Maße geben		ihren
100 Thlr. Gold	:	$13\frac{1}{3}$ Thlr. Silber (Gewinn)	=	5 Thlr. Gold	:	x (Gewinn.)
		10 | 10				15 Sgr.
		$3\frac{1}{3}$ | 3				5 —
						20 Sgr., Gw. d. i. Agio.

1 Stück = 5 Thlr. 20 Sgr.

Oder: Wie viel Procent hat Jemand gewonnen, der eine Waare mit 700 Thlr. eingekauft und mit 800 Thlr. verkauft hat?

		erhöhen sich zu		in gleichem Maße erhöhen sich		zu ihrem unbekannten V.
700 Thlr. E.	:	800 Thlr. V.	=	100 Thlr. E.	:	x V.
		700 | 1		$114\frac{2}{7}$ V.		100
		100 | 7		100 E.		$14\frac{2}{7}$
				$14\frac{2}{7}$ Gewinn.		$114\frac{2}{7}$

Zur genauen Controle der Lösung nicht sowohl für den Lehrer, als vielmehr für den Schüler ist es nothwendig, daß Nichts, wie das so sehr beliebt wird, abseits in diese oder jene Papierecke gerechnet werde. Hat man nur den richtigen Weg eingeschlagen, so kann und muß auch Alles, mit alleiniger Ausnahme dessen, was im Kopfe zu rechnen ist, in der Auflösung selbst dastehen. In solche seitliche Plätzchen pflegen die Schüler nur zu bringen, was eben nicht schriftlich gerechnet werden sollte, z. B. kleine Multiplicationen, Divisionen u. s. w. Die Lösung muß in allen ihren Stücken bis in ihre Details hinein als klares Bild vor dem Schüler liegen, wenn er über sein Product zur selbstständigen Gewißheit kommen soll. Wirklicher Uebungsstoff, Grundlage für das fernere Fortschreiten ist sie ihm nur geworden wenn er sie so angelegt und vollendet, daß sie ihm vollkommen durchsichtig, jeden Augenblick raschen und klaren Ueberblick des durchgemachten Processes gestattet. —

So ist es nun meine Ueberzeugung, daß der Rechenunterricht in solcher Weise mit solchen Mitteln betrieben, wie sie im Vorangegangenen freilich nur in kurzen Umrissen angedeutet, sowohl für das practische Leben eine gründliche, reiche Vorbereitung abgeben, als auch selbst als geistbildendes Element sich den übrigen Bildungsstoffen der höheren Schule nicht unwürdig zur Seite stellen könne. Wie ich mir die specielle Ausführung gedacht und sie mehrere Jahre hindurch betrieben habe, so weit ich nicht durch andere Umstände gehemmt oder beschränkt wurde, ist Inhalt des folgenden Unterrichtsplanes. Ich habe damit keinen Rechenleitfaden geben wollen; es sollte nur eine skizzenartige Uebersicht über Vertheilung, Verknüpfung und Behandlung des Stoffes sein. Doch glaubte ich hier und da ausführlicher sein zu müssen, wo es mir galt, etwas Besonderes zu empfehlen oder Vorurtheilen entgegenzutreten; daher die augenscheinliche Ungleichartigkeit, die aber aus diesen Gründen nicht zu vermeiden war.

Plan für den Rechenunterricht auf höheren Schulen.

Vorausgesetzt wird Kenntniß und Vertrautheit mit der Rechnung mit benannten Zahlen und der gesammten Bruchrechnung.

1. Stufe.

Weitere Ausführung der Rechnung mit den vier Species.

A. **Multiplication.**

Anmerk. Der eine Factor (beide) kann benannt sein; die Aufgabe gehört dann zu den Einheitsaufgaben, die später behandelt werden; zur Abwechselung und zum Nachweis gewisser Vortheile können auch dergleichen Beispiele hier anticipirt werden.

a. Beide Factoren sind ganze Zahlen.

1) Multiplication von der Linken zur Rechten oder mit der bequemsten Ziffer.

Vortheile: Erleichterung und Controle für die Richtigkeit schwieriger Multiplicationen.

Beispiele:

```
4561 × 215      oder   4561 × 215      8701 × 19
9122                   9122            78309
 4561                   22805          165319
 22805                 980615
980615
```

2) Multiplication durch Zerlegung mit Addition und Subtraction. Leicht faßliche Erläuterung durch Zurückgehen auf Einheiten. Einübung der besondern Orthographie.

Beispiele: Alle zwei= und gleichziffrigen Zahlen.

Statt mit 11 zu multipliciren, multiplicire mit $10 + \frac{1}{10}$ *)

= = 22 = = = = $20 + \frac{2}{10}$

= = 66 = = = = $60 + \frac{6}{10}$ u. s. w.

Beisp.: Alle Zahlen, die einem Zehner, Hunderter u. s. w. nahestehen, und deren Unterschied davon als ein aliquoter Theil des Zehners u. s. w. dargestellt werden kann.

$$48 = 60 - \frac{12}{5},\ 72 = 60 + \frac{12}{5},\ 50 = 60 - \frac{10}{6}\text{**)},\ 75 = 60 + \frac{15}{4}$$

$$\begin{array}{rl} 725 \times 97 = & 72500 \\ & -\ 2175 \\ \hline & 70325 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 125 \times 103\frac{1}{3} = & 12500 \\ & 375 \\ & 41\frac{2}{3} \\ \hline & 12916\frac{2}{3} \end{array}$$

3) Zerlegung eines der Factoren in Theilfactoren.

Vortheile: Erleichterung namentlich der Multiplication sortirter Zahlen durch kleinere Reste beim Reduciren.

Beisp.:

$$\begin{array}{l} 3\ \text{Thlr.}\ 25\ \text{Sgr.}\ 9\ \text{Pf.} \times 72 \\ \hline 30 = 26 = - = \times 8 \times 9 \\ \hline 277 = 24 = \end{array} \qquad \text{Leichter durch} \times \left(60 + \frac{12}{5}\right)$$

Was kosten 83 Ctr., à Ctr. 16 Thlr. 3 Sgr. 8 Pf.

$$\begin{array}{rrrl} 16\ \text{Thlr.} & 3\ \text{Sgr.} & 8\ \text{Pf.} & \times (7 \times 12 - 1) \\ \hline 112 = & 25 = & 8 = & \\ \hline 1354 = & 8 = & - = & \\ -16 = & 3 = & 8 = & \\ \hline 1338\ \text{Thlr.} & 4\ \text{Sgr.} & 4\ \text{Pf.} & \text{oder:} \end{array}$$

---

*) $10 + \frac{1}{10}$ bedeutet 1 ist der 10te Theil von 10, also muß auch das herauskommende Product bei der Multiplication mit 1 der 10te Theil von dem bei der Multiplication mit 10 hervorgegangenen sein. Der Strich ist kein Bruchstrich!

**) 50 bietet eine an sich leichte Multiplication, soll man aber eine sortirte Zahl aus Thlr. (à 30 Sgr.) Sgr. und Pf. multipliciren, so ist obige Zerlegung mit Anwendung der Vertauschung der Factoren vortheilhafter. Der Schüler möge eine ganze Reihe solcher auf 60 zu beziehender Zahlen selbst finden.

16	Thlr.	3	Sgr.	8	Pf.	× (8 × 10 + 3)
128	„	29	„	4	„	
1289	„	23	„	4	„	
+48	„	11	„			
1338	Thlr.	4	Sgr.	4	Pf.	

Anmerk. Man gewöhne daran, alle Reihen, die nicht zu addiren oder subtrahiren sind, abzustreichen.

4) Multiplication durch Division.

Vorth. Leichte Multiplication mit Einheiten des decadischen Systems.

Beisp.: $264 \times 25 = 264 \times \frac{100}{4} = \frac{26400}{4} = 6600$

$125 = \frac{1000}{8}$; also $975 \times 125 = \frac{975000}{8} = 121875$.

b. **Der Multiplicator ist ein Bruch oder eine gemischte Zahl.**

Anmerk. Sind beide Factoren Brüche oder gemischte Zahlen, welche letztere eingerichtet werden müssen, so giebt es keine besondern Vortheile, als die für die ganzen Zahlen geltenden. Nachweis wie z. B. $3\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{4}$ zu multipliciren, wenn man nicht einrichten will.

1) Multiplication mit Brüchen, die um einen Bruchtheil kleiner oder größer, als ein Ganzes.

Beisp.: Statt mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren, ziehe vom Ganzen den 3ten Theil ab*).
„ „ $\frac{3}{4}$ „ „ „ „ „ „ 4ten „ „
„ „ $\frac{3}{2}$ „ „ nimm d. Ganze u. addire dazu seine Hälfte**).

$$36758 \times \tfrac{5}{6} = \begin{array}{r} 36758 \\ -\tfrac{1}{6}-\ 6126\tfrac{1}{3} \\ \hline 30631\tfrac{2}{3} \end{array}$$

2) Zerlegung der Brüche durch Addition (und Subtraction), so daß die einzelnen Summanden aliquote Theile oder Vielfache der nächst oder früher vorhergegangenen sind.

Vorth. Hier wie bei dem vorigen; dann Verwandlung der doppelten Operation bei der Multiplication mit einem Bruche (Multiplic. und Division) in bloße Multiplication oder bloße Division.

Beisp. $9785 \times \frac{7}{12} = \left(\frac{6}{12} + \frac{\frac{1}{12}}{6}\right)$***) $= \begin{array}{r} 4892\frac{1}{2} \\ 815\frac{5}{12} \\ \hline 5707\frac{11}{12} \end{array}$

---

*) Nützlich bei der Verwandlung von Gulden in preuß. Courant, z. B. 1240 Gulden $= \begin{array}{r} 1240 \\ -\ 413\frac{1}{3} \\ \hline 826\frac{2}{3} \end{array}$ Thlr. Cour.

**) Berechnung des Stückagio's der Pistolen aus dem Course.

***) d. h. $\frac{1}{12}$ ist der 6te Theil von $\frac{6}{12}$.

Beisp.: $89757 \times 15\frac{5}{7} = \times(3 \times \overbrace{5 + \underset{7}{\frac{5}{7}}}$ *) oder $89757 \times (10 + \frac{5}{2} + \underset{7}{\frac{5}{7}})$

$$\begin{array}{r} 448785 \\ \hline 1346355 \\ 64112 \\ \hline 1410467\frac{1}{7} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 897570 \\ 448785 \\ 64112\frac{1}{7} \\ \hline 1410467\frac{1}{7} \end{array}$$

$11517 \times 21\frac{19}{20} = \times(2.11 - \frac{1}{20}\dagger)$**) od. $11517 \times 21\frac{19}{20} = \times(20 + \frac{2}{10} - \frac{1}{20})$

$$\begin{array}{r} 126687 \\ \hline 253374 \\ -\ 575\frac{17}{20} \\ \hline 252798\frac{3}{20} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 230340 \\ 23034 \\ \hline 253374 \\ -\ 575\frac{17}{20} \\ \hline 252798\frac{3}{20} \end{array}$$

$527 \times 923\frac{3}{4}$ oder $527 \times (\overbrace{100 \times 9 + \frac{20}{5}} + \frac{4}{5} - \frac{1}{4})$

$$\begin{array}{r} 1581 \\ 1054 \\ 4743 \\ 395\frac{1}{4} \\ \hline 486816\frac{1}{4} \end{array}$$

$395\frac{1}{4}$, nämlich $\frac{1}{4}$ von 527 abgezogen.

$$\begin{array}{r} 52700 \\ \hline 474300 \\ 10540 \\ 2108 \\ \hline 486948 \\ -\ 131\frac{3}{4} \\ \hline 486816\frac{1}{6} \end{array}$$

Aehnliche Multiplicatoren: $85\frac{7}{12} = (1 + 7 \times 12 \times \frac{7}{12})$***); $45\frac{5}{8} = (\overbrace{5 \times 9 + \underset{8}{\underset{8}{\frac{5}{8}}}})$; $33\frac{1}{3} = \frac{100}{3}$; $66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ u. s. w.†).

Anmerk. Einige dieser Beispiele könnten zweifelhaft machen, ob durch solche Zerlegungen außer einer Uebung des Nachdenkens Etwas gewonnen werde, und ob der Schüler sich solche Einzelheiten merken könne. Ein einfacher Versuch einer Multiplication einer sortirten Zahl wird darüber belehren. Die spätere Zinsrechnung wird das Vortheilhafte dieses Verfahrens vorzüglich zeigen; Kleinheit der Multiplicatoren und Divisoren befördert nicht nur die Schnelligkeit, sondern vor Allem die Sicherheit der Rechnung. Lieber eine zu addirende Reihe mehr, als große Ziffern. Daß der Schüler sich Alles behalte, ist endlich gar nicht die Absicht hierbei. Er soll nur lernen, ehe er sich blindlings dem Einmaleins ergiebt, bei jeder Zahl aufzumerken.

*) Hier mußte zuerst das Fünffache des Multiplicandus genommen werden.

**) $\frac{1}{20}$ nicht vom Vorangegangenen, sondern vom Multiplicand, daher die Bezeichnung † nöthig.

***) Multiplicire zuerst mit 7.

†) Man lasse eine Reihe solcher Brüche bilden; übe überhaupt dies Zerlegen.

c. **Multiplication benannter Zahlen** (eine ist natürlich unbenannt aufzufassen) durch Vertauschung der Benennungen der Factoren.

Erläuterung? Fundgrube für Kopfrechenaufgaben.

Beisp.: 60 Ellen à 5 Sgr = 5 Ell. à 2 Thlr = 10 Thlr
180 Pfd. à $12\frac{1}{4}$ Sgr = $12\frac{1}{4}$ Pfd. à 6 Thlr = 73 Thlr 15 Sgr
$7\frac{1}{2}$ Schck à Elle 18 Sgr = 18 Ell. à 15 Thlr = 270 Thlr
16 Pfd. 16 Lth. à 7 Sgr = 7 Pfd à $16\frac{1}{2}$ Sgr = 3 Thlr 25 Sgr 6 Pf
u. s. w.

B. Division.

Anmerk. Auch hier können Aufgaben mit benannten Zahlen aus den Einheitsaufgaben zur Uebung mit herangezogen werden.

a. **Der Divisor ist eine ganze Zahl.**

1) Zerlegung des Divisors in Factoren.

Erläuterung. Leicht.

Vorth. Kleinere Reste; leichteres Resolviren.

Beisp.: 66 Pfd. kosten 18 Thlr 24 Sgr 8 Pf, wie viel 1 Pfd.?

```
  66  :  18 Thlr 24 Sgr 8   Pf*)
 ----    --------------------
 6×11     3  "   4  "  1 1/3 "
         --------------------
          — Thlr  8 Sgr 6 2/3 Pf
```

2) Zerlegung des Divisors durch Addition oder Subtraction.

Anmerk. Im Allgemeinen ist davor zu warnen. Warum? Die Division hat darum weniger Vortheile, als die Multiplication. Es können hier höchstens 2 Fälle, und auch die zum Theil nur mechanisch eingeübt werden.

Beisp.: Der Divisor wird auf ein Vielfaches von 10 gebracht; hier nur zu üben, wenn der Rest oder Ueberschuß in diesem Vielfachen aufgeht.

```
55 : 299750 = 5450    oder     55    : 299750**)
     275                     ------    ------
     ---                      50+5       5995
      247                     - 1/11    - 545
      225                              ------
      ---                                5450
       225
       225
       ---
       = 0
```

*) Also zuerst mit 6, warum? Wahl der Factoren!

**) Beweis. Da der Divisor um 5, d. i. den 11ten Theil desselben zu klein genommen, so muß der Quotient um den 11ten Theil zu groß herauskommen, also der 11te Theil desselben abgezogen werden.

```
Beisp.:  97 | 256793 | 2647 34/97  oder   97    : 256793 | = 2567,93*)
              194                        100−3                 77,01
              ---                                               2,31
              627                                                  6
              582                                             ------
              ---                                               1,31
               459                                                 3
               388                                           -------
               ---                                           2647,34
                713
                679
                ---
                34/97
```

2. Stufe.

Anwendung der vier Spezies auf einen bestimmten Stoff; Herleitung zusammengesetzter Rechenmethoden.

A. **Angabe oder Frage bezogen auf die Einheit. — Einheitsaufgaben **).**

a. **Angabe bezogen auf die Einheit; gesucht der Betrag (Werth, Preis) einer Vielheit. Multiplication.**

Anmerk. Solche Aufgaben in der Praxis häufig: Waren = Preisberechnung; Geldberechnung.

aa. Die Vielheit ist in derselben Sorte gegeben, als die Einheit.

1) Zerlegung des (unbenannt zu fassenden) Multiplicators, vorzüglich wenn derselbe eine kleine Zahl.

Beisp.: Welchen Werth haben 75 £ à 6 Thlr 23 Sgr 6 Pf?

6	Thlr	23	Sgr	6	Pf	$\times\ 75 = \times\ (60 + \frac{15}{4})$
407	=	—	=	—	=	
101	=	22	=	6	=	
508	Thlr	22	Sgr	6	Pf	

Was hat man für 65 Louisd'or à 5 Thlr 19 Sgr 8 Pf in prß. Cour. zu zahlen?

5	Thlr	19	Sgr	10	Pf	$\times\ 65 = \times\ (60 + \frac{5}{12})$
339	=	20	=	—	=	
28	=	9	=	3	=	
367	Thlr	29	Sgr	3	Pf	

2) Reduction der niedern Sorten auf die höchste; Bruchform. Beschränkt in der Anwendung auf die Fälle, wo sich bequeme Brüche finden lassen.

---

*) Einzuüben ist diese viel Zeit und Zahlen ersparende Methode leicht; doch ist der Beweis einsichtlich nur durch Division von Polynomien zu führen.

**) Sonst schlecht untergebracht in der Regeldetri (Kette); der Schüler ist zu warnen, da er sehr gern zu dieser Methode greift.

3) Anwendung der Zerfällungsmethode; wälsche Practik; Einheitsbrüche.

Regel. Man zerlege die niedern Sorten in solche Brüche der höheren Einheit, die zum Zähler 1 haben, oder in solche Bestandtheile, daß jeder folgende ein Theil oder ein Vielfaches der irgend wo vorangegangenen ist.

Orthogr. Der Zähler 1 bleibt weg; der geschriebene Nenner ist also ein Divisor; ein Vielfaches wird besonders bezeichnet durch × u. s. w.

Vorth. Außer den früheren: Uebersichtlichkeit und Nettigkeit der Lösung; das Resultat wird sofort als sortirte Zahl (nicht als Bruch erhalten).

* Nur der Multiplicand ist eine sortirte Zahl.

Beisp.: Was kosten 2 Wspl. 18 Schfl., à Schfl. 2 Thlr 13 Sgr

2 Wspl. 18 Schfl.,	à 2 Thlr 13 Sgr		oder à 2 Thlr 13 Sgr	
66 "	132 Thlr	10 | 3	132 Thlr	12 | 5
	22 —	3 | 10 †	26 — 12 Sgr	1 | 12
	6 — 18 Sgr		2 6 —	
	160 Thlr 18 Sgr		160 Thlr 18 Sgr	

Was kosten 5 Ctr. 72 ℔, à ℔ 9 Sgr?

5 Ctr. 72 ℔	à 9 Sgr		oder à 9 Sgr	
622 ℔	207 Thlr 10 Sgr	$\frac{10}{3}$	124 Thlr 12 Sgr	6 | 5
	— 20 " 22 "	$\frac{1}{10}$ *)	62 — 6 —	3 | 2
	186 Thlr 18 Sgr		186 Thlr 18 Sgr	

** Beide Factoren sind sortirte Zahlen**).

Beisp.: Was kosten 25 Wspl. 20 Schfl., à 174 Thlr 24 Sgr? = 4375 Thlr

25 Wspl. 20 Schfl.	à 174 Thlr 24 Sgr	
4 | 6	175 " 6	— 5 "
15 | 4 ×	5	4370 Thlr
		29 " 4 Sgr
		116 — 16 "
		4515 Thlr 20 Sgr

---

*) $\frac{10}{3}$ kein Bruch, bedeutet 10 Sgr = ⅓ Thlr; $\frac{1}{10}$ bedeutet 1 Sgr = $\frac{1}{10}$ von 10 Sgr

**) Gerade hier wird es nöthig sein, daß der Schüler sich die ganze Lösung deutlich, zusammenhängend mit allen Benennungen vorspreche. Die Abneigung, die man im Allgemeinen auf der Schule gegen diese Methode hegt, beruht darauf, daß man sie für schwer faßlich hält. Allerdings muß der Schüler dabei mehr nachdenken, als wenn er z. B. die Wispel zu Scheffel u. s. w., die Tha er zu Silbergroschen und Pfennigen macht und dann die enormen Zahlen wieder multiplicirt und reducirt; indeß ist sie sogar leicht zu begreifen, wenn man demselben nicht bloß mechanische Regeln giebt, etwa wie: mit den Divisoren rechts dividire in die Größe links und umgekehrt. Dann mache man sie nicht zu einer besonderen Rechnungsgattung, wie dies in einigen Aufgabensammlungen geschieht, die besondere Aufgaben unter dem Titel „wälsche Practik" haben, sondern wende sie ebenso als allgemeine Methode an wie die Kette, Proportion u. s. w. Um aus einer endlosen Anwendung des bloßen Einmaleins herauszukommen, giebt es kein anderes Mittel als sie. Ueberdieß ist sie vollkommen naturgemäß, und selbst der gemeine Mann, der wenig auf dem Papier zu rechnen versteht, weiß sich durch freilich irreguläre Zerlegungen seine Rechnung bequem zu machen. Was die Rechenkunst hinzugethan, ist nur eine Regelung der Zerfallung und eine gewisse äußere Form. Darauf aber achte man, daß der Schüler nicht gedankenlos von Hälfte zu Hälfte zerfälle.

bb. Die Vielheit ist in höheren Sorten gegeben, als die Einheit.

1) Resolution der höhern Sorten auf die Sorte, in welcher die Einheit ausgedrückt; dann wie ad aa.

2) Zusammengesetzte Bruchform. Herleitung des Kettensatzes.

Beisp.: Was kosten $2\frac{1}{2}$ Ctr., wenn das Lth. mit 4 pf bezahlt wird.

1 Lth. im Werthe = 4 pf; 1 ℔ = 4.32 pf; 1 Ctr. = 4.32.110 pf; $2\frac{1}{2}$ Ctr. $= \frac{4.32.110.5}{2}$ pf

also $2\frac{1}{2}$ Ctr. im Werth $= \frac{4.32.110.5}{12.2}$ Sgr $= \frac{4.32.110.5}{30.12.2}$ Thlr

Dies anders geschrieben x Thlr = $2\frac{1}{2}$ Ctr. im Werthe, heißt der Kettensatz.

1 Ctr.	=	110 ℔
1 ℔	=	32 Lth.
1 Lth.	=	4 pf im Werthe.
12 pf	=	1 Sgr
30 Sgr	=	1 Thlr

u. s. w.

Anmerk. Erläuterung der besondern Regeln des Kettensatzes (Fortschaffen der Nenner. Aufheben u. s. w.) aus der Bruchform. Hervorhebung, daß die einzelnen Reihen wirkliche Gleichungen*), daß die Stelle, wo sie stehen, eigentlich willkürlich (wichtig bei Einschiebung eines Procentsatzes) u. s. w.

b. Frage bezogen auf die Einheit; gegeben der Betrag (Werth, Preis) einer Vielheit.

aa. Einheit und Vielheit sind in derselben Sorte ausgedrückt. Divisionsaufgabe. Vergleiche das Frühere.

bb. Gesucht der Werth einer Einheit der niedrigeren (niedrigsten) Sorte. Anwendung der zusammengesetzten Bruchform oder des Kettensatzes.

Anmerk. Der Kettensatz ist also die Form für eine fortgesetzte Multiplication oder Division verbunden mit sofortiger Reduction oder Resolution. Man gebrauche sie nur, wenn Zwischensorten vorhanden. Da indeß die Nachdenken erfordernde Bruchform dasselbe leistet, ja sogar richtig bleibt, wo die Kette Falsches liefert, nämlich bei ungeraden Verhältnissen, so bin ich für das Schulrechnen gegen ihre Anwendung. Auch in der Praxis ist man zum eigenen Schaden im Gebrauch derselben zu verschwenderisch. Sie ergiebt durch die Nothwendigkeit der

*) Es ist dies gar nicht unwichtig; die Kette wird nämlich auch in der Zinsrechnung sehr beliebt und liefert, wenn nicht unglücklicherweise ungerade Verhältnisse vorhanden sein sollten, auch ein richtiges Resultat; man findet dann sehr häufig Glieder wie 100 Thlr = 5 Thlr (die Procente sind gemeint), oder 100 Einkauf = 10 % Gewinn. Daß das Facit doch stimmt beruht auf einer dem klaren Nachdenken höchst schädlichen Vermengung von Kettensatz und Proportionssatz, wofür man leider sogar den Namen einer „uneigentlichen Kette" erfunden hat.

Reductionen gewöhnlich größere Zahlen, als die statt ihr zu lösenden zwei oder drei Proportionen. Der Fall, wo sie wirklich Erleichterung gewährt, nämlich bei Reductionen von Maßen, Gewichten, Geldsorten verschiedener Länder aufeinander, wird in den Aufgabensammlungen viel zu breit behandelt. Der Schüler hat in jeder Hinsicht wenig Gewinn von der Verwandlung russischer Gewichte hindurch durch holländische, spanische, italienische in preußische. Es ist dies der trockenste, dürftigste Schematismus.

c. **Frage bezogen auf eine Durchschnittseinheit; gegeben verschiedene Mengen und deren Einheitspreise; gesucht der durchschnittliche Preis (Werth) einer Einheit des Ganzen (Summe der Mengen). — Durchschnittsrechnung. — Multiplication und Division verbunden.**

Beisp.: Zusammengeschmolzen werden 16 Mk feines Silber à 16 Lth.;
8 Mk Silber à 12 =
20 Mk Kupfer à 0 =

16 Mk	à 16 Lth.	enthalten	256	Lth.	Silber;	
8 =	à 12 =	=	96	=	=	
20 =	à 0 =	=	0	=	=	
44 Mk	der Mischung	enthalten	352	Lth.	Silber;	also

1 Mk enthält $\frac{352}{44}$ Lth. Silber = 8 Lth. Silber.

B. Weder Angabe noch Frage bezogen auf die Einheit.

a. **Reduction auf die Einheit.** Anwendung der Bruchform (Kette).

Mechanische Regel: Schreibe die Größe hin, welche der gefragten gleichnamig ist, und bilde den Bruch weiter.

Anmerk. Hierher gehören die Aufgaben, die in den Sammlungen als Regeldetri (einfache, zusammengesetzte, mit geraden und umgekehrten Verhältnissen) erscheinen. Zur Einübung der Form können einige gerechnet werden.

b. **Herleitung der Proportion*) an einer einzelnen Aufgabe.**

1) Wenn 5 Ell. 20 Rthl kosten, was bezahlt man für 30 Ell.? Unter der Voraussetzung, daß Güte der Ware, wie äußerer Werth derselben sich gleichgeblieben, muß der Preis der zweiten Quantität so viel mal mehr (oder der sovielte Theil) des Preises der 1sten Quantität sein, wie viel mal mehr (oder der wievielte Theil) die 2te Quant. von der ersten ist. Dies ergiebt die Division; ist der Werth der 30 Ell. unbekannt, also $= x$, so muß, so oft 5 in 30, auch 20 Rthl in x enthalten sein, oder der Quotient $\frac{30}{5}$ = Quot. $\frac{x}{20}$ Rthl, und da $30 = 6.5$, so muß $x = \frac{30}{5}.20$ Rthl $= 6.20$ Rthl sein.

*) Ich bemerke hierbei, daß ich wohl weiß, wie auch die angewandte Proportion nichts Anderes, als die Bruchform ist; ich glaube aber, daß man um vieler Vortheile willen die gewöhnliche äußere Form derselben festhalten müsse.

2) Erklär. **Eine Gleichstellung zweier gleicher Quotienten heißt eine Proportion.** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; andere Schreibart $b : a = d : c$. In Worten?

3) Herleitung der besondern Regeln über das Gleichnamigmachen der Glieder (Zähler und Nenner), Stellung und Aufsuchung der Unbekannten durch Bildung der Bruchform ad a. u. s. w.

4) Zerlegung der Glieder der Proportion auf einander.

In dem Beispiele $5 : 30 = 20 : x$ ist 30 aus 5 entstanden, daß zum ersten Gliede noch 5 Fünfen addirt wurden (das erste Glied also als Einheit gedacht); ebenso muß, wenn der Quotient von 20 in x derselbe sein soll, auch 20 als Einheit in x 6mal enthalten sein; d. h. ich finde das vierte Glied, indem ich zum dritten noch 5 Zwanzige addire. Ferner in $4 : 6 = 11 : x$ ist das zweite Glied aus dem ersten durch Addition des ganzen und halben ersten entstanden, also muß auch das vierte aus dem dritten u. s. w

$$4 : 4 + \frac{2}{2} = 11 : 11 + 5\tfrac{1}{2}.\quad \text{Ebenso } 4 : 9 = 11 : x$$

$$4 : 4 + 4 + \frac{1}{4} = 11 + 11 + \frac{11}{4} = 24\tfrac{3}{4}.$$

Erklär. **In Proportionen stehen vier Größen, von denen zwei aus je einer der beiden andern durch Addition (oder Subtraction) der ersten oder deren gleichen Vielfachen oder gleichen Theilen gebildet worden sind.**

Vortheile. Vermeidung von Reductionen und Brüchen; Gewinn des Resultates sofort in sortirter Zahl. Selten anwendbar, wenn das erste Glied eine gebrochene Zahl, eine Primzahl ist, oder große Factoren enthält*).

Beisp.: Für 100 Ctr. zahlt man 24 Thlr. 27 Sgr. 6 Pf., wie viel für 1060 Ctr.?

So oft in enthalten, so oft ist auch in enthalten.

100 : 1060 = 24 Thlr. 27 Sgr. 6 Pf. : x Thlr.

1000	10 ×	249 Thlr.	5 Sgr.	— Pf.	
50	2 +	12 „	13 „	9 „	
10	5	2 „	14 „	9 „	
		264 Thlr.	3 Sgr.	6 Pf.	

In Worten (und diese sind hier durchaus nöthig): Das zweite Glied ist zunächst 10mal so groß als das erste, also auch das vierte 10mal so groß, als das dritte; das zweite ist aber noch um die Hälfte des ersten Gliedes gewachsen, also muß auch das vierte noch um die Hälfte des dritten wachsen u. s. w.**)

*) Dies ist indeß bei dem im Leben vorkommenden Aufgaben selten der Fall, so daß die Methode in der Praxis große Allgemeinheit hat.

**) Läßt man, und daran gewöhnen sich die Schüler leicht, jede Lösung so sprechen, so kann man alle Regeln entbehren. Ferner ist ersichtlich, daß in dieser Aufgabe 7 Pf. statt 6 Pf. keine größere Schwierigkeit gemacht hätten; ganz anders bei der Rechnung mit Brüchen.

5) Umtausch des dritten und zweiten Gliedes*).

Erläuterung. Leicht durch die Bruchform.

Beisp.: Was gelten 250 Friedrichsd'or in preuß. Courant, wenn der Cours derselben $113\frac{1}{3}$? (250 Friedrichs'dor = 1250 ℛ in Gold).

So oft	in	enthalten, so oft sind	in	enthalten.
Statt 100 ℛ G.	: 1250 ℛ G.	=	$113\frac{1}{3}$ ℛ Cour. : x	ℛ Cour.

Wie sich erhöhen bei der Zahlung in, in gleich. Maße erhöhen sich zu ihrer Zahlung.

100 ℛ Gold	:	$113\frac{1}{3}$ ℛ Cour.	=	1250 ℛ G. : x
		100 | 1		125 „
		10 | 10		41 „ 20 ſgr
		$3\frac{1}{3}$ | 3		1416 ℛ 20 ſgr pr. Cour.

6) Weglassung des ersten Gliedes oder Vielfacher desselben aus dem zweiten, des dritten aus dem vierten.

Erläut. War richtig $4 : 9 = 11 : 24\frac{3}{4}$,

oder $4 : 4 + 4 + \frac{1}{4} = 11 : 11 + 11 + \frac{11}{4}$,

so ist auch $4 : 1 = 11 : \frac{11}{4}$ nach der Erklär. d. Proportion sub 4.

Vorth. Rechnung mit kleinern Zahlen; anwendbar in allen Procentrechnungen.

		geben bei Zahlung in Silb. einen Ueberschuß,		in gleichem Maße rc.
Beisp.: 100 ℛ Gold	:	$13\frac{1}{3}$ ℛ	=	1250 ℛ G. : x
		10 | 10		125 ℛ
		$3\frac{1}{3}$ | 3		41 „ 20 ſgr
			Ueberschuß	166 ℛ 20 ſgr
				+ 1250 „
				1416 ℛ 20 ſgr Cour.

7) Herleitung der Repartitionsregel.

Erläut. Bilde ich eine Proportion:

$$1 + 2 + 3 + 4 : \frac{4}{2\frac{1}{2}} = 60 : x$$

so muß nach der Definition der Proportion sub 4, wenn 60 in Theile (Summanden) zerlegt gedacht wird, die den Theilen des ersten Gliedes entsprechen, der 4 (zweites Glied), die der $2\frac{1}{2}$ Theil des ersten Gliedes ist, als x (viertes Glied) auch der $2\frac{1}{2}$ Theil des dritten entsprechen u. s. w.

---

*) Vergl. pag. 14. Ich habe zwei Gründe diesen mehrfach getadelten Umtausch beizubehalten, einmal weil sich in dieser Reihenfolge der Glieder der Ansatz am leichtesten giebt, und zweitens, weil durch ihn die Regeln, welche Glieder nur auf einander zerlegt werden können, sich auf die einfache reduciren: zerlege das zweite Glied in Bezug auf das erste. Der anscheinende Widerspruch in diesem Ansatze rührt eben nur her von der Anwendung einer rein mathematischen Form auf einen Stoff.

$$1 + 2 + 3 + 4 : \frac{3}{3\frac{1}{3}} = 60 : \frac{x}{3\frac{1}{3}}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 : \frac{2}{5} = 60 : \frac{x}{5}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 : \frac{1}{10} = 60 : \frac{x}{10}$$

Oder jeder der 10 Einheiten des ersten Gliedes entsprechen 6 Einheiten des dritten Gliedes, also den 4 Einheiten des ersten Gliedes 4.6 Einheiten des dritten Gliedes u. s. w.

Anmerk. Der Gebrauch aller dieser Formen möge vorläufig an einigen einfachen Beispielen eingeübt werden, da sie mit Ausnahme der Repartitionsregel in allen folgenden Rechnungsgattungen wiederkehren. Dagegen kann man die Repartionsrechnung, soweit sie nicht Kenntniß der Zinsrechnung u. s. w. erfordert, hier etwas ausführlicher behandeln. Auf Realschulen findet sich später in den chemischen Aufgaben genug Stoff für sie. Auch die sogenannte Alligationsrechnung*) beruht zum Theil auf ihr, indeß würde ich in den höhern Schulen ihre Aufgaben der Algebra überweisen. Die höhere Gesellschaftsrechnung (Associationsrechnung) ist wohl schwerlich noch ein Gegenstand des Schulunterrichts.

3. Stufe.

Anwendung der zusammengesetzten Methoden (Bruchform u. s. w.) auf bestimmte Stoffe.

A. Aufgaben mit willkürlichem Angabesatz**).

a. Preisberechnung (Ware — Geld als Ware).

Anmerk. Diese Willkür im Angabesatz ist in der Praxis nicht so groß, wie in den Rechenbüchern. Aufgaben wie: wenn 5 Wspl. 18 Schfl. 10 Mtz. 245 Thlr. 16 Sgr. $8\frac{1}{2}$ Pf. kosten, was zahlt man für 3 Schfl. 8 Metzen $4\frac{1}{2}$ Mßl? stellt das Leben nicht. Die Uebung im Reduciren u. s. w., die sie höchstens gewähren, muß schon auf andere Weise erreicht sein; sie sind aus den Rechenbüchern zu verbannen, nicht bloß weil nutzlos, sondern weil schädlich, indem sie durch den Wust von Zahlen den Schüler erdrücken und ihm alle Lust rauben. In der Praxis bezieht sich die Angabe entweder auf die Einheit, 100 oder irgend eine einfache Zahl.

*) Soweit sie nicht bloße Durchschnittsrechnung ist.

**) Sogenannte Regeldetri-Aufgaben.

b. **Gold- und Silberrechnung in ihren einfachsten Aufgaben.**

Erläuterung der Ausdrücke: Mark, rauhe, feine Mark, Barren, Werth, Preis ꝛc.*)

1) Gesucht der Werth eines Gold- oder Silberbarrens, wenn gegeben Gewicht, Feingehalt und Preis.

Beisp.: Ein Silberbarren ist 30 Mk schwer und hat 12 Lth. Feingehalt, wie viel kostet er, wenn die Mk fein mit 14 Thlr bezahlt wird? 315 Thlr

An gehen verloren, in gleichem Maße an
16 Lth. : 4 Lth. = 30 Mk : x
4 — $7\frac{1}{2}$ — $7\frac{1}{2}$ Mk Silber.
Also 30 Mk rauh = $22\frac{1}{2}$ Mk fein, à Mk 14 Thlr = 315 Thlr

2) Gesucht das Gewicht eines Barrens aus Feingehalt, Preis und Werth.

Beisp.: Wie viel wiegt ein Barren, der 12löthig ist und bei einem Silberpreise pro Mk 14 Thlr mit 315 Thlr bezahlt wurde?

Für erhält man u. s. w.
14 Thlr : 1 Mk fein = 315 Thlr : x
$22\frac{1}{2}$ Mk fein, aber der Barren ist nicht
Silber kommen Zusatz, in gleichem Maße u. s. w. Zusatz
fein, sondern zu 12 Lth. : 4 Lth. = $22\frac{1}{2}$ Mk fein : x
3 + $7\frac{1}{2}$ — $7\frac{1}{2}$ Mk
30 Mk rauh.

3) Gesucht der Feingehalt aus dem Uebrigen.

4) Gesucht der Preis der feinen Mark u. s. w.

Anmerk. Die übrigen Aufgaben der sogenannten Münzrechnung (Berechnung des Schrotes und Kornes, Geldarbitrage) dürften über die Schule hinausliegen.

B. **Aufgaben mit bestimmter meist auf Hundert bezogener Angabe. Procentrechnung.**

Anmerk. Einleitung durch Einübung des Procentfußes auf's, vom und im Hundert an einfachen Beispielen.

a. **Gewinn- und Verlustrechnung.**

aa. Einkauf und Verkauf schon in Capitalien gegeben.

1) Gewinn (Gew) oder Verlust (Vl) nicht nach % gegeben, bloße Addition und Substraction.

2) Gew (Vl) in % gegeben.

Herleitung der allgemeinen Form**).

Irgend ein Einkauf erhöht (erniedrigt) sich zu einem gegebenen Verkauf,

---

*) Man könnte sich wundern, warum diese an technischen Ausdrücken reiche Rechnungsgattung schon hier behandelt werden solle; deshalb, weil sie wirklich proportionale Größen liefert und, die Namen abgerechnet, keine Schwierigkeiten hat.

**) Mit Anwendung des Umtausches der mittleren Glieder.

in gleichem Maße erhöhen (erniedrigen) sich 100 Thlr im Einkauf zu ihrem Verkauf, oder E : V = 100 E*) : x V, oder auch
E : Gew (VI) = 100 E : x Gew (VI) in Worten?
d. i. %

Beisp.: Es kauft Jemand eine Ware für 600 Thlr und verkauft sie mit 700 Thlr, wie viel % hat er gewonnen?

$$600 \text{ Thlr } E : \underset{\frac{600+120}{5}}{720} \text{ Thlr } V = 100 \text{ Thlr } E : x \text{ Thlr } V$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 20 \\ \hline 120 \end{array}$$

120 Thlr V, also 20 Thlr Gew am 100, d. i. 20 %

oder 600 Thlr E : $\underset{5}{120}$ Thlr Gew = 100 Thlr E : x % Gew
20 %

Ist dagegen nach Einkauf in obiger Aufgabe gefragt, so erhält man ein unrichtiges Facit aus:

100 Thlr V : $\underset{5}{20}$ % Gew = 720 Thlr V : x Thlr Gew
— 145 „ Gew   145 Gew
575 E

Man muß ansetzen:

120 Thlr V : $\underset{5}{20}$ % Gew = 720 Thlr V : x Thlr Gew
— 120 „ Gew   120 „ Gew
600 Thlr E

Anmerk. Man kehre nicht der bloßen mathematischen Uebung wegen allzuviel Aufgaben um, sondern halte sich mehr an die Fragen, die im Leben gestellt werden, also suche häufiger den Verkauf und die Procente. Im ersten Falle, wo das erste Glied 100 ist, ist die Rechnung durch Zerlegung sehr leicht; im zweiten Falle lasse man die Silbergroschen und Pfennige hinweg und zeige nur an einigen Beispielen den unbedeutenden Fehler.

bb. Der Einkauf und Verkauf ist nicht unmittelbar gegeben, sondern durch Ware u. s. w.

1) Einzelberechnung des Einkaufs u. s. w. als Capital, und dann wie früher.
2) Anwendung der Kette. (Strenges Innehalten der Bezeichnungen; Procente haben keine Benennung!)

---

*) Der Einkauf ist hier immer als 100 angenommen, also, wie dies auch gewöhnlich geschieht, Gewinn und Verlust vom Hundert gerechnet; soll dann ein und dieselbe Aufgabe umgekehrt, der Einkauf gefunden werden, so kann die Rechnung nicht stimmen, weil dann auf's Hundert zu rechnen ist. Der Verkauf ist nämlich E + Gew, die Proportion muß also lauten

$$\overset{E}{100} + \% \text{ (Gew)} : \% \text{ (Gew)} = E + \text{Gew} : \text{Gew}$$

$$\text{oder } \overset{E}{100} + \% \text{ (Gew)} : 100 \text{ E} = E + \text{Gew} : E.$$

Vergleiche das obige Beispiel!

b. **Brutto-, Tara- und Fusti-Rechnung.** (Eigentlich nur Gewinn- und Verlust-Rechnung.)

Erklärung der Namen, z. B. Fusti = Erlaß oder Nachlaß an der Zahlung ꝛc.

1) Angabe der Tara u. s. w. in Gewicht; dann bloße Addition, Subtraction, Multiplication.

2) Angabe der Tara u. s. w. in Procenten; dann die früheren Proportionen.

geben		in gleichem Maße giebt		seine Tara
100 ℔. (Ctr. ꝛc.) :	P ℔. (Ctr.) Tara	=	irgend ein Brutto-Gew. :	x

Anmerk. Die meist großen Brüche verringere man auf verständige Weise durch Ueberlegung des möglichen Fehlers, z. B. statt $\frac{27}{250}$ ℔. nimm $\frac{25}{250} = \frac{1}{10}$ ℔.; zu wenig genommen sind also $\frac{2}{250}$ ℔. $= \frac{2.32.4}{250}$ Quentch., was in den meisten Fällen werthlos.

Einmischung von Aufgaben wie: 48 Ctr. Brutto enthalten 5 Ctr. $16\frac{3}{4}$ ℔. Tara, wie groß ist das Netto, wenn das ganze Netto 1178 Thlr. 9 Sgr. $4\frac{1}{2}$ Pf. kostet? (Divisionsaufgabe) sind störend und bewirken traurige Rechnerei.

3) Verbindung dieser Rechnung mit der Gewinn- und Verlustrechnung durch Aufgaben, in denen für den Verkauf (Einkauf) der Ware noch Gewinn- oder Verlustprocente bestimmt sind.

c. **Cours- und Agio-Rechnung.**

Erklär. Geld ist Ware. Nennwerth (Valuta), gesetzlicher Werth einer Geldmünze oder geldwerthen Papieres; Zahlwerth (Werth im Handel). Cours = Zahlwerth für den Nennwerth 100 (300 u. s. w.) — Herleitung der Methode. — Nennwerth so viel als Einkauf; Zahlwerth so viel als Verkauf. Rechnung immer vom Hundert*). Also: Irgend ein Nennwerth erhöht (erniedrigt) sich zu einem gegebenen Zahlwerth, in gleichem Maße muß sich der Nennwerth 100 erhöhen (erniedrigen) zu seinem Zahlwerth, d. i. Course.

Nennw. : Zahlw. = 100 : Course; oder
Nennw. : Gew (VI) = 100 : % Gew (VI) in Worten?
(Agio) (Agio)

---

*) Sie läßt sich immer ermöglichen, am besten ersichtlich aus folgendem Beispiele: Es sei der Cours des Hamburger Banco $152\frac{1}{2}$ preuß. Cour.; gefragt aber nach Auszahlung von preuß. Cour. in Hamburger Bco. Anzusetzen wäre also $152\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Cour. : 100 Thlr. Bco. = Irgend ein Nennw. pr. Cour. : x Hbg. Bco. Dann erleichtert man sich die Rechnung, wenn man zuvor den Hamburger Cours auf preuß. reducirt:

$152\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Cour. : 100 Thlr. Bco. = 100 Thlr. pr. Cour. : x Thlr. Bco. (Bruchform)

$$x = \frac{100.100.2}{305} \text{ Thlr. Bco.} = 65\frac{35}{61} \text{ Thlr. Bco.}$$

Also 100 Thlr. pr. Cour.: $65\frac{35}{61}$ Thlr. Bco. = u. s. w.

1) Gefragt, wie meistens, nach dem Zahlwerth.

Regel. $\text{Zahlw.} = \frac{\text{Nennw.} \times \text{Course}}{100}$ in Worten?

$\text{Gewinn} = \frac{\text{Nennw.} \times \%\ \text{Gewinn}}{100}$

Anmerk. Wohl zu beachten ist, daß Nennw. und Zahlw. in derselben Geldsorte ausgedrückt sein müssen, wenn nicht, so treten Modificationen ein, wovon später. Sonst hat die Form große Allgemeinheit. (Staatsschuldscheine, Actien u. s. w.)

Beisp.: Wie viel Thlr. Cour. erhält man für 12800 Thlr. pr. Staatsschuldscheine?

$$\text{Zahlw.} = 12800 \times 97\tfrac{1}{2} = \times (100 - 2\tfrac{1}{2}) = 12800 - 256 - 64 = 12480 \text{ Thlr. pr. Cour.}$$

$$\text{oder Verl (Damno)} = 128 \times 2\tfrac{1}{2} = 256 + 64 = 320 \text{ Thlr. Verl}; \quad 12800 - 320 = 12480 \text{ Thlr. Cour.}$$

Beisp.: Wie viel zahlt man in pr. Cour. für 720 Gld. Banknoten zum Course von 94.

$$\text{Zahlw.} = \frac{720 \times 94 \text{ Gld.}}{100} \;(\times (100-6)) = 7200 - 432 = 6768 = 676\tfrac{4}{5} \text{ Gld.}$$

Da ein Gld. $= \frac{2}{3}$ Thlr., so sind $676\frac{4}{5}$ Gld. $- 225\frac{3}{5}$ (nämlich den 3. Theil abgezogen) $= 451\frac{1}{5}$ Thlr. pr. Cour.

Beisp.: Oder die 720 Gulden erst zu Thalern preuß. Courant gemacht.

720 Gld.
$(-\frac{1}{3})$ -240 "
480 Thlr. Also $\text{Zahlw.} = \frac{480 \times 94}{100} = 4800 - 288 = 4512 = 451\frac{1}{5}$ Thlr. preuß. Cour.

Oder allgemein: $\text{Zahl (pr. Cour.)} = \frac{\text{Nennw. (in Gld.)} \times \text{Course}}{100} \cdot \frac{2}{3}$ Thlr. pr. C.

$= \frac{\text{Nennw. (in Gld.)} \times \text{Course}}{150}$

$$\text{Also Zahlw. (pr. Cour.)} = \frac{\overset{24}{\cancel{720}} \times 94}{5\cancel{150}} = \begin{array}{r} 2400 \\ -144 \\ \hline 2256 \\ \hline 451\frac{1}{5} \end{array}$$ Thlr. preuß. Cour.*)

In Worten?

Beisp.: Was kostet 1 Gld. Banknote in preuß. Cour. zum Course von 95?

Da der Nennwerth = 20 Sgr., so ist

$$\text{Zahlw.} = \frac{\cancel{20} \times \text{Course Sgr.}}{\cancel{100}\ 5}; \text{ hier Zahlw.} = \frac{95}{5} \text{ Sgr.} = 19 \text{ Sgr.}$$

In Worten?

Anmerk. Auch einige andere Geldsorten, z. B. Hamburger Banco und französische Franken, lassen sich hier durch die Proportion leicht ausrechnen, während die gewöhnlich angewendete Kette meist große Zahlen ergiebt. Nur hat man, wenn niedere Sorten gegeben, auf die Verschiedenheit der Eintheilungszahlen der Sorten sehr zu achten. Am Beispiel leicht zu erklären.

Beisp.: Wie viel hat man für $68\frac{1}{2}$ Mk. Hamb. Bco. in preuß. Courant zum Course von 154 zu zahlen? (300 Mk. Bco. = 100 Thlr. Bco. = 154 Thlr. pr. C.)

Nennw.	Zahlw.	Nennw.	Zahlw.
300 Mk. Bco. :	154 Thlr. Cour. =	$68\frac{1}{2}$ Mk. Bco. :	x Thlr. pr. Cour.**)

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ 50 & 2 \\ 4 & 25 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 22\frac{5}{6} & \text{Thlr.} \\ 11\frac{5}{12} & \text{"} \\ \frac{137}{150} & \text{"} \\ \hline 35\frac{49}{300} & \text{Thlr. pr. C.} = 35 \text{ Thlr. } 4 \text{ Sgr. } 10\frac{4}{5} \text{ Pf.} \end{array}$$

Oder leichter:

68 Thlr. 15 Sgr.

300 Mk. Bco. : 154 Thlr. Cour. = 68 Mk. 8 β : x Thlr. Cour.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ 50 & 2 \\ 4 & 25 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 22 \text{ Thlr.} & 25 \text{ Sgr.} & \\ 11 \text{ "} & 12 \text{ "} & 6 \text{ Pf.} \\ & 27 \text{ "} & 4\frac{4}{5} \text{ "} \\ \hline 35 \text{ Thlr.} & 4 \text{ Sgr.} & 10\frac{4}{5} \text{ Pf.} \end{array}$$

Oder nach einer in der Praxis üblichen, oft aber beschwerlicheren Regel:

Kosten 300 Mk. Bco. gerade 150 Thlr. Cour.

dann 1 " " " $\frac{150}{300}$ " = 15 Sgr.

---

*) Eine einzige Aufgabe, auf so verschiedene Arten gerechnet, gewährt mehr Uebung als 20 auf dieselbe Weise. Der Schüler möge lernen, welche Weise in jedem einzelnen Falle am leichtesten zum Ziele führt.

**) Nachzuweisen ist leicht, warum bei der Theilung des dritten Gliedes — Mk. Bco. doch preuß. Courant herauskommen, warum man also $\frac{1}{2}$ Mk. sofort = 15 Sgr. setzen kann; weshalb dagegen wenn statt $\frac{1}{2}$ Mk. = 8 β gesetzt werden, das Resultat falsch wird (Eintheilungszahl!). Dasselbe gilt, wenn mit Gulden u. Kreuzern gerechnet wird; zieht man nämlich nach der frühern Regel von den Gld. und Xrn. den dritten Theil ab, so sind die erhaltenen Xr. doppelt so groß, als die Sgr., die herauskommen sollen (60 Xr. = 1 Gld.).

Kosten 300 Mk. Bco. etwa 150 + x Thlr.

dann 1 „ „ gerade $\frac{150}{300} + \frac{x}{300} = 15\,\text{Sgr.} + \frac{x}{10}\,\text{Sgr.}$ In Worten?

Demnach obige Summe $68\frac{1}{2} \times 15\,\text{Sgr.} + 68\frac{1}{2} \times \frac{4}{10}\,\text{Sgr.} =$

34 Thlr. 7 Sgr. 6 Pf.
27 „ $4\frac{4}{5}$ „
35 Thlr. 4 Sgr. $10\frac{4}{5}$ Pf. — $\frac{137}{2} \cdot \frac{2}{5}$ Sgr.

Beisp.: Was kosten 1024 Fr. 50 Centimen zum Course von 82 in pr. Cour.?

(300 Frk. = 82 Thlr. pr.)

Nennw.	Zahlw.		Nennw.	Zahlw.
300 Fr.	: 82 Thlr. pr. Cour.	=	$1024\frac{1}{2}$ Fr.	: x pr. Cour.

60 | 5
20 | 3
2 | 10

$204\frac{9}{10}$ Thlr. preuß.
$68\frac{3}{10}$ „
$6\frac{83}{100}$ „
$280\frac{3}{100}$ Thlr. pr. Cour. oder $10\frac{4}{5}$ Pf.

Oder leichter ohne Brüche:

1024 Thlr. 15 Sgr.
300 Fr. : 82 Thlr. pr. Cour. = $1024\frac{1}{2}$ Fr. : x Thlr. pr. Cour.

60 | 5
20 | 3
2 | 10

204 Thlr. 27 Sgr.
68 „ 8 „
6 „ 24 „ $10\frac{4}{5}$ Pf.
280 Thlr. — Sgr. $10\frac{4}{5}$ Pf.

Oder nach einer pract. Regel:

Kosten 300 Fr. gerade 80 Thlr. pr. Cour.

dann 1 „ „ $\frac{80}{300}$ Thlr. = 8 Sgr. Cour.

Kosten 300 Fr. 80 + x Thlr.

dann 1 „ $\frac{80}{300} \pm \frac{x}{300}$ Thlr. = 8 Sgr. $\pm \frac{x}{10}$ Sgr. In Worten?

Demnach obige Summe $1024\frac{1}{2} \times 8\,\text{Sgr.} + 1024\frac{1}{2} \times \frac{2}{10}\,\text{Sgr.}$

8196
$204\frac{9}{10}$ Sgr.
$8400\frac{9}{10}$ Sgr. = 280 Thlr. $10\frac{4}{5}$ Pf. — $\frac{2049}{2} \cdot \frac{2}{10}$

Anmerk. Auf dieselbe Weise können noch eine Menge von Aufgaben und praktischen Regeln gefunden werden. Die schwierigern Cours- und zusammengesetzten Wechselrechnungen (mit Provision, Courtage, Spesen u. s. w.) dürften schon der Kürze der Zeit und der mangelnden Lebenskenntniß wegen auf der Schule nicht zu behandeln sein. Hat der Schüler auch nur jene Aufgaben und ihre Methoden richtig verstanden, so nimmt er gewiß eine schöne Vorbereitung in's Leben mit, die ihn in den Stand setzt, das noch zu Lernende leicht zu erfassen. Und noch einmal sei bemerkt, ehe man bei diesen Exempeln zur Kette greift, lieber rechne man sie auf der Schule gar nicht.

2) Gefragt nach dem Course. Bloße Umkehrung der Proportion. (Silbergroschen unter 15 Sgr weggelassen; über Sgr = 1 ℛ)

3) Gefragt nach dem Nennwerth. Selten. Rechnung auf's Hundert. Vergleiche die Gewinn- und Verlustrechnung.

4) Berechnung des Stück-Agio's der Gold- und Silbermünzen aus dem Procent-Agio und umgekehrt.

Herleitung der Form. Trage ein in Nennw. : Gew = 100 : % Gew

Nennw. 1 Stückes : St.-Agio = 100 : % Agio.

$$\text{also Stück-Agio} = \frac{\text{Nennw. 1 Stcks.} \times \%\ \text{Agio}}{100}$$

Beisp.: Für alle 5 ℛ Gold werthen Stücke (Friedrichsd'or, Louisd'or u. s. w.) gilt das

$$\text{Stück-Agio} = \frac{5 \times \%\ \text{Agio}}{100}\ ℛ\ \text{Cour.} = \frac{5 \times \%\ \text{Agio} \times 30}{100}\ \text{Sgr}$$

$$= \frac{3}{2} \times \%\ \text{Agio Sgr}$$

$$= (1 + \frac{1}{2}) \times \%\ \text{Agio Sgr}$$

In Worten?

Beisp.: Was gilt der Louisd'or zum Cours von 110?

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 5 \\ \hline 5\ ℛ + 15\ \text{Sgr} \end{array}$$

Beisp.: Für den Ducaten à 3 ℛ (sächsisch) gilt:

$$\text{das Stück-Agio} = \frac{3 \times \%\ \text{Agio} \times 30}{100}\ \text{Sgr}$$

$$= \frac{9}{10} \times \%\ \text{Agio Sgr}$$

$$= (1 - \frac{1}{10}) \times \%\ \text{Agio Sgr}$$

In Worten?

Beisp.: Was gilt der Ducaten zum Course von $105\frac{5}{9}$?

$$\begin{array}{r} 5\frac{5}{9} \\ -\ \frac{50}{90} \\ \hline 3\ ℛ + 5\ \text{Sgr} \end{array}$$

Anmerk. Man nehme noch den Ducaten zu $2\frac{3}{4}$ ℛ und $4\frac{1}{2}$ Gld.! —

$$\text{Dagegen ist das: } \%\ \text{Agio} = \frac{100\ \text{St.-Agio Sgr}}{\text{Nennw. 1 Stücks.}} = \frac{100 \times \text{St.-Agio}\ ℛ\ \text{C.}}{30 \times \text{Nennw. 1 Stücks.}}$$

Beisp.: Für alle 5 Thlr. Gold werthen Stücke gilt : $\frac{\overset{2}{\cancel{100}} \times \text{St.-Agio}}{\cancel{300} \times 5}$ Thlr. Cour.

In Worten? $\%$ Agio $= \frac{2}{3} \times$ St.-Agio Thlr. Cour.

Beisp.: Wie hoch ist der Friedrichsd'or, wenn das Stück mit 5 Thlr. 20 Sgr. bezahlt wird?

$$\begin{array}{r} 20 \\ \%\ \text{Agio} = -\ 6\tfrac{2}{3} \\ \hline 13\tfrac{1}{3} + 100 = 113\tfrac{1}{3}\ \text{Thlr.} \end{array}$$

d. **Zinsrechnung.**

Anmerk. Hinzutreten eines neuen Factors — der Zeit —; darum Bruchform.

Herleitung der Form: Zinsen (Z) $= \frac{\text{Capital (C)} \times \%\ \text{(P)} \times \text{Jahren (n)}}{100}$*).

1) Aufsuchung der Zinsen auf Jahre. Obige Form. Selten vorkommend, also spärlicher zu behandeln.

2) Aufsuchung der Zinsen auf Tage. Sehr wichtig. Umwandlung obiger Form das Jahr zu 360 Tage gerechnet in

$Z = \frac{C \times \% \times T\ \text{(Tage)}}{100 \times 360}$, P gesetzt = 1, 2, 3 und gekürzt

giebt $Z = \frac{C \times T}{36000}$ für ein $\%$. Regel in Worten? Herleitung mehrerer Divisoren.

" $Z = \frac{C \times T}{18000}$ für 2 $\%$

u. s. w.

Anmerk. Gebrochene Procente werden nicht eingerichtet, sondern zerlegt, z. B. $4\frac{1}{2}\ \% = 4 + \frac{\frac{1}{2}}{8}\ \% = 5 - \frac{\frac{1}{2}}{10}$**). Ungewöhnliche Procente gebe man nicht; höchstens bis zu Zwölfteln.

Beisp.: Wie viel Zinsen geben 7200 Thlr. in 91 Tagen zu $4\frac{1}{2}\ \%$?

$$\frac{\overset{8}{\cancel{7200}} \times 91}{\underset{10}{\cancel{9000}}}\ \text{Thlr. zu } 4 + \frac{\frac{1}{2}}{8} = \begin{array}{r} 72\ \text{Thlr.}\ 24\ \text{Sgr.} \\ +\ 9\ \text{"}\ \ 3\ \text{"} \\ \hline 81\ \text{Thlr.}\ 27\ \text{Sgr.} \end{array}$$

oder

$$\frac{\cancel{7200} \times 91}{\cancel{7200}}\ \text{Thlr. zu } 5 - \frac{\frac{1}{2}}{10} = \begin{array}{r} 91\ \text{Thlr.} \qquad \\ -\ 9\ \text{"}\ \ 3\ \text{Sgr.} \\ \hline 81\ \text{Thlr.}\ 27\ \text{Sgr.} \end{array}$$

---

*) Buchstaben zur allgemeinen Werthbezeichnung sind schon früher angewandt worden; sie werden auch dem Schüler, der Algebra noch nicht gehabt hat, leicht geläufig.

**) Hier zufällig auch $= \frac{2}{3}$.

oder $\frac{{}^{18}7200 \times 91 \text{ Thlr zu } \frac{9}{2}}{{}^{10}4000} = \frac{163 \text{ Thlr} - 24 \text{ Sgr}^{*)}}{{}^{2)}\ 81 \text{ Thlr} - 27 \text{ Sgr}}$

Anmerk. Sind außer den Thalern auch Silbergroschen und Pfennige gegeben, so müßte man dieselben, falls man sie nicht, wie in der Praxis üblich, weglassen oder als Thaler rechnen will, um die Bruchform gebrauchen zu können, in Thalerbrüche verwandeln u. s. w. Dagegen hilft wieder die Zerfällung, nämlich der Tage, die auch sonst anwendbar ist, wenn sich die Capitalien nicht aufheben lassen.

Beisp.: Wie viel Zinsen bringen 2246 Thlr 24 Sgr 8 Pf in 255 Tagen zu 6 %?

6000 :	2246 Thlr 24 Sgr 8 Pf × 215			
60 × 100	6740 = 14 = — =	180	3	
	1123 = 12 = 4 =	30	6	oder 2 ÷ d. i. von 60.
	187 = 7 = $\frac{2}{3}$ =	5	6	
	8051 = 3 = $4\frac{2}{3}$ =			
100	80 Thlr — 15 Sgr 4 $\left(\frac{2}{300}\right)$ Pf**)			

Beisp.: Wie viel Zinsen bringen 8547 Thlr in 163 Tagen zu $4\frac{1}{2}$ %?

7200 :	8547 Thlr × 163			zu $5 - \frac{\frac{1}{2}}{10}$
72 × 100 :	17094 Thlr	144	2	×
	1424 = 15 Sgr	12	6	÷
	712 = 7 = 6 Pf	6	2	
	118 = 21 = 3 =	1	6	
	19349 = 13 = 9 =			
100	193 = 14 = 10 =			
	— 19 = 10 = 5 =			
	174 Thlr 4 Sgr 5 Pf			

Anmerk. Eine reiche Quelle für Kopfrechenaufgaben erhält man aus folgenden Reihen:

100 Thlr preuß. Cour. geben bei 1 % in 1 Tage — 1 Pf
2 = = 2 = — 2 = u. s. w.

oder

100 Thlr sächs. Cour. geben bei 1 % in 1 Tage $\frac{5}{6}$ Pf
u. s. w.

100 Gld. österr. geben bei 1 % in 1 Tage $\frac{2}{3}$ Pf
u. s. w.

---

*) Auch hier lasse man, wo möglich, auf verschiedene Weisen rechnen, damit der Rechnende sich gewöhne, sofort die leichteste zu erblicken.

**) Dies bekannte Verfahren beruht wesentlich auf der leichten Division durch 100; alle Divisoren lassen sich in 100 × einem andern Factor zerlegen. Statt nun mit 6000 auf einmal zu dividiren, dividirt man erst durch 60; später durch 100; da nun mit 215 zu multipliciren, mit 60 zu dividiren, so heißt dies mit dem Bruche $\frac{215}{60} = \frac{180}{60} + \frac{30}{60} + \frac{5}{60}$ multiliciren. Der Nenner 60 ist, als selbstverständlich, oben weggelassen. Man erleichtert sich bei einiger Geschicklichkeit im Zerlegen jedesmal die Rechnung.

3) Berechnung und Aufstellung einiger Conto-Corrente, sowohl nach der Rechnung „Pro und contra“, als auch der „En échelon“.

Anmerk. Wenn man an den mancherlei kaufmännischen Bezeichnungen Anstoß nehmen sollte, die hier vorkommen, so lasse man sie weg und rechne mit unbenannten Capitalien. Ich habe immer gefunden, daß ein solch geordnetes Zusammenstellen der Capitalien, Zinstage und Zinsen den Schülern Freude gemacht, und daß es ein gutes Mittel war, ihnen die Vorzüge netter und sauberer Rechnung klar zu machen.

4) Verbindung der Zinsrechnung mit der Coursrechnung. Berechnung des Gesammtwerthes zinstragender Papiere (Staatsschuldscheine, Pfandbriefe u. s. w.).

Beisp.: Es kauft Jemand am 6. November 1025 Thlr. in Pfandbriefen, die $3\frac{1}{2}$ % sind, wie viel hat er zu bezahlen, wenn der Cours auf $101\frac{1}{2}$ steht?

$$\text{Capital} = \frac{\overset{41^{*)}}{\cancel{1025}} \times 101\frac{1}{2}\ \text{Thlr.}}{\cancel{100}\ 4} = 4100\ \text{Thlr.}$$

4100 Thlr.		
41 =		
20 =	15 Sgr.	
4161 Thlr.	15 Sgr.	

Zinsen sind, wenn der Käufer den Zins-Coupon über das laufende Halbjahr erhält, zu zahlen von Johanni (24. Juni) bis 6. November — auf 132 Tage.

$$\frac{\overset{41}{\cancel{1025}} \times \overset{11}{\cancel{132}}\ \text{Thlr.}}{\cancel{12100}\ \cancel{1000}\ 40} \text{ zu } 3 + \tfrac{1}{2}_{6}\ \% =$$

	11 Thlr.	8 Sgr.	3 Pf.	
+	1 =	26 =	$4\frac{1}{2}$ =	
	13 Thlr.	4 Sgr.	$7\frac{1}{4}$ Pf.	Zinsen.
+	4161 =	15 =	— =	
Summe	4174 Thlr.	19 Sgr.	$7\frac{1}{2}$ Pf.	

oder 12000 : 1025 Thlr. $\times \frac{132}{120 \mid 1\times \atop 12 \mid 10}$
120×100

	1025 Thlr.			
	102 =	15 Sgr.		
	1127 =	15 =		
100	11 =	8 =	3 Pf.	
+	1 =	26 =	$4\frac{1}{2}$ =	
	13 Thlr.	4 Sgr.	$7\frac{1}{2}$ Pf.	Zinsen.

5) Aufsuchung der drei andern Größen, Capital, Procente, Jahre.

Anmerk. Die Form dafür leicht gewonnen durch Umgestaltung der Hauptform.

$$Z = \frac{C \times P \times n}{100};\ C = \frac{100 \times Z}{P \times n};\ P = \frac{100 \times Z}{C \times n};\ n = \frac{100\ Z.}{C \times P}$$

In der Praxis kommen diese Fragen seltener und nur in einfachen Zahlen vor; dem entsprechend werden sie auch hier nur behandelt.

---

*) Theilbar immer durch 25. Warum?

6) Die Berechnung der Zinses-Zinsen ist, da sie später mit Logarithmen geführt wird, hier wegzulassen; höchstens der Begriff Zinseszins zu erklären. Später bei Entwickelung der logarithmischen Gleichung kann man allenfalls den elementaren Weg, wie an nachfolgendem Beispiele, zeigen.

Beisp.: Wie groß ist ein Capital von 1500 Thlr., ausgeliehen zu 4 % Zinseszins, nach 3 Jahren geworden?

	x Thlr. C = 1500 Thlr.	wenn je 100 Thlr. dieses Cap. im 1sten J. = 104 Thlr. werden.		
also	100 „ = 104 „ u. „	„ 100 „ „ „ „ 2ten J. = 104 „ „		
	100 „ = 104 „ u. „	„ 100 „ „ „ „ 3ten J. = 104 „ „		

Dividirt man jede Reihe, mit Ausnahme der ersten durch 100, so erhält man:

x Thlr. C = 1500 Thlr.

1 „ = $1 + \frac{4}{100}$ Thlr.

1 „ = $1 + \frac{4}{100}$ Thlr.

1 „ = $1 + \frac{4}{100}$ Thlr.

x d. i. S = $1500 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$ Thlr., also die gewöhnliche Gleichung.

7) Repartitionsaufgaben, deren Verhältnißzahlen durch Capitalien, Jahre, Zinsfüße (einzelne oder mehrere Bestimmungen verbunden) gegeben sind.

Anmerk. Vergleiche das früher über diese Aufgaben Gesagte pag. 15.

Hier genüge ein Beispiel der allgemeinsten Art. Reducirt man in der Weise, wie in diesem angegeben, auf die Einheit, so kann man aller sonstigen Regeln (ob man die einzelnen zusammengehörigen Bestimmungen multipliciren oder dividiren müsse) entbehren.

Beisp.: An einem Gewinn von 2800 Thlr. participiren 3 Kaufleute, A., B. u. C. A. mit einem Einlagecapital von 500 Thlr. zu 5 % auf 4 Jahre; B. mit einem solchen von 600 Thlr. zu 4 % auf 3 Jahre; C. mit 900 Thlr. zu 6 % auf 2 Jahre; wie viel beträgt der Gewinnantheil eines Jeden?

Ein Capital von 500 Thlr. zu 5 % ist gleichwerthig einem Cap. von 2500 Thlr. zu 1 %;
„ „ „ 600 Thlr. „ 4 % „ „ „ „ 2400 Thlr. „ 1 %;
„ „ „ 900 Thlr. „ 6 % „ „ „ „ 5400 Thlr. „ 1 %;

Ein Capit. von 2500 Thlr. auf 4 Jahre ist gleichw. einem Cap. v. 10000 Thlr. auf 1 J.;
„ „ „ 2400 Thlr. „ 3 „ „ „ „ „ „ 7200 Thlr. „ 1 J.;
„ „ „ 5400 Thlr. „ 2 „ „ „ „ „ „ 10800 Thlr. „ 1 J.;

Also participiren A. mit 10000 Thlr. zu 1 % und 1 Jahr;
B. „ 7200 Thlr. „ 1 % „ „
C. „ 10800 Thlr. „ 1 % „ „

10000, 7200, 10800 sind also die Theile der Summe 28000, deren Theile dem als Summe gedachten Gewinne entsprechen sollen. Demnach

28000 : 10000 = 2800 Thlr. : x Thlr. Jeder Einheit des ersten Gliedes entspricht $\frac{1}{10}$ des dritten, folglich jeder Einheit des zweiten $\frac{1}{10}$ Einheit des vierten; den 10000 Einheiten des dritten, 1000 Einheiten des vierten, u. s. w.

Daraus Herleitung mechanischer Regeln über Aufheben u. s. w.

8) Termin- oder Zinsen-Durchschnittsrechnung.

Anmerk. Auch sie gründet sich auf die Reduction auf die Einheit; gegeben sind verschiedene Capitalien, Zeiten, Zinsfüße (im allgemeinsten Falle); gesucht der Durchschnittsfuß, die durchschnittliche Zeit. Eine im Leben nicht unwichtige, für die Schule weniger fruchtbare Rechnung.

Herleitung der Methode an einem allgemeinen Beispiel.

Beisp.: Es sind ausgeliehen 3000 Thlr. zu 5% auf 6 Monate; 2000 Thlr. zu 6% auf 7 Mon.; 1500 Thlr. zu 4% auf 9 Mon.; 1500 Thlr. zu 5% auf 10 Mon. Sie sollen zu gleicher Zeit sammt Zinsen eingezogen werden; wann ist die Verfallzeit (Termin der Zahlung), und welches der durchschnittliche Zinsfuß?

3000 Thlr.	zu	5%	sind gleichwerthig*) mit	15000 Thlr.	zu	1%;
2000 Thlr.	„	6%	„ „ „	12000 Thlr.	„	1%;
1500 Thlr.	„	4%	„ „ „	6000 Thlr.	„	1%;
1500 Thlr.	„	5%	„ „ „	7500 Thlr.	„	1%;
8000 Thlr.	zu	x%	sind gleichwerthig mit	40500 Thlr.	zu	1%.

So viel mal nun das Capital 8000 Thlr. kleiner als das Capital 40500 Thlr., so viel mal muß der Zinsfuß des ersten größer sein, als der des zweiten, d. i. als 1, also

$$x = \frac{40500}{8000} . 1\% = 5\tfrac{1}{16}\%$$

Ebenso:

15000 Thlr.	zu	6	Mon.	sind gleichwerthig mit	90000 Thlr.	auf	1	Mon.;
12000 Thlr.	„	7	„	„ „ „	84000 Thlr.	„	1	„
6000 Thlr.	„	9	„	„ „ „	54000 Thlr.	„	1	„
7500 Thlr.	„	10	„	„ „ „	75000 Thlr.	„	1	„
40500 Thlr.	zu	x%	Mon.	sind gleichwerthig mit	303000 Thlr.	auf	1	Mon.

So viel mal das erste Capital kleiner als das zweite, so viel mal längere Zeit muß es außen stehen, um dieselben Zinsen zu bringen: also

$$\frac{303000}{40500} . 1 \text{ Mon.} = 7\tfrac{13}{27} \text{ Mon.} = 7 \text{ Mon. } 14 \text{ Tage.}$$

Daraus Gewinnung der besondern Regel über Aufheben u. s. w.

---

*) D. h. bringen bei gleicher Zeit dieselben Zinsen.

e. **Rabatt- und Discontorechnung.**

Erklärung. Disconto = Zinsenerlaß; Rabatt = Zahlungsnachlaß (beides also Gew [oder Vl]) nach bestimmtem Procentsatz und auf bestimmte Zeit.

aa. **Berechnung des Rabatts.**

1) Rabatt berechnet, wie häufig auf 1 Jahr ($\frac{1}{2}$ J., $\frac{1}{3}$ J.); dann genügt die einfache Proportion, wie bei der Berechnung des Gewinnes oder Verlustes.

geben einen Erlaß, in gleichem Maße u. s. w. seinen Erlaß.
100 E : P = irgend ein E (Capital) : x *)

Beisp.: Eine Buchhändlerrechnung beträgt 224 Gld. 45 Xr. 2 ₰; Rabatt werden 10% bewilligt, wie viel hat man wirklich zu zahlen?

100 Gld. : $\frac{10}{10}$ Gld. = 224 Gld. 45 Xr. 2 ₰ : x Rabatt.
— 22 „ 28 „ 2 „ Rab.
202 Gld. 17 Xr. - ₰ Zahlung.

Anmerk. Später darf der Schüler gar keine Proportion mehr ansetzen; er weiß, daß er bei 10% Rabatt den 10ten Theil, bei $12\frac{1}{2}$% R. den 8ten Theil, bei $33\frac{1}{3}$% R. den 3ten Theil abziehen muß u. s. w. Die Praxis hat bei dieser so häufig vorkommenden Rechnung sich recht lehrreiche Zerfällungen geschaffen; z. B. 10% Rab. geben für jeden Thaler 3 Sgr. R., für $\frac{1}{2}$ Thlr. — 6 Gröschel, für 8 gGr. — 1 Sgr.; weiter geht die Genauigkeit selten; bei 5% R. jeder Thaler — 6 Gröschel; der halbe — 3 Dreier; 8 gGr. — 1 Sechser u. s. w.**)

2) Rabatt berechnet auf beliebige Zeit; dann ist er dem Wesen nach dasselbe, was Disconto — und auf dieselbe Weise zu finden.

bb. **Berechnung des Disconto's.**

1) Herleitung der Formen.

* Wenn Jemand statt nach bestimmter Zeit sogleich oder überhaupt früher zahlt, so verlöre er die Zinsen des gezahlten Capitals auf die Zeit zwischen dem bestimmten Zahltage (Zahltermin) und dem wirklichen Zahltage; folglich zieht er sich dieselben gleich von der zu leistenden Zahlung ab. Reduciren wir dies auf ein zu zahlendes Capital 100, so zahlt er wirk-

*) Ist nicht nach dem Rabatt oder der Zahlsumme gefragt, sondern nach dem, was gezahlt hätte werden sollen, so muß auf das Hundert gerechnet werden; vergl. darüber die Bemerkung in der Gewinn- und Verlustrechnung.

**) Ich habe diese vulgären Benennungen absichtlich beibehalten; 1 Sechser ist für den Gedanken wirklich etwas Anderes als 6 ₰. Sie sind hervorgegangen aus dem im Volke viel frischeren Bedürfnisse, Discretes nicht blos in den abstracten (mathematischen) Einheitsbegriff — der Zahl — zu vereinigen, sondern wirklich concrete Einheiten zu bilden.

lich nicht 100, sondern 100 — den Zinsen von 100 auf jene Zeit = p*); also 100 — p, folglich statt irgend eines zu zahlenden Capitals (C) entsprechend nur C — Z. Daraus die Form

erniedrigen sich zu in gleichem Maße u. s. w.

$$\overset{\text{S}}{100} : \overset{\text{Z}}{100 - p} = C : \overset{\text{Z**)}}{C - Z}.$$

Oder wie früher

geben einen Erlaß u. s. w.

$$\overset{\text{S}}{100} : p = \overset{\text{S.}}{C} : Z.$$

Die zweite Form ist bequemer und zeigt, wie auch die obige Betrachtung, daß man hier eigentlich nur die Zinsen Z des Capitals C auszurechnen hat, um den Disconto zu erhalten.

Dies ist der Disconto von Hundert — gewöhnlicher Zinsen-Abzug.

** Wenn Jemand nach bestimmter Zeit erst zahlt, so hat er nicht blos das Capital, sondern auch dessen Zinsen zu zahlen, also statt 100 hat er 100 + p, in gleichem Maße statt C — C + Z; dies hat er bei sofortiger Zahlung nicht nöthig; demnach statt 100 + p späterer Zahlung beträgt die sofortige Zahlung 100; in gleichem Maße darf er statt C + Z späterer Zahlung sofort nur C zahlen. Mithin

$$\overset{\text{S}}{100 + p} : 100 = \overset{\text{S}}{C + Z} : C.$$

Oder bequemer

$$\overset{\text{S}}{100 + p} : \overset{\text{Disc.}}{p} = C + Z : Z \text{ (Disconto)}.$$

Dies ist der Disconto auf's Hundert. (Auch Zinsenerlaß, aber die Zinsen berechnet auf 100 + p)***).

Anmerk. Die erste Proportion ad ** zeigt, daß hier das wirkliche Capital C gezahlt wird, also der Zahlende Nichts gewinnt, der Empfänger Nichts verliert wie beim Disconto vom Hundert. Der Unterschied zwischen beiden ist der: wenn irgend ein später zu zahlendes Capital discontirt werden soll, so muß man sich bei dem erstern dasselbe sogleich aus dem jetzt **zu zahlenden und den Zinsen** bestehend denken, während man beim Disconto vom Hundert von der Voraussetzung ausgeht, daß **für den Empfänger das Capital zinsenlos** sei, sich **selbst jedoch solche zueignet**. Dadurch entsteht eben ein Verlust für denselben.

---

*) Wohl zu unterscheiden von P, d. i. den Zinsen von 100 Thlr. auf 1 Jahr; dies p ist also, wenn nicht gerade auf 1 Jahr discontirt wird, erst zu berechnen; natürlich sehr leicht. Ist P = 5% und die Zeit 2 Monate, so betragen die Zinsen von 100 Thlr. in 1 Monat $\frac{5}{12}$ Thlr., in 2 Monaten p = $\frac{5}{6}$ Thlr.; allgemein p = P . n; in Worten?

**) Sehr erleichternd ist es, das eine zu zahlende Capital mit S (soll) und das wirklich gezahlte mit Z zu bezeichnen.

***) Nicht etwa P. Vergleiche das Beispiel.

Uebrigens ist die Differenz zwischen den Resultaten beider Rechenweisen im Leben, wo nur auf kurze Zeit und niedrigen Discontofuß gerechnet wird, ziemlich unbedeutend, so daß man die Rechnung vom Hundert als die bequemere vorzieht. Nachweis durch Beispiele.

*** Der Disconto im Hundert ist, als sehr selten, hier zu übergehen.

2) Aufsuchung der zu leistenden Zahlung (3).

$$\text{Form: } \overset{S}{100} : \overset{Z}{100 - p} = \overset{S}{C} : \overset{Z}{x\,(C - Z)} \text{ von Hundert,}$$

$$\overset{S}{100 + p} : \overset{Z}{100} = \overset{S}{C + Z} : \overset{Z}{x\,(C)} \text{ auf's Hundert; oder}$$

$$\overset{S}{100} : \overset{S}{p} = C : x\,(Z) \text{ vom Hundert,}$$

$$\overset{S}{100 + p} = \overset{S}{C + Z} : x \text{ auf's Hundert.}$$

Beisp.: Wie viel hat man für 1625 Thlr. 27 Sgr. 6 Pf., zahlbar nach 8 Monaten, sofort zu zahlen bei 6% Disconto?

Zunächst so zu berechnen: 100 Thlr. geben in 1 J. 6 Thlr., in $\frac{2}{3}$ J. also 4 Thlr.

$$\overset{S}{100} : \overset{Z}{96} = \overset{S}{1625 \text{ Thlr. } 27 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.}} : \overset{Z}{x} \text{ also vom Hundert.}$$

$$\frac{100 - 4}{25} \qquad \begin{array}{r} -\;65 \text{ „ } \;1 \text{ „ } \;1(\tfrac{1}{5}) \text{ „} \\ \hline 1560 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr. } 5 \text{ Pf.} \end{array} \text{ wirkliche Zahlung;}$$

oder

$$\overset{S}{100} : \overset{\text{Disc.}}{\frac{4}{25}} = \overset{S}{1625 \text{ Thlr. } 27 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.}} : \overset{\text{Disc.}}{x \text{ Thlr.}}$$

$$\begin{array}{r} -\;65 \text{ Thlr. } 1 \text{ Sgr. } 1\tfrac{1}{5} \text{ Pf. Disconto;} \\ \hline 1560 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr. } 5 \text{ Pf. wirkl. Zahlung.} \end{array}$$

Oder noch einfacher und beim Disconto vom Hundert immer vorzuziehen, bloße Berechnung der Zinsen:

$$\frac{\cancel{6000}}{100} : \frac{1625 \text{ Thlr. } 27 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.}}{6503 \text{ „ } 20 \text{ „ } - \text{ „}} \times \frac{\cancel{240} \text{ T.}}{4}$$

$$^{100}\; 65 \text{ Thlr. } 1 \text{ Sgr. } 1\tfrac{1}{5} \text{ Pf. Disconto.}$$

$$\text{Beisp.: } \overset{S}{100 + p} : \overset{\text{Disc.}}{p} = \overset{S}{C + Z} : \overset{\text{Disc.}}{x(C)}\text{, also auf's Hundert.}$$

$$\overset{S}{104^{*)}} : \overset{\text{Disc.}}{\frac{4}{26}} = \overset{S}{1625 \text{ Thlr. } 27 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.}} : \overset{\text{Disc.}}{x(C)}$$

$$\begin{array}{r} -\;62 \text{ Thlr. } 16 \text{ Sgr. } \tfrac{9}{13} \text{ Pf.} \\ \hline 1563 \text{ Thlr. } 11 \text{ Sgr. } 5 \text{ Pf. wirkl. Zahlung.} \end{array}$$

*) Man sieht, wie unangenehm die Rechnung werden kann, wenn das erste Glied keine Factoren, oder, was meistens der Fall, Brüche enthält. Dann muß man nach der Bruchform rechnen, was wieder die Reduction der niedern Sorten nöthig macht, wenn man diese nicht wie im Leben beseitigt.

Oder durch Berechnung der Zinsen, aber bezogen auf $100 + p$ d. i. 104.

Die Form $Z = \frac{C.P.n}{100}$ verwandelt sich demnach in:

$Z = \frac{C.P.n}{100+p}$; in unserm Falle:

$$Z = \frac{1625\frac{11}{12} \times 2 \times 6}{104 \times 3} = \frac{19511}{312} \text{ Thlr.} = 62 \text{ Thlr. } 16 \text{ Sgr. } \tfrac{9}{13} \text{ Pf.}$$

Beisp.: Es verkauft Jemand den 15. September einen Wechsel von 2450 Gld. holländisch (24 Gld. = 13 Thlr. pr. Cour.), der den 5. November zahlbar ist, mit $7\frac{1}{2}$% Disconto, wie viel beträgt der Disconto in preuß. Cour.?*)

Auf's Hundert Disconto (Z) $= \frac{C.P.n.}{100+p} = \frac{2450 \times 25 \times 24}{2425 \times 24}$ Gld.;

denn $p = \frac{25}{24}$ Disc. $= \frac{2450}{97}$ Gld.

24 Gld. : 13 Thlr. pr. Crt. $= \frac{2450}{97}$ Gld. : x pr. Cour.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 1 & 12 \end{array} \qquad \frac{1225}{97}, \quad \frac{1225}{1164}, \quad \frac{15925}{1164} \text{ Thlr. Cour.} = 13 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 5\tfrac{25}{97} \text{ Pf.}$$

oder

24 Gld. : 13 Thlr. pr. Cour. = 2450 Gld. : x pr. Cour.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 1 & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 1225 & \text{Thlr. pr. Cour.} \\ 102\frac{1}{12} & \text{"} \\ \hline 1327\frac{1}{12} & \text{Thlr. pr. Cour.} \end{array}$$

Disc. $= \frac{15925.25.24}{12.24.2425}$ Thlr. $= \frac{15925}{1164}$ Thlr. pr. Cour. wie oben.

Vom Hundert: gerechnet zu $\frac{15}{2}$%.

Disc. $= \frac{2450 \times 50}{2400}$ Gld. $= \frac{1225}{24}$ Gld.; div. noch durch 2.

---

*) Es soll diese Aufgabe zeigen, wie man auch solche mit Reductionen verbundene Disconto-Exempel ohne Hilfe des hier sehr ungeschickten Kettensatzes durch die Proportion berechnen könne.

24 Gld. : 13 Thlr. pr. C. = 1225 Gld. : x Thlr. pr. Cour.

12 | 2   48   1225 Thlr. Cour.
1 | 12

$$\frac{1225}{96}$$

$$\frac{1225}{1152}$$

$$\frac{15925}{1152}\text{ Thlr. pr. C.} = 13\text{ Thlr. }24\text{ Sgr. }8\tfrac{9}{16}\text{ Pf.}$$

Oder um die großen Brüche zu vermeiden, betrachte man $\frac{1225}{48}$ Gld. bald als Thaler*), so erhält man 25 Thlr. 15 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf.; demnach

24 Gld. : 13 Thlr. pr. C. = 25 Thlr. 15 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf. : x Thlr.

12 | 2   12 " 22 " $9\frac{3}{4}$ "
1 | 12   1 " 1 " $10\frac{13}{16}$ "

13 Thlr. 24 Sgr. $8\frac{9}{16}$ Pf.

3) Aufsuchung der drei andern Größen: der zu leistenden Zahlung, des Discontofußes, der Zeit.

Anmerk. Gefunden werden sie durch eine Umkehrung der unter 1 aufgeführten Proportionen, eine Operation, die dem Schüler leicht fallen wird, wenn er sich an die gegebenen Zeichen gewöhnt hat. Da indessen diese Fragen namentlich die nach der zu leistenden Zahlung (S) in der Praxis selten vorkommen können, und weil gerade in diesen auf's Hundert gerechnet werden muß, so ist es sehr gerathen, um einer geringen Denkübung willen, dem Rechner die Arbeit nicht durch ungeschickte Zahlen zu verbittern. Am häufigsten dürfte noch vorkommen die Berechnung des Discontofußes und der Zeit, daher dafür ein Beispiel. Noch bemerke ich, daß alle die Aufgaben, in welchen die Summe von Capital und Zinsen, Procente und Zeit gegeben, dagegen nach dem ursprünglichen Capital gefragt wird, hierher gehören, während sie in einigen Sammlungen unter der Zinsrechnung aufgeführt sind.

Beisp.: 624 Thlr., in 8 Monaten zahlbar, sind mit 600 Thlr. discontirt worden, zu wieviel % Disconto?

Erläut. Da hier das zu zahlende Capital S und die wirkliche Zahlung Z gegeben, so ist das erste als C + Z zu betrachten, also auf's Hundert zu rechnen.

Also die Proportion $C : C + Z = 100 : 100 + p$

*) Vergleiche die Coursrechnung.

$$\overset{Z}{600}\ \text{Thlr.} : \overset{S}{624}\ \text{Thlr.} = \overset{Z}{100}\ \text{Thlr.} : x\ \overset{S}{(100+p)}\ \text{Thlr.}$$

$$\begin{array}{r} 104 \\ -\ 100 \\ \hline 4\ \text{Thlr.} \end{array} = p,$$ d. i. Zinsen auf 8 Mon.;

folglich auf 1 Mon. $\frac{1}{2}$ Thlr.; auf 1 Jahr 6 Thlr.; demnach war zu 6 % discontirt.

Beisp.: 624 Thlr. sind bei 6 % Disconto mit 600 Thlr. discontirt worden, auf welche Zeit?

$$\overset{Z}{600}\ \text{Thlr.} : \overset{S}{624}\ \text{Thlr.} = \overset{Z}{100}\ \text{Thlr.} : x\ \overset{S}{(100+p)}\ \text{Thlr.}$$

$$\begin{array}{r} 104\ \text{Thlr.} \\ -100\ \text{''} \\ \hline 4\ \text{Thlr.} \end{array} = p,$$ da nun 6 % auf 12 Mon.

berechnet sind, also auf 1 Mon. $\frac{1}{2}$ Thlr., so gehören zu 4 Thlr. Disconto 8 Monate, also war auf 8 Monate discontirt.