

Geschichte der absoluten Mafseinheiten.

Von Dr. A. Kiel.

Zweiter Teil.

I.

Ausbildung der absoluten elektrischen Mafse.

In einer früheren Abhandlung, welche dem Jahresberichte unseres Königlichen Gymnasiums für das Schuljahr 1889—90 beigegeben war, habe ich nach einer kurzen Darstellung der Geschichte der Fundamenteinheiten die grundlegende Arbeit von Gaußs¹⁾ besprochen, worin derselbe die Messung der magnetischen Kräfte auf die drei Fundamenteinheiten der Länge, Masse und Zeit zurückführt. Ich habe dann ferner gezeigt, wie Wilhelm Weber dieses System absoluter magnetischer Mafsbestimmungen auf das sogenannte elektromagnetische Mafs elektrischer Ströme übertragen hat. In der folgenden Abhandlung soll gezeigt werden, in welcher Weise das von W. Weber begründete elektromagnetische Mafssystem bis zur Gegenwart sich ausgebildet und durch die einschlägigen Arbeiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg seinen Abschluß bekommen hat.

In dem elektromagnetischen Mafssystem werden die Bewegungswirkungen zwischen Strömen und Magneten zur Definition des elektrischen Widerstandes, der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft bezüglich der elektrischen Spannungs- oder Potentialdifferenz verwertet. W. Weber legte seinen elektrischen Einheiten ebenso wie Gaußs den magnetischen als Grundmafse das Millimeter, das Milligramm und die Sekunde zu Grunde. Hierin ist der Grund zu suchen, dafs es lange Zeit gedauert hat, bis die Untersuchungen Webers eine allgemeine Anwendung gefunden haben²⁾. Denn die auf die genannten Grundeinheiten aufgebauten Einheiten der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes lassen sich für praktische Zwecke nicht verwenden. Für die Bestimmung der Stromstärke war die Weber'sche Wahl nicht ungünstig. Denn die Weber'sche Stromeinheit ist 1,0489 mal gröfser als die chemische, welche in 1 Minute 1 Kubikcentimeter Knallgas zersetzt. Wenn man dagegen die Siemens'sche Widerstandseinheit,

1) *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata.* In Nr. 53 von Ostwalds Klassikern der exakten Wissenschaften ist die Abhandlung von mir ins Deutsche übersetzt.

2) Die Abhandlung Webers über Widerstandsmessungen, worin das absolute elektrische Mafs zum ersten Male auftritt, wurde im Jahre 1850 herausgegeben.

welche sich für praktische Zwecke außerordentlich eignet, im Weber'schen Maße ausgedrückt, so kommt man auf die Anzahl von nahezu 10 000 Millionen. Wenn man daher die Widerstände langer Telegraphenleitungen in diesem Maße angeben wollte, müßte man dazu ungeheuer große Zahlen gebrauchen. Auf ähnlich große Zahlen kommt man bei der Berechnung der elektromotorischen Kräfte, die praktisch verwendet werden. Ein zweiter Übelstand lag darin, daß die von Weber geschaffenen elektrischen Einheiten einer kurzen Bezeichnung ermangelten. Man benannte sie durch die Dimensionsfunktionen ihrer Fundamenteinheiten. Es wurde also gesagt, daß

eine beobachtete Stromstärke $i = n$ ($\text{mg}^{1/2} \text{mm}^{1/2} \text{sec}^{-1}$)

eine elektromotorische Kraft $a = n$ ($\text{mg}^{1/2} \text{mm}^{3/2} \text{sec}^{-2}$)

und ein Widerstand $W = n$ (mm sec^{-1}) sei.

Der Unbequemlichkeit wegen ließen nun die Beobachter die Bezeichnung der Einheiten oft aus, nachdem sie dieselben anfangs in Worten angegeben hatten, und gaben dadurch häufig zu den unangenehmsten Irrtümern Veranlassung.

Im Jahre 1861 hat daher die British Association for the advancement of science die Aufgabe in die Hand genommen, auf Grund des Weber'schen Maßsystems eine Wahl von passenden Einheiten zu treffen und passende Namen dafür festzustellen. Die British Association hat nun auf den Vorschlag von William Thomson als Grundeinheiten das Gramm, das Centimeter und die Sekunde gewählt. Seitdem ist denn auch dieses sogenannte C. G. S.-System allgemein in die Physik eingeführt. Aber auch diese Grundeinheiten liefern noch elektrische Einheiten, deren Größen von praktisch zu messenden Größen sehr verschieden sei. Die British Association hat daher beschlossen, die Grundeinheiten des Thomson'schen Systems mit gewissen Potenzen von 10 zu multiplizieren oder zu dividieren und dadurch für die elektrischen Erscheinungen Einheiten von praktisch zweckmäßiger Größe zu bilden. Man nahm nämlich

1) als Längeneinheit 10^9cm (annähernd gleich der Länge des Erdmeridianquadranten)

2) als Masseneinheit 10^{-11}g

3) als Zeiteinheit, wie Gaußs, die Sekunde.

Als Benennung für die nach diesen Einheiten definierten elektromagnetischen Maße sind dann die Namen berühmter Männer ausgewählt worden, welche sich um diesen Teil der Physik besondere Verdienste erworben haben. Die Widerstandseinheit wurde nach Ohm, welcher den Einfluß des Widerstandes auf die Stromstärke zuerst richtig festgestellt hat, anfänglich Ohmad und später Ohm genannt.

Die elektromotorische Krafteinheit wurde nach Volta, der zuerst die Existenz einer solchen Kraft nachwies, mit Volt bezeichnet.

Für die Einheit der Stromstärke hatte die British Association keinen besonderen Namen vorgeschlagen. Die englischen Elektriker fühlten später das Bedürfnis, auch für die Stromstärke ein besonderes Wort zu haben und gebrauchten dafür allmählich immer mehr den Namen Weber. In Deutschland wurde damit aber die ursprünglich von Weber selbst gebrauchte Stromeinheit gebraucht. So gab es schließlich 2 Webereinheiten, von denen die englische zehnmal so groß war als die Deutsche.

Die englische Ausführung des ursprünglich deutschen Systems von Gaußs und Weber ist für die wissenschaftlichen und technischen Berechnungen der elektrischen Arbeitsleistungen von großer Bequemlichkeit. Die betreffenden Namen sind schnell und

allgemein angenommen worden, besonders deswegen auch, weil ihre Werte mit den früher gebräuchlichen Einheiten (dem Daniell-Element und der Siemenseinheit) ungefähr übereinstimmen. Aber die praktische Herstellung dieser Masseinheiten, nach ihrer theoretischen Definition ausgeführt, bereitete die größten Schwierigkeiten, so besonders die absolute Bestimmung des Ohm. Die Versuche, welche die British Association veranlafte, sind hauptsächlich nach den Plänen und unter Leitung von Clerk Maxwell im Laboratorium der Universität Cambridge in den Jahren 1863 und 1864 ausgeführt worden. Es wurden 3 Originaldrähte von verschiedenen Legierungen edler Metalle als Etalons des Ohms hergestellt. Aber nicht allein die von den verschiedenen Werkstätten hiervon abgenommenen Kopien, sondern auch die Originale selbst zeigten bald kleine Abweichungen von einander. Es ist dies nicht zu verwundern, da die elektrischen Ströme, welche durch Drähte aus festem Metalle gehen, den Krystallisationszustand und damit das Leitungsvermögen auf die Dauer verändern. Außerdem stimmten die Werte, welche verschiedene Physiker für das Ohm durch ihre Versuche feststellten, durchaus nicht überein. Unter diesen Umständen konnte man sich in Deutschland, wo die inzwischen (1860) von Siemens hergestellte Quecksilbereinheit eine unbedingt zuverlässige Vergleichbarkeit elektrischer Messungen ermöglichte, nicht entschließen, das englische System anzunehmen, obwohl es absolute Einheiten von praktischer Anpassung enthielt. Man behielt in Deutschland das willkürliche System bei, demgemäß man den Widerstand nach Quecksilbereinheiten, die Stromstärke nach der Anzahl der in 1 Minute zersetzten Kubikcentimeter Knallgas und die elektromotorische Kraft nach Daniells berechnete. An dieses Siemens'sche System, wie wir es kurz bezeichnen wollen, schlossen sich Österreich, zum Teil auch Rußland und ein Teil der östlichen Länder an. Das englische System dagegen hat nicht nur über England und die englisch sprechenden Länder, sondern auch über Frankreich Ausbreitung gefunden. Nun war es ein wesentliches Bedürfnis zu erreichen, daß das Verhältnis der von beiden Ländergruppen gebrauchten Masse ganz genau festgesetzt oder aber eine völlige Übereinstimmung hergestellt werde.

Um dies zu erzielen, trat am 15. September 1881 in Paris ein ElektriKER-Kongress zusammen, dem die hervorragendsten Physiker aller Länder angehörten. Dieser Kongress, der bis zum 5. Oktober desselben Jahres tagte, nahm die Festsetzungen der British Association bezüglich der praktischen Einheiten des Widerstandes, der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke, sowie deren Benennungen an. Nur für die Stromeinheit wurde ein anderer Name, nämlich Ampere (an deutsche Sprechweise angepaßt) eingeführt und zwar, wie es scheint, auf besondere Zustimmung von seiten des Prof. Helmholtz, welcher aus dem Umstande, daß der in England allgemein üblich gewordene Name Weber für 2 Stromstärken in Gebrauch war, die Befürchtung schöpfte, daß Verwirrung entstehen würde, wenn man die praktische Stromeinheit auch Weber nenne. Jedenfalls hat Helmholtz nirgends dem Bedauern Ausdruck gegeben, daß bei der Benennung der verschiedenen praktischen Einheiten der Schöpfer des ganzen Systems mit einem bloßen Beglückwünschungstelegramm abgefunden wurde.

Es wurden aber von diesem Kongress die von der British Association hergestellten Widerstandsetalons nicht für hinreichend korrekt anerkannt. Über die „legale“ Größe des Ohm konnte man sich jedoch nicht einigen. Hierüber sollte vielmehr ein zweiter

Kongreß den endgültigen Beschluß fassen. Diese zweite Konferenz trat im April 1884 zusammen. Dieselbe beschloß, besonders aus den Gründen, welche die deutschen Delegierten (v. Helmholtz und Werner v. Siemens) in den Beratungen des Jahres 1881 hervorgehoben hatten, das als Norm vorzuschlagende legale Ohm durch sein Verhältnis zu der viel genauer bestimmbar Siemens'schen Quecksilbereinheit (dem Widerstand einer Quecksilbersäule von 100 cm Länge und 1 qmm Querschnitt bei der Temperatur von 0°) zu definieren. Es wurde neben den alten Bestimmungen eine Reihe neuer Arbeiten über den wirklichen Wert des Ohm unterbreitet. Die Übersicht der Resultate dieser Bestimmungen, welche der Konferenz vorgelegen hatten, ist die folgende. Die Kolumne Siemens'sche Quecksilbereinheit giebt den Widerstand dieser Einheit in Ohm, die Kolumne „Quecksilbersäule“ giebt die Länge derjenigen Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt, welche bei der Temperatur des schmelzenden Eises einen Widerstand von 1 Ohm hat.

Jahr	Beobachter	Siemens Quecksilber- einheit	Quecksilber- säule cm	Methode
1864	Komite der British Association	0,9539	104,83	Brit. Association
1881	Rayleigh und Shuster	0,9436	105,98	„
1882	H. Weber	0,9421	106,14	„
1874	F. Kohlrausch	0,9442	105,91	W. Weber
1884	Mascart	0,9406	106,32	„
1884	Wiedemann	0,9417	106,19	„
1878	Rowland	0,9453	105,79	Kirchhoff
1882	Glazebrook	0,9408	106,30	„
1884	Mascart	0,9406	106,32	„
1884	F. Weber	0,9400	105,37	„
1884	Roiti	0,9443	105,90	Roiti
1873	Lorenz	0,9337	107,10	Lorenz
1884	„	0,9417	106,19	„
1883	Rayleigh	0,9412	106,24	„
1884	Lenz	0,9422	106,13	„
1882	Dorn	0,9482	105,46	W. Weber
1883	Wild	0,9462	105,68	„
1884	H. F. Weber	0,9500	105,26	„
1866	Joale	0,9413	106,23	Joale
		Mittelwert	106 cm	

Obgleich die Ergebnisse der einzelnen Untersuchungen der vorstehenden erprobten Experimentatoren noch bis $\frac{1}{2}$ im Mehr oder Minder von dem Mittelwert 106 abweichen, glaubte man doch für die Bedürfnisse der Elektrotechnik mit dem genannten Mittelwerte sich beruhigen zu können und nahm diesen endgültig für die gesuchte Maßeinheit an.

Der Elektriker-Kongreß nahm noch zwei neue praktische Einheiten an, nämlich das Coulomb als Einheit der Elektrizitätsmenge, und das Farad als Einheit der Kapazität. 1 Coulomb ist diejenige Elektrizitätsmenge, welche 1 Ampere in 1 Sekunde liefert. 1 Farad ist die Kapazität eines Kondensators, der 1 Coulomb enthält, wenn die Potentialdifferenz der beiden Platten 1 Volt beträgt.

Seit jener Zeit sind nun die Methoden für die Bestimmungen der elektrischen Grund-

einheiten, besonders des Ohm sehr verbessert worden, und es ist damit auch das Bedürfnis genauerer Messungen in der Elektrotechnik gestiegen. Um über die wahrscheinlichste Beziehung des theoretischen Ohm zur Siemens-Einheit möglichst Klarheit zu schaffen, hat die Physikalisch-Technische Reichsanstalt zu Charlottenburg von den deutschen Physikern, welche sich vornehmlich mit hierher gehörigen Arbeiten beschäftigt haben, Gutachten erbeten, nämlich den Herren Professor Dorn in Halle, Professor Himstedt in Gießen, Professor F. Kohlrausch in Straßburg und Wiedemann in Leipzig. Der erstgenannte Gelehrte hat infolge dieser Aufforderung seine schon vorher begonnenen kritischen Studien der früheren Ohmbestimmungen bedeutend erweitert. Die so entstandene ausführliche Arbeit liefert als Hauptresultat, daß die Länge von 106,28 cm der Wahrheit jedenfalls sehr nahe kommt. Die kürzeren Gutachten der anderen Physiker kamen im Wesentlichen zu demselben Ergebnis. Andererseits ist aber auch der Board of Trade, um einen diesbezüglichen Gesetzentwurf für Großbritannien auszuarbeiten, der Prüfung des wahren Werts des Ohm näher getreten und hat sich für die Länge von 106,3 cm entschieden. Sonst hält, um dies gleich hier vorweg zu nehmen, der Gesetzentwurf die Anträge des Pariser Kongresses von 1884 im Wesentlichen fest und giebt die für ihre praktische Anwendung noch erforderlichen Ausführungsbestimmungen. Da auch in Deutschland die gesetzliche Regelung dieser Angelegenheit als ein dringendes Bedürfnis sich geltend machte, arbeitete das Kuratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt während des Jahres 1892 gleichfalls einen Gesetzentwurf aus. Dabei sah sich das genannte Kuratorium vor die Frage gestellt, ob man bei der Festsetzung der wichtigsten Einheit, des Ohm nämlich, den aus dem Dorn'schen Gutachten sich ergebenden Wert von 106,28 cm wählen, oder ob man schließlic dem Beispiel des englischen Entwurfs folgend, sich für 106,3 cm entscheiden sollte. Bei der Wichtigkeit der Übereinstimmung mit den englischen Festsetzungen entschied man sich für den Wert 106,3 cm.

In dem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgearbeiteten Gesetzentwurf hat jedoch die Definition des praktischen Ohm gegenüber den Pariser Beschlüssen des Jahres 1884, sowie den Englischen Vorschlägen noch eine formelle Abänderung erfahren. Man hat früher das Ohm als den Widerstand einer Quecksilbersäule von bestimmter Länge und bestimmtem Querschnitt definiert; in dem von der Technischen Reichsanstalt ausgearbeiteten Gesetzentwurf jedoch ist die Vorschrift über den Querschnitt durch eine solche über die Masse der Quecksilbersäule ersetzt. Der Grund davon ist folgender. Der Querschnitt der Quecksilbersäule bei der älteren Anweisung ist durch Linearmessungen nicht zu ermitteln. Man ist deshalb genötigt, die Masse der Quecksilberfüllung in Gramm durch Wägung zu bestimmen und hierauf aus der gemessenen Länge der Säule, aus jenem Gewicht und dem spezifischen Gewicht des Quecksilbers den Querschnitt zu ermitteln. Hierbei greift man auf die dem metrischen Maß- und Gewichtssystem ursprünglich zu Grunde liegende Beziehung zwischen Längen- und Masseneinheit zurück. Diese Beziehung ist aber nur mit einer Genauigkeit von höchstens 0,01 pCt. bekannt. Denn das im Archiv zu Paris aufbewahrte Urkilogramm, nach welchem durch Wägung die internationalen Kilogrammprototypen geacht sind, stellt nur annähernd die Masse eines Cubikdecimeters Wasser größter Dichte dar, wenn auch das Verhältnis sehr nahe $=1$ ist. Die hieraus folgende Unsicherheit geht in die Bestimmung des Ohm

ein, solange für dieselbe die Bestimmung des Querschnittes der Quecksilbersäule erfordert wird. Dagegen bleibt die Unsicherheit außer Betracht, wenn man mit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt „das Ohm erklärt als den elektrischen Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106,3 cm und deren Gewicht 14,452 g beträgt.“

Die Einheiten der Länge und der Masse sind bekanntlich durch Abstand der Endstriche auf einem Platiniridiumstab und durch die Masse eines Platiniridiumcylinders gegeben, so daß diese Platinstücke die Definition der genannten Einheiten verkörpern. Die Einheit des elektrischen Widerstandes ist in gleicher Weise nicht zu verkörpern, denn die Herstellung einer Quecksilbersäule von genau vorgeschriebenen Abmessungen ist mit hinreichender Sicherheit nicht ausführbar. Um nun aber doch ein Urnormal für den elektrischen Widerstand zu schaffen, schlägt der von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gemachte Gesetzentwurf vor, daß ihr aufgetragen werde, eine Glasröhre auszusuchen, deren Quecksilberfüllung einen elektrischen Widerstand von ungefähr 1 Ohm hat, und den genauen Wert dieses Widerstandes in Ohm durch Kalibrierung und Längenmessung der Röhre sowie durch Auswägung ihrer Quecksilberfüllung zu ermitteln. Da jedoch bei allen Glasröhren geringe Veränderungen des Volumens im Laufe der Jahre nicht ausgeschlossen sind, auch wenn die Röhren aus den besten Glasarten gezogen und mit allen Vorsichtsmaßregeln gekühlt wurden, so bedarf es einer fortgesetzten Beobachtung dieses Urnormals des Widerstandes. Um aber diese Kontrolle und die Auffindung etwaiger Veränderungen des Urnormals zu erleichtern und bei Beschädigung oder Verlust desselben einen sofortigen Ersatz zu ermöglichen, werden mehrere Röhren ausgewählt, die aus Glas verschiedenen Ursprungs und verschiedenen Alters gefertigt sind, und mit gleicher Sorgfalt wie beim Urnormal der Widerstand ihrer Quecksilberfüllung durch Vergleichen mit dem Urnormal ermittelt. Diese Röhren ermöglichen zugleich bei etwaiger Beschädigung des Urnormals, wie sie bei dem zerbrechlichen Material, an welches dieses gebunden ist, immerhin vorkommen kann, dasselbe sofort zu ersetzen, ohne daß die zu Grunde liegende Einheit eine Änderung erfährt. Und um den Ersatz des Urnormals auch bei Verlust desselben durch Naturereignisse, Feuersbrunst und dergleichen zu sichern, werden die einzelnen Röhren an räumlich getrennten Orten aufbewahrt.

Als Normale für amtliche Beglaubigungszwecke sollen ausschließliche Drahtwiderstände Verwendung finden, deren Widerstandswert in Ohm durch Anschluß an das Urnormal ermittelt und durch alljährlich wenigstens einmal zu wiederholende Vergleichen mit demselben sicher gestellt wird. Diese Drahtwiderstände bieten auch noch den Vorteil, daß sie sich auf Vielfache und Bruchteile des Ohm genau abgleichen lassen.

So ist denn durch die eifrige Arbeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt die viel umstrittene Frage nach der „legalen“ Größe des Ohm unter der umsichtigen Leitung von Helmholtz zum Abschluß gebracht.

In gleicher Weise hat das genannte Institut strenge Definitionen für die praktische Herstellung und Anwendung der übrigen elektrischen Einheiten aufgestellt.

Als 1 Ampere insbesondere wird derjenige Strom erklärt, welcher beim Durchgang durch eine wässrige Lösung von salpetersaurem Silber unter Einhaltung der für die

Abscheidung günstigsten Bedingungen 0,001 118 Gramm Silber in einer Sekunde mittlerer Sonnenzeit niederschlägt.

Um ferner die Ermittlung der Stromstärken und Spannungsdifferenzen auch unter Zuhilfenahme galvanischer Normalelemente zu ermöglichen, wird die elektromotorische Kraft solcher Elemente in Volt ermittelt und für die Ausgabe amtlich beglaubigter Normalelemente Sorge getragen. Bis jetzt hat die Reichsanstalt nur Clarkelemente hergestellt und die elektromotorische Kraft derselben bis auf 0,001 Volt ermittelt. Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß in der Folge auch andere Normalelemente zur Beglaubigung zugelassen werden können.

Das Kuratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt hat bei der Festsetzung der drei elektrischen Grundeinheiten die theoretischen Definitionen weggelassen und nur die praktische Anschaulichkeit und Herstellung im Auge behalten. Dieses Vorgehen kann nur die volle Anerkennung in Anspruch nehmen. Denn die theoretischen Definitionen gehören nur in die Begründung der Wahl der Mafseinheiten. In gleicher Weise berücksichtigt die Mafs- und Gewichtsordnung nicht die ursprüngliche Herleitung des Meter als zehnmillionsten Teils des Erdquadranten, sondern hat sich vielmehr darauf beschränkt, das Meter als Länge eines bestimmten Stabes zu erklären.

II.

Das absolute elektrostatische Mafs.

Die elektromagnetischen Mafse sind durch Vermittlung des absoluten magnetischen Mafses auf die Grundeinheiten zurückgeführt und erscheinen daher in einer gewissen Abhängigkeit von dem magnetischen Mafse. Aus der Unabhängigkeit der elektrischen Grundgesetze von den magnetischen geht aber hervor, daß dies in der Sache keineswegs begründet ist. Es hat daher W. Weber noch zwei andere Mafssysteme hergestellt, bei denen er ausschließlicly die elektrischen Wirkungen und deren Gesetze zu Hilfe nimmt.

Das eine ist das elektrodynamische Mafssystem, bei welchem Weber auf die Grundgesetze der Elektrodynamik und Volta-Induktion zurückgeht. Weber wurde durch die Prüfung des von Ampère aufgestellten elektrodynamischen Grundgesetzes auf dieses System geführt. Um sie auszuführen, war es notwendig, die elektrodynamischen Kräfte direkt zu messen, d. h. sie mit mechanischen Kräften zu vergleichen, indem man elektrodynamische und genau meßbare mechanische Kräfte einander entgegen wirken läßt, und beobachtet, wann sie sich das Gleichgewicht halten. Weber berechnete das Drehungsmoment, welches ein fester Kreisstrom auf einen beweglichen in verschiedenen Lagen ausübt, und verglich mit den Resultaten der Rechnung die ablenkenden Kräfte, welche ein Kreisstrom in diesen Lagen auf einen anderen ausübte¹⁾. Er konstruierte zu

1) W. Weber. Elektrodynamische Mafsbestimmungen. I. Teil. Leipzig 1846.

diesem Zwecke das Elektrodynamometer. Die elektrodynamische Stromeinheit ist durch die Erklärung gegeben, daß ein die Flächeneinheit umkreisender Strom einem anderen ebenfalls die Flächeneinheit umkreisenden ein der Einheit gleiches reduciertes Drehungsmoment erteilt, wenn die Ebenen beider Ströme zu einander senkrecht sind, und die Ebene des beweglichen Stromes die des festen Stromes halbiert.

Eine praktische Anwendung haben die elektrodynamischen Einheiten nicht gefunden. Es ist bemerkenswert, daß dieselben von gleicher Art sind wie die elektromagnetischen Einheiten und daß beide sich nur durch Zahlenfaktoren unterscheiden. So verhält sich die absolute Einheit der Stromintensität in dem dynamischen zu jener im elektromagnetischen System wie 1 zu $\sqrt{2}$; die elektromotorischen Krafteinheiten verhalten sich wie $\sqrt{2}$ zu 1; ferner ist die dynamische Widerstandseinheit 2mal größer als die elektromagnetische.

Während die elektrodynamischen Maßeinheiten die Grundeinheiten der Länge, Masse und der Zeit in denselben Potenzen enthalten wie die elektromagnetischen, unterscheidet sich von diesen beiden das dritte absolute elektrische Maßsystem, welches W. Weber ebenfalls vorgeschlagen und zum ersten Male mit R. Kohlrausch gemeinsam durchgeführt hat¹⁾, auch durch die Dimensionen, in welchen es die Grundeinheiten enthält. Es ist das sogenannte elektrostatische Maßsystem. Dasselbe wird auch das mechanische genannt und zwar darum, weil ihm genau dasselbe Princip zugrunde liegt, welches Gauss im Anfange seiner Abhandlung: „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstofsungskräfte“ auf die gravitierenden Massen anwendet. In der genannten Abhandlung bestimmt Gauss die absolute Masseneinheit der ponderablen Materie dahin, daß sie die auf einen Punkt vereinigte Masse sei, welche, wenn sie auf eine ihr gleiche Masse eine Sekunde lang aus der Entfernung der Längeneinheit einwirkt, eine relative Geschwindigkeit beider Massen von der Längeneinheit erzeugt²⁾.

Weil das Coulomb'sche Gesetz in der Form mit dem Newton'schen Gravitations-

1) W. Weber und R. Kohlrausch, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maß.

2) Die Masseneinheit käme in diesem System auf circa $1,52 \cdot 10^7$ Gramm. Die Berechnung derselben geschieht folgendermaßen. Nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz ist die zwischen 2 Massen m und m_1 in der Entfernung l stattfindende gegenseitige Anziehung $F = C \cdot \frac{m \cdot m_1}{l^2}$, worin C eine konstante Größe bezeichnet. Um den Wert dieser Constanten zu bestimmen, betrachtet man zunächst, wie 1 g auf der Erdoberfläche von der Erde angezogen wird. Wir haben in diesem Falle (C. G. S. System vorausgesetzt) $F = 981$; $m = 1$; $m_1 = 6,03 \cdot 10^{27}$ g = Masse der Erde unter der Annahme der Dichte 5,57; $l = 6,37 \cdot 10^8$ cm = Radius der Erde. Darnach ist

$$C = \frac{981 \cdot 6,37^2 \cdot 10^{16}}{6,03 \cdot 10^{27}} = \frac{1}{1,55 \cdot 10^7}$$

Die Beschleunigung eines Grammes, welche in der Entfernung l cm durch die Anziehung einer Masse von m Gramm hervorgebracht wird, ist:

$$a = C \cdot \frac{m}{l^2}$$

worin C den soeben angegebenen Wert hat.

Diese Gleichung zeigt, daß, wenn $a = 1$ und $l = 1$, dann $m = \frac{1}{C}$ sein muß, mit anderen Worten: die Masse, welche die Einheit der Beschleunigung in der Entfernung 1 cm erzeugt, ist $1,52 \cdot 10^7$ Gramm.

gesetz übereinstimmt, läßt sich entsprechend die elektrische Masseneinheit als diejenige Elektrizitätsmenge erklären, welche, wenn sie auf eine ihr gleiche Elektrizitätsmenge, die fest mit der ponderablen Masseneinheit verbunden ist, eine Sekunde lang aus der Entfernung 1 einwirkt, jener ponderablen Masseneinheit eine Geschwindigkeit von der Längeneinheit erteilt (von der Einwirkung der ponderablen Massen auf einander ist hierbei abgesehen).

Aus dieser Bestimmung der Elektrizitätsmenge leitete Weber die übrigen elektrischen Einheiten folgendermaßen ab. Als Einheit der elektromotorischen Kraft setzt er diejenige Kraft fest, welche der ponderablen Masseneinheit, an welcher das elektrische Teilchen haftet, die Einheit der Beschleunigung erteilt. Man sieht hieraus, daß die Feststellung eines eigenen Maßes für die elektromotorischen Kräfte gar nicht nötig ist, sondern daß dafür das für alle Kräfte in der Mechanik festgestellte Maß genügt. Wie man ferner in der Mechanik die Stromstärke irgend einer Flüssigkeit durch die Anzahl der Masseneinheiten derselben mißt, welche in der Sekunde durch den Querschnitt des Strombettes geführt werden, so stellt auch der Zahlenwert, der die Stärke des elektrischen Stromes angiebt, die Menge der Elektrizität dar, welche in der Sekunde durch einen gegebenen Querschnitt fließt.

Aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke bestimmt sich nach dem Ohm'schen Gesetz von selbst der Widerstand.

Die wichtigste elektrostatische Einheit ist die Elektrizitätsmenge. An sich betrachtet, ist dieselbe eine reine Rechengröße. Wie sehr dies der Fall ist, geht am besten aus der Erklärung hervor, welche Kirchhoff in seinen Vorlesungen über Elektrizität und Magnetismus¹⁾ hiervon giebt. Die Ableitung dieser Erklärung ist folgende. Die Abstofsungskräfte, welche zwei elektrische Körper auf einander ausüben, hängt außer von der Entfernung der beiden Körper auch von ihnen selbst ab. Stellen wir uns vor, daß in aufeinander folgenden Versuchen die Kräfte gemessen werden, die in der Einheit der Entfernung verschiedene Körper A_1, A_2, A_3, \dots auf einen Körper B ausüben; bezeichnen wir diese Kräfte durch $(A_1B), (A_2B) \dots$ oder $(BA_1), (BA_2) \dots$ und stellen uns weiter vor, daß dann die Versuche wiederholt werden, indem statt des für B gewählten Körpers ein anderer genommen wird. Es zeigt sich, daß die Verhältnisse

$$(A_1B) : (A_2B) \dots$$

von der Natur des Körpers B unabhängig sind, daß also:

$$(A_1B_1) : (A_2B_1) = (A_1B_2) : (A_2B_2)$$

oder

$$(A_1B_1) = \frac{(A_2B_1) \cdot (A_1B_2)}{(A_2B_2)}$$

Die Körper A_2 und B_2 mögen nun ihrer Natur und Elektrisierung nach übereinstimmen mit einem beliebig gewählten Körper 0, den wir als Normalkörper annehmen wollen. Bezeichnen wir ferner die Körper A_1 und B_1 kurz mit 1 und 2, so lautet obige Gleichung:

$$(1,2) = \frac{(0,2) \cdot (1,0)}{(0,0)} = \frac{(1,0) \cdot (2,0)}{(0,0)}$$

1) p. 4.

oder

$$(1,2) = \frac{(1,0)}{\sqrt{(0,0)}} \cdot \frac{(2,0)}{\sqrt{(0,0)}},$$

wo das Vorzeichen von $\sqrt{(0,0)}$ beliebig gewählt sein kann. Von den beiden Faktoren rechts hängt der erste nur von dem Körper 1, der zweite ebenso von dem Körper 2 ab; wir bezeichnen sie mit e_1 und e_2 , so daß

$$e_1 = \frac{(1,0)}{\sqrt{(0,0)}}, \quad e_2 = \frac{(2,0)}{\sqrt{(0,0)}}$$

und diese Größen sind nach Kirchhoff die **Elektrizitätsmengen**, welche die Körper enthalten. Offenbar ist diese Größe e eine Funktion des elektrischen Zustandes des Körpers 1 oder 2 und zwar eine solche Funktion, welche durch keine inneren oder äußeren elektrischen Vorgänge vermehrt oder vermindert werden kann. Diese Unzerstörbarkeit der Größe e , welche dieselbe auch gegenüber anderen als rein elektrischen Vorgängen bewahrt, hat die Vermutung wachgerufen, daß e die Menge einer in dem Körper (oder wenigstens auf der Oberfläche desselben) befindlichen Substanz angebe. Entsprechend dieser Anschauung nennen wir e die Menge der in dem ponderablen Körper enthaltenen Elektrizität. Allerdings kann e positiv oder negativ sein, während die Menge einer Substanz notwendig positiv ist. Man hat deshalb die Hypothese vervollständigt durch die Annahme zweier Elektrizitäten von entgegengesetzten Eigenschaften und hat dem e dann die Bedeutung der Differenz beider beigelegt, oder man hat Hülfe gesucht in der Annahme, es bezeichne e nur die Abweichung des wirklichen Gehaltes an Elektrizität von dem normalen.

Nach obigem ist

$$(1,2) = e_1 e_2$$

und die Abstofungskraft in der Entfernung r

$$\frac{e_1 e_2}{r^2}$$

Da das Vorzeichen von $\sqrt{(0,0)}$ beliebig gewählt werden konnte, so kann für einen Körper das Vorzeichen von e beliebig gewählt werden. Für Glas, das durch Reibung mit Metall elektrisiert ist, hat man e positiv genommen.

Wollte man direkt nach der für e_1 aufgestellten Definition eine Elektrizitätsmenge messen, so müßte man den ein- für allemal gewählten Körper 0 benutzen und $(1,0)$ beobachten. Es ist von Wichtigkeit, daß die Messung auch auf anderem Weg sich bewirken läßt. Man habe drei Körper 1, 2, 3 mit den Elektrizitätsmengen e_1, e_2, e_3 , so sind die Kräfte, die sie in der Einheit der Entfernung auf einander ausüben:

$$(1,2) = e_2 e_1; \quad (2,3) = e_3 e_2; \quad (3,1) = e_3 e_1.$$

Daraus folgt:

$$e_1 = \sqrt{\frac{(1,2)(1,3)}{(2,3)}}; \quad e_2 = \sqrt{\frac{(2,3)(2,1)}{(1,3)}}; \quad e_3 = \sqrt{\frac{(1,3)(2,3)}{(1,2)}},$$

wo die Vorzeichen der 3 Wurzeln durch eines bestimmt sind, da die Vorzeichen von $(1,2), (2,3), (3,1)$, damit also die Vorzeichen der Produkte je zweier bekannt sind.

Damit sind die absoluten Werte von e_1, e_2, e_3 bestimmt, und auch die Vorzeichen aller dieser Größen, wenn das einer Größe bekannt ist. Der Körper 0 kommt hier

gar nicht vor; wie derselbe gewählt ist, ist vollkommen gleichgültig in Bezug auf die Werte der Elektrizitätsmengen.

Um zu erkennen, von welcher Natur die Gröfsen sind, die wir Elektrizitätsmengen nennen und wie diese sich ändern, wenn wir die Grundeinheiten ändern, betrachten wir die Abstofsungskraft K , welche zwei gleiche Elektrizitätsmengen e in der Entfernung r auf einander ausüben. Es ist:

$$K = \frac{e^2}{r^2}, \text{ also } e = r\sqrt{K}.$$

Eine Kraft wird durch das Produkt aus der bewegten Masse in die Beschleunigung gemessen. Eine Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Sekunde; beträgt demnach in der Zeit t die Geschwindigkeitszunahme $\frac{l}{t}$, so beträgt die Beschleunigung $\frac{l}{t^2}$, wo l eine Länge und t eine Zeit bedeutet.

Wir können daher, wenn m eine Masse bedeutet,

$$K = \frac{ml}{t^2}$$

setzen; dann wird:

$$e = \frac{r\sqrt{ml}}{t} = \frac{r^{1/2}m^{1/2}}{t}, \text{ da ja } r \text{ auch eine Länge ist.}$$

Gauß und Weber haben bei magnetischen und elektrischen Untersuchungen als Grundeinheiten

$$1 \text{ mm, } 1 \text{ sec, } 1 \text{ mg}$$

angenommen. Nennen wir W die dem entsprechende Einheit von e , so ist also

$$W = \frac{(1 \text{ mm})^{1/2} (1 \text{ mg})^{1/2}}{1 \text{ sec}}$$

da eben $W=1$ werden soll, wenn $1 \text{ mm} = 1$, $1 \text{ sec} = 1$, $1 \text{ mg} = 1$ angenommen wird.

W. Thomson hat als Einheiten der Länge, der Zeit und Masse

$$1 \text{ cm, } 1 \text{ sec, } 1 \text{ g}$$

benutzt. Heißt Th die entsprechende Einheit von e , so ist

$$Th = \frac{(1 \text{ cm})^{1/2} (1 \text{ g})^{1/2}}{1 \text{ sec}}$$

also

$$\frac{Th}{W} = 10^{3/2} \cdot 1000^{1/2} = 1000,$$

d. h. die Thomson'sche Einheit der Elektrizitätsmenge ist 1000mal gröfser als die Weber'sche. Durch eine ähnliche Überlegung wird man offenbar eine jede für ein e gemachte Angabe, die sich auf gewisse Einheiten von Länge, Zeit und Masse bezieht, so umsetzen können, dafs sie für andere Einheiten gilt.

Wie das soeben durchgeführte Beispiel lehrt, ist dazu die Kenntnis der Potenzen notwendig, in welchen die betreffende physikalische Gröfse die verschiedenen Grundeinheiten enthält, d. h. die Kenntnis der **Dimension** der Gröfse.

Wie schon oben hervorgehoben wurde, haben die elektromagnetischen Einheiten andere Dimensionen als die entsprechenden elektrostatischen. In der vollen Schärfe und

Klarheit ist dies zuerst von Maxwell festgestellt worden, demselben, von welchem die Anwendung der Dimensionsformeln stammt. Es sollen nunmehr, damit der Unterschied der Dimensionen für die beiderlei Arten von Einheiten klar gelegt werde, für die verschiedenen Größen in beiden Systemen die Dimensionen aufgestellt werden. Dabei sollen die Einheiten des statischen Systems durch den Index s , dagegen diejenigen des elektromagnetischen Systems durch den Index m gekennzeichnet werden.

Für die statische Einheit der Elektrizitätsmenge ist bereits vorher die Dimension gefunden worden, es ist nämlich

$$e_s = m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}.$$

Die Intensität eines Stromes wird erhalten, indem man die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließende Elektrizitätsmenge feststellt; mithin $i = \frac{e}{t}$ und

$$i_s = m^{1/2} l^{3/2} t^{-2}.$$

Die Dimension der elektromotorischen Kraft bestimmt sich am einfachsten aus der allgemein gültigen Bedingung, daß das Produkt aus der elektromotorischen Kraft und der Elektrizitätsmenge gleich einer mechanischen Arbeit sein muß; wenn daher die elektromotorische Kraft mit E bezeichnet wird, so ist

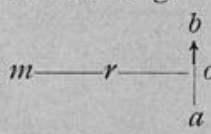
$$E_s e_s = m l^2 t^{-2}$$

$$E_s = m^{1/2} l^{1/2} t^{-1}.$$

Der Widerstand w ist nach dem Ohm'schen Gesetz gleich $\frac{E}{i}$, daher

$$w_s = l^{-1} t.$$

Von den elektromagnetischen Einheiten ist die wichtigste, aus welcher sich die übrigen leicht ableiten lassen, die Stromstärke. Zur Bestimmung ihrer Dimension dient folgende Betrachtung.

 In m befinde sich ein Magnetpol von der Polstärke μ , im Abstände r hiervon, auf die Verbindungslinie mo senkrecht gerichtet, der Leiter ab . Wird der letztere in der Pfeilrichtung von einem elektrischen Strom durchflossen, so übt er erfahrungsgemäß auf den Magnetpol μ eine Kraft f aus, welche

proportional der Stromstärke i ,

proportional der Stärke des Poles μ ,

proportional der Länge des Leiters $ab = l$,

verkehrt proportional dem Quadrate des Abstandes r ist.

Daher

$$f = \text{Faktor} \cdot \frac{i \cdot \mu \cdot l}{r^2}$$

$$\frac{r^2 \cdot f}{l} = \text{Faktor} \cdot i \cdot \mu.$$

Die Größe des Faktors hängt ausschließlich von den Maßeinheiten ab. Setzt man außer den Einheiten der Länge, Zeit und Masse auch für die Elektrizitätsmenge e , mithin auch für die Stromintensität, und für die Menge μ magnetischer Flüssigkeit von einander unabhängige Einheiten fest, beide basiert auf das Phänomen der Abstossung zwischen ruhenden magnetischen, bezüglich ruhenden elektrischen Mengen, so hat der Faktor einen bestimmten, durch Versuche zu ermittelnden Wert.

Man pflegt indessen anders zu verfahren, nämlich entweder die für die magnetische Flüssigkeitsmenge oder die für die Elektrizitätsmenge festgesetzte Einheit fallen zu lassen und dafür jenen Faktor = 1 zu setzen, so dafs

$$\frac{fr^2}{l} = i\mu.$$

Das führt zu zwei anderen Mafssystemen, von denen das eine das elektrostatische, das andere das elektromagnetische ist.

Im magnetischen Mafssystem ist nun die Dimension von μ in genau derselben Weise bestimmt wie die von e im elektrischen System. Daher

$$\mu_m = m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}.$$

Um auch für die linke Seite $\frac{fr^2}{l}$ die Dimension zu bestimmen, so bedeutet f eine Kraft

(Dimension = $\frac{ml}{t^2}$), während $\frac{r^2}{l}$ als Dimension l hat; daher:

$$ml^2t^{-2} = i_m \cdot m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$$

$$\text{und } i_m = m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}.$$

$$e_m = i_m t = m^{1/2}l^{1/2}$$

$$E_m e_m = \text{Arbeit} = ml^2t^{-2}$$

$$E_m = m^{1/2} \cdot l^{1/2}t^{-2}.$$

Der Übersichtlichkeit wegen mögen die nach einander bestimmten Einheiten hier tabellarisch zusammengefaßt werden.

	Dimension		Verhältnis
	im elektrostatischen System	im elektromagnetischen System	
Elektrizitätsmenge	$m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$	$m^{1/2}l^{1/2}$	lt^{-1}
Stromstärke	$m^{1/2}l^{1/2}t^{-2}$	$m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$	lt^{-1}
Elektromotorische Kraft	$m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$	$m^{1/2}l^{1/2}t^{-2}$	$l^{-1}t$
Widerstand	$l^{-1}t$	lt^{-1}	$l^{-2}t^2$

Bedeutet demnach e_m eine gewisse Elektrizitätsmenge in magnetischem Mafse, e_s dieselbe Elektrizitätsmenge in elektrischem Mafse gemessen, so ist

$$\frac{e_s}{e_m} = \frac{l}{t},$$

also gleich einer gewissen Geschwindigkeit, die wir v nennen wollen.

Bei entsprechender Bezeichnung ist dann auch:

$$\frac{i_s}{i_m} = v \quad \text{und} \quad \frac{E_s}{E_m} = \frac{l}{v}.$$

Ist w ein elektrischer Widerstand, so $w = \frac{E}{i}$ und

$$\frac{w_s}{w_m} = \frac{l}{v^2}.$$

Die Geschwindigkeit v hat experimentell bestimmt werden können; sie ist zuerst gemein-

sam von Weber und Kohlrausch, später nach anderen Methoden von Maxwell, W. Thomson, Ayrton und Perry, J. J. Thomson und Himstedt bestimmt worden. Die verschiedenen Werte, welche gefunden wurden, stimmen alle nahezu mit der Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raum oder in der Luft überein. Die Werte sind nämlich bald etwas gröfser, bald etwas kleiner als $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Die meisten Autoren begnügen sich anzugeben, in welchen Fällen es am bequemsten und damit auch am empfehlenswertesten ist, das eine oder das andere Mafssystem zu gebrauchen. Fleeming Jenkin ¹⁾ aber fügt dem noch hinzu, diese doppelte Art zu messen führe keine gröfsere Mifslichkeit oder Unzukömmlichkeit mit sich, als der Gebrauch von Kette, Rute, Faden, Knoten in Feldmessung und Schifffahrt gegenüber den Zollen, Fufsen, Metern in Maschinenbeschreibung u. s. w. oder als die Flächengröfsenangabe bald nach Acker, Tagwerk, Morgen, Joch u. s. w., bald nach Quadratcentimeter u. a. Diese Meinung ist eine irrige. Denn Kette, Rute, Faden, Knoten, Zoll, Meter u. s. w. sind lauter Gröfsen derselben Dimension, nämlich einfach Längen. Ebenso haben die verschiedenen Flächenmafse genau die gleiche Dimension, die doppelte einer Länge. Aber durchaus nicht so einfach ist es zu verstehen, dafs und wie dieselbe elektrische Gröfse durch Multipla artverschiedener Einheiten ausgedrückt werden kann. C. Bohn spricht (im 18. Bd. Wiedem. Annaln.) geradezu aus, dafs nach seinem Dafürhalten ein Widerspruch zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Mafssysteme bestehe. Herr Dr. Richarz erklärt in ähnlicher Weise hierzu, dafs die Elektrizitätsmenge ihrem Wesen nach in beiden Systemen etwas anderes bedeute. Jedenfalls ist der Unterschied der Dimensionen in beiden Systemen noch nicht aufgeklärt, ebensowenig wie die Ursache davon ergründet ist, warum das Verhältnis derselben Gröfsen in beiden Systemen mit der Lichtgeschwindigkeit zusammenfällt. Wahrscheinlich wird durch Lösung dieses Problems auch der Meinungsunterschied berührt, der zwischen Clausius und Helmholtz über die beiden Mafssysteme bestanden hat ²⁾.

Die oben eingeführte Geschwindigkeit v nennt Clausius die kritische Geschwindigkeit, analog einem von Andrews in die Wärmetheorie eingeführten Namen. Wählt man die Fundamenteinheiten so, dafs die Geschwindigkeitseinheit gleich der kritischen Geschwindigkeit wird, so werden die Verhältnisse der Zahlenwerte von den nach beiden Mafssystemen gemessenen elektrischen Gröfsen gleich eins, die Zahlenwerte für eine und dieselbe elektrische Gröfse also in beiden Systemen einander gleich. Clausius schlägt auch ein derartiges Mafssystem vor ³⁾ und nennt dasselbe kritisches Mafssystem. Als Zeiteinheit behält Clausius die Sekunde bei, da alle Mafssysteme darin übereinstimmen. Durch diese Bestimmung der Zeiteinheit ist auch die Längeneinheit mitbestimmt, indem als solche diejenige Länge zu nehmen ist, welche ein mit der kritischen Geschwindigkeit begabter Punkt in der Sekunde durchlaufen würde. Diese Länge beträgt angenähert 30 Meridianquadranten, ist also gleich der Strecke, welche das Licht in 1 Sekunde durchläuft und angenähert 30 mal so grofs wie die Längeneinheit des praktischen Mafssystems.

Die Masseneinheit hat auf die Geschwindigkeitseinheit keinen Einfluss und kann

1) Fleeming Jenkin, Textbook of electricity. 4. Aufl. pag. 108. 1878.

2) 17. Bd. von Wiedemanns Annalen.

3) 16. Band S. 548 W. A.

daher jeden beliebigen Wert erhalten. Clausius wählt diesen Wert nun so, daß die Einheiten der Elektrizitätsmenge und der Stromstärke in dem neuen Maßsysteme dieselben Werte annehmen, wie in dem praktischen. Die Masseneinheit bestimmt sich alsdann auf Dreibillionstel eines Grammes,

Die Annahme dieses Systems bedingt das Aufgeben des auf die Principien von Gauß gestützten Systems, denn in dem System von Gauß muß die Masseneinheit eine bestimmte sein, während Clausius eine an sich beliebige wählt. Weil nun aber das System von Gauß den meisten mathematisch-physikalischen Abhandlungen dieses Gebietes bisher zu grunde gelegen hat, so erklärt sich Helmholtz gegen den Vorschlag von Clausius, welcher infolgedessen wie so mancher Vorschlag von Clausius (besonders was die technischen Fremdwörter betrifft) ohne praktische Bedeutung geblieben ist.

Es läßt sich aber auch ein kritisches Maßsystem konstruieren, welches mit den Principien von Gauß übereinstimmt und in welchem dazu noch die Masseneinheit auf die Längeneinheit zurückgeführt ist. In demselben erfüllen die Grundeinheiten die folgenden drei Bedingungen:

1. Die in der Einheit der Entfernung von der Anziehung der Masseneinheit erzeugte Beschleunigung ist gleich der Einheit,
2. Die elektrostatischen Einheiten sind den elektromagnetischen gleich,
3. Die Dichte des Wassers bei 4° ist gleich der Einheit.

Die Werte der 3 Grundeinheiten werden folgendermaßen bestimmt. Dieselben seien l cm, m gr. und t sec. Für die durch die Anziehung hervorgebrachte Beschleunigung haben wir im C.G.S.-System:

$$\text{Beschleunigung} = C \cdot \frac{\text{Masse}}{(\text{Länge})^2}, \text{ wo } C = 6,60 \cdot 10^{-8} \text{ ist. Im neuen System ist:}$$

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Masse}}{(\text{Länge})^2}$$

Mithin:

$$\frac{\text{Beschleunigung C.G.S.}}{\text{Beschleunigung im neuen System}} = C \cdot \frac{\text{Masse in C.G.S.-Einheiten}}{\text{Masse in neuen Einheiten}} \cdot \frac{(\text{Länge in neuen Einheiten})^2}{(\text{Länge in C.G.S.-Einheiten})^2}$$

oder

$$\frac{l}{t^2} = C \cdot \frac{m}{l^2}$$

Diese Gleichung drückt die erste der drei Bedingungen aus.

Die zweite Bedingung wird durch die Gleichung ausgedrückt $\frac{l}{t} = v$, wo $v = 3 \cdot 10^{10}$.

Die dritte Bedingung wird, da die Dichte ml^{-3} ist, durch die Beziehung $m = l^3$ dargestellt. Ersetzen wir nun in der ersten dieser drei Gleichungen m durch l^3 , so finden wir:

$$t = \sqrt{\frac{l}{C}}$$

Die zweite Gleichung giebt dann: $l = v \sqrt{\frac{l}{C}}$

und die dritte: $m = \left(v \sqrt{\frac{l}{C}}\right)^3$

Mit den numerischen Werten von v und C erhalten wir:

$$t = 3892; l = 1,168 \cdot 10^{14}; m = 1,59 \cdot 10^{42},$$

mit anderen Worten:

die neue Zeiteinheit ist ca. $1^{\text{h}4,9^{\text{min}}}$;

die neue Längeneinheit ist ca. 117 000 Erdquadranten;

die neue Masseneinheit ist ca. $2,64 \cdot 10^{14}$ mal der Erdmasse.

Dieses System kann aber vorderhand nicht mit hinreichender Genauigkeit zu physikalischen Zwecken verwandt werden, weil wir die Erdmasse nur auf sehr rohe Weise mit den Massen zu vergleichen imstande sind, die wir mit der Wage messen. Außerdem enthält dieses System die kritische Geschwindigkeit, welche ebenfalls noch nicht genau genug bekannt ist. Es wird vielleicht in Zukunft eine wichtige Rolle spielen, wenn es gelungen sein wird, genauere Bestimmungen der Gravitationskraft und der kritischen Geschwindigkeit auszuführen.

Es ist in dem vorstehenden Abschnitte ein ausgedehnter Gebrauch von den Dimensionen der elektrischen Einheiten gemacht worden. Die Dimensionen spielen in der Lehre von den absoluten Massen eine große Rolle. Darum ist es geboten, hier einige Bemerkungen über die Dimensionen zu machen, zumal die Erklärung derselben häufig in etwas mystischer Weise vorgetragen wird.

Vor allem ist festzuhalten, daß die Dimensionsangabe einer Größe mit dem Begriffe dieser nichts zu thun hat. Sie ist vielmehr als ein Symbol aufzufassen, dessen unmittelbarer Zweck darin besteht, den Übergang von einem Maßsystem zu einem anderen ohne Schwierigkeit zu ermöglichen. Die oben ausgeführte Berechnung des Verhältnisses der Weber'schen zur Thomson'schen Einheit der Elektrizitätsmenge liefert dafür ein lehrreiches Beispiel.

Benutzt man zur Dimensionsangabe nicht die allgemeinen Zeichen der Grundeinheiten (l , m , t), sondern die gebrauchten Maße (cm , g , sec), so wird gleichzeitig über die angewandten Grundeinheiten völlige Klarheit geschaffen. Ein dritter Vorteil wird ebenso wie der erste bereits von Fourier in seiner 1822 herausgegebenen Theorie der Wärme hervorgehoben. Jede physikalische Gleichung und deren Umänderung muß mit Rücksicht auf jegliche Art von Einheit homogen sein; wenn dies nicht stattfindet, ist in der Rechnung ein Fehler begangen oder sind abgekürzte Ausdrücke eingeführt worden. Es giebt daher die Kenntnis der Dimensionen ein bequemes Mittel an die Hand, die Zulässigkeit von Formeln zu prüfen, die durch längere Rechnung gewonnen worden sind. Der Satz, daß die physikalischen Gleichungen stets durch alle Größen, von denen das Gesetz abhängt, schon allein homogen gemacht werden müsse, ist zwar von P. Volkmann in einer Entgegnung auf eine Arbeit von C. Bohn¹⁾ bestritten worden, wenigstens bezweifelt P. Volkmann, ob dieses Princip sich consequent durchführen lasse. Aber demgegenüber hebt C. Bohn²⁾ mit Recht hervor, daß die Homogenität der Gleichungsglieder nur scheinbar manchmal nicht gewahrt sei. Darstellungen, in welchen das vorkomme, seien tadelswert. So giebt man gewöhnlich für die Geschwindigkeit gewisse Längen an, spricht z. B. von einer Geschwindigkeit von 5 m. Sieht man nun unrichtig

1) Wiedemanns Annalen, 19. Bd. S. 247.

2) Ebenda, 20. Bd. S. 692.

die Geschwindigkeit als eine Länge an, so ist die Gleichung: Weg (d. i. Länge) gleich Geschwindigkeit mal Zeit nicht homogen. Faßt man aber richtig Geschwindigkeit als Verhältnis einer Länge zu einer Zeit, so wird die Gleichartigkeit der Gleichungsglieder sofort erkannt.

Infolge des Satzes, daß die beiden Seiten einer jeden physikalischen Gleichung homogen sein müssen, giebt die Anwendung der Dimensionen nicht nur ein Mittel zur Prüfung von gefundenen Formeln an die Hand, sondern ermöglicht auch kurze, elementare Nachweise von physikalischen Sätzen, welche sich in elementarer Weise bis jetzt nur weitläufiger oder auch nur ungenügend ableiten lassen. Zwei vorzügliche Beispiele hierzu liefern die Ableitungen der Formeln für den freien Fall und die Pendelbewegung. Da dieselben sich auch in der Schule verwerten lassen, so mögen sie hier eine Stelle finden ¹⁾.

I. Freier Fall. Der bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung während der Zeit t zurückgelegte Weg kann offenbar nur von der Zeit t , der Beschleunigung g und vielleicht der Anfangsgeschwindigkeit abhängen. Um letztere auszuschließen, setzen wir sie gleich Null. Nehmen wir nun an, der zurückgelegte Weg wachse wie $t^m g^n$, so besteht die Dimensiongleichung, da die Dimension von g als einer Beschleunigung $= lt^{-2}$ ist,

$$(\text{Dimension des Weges} =) l = t^m \cdot (l \cdot t^{-2})^n; \quad l = t^{m-2n} \cdot l^n.$$

Da auf beiden Seiten die Exponenten gleich sein müssen, so haben wir:

$$1 = n$$

$$0 = m - 2n \text{ oder } m = 2 \text{ zu setzen.}$$

Daher ändert sich der im freien Fall zurückgelegte Weg proportional der Beschleunigung und proportional dem Quadrate der Zeit, d. h.

$$s = k \cdot g \cdot t^2.$$

Die Größe k ergibt sich folgendermaßen. In der ersten Sekunde ist

$$s_1 = k \cdot g$$

In der ersten halben Sekunde

$$s_{1/2} = \frac{1}{4} k \cdot g$$

Somit ist der Weg in der 2. halben Sekunde $s_{1/2}'' = \frac{3}{4} k \cdot g$.

Andererseits ist der Weg in der zweiten halben Sekunde nach dem Gesetze der Superposition der Bewegungen gleich dem Weg, den der Körper mit der am Ende der ersten halben Sekunde erreichten Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung in einer halben Sekunde zurücklegt, vermehrt um die Strecke, die er in dieser Zeit mit Beschleunigung durchläuft, also

$$s_{1/2}'' = \frac{1}{2} g t + k g t^2, \text{ wo } t = \frac{1}{2} \\ = \frac{1}{4} g + \frac{1}{4} k g.$$

Setzen wir beide Werte von $s_{1/2}''$ einander gleich, so folgt $k = \frac{1}{2}$ und $s = \frac{1}{2} g t^2$.

II. Pendelbewegung. Die Schwingungsdauer eines Pendels kann abhängen 1) von der Beschleunigung der Bewegung, 2) von der Pendellänge, 3) von der Masse. Für die wirkliche Beschleunigung kann die Beschleunigung der Erdschwere eingesetzt werden, da die wirkliche Beschleunigung wieder von dieser abhängig ist. Nun ist die Schwingungsdauer $t = (\text{Zeit})^{+1}$. Es muß deshalb die Abhängigkeit derselben von den genannten Größen der Art sein, daß auch rechts die erste Potenz der Zeit auftritt. Die Zeit tritt

1) Vergleiche hierzu Neesen, Wied. Annalen. 7. Bd. S. 329.

aber nur ein in die Erdbeschleunigung, und zwar als Quadrat im Nenner (Dimension der Beschleunigung = $\frac{l}{t^2}$). Daher muſs sein:

$$t = \frac{A}{\sqrt{g}}.$$

In A darf nun die Masse nicht vorkommen und t kann daher auch von der Masse nicht abhängig sein, weil in keiner der zwei übrigen bestimmenden Gröſsen die Masse vorhanden ist, gegen welche sich die direkt in t etwa auftretende Masse fortheben könnte. Da ferner in dem obigen Ausdruck im Nenner eine Quadratwurzel aus einer Länge steht, denn $\sqrt{g} = \frac{(\text{Länge})^{1/2}}{(\text{Zeit})^{2 \cdot 1/2}}$, so muſs deshalb im Zähler auch eine Länge in der halben Potenz auftreten, damit sich die Längen aufheben. Deshalb muſs t auch proportional der Quadratwurzel der Pendellänge sein. Mithin:

$$t = B \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Weit einfacher als in der Lehre von der Elektrizität und des Magnetismus gestaltet sich die Einführung der absoluten Maſseinheiten oder des sogenannten Länge-Masse-Zeit-Systems in der Wärmelehre. In dem heute noch allgemein gebräuchlichen Maſssystem haben Temperatur und Wärmekapazität die Dimension 1, d. h. diese Gröſsen werden nicht durch abgeleitete Einheiten gemessen. Die Wärmemenge aber erscheint als Funktion einer Wassermenge m , deren Temperatur sie um einen Grad erhöht. Von hier aus lassen sich die weiteren Maſseinheiten leicht gewinnen. Daneben kann aber auch ein anderes System aufgestellt werden, in welchem man von der Äquivalenz zwischen Wärme und Arbeit ausgeht und der Wärmemenge von vornherein die Dimension und die Einheit der Energie zuschreibt. Indessen ist davon bisher noch wenig Gebrauch gemacht worden.