Schulung, gute Aussprache und Sicherheit in der Orthographie. Der Lehrer des Lateinischen hat es in gewisser Beziehung leichter, seine Aufgabe ist wenigstens einfacher, insofern er sich der grammatischen Schulung seiner Schüler fast ausschliefslich widmen kann. Darum: „Videant consules ne quid res publica detrimenti capiat.“

II. Über den Rechenunterricht in den unteren Klassen höherer Schulen.

Von **Theophil Fries.**

Hat die Schule, als allgemeine Bildungsanstalt, durch das Rechnen einerseits reale und andererseits formale Bildung zu vermitteln, so pflegt man dem Rechenunterricht an höheren Schulen neben diesen allgemeinen Bildungszielen noch als besonderen Zweck die Vorbereitung für den nachfolgenden mathematischen Unterricht zuzuweisen.

Letzterer Forderung wird weder in der Theorie noch in der Praxis in übereinstimmender Weise genügt. Während man ihr hier und da noch vollständig passiv gegenübersteht, ist man von anderer Seite bemüht, ihr in einem Grade Rechnung zu tragen, der im Gebiete einer rationellen Pädagogik weit jenseits der Grenzen des Mafsvollen liegt. Die Materie des Rechenunterrichts in den Vorklassen, sowie in den unteren Klassen höherer Schulen ist keine andere, als die in einer normal gestalteten Volks- und Mittelschule, und es kann darum dieser Unterricht, ohne Beeinträchtigung seiner praktischen, aber auch unbeschadet seiner formalen Bildungszwecke, weder nach anderen pädagogischen Grundsätzen betrieben, noch nach wesentlich anderen Endzielen geleitet werden, als es in diesen Anstalten der Fall ist. Planvolle Anordnung des Lehrstoffes, Einsicht in die Gründe des Verfahrens, Präzision in der Form des Ausdruckes — das alles sind Forderungen, denen ein gut geleiteter Rechenunterricht in der einfachsten Dorfschule ebenso Rechnung zu tragen hat, wie in einem Gymnasium. In dem Gebrauch der Nomenklatur, in der Fassung der Definitionen ist vor allem so zu verfahren, dafs darin kein Widerspruch mit den Forderungen der Wissenschaft vorhanden ist, ein Verstofs in dieser Richtung kann durch die bezügliche Art der Schule weder erschwert noch abgeschwächt werden. Somit mufs zunächst jeder richtig geleitete, d. h. formell genaue und sachlich begründende Rechenunterricht im stande sein, als sichere Grundlage eines nachfolgenden arithmetischen Unterrichtes zu dienen. Was nun im besondern die Vorbereitung auf letzteren durch Hereinziehung arithmetischer Sätze und Regeln betrifft, so gestattet es mir der an dieser Stelle zur Verfügung stehende Raum nicht, diese Materie hier auch nur anzudeuten oder ihren Umfang zu begrenzen. Im allgemeinen mag darum bemerkt werden, dafs das elementare Rechnen nur solche mathematischen Sätze zur unterrichtlichen Behandlung bringen darf, die dem Gegenstande unmittelbar entwachsen, die einfach nach Inhalt und Form sind, und darum den Forderungen, die man an Abstraktionsvermögen und Gedächtnis der Schüler in VI., V. nnd IV. stellen kann, entsprechen. Die Begründung ist auf anschauliche Weise zu geben, und eine streng logische Beweisführung ist unbedingt auszuschliefsen. Mit Entschiedenheit müssen also alle jene Forderungen abgewiesen werden, die dahin gerichtet sind, den elementaren Rechenunterricht höherer Schulen einer wissenschaftlich angelegten arithmetischen Propädeutik zum Opfer zu bringen.

Die Art und Weise, in der sich die verschiedenen Operationen des Rechnens vollziehen, ist eine zweifache: eine freie und eine an die schriftliche Darstellung gebundene, gemeinhin Kopf- und schriftliches Rechnen benannt. Alles Rechnen soll zunächst Kopfrechnen sein und als solches für jede Operation dem schriftlichen Rechnen als leitender Teil vorangehen. Hierdurch kann dieses nicht so leicht in die Fesseln eines einseitigen Mechanismus gelangen, aber der Schüler wird so auch vor jener unheilvollen Manier des Kopfrechnens bewahrt bleiben, welche letzteres als ein Abbild der schriftlichen Darstellung zu betrachten pflegt. Keineswegs soll durch die Hervorhebung der Bedeutung des Kopfrechnens der Nutzen des schriftlichen Rechnens für die pädagogisch wichtige Selbsthätigkeit der Schüler unterschätzt werden, noch die Würdigung der Notwendigkeit desselben überhaupt eine Beschränkung erfahren, jedes zur geeigneten Zeit und an geeignetem Orte. Eine feste Grenze für die Anwendung beider Arten kann natürlich nicht gezogen werden, doch dürfte sie im allgemeinen durch die Forderung bestimmt sein, dafs das schriftliche Rechnen überall da zu Hülfe zu nehmen ist, wo entweder die Gröfse oder die verwickelte Verknüpfung der in der Rechnung vorkommenden Zahlen dazu Anlafs geben. Was nun das schriftliche Rechnen als solches betrifft, so mufs vor allem darauf gesehen werden, dafs sich dasselbe nicht nur sachlich genau, sondern auch sauber und deutlich, namentlich in schöner Ebenmäfsigkeit der Ziffer und mit gerader Führung der anzuwendenden Striche vollziehe. Der Einführung karierter Rechenhefte mufs vom didaktischen Standpunkte im Interesse der Gewöhnung an eine schöne und korrekte Darstellung sehr das Wort geredet werden; ob die von hygienischer Seite dagegen erhobenen Bedenken in der That so schwerwiegende sind, und ob der Gebrauch einer solchen Liniatur die Sehkraft in dem hohen Mafse schädigt, wie dies vielfach behauptet wird, scheint durch die Erfahrung noch keineswegs bestätigt.

Nicht minder als auf eine exakte schriftliche Darstellung sind auch die Schüler an Genauigkeit in der Form des Ausdrucks zu gewöhnen. Es ist hierauf mit ebenso vieler Strenge als Gleichmäfsigkeit zu halten, um nicht Darstellungen und Ausdrücke stabil werden zu lassen, die mathematisch und sprachlich gleich inkorrekt sind und deren Entfernung später nur mit grofser Mühe zu bewirken ist. Wenn auch im folgenden Teile dieser Abhandlung bei gegebener Veranlassung auf jenen Punkt mehrfach zurückgegriffen wird, so mögen doch hier einige allgemeine Bemerkungen eine Stelle finden. Vor allem ist es erforderlich, dafs in gröfseren Schulorganismen, in welchen der Rechenunterricht in verschiedenen Händen liegt, sich die Lehrer in Geltung der hier zu befolgenden Grundsätze und der zu beobachtenden Modalitäten in Übereinstimmung befinden, insbesondere, dafs in der Fassung der Erklärungen und Regeln, in der Beschreibung eines Rechenverfahrens u. s. w. auf den verschiedenen Stufen Gleichförmigkeit herrscht. So dürfte es vielleicht ratsam sein, die sprachliche Anfügung des Ergebnisses durch das Wörtchen gleich vermitteln zu lassen; hierdurch würde zwischen mündlicher und schriftlicher Darstellung eine bessere formelle Übereinstimmung hergestellt, der Ausdruck ist auch leicht verständlich und bewahrt den Schüler vor den Schwankungen zwischen ist und sind. Unter keinen Umständen dagegen dulde man die leider noch in manchen Schulen im Schwange stehenden barocken Ausdrucksweisen „giebt“ oder „macht.“ Was das Benennen der Elemente der einzelnen Rechnungsarten betrifft, so kann man sich trotz aller Begeisterung für die Bestrebungen, die deutsche Sprache von Fremdwörtern zu reinigen, doch kaum für die zur Zeit gebräuchlichen deutschen Bezeichnungen entscheiden. Der Schüler wird sich unter Vollzahl oder Vervielfältigungszahl nichts Besseres und nichts Schlechteres denken, als unter Minuend, beziehungsweise Multiplikand, die Hauptsache bleibt, dafs sich mit dem Ausdrucke stets der entsprechende rechte Begriff verbinde. Solange also die deutsche

Sprache für die einzelnen Teile der Grundrechnungsarten noch nicht jene kurzen und bestimmten, sowie auch allgemein gültigen Ausdrücke bieten kann, wie wir sie in den arithmetischen Bezeichnungen besitzen, solange wird auch das elementare Rechnen auf diese hingewiesen sein.

Ist auch von dem Schüler, der in die untere Klasse einer höheren Lehranstalt eintritt, zu fordern, dafs er im unbegrenzten Zahlenraume zu addieren, zu subtrahieren, zu multiplizieren und zu dividieren verstehe, so sind diese sogenannten vier Spezies doch so sehr die eigentlichen Träger des ganzen Rechenunterrichtes, dafs es wohl gerechtfertigt erscheint, den nachfolgenden besonderen Teil mit den Grundrechnungsarten in reinen Zahlen zu beginnen.*)

Addition. Wie das Kopfrechnen bei gröfseren Summanden eine angemessene Fertigkeit im Zerlegen der Zahlen erfordert, so verlangt die schriftliche Addition von mehrstelligen Posten nicht blofs Sicherheit im eigentlichen Addieren, sondern zum rechten Verständnis auch hinlängliche Vertrautheit mit dem dekadischen Zahlenbau. An das Anschreiben der aus einer Summe gewonnenen und der nächst höheren Ordnung zuzuteilenden Einheiten gewöhne man die Schüler nicht. Im Interesse der Sauberkeit der Darstellung, der Kürze des Verfahrens, der Übung des Gedächtnisses, der Gewöhnung zur Aufmerksamkeit, sowie der Förderung des Verständnisses, erscheint es geboten, solchem Anmerken auf keiner Stufe Eingang zu verschaffen. Geradezu sinnlos gestaltet sich dieses

*) Wenn auch nur in mittelbarer Beziehung zum Thema, will ich in Folgendem einige Bemerkungen über die Wichtigkeit des grundlegenden Rechenunterrichts in den ersten Schuljahren einfügen. Gerade dem ersten Rechenunterrichte mufs eine hohe Bedeutung zuerkannt werden, da durch ihn ein fester Grund für den ganzen Aufbau der Disziplin zu legen ist. Was darin mangelhaft erlernt wird, hemmt nicht blofs ein lückenhaftes Fortschreiten auf den nächsten Stufen, es beeinträchtigt auch ein sicheres Können im Rechnen durch die folgenden Klassen und oft durch die ganze Schulzeit. Vor allem handelt es sich auf der Elementarstufe um Vermittelung klarer und fester Zahlenbegriffe, und dieses kann nur auf dem Boden einer ebenso klaren als vielseitigen Anschauung geschehen. Gründliche Anschauung ist darum die treibende Kraft, die den ganzen ersten Rechenunterricht zu bewegen hat. Sind zu diesem Zwecke auch die mannigfachsten Anschauungsmittel dienstbar zu machen, so dürfte es doch sehr empfehlenswert sein, eines derselben (es ist dies meistens die russische Rechenmaschine), vorherrschend in Gebrauch zu nehmen, um durch stete Aufnahme gleichartiger Zahlenbilder die Zahlenvorstellungen möglichst an innerer Festigkeit gewinnen zu lassen und eine eben so schnelle, als gründliche Orientierung in diesem dominierenden Veranschaulichungsmittel vorzubereiten. Mit Nachdruck ist davor zu warnen, dem schriftlichen Rechnen auf dieser Stufe allzufrüh Raum zu gewähren. Es trübt wesentlich die Gewinnung und Befestigung von Zahlenbegriffen, wenn die ersten Rechenübungen in aller Form zu schriftlichen Darstellungen benützt werden. Die Zahlenvorstellungen und die darzustellenden Zahlenverhältnisse müssen zuerst zu „Fleisch und Blut“ bei den Kleinen geworden sein, bevor ihre schriftliche Darstellung mit Gewinn erfolgen kann. Auch mufs jene Sicherheit im Zifferschreiben erreicht sein, welche die schriftliche Fixierung der Übungen durch technische Schwierigkeiten nicht beeinträchtigt. Ich halte es aus diesem Grunde für sehr bedenklich, wenn im ersten halben Jahre und unter Umständen vielleicht auf noch längere Zeit eine Ziffer auf die Tafel der Schüler kommt. Die schriftlichen Übungen haben sich zunächst auf die Darstellung von Zahlenbildern zu erstrecken, und ist hierin die gröfstmöglichste Sicherheit zu erstreben. Dem Niederschreiben der Aufgaben in Ziffern durch Schreiben der entsprechenden Formeln in Strichen, Ringeln u. s. w. vorzuarbeiten, halte ich für wertlos und mufs insofern es auf Subtraktion und Division Anwendung findet, z. B. ||||| — || = ||| oder |||||| : || = |||, ja ohnehin schon aufser Betracht bleiben, wenn anders diese Erzeugnisse nicht das Merkmal des Widersinnes an der Stirne tragen sollen. Übereinstimmende Ansichten in der Erreichung eines bestimmten Zieles innerhalb des ersten Schuljahres bestehen nicht, während man einerseits einen kleinen Zahlenkreis (bis 10 oder 20) in möglichst vielseitiger Behandlung zur Vornahme bringt, wird andererseits ein erweiterter Zahlenkreis (gewöhnlich bis 100) unter Anschlufs einer nur beschränkten Zahl von Übungen gelehrt. Hier in begründender Weise darüber zu urteilen, ob erstere oder letztere Begrenzung des Lehrstoffes die richtigere sei, und mithin dessen Behandlung unter dem Gesichtspunkte der Intension oder Extension zu erfolgen hat, würde bei der ohnedies sekundären Bedeutung dieser Bemerkungen zu weit führen. Doch kann ich nicht umhin zu erklären, dafs ich mich den Ansichten jener Rechenmethodiker anschliefse,

Verfahren, wenn es von der „klassischen“ Erläuterung begleitet ist: $23 + 5 = 28$ — acht hin und zwei im Sinn. So wird der Schüler planmäfsig dem stumpfesten Mechanismus in die Arme getrieben. Ist es zur Gewinnung einer vollständig klaren Einsicht von dem Wesen des stellenmäfsigen Addierens geboten, dafs der Schüler zu einer selbständigen Erläuterung der Vornahme angeleitet werde, so kann dieses Verfahren beschränkt werden und mufs fallen, sobald man des Verständnisses vergewissert ist. Dafs das Addieren als Kopfrechnen neben dem schriftlichen Rechnen unentwegt weiter schreitet, mag nur angedeutet werden. So mufs die Übung, wonach Summen von ein- und zweistelligen Posten, in mäfsigen Zeitintervallen vorgeführt, alsbald anzugeben sind, ihre Fortsetzung erfahren, und das Addieren dreistelliger Summanden durch Zerlegung derselben angebahnt und weitergebildet werden.

Subtraktion. Ebenso leicht wie dem Kleinen veranschaulicht wird, dafs 3 Kugeln von 8 Kugeln hinweggenommen oder 8 Kugeln um 3 vermindert, 5 Kugeln sind, ebenso einfach wird ihm klar zu legen sein, dafs zu 3 Kugeln 5 hinzuzulegen sind, um 8 zu erhalten. Auf diese Weise kann der Schüler durch vielfache Übungen auf empirischem Wege darauf geleitet werden, später in dem Minuenden eine Summe, wovon der Subtrahend der eine und die zu suchende Differenz der andere Posten ist, zu erkennen. Daraus folgt, dafs es vorteilhaft erscheint, die Subtraktion schon von der Unterstufe an in organischer Verbindung mit dem Addieren zu lehren und sich beim schriftlichen Verfahren neben der

---

welche in der erschöpfendsten Durchnahme eines nur kleinen Zahlenraumes den psychologisch richtigsten und didaktisch sichersten Weg zur Einführung in die Zahlenlehre erkennen. Wenn ich in eine Polemik gegen die in jüngster Zeit wieder zu Tage geförderte Zählmanier — natürlich dem derzeitigen „pädagogischen Geschmack“ entsprechend, mit wissenschaftlicher Staffage — auch hier nicht eintreten kann, so dürfte schon meine obige Erklärung die Gewähr dafür bieten, dafs ich durchaus nicht geneigt bin, mich reformatorischen Bestrebungen dieser Richtung anzuschliefsen, einer Richtung, deren Hauptvertreter „in dem Rechnen nirgends eine erwähnenswerte oder gar vorzügliche Verstandesbethätigung zu entdecken vermag“ und dem „das Rechnen, ähnlich dem Lesen und Schreiben als eine mehr mechanische Fertigkeit“ erscheint. (Rudolf Knilling in Verteidigung seiner rechenmethodischen Ansichten in Dittes „Pädagogium“, Dezemberheft 1886.) Wenn ich nun auf eine umfassend gründliche Behandlung des Zahlenraumes von 1—20, insbesondere im Gebiete des ersten Zehners, einen sehr hohen Wert lege, so möchte ich aber auch nicht verabsäumen, auf die Bedeutung des Zahlengebietes von 1—100 hinzuweisen, dessen Durchnahme gewöhnlich dem zweiten Schuljahr zugewiesen ist. Dieser Zahlenraum erhält dadurch eine besondere Wichtigkeit, dafs hier die Einführung in das Zehnersystem zu erfolgen hat, auf dessen klarer Auffassung und sicherer Beherrschung ein allseitiges Verständnis des folgenden Rechenunterrichtes zum grofsen Teil beruht. Auch ist die Sicherheit und Fertigkeit des späteren Rechnens wesentlich von dem Grade der Gewandtheit bedingt, mit welchem der Schüler innerhalb des Zahlenraumes von 1—100 zu operieren vermag. Dafs auch auf dieser Stufe noch die zu Gebote stehenden Anschauungsmittel unausgesetzt zu verwenden sind, ist eine Forderung, die hier um so nachdrücklicher gestellt werden mag, je weniger sie in der Praxis beachtet wird. Während in dem bisher behandelten Zahlengebiete das Hauptgewicht auf das mündliche Rechnen zu legen war, mufs mit dem nunmehr zu erweiternden Zahlenkreise das schriftliche Rechnen erhöhte Bedeutung gewinnen, überhaupt die ganze Behandlung des Lehrstoffes sich in strengeren Formen vollziehen. — Nun sei es mir gestattet, noch eine Bitte an das Elternhaus zu richten. Viele Eltern, welche der Schule Kinder zuzuführen haben, glauben dem Rechenunterrichte dadurch wesentlich zu dienen, wenn sie ihren Kleinen bis zu einer möglichst weiten Grenze Fertigkeit im Zählen beibringen. Diese Absicht ist löblich, aber der Wert der Arbeit für die Elemente des Schulrechnens verhältnismäfsig unbedeutend. Den Eltern, die Interesse daran haben, ihre Kinder vor Beginn ihrer Schulzeit in die Zahlenlehre einzuführen, möchte ich raten: lehret die Kinder nur von 1—5 zählen, d. h. gebet ihnen, namentlich durch Veranschaulichung an den Fingern einer Hand, solch klare Zahlenvorstellungen, von diesem oder einem noch kleineren Zahlenraume, dafs sie im stande sind, jede Anzahl der Einheiten darin schnell zu überblicken, genau zu bestimmen und selbständig zu bilden, dann habet ihr der Schule und damit euren Kindern einen Dienst erwiesen, der ungleich höher anzuschlagen ist, als wenn dieselben unter Ermangelung dieser Einsicht, bis 1000 und noch weiter in der exellentesten Weise zu zählen vermöchten!

vielfach noch ausschliefslich in Gebrauch stehenden Subtraktionsmethode, auch der Ergänzungsmethode zu bedienen, ja diese später zur herrschenden zu machen. Diese Ergänzungsmethode, deren Wesen darin besteht, den Subtrahenden durch Aufzählung der fehlenden Einheiten (Differenz) zu dem Minuenden zu ergänzen, ist in vieler Hinsicht ein grofser Vorzug vor der Subtraktionsmethode einzuräumen. Neben dem Umstande, dafs sie in richtige Beziehung zur Addition gesetzt, keine neue Schwierigkeiten bereitet, ist sie ökonomischer in Beziehung auf Zeit und Raum, sichererer in Rücksicht des Kalküls und geeigneter zur Vorbereitung der algebraischen Subtraktion. Die bei Erläuterung des Subtraktionsverfahrens noch vielfach gebräuchliche Sprechweise x von y „geht nicht“, ist ein mathematischer Jargon, der doch endlich aus unseren Schulen schwinden sollte. Auch die dabei in Gebrauch stehenden Ausdrücke „leihen“ und „borgen“ halte ich nicht für angemessen. Es giebt Rechenmethodiker, welche die Entfernung dieser Bezeichnungen mit Hinweis darauf begründen, dafs die Schüler an eine Art des Borgens gewöhnt würden, die kein Zurückgeben in sich schliefse. Solch alberne Erwägungen haben mich freilich bei meiner Entscheidung für die Ausschliefsung jener Benennungen nicht geleitet, für mich war vielmehr der Grundsatz bestimmend, dafs für jede Materie, die an sich einen exakten Inhalt hat, auch die Ausdrucksweise eine entsprechend gegenständliche sei, und dafs die Schüler an den Gebrauch einer solchen möglichst frühzeitig gewöhnt werden. Wie das Verfahren der Subtraktion einerseits, der Ergänzung andererseits durch die Schüler beschrieben werden könnte, mag auf Grund folgender Aufgabe hier angedeutet werden:

$$\begin{array}{r} 905\,832 \\ -\ 183\,425 \\ \hline \end{array}$$

a) *Subtraktives Verfahren.* 5 E. lassen sich von 2 En. nicht subtrahieren, (oder 2 E. lassen sich nicht um 5 E. vermindern), man verwandelt 1 Z. in E., 1 Z. = 10 E. 10 E. + 2 E. = 12 E., 5 E. von 12 En. (oder 12 E. minus 5 E.) = 7 E.; 2 Z. von 2 Zn. = 0 Z. u. s. w.

b) *Additives Verfahren.* 5 E. + 7 E. = 12 E.,*) 12 E. = 1 Z. 2 E., 2 E. schreibt man an, 1 Z. addiert man zu den Zn.; 3 Z. + 0 Z. = 3 Z. u. s. w.

Dafs die hier vorgeführte Sprechweise nach erlangter Sicherheit zu vereinfachen ist, sei nur erwähnt. Verbindungen von Additions- und Subtraktionsaufgaben sind nicht nur im Dienste des Kopfrechnens eine vortreffliche Übung zur Erzielung einer gröfseren Rechenfertigkeit, ihre schriftliche Lösung ist auch geeignet in die Bedeutung und Verwendung der Klammern einzuführen. Die Probe der Richtigkeit von Summen durch aufeinanderfolgende Subtraktion der einzelnen Posten kann ebensowohl als zweckmäfsiges Verfahren zur Erlangung erhöhter Sicherheit in beiden Rechnungsarten, aber noch mehr zum sicheren Verständnis der Beziehungen der Elemente beider Operationen dienen. Ihre Verwendung erfordert jedoch ein weises Mafshalten, namentlich ist davor zu warnen, solcherlei Rechnungen als häusliche Aufgaben in gehäufter Zahl und gröfserem Umfange zu geben. Es mufs als selbstverständlich vorausgesetzt werden, dafs das Subtrahieren unter Anwendung mehrstelliger Zahlen sich als Kopfrechnen in gleicher Weise weiterzubilden habe, wie das Addieren derselben. Neben Anwendung des Zerlegens wird hier der Schüler auch darauf einzuüben sein, zu bestimmen, welche Operationsart für den gegebenen Fall am geeignetsten erscheint: so wird er sich in dem Beispiel 512 — 36 für das Subtraktions-

*) Es wird bei dieser, auf die Addition gegründeten Sprechweise die Erklärung vorausgesetzt, dafs man von 5 E. zu 12 En. fortschreitend 7 E. erhält u. s. w. Die zu ergänzenden Einheiten sind hier durch den Druck markiert, und es empfiehlt sich, sie auch anfangs beim Sprechen hervorheben zu lassen.

verfahren zu entscheiden haben, da die Differenz in der Nähe des Minuenden liegt, in der Aufgabe 512 — 499 dagegen wird er die Differenz durch Ergänzung des Subtrahenden zum Minuenden zu finden suchen.

Multiplikation. Dafs die Multiplikation als Addition gleicher Summanden schon bei ihrer ersten Vornahme gründlich zu veranschaulichen, und dafs die gewonnene Einsicht im weiteren zu befestigen ist, mufs als Grundbedingung für das rechte Verständnis des Wesens dieser Rechnungsart gefordert werden. Nur auf diesem Grunde kann das Fundament der ganzen Multiplikation — das Einmaleins — eine feste Unterlage finden. Von der sicheren Beherrschung des Einmaleins ist nicht blofs die Erlangung einer entsprechenden Fertigkeit im Multiplizieren bedingt, auch die Division und die Bruchlehre finden darin ihren Boden. Das Einmaleins zunächst durch selbstthätiges Bilden der Produkte aus gleichen Summanden aufzubauen, sodann durch unausgesetzte Übung dem Gedächtnisse der Kinder einzuprägen, endlich durch ständige, in der variabelsten Weise sich gestaltende Wiederholung zu befestigen und für die zunächst darauf basierenden Operationen vorzubereiten, ist ein Ziel, dem mit Konsequenz und Ausdauer schon von der Elementarklasse an zugestrebt werden mufs. Das Multiplizieren vollzieht sich anfangs in der fast ausschliefslichen Form des sogenannten Malnehmens; man gebraucht hierbei als Operationszeichen das liegende Kreuz und ordnet die Faktoren derart, dafs der Multiplikator vor dem Multiplikanden steht. Im Bereiche der Übungen bis 100 könnte diese Praxis Anwendung finden, aber sobald das schriftliche Verfahren mit gröfseren Zahlen auftritt, ist mit der arithmetsch obligaten Anordnung der Faktoren auch das entsprechende Operationszeichen, der Punkt, zu wählen, und die Aufgabe 365 multipliziert mit 9 so darzustellen: 365 . 9 = 3 194. Meine Erfahrungen nach dieser Seite haben ergeben, dafs jener Übergang sich verhältnismäfsig leicht vollzieht, und dafs die Schüler durch Gegenüberstellen beider Sprech- und Schreibweisen Multiplikand und Multiplikator leichter unterscheiden lernen. Dafs man nachdem auch noch jede Aufgabe neben der nun vorgeschriebenen Form, x multipliziert mit y, auch noch mit Voranstellung des Multiplikators, also y mal x, lesen — nicht schreiben — lasse, ist darum empfehlenswert, weil bei der Stellenmultiplikation die Sprechweise des Malnehmens kaum entbehrt werden kann, wenn an ihre Stelle nicht eine schwerfällige Ausdrucksform treten soll. Der Verbindung des Produktes mit den Faktoren mittels des Gleichheitzeichens läfst sich nur dann unmittelbar bewirken, wenn es sich direkt berechnen läfst; mufs aber ein Anschreiben von Teilprodukten erfolgen und deren Summe gesucht werden, so wird sich das Produkt unter dem Striche ergeben, aber zu empfehlen dürfte es sein, es nochmals als rechte Seite der Gleichung anzuschreiben. Ebensowenig wie bei der Addition ist es auch beim Multiplizieren zulässig zu sagen, dafs die aus einer Anzahl niederer Einheiten resultierenden Einheiten der nächst höheren Ordnung „im Sinne“ zu behalten seien, aber ebenso sinnlos ist es, dieselben den Produkten „stumm“ hinzuzuzählen, also bei der Aufgabe 69 . 5 zu sprechen: 5 mal 9 = 45, 5 mal 6 = . . 34. Es ist hierbei durchaus nötig, das Verfahren anfangs mit genauer Stellenbenennung erläuternd zu begleiten, aber auch nach gewonnener Sicherheit eine solche gekürzte Darstellungsweise zu wählen, die weder grammatisch, noch logisch anfechtbar ist. Bei Multiplikationen mit mehrstelligem Multiplikator kann das Verständnis dadurch an Sicherheit gewinnen, dafs man anfangs die Teilprodukte der Zehner, Hunderter u. s. w. vollständig, d. h. mit der entsprechenden Anzahl Nullen anschreiben und auch nach Verlassen dieses Verfahrens noch häufig benennen läfst. Diese Behandlung würde den Schüler daran gewöhnen, auch nach Weglassung der Nullen, sich leicht das eigentliche Produkt in Gedanken zu rekonstruieren und so eine mechanische Einlernung der Multiplikation, die anderseits sehr nahe liegt, nicht so bald ermöglichen. Was nun die anfängliche Beschreibung der Operation seitens der Schüler betrifft, so kann diese für nachstehende Aufgabe etwa folgendermaſsen gegeben werden:

$$6\,439 \,.\, 9 = 57\,951$$

Die Aufgabe heiſst: 6 439 multipliziert mit 9 oder 9 mal 6 439; 9 mal 9 E. = 81 E. = 8 Z. 1 E., 1 E. schreibt man an, und 8 Z. addiert man zum Produkte der Zehner u. s. w. Daſs im gegebenen Falle auf die Vorteile der Verwechselung der Faktoren hingewiesen und deren Anwendung auf reine Zahlen geübt werde, mag hier nur erwähnt sein.

Division. Wie durch die Addition die Subtraktion, so soll auch durch die Multiplikation die Division vorbereitet sein und muſs entsprechend jener, beim Enthaltensein auch als Subtraktion gleicher Subtrahenden erkannt werden. Es ist bei dieser Grundrechnungsart das eigentliche Dividieren von dem Enthaltensein nicht nur sachlich zu unterscheiden, es muſs auch gewünscht werden, daſs beide Arten in der Form ihrer Behandlung schärfer getrennt würden, als es im allgemeinen zu geschehen pflegt. Welche Stellung die Elemente in beiderlei Verfahren haben müssen, und wie diese letzteren zu beschreiben seien, mag an folgender Aufgabe gezeigt werden:

a) $79 : 11 = 7^2/_{11}$ b) 11 in 79 = 7 ×, R. 2

a) *Dividieren.* 79 dividiert durch 11 = 7, Rest 2, 2 dividiert durch 11 = $^2/_{11}$, also $79 : 11 = 7^2/_{11}$.

b) *Enthaltensein.* 11 ist in 79 = 7 mal enthalten, Rest 2. Es muſs schon von Anfang an darauf gehalten werden, daſs die Schüler sich bei Divisionsaufgaben stets der Präposition durch bedienen und das ihnen in der Multiplikation geläufig gewordene „mit“ nicht verwenden, bezw. verwechseln. Wenn es sich zwar nicht rechtfertigen, aber doch einigermaſsen verantworten läſst, das Dividieren unter dem sprachlichen Schema des Enthaltenseins auszuführen, so schwinde doch hierbei, sowie auch bei letzterem selbst, die fast stehend gewordene Sprechweise: *a* steckt oder geht in *b* *c* mal, man holt oder zieht *d* herunter. Dieses „Gehen- und Steckenlassen“, dieses „Herunterholen und Herunterziehen“ ist leider in unseren Schulen noch so vielfach verbreitet, daſs sehr zu wünschen ist, es möchte an diesem Zopf endlich einmal ein radikaler Schnitt geschehen. Warum soll nicht selbst der Abc-Schütze nach anschaulichen Analogien darauf geleitet werden können, ebensogut zu begreifen, daſs 3 in 6 zweimal enthalten sei, als daſs es zweimal darin stecke oder gar zweimal hineingehe (warum nicht laufe?) und nun noch das „Herunterholen“ der Einheiten, die trotz alles „Herunterziehens“ unbeweglich an ihrer Stelle verharren! Abgesehen auch von dem Geschmacklosen und durchaus Unzutreffenden solcher Ausdrücke, sind dieselben die weiten Thore, die den Schüler in eine schablonenhafte und verständnislose Division einführen. Zur Auffindung gröſserer sogenannter Divisionsreste ist eine schriftliche Subtraktion erforderlich. Hier gerade ist die oben behandelte Ergänzungsmethode zu empfehlen, weil sie geeignet ist, das Verfahren wesentlich zu vereinfachen.

Division unter Anwendung

a) der Subtraktionsmethode:

```
963 851 : 367 = 262 231/267
734
-----
229 8
220 2
-----
  9 65
  7 34
  -----
  2 31
```

b) der Ergänzungsmethode:

```
963 851 : 367 = 262 231/267
229 8
  9 65
  2 31
```

Schon ein flüchtiger Blick auf beide Lösungen läfst die Einfachheit der letzteren in Rücksicht auf die schriftliche Darstellung erkennen, auch nicht minder einfach gestaltet sie sich in Rücksicht des Kalküls. Die Beschreibung des Verfahrens kann sich hier nachstehendermafsen vollziehen: 963 H. dividiert durch 367 = 2 H., (2 mal 7 = 14) 14 + 9 = 23; (2 mal 6 = 12, 12 + 2 = 14) 14 + 2 = 16; (2 mal 3 = 6, 6 + 1 = 7) 7 + 2 = 9; 229 H. verwandelt man in Z.: 2 290 Z. + 8 Z. = 2 298 Z., 2 298 Z. : 367 = 9 Z. u. s. w.*) Wird die hier gezeigte Behandlungsweise auch nicht den Anspruch absoluter Vollkommenheit erheben dürfen, so ist es an ihrer Hand doch unzweifelhaft in ganz anderer Weise möglich, die Schüler auf eine geistesbildende Art in das Dividieren einzuführen, als durch die oben gekennzeichnete Divisionsmanier. Nachdem nun die Division durchgenommen ist, mufs die Stellung von Aufgaben, die sich als Kombinationen der einzelnen Spezies darstellen, vielfach zur Übung kommen. Im Dienste des Kopfrechnens sind solche Exempel ein treffliches Mittel, sowohl zur Gewöhnung an ein aufmerksames Verfolgen gröfserer Zahlenreihen, wie auch zur schnellen und sicheren Beherrschung der einzelnen Grundrechnungsarten; als schriftliche Übungen sind sie geeignet, die Schüler in die Erlernung einer entsprechenden Gliederung der verschiedenen Operationen, sowie in eine zweckmäfsige Anordnung der einzelnen Stücke einzuführen.

Rechenvorteile und Abkürzungen. Obgleich es aus didaktischen Gründen verfrüht erscheinen mufs, dieses Kapitel unter Anlehnung oder unmittelbar nach der ersten Vornahme der Grundrechnungsarten zu behandeln, so glaubte ich ihm aber des sachlichen Zusammenhanges wegen hier eine Stelle geben zu müssen. Ein rationeller Rechenunterricht wird kaum auf die, durch Vorteile und Abkürzungen bedingte Vereinfachung und Sicherheit des Kalküls verzichten. Nur kommt es darauf an, dafs diese Dinge zur rechten Zeit und in rechter Weise gelehrt werden. Als allgemeine Regel dürfte gelten, dafs Vorteile und Kürzungen nicht eher vorkommen sollen, bis der Schüler im Normalverfahren die vollkommenste Sicherheit erlangt hat. Bedingt auch die Vertrautheit mit denselben eine Reihe von Übungen, so möchte doch davor zu warnen sein, letztere nicht allzulange auszudehnen, dagegen hernach die praktische Verwertung des Gelernten bei jeder gegebenen Veranlassung zu fordern. Die einzelnen Arten der Vorteile und Kürzungen hier zu bestimmen und zu erläutern, würde zu weit führen; in Beziehung auf ihre Behandlung möge nur bemerkt sein, dafs die Einübung nicht mechanisch erfolgen darf, dafs vielmehr der Schüler sich bei jeder Art des Verfahrens auch hinlänglich der Gründe desselben bewufst sei. So nur kann es möglich werden, auch Rechenvorteile und Abkürzungen zum Gegenstande eines fruchtbringenden und geistesbildenden Unterrichts zu machen und so für ihre spätere Anwendung eine allzeit sichere Direktive zu geben.

Resolvieren und Reduzieren. Wenn es auch geboten erscheint, die Sortenverwandlung auf einer bestimmten Unterrichtsstufe im Zusammenhang zur Vornahme zu bringen, so darf es deswegen nicht als ausgeschlossen gelten, auch leichte Übungen aus diesem Gebiete bei Durchnahme der Multiplikation und Division insoweit hereinzuziehen, als die hier auftretenden Elemente in dem Anschauungs- und Erfahrungskreise der Schüler gelegen sind. So können dieselben auf möglichst elementare Weise und auf praktischem Wege schon ziemlich früh in die Reduktion und Resolution eingeführt werden, und vor Aufführung des ganzen Gebäudes kann alsdann mancher Baustein zu demselben gesammelt sein. Die hier in Betracht zu ziehenden Arten des Rechnens bedingen die Kenntnis der

*) Die durch kleineren Druck dargestellten Ausrechnungen sind nach erlangtem Verständnis zunächst in der Erklärung entbehrlich.

Münzen, Maſse, Gewichte u. s. w. Daſs diese Kenntnis auf die möglichst anschauliche Weise gegeben werde, ist eine allgemeingültige Forderung der Didaktik, aber daſs die Vorführung der verschiedenen Währungszahlen und die daran anzuschlieſsenden Übungsaufgaben in angemessener Verteilung geschehe, scheint nach Ausweis vieler Rechenbücher, noch nicht jene Anerkennung gefunden zu haben, die eine praktische Pädagogik voraussetzen muſs. Die Praxis lehrt zuweilen, daſs beim Schüler im gegebenen Moment oft Zweifel darüber bestehen, ob ihm eine Resolution oder Reduktion vorliege, d. h. ob er Multiplikation oder Division anzuwenden habe. Zur Anbahnung einer hinlänglichen Sicherheit hierin dürfte es ratsam erscheinen, daſs er angehalten werde, sich recht häufig über die allgemeine oder besondere Art der Behandlung der Aufgaben zu erklären, z. B.: hier ist die niedere Sorte gegeben, die höhere ist zu suchen, man muſs die Division anwenden u. s. w. oder: man verwandelt Jahre in Tage, indem man die Anzahl der Jahre mit 365 multipliziert u. s. w. Auch beachte man, daſs sowohl in der Formulierung der Regel als auch in der schriftlichen Darstellung der Ausrechnung, der Thatsache Ausdruck gegeben werde, daſs man nicht die benannten Zahlen, sondern deren A n z a h l multipliziere oder dividiere. Die Aufgabe 1 086 Tage = ? Jahre würde demnach etwa folgendermaſsen zu behandeln sein: Die niedere Sorte ist gegeben, die höhere ist zu suchen; man verwandelt Tage in Jahre, indem man die Anzahl der Tage durch 365 dividiert:

$$1\,086 : 365 = 2^{356}/_{365}$$
$$356$$
$$1\,086 \text{ Tg.} = 2 \text{ J. } 356 \text{ Tg.}$$

Die Grundrechnungsarten mit benannten Zahlen. Auch dieser Teil des Rechenunterrichtes muſs, bevor er planmäſsig zur Behandlung kommt, auf den vorausgegangenen Stufen vorbereitend zur Durchnahme gelangt sein. Jetzt gilt es, diese Übungen auf sämtliche erlernten Münzen, Maſse und Gewichte u. s. w. auszudehnen, sie auf vielsortige Zahlenausdrücke anzuwenden und namentlich für ihre schriftliche Lösung feste Normen zu geben. Bezüglich der Lösung mag im allgemeinen darauf hingewiesen werden, daſs es wichtig erscheint, die Schüler auf den Unterschied der Behandlung im Kopf- und schriftlichen Rechnen aufmerksam zu machen, um sie bei ersterer Art strenge daran zu gewöhnen, stets mit der höheren Sorte zu beginnen, während die schriftliche Lösung für alle Spezies (mit Ausnahme der Division) ein Fortschreiten von der niederen Sorte aus bedingt. Wenn auch das spezielle Verfahren für jede Grundrechnungsart hier nicht gegeben werden kann, so möge nur auf d e n Fall hingewiesen sein, in dem der Minuend einer Sorte weniger Einheiten enthält als der Subtrahend. Für diesen Fall möchte ich empfehlen, auch die Schüler mit dem Verfahren bekannt zu machen, d e n M i n u e n d e n z u d e r, d u r c h A u f z ä h l e n e r m i t t e l t e n D i f f e r e n z z w i s c h e n W ä h r u n g s z a h l u n d S u b t r a h e n d e n, z u a d d i e r e n. Wäre z. B. die Aufgabe

	46 J.	44 Wch.	3 Tg.	15 Std.
—	22 „	18 „	5 „	20 „

gegeben, so wäre so zu rechnen: 20 Std. lassen sich von 15 Std. nicht subtrahieren, oder von 20 Std. kann man zu 15 Std. nicht fortschreiten, von 20 Std. bis zu 1 Tg. = 4 Std., 4 + 15 Std. = **19** Std.; von 5 Tagen bis zu 1 Woche = 2 Tg. 2 + 2 Tg. = 4 Tg. u. s. w. Es hat diese Art der Ausrechnung neben gröſserer Kürze auch den Wert erhöhter Sicherheit und ihr Verständis läſst sich neben der Subtraktionsmanier dem Schüler unschwer erschlieſsen.

Bruchlehre. Wenn es auch notwendig ist, die Brüche auf einer bestimmten Stufe des Schulorganismus zur Vornahme zu bringen, so ist es auf der andern Seite doch geboten, die Bruchzahlen auch vordem zum Gegenstande des Rechenunterrichtes zu machen. Bereits auf der Unterstufe ist der Begriff des Bruches zu veranschaulichen, und das Rechnen mit Brüchen, mündlich und schriftlich, hat sich nun in entsprechender Anpassung an den dominierenden Teil des Unterrichtsstoffes bis zur Behandlung der eigentlichen Bruchlehre hindurchzuziehen. Weist auf einen solchen Gang ihrer Durchnahme der geistesbildende Inhalt jener Zahlengröfsen hin, so ist eine frühzeitige Bekanntmachung mit denselben doch vorzugsweise bedingt durch ihre praktische Bedeutung. Zahlenteilungen treten im praktischen Leben ja überwiegend im sprachlichen Gewande des Bruches auf, und so berührt der Bruch nicht allein den Lebens- und Erfahrungskreis des Kindes, auch die verschiedenen Gegenstände des Schulunterrichtes fordern vielfach seine Verwendung und damit sein Verständnis. Welche Gebiete der Bruchlehre können nun propädeutisch zur unterrichtlichen Behandlung gelangen? Vor allem fleifsige auf vielfache Anschauung gegründete Übung im Bilden der Brüche, sodann in Anlehnung an die Multiplikation: Verwandlung ganzer Zahlen in Brüche und Einrichten gemischter Zahlen, und im Anschlufs an die Division: Verwandlung unechter Brüche in ganze, bezw. gemischte Zahlen. Von den vier Grundrechnungsarten mit Brüchen können vorerst nur solche Fälle Beachtung finden, welche die Auffassung des Bruches als benannte ganze Zahl bedingen, also alle Operationen, die sich unmittelbar am Zähler ausführen lassen; dahin gehören: Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche, Multiplikation von Brüchen mit ganzen Zahlen (nur durch Multiplikation des Zählers), Division von Brüchen durch ganze Zahlen (insofern der Zähler durch den Divisor teilbar ist). Diese Vornahmen lassen sich besonders vorteilhaft an die Einübung des Einmaleins anschliefsen und müssen darum dessen sicheres Erlernen wesentlich unterstützen. Da der Bruch seinem Inhalte nach nur seine Voraussetzung in der Entstehung hat, so kann eine sachliche Erklärung desselben blofs eine bezügliche sein, eine absolut gültige Definition des Bruches kann sich lediglich auf dessen Form beziehen. Wichtiger als die geschicktest angelegte Definition halte ich darum die Darlegung der Bildung des Bruches und Nachweisung derselben an vielen vorgelegten Beispielen. Hierbei ist auch die Auffassung des Bruches als Division des Zählers durch den Nenner in hervorragender Weise zu berücksichtigen, denn diese Erkenntnis ist für das Rechnen mit Brüchen selbst von weitgehender Bedeutung und wird für die Regeldetri, noch mehr für die Algebra unentbehrlich. Es ist darum nicht nur darauf hinzuarbeiten, dafs solche Auffassung dem Schüler geläufig werde, sondern, dafs er auch lerne, sie möglichst häufig zur Anwendung zu bringen. Verschiedene Gebiete der Bruchlehre setzen die Kenntnis der Teilbarkeit der Zahlen voraus. Dafs dieselbe auch in begründender Weise zu lehren ist, kann nach den vorausgegangenen Darlegungen kaum angezweifelt werden. Jedoch geben methodische Leitfäden sowohl, als auch Schulrechenbücher dieser Seite der Behandlung eine Ausdehnung, welche die Gefahr nahe legen mufs, dafs über dem Einlernen der Beweise, die eigentliche Übung, d. h. die möglichst schnelle und sichere Anwendung der Teilbarkeitsmerkmale auf den konkreten Fall, nur in untergeordneter Weise Beachtung finden kann. Die oben bezeichneten vorbereitenden Übungen zur Bruchlehre geben auch die Möglichkeit an die Hand, die einzelnen Abschnitte dieser Disziplin in einer Folge zur unterrichtlichen Behandlung zu bringen, welche zwar von der sonst allgemein gebräuchlichen Anordnung des Lehrstoffes abweicht, die aber in sich sachlicher begründet und didaktisch rationeller sein dürfte. Nach diesem Stufengang würde die Entwicklung des Bruches noch einmal anschaulich und gründlich vorzunehmen sein, daran hätten sich zu schliefsen: Wertveränderungen des Bruches durch Multiplikation und Division des Zählers und des Nenners, Multiplikation und Division der Brüche und gemischten Zahlen mit ganzen, bezw. durch ganze Zahlen, Erweitern und Kürzen der Brüche, Gleichnamigmachen derselben, Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche, Enthaltensein, Multiplikation und Division, wobei der Multiplikator, resp. Divisor ein Bruch oder eine gemischte Zahl ist; kursorische Durchnahme der vier Spezies mit Brüchen. Wenn auch nach Einführung des dezimalen Münz-, Mafs- und Gewichtssystems die praktische Verwertung des gemeinen Bruches an Bedeutung verloren hat und darum in Rücksicht hierauf seine Behandlung in der abschliefsenden Volksschule sich in manchen Punkten beschränken konnte, so verlangt der Rechenunterricht der höheren Schulen jene gründliche und erschöpfende Behandlung der Bruchlehre, die geeignet ist dem zum gröfsten Teil auf ihr fufsenden algebraischen Unterrichte die breiteste Grundlage zu geben. Eine Durchnahme in diesem Sinne kann sich selbst unter sicherster Voraussetzung der oben skizzierten Propädeutik unmöglich in dem, der Bruchrechnung zugewiesenen Jahreskursus vollziehen, eine gründliche Wiederholung und Vertiefung derselben auf der nächsten, sowie ihre kursorische Durchnahme auf den folgenden Stufen ist unbedingtes Erfordernis.

Dezimalbrüche. Sowohl die Aufgaben der Resolution und Reduktion als auch der vier Spezies mit benannten Zahlen haben als sachlichen Inhalt Münzen, Mafse, Gewichte u. s. w. Deren System beruht zumeist auf dezimaler Teilung, und ist für Darstellung solcher mehrsortigen Ausdrücke die dezimale Schreibung angeordnet. Diese aber ist begründet in dem dezimalen Teile des Zahlensystems, also ihr Verständnis in der Kenntnis der Dezimalbrüche. Da es nun aus mancherlei Rücksichten geboten erscheint, die Sortenverwandlungen sowie auch die Grundrechnungsarten mit benannten Zahlen der zusammenhängenden Behandlung der Bruchlehre vorausgehen zu lassen, so fragt es sich: ist es möglich, die Dezimalbruchrechnung auf dieser Stufe insoweit ihre Anwendung zu dem angedeuteten Zwecke erfordert wird, unterrichtlich zu behandeln? Es hat diese Frage eine Beantwortung in positivem und negativem Sinne erfahren, und eine Entscheidung nach der einen oder andern Seite setzt eine sachliche Prüfung der Materie voraus. Diese Prüfung nun gestaltet sich insofern ziemlich einfach, als es sich doch nur darum handeln kann, ob der Schüler auf Grund seines materiellen Wissens aus dem Gebiete der Zahlenlehre das Wesen der Dezimalbrüche zu verstehen vermag. Die Dezimalbrüche sind ihrem Inhalte nach Brüche, ihrer Form nach ganze Zahlen; es fragt sich also: ist ein Verständnis für diese nach zwei Seiten sich erstreckende Auffassung durch den vorausgegangenen Unterricht angebahnt? Wenn die Bruchlehre im Sinne der Ausführungen des vorausgegangenen Abschnittes schon von der Unterstufe anfangend, eine vorbereitende Behandlung erfährt, so kann es keinem Zweifel unterliegen, dafs der Schüler mit dem Wesen der Brüche die erforderliche Vertrautheit erlangt hat. Ebenso ist durch die Bekanntschaft mit dem dekadischen Zahlensystem auch eine Analogie für das dezimale Zahlensystem gegeben und dessen Auffassung dadurch hinlänglich vorbereitet. Mithin sind die beiden Bedingungen, die zum Verstehen und Darstellen der Dezimalbrüche vorauszusetzen sind, vorhanden, gegen ihre Vornahme könnten also vom didaktischen Standpunkte keine prinzipiellen Bedenken vorliegen. Dezimalbrüche aber ohne hinreichende Voraussetzung des Begriffes Bruch, d. h. sie einseitig blofs als Fortsetzung des dekadischen Zahlensystems zu erklären, bedeutet eine Verwechslung des Zeichens mit der Sache. Die Dezimalbrüche fallen eben unter den Gattungsbegriff Brüche, und was darum die verschiedene Art, dieselben zu lesen, betrifft, so ist dazu anfangs die Bruchform als die absolut geeignetste zu erachten. Wenn der Schüler 0,79 = neunundsiebenzig Hundertstel liest, so ist es ihm in ganz anderer Weise möglich, die Teile der niederen Ordnung im richtigen Verhältnis zu denen der höheren Ordnung zu erkennen, als wenn er sagen würde: 0 Komma 79. Es empfiehlt sich auch, dafs das Zerlegen von Dezimalbrüchen und gemischten Zahlen in ihre Stelleneinheiten der

Gegenstand unausgesetzter Übung sei, und es ist endlich unerläſslich, daſs das eigentliche Rechnen mit denselben sich anfangs unter genauer Stellenbenennung bei der Beschreibung des Verfahrens vollziehe. Unter Zusammenwirken aller dieser Faktoren ist es nicht nur möglich dem Schüler eine klare Anschauung von dem Wesen dezimaler Einheiten zu geben, es wird auch diese so gewonnene Erkenntnis der Natur jener Zahlengröſsen durch solcherlei Übungen denjenigen Grad von Beständigkeit gewinnen, der für ihre fernere Behandlung im Rechenunterrichte unbedingtes Erfordernis ist. Vorerst kommt es also darauf an, die Dezimalbrüche auf Grund des allgemeinen Begriffes Bruch zum Verständnis zu bringen, aber sodann nur jene Operationen der vier Grundrechnungsarten mit ihnen vorzunehmen, die sich durch das Zahlensystem begründen lassen, also: Addieren und Subtrahieren unter Ausschluſs des Gleichnamigmachens, Multiplizieren und Dividieren, wobei sie nur als Multiplikand, bezw. Dividend auftreten. Die vollständige Durchnahme der Dezimalbruchrechnung setzt die Kenntnis der Bruchlehre voraus und kann nur im Anschlusse an diese erfolgen; ob dieselbe sich der Vornahme des ganzen Gebietes der Bruchlehre anzuschlieſsen habe, oder ob die einzelnen Operationen den adäquaten Rechnungen in gemeinen Brüchen anzuschlieſsen sind, ist dabei nicht von groſsem Belang.

Regeldetri. Leider kann ich diesem wichtigen Kapitel nur wenige Zeilen widmen. Ich muſs mich daher nur darauf beschränken, hier in kürzester Form meine Stellung zu jenen Ansichten, welche über die didaktische Bedeutung der gebräuchlichsten Lösungsarten hervorgetreten sind, darzulegen. In erster Reihe derselben steht die Schluſsrechnung. Sie bietet wegen ihrer leichten Verständlichkeit und ihrer allgemeinen Anwendbarkeit eine allzeit sichere Handhabe für die Lösung der mannigfachsten Aufgaben des bürgerlichen Lebens; sie ist auch durch die strenge Logik ihrer Schlüsse in hervorragender Weise geeignet, den Schüler denkend rechnen zu lehren. Ohne ein gründliches Verständnis und ohne eine sichere Beherrschung des Schluſssatzes dürfte keiner anderen Lösungsmethode eine Stelle im Rechenunterrichte zu geben sein. Mit der Forderung, die Kettenrechnung nicht mehr zu lehren, kann ich mich nicht einverstanden erklären. Diese Methode, an einfachen Aufgaben aus dem Bruchsatze der Schluſsrechnung entwickelt, kann dem Schüler hinsichtlich des Verständnisses nicht besondere Schwierigkeiten bereiten, aber ihre ökonomischen Vorteile gestalten sich für mancherlei Fälle des bürgerlichen Rechnens so wertvoll, daſs die auf ihre Erklärung und Einübung verwendete Zeit und Mühe ihrem praktischen Werte wohl entsprechen mag. Wenn ich auch der Proportionslösung an sich keine weitgehende Bedeutung beilege, so halte ich doch dafür, auch mit dieser Lösungsart die Schüler aller jener Schulen vertraut zu machen, welchen die Lehre von den Proportionen als Teil der reinen Arithmetik später dargeboten wird. In Rücksicht auf letztere Thatsache, verlangen manche Methodiker den Ausschluſs des Proportionalsatzes bei den Lösungen der Regeldetriaufgaben, aber ich bin geneigt zu fordern, gerade darum den Schüler damit vertraut zu machen. Eine einfache, in Anlehnung an die Bruchrechnung, gegebene Belehrung über die geometrischen Verhältnisse und daran anschlieſsend eine Veranschaulichung der wichtigsten Sätze über die Proportionen genügen, um die Schüler in jenes Verständnis einzuführen, das zur proportionsmäſsigen Lösung von Regeldetriaufgaben erforderlich ist. Eine fleiſsige Übung in dieser Lösungsmethode dürfte aber in hohem Grade geeignet sein, einer folgenden Behandlung der Proportionslehre, im Rahmen der reinen Arithmetik, jene konkrete Grundlage zu geben, die zu einem sicheren Erfassen derselben sehr geeignet erscheint.
