Fortsetzung von den Verhältnissen und Proportionen.

Was bereits im ersten Heft von den Regeln der Verhältnisse und Proportionen ohne Brüche, gesagt worden ist, das gilt auch hier bey den Verhältnissen und Proportionen mit Brüchen. Es wäre also überflüssig alle Regeln hier noch einmal anzuführen, nur eine kurze Wiederholung des Unterschieds zwischen den Verhältnissen und Proportionen in Ansehung ihrer arithmetischen und geometrischen Verhältnisse und deren Benennungen, soll hier geschehen. Es können auch die Regeln nebst Beyspielen, um so mehr im allgemeinen gegeben werden, weil man hier nicht, wie im ersten Heft auf die Resultate, wo zuweilen Brüche entstehen, Rücksicht zu nehmen braucht.

Zwey Größen sind überhaupt in einem Verhältniß, in so fern die eine aus der andern entstehen kann; in einem arithmetischen Verhältnisse, in so fern die eine aus der andern durch Addition oder Subtraction einer dritten Größe, und in einem geometrischen Verhältnisse, in so fern die eine aus der andern durch Multiplication oder Division entstehet.

Der Verhältnißname heißt auch hier bey den arithmetischen Verhältnissen die Differenz, und bey den geometrischen Verhältnissen der Exponent der beyden Glieder, der eine ganze Zahl, aber auch ein Bruch seyn kann.

Die Verhältnisse sind nur in sofern unterschieden, als ihre Benennungen verschieden sind, und es gibt daher so viel verschiedene Arten von Verhältnissen, als verschiedene Benennungen gefunden werden können. Die erste Art ist, wenn die Benennung 1 wird, und dieses geschiehet, wenn die beyden Zahlen gleich sind, als 6 : 6 = 8 : 8, wovon die Benennung 1 wird, und deßwegen das Verhältniß der Gleichheit genannt wird. Hierauf folgen diejenigen, deren Benennung eine ganze Zahl wird, als 3 : 6 wo die Benennung 2 ist, oder 8 : 24 wo die Benennung 3 ist ꝛc. Endlich kommen auch solche vor, deren Benennung durch Brüche ausgedrückt wird, als: 7 : 15, wo die Benennung $\frac{15}{7}$ oder $2\frac{1}{7}$ ist oder 24 : 20 dessen Benennung $\frac{5}{6}$ ist ꝛc.

Um ein jedes Verhältniß auf das deutlichste vorzustellen, muß man die Benennung derselben auf die geringsten Zahlen zu bringen suchen, welches auf einmal geschehen kann, wenn die beyden Glieder des Verhältnisses durch ihren größten gemeinen Theiler (gemeinschaftliches Maaß) dividirt werden, z. B. Das Verhältniß 1200 : 600 durch 600 dividirt, so kommt das Verhältniß 2 : 1 oder 2 zu 1.

Alle arithmetischen Verhältnisse, die einerley Differenz haben, und alle geometrischen Verhältnisse, die einerley Exponenten haben, sind einander gleich. Daher sind die arithmetischen Verhältnissen 8 — 12, 11 — 15, 20 — 16, 10 — 6, einander gleich, weil die Differenz eines jeden = 4 ist, eben so die geometrischen Verhältnisse, z. B. 5 : 20; 6 : 24; 28 : 7; 40 : 10, weil hier der Exponent eines jeden = 4 ist. Also kann bey den arithmetischen Verhältnissen von der Gleichheit der D i f f e r e n z e n, auf die Gleichheit der Verhältnisse, und bey den geometrischen von der Gleich-

heit

heit der Exponenten auf die Gleichheit der Verhältnisse geschlossen werden.

Noch einige Lehrsätze.

Man kann in einer jeden arithmetischen und in einer jeden geometrischen Proportion, das erste Glied mit dem zweyten, und das dritte mit dem vierten verwechseln, und es bleibt dennoch eine richtige Proportion. Z. B.

a) In einer arithmetischen Proportion.

$$\underset{7}{\underline{9 - 16}} = \underset{7}{\underline{20 - 27}} \quad \text{Oder} \quad \underset{7}{\underline{16 - 9}} = \underset{7}{\underline{27 - 20}}$$

b) In einer geometrischen Proportion.

$$\underset{4}{\underline{6 : 24}} = \underset{4}{\underline{7 : 28}} \quad \text{Oder} \quad \underset{4}{\underline{24 : 6}} = \underset{4}{\underline{28 : 7}}$$

In einer arithmetischen und in einer geometrischen Proportion kann man die mittlern Glieder mit einander verwechseln, und die Proportion bleibt dennoch richtig. Z. B.

a) In einer arithmetischen Proportion.

$$\underset{5}{\underline{6 - 11}} = \underset{5}{\underline{16 - 21}} \quad \text{Oder} \quad \underset{10}{\underline{6 - 16}} = \underset{10}{\underline{11 - 21}}$$

b) In einer geometrischen Proportion.

$$\underset{4}{\underline{6 : 24}} = \underset{4}{\underline{7 : 28}} \quad \text{Oder} \quad \underset{1\frac{1}{6}}{\underline{6 : 7}} = \underset{1\frac{1}{6}}{\underline{24 : 28}}$$

Zu den äussern Gliedern einer stäten arithmetischen Proportion, das mittlere Glied zu finden.

Man nehme die halbe Summe der äussern Glieder, so hat man das mittlere Glied. Z. B. Es seyen die Zahlen 10 und 15 gegeben, so ist $\frac{1}{2}$ aus 10 + 15 = $12\frac{1}{2}$ = die mittlere Proportionalzahl, und es ist:

$$\frac{10 - 12\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{12\frac{1}{2} - 15}{2\frac{1}{2}}$$

Um zu den äußern Gliedern einer stäten geometrischen Proportion, das mittlere Glied zu finden, siehe man im ersten Heft Seite 111.

Es lassen sich auch die Brüche aus einem Verhältnisse wegschaffen, wenn man die Glieder derselben mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt. Z. B. — Wenn sich zwey Zahlen 7 und 9 wie die Zahlen 13 zu $16\frac{5}{7}$ verhielten, so könnte man schließen, daß sich diese beyden Größen auch wie die ganzen Zahlen 91 und 117 verhalten müßten.

Beweis.

$$\frac{7 : 9 = 13 : 16\frac{5}{7}}{7 : 9 = 13 \times 7 : 16 \times 7 + 5}$$

das ist $7 : 9 = 91 : 117$

denn $7 : 9 = 1\frac{2}{7}$ und $91 : 117 = 1\frac{2}{7}$.

Folglich bleibt es eine vollständige Proportion.

Ei-

Einige Uebungs-Aufgaben nebſt Auflöſungen über alle bisher abgehandelten Regeln der arithmetiſchen und geometriſchen Proportionen.

Aufgaben über arithmetiſche Proportionen.

Wenn zu dreyen gegebenen Gliedern das vierte gefunden werden ſoll. Dabey gibts 4 verſchiedene Fälle, nämlich:

a) Wenn das 1te Glied fehlt.
b) " " 2te " "
c) " " 3te " "
d) " " 4te " "

a.

Aufgabe 1) $x - 7\frac{1}{2} = 13 - 4\frac{1}{2}$.

Auflöſung. $13 - 4\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$ und $8\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} = 16 = x$.

Aufgabe 2) $x - 16 = 4\frac{1}{2} - 13$.

Auflöſung. $13 - 4\frac{1}{2} = 8\frac{1}{3}$ = die Differenz, alſo $16 - 8\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2} = x$.

Aufgabe 3) $x - \frac{3}{8} = \frac{11}{12} - \frac{1}{5}$.

Auflöſung. $\frac{11}{12} - \frac{1}{5} = \frac{43}{60}$ und $\frac{43}{60} + \frac{3}{8} = 1\frac{11}{120} = x$.

Aufgabe 4) $x - 1\frac{11}{120} = \frac{1}{5} - \frac{11}{12}$.

Auflöſung. $\frac{11}{12} - \frac{1}{5} = \frac{43}{60}$ = die Differenz, Alſo $1\frac{11}{120} - \frac{43}{60} = \frac{3}{8} = x$.

b.

Aufgabe 5) $6 - x = \frac{3}{8} - \frac{7}{9}$.

Auflöſung. $\frac{3}{8} - \frac{7}{9} = \frac{29}{72}$ und $\frac{29}{72} + 6 = 6\,\frac{29}{72} = x$.

Aufgabe 6) $6\,\frac{29}{72} - x = \frac{7}{9} - \frac{3}{8}$.

Auflöſung. $\frac{7}{9} - \frac{3}{8} = \frac{29}{72}$ und $6\,\frac{29}{72} - \frac{29}{72} = 6 = x$.

c.

Aufgabe 7) $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = x - 4$.

Auflöſung. $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{1}{15}$ und $1\,\frac{1}{15} - 4 = 3\,\frac{14}{15} = x$.

Aufgabe 8) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = x - 3\,\frac{14}{15}$.

Auflöſung. $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ und $\frac{1}{15} + 3\,\frac{14}{15} = 4 = x$.

d.

Aufgabe 9) $4\,\frac{1}{2} - 2\,\frac{3}{4} = 11 - x$.

Auflöſung. $4\,\frac{1}{2} - 2\,\frac{3}{4} = 1\,\frac{3}{4}$ und $11 - 1\,\frac{3}{4} = 9\,\frac{1}{4} = x$.

Aufgabe 10) $2\,\frac{3}{4} - 4\,\frac{1}{2} = 9\,\frac{1}{4} - x$.

Auflöſung. $2\,\frac{3}{4} - 4\,\frac{1}{2} = 1\,\frac{3}{4}$ und $9\,\frac{1}{4} + 1\,\frac{3}{4} = 11 = x$.

Wenn zu zwey Gliedern das dritte geſucht werden ſoll. Dabey gibts wieder 3 Fälle.

a) wenn das vordere Glied fehlt.
b) „ „ mittlere „ „
c) „ „ hintere „ „

a.

Aufgabe 11) $\because\ x\ .\ 7\frac{1}{2}\ .\ 12\frac{3}{4}$.

Auflösung. $7\frac{1}{2} - 12\frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$ und $7\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4} = x$.

Aufgabe 12) $\because\ x\ .\ 12\frac{3}{4}\ .\ 7\frac{1}{2}$.

Auflösung. $12\frac{3}{4} - 7\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$ und $5\frac{1}{4} + 12\frac{3}{4} = 18 = x$.

b.

Aufgabe 13) $\because\ \frac{3}{8}\ .\ x\ .\ \frac{7}{8}$.

Auflösung. $\frac{7}{8} + \frac{3}{8} = \frac{10}{8}$ und 2 in $\frac{10}{8} = \frac{5}{8} = x$.

Aufgabe 14) $\because\ 3\frac{1}{2}\ .\ x\ .\ \frac{5}{6}$.

Auflösung. $3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = 4\frac{1}{3}$ und $2 : 4\frac{1}{3} = 2\frac{1}{6} = x$.

c.

Aufgabe 15 $\because\ 9\frac{1}{8}\ .\ 15\ .\ x$.

Auflosung. $9\frac{1}{8} - 15 = 5\frac{7}{8}$ und $15 + 5\frac{7}{8} = 20\frac{7}{8} = x$.

Aufgabe 16) $\because\ 5\frac{9}{10}\ .\ 3\frac{1}{2}\ .\ x$.

Auflösung. $5\frac{9}{10} - 3\frac{1}{2} = 2\frac{2}{5}$ und $3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5} = 1\frac{1}{10} = x$.

Diese bisher angeführten Aufgaben lassen sich auch auf die nämliche Weise auflösen, wie im ersten Heft gezeigt worden.

Zu drey Gliedern das vierte zu suchen.

a) Wenn ein äußeres Glied fehlt, so werden die zwey mittlern Glieder addirt, und von deren Summe wird das bekannte äußere Glied abgezogen, so zeigt der Rest die vierte Proportionalzahl an. — Ich führe hier die nämlichen Beyspiele von oben an, als:

Aufgabe 1) $x - 7\frac{1}{2} = 13 - 4\frac{1}{2}$.

Auflösung. $7\frac{1}{2} + 13 = 20\frac{1}{2} = x + 4\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r} -\ 4\frac{1}{2} \\ \hline 16 = x. \end{array}$$

Aufgabe 2) $x - 16 = 4\frac{1}{2} - 13$.

Auflösung. $16 + 4\frac{1}{3} = 20\frac{1}{2} = x + 13$.

$$\begin{array}{r} -\ 13 \\ \hline 7 = x. \end{array}$$

Aufgabe 9) $4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} = 11 - x$.

Auflösung. $2\frac{3}{4} + 11 = 13\frac{3}{4} = x + 4\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r} -\ 4\frac{1}{2} \\ \hline 9\frac{1}{4} = x. \end{array}$$

Aufgabe 10) $2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} = 9\frac{1}{4} - x$.

Auflösung. $4\frac{1}{2} + 9\frac{1}{4} = 13\frac{3}{4} = x - 2\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{r} -\ 2\frac{3}{4} \\ \hline 11 = x. \end{array}$$

b) Wenn ein mittleres Glied zu suchen ist, so werden die äußern Gliedern addirt, und von deren Summe das mittlere bekannte Glied abgezogen.

Aufgabe 5) $6 - x = \frac{3}{8} - \frac{7}{9}$.

Auflösung. $6 + \frac{7}{9} = 6\frac{7}{9} = x - \frac{3}{8}$.

$$- \frac{3}{8}$$

$$6\frac{29}{72} = x.$$

Aufgabe 6) $6\frac{29}{72} - x = \frac{7}{9} - \frac{3}{8}$.

Auflösung. $6\frac{29}{72} + \frac{3}{8} = 6\frac{7}{9} = x - \frac{7}{9}$.

$$- \frac{7}{9}$$

$$6 = x.$$

Aufgabe 7) $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = x - 4$.

Auflösung. $\frac{1}{3} + 4 = 4\frac{1}{3} = x\ \frac{2}{5}$.

$$- \frac{2}{5}$$

$$3\frac{14}{15} = x.$$

Aufgabe 8) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = x - 3\frac{14}{15}$.

Auflösung. $\frac{2}{5} + 3\frac{14}{15} = 4\frac{1}{3} = x - \frac{1}{3}$.

$$- \frac{1}{3}$$

$$4 = x.$$

Wenn zu zwey Gliedern das dritte gesucht werden soll.

a) Wenn das erste Glied zu suchen ist, so verdoppelt oder multiplicirt man das mittlere Glied mit 2, und von der herauskommenden Summe, wird das dritte Glied abgezogen.

b) Wenn das dritte Glied fehlt, so verdoppelt man ebenfalls das mittlere Glied, und von der Summe ziehe man das erste Glied ab.

c) Iſt das zweyte oder mittlere Glied zu ſuchen, ſo findet nur eine Auflöſung Statt, wie ſchon gezeigt worden.

a.

Aufgabe 11) $\because x \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 12\frac{3}{4}$.

Auflöſung. $2 \times 7\frac{1}{2} = 15 = x + 12\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{r} -\ 12\frac{3}{4} \\ \hline 2\frac{1}{4} = x. \end{array}$$

Aufgabe 12) $\because x \cdot 12\frac{3}{4} \cdot 7\frac{1}{2}$.

Auflöſung. $2 \times 12\frac{3}{4} = 25\frac{1}{2} = x + 7\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r} -\ 7\frac{1}{2} \\ \hline 18 = x. \end{array}$$

b.

Aufgabe 15) $\because 9\frac{1}{8} \cdot 15 \cdot x$.

Auflöſung. $2 \times 15 = 30 = x + 9\frac{1}{8}$.

$$\begin{array}{r} -\ 9\frac{1}{8} \\ \hline 20\frac{7}{8} = x. \end{array}$$

Anmerkung. Man pflegt auch die mittlere Proportionalzahl zu ſuchen, wenn man wiſſen will, wie viel zwey oder mehrere Größen, eine in die andere gerechnet, betragen, und bey dergleichen Fällen addirt man ſie alle zuſammen, und dividirt hernach durch die Anzahl der Größen, die addirte Summe, der Quotient iſt die mittlere Proportionalzahl. Z. B.

Einer hat zwey Sorten Tobak gekauft (von jeder aber gleich viel) davon koſtet ihm das Pfund von der erſten Sorte 26 $\frac{1}{2}$ Stbr. und das Pf. von der zweyten

Sorte 30 Stbr. Wenn er nun diesen Tobak untereinander mischt, wie theuer kommt ihm alsdann jedes Pf. durcheinander gerechnet?

a = $26\frac{1}{2}$
b = 30

$56\frac{1}{2}$

2) ———

$28\frac{1}{4}$ Stbr. jedes Pf.

Noch ein Beyspiel, wenn mehrere Preise vorkommen.

Ein Kornhändler kauft auf einem Markttage Roggen, nach verschiedenen Preisen, nämlich: das Malter zu 7 Thl. 4 Gg., — zu 7 Thl. $6\frac{1}{2}$ Gg., — 7 Thl. 19 Gg., — und zu 7 Thl. 23 Gg. das Malter. Frage wie viel ihm das Malter durcheinander kostet?

1tens	zu	7 Thl.		4 Ggr.	
2tens	=	7	=	$6\frac{1}{2}$	=
3tens	=	7	=	19	=
4tens	=	7	=	23	=
		30 Thl.		$4\frac{1}{2}$ Ggr.	

4) ———

7 Thl. $13\frac{1}{8}$ Ggr. jedes Malter.

Aufgaben über geometrische Proportionen.

Wenn zu drey Gliedern das vierte gesucht werden soll. Hierbey kommen ebenfalls 4 Fälle zu beobachten vor:

a) wenn das 1te Glied fehlt.
b) = = 2te = =
c) = = 3te = =
d) = = 4te = =

a.

Aufgabe 1) $x : 21 = 4 : 18$.

Auflösung. $4 : 18 = 4\frac{1}{2}$ = Exponent, und $4\frac{1}{2} : 21 = 4\frac{2}{3} = x$.

Aufgabe 2) $x : 21 = 18 : 4$.

Auflösung. $18 : 4 = \frac{2}{9}$ = Exponent, und $\frac{2}{9} : 21 = 94\frac{1}{2} = x$.

Aufgabe 3) $x : 4\frac{2}{3} = 18 : 4$.

Auflösung. $18 : 4 = \frac{2}{9}$ = Exponent, und $\frac{2}{9} : 4\frac{2}{3} = 21 = x$.

b.

Aufgabe 4) $4 : x = \frac{3}{8} : 3\frac{1}{2}$.

Auflösung. $\frac{3}{8} : 3\frac{1}{2} = 9\frac{1}{3}$ = Exponent, und $4 : 9\frac{1}{3} = 37\frac{1}{3} = x$.

Aufgabe 5) $\frac{3}{4} : x = \frac{9}{10} : \frac{1}{2}$.

Auflösung. $\frac{9}{10} : \frac{1}{2} = \frac{5}{9}$ = Exponent, und $\frac{3}{4} : \frac{5}{9} = \frac{5}{12} = x$.

c.

Aufgabe 4) $7 : 16 = x : 12$.

Auflösung. $7 : 16 = 2\frac{2}{7}$ = Exponent, und $2\frac{2}{7} : 12 = 5\frac{1}{4} = x$.

Aufgabe 7) $16 : 7 = x : 12$.

Auflösung. $16 : 7 = \frac{7}{16}$ = Exponent, und $\frac{7}{16} : 12 = 27\frac{3}{7} = x$.

d.

Aufgabe 8) $13\frac{1}{2} : 44 = 2 : x$.

Auflösung. $13\frac{1}{2} : 44 = 3\frac{7}{27}$ = Exponent, und $2 : 3\frac{7}{27} = 6\frac{14}{27} = x$.

Aufgabe 9) $44 : 13\frac{1}{2} = 6\frac{14}{27} : x$.

Auflösung. $44 : 13\frac{1}{2} = \frac{27}{88}$ = Exponent, und $6\frac{14}{27} \cdot \frac{27}{88} = 2 = x$.

Wenn zu Gliedern das dritte Glied gesucht wird.

a) Wenn das 1te Glied fehlt.
b) = = 2te = =
c) = = 3te = =

a.

Aufgabe 10) $\because x \cdot 7 \cdot 39$.

Auflösung. $7 : 39 = 5\frac{4}{7}$ = Exponent, und $5\frac{4}{7} : 7 = 1\frac{10}{39} = x$.

Aufgabe 11) $x \cdot 39 \cdot 7$.

Auflösung. $39 : 7 = \frac{7}{39}$ = Exponent, und $\frac{7}{39} : 39 = 217\frac{2}{7} = x$.

b.

Wenn das zweyte oder mittlere Glied zu suchen ist, so findet nur eine Auflösungsart Statt, indem man die beyden äußern Glieder mit einander multiplicirt, und aus dem Producte die Quadratwurzel gesucht wird. Diese Wurzel oder Zahl ist das verlangte zweyte Glied oder die mittlere Proportionalzahl. Z. B.

Aufgabe 12) $\because 3 . x . 48.$

Auflöſung. $3 \times 48 = 144 = x . x = x^2$ die Quadratzahl, deren Wurzel 12 iſt.

c.

Aufgabe 13) $\because 5 . 13 . x.$

Auflöſung. $5 : 13 = 2\frac{3}{5}$ = Exponent, und $2\frac{3}{5} . 13 = 33\frac{4}{5} = x.$

Aufgabe 14) $\because 16 . 2\frac{1}{2} . x.$

Auflöſung. $16 : 2\frac{1}{2} = \frac{5}{32}$ = Exponent, und $\frac{5}{32} . 2\frac{1}{2} = \frac{25}{64} = x.$

Dieſe Aufgaben können auch auf die nämliche Weiſe aufgelöſet werden, wie im erſten Heft gezeiget worden iſt.

Wenn zu drey Gliedern das vierte geſucht werden ſoll.

a) Fehlet eins der äußern Gliedern, ſo werden die zwey mittlern Glieder mit einander multiplicirt und das Product durch das bekannte äußere Glied dividirt.

Aufgabe 1) $x : 16 = 24 : 50.$

Auflöſung. $24 . 16 = 384 = x . 50$ und $50 : 384 = 7\frac{17}{25} = x.$

Aufgabe 2) $x : 16 = 50 : 24.$

Auflöſung. $16 . 50 = 800 = x . 24$ und $24 : 800 = 33\frac{1}{3} = x.$

Aufgabe 3) $x : 33\frac{1}{3} = 50 : 24.$

Auflösung. $33\frac{1}{3} \cdot 50 = 1666\frac{2}{3} = x \cdot 24$ und $24 : 1666\frac{2}{3} = 69\frac{4}{9} = x$.

Aufgabe 4) $4 : 9 = 7 : x$.

Auflösung. $9 \cdot 7 = 63 = x \cdot 4$, und $4 : 63 = 15\frac{3}{4} = x$.

Aufgabe 5) $\frac{3}{4} : \frac{7}{12} = \frac{9}{10} : x$.

Auflösung. $\frac{7}{12} \cdot \frac{9}{10} = \frac{21}{40} = x \cdot \frac{3}{4}$, und $\frac{3}{4} : \frac{21}{40} = \frac{7}{10} = x$.

b) Fehlet ein mittleres Glied, so werden die äußern Glieder mit einander multiplicirt, und das Product durch das bekannte mittlere Glied dividirt.

Aufgabe 6) $7 : x = 13 : 40$.

Auflösung. $7 \cdot 40 = 280 = x \cdot 13$, und $13 : 280 = 21\frac{7}{13} = x$.

Aufgabe 7) $21\frac{7}{13} : x = 40 : 13$.

Aufgabe 8) $15 : 36 = x : 100$.

Auflösung. $15 \cdot 100 = 1500 = x \cdot 36$, und $36 : 1500 = 41\frac{2}{3} = x$.

Aufgabe 9) $\frac{1}{2} : \frac{7}{8} = x : 1$.

Auflösung. $\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} = x \cdot \frac{7}{8}$, und $\frac{7}{8} : \frac{1}{2} = \frac{4}{7} = x$.

Aufgabe 10) $1 : \frac{4}{7} = x : \frac{1}{2}$.

Auflösung. $1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = x \cdot \frac{4}{7}$, und $\frac{4}{7} : \frac{1}{2} = \frac{7}{8} = x$.

Wenn zu zwey Gliedern das dritte gesucht werden soll, und es fehlet das erste oder dritte Glied, so multipliciret man das mittlere Glied mit sich selbst, und das Product wird durch das bekannte Glied dividirt, der Quotient zeigt das fehlende Glied an.

Aufgabe 11) $:: x \cdot 16 \cdot 36$.

Auflösung. $16 \cdot 16 = 256 = x \cdot 36$, und $36 : 256 = 7\frac{1}{9} = x$.

Aufgabe 12) $:: x \cdot \frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{2}$.

Auflösung. $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} = x \cdot 2\frac{1}{2}$, und $2\frac{1}{2} : \frac{9}{16} = \frac{9}{40} = x$.

Aufgabe 13) $:: \frac{7}{12} \cdot 1 \cdot x$.

Auflösung. $1 \cdot 1 = 1 = x \cdot \frac{7}{12}$, und $\frac{7}{12} : 1 = 1\frac{5}{7} = x$.

Aufgabe 14) $:: 100 \cdot 105 \cdot x$.

Auflösung. $105 \cdot 105 = 11025 = x \cdot 100$, und $100 \,.\, 11025 = 110\frac{1}{4} = x$.

Anmerkung. Die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen ist in der Rechenkunst von großer Wichtigkeit. Denn man kann fast sagen, daß niemand dieselbe entbehren kann, weil sich beweisen läßt, daß bey jeder einzelnen Zahl oder Zahlengröße, welche ausgesprochen wird, und die einer gewissen Menge von Sachen zugeeignet wird, ein geometrisches Verhältniß versteckt liegt. Wer z. B. sagt, das sind 6 Thl. hat das Verhältniß 1 zu 6 oder 1 : 6 dabey im Sinn, er mag deutlich daran denken oder nicht. Ohne dieselbe konnte er den Ausspruch gar nicht thun. In einer jeden Multiplication liegt ein verstecktes geometrisches Verhältniß. Wenn einer z. B. ausspricht 24 ist 4 mal 6, oder $4 \times 6 = 24$; so denkt er zwar nicht daran, daß solches als eine vollständige geometrische Proportion dargestellt werden kann, als: $1 : 4 = 6 : 24$.

Die Preise und Waaren sind einander immer proportianal und bey den verschiedenen Geldsorten kommt alles darauf an, die Verhältnisse dazwischen zu bestimmen. Z. B. Wenn ein Louisd'or 5 Thl. 9 Gg. und ein Dukaten 3 Thl. gilt, und man wollte das Verhältniß zwischen Louisd'or und Dukaten wissen, so würde dieses als eine Proportion so anzusetzen seyn.

$$3 : 5\tfrac{3}{8} = 100 : x.$$

Auflösung. $5\frac{3}{8} \cdot 100 = 537\frac{1}{2} = x \cdot 3$, und $3 : 537\frac{1}{2} = 179\frac{1}{6} = x$.

D. h. wenn der Louisd'or 5 Thl. 9 Gg. und Dukaten 3 Thl. gelten, so sind 100 Louisd'or = $179\frac{1}{6}$ Dukaten an Werth. Der Beweis kann so geführt werden:

$$\begin{array}{lcl} \ 100 \text{ Louisd'or} & \qquad & \ 179\tfrac{1}{6} \text{ Dukaten} \\ \times\ \ 5\tfrac{3}{8} & & \times\ \ 3 \\ \hline 537\tfrac{1}{6} \text{ Thl.} & & 537\tfrac{1}{6} \text{ Thl.} \end{array}$$

Dieses kann man bey allen dergleichen Fällen anwenden, es sey Geld, Maaß oder Gewicht.
