Die Lehre von den Brüchen.

Vom Begriff der Brüche,

oder was man unter Brüchen verstehet.

Gebrochne Zahlen oder Brüche sind solche, welche Theile eines Ganzen anzeigen.

Ein Bruch entstehet, wenn ein Ganzes in einige gleiche Theile getheilet worden, und man einen oder etliche solcher Theile davon besonders nimmt.

Man kann ein Ganzes nicht allein in zwey, sondern in mehrere gleiche Theile theilen, z. B. einen Apfel in 2, 3, 4, 5, 6 rc. Theile.

Nimmt man nun einen oder mehrere solcher Theile zusammen, so heissen sie: ein Theil des Ganzen oder ein Bruch, z. B. ein Ganzes wäre in 16 gleiche Theile getheilet, und man nähme von solchen Theilen 9, so hätte man $\frac{9}{16}$ oder neunsechszehntel vom Ganzen.

Nimmt man aber alle diese Theile, worin das Ganze getheilet worden, wieder zusammen, so hat man wieder ein vollständiges Ganze.

Da man sich nun aber eine Größe als ein zusammengesetztes Ganze vorstellen kann, so läßt sich leicht abnehmen, daß man bey Brüchen auch sagen könne, die Vielheit ihrer Theile zusammengenommen, mache ein Ganzes aus. Z. B. Wenn ein Beutel mit Kronenthalern vorhanden ist, und man nimmt eine gewisse Anzahl heraus, so ist die herausgenommene Summe, in Ansehung der ganzen im Beutel enthaltenen, kein Ganzes, sondern ein Theil der im Beutel befindlichen Summe, obschon jeder Kronenthaler für sich allein betrachtet, eine ganze Einheit vorstellt. — Es befänden sich z. B. im Beutel 200 Kronenthaler, und man nähme 50 davon heraus, so sind die letztern in Rücksicht der ganzen Summe, zwar $\frac{1}{4}$ vom Ganzen, aber einzeln betrachtet, ist jeder Kronenthaler für sich auch ein Ganzes. — Von einem Apfel hingegen, der ebenfalls in 4 Theile getheilet ist, ist $\frac{1}{4}$ dem Namen nach zwar mit $\frac{1}{4}$ der aus dem Beutel genommenen Summe gleich, nur unterscheidet sich das $\frac{1}{4}$ vom Apfel dadurch, daß es, als ein Theil für sich, kein Ganzes ausmacht.

Es erhellet also aus diesen beyden Beyspielen, daß zuweilen einige zusammengenommene Ganze, auch als wirkliche Theile eines Ganzen, angesehen werden können.

Hier ist aber die Rede nicht, ob das eine Viertel größer als das andre ist, denn Brüche können gleiche Namen führen und doch an Größe oder Inhalt verschieden seyn. — Man braucht nur 2 Aepfel von verschiedener Größe, jeden in 4 gleiche Theile zu theilen, so wird $\frac{1}{4}$ des einen größer seyn als $\frac{1}{4}$ des andern, obgleich dem Namen nach $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ist. Ein ähnliches Beyspiel läßt sich auch durch 2 Beutel von gleicher Größe, die aber nicht einerley Münzsorten enthalten, geben. Es wären z. B. in dem einen Ducaten, und in dem andern Groschen, so wäre $\frac{1}{4}$ vom erstern eben

eben so groß, als das $\frac{1}{4}$ vom zweyten, aber dem Werthe nach, wäre $\frac{1}{4}$ vom erstern größer, weil Ducaten mehr an innerlichem Werth enthalten, als Groschen.

Bey den Brüchen kommen folgende neun Haupt-Abtheilungen vor:

a) Numeration,
b) Abbreviation,
c) Addition,
d) Subtraction,
e) Multiplication, der. Brüche.
f) Division,
g) Resolutio,
h) Reductio,
i) Partitio,

A.

Numeriren.

Bey den Brüchen braucht man eben die Zahlzeichen, wie bey den ganzen Zahlen, ausgenommen, daß sie anders hingeschrieben und ausgesprochen werden. Man schreibt sie, vermittelst zwey über einander stehende Zahlen, zwischen welchen man einen Strich macht. Z. B.
Dreyviertel wird geschrieben $\frac{3}{4}$.
Siebenachtel $=$ $\frac{7}{8}$.
Neunsechszehntel $=$ $\frac{9}{16}$ u. s. w.

Erläuterung.

Diejenige Zahl, die unterhalb des Strichs zu stehen kommt, wird der **Nenner** genannt, dieser zeigt an, in welche oder in wie viel Theile die Einheit oder das Ganze getheilet ist, oder als getheilt gedacht werden kann.

Die Zahl, welche oberhalb des Strichs stehet, heißt der Zähler, und bezeichnet die Menge derjenigen gleichen Theile, welche vom Nenner vorhanden sind. Z. B. $\frac{7}{8}$ $\begin{array}{l} 7 = \text{Zähler.} \\ 8 = \text{Nenner.} \end{array}$

Erklärung.

Hier zeigt die Zahl 8 als Nenner an, daß das Ganze in 8 gleiche Theile getheilet sey, oder daß 8 solche Theile erfordert werden, um ein wirkliches Ganze oder eine Einheit zu haben. — Die Zahl 7 als Zähler deutet an, daß von den 8 gleichen Theilen, worin das Ganze getheilet worden, 7 vorhanden oder beyeinander sind. Und so lassen sich alle Brüche erklären, sie mögen Benennungen haben, welche sie wollen.

Aus dem obigen gehet auch hervor, daß man sich jeden Bruch als ein Product aus zwey Factoren denken könne, oder daß jeder Bruch (wenn der Zähler nicht aus einer bloßen 1 bestehet) in zwey Factoren geschrieben werden könne. Z. B. $\frac{3}{4}$ ist eben so viel als 3 Mal $\frac{1}{4}$, also $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$.

Diese Erklärung scheint vielleicht unbedeutend zu seyn, sie ist es aber nicht, sondern wird zur weitern Erklärung der Brüche sehr dienlich, um zu beweisen, daß jeder Bruch in zwey, drey und mehrere Factoren aufgelöset werden könne.

Die Brüche werden überhaupt in zwey Klassen eingetheilt, d. h. es gibt zwey Arten von Brüchen, nämlich

lich **Regelmäßige** (Aechte) und **Unregelmäßige** (Unächte).

Regelmäßige Brüche sind solche, deren Zähler kleiner ist, als der Nenner, z. B. $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{17}{36}$, und diese zeigen an, daß an dem Ganzen etwas fehle. Hat der Zähler aber eben so viele Theile, als der Nenner, d. h. ist der Zähler eben so groß, wie der Nenner, so haben die als Bruch gesetzten Zahlen nicht mehr die Eigenschaften eines Bruchs, sondern zeigen ein völliges Ganze an, z. B. $\frac{7}{7}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{21}{21}$ u. d. gl. m.

Unregelmäßige Brüche sind solche, deren Zähler größer ist, d. h. mehrere Theile enthält, als der Nenner. Solche Brüche gelten daher mehr, als ein Ganzes, wie z. B. $\frac{8}{5}$. Die 5, als Nenner, zeigt an, daß zu einem vollständigen Ganzen nur fünf solche Theile erfordert werden, und da hier der Zähler 8 solche Theile enthält, folglich drey Theile mehr, als zu einem Ganzen erfordert werden, so ist $\frac{8}{5} = 1$ Ganzes $+ \frac{3}{5}$ oder $1\frac{3}{5}$.

Um nun aber bey den regelmäßigen Brüchen zu erfahren, wie viel am Ganzen fehle, und bey den unregelmäßigen Brüchen, wie viel der Bruch mehr als ein Ganzes enthalte, so verfährt man auf folgende Art: — Ist der Bruch **regelmäßig**, z. B. $\frac{5}{6}$, so wird der Zähler vom Nenner abgezogen, und der Rest zeigt die fehlenden Theile vom Ganzen an, so sagt man 6 — 5 Rest 1, folglich fehlet $\frac{1}{6}$, oder es ist gegeben $\frac{23}{271} =$ 271 — 23 Rest 248 oder $\frac{248}{271}$.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens kann bewiesen werden, wenn man den Rest zum Zähler wieder ad-

 dirt,

dirt, und dann der Nenner herauskommt, welches eben so viel, wie ein Ganzes ist, denn $\frac{248}{271} + \frac{23}{271} = \frac{271}{271}$ oder 1 Ganzes.

Ist ein unregelmäßiger Bruch gegeben, und es wird gefragt, um wie viel dieser Bruch mehr als ein Ganzes sey, oder wie viel Ganze derselbe enthalte, so dividirt man den Nenner im Zähler, der Quotient zeigt alsdann an, um wie viel der Zähler größer als ein Ganzes sey, oder wenn der Zähler so groß ist, daß der Nenner mehr als einmal darin enthalten ist, wie viel Ganze zum Vorschein kommen würden. Z. B. $\frac{53}{27} = 27 : 53 = 1 + \frac{26}{27}$.

Oder es ist gegeben $\frac{29}{4} = 4 : 29 = 7\frac{1}{4}$.

Dieses Verfahren gründet sich auf die oben gegebene Regel, daß der Nenner diejenige Zahl sey, welche anzeigt, in wie viele Theile das Ganze getheilet worden, und der Zähler, wie viel solche Theile vorhanden sind. So oft nun der Nenner im Zähler gehet, so oft kommt ein Ganzes heraus. — Die Probe hierauf wird gemacht, indem der Nenner mit den dabey entstehenden Ganzen multiplicirt und zum Product der Zähler addirt wird. Z. B.

$$\frac{131}{4} = 4 : 131 = 32\frac{3}{4}.$$

Probe:

$$32 \times 4 = 128 + 3 = 131 \text{ oder } \frac{131}{4}.$$

B.

Vom Abbreviren, oder Abkürzung der Brüche.

Da es zuweilen solche Brüche gibt, die sich der Kürze halber, im Aussprechen oder bey der Ausarbeitung einer

Auf-

Aufgabe, verkleineren oder abkürzen lassen, so bestehet das Abbreviren der Brüche darin: einen Bruch, ohne daß sein Werth oder die Größe desselben etwas dabey verliert, durch eine kleinere Zahl auszudrücken:

Das Verfahren dabey ist folgendes:

Man dividirt sowohl den Zähler als den Nenner des gegebenen Bruchs, durch eine Zahl, die aber von der Beschaffenheit seyn muß, daß sie sich sowohl im Zähler als im Nenner, ohne Rest theilen läßt. Die Zahl, welche den Zähler und Nenner auf diese Art theilt, nennt man das gemeinschaftliche Maaß. — Diese Verkleinerung braucht eben nicht auf einmal vollbracht zu werden, wenn man nicht auf einmal die Zahl erdenken kann, die das größte gemeinschaftliche Maaß ist, sondern man kann diese Arbeit so oft wiederholen, bis sich der neue gefundene Bruch nicht mehr verkleineren läßt. Auch ist es nicht nöthig bey der weitern Verkleinerung immer die nämliche Zahl zum gemeinschaftlichen Maaß zu nehmen, sondern sie kann größer oder kleiner seyn. Z. B. der Bruch $\frac{12}{18}$ soll verkleinert werden.

Wenn man hier den Zähler 12 und den Nenner 18 durch das größte gemeinschaftliche Maaß 6 verkleinert, so kommt die Zahl 2 als neuer Zähler, und die Zahl 3 als neuer Nenner, folglich $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$. — Ich habe hier absichtlich gesagt, das größte gemeinschaftliche Maaß, weil $\frac{12}{18}$ sich auch durch zwey verschiedene Zahlen, in zweymal verkleinern läßt, z. B. zum ersten durch die Zahl 2, und der alsdann daraus entstehende neue Bruch, wieder durch 3, oder umgekehrt erst durch 3

 und

und dann durch 2, so käme das nämliche, weil $2 \times 3 = 6$ oder $3 \times 2 = 6$ ist

$$\frac{\cancel{12}}{\cancel{18}}\,\Big|\,\overset{2}{\frac{\cancel{6}}{\cancel{9}}}\,\Big|\,\overset{3}{\frac{2}{3}} \quad \text{oder} \quad \frac{\cancel{12}}{\cancel{18}}\,\Big|\,\overset{3}{\frac{\cancel{4}}{\cancel{6}}}\,\Big|\,\overset{2}{\frac{2}{3}}$$

Ist nun ein Bruch mehreremal durch die nämliche oder durch verschiedene Zahlen verkleinert worden, und man wollte gern erfahren, welche Zahl zu diesem Bruch das größte gemeinschaftliche Maaß sey, so vervielfältigt man alle die Zahlen, welche zu der Verkleinerung des gegebenen Bruchs gebraucht worden sind, durcheinander, und das daraus entstehende Product ist alsdann das größte gemeinschaftliche Maaß. Z. B. $\frac{48}{72}$ soll verkleinert werden.

$\frac{48}{72}\,\Big|\,\overset{2}{\frac{24}{36}}\,\Big|\,\overset{4}{\frac{6}{9}}\,\Big|\,\overset{3}{\frac{2}{3}}$ oder $2 \times 4 \times 3 = 24$ das größte gemeinschaftliche Maaß, denn

$$\left.\begin{array}{l} 24 \text{ in } 48 = 2 \\ 24 \text{ in } 72 = 3 \end{array}\right\} = \frac{2}{3}.$$

Zuweilen gibt es auch solche Brüche, welche sich nur durch gewisse einfache oder durch zusammengesetzte Zahlen, die man aber nicht so gleich entdecken kann, verkleinern lassen, in dergleichen Fällen verfährt man nach folgender Regel:

Man dividirt den Nenner des gegebenen Bruchs durch seinen Zähler, bleibt am Ende der Division ein Rest übrig, so wird der Zähler, welcher vorher Divisor war, als Dividendus angesehen, und durch den Rest di-

di-

dividirt. Auf diese Weise fährt man fort, bis am Ende kein Rest mehr übrig bleibt. Die Zahl nun, welche als letzter Divisor gebraucht worden, ist das größte gemeinschaftliche Maaß.

Einige Beyspiele sollen dieses deutlicher machen:

Zu $\frac{96}{120}$ soll das größte gemeinschaftliche Maaß gefunden werden.

$\frac{96}{120}$ 96 in 120 | 1
96
24 in 96 | 4
96
0

Hier ist also 24 das größte gemeinschaftliche Maaß.

Zu $\frac{364}{481}$ soll das größte gemeinschaftliche Maaß gefunden werden.

364 in 481 | 1
364
117 in 364 | 3
351
13 in 117 | 9
117
0

Hier ist 13 das größte gemeinschaftliche Maaß, und der neue Bruch ist $\frac{28}{37}$.

Noch ein Beyspiel:

$\frac{669}{1848}$ 669 in ~~1848~~ | 2
~~1338~~

510 in ~~669~~ | 1
~~510~~

159 in ~~510~~ | 3
~~477~~

33 in ~~159~~ | 4
~~132~~

27 in ~~33~~ | 1
~~27~~

6 in ~~27~~ | 4
~~24~~

3 in ~~6~~ | 2
~~6~~

0

Die Zahl 3 ist hier das größte gemeinschaftliche Maaß, denn $\frac{669}{1848}$ dividirt durch 3, gibt $\frac{223}{616}$, welche weiter keine Verkleinerung leidet.

Diese Art ist zwar zuweilen etwas weitläuftig, aber die sicherste, und hat dabey den Vortheil, daß man auf einmal das größte Maaß erhält, und der Bruch sich nachher auf keine Weise mehr verkleinern läßt.

Bey der Untersuchung, ob das Verfahren seine Richtigkeit habe, multiplicire man den neuen herausgekommenen Zähler und Nenner mit dem größten gemeinschaftlichen Maaß, so muß der vorher zu verkleinern gegebene Bruch wieder herauskommen. Z. B.

$$\frac{364}{481}\Big|\overset{13}{\frac{28}{37}} \quad \text{also} \quad \frac{28 \times 13 = 364}{37 \times 13 = 481}$$

Hier folgen einige Regeln, nach welchen man auf eine kurze und leichte Art, Brüche oder überhaupt ganze Zahlen, die durch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 und 25 dergestalt theilbar sind, daß kein Rest übrig bleibt, erkennen kann.

Das Kennzeichen von 2.

Alle Zahlen, welche am Ende zur Rechten eine gerade Zahl, als 2, 4, 6, 8 wie auch 0 haben, lassen sich durch 2 theilen, ohne daß ein Rest übrig bleibt. Stehet aber am Ende eine ungerade Zahl, und die übrigen wären auch alle gerade Zahlen, so ist solche durch 2 untheilbar. Z. B.

$$\frac{710}{3552}\Big|\overset{2}{\frac{355}{1776}}$$

Das Kennzeichen von 3.

Alle Zahlen, wovon die Summe, nachdem die Ziffern nach der Reihe addirt worden, durch 3 sich theilen läßt, ohne daß etwas übrig bleibt, lassen sich auch durch 3 ohne Rest verkleinern. Z. B. 3 in 469806 = 156602; denn man addire die Ziffern 4 + 6 + 9 + 8 + 0 + 6 = 33 : 3 = 11 ohne Rest.

Das Kennzeichen von 4.

Alle Zahlen, deren zwey letzte Ziffern zur Rechten so beschaffen sind, daß die Zahl 4 darin ohne Rest getheilt wer-

werden kann, lassen sich auch durch 4 verkleinern. Z. B. die Zahl 65124 ist durch 4 theilbar, weil die zwey letzten Ziffern 24 sich ebenfalls durch 4 ohne Rest theilen lassen, denn 4 in 65124 = 16281 mal ohne Rest.

Das Kennzeichen von 5.

Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 5 oder 0 als Schluß-Zahl haben, lassen sich durch 5 theilen. Z. B. 5 in 2075 = 415 oder 5 in 7280 = 1456.

Das Kennzeichen von 6.

Alle Zahlen, die am Ende zur Rechten eine gerade Zahl haben, und deren Summe, wenn man die Ziffern nach der Reihe addirt, sich durch 3 oder 6 oder 9 theilen lassen, ohne daß etwas übrig bleibt, sind durch 6 theilbar. Z. B. 6 in 4231212 = 705202,

denn $4 + 2 + 3 + 1 + 2 + 1 + 2 = 15 : 3 = 5$ ohne Rest.

6 in 8785464 = 1464244,

denn $8 + 7 + 8 + 5 + 4 + 6 + 4 = 42 : 6 = 7$ ohne Rest.

6 in 453672 = 75612,

denn $4 + 5 + 3 + 6 + 7 + 2 = 27 : 9 = 3$ ohne Rest.

Das Kennzeichen von 7.

Davon hat man zwar auch einige Kennzeichen, ihre Anwendung aber erfordert mehr Mühe, als wenn man die Division mit 7 würklich vornimmt. Es wäre also

also zu unsrem Zwecke unnütz, hier Regeln darüber anzugeben.

Das Kennzeichen von 8.

Alle Zahlen, deren drey letzte Ziffern zur Rechten durch 8 theilbar sind, (die letzte Ziffer muß aber eine gerade Zahl seyn) sind auch durch 8 theilbar. Z. B.

8 in 5910224 = 738778,

denn 8 in 224 = 28 ohne Rest theilbar.

8 in 23401216 = 2925152,

denn 8 in 216 = 27 ohne Rest.

Das Kennzeichen von 9.

Alle Zahlen, deren Summe, wenn man sie nacheinander zusammengezählt hat, durch 9 theilbar ist, sind auch durch 9 theilbar. Z. B.

9 in 46981233 = 5220137,

denn $4+6+9+8+1+2+3+3 = 36 : 9 = 4$ ohne Rest.

Das Kennzeichen von 10.

Alle Zahlen, welche am Ende eine oder mehrere Nullen haben, sind durch 10 theilbar. Z. B.

10 in 76850 = 7685.

Wenn sonst eine Zahl gegen eine andre, welche mehrere Nullen bey sich hat, verkleinert werden soll, so darf man nur die Nullen gegeneinander abstreichen. Z. B.

$$\frac{543\cancel{000}}{760\cancel{000}} = \frac{543}{760} \quad \text{oder} \quad \frac{1\cancel{0000}}{10\cancel{0000}} = \frac{1}{10}$$

Das

Das Kennzeichen von 11.

Alle gerade und ungerade Zahlen, von denen nichts übrig bleibt, wenn man ihre Ziffern, von der linken nach der rechten Hand hin voneinander subtrahirt, sind durch 11 theilbar. Z. B. Die Zahl 1782 geht durch 11 auf, denn wenn die erste Ziffer 1 von der darauf folgenden Ziffer 7 abgezogen wird, so bleiben noch 6 übrig; diese 6 von der folgenden Ziffer 8 abgezogen, so bleiben noch 2, und diese 2 von der folgenden letzten 2 abgezogen, so bleibt nichts übrig. Im Fall aber von der folgenden Ziffer die Subtraction nicht geschehen kann, weil die Ziffer größer ist, als die vorhergehende, so addirt man jedesmal zu der abzuziehenden die Zahl 11 hinzu. Dieses kann bey jeder Ziffer, wo es nöthig ist, geschehen, und die folgende Ziffer wird dadurch nicht geringer, wie bey der gewöhnlichen Subtraction der Fall ist. Z. B. Die Zahl 8679 ist durch 11 theilbar, denn 8 von 6 + 11 bleibt 9, diese 9 von 7 + 11 bleibt 9, diese 9 von der letzten 9 bleibt 0.

Das Kennzeichen von 25.

Alle Zahlen, welche am Ende zur Rechten die Zahl 25 oder 50, 75 oder zwey oder mehrere 0 haben, lassen sich durch 25 theilen. Z. B.

25 in	76925	=	3077
25 in	698750	=	27951
25 in	8970075	=	358803
25 in	123700	=	4948.

Aus dem, was bisher von der Verkleinerung der Brüche gesagt ist, folgt, daß zwey oder mehrere Brüche,

welche

welche verschiedene Zähler und Nenner haben, untereinander doch gleich seyn können; d. h. der eine Bruch kann von der nämlichen Größe, wie der andre seyn, ob sie zwar dem Ansehen nach, wegen der Verschiedenheit ihrer Ziffern sich ungleich zu seyn scheinen. Z. B. $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ u. d. gl. mehr.

Zu Brüchen von nicht gleichen Benennungen, d. h. solchen, die verschiedene Nenner haben, einen Nenner zu suchen, in welchen alle Nenner sich ohne Rest theilen lassen.

Die gemeinste Regel wäre, wenn man alle Nenner, so viele ihrer auch sind, durcheinander multiplicirte, so würde die Zahl, welche das Product aller Nenner anzeigt, den Haupt- oder General-Nenner vorstellen, das wäre alsdann eine solche Zahl, darin alle vorhandenen Nenner ohne Rest dividirt werden können. Z. B. Es soll ein General-Nenner zu folgenden Brüchen gesucht werden, nämlich zu $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{18}$.

Die Nenner 4, 2, 9 und 18 müßten also durcheinander multiplicirt werden, also $4 \times 2 \times 9 \times 18 = 1296$ der General-Nenner, worin dann alle gegebenen Nenner aufgehen, denn:

$$4 : 1296 = 324$$
$$2 : 1296 = 648$$
$$9 : 1296 = 144$$
$$18 : 1296 = 72.$$

Weil diese Arbeit bey vielen Brüchen, besonders bey solchen, wo die Nenner aus vielen zusammengesetzten Zahlen bestehen, sehr weitläuftig und mühsam werden

würde,

würde, so kann man die Nenner, wenn sich dieselben gegeneinander durch ein gemeinschaftliches Maaß theilen lassen, ehe man sie multiplicirt, erst untereinander verkleinern, und so läßt sich auf eine vortheilhaftere Art der General=Nenner durch weniger Ziffern finden. Selbst der vorbemeldete G.=Nenner kann viel kleiner seyn, anstatt 1296, kann auch die Zahl 36 den nämlichen Dienst verrichten, denn in die Zahl 36 gehen ebenfalls alle vorige Nenner ohne Rest auf, als:

$$4 : 36 = 9$$
$$2 : 36 = 18$$
$$9 : 36 = 4$$
$$18 : 36 = 2$$

Wie ein solcher gefunden wird, soll weiter gezeigt werden.

In Ansehung des Nenners wäre das Multipliciren aller Nenner durcheinander hinlänglich, um den General=Nenner herauszubringen; allein, weil die Zähler, so oft ihre Nenner verändert werden, auch eine Veränderung verhältnißmäßig leiden müssen, so folgt daraus, daß, wenn die Nenner verändert sind, auch eine Veränderung mit ihren Zählern vorzunehmen sey.

Sollen demnach Brüche von verschiedenen Nennern unter eine Benennung dergestalt gebracht werden, daß sie sich an Größe doch gleich bleiben, so wird zuerst jeder Zähler mit allen fremden Nennern durcheinander multiplicirt, die daraus entstehende Producte zeigen alsdann die neuen Zähler an. Demnächst werden alle Nenner durcheinander multiplicirt, und dieses Product wird der gemeinschaftliche Nenner. Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$ sollen unter einerley Benennung gebracht werden.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \times 8 \times 9 \times 12 = 1728 \\ 7 \times 3 \times 9 \times 12 = 2268 \\ 5 \times 3 \times 8 \times 12 = 1440 \\ 7 \times 3 \times 8 \times 9 = 1512 \end{array}\right\}$$ Diese Producte zeigen die neuen Zähler an.

Ferner:

$3 \times 8 \times 9 \times 12 = 2592$ der gemeinschaftliche neue Nenner oder General-Nenner.

Diesem zufolge kämen folgende Brüche:

$\frac{1728}{2592} = \frac{2}{3}$	Probe: $\frac{1728}{2592} \Big| \overset{864}{\frac{2}{3}}$
$\frac{2268}{2592} = \frac{7}{8}$	$\frac{2268}{2592} \Big| \overset{324}{\frac{7}{8}}$
$\frac{1440}{2592} = \frac{5}{9}$	$\frac{1440}{2592} \Big| \overset{288}{\frac{5}{9}}$
$\frac{1512}{2592} = \frac{7}{12}$	$\frac{1512}{2592} \Big| \overset{216}{\frac{7}{12}}$

Folglich den vorigen Benennungen gleich.

Bey Brüchen, deren Nenner sich nicht gegeneinander verkleinern lassen, ist keine andre als die bisher gezeigte Art, sie unter einerley Benennung zu bringen, anwendbar. — Brüche aber, welche sich gegeneinander verkleinern lassen, können auf zweyerley Art unter einerley Benennung gebracht werden.

Erste
und allgemein gebräuchlichste Methode.

Um aber Brüche unter einerley Benennung zu bringen, muß man zuerst die vier Arten, in welche sie eingetheilt werden können, betrachten, nämlich:

1) Brüche, welche gleiche Nenner haben. Z. B. $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$.

2) Brüche, welche nicht einerley Nenner haben, wovon sich aber der größte Nenner durch alle übrigen dabey vorhandenen Nenner ohne Rest theilen läßt. Z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, die Zahl 8 als größte Nenner läßt sich durch die übrigen Nenner 2 und 4 theilen.

3) Solche Brüche, welche nicht einerley Nenner haben, auch nicht in einander ganz aufgehen, wobey aber eine Verkleinerung Statt findet, z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, diese sind ungleich, gehen nicht in einander ganz auf, lassen sich aber durch die Zahl 2 gemeinschaftlich verkleinern. Und endlich

4) Solche Brüche, welche ungleiche Nenner haben, und sich auch nicht gegeneinander verkleinern lassen, z. B. $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{11}{16}$.

Bey der ersten Art Brüche ist nichts zu erwähnen; da die Zähler alle gleiche Nenner haben, so sind sich die Einheiten der Theile eines jeden Zählers untereinander selbst gleich. Z. B. bey $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ sind die Zähler 2, 5, 6 alle gleichnamigte Theile von der Zahl oder Nenner 7, es sind alle Siebentel, sie brauchen also keine Abänderung zu leiden.

Bey der zweyten Art Brüche, welche verschiedene Nenner haben, wovon aber der größte Nenner so beschaffen ist, daß die übrigen Nenner darin ohne Rest aufgehen, braucht in Ansehung des Nenners nichts verändert zu werden, weil der größte Nenner immer als General-Nenner angenommen werden kann. In Rücksicht

sicht der Zähler aber, ist das Verfahren dabey, folgendes:

Es seyen z. B. die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$ gegeben, um sie unter einerley Benennung zu bringen.

Man setze die Brüche untereinander (es ist einerley, wie sie nacheinander folgen); macht alsdann zur Rechten einen senkrechten Strich, und setzt den größten Nenner über alle Brüche als General-Nenner oben an; theilet demnächst jeden Nenner in den General-Nenner, und schreibt den Quotient hinter den Strich neben den Nenner, als:

	16 G.=Nenner
$\frac{3}{4}$	4 Quotient
$\frac{5}{8}$	2
$\frac{7}{16}$	1

Ferner vervielfältigt man jeden neu gefundenen Quotienten mit dessen Zähler, dadurch wird der neu entstandene Bruch dem vorhingegebenen gleich. Die neuen Producte, welche aus dem Zähler und Quotienten entstehen, bekommen den General-Nenner gemeinschaftlich zum Nenner, als:

	16				
$\frac{3}{4}$	4	—	12	=	$\frac{12}{16}$
$\frac{5}{8}$	2	—	10	=	$\frac{10}{16}$
$\frac{7}{16}$	1	—	7	=	$\frac{7}{16}$

Im Ganzen kann dieses so vorgestellt werden:

	16
$\frac{3}{4}$	4 in 16 $=$ 4 $\times$ 3 $=$ 12 $=$ $\frac{12}{16}$
$\frac{5}{8}$	8 in 16 $=$ 2 $\times$ 5 $=$ 10 $=$ $\frac{10}{16}$
$\frac{7}{16}$	16 in 16 $=$ 1 $\times$ 7 $=$ 7 $=$ $\frac{7}{16}$

Dritte Art. Sollen solche Brüche unter einerley Benennung gebracht werden, wo alle Nenner nicht in den größten Nenner aufgehen, sich aber gegeneinander verkleinern lassen, so verfährt man dabey wie folgt: Z. B. Es sollen folgende Brüche unter einerley Benennung gebracht werden, als: $\frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{7}{15} + \frac{11}{18}$.

Man setze zuerst zwey von den gegebenen Nennern an, und verkleinere sie gegeneinander durch das größte gemeinschaftliche Maaß, die neuen Quotienten werden alsdann mit den angesetzten Nennern kreuzweise ($\times$) multiplicirt, die herauskommenden Producte (welche, wenn das Verfahren dabey richtig ist, sich gleich seyn müssen) zeigen den General-Nenner der beyden angesetzten Nenner an.

Hier bey dieser Aufgabe setzt man zuerst die beyden Nenner 8 und 6 an, welche sich durch 2 gegeneinander verkleinern lassen.

2) $\begin{array}{ccc} 8 & - & 6 \\ \hline 4 & - & 3 \\ \hline \end{array}$

Product 24 $=$ 24 der G.-Nenner von 8 und 6.

Hat man nun den G.-Nenner der beyden ersten Brüche gefunden, so setzt man zu dem gefundenen G.-N. den Nenner des folgenden Bruchs an, und sucht zu beyden Nennern, auf die nämliche Weise wie vorhin, den neuen G.-Nenner, nämlich:

3)

3) 24 — 15
8 — 5

Product 120 = 120 der G.-N. von 8, 6 und 15.

Zu diesem G.-N. setzt man den darauf folgenden Nenner 18 an, und verfährt wie bey den vorigen Nennern.

6) 120 — 18
20 — 3

360 der G.-N. von 8, 6, 15 und 18, oder zu den Brüchen $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{15}$ und $\frac{11}{18}$.

In Ansehung des Zählers ist das Verfahren eben so, wie bey den vorigen Brüchen gezeigt ist, und diesem nach wird die ganze Ausarbeitung so zu stehen kommen:

	360 der General-Nenner	
$\frac{7}{8}$	45 — 315	Thle von 360
$\frac{5}{6}$	60 — 300	
$\frac{7}{15}$	24 — 168	
$\frac{11}{18}$	20 — 220	

2) 8 — 6
4 — 3

3) 24 — 15
8 — 5

6) 120 — 18
20 — 3

360 der G.-N.

Es entstehen also folgende neue Brüche:

Für	$\frac{7}{8}$	kommt	$\frac{315}{360}$
=	$\frac{5}{6}$	=	$\frac{300}{360}$
=	$\frac{7}{15}$	=	$\frac{168}{360}$
=	$\frac{11}{18}$	=	$\frac{220}{360}$

Wenn sich aber im erstenmale das größte gemeinschaftliche Maaß zur Verkleinerung der angesetzten Nenner nicht sogleich finden läßt, so kann man eine andere Zahl zum Verkleinern nehmen, und die neuen Quotienten wieder durch eine andre Zahl zu verkleinern suchen. Dieses kann so lange fortgesetzt werden, bis sich die beyden gegeneinander stehenden Zahlen oder Quotienten nicht mehr verkleinern lassen. Nur muß dabey bemerkt werden, daß die Multiplication der letztern gefundenen Quotienten nicht mit den nächsten Quotienten übers $\times$ geschehen muß, sondern mit dem neu angesetzten Nenner, wo die Verkleinerung ihren Anfang genommen hat. Z. B. Folgende Brüche sollen unter eine gleiche Benennung gebracht werden, als: $\frac{17}{36} + \frac{11}{480}$.

	1440
$\frac{17}{36}$	40 — $\frac{680}{1440}$
$\frac{11}{480}$	3 — $\frac{33}{1440}$

4)	36 — 480
	9 — 120
3)	3 — 40
	1440 der G.=N.

Vierte Art. Sind es aber solche Brüche, welche sich nicht gegeneinander verkleinern lassen, so müssen alle Nenner durcheinander multiplicirt werden, das letzte Product ist alsdann der G.=Nenner. Z. B.

	280	
$\frac{7}{8}$	35 —	$\frac{245}{280}$
$\frac{3}{5}$	56 —	$\frac{168}{280}$
$\frac{2}{7}$	40 —	$\frac{80}{280}$

Noch ein Beyspiel. Es sollen folgende Brüche unter einerley Benennung gebracht werden, als: $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{7}{15} + \frac{1}{7} + \frac{11}{36} + \frac{1}{50}$.

	12600 der G.-N.		
$\frac{3}{4}$	3150 —	9450	
$\frac{7}{8}$	1575 —	11125	
$\frac{5}{6}$	2100 —	10500	Theile
$\frac{7}{15}$	840 —	5880	von
$\frac{1}{7}$	1800 —	1800	12600
$\frac{11}{36}$	350 —	3850	
$\frac{1}{50}$	252 —	252	

4) 4 — 8
1 — 2
2) 8 — 6
4 — 3
3) 24 — 15
8 — 5
120 — 7
× 7
840 — 36
12) 70 — 3
2520 — 50
10) 252 — 5
12600 der G.-N.

Mehrere Beyspiele wären hier überflüßig, weil bey der Addition noch mehrere vorkommen werden, und alsdann die Anwendung faßlicher wird.

Zweyte Methode
den General-Nenner zu suchen.

Zuerst stellt man alle vorhandenen Nenner, wie sie nacheinander folgen, in eine Reihe nebeneinander, nur, daß zwischen jeden Nenner ein Comma als Zwischenzeichen gemacht, und eine Linie darunter hergezogen wird. Z. B. Zu folgenden Brüchen soll ein General-Nenner gesucht werden: $\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{3}{5} + \frac{11}{12}$.

$$\underline{6,\ 8,\ 5,\ 12.}$$

Ferner suchet man auf die nämliche Weise, wie bey der vorigen Art, eine gemeinschaftliche Theilungszahl, um die Nenner gegeneinander zu verkleinern. Bey den hier angesetzten Nennern wäre die Zahl 2 als gemeinschaftliches Maaß zu den Nennern 6, 8 und 12 anzusetzen.

$$2)\ \frac{\cancel{6},\ 8,\ 5,\ \cancel{12}}{3,\ 4,\ 5,\ 6.}$$

Die Quotienten. wie auch die übrigen Nenner, welche nicht durch das angesetzte gemeinschaftliche Maaß verkleinert werden können, werden unter die vorhergezogenen Linie gesetzt.

Lassen sich nun die übrigen Zahlen wieder durch eine andere Zahl gegeneinander verkleinern, so verfährt man damit, wie vorhin gezeigt worden, und das kann man so lange fortsetzen, bis sich keine Zahlen mehr finden, die gegeneinander verkleinert werden können, als:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \cancel{6},\ 8,\ 5,\ \cancel{12} \\
2) & \overline{3,\ \cancel{4},\ 5,\ \cancel{6}} \\
2) & \overline{\cancel{3},\ 2,\ 5,\ \cancel{3}} \\
3) & \overline{:\ 2,\ 5,\ :}
\end{array}
$$

Findet nun keine Verkleinerung weiter Statt, so werden die übrigbleibenden Zahlen, so wie auch die angesetzten Theilungszahlen, so viele es auch seyn mögen, durcheinander multiplicirt. Das herauskommende Product zeigt den General-Nenner aller Brüche an.

So werden hier z. B. die Zahlen 2 und 5, wie auch die Theilungszahlen, 2, 2 und 3 durcheinander multiplicirt, als: $2 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 = 120$ der General-Nenner.

Noch ein Beyspiel:

	2520 G.-N.		
$\frac{1}{15}$	168 — 168		
$\frac{3}{10}$	252 — 756	Theile	
$\frac{2}{7}$	360 — 720	von	
$\frac{1}{36}$	70 — 70	2520	
$\frac{2}{35}$	72 — 144		
$\frac{1}{8}$	315 — 315		

$$
\begin{array}{r|l}
 & \cancel{15},\ 10,\ 7,\ \cancel{36},\ 35,\ 8 \\
3) & \overline{\cancel{5},\ \cancel{10},\ 7,\ 12,\ \cancel{35},\ 8} \\
5) & \overline{\cancel{2},\ 7,\ \cancel{12},\ 7,\ \cancel{8}} \\
2) & \overline{7,\ \cancel{6},\ 7,\ \cancel{4}} \\
2) & \overline{\cancel{7},\ 3,\ \cancel{7},\ 2} \\
7) & \overline{3,\ 2}
\end{array}
$$

$3 \times 2 \times 7 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 2520$ G.-N.

Von der Größe der Brüche.

Unter mehreren Brüchen ist derjenige am größten, d. h. er kommt dem Ganzen am nächsten, dessen Zähler in seinem Nenner am wenigsten enthalten ist. Z. B. Der Bruch $\frac{7}{8}$ ist größer oder mehr als $\frac{3}{8}$, weil der Zähler 7 nicht so oft, als der Zähler 3, in 8 enthalten ist, denn 7 in 8 $=$ 1 $\frac{1}{7}$ mal; und 3 in 8 $=$ 2 $\frac{2}{3}$ mal, folglich braucht man nur den Zähler 7, 1 $\frac{1}{7}$ mal um ein Ganzes hervorzubringen, da hingegen der Zähler 3, 2 $\frac{2}{3}$ mal dazu erfordert wird.

Bey solchen Brüchen nun, welche gleiche Nenner haben, wie z. B. $\frac{13}{18}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{18}$, ist es augenscheinlich, daß, wo der größte Zähler sich befindet, dieser Bruch größer als die übrigen sey, welche geringere Zahlen zum Zähler haben. Allein, wenn solche Brüche gegeben sind, deren Größen sich nicht bey dem ersten Blicke messen lasset, wie z. B. $\frac{13}{18}$ und $\frac{122}{171}$, so bringt man die Brüche, um zu erfahren, welche unter ihnen der größte sey, zuerst unter einen gemeinschaftlichen Nenner. Diejenigen kommen demnach dem Ganzen am nächsten, welche die größte Zahl zum Zähler haben. Z. B. Welcher von beyden Brüchen ist der größte $\frac{4}{5}$ oder $\frac{7}{9}$?

$$\left.\begin{array}{l} 4 \times 9 = 36 = \frac{36}{45} \\ 7 \times 5 = 35 = \frac{35}{45} \end{array}\right\} \text{es ist also } \tfrac{4}{5} \text{ um } \tfrac{1}{45} \text{ größer als } \tfrac{7}{9}.$$

$5 \times 9 = 45$ G.-N.

Noch ein Beyspiel von mehreren ungleichen Brüchen, als $\frac{11}{36}$, $\frac{19}{59}$, $\frac{120}{367}$:

$$\left.\begin{array}{r} 11 \times 59 \times 367 = 238183 \\ 19 \times 36 \times 367 = 251028 \\ 120 \times 36 \times 59 = 254880 \end{array}\right\}\text{ neue Zähler.}$$

$$36 \times 59 \times 367 = 779308 \text{ gemeinschaftl. Nenner.}$$

Folglich ist $\frac{120}{367}$ der größte, $\frac{19}{59}$ der mittlere und $\frac{11}{36}$ der kleinste oder geringste Bruch.

Bisher ist nur gezeigt worden, wie zwey oder mehr gegebene Brüche, unter einen gemeinschaftlichen Nenner, von dem nicht bestimmt wird, wie groß oder klein er seyn soll, gebracht werden sollen. Jetzt soll aber gezeigt werden, wie die Veränderung eines Bruchs in einem andern, dessen Nenner bestimmt angegeben wird, bewirkt werden muß, ohne daß der Bruch an seiner Größe etwas leide. Das Verfahren dabey ist folgendes:

Der bestimmte Nenner, dessen Zähler gesucht werden soll, wird mit dem Zähler des gegebenen Bruchs multiplicirt, und das daraus entstehende Product, durch den Nenner des Bruchs dividirt. Der Quotient wird alsdann der Zähler des neu bestimmten Nenners. Z. B. $\frac{4}{5}$ soll in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 20 sey?

Nach den gegeben Regeln würde die Auflösung folgender Maßen angesetzt werden müssen:

$20 \times 4 = 80 : 5 = 16$ der neue Zähler vom Nenner 20,

also $\frac{16}{20}$. Probe: $\frac{16}{20} \overset{4}{\smile} \frac{4}{5}$. Folglich $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

Noch ein Beyspiel:

$\frac{7}{8}$ soll in einen Bruch, dessen Nenner 50 sey, verwandelt werden?

$50 \times 7 = 350 : 8 = 43\frac{3}{4}$ oder $\frac{43\frac{3}{4}}{50}$

$$\text{Probe: } \frac{43\frac{3}{4}}{50} \left| \frac{175}{200} \right| \frac{7}{8}$$

Anmerkung. Daß in dergleichen Fällen der neue Zähler nicht immer aus lauter ganzen Zahlen bestehet, sondern zuweilen auch Brüche bey sich führet, dieses sieht man aus der gegenwärtigen Aufgabe. Allein dieses thut zur Sache nichts, und vergringert ihren Nutzen keines Weges. Wären z. B. verschiedene Brüche, die Theile einer Münzsorte, oder eines Maaßes oder Gewichts bezeichneten, zu addiren, und man wünschte solche unter einer gegebenen bestimmten Benennung zu bringen, so würden die neuen Zähler, wenn sie gleich auch Brüche bey sich führten, dennoch dem Bruch, woraus sie entstanden, gleich seyn. Z. B. Man wollte $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ Thlr. und 19 Stüber unter der Benennung von Stüber haben, so würde man die $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ Thlr. unter den Nenner 60 bringen müssen, weil 60 Stbr. = 1 Thlr. ist, und das Verfahren wäre folgendes:

$60 \times 3 = 180 : 4 = 45$ Stbr. $= \frac{45}{60}$

$60 \times 1 = 60 : 8 = 7\frac{1}{2}$ „ $= \frac{7\frac{1}{2}}{60}$

die 19 bleiben . . . $= 19$ „ $= \frac{19}{60}$

So haben alle Zähler gleiche Nenner, und so kann man bey allen ähnlichen Fällen verfahren.

Wer alles das, was bisher von den Brüchen, in Ansehung des Zählers und Nenners, von regelmäßigen und unregelmäßigen Brüchen, von deren Verkleinerung durch ein gemeinschaftliches Maaß, von der Art die Brüche unter einen gleichen Nenner zu bringen, wohl begriffen hat, dem werden die übrigen Species nicht schwer vorkommen.

C.

Addiren.

Zusammenzählen der Brüche lehret: Brüche von gleichen oder verschiedenen Nennern in eine Summe zu bringen.

Die Addition in Brüchen kann in drey Abtheilungen eingetheilt werden, nämlich:

a) Solche Brüche, welche gleichnamige Nenner haben.

b) Solche, die verschiedene Nenner haben, wovon aber der größte Nenner sich durch die übrigen Nenner ohne Rest dividiren läßt.

c) Solche Brüche, die ungleiche Nenner haben, und von denen kein Nenner sich in den größten Nenner ohne Rest theilen läßt.

a.

Sind solche Brüche zu addiren, welche alle gleiche Nenner haben (die Zähler können verschieden seyn), so werden nur die Zähler, wie sie nach der Reihe folgen, addirt. Findet sich nun, daß die addirte Summe der Zähler größer, als der Nenner derselben sey, folglich mehr, als ein Ganzes enthalte, so dividirt man die Summe der Zähler durch den Nenner; der Quotient zeigt die

die Ganze an, und der Rest wird als ein Theil des Nenners angesehen und als ein Bruch geschrieben. Ist aber die addirte Summe der Zähler weniger als der Nenner, so wird diese Summe in einem Bruch, als ein Theil des Nenners gesetzt. Z. B.

$\frac{7}{12} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} + \frac{11}{12}$ sollen addirt werden.

$$\begin{array}{r|l} \frac{7}{12} & 7 \\ \frac{5}{12} & 5 \\ \frac{1}{12} & 1 \\ \frac{11}{12} & 11 \\ \hline \end{array}$$

$\frac{24}{12} = 2$ Ganze.

Da hier die Nenner alle gleich groß sind, so stellt man die Zähler 7, 5, 1, 11 hinter den Strich, addirt sie, und setzt deren Summe unter einer vorhergezogenen Linie. Diese Summe wird alsdann durch den Nenner 12 getheilt, gibt 2 Ganze, denn 12 in 24 = 2.

Ein anderes Beyspiel, wo die Summe aller Zähler kein völliges Ganze ausmacht. Z. B.

$$\begin{array}{r|l} \text{Addire } \frac{1}{18} & 1 \\ \frac{5}{18} & 5 \\ \frac{7}{18} & 7 \\ \hline \end{array}$$

$\frac{13}{18}$

Trifft es sich, daß bey der Summe Brüche vorkommen, welche sich durch ein gemeinschaftliches Maaß verkleinern lassen, so muß solches der Kürze wegen auch geschehen. Z. B.

Ad=

Addire	$\frac{5}{24}$	5
	$\frac{11}{24}$	11
	$\frac{19}{24}$	19
	$\frac{1}{24}$	1

$$\frac{36}{24} = 1 + \frac{12}{24} \text{ oder } 1\,\tfrac{1}{2}.$$

Sind Ganze und Brüche zu addiren, so werden zuerst die Brüche für sich, und dann die Ganze, welche bey der Addition der Brüche entstehen, zu den Ganzen addirt. Z. B.

Addire	$6\,\frac{7}{16}$	7
	$11\,\frac{11}{16}$	11
	$\frac{1}{16}$	1
	$\frac{5}{16}$	5
	$8\,\frac{15}{16}$	15
	$3\;\frac{15}{16}$	15
	$28\,\frac{3}{8}$	$\frac{54}{16} = 3\,\frac{3}{8}.$

Die summirten Brüche bringen $3\,\frac{3}{8}$. Die $\frac{3}{8}$ werden unter die Reihe der Brüche gesetzt. Die 3 Ganze stellt man unter einem Häckchen in die Reihe der Ganzen, addirt sie zu denselben, und schreibt die herauskommende Summe unter die Reihe der Ganzen.

Die Probe bey der Addition mit Brüchen wird auf die nämliche Weise, wie bey den vorigen Additionen gemacht, es braucht also hier deswegen keine besondere Regel angeführt zu werden.

b.

Sind Brüche zusammenzuzählen, welche ungleiche Nenner haben, von denen aber der größte Nenner die Eigengenschaft hat, daß die übrigen kleinen darin ohne Rest dividirt werden können, so bringt man sie zuerst unter diese Benennung, wie S. 19 angezeigt ist. Die neuen Werthe werden alsdann addirt, und durch den G.=N. dividirt, wie bey *a*. Z. B. Folgende Brüche sollen addirt werden $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{7}{12} + \frac{5}{6}$.

	12 G.=N.
$\frac{3}{4}$	$4 : 12 = 3 \times 3 = 9$
$\frac{1}{2}$	$2 : 12 = 6 \times 1 = 6$
$\frac{7}{12}$	$12 : 12 = 1 \times 7 = 7$
$\frac{5}{6}$	$6 : 12 = 2 \times 5 = 10$
$2\frac{2}{3}$ Summe	$\frac{32}{12} = 2\frac{2}{3}$

Oder kürzer.

	12
$\frac{3}{4}$	3 — 9
$\frac{1}{2}$	6 — 6
$\frac{7}{12}$	1 — 7
$\frac{5}{6}$	2 — 10
	$\frac{32}{12} = 2\frac{2}{3}$.

Noch ein Beyspiel dieser Art:

Folgende Posten sollen addirt werden: $7\frac{5}{8} + 13\frac{7}{18} + \frac{13}{72} + \frac{5}{24} + \frac{7}{9} + 10\frac{1}{36} + \frac{2}{3}$.

	72 G.=N.
$7\frac{5}{8}$	9 — 45
$13\frac{7}{18}$	4 — 28
$\frac{13}{72}$	1 — 13
$\frac{5}{24}$	3 — 15
$\frac{7}{9}$	8 — 56
$10\frac{1}{36}$	2 — 2
2 $\frac{2}{3}$	24 — 48
$32\frac{7}{8}$	$\frac{207}{72} = 2\frac{7}{8}$.

c.

Wenn Brüche zu addiren vorkommen, deren Nenner verschieden sind, und bey welchen die kleinern Nenner

sich

sich nicht in den größten Nenner ohne Rest theilen lassen, so sucht man den G.=N. und überhaupt die neuen Werthe, nach den S. 20 und 22 bey der dritten und vierten Art gegebenen Regeln. — Was die Zähler und sonst das weitere Verfahren dabey betrifft, so ist solches das nämliche wie bey *b*. Z. B. Folgende Brüche sollen addirt werden: $\frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{5}{14}$.

	168	
$\frac{7}{8}$	21 —	147
$\frac{5}{6}$	28 —	140
$\frac{5}{14}$	12 —	60
$2\frac{11}{168}$	=	$\frac{347}{168}$

2) 8 — 6
4 — 3
2) 24 — 14
12 — 7
168 G.=N.

Noch zwey Beyspiele:

	1155	
$\frac{3}{5}$	231 —	693
$\frac{1}{7}$	165 —	165
$\frac{7}{15}$	77 —	539
$\frac{1}{11}$	105 —	105
$1\frac{347}{1155}$	=	$\frac{1502}{1155}$

5 — 7
× 7 —
5) 35 — 15
7 — 3
105 — 11
× 11
105
105
1155 G.=N.

D.

Subtrahiren.

Beym Subtrahiren mit Brüchen müssen die Brüche oder Posten, welche um den Rest anzuzeigen, voneinander abgezogen werden sollen, eben so in gehöriger Ordnung untereinander gesetzt werden, wie bey ganzen Zahlen. — Ferner sind bey der Subtraction in Brüchen drey Hauptregeln zu beobachten, nämlich:

a) Wenn Minuendus und Subtrahendus gleichnamige Nenner haben.

b) Wenn Minuendus und Subtrahendus ungleiche Nenner haben.

c) Wenn der Bruch des Subtrahendus größer ist, als der des Minuendus, so daß man genöthigt ist, von den Ganzen, die sich beym Minuendus befinden, ein Ganzes zu borgen.

a.

Wenn der Minuendus und Subtrahendus gleichnamige Nenner führen, so hat man weiter nichts damit vorzunehmen, als den Zähler des Subtrahendus vom Zähler des Minuendus abzuziehen, und den Rest wieder als Zähler (Theil) des Nenners zu setzen. Z. B. $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$.

$$\begin{array}{c} \frac{7}{8} \\ \frac{5}{8} \\ \hline \end{array}$$

Rest $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$.

Die Probe der Subtraction in Brüchen verrichtet man auf die nämliche Weise, wie mit ganzen Zahlen.

Man

Man addirt nämlich den Subtrahendus zum Rest, so muß der Minuendus wieder herauskommen. Z. B. $\frac{19}{49} - \frac{13}{49}$.

$$\frac{19}{49}$$
$$\frac{13}{49}$$

Rest $\frac{6}{49}$

\+ $\frac{13}{49}$ Subtrahendus.

$\frac{19}{49}$ Probe.

b.

Haben die Brüche verschiedene Nenner, so erfordern sie ganz eben dieselbe Vorarbeit, wie beym addiren, d. h. man muß den Minuendus und Subtrahendus unter gleiche Benennung bringen, und dann die neuen Werthe, anstatt daß sie beym Addiren zusammengezählt werden, hier beym Subtrahiren voneinander abziehen, und den Rest als Zähler oberhalb des gemeinschaftlichen Nenners setzen. Z. B. $\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$.

	21
$\frac{5}{7}$	3 — 15
$\frac{2}{3}$	7 — 14

Rest $\frac{1}{21}$

Probe:

	21
$\frac{1}{21}$	1 — 1
+ $\frac{2}{3}$	7 — 14

$\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$.

c.

Sind die Brüche von der Beschaffenheit, daß der Bruch des Subtrahendus größer ist, als der des Minuendus (welches zuweilen so lange ungewiß bleibt, bis sie unter gleiche Benennungen gebracht worden sind, besonders, wenn die Brüche nicht von großer Differenz sind), wenn also solche Brüche abzuziehen vorkommen, so bringt man sie, wie beym Addiren, unter gleiche Benennung, borgt demnächst ein Ganzes von den Ganzen des Minuendus, und nimmt dafür die Zahl des General-Nenners, weil der General-Nenner jedesmal das eigentliche Ganze enthält. Ferner addirt man die Zahl des G.-N. zu dem neuen Werthe des Minuendus, und dann wird die Subtraction gehöriger Maaßen vollzogen. Z. B. $2\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$.

	8	
von $2\frac{3}{4}$	$2 - 6 + 8 = 14$	
ab $\frac{7}{8}$	$1 - 7 \ldots\ldots 7$	
Rest $1\frac{7}{8}$		$\frac{7}{8}$

Erklärung.

Da hier der neue Werth des Minuendus $= 6$, des Subtrahendus aber 7 ist, sie folglich nicht voneinander abgezogen werden können, so muß dazu 1 von den Ganzen des Minuendus geborgt, und dafür die Zahl 8, welche die Zahl des G.-N. ist, zu den 6 addirt werden, so kommen $6 + 8 = 14 \div 7 = 7$ oder $\frac{7}{8}$.

Noch zwey Beyspiele:

	154	
von $20\frac{9}{11}$	$14 - 126 + 154 = 280$	
ab $10\frac{13}{14}$	$11 - 143 \ldots\ldots\ldots 143$	
Rest $9\frac{137}{154}$		$\frac{137}{154}$.

Von

	3268			
Von $6\frac{1}{19}$	172 —	172 + 3268	=	3440
ab $5\frac{171}{172}$	19 —	3249		3249
Rest $\frac{191}{3268}$				$\frac{191}{3268}$.

Wenn ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen werden soll, d. h. wenn der Minuendus aus lauter ganzen Zahlen ohne Brüche bestehet, so ist das Verfahren, wie bey c., indem man ein Ganzes borgt, und dafür den Nenner des Subtrahendus nimmt, und dann den Zähler des Subtrahendus von demselben abziehet; oder kürzer, man ziehet nur den Zähler des Subtrahendus von seinem Nenner ab, und setzt den Rest wieder als einen Theil des Nenners. Z. B. $8 - \frac{3}{8}$.

Von $8\frac{8}{8}$	Oder von 8
ab $\frac{3}{8}$	ab $\frac{3}{8}$
Rest $7\frac{5}{8}$.	Rest $7\frac{5}{8}$.

Erklärung.

Hier soll $\frac{3}{8}$ von 8 Ganzen abgezogen werden, weil nun gleiche Benennungen erfordert werden, um abziehen zu können, und der Nenner des Subtrahendus 8 ist, so wird das geliehene Ganze in 8 verwandelt, und dann heißt es $8 - 3 = 5$ oder $\frac{5}{8}$.

Noch ein Beyspiel: $1 - \frac{17}{291}$.

Von 1	Probe:
ab $\frac{17}{291}$	$\frac{274}{291}$
Rest $\frac{274}{291}$.	$+ \frac{17}{291}$ Subtrahendus.
	$\frac{291}{291} = 1$ Ganzes.

E.

Multipliciren.

Beym Multipliciren in Brüchen werden die Factoren, so wie bey ganzen Zahlen, untereinander gesetzt; man hat aber bey der Multiplication in Brüchen auf folgende fünf Arten, die dabey vorkommen können, Rücksicht zu nehmen, entweder wenn

a) Bloß Brüche mit Brüchen, oder

b) Brüche mit Ganzen, oder

c) Ganze und Brüche mit Ganzen, oder

d) Ganze und Brüche mit Brüchen, und

e) Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen multiplicirt werden sollen.

a.

Sollen bloß Brüche mit Brüchen multiplicirt werden, sie mögen nun gleiche oder ungleiche Nenner haben, so wird dabey keine Vorarbeitung, wie beym Addiren und Subtrahiren erfordert, sondern man multiplicirt nur die Zähler der Factoren, und die Nenner der Factoren jede für sich besonders; aus den neuen Producten der Zähler und Nenner, wird wieder ein Bruch gebildet. Z. B. $\frac{7}{8} \times \frac{1}{3}$.

$$\begin{array}{l} \frac{7}{8} \\ \frac{1}{3} \\ \hline \frac{7}{24} \text{ Product.} \end{array}$$

Noch ein Beyspiel, wo das Product verkleinert werden kann. Z. B. $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$.

$\frac{7}{8}$

$\frac{4}{5}$

———

4) $\frac{28}{40} \mid \frac{7}{10}$ Product.

Im ersten Beyspiel heißt es $7 \times 1 = 7$ als neuer Zähler, und $8 \times 3 = 24$ als neuer Nenner, folglich das Product $= \frac{7}{24}$. — Im zweyten Beyspele heißt es $4 \times 7 = 28$ der neue Zähler, und $8 \times 5 = 40$ der neue Nenner, das Product also $= \frac{28}{40}$; weil aber beym Multipliciren eben so, wie bey den übrigen Brüchen, eine Verkleinerung Statt findet, so läßt sich auch hier im zweyten Beyspiele dieses anwenden, denn $\frac{28}{40}$ gemeinschaftlich durch 4 verkleinert, gibt $\frac{7}{10}$. Dieser Bruch ist das wahre Product, und dieses läßt sich bey allen ähnlichen Producten, wo eine Verkleinerung Statt findet, anwenden.

Die Probe der Multiplication mit Brüchen kann hier noch nicht gezeigt werden, weil dieselbe durch Dividiren geschieht. Sie muß also so lange zurückbleiben, bis von der Division gehandelt worden ist.

Anmerkung. Als eine allgemeine Regel über die Eigenschaften der Brüche.

Das Product, das aus ganzen Zahlen entsteht, ist allemal größer, als einer der beyden gegebenen Factoren. Hingegen ein Product aus bloßen Brüchen, ist allemal ein Bruch, welcher kleiner ist, als einer der beyden Factoren, und überhaupt ist es eine Schlußfolge, daß, wenn bloß Brüche miteinander vervielfältiget werden, je öfter die Vervielfältigung damit vorgenommen oder wiederholt wird, desto kleiner wird das Pro=

Product, und man mag so viele Brüche, und von welcher Größe sie auch seyn mögen, miteinander vervielfältigen, so kommt nie ein Ganzes heraus. Z. B. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{11}{12} \times \frac{5}{6}$.

$$\frac{2}{3}$$
$$\times\ \frac{3}{4}$$
———
$\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$ Product von $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

$$\times\ \frac{11}{12}$$
———
$\frac{11}{24}$ Product von $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{11}{12}$

$$\times\ \frac{5}{6}$$
———
$\frac{55}{144}$ Product von $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{11}{12} \times \frac{5}{6}$.

Hier ist das erste Product kleiner, als einer der beyden Factoren, das zweyte Product kleiner, als das erste, und das dritte kleiner, als das zweyte Product, und so gehet es bis ins Unendliche fort.

b.

Sind Ganze mit Brüchen oder Brüche mit ganzen Zahlen zu multipliciren, so werden die Ganze mit dem Zähler des Bruchs multiplicirt, und das kommende Product mit dessen Nenner dividirt, der Quotient ist das verlangte Product. Z. B. $26 \times \frac{5}{9}$.

$$26$$
$$\frac{5}{9}$$
———
$\frac{130}{9} = 14\frac{4}{9}$ Product.

Oder Brüche mit Ganzen. Z. B. $\frac{17}{18} \times 7$.

$$\frac{17}{18}$$
$$7$$
———
$\frac{119}{18} = 6\frac{11}{18}$ Product.

c.

Wenn Ganze und Brüche mit Ganzen, oder Ganze mit Ganzen und Brüche multiplicirt werden sollen, so werden zuerst die Ganze mit den Ganzen, und hernach die Ganze mit dem Bruch, oder der Bruch mit den Ganzen multiplicirt, und die Producte untereinander gesetzt, und dann summirt, die Hauptsumme zeigt das verlangte Product an. Z. B. $28\frac{9}{11} \times 7$.

$$\begin{array}{r} 28\frac{9}{11} \\ 7 \\ \hline 196 \\ +\ 5\frac{8}{11} \\ \hline 201\frac{8}{11} \end{array} \quad \text{Product.} \qquad 9 \times 7 = 63 : 11 = 5\frac{8}{11}$$

Oder Ganze mit Ganzen und Brüchen. Z. B. $36 \times 16\frac{17}{19}$.

$$\begin{array}{r} 36 \\ 16\frac{17}{19} \\ \hline 216 \\ 36\ \\ +\ 32\frac{4}{19} \\ \hline 608\frac{4}{19} \end{array} \quad \text{Product.} \qquad 36 \times 17 = 612 : 19 = 32\frac{4}{19}$$

d.

Hat man Ganze und Brüche mit Brüchen, oder Brüche mit Ganzen und Brüchen zu multipliciren, so werden zuerst die Ganze mit den Brüchen, und dann Brüche mit Brüchen besonders multiplicirt, die Producte untereinander gesetzt und addirt, die Hauptsumme zeigt das verlangte Hauptproduct an. Z. B. $13\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}$.

$13\frac{7}{9}$ | $13 \times 3 = 39 : 4 = 9\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$ | $7 \times 3 = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$
| $9 \times 4 = 36$

$9\frac{3}{4}$
$+ \frac{7}{12}$

$10\frac{1}{3}$ Product.

Oder Brüche mit Ganzen und Brüchen. Z. B. $\frac{5}{7} \times 6\frac{1}{5}$.

$\frac{5}{7}$ | $5 \times 6 = 30 : 7 = 4\frac{2}{7}$
$6\frac{1}{5}$ | $5 \times 1 = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$
| $7 \times 5 = 35$

$4\frac{2}{7}$
$+ \frac{1}{7}$

$4\frac{3}{7}$ Product

c.

Sollen Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen multiplicirt werden, so vervielfältigt man zuerst Ganze mit Ganzen, dann die Ganze des obern Factors mit den Brüchen des untern Factors, und dann die Brüche des obern Factors mit den Ganzen des untern Factors, und endlich Brüche mit Brüchen. Alle diese einzelne Producte werden gehöriger maßen untereinander gesetzt und summirt, die Hauptsumme zeigt das verlangte Product an. Z. B. $12\frac{7}{9} \times 6\frac{12}{13}$.

$12\frac{7}{9}$ | $12 \times 6 = 72$
$6\frac{12}{13}$ | $12 \times 12 = 144 : 13 = 11\frac{1}{13}$
| $6 \times 7 = 42 : 9 = 4\frac{2}{3}$
| $\frac{7}{9} \times \frac{12}{13} = \frac{28}{39}$

72
$+ 11\frac{1}{3}$
$+ 4\frac{2}{3}$
$+ \frac{28}{39}$

$88\frac{6}{13}$ Product.

Man hat noch eine allgemeine leichtere Art, Brüche zu multipliciren, die sich jedoch nur bey den drey letzten Arten, *c*, *d* und *e* anwenden läßt.

Sind Ganze und Brüche mit Ganzen, oder Ganze mit Ganzen und Brüchen zu multipliciren, so macht man die mit Brüchen versehenen Ganze zu solchen Theilen, als der Nenner des Bruchs ist, d. h. man multiplicirt das Ganze mit dem Nenner, der sich bey den Ganzen befindet, und addirt dazu den Zähler, multiplicirt ferner die entstandenen Theile, mit den ohne Brüche gegebenen Ganzen, und dividirt dann das Product durch den Nenner des Bruchs; der Quotient ist das verlangte Product. Z. B, $26\frac{3}{4} \times 6$.

$$\begin{array}{r|r|l}
26\frac{3}{4} & 107 & \\
6 & 6 \times & \\
\hline
4 & \cancel{6}\cancel{4}2 & 160\frac{1}{2} \text{ Product.} \\
 & \cancel{2} &
\end{array}$$

Hier sind die 26 Ganze mit dem Nenner 4 multiplicirt worden; gibt 104, dazu der Zähler 3 = 107 Viertel, diese mit dem andern Factor 6 multiplicirt $107 \times 6 = \frac{642}{4}$ dividirt durch den Nenner 4 gibt $160\frac{1}{2}$ als Product.

Bey Ganzen und Brüchen mit Brüchen, oder Brüche mit Ganzen und Brüchen, macht man die Ganze mit einem Bruch versehene Zahl zu solchen Theilen, als der dabey befindliche Nenner anzeigt, und addirt den Zähler des Bruchs dazu. Ferner wird die herauskommende Summe mit dem Zähler des Bruchs, bey welchem keine Ganze sind, multiplicirt, und das daraus entstandene Product durch das Product, welches aus beyden Nennern entstehet, dividirt; der Quotient ist das Hauptproduct. Z. B. $36\frac{7}{9} \times \frac{6}{11}$.

$$36\tfrac{7}{9} \,\Big|\, 331. \quad 36 \times 9 = 324 + 7 = 321$$
$$\tfrac{6}{11} \,\Big|\, 6 \qquad\qquad \times 6$$
$$9 \times 11 = 99 \quad \text{in} \quad 1986 \,|\, 20\tfrac{2}{33}$$

$$\tfrac{1986}{99} = 20\tfrac{2}{33} \text{ Product.}$$

Hat man Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen zu multipliciren, so werden beyde Factoren in ihre Nenner aufgelöst, die Theile miteinander multiplicirt, und durch das Product ihrer beyden Nenner dividirt; der Quotient ist das verlangte Hauptproduct. Z. B. $23\tfrac{3}{4} \times 12\tfrac{1}{5}$.

$$23\tfrac{3}{4} \,\Big|\, 95 \qquad 23 \times 4 = 92 + 3 = 95$$
$$12\tfrac{1}{5} \,\Big|\, 61 \qquad 12 \times 5 = 60 + 1 = 61 \times$$
$$95 \qquad 4 \times 5 = 20 \quad \text{in} \quad 5795 = 289\tfrac{3}{4}.$$
$$570$$

$$\tfrac{5795}{20} = 289\tfrac{3}{4} \text{ Product.}$$

Daß dieses Verfahren kürzer, als das vorhergezeigte sey, bedarf keiner ausführlichen Erklärung, weil es sehr augenscheinlich ist. Man kann daher diese Methode bey den mehresten Fällen gebrauchen.

Mehrere Beyspiele über Multipliciren werden nach der Division folgen.

F.

Dividiren.

Beym Dividiren in Brüchen kommen die Zahlengrößen eben so zu stehen, wie bey ganzen Zahlen, nämlich, der Divisor zur linken und der Dividendus zur rechten Hand. — Es kommen bey dieser Species überhaupt acht Arten vor:

1) Brüche in Brüche, oder
2) Brüche in Ganze, oder
3) Ganze in Brüche, oder
4) Ganze in Ganze und Brüche, oder
5) Ganze und Brüche in Ganze, oder
6) Ganze und Brüche in Brüche, oder
7) Brüche in Ganze und Brüche, oder
8) Ganze und Brüche in Ganze und Brüche zu dividiren.

1.

Sollen bloß Brüche in Brüchen dividirt werden, so vervielfältigt man den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividendus, und setzt das Product unter den Divisor, der Zähler des Dividendus wird ebenfalls mit dem Nenner des Divisors multiplicirt, und das Product unter den Dividendus gesetzt, und mit der kommenden Zahl linker Hand die kommende Zahl rechter Hand dividirt. Z. B. $\frac{3}{8}$ dividirt in $\frac{5}{7}$.

$7 \times 3 = 21$

$\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{7}$ $\qquad 8 \times 5 = 40$

21 . 40 | 1 $\frac{19}{21}$ Quotient.

Oder, wo der Quotient wieder ein Bruch wird z. B. $\frac{9}{11}$ in $\frac{2}{3}$.

$3 \times 9 = 27$

$\frac{9}{11}$ in $\frac{2}{3}$ $\qquad 11 \times 2 = 22$

27 $\frac{22}{27}$ Quotient.

Die Probe vom Dividiren in Brüchen verrichtet man eben so, wie in ganzen Zahlen, indem der gefundene

Quo=

Quotient mit dem Divisor multiplicirt wird, z. B. bey dem obigen Exempel ist der Quotient $= 1\frac{19}{21}$, dieser mit dem Divisor $\frac{3}{8}$ multiplicirt, so kommt

$$
\begin{array}{rl}
 & 1\frac{19}{21} \\
 & \frac{3}{8} \\
\hline
 & \left|\; 168 \right. \\
\frac{3}{8} & \left|\; 21 - 63 \right. \\
+\ \frac{57}{168} & \left|\; 1 - 57 \right. \\
\hline
\end{array}
$$

$\frac{120}{168} = \frac{5}{7} =$ dem Dividendus.

Anmerkung. Haben aber der Divisor und Dividendus gleichnamige Nenner, so darf man nur bloß den Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus dividiren. Z. B. $\frac{3}{10}$ in $\frac{7}{10}$.

$\frac{3}{10}$ in $\frac{7}{10} \mid 2\frac{1}{3}$ Quotient

Probe:

$$
\begin{array}{r|l}
2\frac{1}{3} & 7 \\
\frac{3}{10} & 3 \\
\hline
\end{array}
$$

$\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$.

Noch ein Beyspiel, wo der Quotient wieder ein Bruch wird. Z. B.

$\frac{11}{12}$ in $\frac{5}{12} \mid \frac{5}{11}$ Quotient.

Oder wo im Quotient Ganze ohne Brüche kommen. Z. B.

$\frac{7}{36}$ in $\frac{21}{36} \mid 3$ Quotient.

Erklärung. Weil der Nenner des Divisors dem Nenner des Dividendus gleich ist, folglich die Theile sich gleich sind, so sind auch die Theile der Zähler vom Divisor und Dividendus einander gleich. Sie können

also

also, ohne daß sie eine Abänderung erfordern, so wie ganze Zahlen in einander dividirt werden.

2.

Hat man Brüche in Ganze zu theilen, so multiplicirt man die Ganzen mit des Bruchs Nenner, und dividirt das kommende Product mit dessen Zähler. Z. B. $\frac{5}{6}$ in 13.

$\frac{5}{6}$ in 13 $\qquad 13 \times 6 = 78 : 5 = 15\frac{3}{5}$

5 | 78 | 15 $\frac{3}{5}$ Quotient.

3.

Sollen Ganze in Brüche dividirt werden, so vervielfältigt man die Ganzen mit des Bruchs Nenner, das Product wird in des Bruchs Zähler dividirt, wo alsdann wieder ein Bruch als Quotient herauskommen muß, denn wenn eine kleine Zahl durch eine größere getheilet wird, so kann kein Ganzes herauskommen. Z. B. 9 in $\frac{11}{13}$.

9 in $\frac{11}{13}$
13

117 in $\frac{11}{117}$ Quotient.

4.

Sollen Ganze in Ganze und Brüche dividirt werden, so löset man die mit einem Bruch versehenen Ganze auf. Man multiplicirt nämlich die Ganze mit dem dabey befindlichen Nenner, und addirt den Zähler dazu. Ferner multiplicirt man die Ganzen des Divisors mit dem Nenner des Dividendus, und die Producte werden in einander dividirt. Z. B. 8 in 15 $\frac{7}{8}$.

$$\begin{array}{ll} & 15 \times 9 = 135 + 7 = 142 \\ \underline{8 \text{ in } 15\,\tfrac{7}{9}} & 8 \times 9 = 72 \end{array}$$

72 in 142 | 1 $\frac{35}{36}$ Quotient.

Wenn der Divisor größer, als der Dividendus ist. Z. B. 28 in 16 $\frac{3}{7}$.

$$\begin{array}{ll} & 16 \times 7 = 112 + 3 = 115 \\ \underline{28 \text{ in } 16\,\tfrac{3}{7}} & 28 \times 7 = 196 \end{array}$$

196 in $\frac{115}{196}$ Quotient.

5.

Sind Ganze und Brüche in Ganze zu dividiren, so verfährt man, wie bey Nro. 4. Z. B. 6 $\frac{3}{4}$ in 10.

$$\begin{array}{ll} & 6 \times 4 = 24 + 3 = 27 \\ \underline{6\,\tfrac{3}{4} \text{ in } 10} & 10 \times 4 = 40 \end{array}$$

27 40 | 1 $\frac{13}{27}$ Quotient.

6.

Sind Ganze und Brüche in Brüche zu dividiren, so werden die mit dem Bruch versehenen Ganze in ihren Nenner aufgelößt, und der Zähler dazu addirt. Ferner wird der Zähler des allein stehenden Bruchs unter seinem Nenner gesetzt, hernach werden die Zahlen, die unter dem Divisor stehen, mit dem Nenner des Dividendus, und die Zahlen, welche unter dem Dividendus stehen, mit dem Nenner des Divisors multiplicirt. Die beyden neuen Producte werden alsdann in einander dividirt. Z. B. 7 $\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{72}$.

$7\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{11}$

59   5
× 11   × 8

59     $\frac{40}{649}$ Quotient.
59

649

7.

Hat man Brüche in Ganze und Brüche zu dividiren, so ist das Verfahren das nämliche, wie bey Nro. 6, ausgenommen, daß der Quotient immer mehr, als ein Ganzes ist. Z. B. $\frac{7}{10}$ in $3\frac{2}{7}$.

$\frac{7}{10}$ in $3\frac{2}{7}$

7   23
× 7   × 10

49 in 230 | $4\frac{34}{49}$ Quotient.

8.

Sollen endlich Ganze und Brüche in Ganze und Brüche dividirt werden, so multiplicirt man beyde gegebene Zahlen mit ihren Nennern vorgedachter Weise, ferner die hieraus entstandenen Producte mit den Nennern übers Kreuz multiplicirt, und das Product rechter Hand durch das Product linker Hand dividirt. Z. B.

$6\,\frac{3}{11}$ in $27\,\frac{1}{4}$

69   109

$\times$ 4 $\times$ 11

276   109

109

1199 | $4\,\frac{95}{276}$ Quotient.

Wenn im Quotient bloß Brüche erscheinen. Z. B.

$7\,\frac{1}{13}$ in $2\,\frac{1}{15}$

94   31

15   13

470   93

94   31

1410 $\frac{403}{1410}$ Quotient.

Anmerkung. Wenn solche Brüche zu dividiren vorkommen, wo die beyden Nenner des Divisors und des Dividendus sich gegeneinander durch eine gemeinschaftliche Zahl verkleinern lassen, so kann solche Verkleinerung jedesmal, nachdem die Ganze in des Nenners Theile aufgelöset worden, Statt finden, wodurch alsdann die Multiplication der wechselseitigen übertragenen Nenner vermindert wird. Z. B. $3\,\frac{7}{12}$ in $18\,\frac{7}{8}$.

$3\,{}^{7}/\cancel{12}\,3$ in $18\,{}^{7}/\cancel{8}\,2$ Oder $7\,{}^{1}/\cancel{10}$ in $9\,{}^{3}/\cancel{10}$

43   151   71   93 | $1\,\frac{22}{71}$ Q.

2   3

86   453 | $5\,\frac{23}{86}$ Quotient.

Eini-

Einige Beyspiele über alle Fälle, die im Multipliciren und Dividiren in Brüchen vorkommen können.

Multipliciren.

Brüche mit Brüche. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7}$.

$\frac{3}{4}$
$\times\ \frac{2}{7}$
———
$\frac{6}{28}$ oder $\frac{3}{14}$ Product.

Probe:
$\frac{2}{7}$ in $\frac{3}{14}$
———
28 in $\frac{21}{28}$ oder $\frac{3}{4}$.

Brüche mit Ganzen. $36 \times \frac{11}{13}$.

36
$\times\ \frac{11}{13}$
———
36
36
———
13 | 396 | 30 $\frac{6}{13}$ Product.

Probe:
$^{11}/_{13}$ in 30 $^{6}/_{13}$
———
11 in 396 | 36

Ganze und Brüche mit Ganzen. 22 $\frac{2}{7} \times 16$.

22 $\frac{2}{7}$
16
———
132
22
+ 4 $\frac{4}{7}$
———
356 $\frac{4}{7}$ Product.

Probe:
16 in 356 $\frac{4}{7}$
———
112 in 2496 | 22 $\frac{2}{7}$.

Ganze und Brüche mit Brüchen. 29 $\frac{5}{14} \times \frac{1}{3}$.

29 $\frac{5}{14}$	411
$\times\ \frac{1}{3}$	1 $\times$
42	411 | 9 $\frac{11}{14}$ Product.

Probe:
$\frac{1}{3}$ in 9 $\frac{11}{14}$
———
14 137
3
———
411 | 29 $\frac{5}{14}$.

Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen. $11\frac{10}{11} \times 9\frac{1}{19}$.

$11\frac{10}{11}$ | 131
$9\frac{1}{19}$ | 172 ×

262
917
131

209 | 22532 | $107\frac{169}{209}$ Pr.

Probe:

$9\,{}^{1}/_{19}$ in $107\,{}^{169}/_{209}$ 11

172
× 11

172
172

1892

22532 | $11\frac{10}{11}$.
1892
3612
1892
1720 | 430 | 10
1892 | 473 | 11

Dividiren.

. Brüche in Brüche.

a) Wenn der Divisor kleiner, als der Dividendus ist, so, daß im Quotienten Ganze, oder Ganze und Brüchen erscheinen.

b) Wenn der Divisor größer, als der Dividendus ist, wo alsdann im Quotient nur ein Bruch kommt.

c) Wenn Divisor und Dividendus gleichnamige Nenner haben.

a) $\frac{3}{7}$ in $\frac{9}{11}$

33 in 63 | $1\frac{10}{11}$ Quot.

Probe:

$1\frac{10}{11}$ | 21
× $\frac{3}{7}$ | 3

77 | 63 | $\frac{63}{77}$ oder $\frac{9}{11}$.

b) $\frac{11}{13}$ in $\frac{2}{7}$

77 in $\frac{26}{77}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{26}{77} \\ \times\ \frac{11}{13} \\ \hline \frac{286}{1001} = \frac{2}{7}. \end{array}$$

c) $\frac{9}{16}$ in $\frac{11}{16}$ | 1 $\frac{2}{9}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|r} 1\frac{2}{9} & 11 \\ \times\ \frac{9}{16} & 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{99}{144} = \frac{11}{16}.$$

Oder $\frac{17}{24}$ in $\frac{11}{24}$ | $\frac{11}{17}$ Quotient.

Brüche in Ganze.

$\frac{7}{9}$ in 10

7 in 90 | 12 $\frac{6}{7}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|rl} 12\frac{6}{7} & 90 & \\ \times\ \frac{7}{9} & 7 & \times \\ \hline 63 & 630 & | \ 10. \end{array}$$

Ganze in Brüche.

7 in $\frac{19}{30}$

210 $\frac{19}{210}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{19}{210} \\ \times\ 7 \\ \hline \frac{133}{210} = \frac{19}{30}. \end{array}$$

Ganze in Ganze und Brüche.

a) Wenn der Divisor kleiner, als der Dividendus ist.

b) Wenn der Divisor größer, als der Dividendus ist.

a) 7 in $29\frac{1}{2}$

14 in $59 \mid 4\frac{3}{14}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|r} 4\frac{3}{14} & 59 \\ \times\ 7 & 7 \\ \hline \end{array}$$

14 in $413 \mid 29\frac{1}{2}$.

b) 19 in $12\frac{101}{102}$

$$\begin{array}{cc} 1938 & 305 \\ & 102 \end{array}$$

$\frac{1325}{1938}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{1325}{1938} \\ \times\ 19 \\ \hline \end{array}$$

$1938 \mid 25175 \mid 12\frac{101}{102}$.

Ganze und Brüche in Ganze.

a) Wenn der Divisor kleiner, als der Dividendus ist.

b) Wenn der Divisor größer, als der Dividendus ist.

a) $2\frac{1}{2}$ in 6

5 in $12 \mid 2\frac{2}{5}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|r} 2\frac{2}{5} & 12 \\ 2\frac{1}{2} & 5 \\ \hline \end{array}$$

10 in $60 \mid 6$.

b) 6 in $2\frac{1}{2}$

$12 \qquad \frac{5}{12}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{12} \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$\frac{30}{12} = 2\frac{1}{2}$.

Ganze und Brüche in Brüche.

$7\frac{9}{14}$ in $\frac{11}{13}$

$$\begin{array}{cc} 107 & 11 \\ \times\ 13 & 14\ \times \\ \hline 1391 & \end{array}$$

$1391 \qquad \frac{154}{1391}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} \frac{154}{1391} & 154 \\ \times\ 7\frac{9}{14} & 107\ \times \\ \hline \end{array}$$

19474 in $\frac{16478}{19474} = \frac{11}{13}$.

Brüche in Ganze und Brüche.

$\frac{7}{9}$ in $3\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{cc} 7 & 7 \\ 2 & 9 \\ \hline \end{array}$$

14 in 63 | $4\frac{1}{2}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} 4\frac{1}{2} & 9 \\ \frac{7}{9} & 7 \\ \hline 18 & 63 \mid 3\frac{1}{2}. \end{array}$$

Ganze und Brüche in Ganze und Brüche.

a) Wenn der Divisor kleiner, als der Dividendus ist.

b) Wenn der Divisor größer, als der Dividendus ist.

c) Wenn die Nenner sich gegeneinander verkleinern lassen, oder sich gleich sind.

a) $9\frac{2}{9}$ in $20\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{cc} 83 & 41 \\ 2 & 9 \\ \hline \end{array}$$

166 in 369 | $2\frac{37}{166}$ Quot.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} 2\frac{37}{166} & 369 \\ 9\frac{2}{9} & 83 \\ \hline \end{array}$$

1494 in 30627 | $20\frac{1}{2}$.

b) $9\frac{1}{7}$ in $6\frac{3}{4}$

$$\begin{array}{cc} 64 & 27 \\ 4 & 7 \\ \hline \end{array}$$

256 $\frac{189}{256}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} \frac{189}{256} & 189 \\ 9\frac{1}{7} & 64 \\ \hline \end{array}$$

1792 in 12096 | $6\frac{3}{4}$.

c) $3\ {}^{3}/_{\cancel{16}\,4}$ in $21\ {}^{7}/_{\cancel{12}\,3}$

$$\begin{array}{cc} 57 & 259 \\ 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

171 in 1036 | $6\frac{10}{171}$ Q.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} 6\frac{10}{171} & 1036 \\ 3\frac{9}{16} & 57 \\ \hline \end{array}$$

2736 in 59052 | $21\frac{7}{12}$.

Oder $\underline{17} \ 3/\cancel{10}$ in $\underline{60} \ 7/\cancel{10}$

173 in 607 | $3 \frac{88}{173}$ Q.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} 3 \frac{88}{173} & 607 \\ \times \ 17 \ \frac{3}{10} & 173 \ \times \\ \hline \end{array}$$

1730 in 105011 | $60 \frac{7}{10}$.

Einige Beyspiele nebst deren Anwendung über die IV Species in Brüchen.

1) $5/8 + 3/5 + 1/6 + 9/10 + 11/12$.
2) $7/16 + 1/5 + 9/16 + 1/24 + 31/35 + 3/10$.
3) $9/17 + 1/34 + 1/8 + 3/19 + 1/4 + 3/11$.
4) $2/5 + 9/31 + 1/18 + 7/13 + 3/14 + 1/2 + 5/6 + 1/3$.
5) $\frac{276}{385} + \frac{17}{126} + 2/9$.
6) $11/23 + 1/11 + 5/46 + 3/25$.
7) $\frac{1234}{5677} + \frac{31}{123}$.
8) $1/2 + 2/3 + 3/4 + 4/5 + 5/6 + 7/8 + 8/9 + 9/10 + 10/11 + 11/12$.
9) $3/4 \div 13/18$.
10) $\frac{111}{181} \div 5/16$.
11) $8/9 \div 17/57$.
12) $12/17 \div 1/20$.
13) $17/27 \div 8/13$.
14) $6 \ 5/6 \div 1 \ 19/20$.
15) $1 \ 1/100 \div 76/99$.
16) $2 \ 13/14 \div \frac{1121}{1122}$.
17) $4 \div 3/8$.

19)

18) $1 \div \frac{19}{476}$.

19) $\frac{2}{3} \times \frac{7}{9}$.

20) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{18}$.

21) $2\frac{3}{8} \times 9$.

22) $17 \times \frac{17}{19}$.

23) $7\frac{3}{19} \times \frac{17}{18}$.

24) $7\frac{3}{7} \times \frac{1}{2}$.

25) $8\frac{3}{4} \times 9\frac{1}{2}$.

26) $18\frac{1}{2} \times 18\frac{1}{2}$,

27) $111\frac{1}{11} \times 11\frac{1}{11}$.

28) $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$.

29) $\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{2}$.

30) $\frac{2}{3}$ in $\frac{5}{7}$.

31) $\frac{11}{13}$ in 16.

32) 16 in $\frac{11}{13}$.

33) 17 in $26\frac{3}{8}$.

34) $5\frac{3}{4}$ in 100.

35) $\frac{7}{8}$ in $26\frac{1}{5}$.

36) $1\frac{1}{5}$ in $\frac{5}{16}$.

37) $17\frac{3}{10}$ in $50\frac{3}{11}$.

38) $6\frac{110}{111}$ in $4\frac{2}{3}$.

39) $7\frac{8}{9}$ in $21\frac{8}{9}$.

40) Es hat jemand folgende Geldposten einzunehmen, als: 89 Thl. $19\frac{1}{12}$ Ggr. + 100 Thl. $20\frac{3}{4}$ Ggr. + 23 Thl. $23\frac{1}{2}$ Ggr. + $22\frac{1}{8}$ Ggr. + 6 Thl. $\frac{7}{10}$ Ggr., wie viel macht die ganze Summe?

41) Einer hat für Waare folgende Posten zu empfangen: 101 Kronen 3 Livr. 11 $\frac{1}{2}$ Sous, + 90 Kronen 13 $\frac{1}{5}$ Sous + 291 Kronen 1 Livr. $\frac{4}{5}$ Sous + 36 Kronen 5 Livr. 1 $\frac{1}{2}$ Sous, wie viel ist es zusammen?

42) Ein Kaufmann erhält sechs Fässer Waare: A wiegt 3 Centner 19 $\frac{1}{4}$ Pfund, B 3 Centn. 41 $\frac{1}{6}$ Pf., C 4 Centn. $\frac{3}{8}$ Pf., D 4 Centn. 39 $\frac{3}{8}$ Pf., E 3 Centn. 100 $\frac{5}{12}$ Pf., und F 4 Centn. $\frac{15}{16}$ Pf., wie viel wiegen diese sechs Fässer insgesammt?

43) A ist an B 981 Thl. 11 $\frac{1}{2}$ Ggr. schuldig, hat aber darauf abschläglich bezahlt, 590 Thl. 13 $\frac{7}{8}$ Ggr., wie viel bleibt er noch schuldig?

44) Von 1191 Florin 13 Stbr. 12 $\frac{2}{3}$ Pfenn. sollen 1092 Fl. 18 Stbr. 13 $\frac{3}{4}$ Pfenn. abgezogen werden.

45) Es hat jemand 30 Centn. Waare gekauft. Davon hat er an verschiedene Abnehmer wieder verkauft, als: an A 2 Cent. 30 $\frac{1}{4}$ Pf., an B 4 Centn. 81 $\frac{2}{3}$ Pf., an C 100 $\frac{7}{16}$ Pf., und an D 10 Centn. 1 $\frac{1}{6}$ Pf., Frage, wie viel er noch vorräthig hat?

46) 7 $\frac{3}{4}$ Centner, zu 11 $\frac{3}{8}$ Thl., wie viel macht's?

47) 6 Fässer Wein, wovon jedes 3 $\frac{1}{4}$ Ohm hält, die Ohm zu 63 $\frac{1}{4}$ Fl. holländisch?

48) Vier Personen sollen unter sich 9696 $\frac{3}{4}$ Gulden theilen, wie viel bekommt jede?

49) Drey Weinhändler haben zusammen gekauft 5 Fässer Wein, wovon jedes 3 $\frac{1}{4}$ Oxhoft hält.

Sie

Sie wollen diesen Wein unter sich theilen; wenn nun jeder gleich viel haben soll, so frage, wie viel gebührt jedem?

50) Wie viel Ducaten wird man für 8179 $\frac{1}{2}$ Gulden erhalten; wenn 5 $\frac{3}{10}$ Gulden = 1 Duc. ist?

51) Eine Uebungs-Aufgabe über alle IV Species der Brüche.

$\frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18} + \frac{7}{10} + 17\frac{1}{11} \div 3\frac{11}{12} \times 6\frac{1}{2}$: 11 $\frac{1}{4}$.

52) Ein englisches Kriegsschiff von 100 Kanonen verdrängt nach einer darüber angestellten möglichst genauen Berechnung eines englischen Schriftstellers: wenn es neu vom Stapel läuft, und ins Meer sinkt, 64460 $\frac{1407}{2771}$ rheinl. Cub. Fuß Meerwasser; — wenn es nach und nach mit den Kanonen, der Mannschaft und der Ausrüstung beschwert wird, 11205 $\frac{1352}{2771}$; — und wenn es nun noch die volle Ladung erhält, noch 39059 $\frac{213}{2771}$ Cub. Fuß mehr. — Wie viel verdrängt also a) ein ausgerüstetes, und b) ein vollbeladenes Kriegsschiff?

53) Durch sorgfältige Versuche hat man gefunden, daß aus 1 Berl. Scheffel Roggen 21 Pf. 2 $\frac{1}{3}$ Loth feines, und 44 Pf. 29 $\frac{1}{3}$ Loth grobes Mehl gekommen; und daß aus jenem 24 Pf. 15 $\frac{1}{2}$ Loth feines, und aus diesem 59 Pf. $\frac{3}{4}$ Loth grobes Brod gebacken ist: — a) wie viel Mehl, und b) wie viel Brod kommen also aus einem Scheffel?

54) Auf dem Schloßthurm zu Dresden wiegt die Fahne 1 $\frac{49}{220}$, — der Knopf $\frac{109}{110}$, — und die Spindel, worauf beyde befestigt sind, 6 $\frac{1}{2}$ Centner — Wie viel wiegt die ganze Last dieses Aufsatzes?

55) In der französischen Artillerie kostet in Berliner Gelde bey folgenden Geschützarten:

	4 Pfund. Thl.	8 Pf. Thl.	12 Pf. Thl.	16 Pf. Thl.	24 Pf. Thl.
Das Metall . .	383 $\frac{1}{3}$	700	1066 $\frac{2}{3}$	1400	1800
Form und Guß	83	115	145	198	220
Zündloch. . . .	25	25	25	25	25
Lafette.	6 $\frac{7}{8}$	8 $\frac{5}{8}$	10 $\frac{1}{8}$	12 $\frac{3}{4}$	15
Eisen dazu . .	15 $\frac{1}{2}$	19	23 $\frac{1}{2}$	29	33
Protzwagen. . .	4	4 $\frac{1}{2}$	5	5 $\frac{1}{2}$	6
Beschlag daran .	5	6	7	8	9
Anstreichen. . .	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$
Ladeschaufel . .	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{5}{6}$	2 $\frac{1}{6}$	2 $\frac{5}{12}$	3 $\frac{1}{6}$

Wie viel eine jede Geschützart zusammen?

56) Um gewiß zu seyn, daß eine Gewitterwolke eine deutsche Meile noch entfernt sey, muß man zwischen Blitz und Schlag genau 21 $\frac{102}{539}$ Secunden, oder 28 $\frac{136}{539}$ Pulsschläge zählen können. — Wie viel Pulsschläge also mehr, als Secunden?

57) In unsern Gegenden dauret der längste Tag 16 $\frac{256}{675}$, und der kürzeste nur 7 $\frac{419}{675}$ Stunden. — Wie viel beträgt der Unterschied?

58) Ein Gänseey wiegt 12 Loth, und enthält 9 $\frac{9}{511}$ rheinl. Cubikzoll; — ein Hünerey wiegt 3 $\frac{1}{4}$ Loth, und hat 2 $\frac{226}{511}$ Cub. Zoll. — Um wie viel ist jenes a) schwerer, — und b) größer, als dieses?

59) An einem Kriegsschiffe vom ersten Range wiegt gewöhnlich der größte Anker 54 $\frac{6}{11}$, und der kleinste 39 $\frac{1}{11}$ Centn., jener enthält 11 $\frac{1}{9}$, und dieser 7 $\frac{26}{27}$ rheinl. Cub. Fuß Eisen. — Um wie viel hat der erstere mehr a) an Gewicht, — und b) an Inhalt?

60) Wenn von der Sonne aus eine Kanonenkugel nach den sieben Planeten abgeschossen würde, und diese ihre anfängliche Geschwindigkeit behalten könnte: so würde sie so viele Jahre nöthig haben, um auf denselben bey ihren mittlern Abständen von der Sonne anzukommen, als folgende Angaben betragen.

Mercur	9 $\frac{26}{41}$ Jahr.
Venus	18 $\frac{1}{455}$
Erde	24 $\frac{25}{29}$
Mars	37 $\frac{12}{13}$
Jupiter	129 $\frac{14}{29}$
Saturn	237 $\frac{14}{31}$
Uranus	474 $\frac{31}{34}$.

Um wie viel Jahre früher oder später, als die Erde wird die Kanonenkugel einen jeden der übrigen Planeten erreichen?

61) Die berühmte Westminsterbrücke in London, welche in den Jahren 1738 bis 1750 erbauet ist, hat 218800 Pfund Sterling gekostet. Wenn man nun 1 Pf. Sterling zu 6 $\frac{7}{12}$ Thl. in preuß. Gelde rechnet, wie viel beträgt jene Summe in dieser Münze?

62)

62) Ein Berliner Maaß reines Wasser wiegt 2 Pf. 14 Loth 2 Qt. — Nun ist Baumöl $\frac{183}{200}$, — Leinöl $\frac{116}{125}$, — Rüböl, — $\frac{9}{10}$, — weisser Mohnöl $\frac{23}{25}$, — und Terpentinöl $\frac{99}{125}$ mal so schwer, als Wasser. Wie viel wird also ein Berliner Maaß von diesen Oelarten wiegen?

63) Die Schwalben haben einen so schnellen Flug, daß sie bey ihren Wanderungen auf eine deutsche Meile nicht mehr, als 2 Minuten 37 $\frac{3}{5}$ Secunden Zeit gebrauchen. — In wie viel Zeit würden sie also einen Weg von 18 Meilen zurücklegen?

64) Nach einer Uebersicht der Staatsschulden Englands, welche dem Parlamente vorgelegt ist, betrugen sie im Jahre

1730	—	14705122 Pfund Sterling
1740	—	44072024
1750	—	72178898
1760	—	88341208
1765	—	127564822
1770	—	126963267
1775	—	122963269
1780	—	141113264
1785	—	226268805
1790	—	238231248
1794	—	244481248
1795	—	260157773
1796	—	285767670
1797	—	327171769
1798	—	394159646

1799

1799 — 424159045 Pfund Sterling.
1800 — 451699919
1801 — 479934488

Da nun 1 Pf. Sterling im preuß. Cour. wenigstens 6 $\frac{3}{8}$ Thl. beträgt. — Wie viel machen obige Summen im preuß. Silbergelde?

65) Der große Mast ist auf einem französischen Kriegsschiff vom ersten Range 2 $\frac{1}{2}$ mal so lang, und auf einem englischen 2 $\frac{2}{5}$ mal so lang, als die Breite des Schiffs. Unten ist er $\frac{1}{40}$ seiner Länge dick, und oben $\frac{2}{3}$ von der untern. (Ein Schiff von 120 Kanonen ist 186 Fuß lang und 50 Fuß breit.) a) Wie lang ist daher der große Mast in Frankreich und in England? — b) Wie dick ist er unten, — und c) oben?

66) Das Eis ist leichter, als das Wasser, daher schwimmt es in den Flüssen. Es ist $\frac{11}{12}$ mal so schwer. — Da nun 1 rheinl. Cub. Fuß Flußwasser 66 Pf. 12 Loth 2 $\frac{14}{15}$ Qr. schwer ist. — Wie viel wiegt ein rheinl. Cub. Fuß Eis?

67) Ein Anker Wein enthält 1 $\frac{2}{27}$ Pariser Cub. Fuß. — Da man nun berechnet hat, daß 1 Pariser Cub. Fuß

Burgunder........ 72 $\frac{16}{33}$ Pf.
Champagner....... 72 $\frac{20}{21}$
Weißer Franzwein .. 72 $\frac{2}{3}$
Mallaga........... 74 $\frac{31}{43}$
Madera .... 75 $\frac{9}{10}$
Rheinwein .... 73 $\frac{3}{34}$
Tokayer........... 77 $\frac{1}{42}$

wiegt

wiegt, so soll man daraus finden: wie viel ein Anker von jeder dieser Weinsorten wiege?

68) Der Diamant des Königs von Portugall, der aber noch nicht geschliffen ist, und die Gestalt und Größe eines Gänseeyes hat, wiegt 1680 Karat. — Der Diamant, welchen der große Mogul sonst besaß, $279\frac{1}{2}$, — der russische $194\frac{3}{4}$, der florentinische $139\frac{1}{2}$, — der eine französische $136\frac{3}{4}$, und der andere 106 Karat. — Wie viel mal schwerer ist also der portugiesische, als jeder der folgenden Diamanten.

Anmerkung. Bey den Juwelen und Perlen wird die Mark zu 1200 Karat gerechnet.

63) Ein erwachsener Mensch holt in einer Minute $16\frac{2}{3}$ mal Athem. — An den Vögeln hat ein Naturforscher in derselben Zeit 50 Athemzüge gezählt. — Wie viel Athemzüge eines Vogels sind auf den Athemzug eines Menschen zu rechnen?

70) Der Mond hat eine Bahn um die Erde, welche 325688 geogr. Meilen lang ist, und die er in $27\frac{9}{28}$ Tagen zurücklegt. — Wie viel Meilen und Pariser Fuß (wovon 22842 auf eine Meile gehen) vollendet er also im Durchschnitt a) in einem Tage, — b) in einer Stunde, — c) in einer Minute, — und d) in einer Secunde?

71) Der größte Anker in einem Kriegsschiffe vom ersten Range ist gemeiniglich 6000, — und

der

der kleinste 4300 Pfund schwer. — Da nun 1 rheinl. Cub. Fuß geschmiedetes Eisen 539 $\frac{22}{23}$ Pf. wiegt: — wie viel Cub. Fuß Eisen erfordert a) der größte, — und b) der kleinste Anker?

72) Man schätzt das Gewicht eines großen Wallfisches auf 100000 Pf. — Wenn er im Meere schwimmt, so muß er eben die eigenthümliche Schwere haben, welche das Meerwasser hat. Da nun der rheinl. Cub. Fuß von diesem Wasser 67 $\frac{24}{41}$ Pfund wiegt: — wie viel Cub. Fuß Raum nimmt der Wallfisch ein?

73) Der Mond legt in einer Secunde auf seiner Bahn um die Erde $\frac{4}{29}$, — und die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne 4 $\frac{3}{37}$ geogr. Meilen zurück: — wie viel mal geschwinder ist also die Bewegung der Erde als die des Mondes?

74) Je näher oder entfernter ein Planet von der Sonne ist, desto größer oder geringer ist die Erleuchtung, welche er von derselben erhält. Nun ist nach den Angaben der Astronomen die Erleuchtung des Merkur 6 $\frac{1}{4}$, — der Venus 2 $\frac{1}{25}$, — des Mars $\frac{11}{25}$, — des Jupiter $\frac{37}{1000}$, — des Saturn $\frac{3}{250}$, — und des Uranus $\frac{27}{10000}$ mal größer, als die Erleuchtung unsrer Erde. — Wie viel mal geringer ist folglich die Erleuchtung des entferntesten unter ihnen, des Uranus, als die der übrigen sechs Planeten?

75)

75) Eine Säule trägt eine merklich größere Last, wenn sie kurz, als wenn sie länger ist. — Muschenbroeck berechnet, daß ein eichener Pfahl, der 1 Fuß ins Gevierte dick ist, bey einer Länge von 30 Fuß 75 $\frac{17}{55}$ Centner tragen kann. Wenn er aber halb so lang ist, so kann er 301 $\frac{13}{55}$, und wenn er nur den vierten Theil der ersten Länge hat, 1204 $\frac{52}{55}$ Centn. tragen. — Wie vielmal mehr trägt dieser Pfahl in den beyden letztern, als im ersten Falle?

Anmerkung. Die Aufgaben von Nro. 52 und folgende sind aus Kochs Exempelbuch entlehnt.

Auflösungen und Resultate dieser Aufgaben.

1)

	120	
$\frac{5}{8}$	15 —	75
$\frac{3}{5}$	24 —	72
$\frac{1}{6}$	20 —	20
$\frac{9}{10}$	12 —	108
$\frac{11}{12}$	10 —	110

$\frac{385}{120} = 3\frac{5}{24}$.

5 — 8
8

40 — 6

2)

20 — 3

120 — $\cancel{10}$

120 — $\cancel{12}$

120 G.-N.

2) 2 $\frac{359}{840}$.

	28424	
3) $\frac{9}{17}$	1672 —	15048
$\frac{1}{34}$	836 —	836
$\frac{1}{8}$	3553 —	3553
$\frac{3}{19}$	1496 —	4488
$\frac{1}{4}$	7106 —	7106
$\frac{3}{11}$	2584 —	7752

$\frac{38783}{28424} = 1\frac{10359}{28424}$.

2)

$\cancel{17} — 34$

$34 — 8$

$17 — 4$

$136 — 19$

$\times\ 19$

$2584 — \cancel{4}$

$2584 — 11$

$\times\ 11$ —

28424 G.-N.

4) $3\frac{20983}{126945}$.

5) $1\frac{399}{5390}$.

	12650	
6) $\frac{11}{23}$	550 —	6050
$\frac{1}{11}$	1150 —	1150
$\frac{5}{46}$	275 —	1375
$\frac{3}{25}$	506 —	1518

$\frac{10093}{12650}$.

23)

$\times$ 23 — 11

11

253 — 46

11 — 2

506 — 25

$\times$ 25

12650 G.-N.

7) $\frac{327769}{698271}$.

8) $8\frac{157}{3960}$.

9)

	36	
von $\frac{3}{4}$	9 —	27
ab $\frac{13}{18}$	2 —	26

Rest $\frac{1}{36}$.

Probe:

	36	
$\frac{1}{36}$	1 —	1
+ $\frac{13}{18}$	2 —	26

$\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$.

10) $\frac{871}{2896}$.

11) $\frac{101}{171}$.

12) $\frac{223}{340}$.

13) $\frac{5}{351}$.

14)

$$\begin{array}{l|l}
 & 60 \\
\cline{2-2}
\text{von } 6\,\frac{5}{6} & 10 - 50 + 60 = 110 \\
\text{ab } \;\; 1\,\frac{19}{20} & 3 - 57 \,\ldots\ldots\ldots\, 57 \\
\hline
\text{Rest } 4\,\frac{53}{60} & \qquad\qquad\qquad \frac{53}{60}
\end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{r|l}
 & 60 \\
\cline{2-2}
4\,\frac{53}{60} & 1 - 53 \\
+ \; 1\,\frac{19}{20} & 3 - 57 \\
\hline
6\,\frac{5}{6} & \qquad \frac{110}{60} = 1\,\frac{5}{6}.
\end{array}$$

15)

$$\begin{array}{l|l}
 & 9900 \\
\cline{2-2}
\text{von } 1\,\frac{1}{100} & 99 - 99 + 9900 = 9999 \\
\text{ab } \qquad \frac{76}{99} & 100 - 7600 \,\ldots\ldots\ldots\, 7600 \\
\hline
 & \qquad\qquad \text{Rest } \frac{2399}{9900}.
\end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{r|l}
 & 9900 \\
\cline{2-2}
\frac{2399}{9900} & 1 - 2399 \\
+ \; \frac{76}{99} & 100 - 7600 \\
\hline
 & \qquad \frac{9999}{9900} = 1\,\frac{1}{100}.
\end{array}$$

16) $1\,\frac{3650}{3927}$.

17)

17) von 4
ab $\frac{3}{8}$
Rest $3\frac{5}{8}$.

Probe:
$3\frac{5}{8}$
$+\ \frac{3}{8}$
4.

18) $\frac{457}{476}$.

19) $\frac{2}{3}$
$\times\ \frac{7}{9}$
Prod. $\frac{14}{27}$.

Probe:
$\frac{7}{\cancel{9}}$ in $\frac{14}{\cancel{27}}\,3$
21 in $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$.

20) $\frac{5}{108}$.

21) $2\frac{3}{8}$
9
18
$+\ 3\frac{3}{8}$
Prod. $21\frac{3}{8}$.

Probe:
9 in $21\frac{3}{8}$
72 in $\cancel{171}\,|\,2\frac{3}{8}$.
$27|$

22) $\frac{17}{19}$
$\times\ 17$
Prod. $15\frac{4}{19}$.

Probe:
$\frac{17}{\cancel{19}}$ in $15\frac{4}{\cancel{19}}$
17 in $289|17$.

23) $7\frac{3}{19}$
$\times\ \frac{17}{18}$
$6\frac{11}{18}$
$+\ \frac{51}{342}$
Prod. $6\frac{130}{171}$

Probe:
$7\frac{3}{\cancel{19}}$ $6\frac{130}{\cancel{171}}\ 9$
136 $\frac{1156}{1224} = \frac{17}{18}$.
9
1224.

24) $3\frac{5}{7}$.

25) $8\,\frac{3}{4}$
$\times\ 9\,\frac{1}{2}$

72
$+\ 4$
$+\ 6\,\frac{3}{4}$
$+\ \frac{3}{8}$

Prod. $83\,\frac{1}{8}$

Oder $8\,\frac{3}{4}$ | 35
$\times\ 9\,\frac{1}{2}$ | 19 $\times$

315
35

8 | 665 | $83\,\frac{1}{8}$ Product.

Probe:

$9\,\frac{1}{2}$ in $83\,\frac{1}{8}$ 4

19 665 | $8\,\frac{3}{4}$.
4

76

26) $342\,\frac{1}{4}$.

27) $111\,\frac{1}{11}$ | 1222
$\times\ 11\,\frac{1}{11}$ | 122 $\times$

121 in 149084 | $1232\,\frac{12}{121}$ Product.

Probe:

$11\,\frac{1}{11}$ in $1232\,\frac{12}{121}$ 11

122 149084 | $111\,\frac{1}{11}$
$\times$ 11

122
122

1342.

28) $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$

4 in 6 | 1 $\frac{1}{2}$ Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} 1\frac{1}{2} \\ \times\ \frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \\ +\ \frac{1}{4} \\ \hline \frac{3}{4}. \end{array}$$

29) $\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{2}$

6 in $\frac{4}{8}$ = $\frac{2}{3}$ Quotent.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ \times\ \frac{3}{4} \\ \hline \frac{6}{12} = \frac{1}{2}. \end{array}$$

30) 1 $\frac{1}{14}$.

31) $\frac{11}{13}$ in 16

$$\begin{array}{r} 13\ \times \\ \hline \end{array}$$

11 in 208 | 18 $\frac{10}{11}$ Q.

Probe:

$$\begin{array}{rl} 18\frac{10}{11} & |\ 208 \\ \times\ \frac{11}{13} & |\ \ 11\ \times \\ \hline \end{array}$$

143 in 2288 | 16.

32) 16 in $\frac{11}{13}$

$$\begin{array}{r} \times\ 13 \\ \hline \end{array}$$

208 in $\frac{11}{208}$ Quot.

Probe:

$$\begin{array}{r} \frac{11}{208} \\ \times\ 16 \\ \hline \frac{176}{208} = \frac{11}{13}. \end{array}$$

33) 17 in 26 $\frac{3}{8}$

× 136 in 211 | 1 $\frac{75}{136}$ Quot.

Probe:

$$\begin{array}{r} 1\frac{75}{136} \\ \times\ 17 \\ \hline 17 \\ +\ 9\frac{3}{8} \\ \hline 26\frac{3}{8}. \end{array}$$

34) 17 $\frac{9}{23}$.

35) $\frac{7}{8}$ in 26 $\frac{1}{5}$

$\times$ 7 131
5 8

35 in 1048 | 29 $\frac{33}{35}$ Quot.

Probe:
29 $\frac{33}{35}$
$\times$ $\frac{7}{8}$

25 $\frac{3}{8}$
$+$ $\frac{231}{280}$

26 $\frac{1}{5}$.

36) 1 $\frac{1}{5}$ in $\frac{5}{16}$

6 5
$\times$ 16 5

96 in 25 | $\frac{25}{96}$ Quot.

Probe:
$\frac{25}{96}$
1 $\frac{1}{5}$

$\frac{25}{96}$
$+$ $\frac{25}{480}$

$\frac{5}{16}$.

37) 17 $\frac{3}{10}$ in 50 $\frac{3}{11}$

173 553
$\times$ 11 10

173 5530 | 2 $\frac{1724}{1903}$
173

1903.

Probe:
2 $\frac{1724}{1903}$ | 5530
$+$ 17 $\frac{3}{10}$ | 173 $\times$

19030 in 356690 | 50 $\frac{3}{11}$

38) $\frac{259}{388}$.

39) 7 $\frac{8}{9}$ in 21 $\frac{8}{9}$

71 in 197 | 2 $\frac{55}{71}$ Q.

Probe:
2 $\frac{55}{71}$ | 197
$+$ 7 $\frac{8}{9}$ | 71 $\times$

639 in 13987 | 21 $\frac{8}{9}$.

40)

40)

Thl.	Sgr.	120
89 —	19 $\frac{1}{12}$	10 — 10
100 —	20 $\frac{3}{4}$	30 — 90
23 —	23 $\frac{1}{2}$	60 — 60
= —	22 $\frac{1}{8}$	15 — 15
6 —	$\frac{7}{10}$	12 — 84
	2	
221 —	14 $\frac{19}{120}$	$\frac{259}{120}$ = 2 $\frac{19}{120}$ Sgr.

41)

Kronen.	Liv.	Sous	10
101 —	3 —	11 $\frac{1}{2}$	5 — 5
90 —	— —	13 $\frac{1}{5}$	2 — 2
291 —	1 —	$\frac{4}{5}$	2 — 8
36 —	5 —	1 $\frac{1}{2}$	5 — 5
		2	
519 —	4 —	7	$\frac{20}{10}$ = 2.

42) 22 Centner 91 $\frac{25}{48}$.

43)

	Thl.	Sgr.	8
von	981 —	11 $\frac{1}{2}$	4 — 4 + 8 = 12
ab	590 —	13 $\frac{7}{8}$	1 — 7 7
	390 —	21 $\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$.

44) 98 Fl. 14 Stbr. 14 $\frac{11}{12}$ Pf.

45)

	Centn.	Pf.	48
A	2 —	30 $\frac{1}{4}$	12 — 12
B	4 —	81 $\frac{2}{3}$	16 — 32
C	— —	100 $\frac{7}{16}$	3 — 21
D	10 —	1 $\frac{1}{6}$	8 — 8
	17 —	103 $\frac{25}{48}$	$\frac{73}{48}$ = 1 $\frac{25}{48}$.

		Centn.
Der	Einkauf =	30
=	Verkauf =	17 — 103 $\frac{25}{48}$

Rest 12 Cent. 6 $\frac{23}{48}$ Pf.

46) $7\frac{3}{4}$ | 31
× 11 $\frac{3}{8}$ | 91 ×

31
279

32 in 2821 | $88\frac{15}{32}$ Thl.

Probe:
11 3/8 $88^{15}/\cancel{32}$ 4
91 2821 | $7\frac{3}{4}$
4
364

47) 6 Fässer
× $3\frac{1}{4}$ Ohm

$19\frac{1}{2}$ Ohm
× $63\frac{1}{4}$ Fl.

57
114
+ $4\frac{3}{4}$
+ $31\frac{1}{2}$
+ $\frac{1}{8}$

$1233\frac{3}{8}$ Hlr.

48) 4 in $9696\frac{3}{4}$

16 in 38787 | $2424\frac{3}{16}$ Quot.

Probe:
$2424\frac{3}{16}$
× 4

$9696\frac{3}{4}$.

49) 5 Fässer
× $3\frac{1}{4}$ Orhoft

$16\frac{1}{4}$ Orhoft.

3 in $16\frac{1}{4}$

12 in 65 | $5\frac{5}{12}$ Orh.

50) 5 $3/\cancel{10}$ in 8175 $1/\cancel{2}$
5

53 16359
5

81795 | $1543\frac{26}{53}$ Ducaten.

Anmerkung. Wollte man nun gerne wissen, wie viel der Bruch Ducaten an kleinere Münze macht, so multiplicire man den Zähler mit 106, (weil der Ducaten = 5 Fl. 6 Stbr. = 106 Stbr. ist) und das Product durch den Nenner getheilt, so kommt 106 × 26 = 2756 : 53 = 52 Stbr. oder 2 Fl. 12 Stbr.

51) Abgekürzte Auflösung.

$\frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18} + 7\frac{7}{10}\ 17\frac{1}{11} = 19\frac{217}{3960} \div 3\frac{11}{12} = 15\frac{547}{3960} \times 6\frac{1}{2} = 98\frac{3151}{7920} : 11\frac{1}{4} = 8\frac{66511}{89100}$.

52) Wenn d. Schiff v. Stapel läuft	$64460\frac{1407}{2771}$	Cub. F.
Kanonen und Ausrüstung	$11205\frac{1352}{2771}$	= =
Antwort für a)	$75665\frac{2759}{2771}$	Cub. F.
Für die volle Ladung	$39059\frac{213}{2771}$	= =
Antwort für b)	$114725\frac{201}{2771}$	Cub. F.

53) a) 65 Pf. $31\frac{2}{3}$ Loth. — b) 83 Pf. $16\frac{1}{4}$ Loth.

54) $8\frac{157}{220}$ Centner.

55) Ein 4 Pfünd. $527\frac{17}{24}$, — 8 Pfünd. $881\frac{11}{24}$, — 12 Pfünd. $1285\frac{23}{24}$, — 16 Pfünd. $1682\frac{1}{6}$, — 24 Pfünd. $2112\frac{2}{3}$ Thl.

56) $7\frac{34}{339}$ Pulsschläge.

57) Der längste Tag	$16\frac{256}{675}$	256 + 675 = 931
= kürzeste	$7\frac{419}{675}$	 419
der Unterschied =	$8\frac{512}{675}$ Stunden	$\frac{512}{675}$

58) a) um $8\frac{3}{4}$ Loth, — b) um $6\frac{294}{511}$ Cub. Zoll.

59) a) um $15\frac{5}{11}$ Cent. — b) um $3\frac{4}{27}$ Cub. Fuß.

60)

60)	Merkur um	$15 \frac{271}{1189}$	Jahre	früher
	Venus	$6 \frac{11346}{13195}$	=	—
	Mars	$13 \frac{23}{377}$	=	später
	Jupiter	$104 \frac{18}{29}$	=	—
	Saturn	$212 \frac{530}{899}$	=	—
	Uranus	$450 \frac{49}{986}$	=	—

61) $1440433 \frac{1}{3}$ Thl.

Pf. Lth. Quent.

62) 2 — 14 — 2

32

78 Loth

4

314 Quent.

183

× 200

Qt. 4 32

200 | 57462 | 287 | 71 | 2 Pf. 7 Loth $3 \frac{31}{100}$ Qt. Baumöl.

Wenn man die übrigen auf die nämliche Weise ausrechnet, so kommen folgende Resultate:

	Pf.	Lth.	Qt.
Leinöl	2 —	8 —	$3 \frac{47}{125}$
Rüböl	2 —	6 —	$2 \frac{3}{5}$
Mohnöl	2 —	8 —	$\frac{22}{25}$
Terpentinöl	1 —	30 —	$\frac{86}{125}$.

M. S.

63) 2 — $37 \frac{3}{5}$

× 18

47 Min. $16 \frac{4}{5}$ Secunden.

64)

64)

1730	—		97	053	805	$\frac{1}{5}$ Thl.
40	—		290	875	358	$\frac{2}{5}$
50	—		476	380	726	$\frac{4}{5}$
60	—		583	051	972	$\frac{4}{5}$
65	—		841	927	825	$\frac{1}{5}$
70	—		837	957	562	$\frac{1}{5}$
75	—		811	557	575	$\frac{2}{5}$
80	—		931	347	542	$\frac{2}{5}$
85	—	1	493	374	113	
90	—	1	572	326	236	$\frac{4}{5}$
94	—	1	613	576	236	$\frac{4}{5}$
95	—	1	717	041	301	$\frac{4}{5}$
96	—	1	886	066	622	
97	—	2	159	333	675	$\frac{2}{5}$
98	—	3	381	453	663	$\frac{3}{5}$
99	—	2	799	449	697	
1800	—	2	981	219	465	$\frac{2}{5}$
1801	—	3	167	567	620	$\frac{4}{5}$.

65) 50 Fuß die Breite des Schiffs
$2\frac{1}{2}$ mal so lang
———
125 Fuß lang, der größte Mast in Frankreich.
Antwort für a)

50 Fuß die Breite des Schiffs
$2\frac{2}{5}$ mal so lang
———
120 Fuß lang der größte Mast in England.
Antwort für a)

40 in 125 $=$ 3 $\frac{1}{8}$ Fuß. Antw. für b) franz.
40 in 120 $=$ 3 Fuß . . . . . . b) engl.
$3\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} = 2\frac{1}{12}$ Fuß . . . . . c) franz.
$3 \times \frac{2}{3} = 2$ Fuß . . . . . . c) engl.

66) 60 Pfund 27 Loth $2\frac{31}{45}$.

67)

Burgunder	$= 72\frac{16}{33} \times 1\frac{2}{27} =$	77 Pf.	27 L.	$1\frac{289}{891}$	Qt.
Champagner	$72\frac{20}{21} \times 1\frac{2}{27} =$	78 „	11 „	$1\frac{341}{567}$	„
Franzwein	$72\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{27} =$	78 „	1 „	$2\frac{26}{81}$	„
Mallaga	$74\frac{31}{43} \times 1\frac{2}{27} =$	80 „	8 „	$\frac{32}{43}$	„
Madera	$75\frac{9}{10} \times 1\frac{2}{27} =$	81 „	16 „	$2\frac{38}{45}$	„
Rheinwein	$73\frac{3}{34} \times 1\frac{2}{27} =$	78 „	16 „	$\frac{128}{459}$	„
Tokayer	$77\frac{1}{42} \times 1\frac{2}{27} =$	82 „	23 „	$1\frac{197}{567}$	„

68) $279\frac{1}{2}$ in $1680 = 6\frac{6}{559}$ Diamant des Moguls
$194\frac{3}{4}$ in $1680 = 8\frac{483}{779}$ . . . . russisch.
$139\frac{1}{2}$ in $1680 = 12\frac{4}{93}$ . . . . florent.
$136\frac{3}{4}$ in $1680 = 12\frac{156}{547}$ . . . . 1 franz.
106 in $1680 = 15\frac{45}{53}$ . . . . 2 franz.

69) 3 mal.

70) $27\frac{8}{29}$ in 325688

765 in 9119264 | 11920 Meilen
464
$\times$ 22842 Fuß

765 | 10598688 | $13854\frac{42}{85}$ Fuß

Antw. für a)

$27\frac{9}{28}$ Tage
$\times$ 24 Stunden

$655\frac{5}{7}$ in $325688 = 496$ M. $15805\frac{1}{4}$ Fuß. A. für b)

$27\frac{9}{28}$ Tage
$\times$ 24 Stunden

$655\frac{5}{7}$ Stunden
$\times$ 60 Minuten

$39342\frac{6}{7}$ in $325688 = 8$ M. $6354\frac{37}{60}$ F. A. für c)

	27 $\frac{9}{28}$	Tage
×	24	Stunden
	655 $\frac{5}{7}$	Stunden
×	60	Minuten
	39342 $\frac{6}{7}$	Minuten
×	60	Secunden

2360571 $\frac{3}{7}$ in 7439365296 = 3151 $\frac{1}{2}$ Fuß. Antw. für d).

Anmerkung. Bey d) ist man genöthigt, die Meilen zu Fuß zu machen, weil der Divisor größer, als der Dividendus ist.

71) a) 11 $\frac{1391}{12419}$, — b) 7 $\frac{11967}{12419}$ Cub. Fuß.

72) 1479 $\frac{1691}{2771}$ Cub. Fuß.

73) 29 $\frac{58}{79}$ mal.

74) Als	Merkur	231 $\frac{22}{27}$	mal.
	Venus	755 $\frac{5}{9}$	
	Erde	370 $\frac{10}{27}$	
	Mars	162 $\frac{26}{27}$	
	Jupiter	13 $\frac{19}{27}$	
	Saturn	4 $\frac{4}{9}$.	

75) Halb so lang: 4 mal: — $\frac{1}{4}$ so lang: 16 mal.

G.

Resolutio.

Resolutio oder resolviren lehret: den Werth eines jeden gegebenen Bruchs auflösen, d. h. dessen eigentlichen Werth in kleineren Benennungen bestimmen.

Die Auflösung dabey ist sehr einfach, dann man braucht nur das Ganze desjenigen Theils, welches resolsolvirt werden soll, mit dem Zähler des gegebenen Bruchs zu multipliciren, und das herauskommende Product durch dessen Nenner zu dividiren, so zeigt der Quotient das Verlangte an. Z. B. $\frac{3}{4}$ Thl., wie viel Stüber?

Auflösung.

$\frac{3}{4}$ — 60

3 ×

4 | 180 | 45 Stbr.

2

Erklärung.

Da hier in diesem Falle das Ganze 1 Thl., und und 1 Thl. = 60 Stbr. ist, so ist die Zahl 60 mit dem Zähler 3 multiplicirt worden, welches 180 gibt. Dieses Product durch den Nenner 4 getheilt, gibt 45 als Quotient.

Bleibt aber bey der Division noch etwas übrig, so wird dieser Rest wieder zu der nächstfolgenden kleinern Gattung auf gleiche Weise aufgelöset. Man multiplicirt nämlich den Rest mit dem nächst darauf folgenden Ganzen, und theilt das Product durch den vorigen Nenner. Bleibt alsdann wieder etwas übrig, so wird die Auflösung so lange fortgesetzt, bis man zur kleinsten Gattung gelangt ist; man kann daher damit so lange fortfahren, bis keine kleinere Gattung mehr vorhanden ist. Z. B. $\frac{5}{16}$ Thl., wie viel Stbr. und Dt.?

$$\begin{array}{l} 5/16 - 60 \\ \quad\quad\ 5 \\ \hline \quad\quad 300 \,|\, 18 \text{ Stbr.} \\ \quad\quad 142 \\ \quad\quad\ 1 \\ \quad\quad\ 8 \\ \hline 16 \,|\, 96 \,|\, 6 \text{ D.} \end{array}$$

Noch ein Beyspiel. $\frac{15}{17}$ Kronenthaler, wie viel Liver, Sous und Deniers?

$$\begin{array}{l} 15/17 - 6 \\ \quad\quad\ 15 \\ \hline 17 \,|\, 90 \,|\, 5 \text{ Liver} \\ \quad\quad\ 5 \\ \quad\quad 20 \\ \hline 17 \,|\, 100 \,|\, 5 \text{ Sous} \\ \quad\quad 15 \\ \quad\quad 12 \\ \hline \quad\quad 30 \\ \quad\quad 15 \\ \hline 17 \,|\, 180 \,|\, 10 \tfrac{10}{17} \text{ Deniers.} \\ \quad\quad\ 1 \end{array}$$

Auf diese Art werden alle dergleichen Aufgaben aufgelöset, es sey Geld, Maaß, Gewicht oder Zeit.

Eins ist noch zu merken: nämlich: daß, wenn ein Bruch aufgelöset werden soll, wo das Product aus dem Zähler und dem Ganzen nicht so groß ist, daß der Nenner darin dividirt werden kann, man dafür im Quotient 0 setzt, und das Product alsdann zur nächst folgenden kleinern Gattung auflöset. Findet dasselbe bey jeder folgenden kleinern Gattung ebenfalls Statt, und ist am Ende das Product gar zu klein, so wird solches im Quotient als ein Bruch gesetzt. Z. B. $\frac{3}{97}$ Pf. wie viel Loth und Quent.?

$$\begin{array}{rrl} 3/97 & - & 32 \\ & & \underline{3} \\ & & 96 \mid = \text{Loth.} \\ & & \underline{4} \\ 97 & \mid & 384 \mid 3\tfrac{93}{97} \text{ Quent.} \end{array}$$

Oder $\frac{2}{1611}$ Thl., wie viel Stbr. und Dt.?

$$\begin{array}{rrl} 2/1611 & - & 60 \\ & & \underline{2} \\ & & 120 \mid = \text{Stbr.} \\ & & 8 \mid \\ & & \tfrac{960}{1611} = \tfrac{320}{537} \text{ Dt.} \end{array}$$

Anmerkung. Weil die Probe von Resolutio durch Reductio, (zurückführen) geschieht, so muß die Anweisung zu derselben so lange zurückbleiben, bis die Reductio abgehandelt worden, wo alsdann auch noch einige Beyspiele folgen sollen.

H.

Reductio.

Reduciren heißt zurückführen, und lehret: eine Anzahl kleinere Gattungen oder Benennungen in einen Bruch einer größern Gattung oder Benennung, verwandeln.

Sollen daher kleinere Benennungen in eine größere gebracht, und als Bruch gesetzt werden, so muß man auf folgende vier Fälle, welche dabey vorkommen können, Rücksicht nehmen:

1) Wenn die gegebenen Gattungs-Größen, aus ganzen Zahlen bestehen.

2) Wenn solche aus ganzen Zahlen und Brüchen, oder

3) Aus Brüchen ohne Ganze, und endlich

4) Wenn die Zahlen oder Gattungsgrößen aus mehrern aufeinander folgenden Gattungen bestehen, oder wo auch zuweilen eine oder mehrere nächst folgende Gattungs-Größen fehlen.

Im ersten Falle, wenn die reducirende Größe bloß aus ganzen Zahlen besteht, so setzt man die gegebene Gattungszahl oberhalb eines Strichs als Zähler, und den Werth des Ganzen unterhalb des Strichs als Nenner, dann zeigt dieser Bruch den Theil des Ganzen an, wozu die gegebene Größe reducirt werden soll. Z. B. 13 Stbr., welcher Theil eines Thalers?

Auflösung.

$\frac{13}{60}$ Thaler.

Erklärung.

Da hier das Ganze, nämlich der Thaler, 60 Stbr. hat, so ist die Zahl 13 ein gewisser Theil von 60, und muß folglich nach der Lehre der Numeration in Brüchen als Zähler gesetzt werden, und weil bey diesem Bruch keine Verkleinerung Statt findet, so bleibt es $\frac{13}{60}$ Thl. Im Fall aber, wenn der Bruch verkleinert werden kann, so muß solches auch jedesmal geschehen. Z. B. 48 Stbr., welchen Theil eines Thalers?

Auflösung.

$$\frac{48}{60}\Big|\frac{4}{5}\ \text{Thl.}\qquad (12)$$

Probe:

$\frac{4}{5}$ — 60

4

5 | 240 | 48 Stbr.

Im zweyten Falle, wenn die kleinere Gattungs-Zahl, aus Ganzen und Brüchen bestehet, so setzt man die zum reduciren gegebene Größe als Zähler, und den Werth des Ganzen als Nenner. Ferner multiplicire man die Ganzen des Zählers mit dem dabey stehenden Nenner, und addire zum Product den Zähler. Der Nenner wird ebenfalls mit dem Nenner des Zählers multiplicirt. Die daraus entstehenden Producte, werden demnächst hinter einen Strich, als Zähler und als Nenner gesetzt, und dieser neue Bruch zeigt das Verlangte an. Z. B. 6 $\frac{1}{2}$ Deut, welcher Theil eines Stübers?

Auflösung.

$$\frac{6\frac{1}{2}}{8}\Big|\frac{13}{16}\ \text{Stbr.}$$

Probe:

$\frac{13}{16}$ — 8

13

104 | 6 $\frac{1}{2}$ D.

8 |

Erklärung.

Man setze die 6 $\frac{1}{2}$ Deut als Zähler und 8 als Nenner, (weil 8 Deut = 1 Stbr. sind) multiplicire die 6 mit dem dabey stehenden Nenner 2, so kommt 12, addire dazu den Zähler 1 macht 13. Der Nenner 8 wird ebenfalls durch den Nenner des Zählers multiplicirt, 8 × 2 = 16. Diese beyden Producte werden wieder als Bruch gesetzt, so entstehet $\frac{13}{16}$ Stüber?

Im dritten Falle, wenn bloß Brüche ohne Ganze zu reduciren sind, so setze man den gegebenen Bruch als Zähler, und die Gattungs-Größe der Ganzen als Nenner. Man mache dahinter einen Strich, wie bey den vorhergehenden Auflösungen, wo alsdann des Bruchs Zähler wieder als Zähler gesetzt wird, und der Nenner des Bruchs mit dem Nenner der Gattungs-Größe der Ganzen multiplicirt, und als Nenner gesetzt wird. Diese neuen Zähler und Nenner kommen wieder als Bruch zu stehen, und zeigen das Verlangte an. Z. B. $\frac{3}{4}$ Deut, welchen Theil eines Stübers?

Auflösung.

$$\frac{\frac{3}{4}}{8} \Bigg| \frac{3}{32} \text{ Stbr.}$$

Probe:

$$\frac{3}{32} - 8$$
$$3$$
$$\frac{24}{32} = \frac{3}{4}.$$

Erklärung.

Da beym Zähler keine Ganze vorhanden sind, so sagt man 4 mal nichts = nichts + 3 = 3 der neue Zähler, und 4 × 8 = 32, der neue Nenner, also $\frac{3}{32}$ Stüber.

Im vierten Falle, wenn die Gattungs-Größen aus mehreren Gliedern bestehen, oder auch zuweilen die nächste höhere Gattung fehlt, so wird dabey auf folgende Weise verfahren. Z. B. 80 Pfund 9 Loth 3 $\frac{1}{2}$ Quent., welcher Theil von einem Centner?

Auflösung.

$$\frac{3\frac{1}{2}}{4} \Bigg| \frac{7}{8} \text{ Loth.} \quad \frac{9\frac{7}{8}}{32} \Bigg| \frac{79}{256} \text{ Pf.} \quad \frac{80\frac{79}{256}}{110} \Bigg| \frac{20559}{28160} \text{ Ctn.}$$

Erklärung.

Die 3 $\frac{1}{2}$ Quent. werden zuerst zu Theil Loth reducirt, welches $\frac{7}{8}$ Loth sind. Ferner werden zu den 9 Loth die $\frac{7}{8}$ hinzugesetzt, = 9 $\frac{7}{8}$ Loth, diese zu Pfund reducirt so kommen $\frac{79}{256}$ Pfund. Die $\frac{79}{256}$ Pfund werden zu den 80 Pfund gesetzt und zu Centner reducirt, woraus dann das Verlangte entstehet, nämlich $\frac{20559}{28160}$ Centner.

Wenn Größen zu reduciren sind, bey welchen eine oder mehrere der nächstfolgenden Gattungsgrößen fehlen, so verfährt man wie im dritten Falle nur daß diese Regel, je nach dem eine oder zwey Größen fehlen, auch eine oder zweymal beobachtet werden muß. Z. B. 26 Pfund 1 $\frac{1}{2}$ Viertel Loth, welcher Theil eines Centners?

Auflösung.

$\frac{1\frac{1}{2}}{4} \Big| \frac{3}{8}$ Lth. $\quad \frac{\frac{3}{8}}{32} \Big| \frac{3}{256}$ Pf. $\quad \frac{26\frac{3}{256}}{110} \Big| \frac{6659}{28160}$ Ctnr

Oder $\frac{1}{4}$ Dt., welcher Theil eines Thalers?

$\frac{\frac{1}{4}}{8} \Big| \frac{1}{32}$ Stbr. $\quad \frac{\frac{1}{32}}{60} \Big| \frac{1}{1920}$ Thl.

Uebungs-Aufgaben.

1) $\frac{7}{16}$ Thl., wie viel Stbr. und Dt.?

2) $\frac{217}{218}$ Thl. . . . . ?

3) $\frac{9}{14}$ Thl. berl. Courant, wie viel Ggr. u. Pf.?

4) $\frac{2}{49}$ Thl. . . . . ?

5) $\frac{11}{13}$ Fl. holl., wie viel Stüber und Pf.?

6) $\frac{71}{121}$ Kronenthaler, wie viel Liver und Sous?

7) $\frac{911}{1900}$ Franc, wie viel Decimes und Centimes?

8) $\frac{88}{11}$ Thl. Hamb., wie vie Mark, Schill. und Pf.?

9) $\frac{3}{17}$ Thl. . . . . ?

10) $\frac{11}{19}$ Fl. Frankf., wie viel Kreuzer und Pf.?

11) $\frac{1}{5}$ Ohm, wie viel Anker und Maaß?

12) $\frac{2}{13}$ Oxhoft, wie viel Anker und Maaß?

13) $\frac{2}{17}$ Pfund, wie viel Loth und Qt.?

14) $\frac{18}{19}$ Pfund. . . . . ?

15) $\frac{3}{7}$ Centner, wie viel Pfund und Loth?

16) $\frac{13}{40}$ Centner . . . . ?

17) $\frac{2}{5}$ Sch. Pfund, wie viel Centner und Pfund?

18) $\frac{9}{16}$ Jahr, wie viel Monate und Tage? Das Jahr zu 12 Monaten ein Monat zu 30 Tage.

---

1) 4 $\frac{3}{4}$ Dt., welcher Theil eines Stübers?

2) 2 Stbr. $\frac{3}{8}$ Dt., welcher Theil eines Thl.?

3) $\frac{1}{2}$ Dt. . . . . ?

4) 17 $\frac{1}{2}$ Ggr., welcher Theil eines Thl.?

5) 11 Ggr. 11 $\frac{10}{11}$ Pf. . . . . . . ?

6) 12 Stbr. 9 Pf., welcher Theil eines Guldens?

7) 9 Pf. . . . . ?

8) 9 Decimes 4 Cent., welcher Theil eines Franc?

9) 1 Mark $\frac{7}{8}$ Pf., welcher Theil eines Thl.?

10) 15 Schilling 11 $\frac{1}{11}$ Pf. . . . . . . ?

11) 11 $\frac{3}{4}$ Maaß, welcher Theil eines Ohms?

12) 1 Anker $\frac{3}{10}$ Maaß . . . . ?

13) 3 $\frac{1}{2}$ Anker, welcher Theil eines Fuders?

14) 1 Ohm 1 Anker 1 Maaß . . . . . ?

15) 31 $\frac{1}{2}$ Loth, welcher Theil eines Pfunds?

16) 3 Quentchen . . . . ?

17) 18 Pf. 1 $\frac{1}{2}$ Loth, welcher Theil eines Centners?

18) 1 Centn. 23 $\frac{1}{2}$ Loth, welcher Theil eines Sch. Pf.?

19) 10 Monate 13 Tage, welcher Theil eines Jahrs?

20) 9 Monate $\frac{3}{4}$ Tag . . . . ?

Auflösung und Resultate dieser Aufgaben.

1) 60
7
―――
16 | $\cancel{4}\cancel{2}\cancel{0}$ | 26 St.
| $\cancel{1}\cancel{0}$ |
4 |
8
―――
16 | $\cancel{3}\cancel{2}$ | 2 Dt.

Probe:

$\frac{2}{8} \,\Big|\, \overset{2}{\frac{1}{4}}$ St.

$\frac{26\frac{1}{4}}{60} \,\Big|\, \frac{105}{240} \,\Big|\, \overset{15}{\frac{7}{16}}$ Thl.

2) 59 Stbr. 5 $\frac{87}{109}$ Dt.

3) 24
9
―――
14 | $\cancel{2}\cancel{1}\cancel{6}$ | 15 Gg.
| $\cancel{7}$ |
6 |
12
―――
14 | $\cancel{7}\cancel{2}$ | 5 $\frac{2}{7}$ Pf.
| $\cancel{2}$ |

Probe:

$\frac{5\frac{1}{7}}{12} \,\Big|\, \frac{36}{84} \,\Big|\, \overset{12}{\frac{3}{7}}$ Ggr.

$\frac{15\frac{3}{7}}{24} \,\Big|\, \frac{108}{168} \,\Big|\, \overset{12}{\frac{9}{14}}$ Thl.

4) 24
2

49 | 48 | = Ggr.
| 12 |

96
48

49 | 576 | 11 $\frac{37}{49}$ Pf.
87 |

Probe:

$11\frac{37}{49}$ / 12 | 576 / 588 | 48 / 49 (12) Ggr.

$\frac{48}{49}$ / 24 | 48 / 1176 | 2 / 49 (24) Thl.

5) 20
11

13 | 220 | 16 Stbr.
| 9 |
12
16

72
12

13 | 192 | 14 $\frac{10}{13}$ Pf.
| 6 |
10

Probe:

$14\frac{10}{13}$ / 16 | 192 / 208 | 12 / 13 (16) Stbr.

$16\frac{12}{13}$ / 20 | 220 / 260 | 11 / 13 (20) Fl.

6) 3 Liver 10 $\frac{50}{121}$ Sous.

7) 911
10

1900 | 9110 | 4 Decimes.
| 151 |
10

190 | 1510 | 7 $\frac{18}{19}$ Cent.
| 18 |

Probe:

$7\frac{18}{19}$ / 10 | 151 / 190 Decimes.

$4\frac{151}{190}$ / 10 | 911 / 1900 Franc.

8) 2 Mark 2 Schill. 10 $\frac{10}{11}$ Pf.

9)

9)

```
      3
      3
   -------
17 |  9 | = Mark
   | 16 |
   -------
17 | 144 | 8 Schill.
   |   8 |
      12
   -------
17 |  96 | 5 11/17 Pf.
   |  11 |
```

Probe:

$\frac{5\frac{11}{17}}{12} \Big| \frac{96}{204} \Big| \overset{12}{\frac{8}{17}}$ Schl.

$\frac{8\frac{8}{17}}{16} \Big| \frac{144}{272} \Big| \overset{16}{\frac{9}{17}}$ Mark.

$\frac{\frac{9}{17}}{3} \Big| \frac{9}{51} \Big| \overset{3}{\frac{3}{17}}$ Thl.

10) 34 Kreuzer 2 $\frac{18}{19}$ Pf.

11)

```
     4
     1
   -----
5 |  4 | = Anker
    30
   -----
5 | 120 | 24 Maaß.
```

Probe: $\frac{24}{30} \Big| \overset{6}{\frac{4}{5}}$ Anker. $\frac{\frac{4}{5}}{4} \Big| \frac{4}{20} \Big| \overset{4}{\frac{1}{5}}$ Ohm.

12) 27 $\frac{9}{13}$ Maaß.

13) 3 Loth 3 $\frac{1}{17}$ Qt.

14) 30 Loth 1 $\frac{5}{19}$ Qt.

15)

```
     110
       3
   -------
7 | 330 | 47 Pf.
  |   8 |
       1
      32
   -------
7 |  32 | 4 Loth.
  |   4 |
       4
   -------
7 |  16 | 2 2/7 Qt.
  |   2 |
```

Probe:

$\frac{2\frac{2}{7}}{4} \Big| \frac{16}{28} \Big| \overset{4}{\frac{4}{7}}$ Loth.

$\frac{4\frac{4}{7}}{32} \Big| \frac{32}{224} \Big| \overset{32}{\frac{1}{7}}$ Pf.

$\frac{47\frac{1}{7}}{110} \Big| \frac{330}{770} \Big| \overset{110}{\frac{3}{7}}$ Centn.

16) 35 Pf. 24 Loth.

17) 1 Centner 22 Pf.

18) 12
9
———
16 | $\cancel{1}\cancel{0}8$ | 6 Mon.
| 12 |
30
———
16 | 360 | 22 $\frac{1}{2}$ Tage.

Probe: $\overset{15}{\smile}$
$\frac{22\frac{1}{2}}{30}\Big|\frac{45}{60}\Big|\frac{3}{4}$ Mon. $\quad \frac{6\frac{3}{4}}{12}\Big|\frac{27}{48}\Big|\overset{3}{\smile}\frac{9}{16}$ Jahr.

---

1) $\frac{4\frac{3}{4}}{8}\Big|\frac{19}{32}$ Stbr.

Probe:
19
8
———
32 | $\cancel{1}\cancel{5}\cancel{2}$ | 4 $\frac{3}{4}$ Dt.
| 24 |

2) $\frac{\frac{3}{8}}{8}\Big|\frac{3}{64}$ Stbr. $\quad \frac{2\frac{3}{64}}{60}\Big|\frac{131}{3840}$ Thl.

Probe:
131
60
———
3840 | $\cancel{7}8\cancel{6}0$ | 2
| 18 |
8
——— $\overset{48}{\smile}$
$\frac{144}{384}\Big|\frac{3}{8}$ Dt.

3) $\frac{1}{960}$ Thl.

4) $\frac{35}{48}$ Thl.

5) $\frac{1583}{3168}$ Thl.

6) $\frac{201}{320}$ Gulden,

7)

7) $\frac{9}{16}$ Stbr. $\frac{\frac{9}{16}}{20} \Big| \frac{9}{320}$ Fl.

Probe:

```
     9
    20
  ----
   180
    16
  ----
  1080
   180
  ----
320 | 2880 | 9 Pf.
```

8) $\frac{4}{10} \Big| \frac{2}{5}$ Dec. $\frac{9\ \frac{2}{5}}{10} \Big| \frac{47}{50}$ Franc.

Probe:

```
   47
   10
  ----
50 | 470 | 9 Dec.
   |  2  |
     10
  ----
5 | 20 | 4 Centim.
```

9) $\frac{\frac{7}{8}}{12} \Big| \frac{7}{96}$ Schill.

$\frac{\frac{7}{96}}{16} \Big| \frac{7}{1536}$ Mark.

$\frac{1\ \ ^{7}/_{1536}}{3} \Big| \frac{1543}{4608}$ Thl.

Probe:

```
     1543
        3
    -----
4608 | 4629 | 1 Mark.
     |   21 |
         16
    -----
        126
         21
    -----
        336 | = Schill.
         12 |
    -----
        672
       336
    -----     576
       4032 |  7
       ---- | --- Pf.
       4608 |  8
```

10) $\frac{1051}{3168}$ Thl.

11) $\frac{47}{480}$ Ohm.

12) $\frac{\overset{3}{\cancel{1}}\!\overset{}{\cancel{0}}}{30} \Big| \frac{3}{300} \Big| \frac{1}{100}$ Anker.

$\frac{1\ \frac{1}{100}}{4} \Big| \frac{101}{400}$ Ohm.

Probe:

$$\begin{array}{r|c|l} & 101 & \\ & 4 & \\ \hline 400 & 4\cancel{0}4 & 1 \text{ Anker.} \\ & 30 & \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{120}{400} \Big| \frac{3}{10} \text{ Maaß.}$$

13) $\frac{7}{48}$ Fuder.

14) $\frac{151}{720}$ Fuder.

15) $\frac{63}{64}$ Pfund.

16) $\frac{3}{512}$ Pfund.

17) $\frac{231}{1408}$ Centner.

18) $\frac{23\ \frac{1}{2}}{32} \Big| \frac{47}{64}$ Pf.

$\frac{\frac{47}{64}}{110} \Big| \frac{47}{7040}$ Centner.

$\frac{1\ \frac{47}{7040}}{3} \Big| \frac{7087}{21120}$ Schiff=Pfund.

Probe:

$$\begin{array}{r|r|l} & 7087 & \\ & 3 & \\ \hline 21120 & 21\cancel{2}61 & 1 \text{ Centn.} \\ & 141 & \\ & 110 & \\ \hline & 1410 & \\ & 141 & \\ \hline & 15510 & = \text{Pf.} \\ & 32 & \\ \hline & 31020 & \\ & 46530 & \\ \hline 21120 & 496320 & 23\tfrac{1}{2} \text{ Lth.} \end{array}$$

19) $\frac{313}{360}$ Jahr.

20) $\frac{\frac{3}{4}}{30} \Big| \frac{8}{120} \Big| \frac{\overset{3}{1}}{40}$ Monat.

$\frac{9\frac{1}{40}}{12} \Big| \frac{361}{480}$ Jahr.

Probe:

$$\begin{array}{r} 361 \\ 12 \\ \hline 722 \\ 361 \\ \hline \end{array}$$

$480 \mid 4332 \mid 9$ Monat.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 30 \\ \hline 360 \\ \hline 480 \end{array}$$

$\frac{3}{4}$ Tag. (120)

I.

Partitio.

Partitio heißt Theilung oder Aufsuchungen eines gewissen Antheils, und lehret: Brüche aus Brüchen zu berechnen.

Anmerkung. Diese Rechnungsart wird bey der Handlung in Ansehung der Schiffsparten, Participirung einer Handlung, Vererbungen und dgl. angewendet.

Bey den Aufgaben dieser Rechnungsart können folgende drey Fällen vorkommen:

Erstens. Wenn die Zahl, woraus der Antheil gefordert wird, bloß ein Bruch ist.

Zweytens. Wenn die Zahl bloß Ganze enthält, und

Drittens. Wenn bey den Ganzen auch Brüche vorhanden sind.

Im ersten Falle, wenn von einem Bruch ein gewisser Antheil gefordert wird, so multiplicirt man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Diese neuen Producte werden, wie beym Multipliciren, als ein Bruch gesetzt, so zeigt der neue Bruch den verlangten Antheil aus der vorhandenen Größe oder Zahl an. Z. B.

A hat ein Haus, woran B $\frac{2}{5}$ Antheil hat; nun kommt C und verlangt $\frac{2}{3}$ von B sein Antheil. Frage: Wie groß C sein Antheil an dem Hause sey?

Auflösung.

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} =$ C sein Antheil an dem ganzen Haus.

Beweis.

Angenommen. Das Haus von A wäre im Ganzen 1000 Thl. werth, also wäre B sein Antheil $=$ 400 Thl., denn $\frac{2}{5}$ von 1000 ist 400, und C $\frac{2}{3}$ aus 400 $=$ 266 $\frac{2}{3}$ Thl. Wenn man diese $\frac{4}{15}$ als den Antheil an dem Haus resolvirt, so kommen die nämliche 266 $\frac{2}{3}$ Thl. heraus, denn $\frac{4}{15}$ aus 1000 $= \frac{4}{15} \times 1000 = \frac{4000}{15} = 266\ \frac{2}{3}$.

Diese Regel ist auch anwendbar, wenn mehrere Brüche auf einmal auszuziehen verlangt werden. Z. B.

A hatte eine gewisse Summe Geldes, davon gebühret B $\frac{2}{5}$ Antheil. Von B seinem Antheil gebührt C $\frac{11}{16}$, von C seinem Antheil gebührt D $\frac{1}{4}$, und endlich von D seinem Antheil gebührt E $\frac{1}{2}$. Frage: Wie groß E sein Antheil an der ganzen Summe sey?

Auflösung.

$$\frac{2}{3}$$
$$\times \frac{11}{16}$$
$$\frac{22}{48}$$
$$\times \frac{1}{4}$$
$$\frac{22}{192}$$
$$\times \frac{1}{2}$$
$$\frac{22}{384} = \frac{11}{192}$$ E sein Antheil.

Weil aber zuweilen zwischen Zähler und Nenner eine Verkleinerung Statt findet, so setzt man die Zähler und Nenner, jede besonders in eine Colonne, und zwar, alle Zähler rechter Hand und alle Nenner linker Hand gegeneinander über, und verkleinert dann die Zahlen vom Zähler gegen die Zahlen vom Nenner, so weit wie möglich. Die übrig bleibenden Zahlen rechter und linker Hand werden jede Colonne für sich miteinander multiplicirt, und die Producte zuletzt in einander dividirt.

Die vorige Aufgabe würde alsdann so niedergeschrieben werden:

Nenner	Zähler
3	$\cancel{2}$
16	11
4	1
$\cancel{2}$	1

$4 \times 16 \times 3 = 192$ in $11 = \frac{11}{192}$ E sein Antheil.

Die Probe ist oben schon gezeigt. Wollte man aber wissen, wie groß der Antheil eines jeden sey, so müßte nach der ersten Art verfahren, und dann eines jeden Antheil von dem vorhergehenden abgezogen werden.

Wir wollen das vorige Beyspiel beybehalten, als:

A = 1 Ganzes
B = $\frac{2}{3}$

Rest $\frac{1}{3}$ für A.

		48	
B hat	$\frac{2}{3}$	16 — 32	
C	$\frac{22}{48}$	1 — 22	

Rest $\frac{10}{48} = \frac{5}{24}$ f. B

		192
C hat	$\frac{22}{48}$	4 — 88
D	$\frac{22}{192}$	1 — 22

Rest $\frac{66}{192} = \frac{11}{32}$ f. C

D hat $\frac{22}{192}$
E $\frac{11}{192}$

Rest $\frac{11}{192}$ für D.

Probe:

			192
A	=	$\frac{1}{3}$	64 — 64
B	=	$\frac{5}{24}$	8 — 40
C	=	$\frac{11}{32}$	6 — 66
D	=	$\frac{11}{192}$	1 — 11
E	=	$\frac{11}{192}$	1 — 11

$\frac{192}{192}$ = 1 Ganzes.

Noch ein Beyspiel dieser Art.

An einer gewissen Masse hat A $\frac{11}{12}$ Antheil, verkauft davon an B $\frac{7}{8}$, dieser gibt an C $\frac{4}{7}$, C gibt an D $\frac{8}{9}$, D an E $\frac{1}{10}$ und E an F $\frac{2}{5}$ von seinem Antheil. Frage: Wie groß des Letztern oder F seyn wird?

Auflösung.

	N.	Zähler
3	$\cancel{12}$	11
	8	$\cancel{7}$
	$\cancel{7}$	$\cancel{4}$
	9	8
5	$\cancel{10}$	$\cancel{1}$
	5	$\cancel{2}$

$5 \times 5 \times 9 \times 3 = 675$ in $11 = \frac{11}{675}$ F sein Antheil.

Nimmt man nun an, daß die ganze Masse 46000 Pfund wäre, und man resolvirt den Bruch $\frac{11}{675}$, so kommt für F sein Antheil 749 $\frac{17}{27}$ Pf.

Soll aber ein Bruch (Theil) aus Ganzen gezogen werden, so multipliciret man die Ganzen mit dem Zähler des bestimmten Antheils, und dividirt das Product durch den Nenner. Z. B. Es wird $\frac{3}{4}$ aus 6 verlangt.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times\ 3 \\ \hline 4\,|\,18\,|\,4\tfrac{1}{2}. \end{array}$$

Oder man dividire zuerst die Ganzen durch den Nenner, und multiplicire nachher den Quotienten mit dem Zähler, nämlich:

$$\begin{array}{l} \tfrac{3}{4} \text{ aus } 6 \\ 4 \text{ in } 6 = 1\tfrac{1}{2} \\ \qquad\qquad\ \ 3 \times \\ \hline \qquad\qquad\ \ 4\tfrac{1}{2}. \end{array}$$

Das heißt so viel, als hätte man den vierten Theil aus sechs drey mal genommen.

Soll endlich ein gewisser Antheil aus Ganzen und Brüchen genommen werden, so multiplicirt man die Ganzen mit dem dabey befindlichen Nenner, und addirt zum Product den Zähler des Nenners. Ferner wird dieses Product mit dem Zähler des verlangten Antheils multiplicirt, und der Nenner mit dem Nenner, welcher bey dem Ganzen stehet. Diese neuen Producte werden alsdann in einander dividirt, der Quotient zeigt den verlangten Antheil. Z. B.

A hat ein Faß Waare, welches $3\frac{1}{4}$ Centner wiegt, davon verlangt B $\frac{3}{8}$ Antheil. Frage, wie viel Centner B bekommt?

Auflösung.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{8} & \text{aus} & 3\frac{1}{4} \\ \hline 8 & & 13 \\ 4 & & 3 \\ \hline 32 & \text{in} & \cancel{39} \;\Big|\; 1\frac{7}{32} \text{ Centner.} \\ & & 7 \;\Big| \end{array}$$

Man kann dieses Resultat auch durch Multipliciren hervorbringen, denn $\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{4}$ gibt $1\frac{7}{12}$.

Noch einige Beyspiele.

1) A hat 600 Thl. B verlangt $\frac{2}{3}$ dieser Summe. Wie viel Thl. bekommt B?

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ aus } 600 \\ \quad\quad 2 \times \\ \hline 3 \,|\, 1200 \,|\, 400 \text{ Thl.} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \text{Probe:} & 2 \\ 4\cancel{00} & 2 \\ \hline 6\cancel{00} & 3 \end{array}$$

2) A hat $9\frac{3}{5}$ Pf. Silber, davon kauft B den $\frac{7}{12}$ Theil. Frage, wie viel Pf. B gekauft hat?

$\frac{7}{12}$ aus $9\frac{3}{5}$ — Probe:

$$\begin{array}{cc} 12 & 48 \\ 5 & 7 \\ \hline 60 \text{ in } & \cancel{336} \mid 5\tfrac{3}{5} \text{ Pf.} \\ & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 5\frac{3}{5} & \overset{4}{\cancel{28}} & 7 \\ \hline 9\frac{3}{5} & 48 & 12 \end{array}$$

3) A hat 3 Fässer Wein. B kauft von A $\frac{2}{9}$ dieser Weine. Frage, wie viel Faß Wein B bekommt?

$\frac{2}{9}$ aus 3 — Probe:

$$\begin{array}{c} 2 \\ \hline \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ Faß.} \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \frac{2}{3} & 2 \\ \hline 3 & 9 \end{array}$$

4) A kauft ein Loos in der Lotterie, daran nimmt B $\frac{5}{6}$ Antheil, von B nimmt C $\frac{2}{3}$, von C nimmt D $\frac{3}{8}$, von D nimmt E $\frac{1}{2}$ Anthail. Wenn nun auf dieses Loos 100000 Thl. gewonnen werden; so frage, wie groß E sein Antheil an dem ganzen Loose sey?

$$\begin{array}{cc} \text{N.} & \text{Z.} \\ 6 & 5 \\ \cancel{3} & \cancel{2} \\ 8 & \cancel{3} \\ \cancel{2} & 1 \\ \hline \end{array}$$

$8 \times 6 = 48$ in $5 = \frac{5}{48}$ E sein Anthl.

A sein	$\frac{1}{6}$ Antheil	=	$16666\frac{2}{3}$ Thl.
B . .	$\frac{5}{18}$	=	$27777\frac{7}{9}$ =
C . .	$\frac{25}{72}$	=	$34722\frac{2}{9}$ =
D . .	$\frac{5}{48}$	=	$10416\frac{2}{3}$ =
E . .	$\frac{5}{48}$	=	$10416\frac{2}{3}$ =
das Ganze		=	100000 Thl.

5)

5) A kauft 812 Malter Roggen, das Malter zu 8 Thl., davon hat B $\frac{5}{8}$ Antheil. C kauft von B $\frac{1}{5}$ seines Antheils, und D von C $\frac{2}{7}$, und E von D $\frac{1}{8}$ seines Antheils. Frage, wie groß war der Antheil von E an den gedachten 812 Malter, und wie viel hat er bezahlen müssen?

4	8	5
	5	1
	7	2
	8	1

$8 \times 7 \times 4 = 224$ in $1 = \frac{1}{224}$ E sein Antheil, und hat dazu bezahlen müssen 29 Thl.

Von der Decimal- oder Zehntheil-Rechnung.

Die Decimal-Rechnung ist eine solche Rechnungsart, wodurch man ein gewisses Maaß in 10 gleiche Theile, einen solchen Theil wieder in 10, einen jeden von diesen nochmals in 10 Theile, und so unendlich fort abgetheilt, und heißt deswegen Decimal-Rechnung, weil das Wort im Lateinischen *decime*, das Zehntel bedeutet.

Vom Nutzen und Anwendung der Decimal-Rechnung.

Obgleich die Decimal-Rechnung in verschiedenen neuen und alten Rechenbüchern vorkommt, so wurde sie bisher in der Arithmetik doch wenig oder gar nicht an-