

Darstellung des Wesens und der Geschichte des Gregorianischen Kalenders.

§. I. Zeitmessungen. Zeiteinheiten. Der Kalender.

Das Verfahren, welches die Zeitgrößen zu ihrer Vergleichung und Messung erfordern, ist von dem bei Größen anderer Art anzuwendenden Verfahren bedeutend verschieden. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt einer Seits darin, daß die zu behandelnden Zeitgrößen nicht gleichzeitig, nicht neben einander aufgefaßt werden können; anderer Seits hat eine Zeitgröße an sich nichts Auffallendes, und etwaige unterscheidende Merkmale können daher nur von dem hergenommen werden, was in der Zeit geschieht. Hieraus folgt, daß man zu jenem Zwecke sich nach Ereignissen umzusehen hat, welche unaufhörlich in der nämlichen Weise sich zutragen und bei jedesmaliger Vollendung von Neuem beginnen. Hat man ein derartiges Ereigniß ausfindig gemacht, so darf man die zu jeder einzelnen Vollendung desselben erforderlichen Zeiten als gleich annehmen und bei Zeitmessungen als Einheiten anwenden; diese Messungen selbst erweisen sich dann im Grunde als bloße Abzählungen des mehrmaligen Eintretens jenes Ereignisses.

Die Herstellung einer Zeiteinheit durch mechanische Mittel ist demnach mit viel bedeutenderen Schwierigkeiten verbunden, als die Herstellung von Einheiten anderer Art. Die Unvollkommenheit und Ungleichmäßigkeit der mechanischen Werkzeuge schon macht die willkürliche Annahme einer Zeiteinheit unmöglich. Wenigstens eine Einheit wird, wenn mit Sicherheit verfahren werden soll, auf ein Ereigniß gegründet werden müssen, welches von menschlicher Einwirkung unabhängig ist; solche mag dann weiter durch Hülfe mechanischer Werkzeuge getheilt oder zur Bildung einer größeren Zeiteinheit verwendet werden.

Der tägliche Wechsel von Erleuchtung und Dunkelheit ist so auffallend, daß der Sonnentag als die erste Zeiteinheit sich dem Menschen darbieten mußte. Die periodische Wiederkehr zweier anderer auffallenden Himmelserscheinungen, der Lichtgestalten des Mondes und des Wechsels der Jahreszeiten, wies aber auch auf die Annahme von höhern Zeiteinheiten hin, so daß als letztere nicht beliebige Vielfache des Sonnentages genommen wurden. Diese Einheiten sind der synodische Monatsmonat und das tropische Sonnenjahr. Der Sonnentag und das tropische Sonnenjahr stellen sich auch schon durch die nahe Beziehung, in welcher das in ihnen Geschehnde zu den verschiedenen menschlichen Thätigkeiten steht, als solche Zeitgrößen dar, deren mehrmalige Wiederholung ohne erhebliche Mühe und ohne einen hohen Grad von Aufmerksamkeit abgezählt werden kann. Der menschliche Geist wird fast von selbst darauf geführt, die Dauer größerer Zeiträume in Tagen und Jahren auszudrücken. Der Sonnentag und das tropische Sonnenjahr können daher natürliche Zeiteinheiten genannt werden.

Der wahre Sonnentag ist nicht von unveränderlicher Dauer; um aber die trotz dessen mit dem Gebrauche einer solchen Zeiteinheit verknüpften Vortheile nicht zu verlieren, legt man seine mittlere Dauer, den so genannten mittleren Sonnentag, zum Grunde; ein solcher ist fortan allein unter der Bezeichnung Sonnentag oder Tag zu verstehen. Die beiden angegebenen höheren Zeiteinheiten sind in ganzen Sonnentagen nicht darstellbar; das tropische Sonnenjahr enthält 365,242264, der synodische Mondsmonat 29,530588 Tage. Nun ist zwar der Tag diejenige Einheit, welche beim Ausdrucke größerer Zeiträume zunächst zum Grunde liegt; aber die Rechnung mit Bruchtheilen von Zeiteinheiten würde überhaupt unpraktisch sein. Da nun viele Geschäfte und Berrichtungen des bürgerlichen Lebens von längeren Zeiträumen, als dem Tage, abhängig sind; so ergiebt sich die Nothwendigkeit von Anordnungen, durch welche, obgleich stets nur nach ganzen Tagen gerechnet wird, auch die größeren Zeiteinheiten, namentlich das Sonnenjahr, zum Ausdrucke von Zeitgrößen benutzt werden können. Derartige Anordnungen sind der Gegenstand des Kalenders. Es ist der Zweck dieser Abhandlung, das Wesen des gegenwärtig von dem größten Theile der Christenheit angenommenen gregorianischen Kalenders darzustellen und zugleich einige Notizen über die Entstehung und die Verbreitung dieses Kalenders mitzutheilen. ¹⁾ Der Mondsmonat tritt in demselben nicht als Zeiteinheit auf, sondern ist nur zur Ermittlung der Monderscheinungen und des hiervon abhängigen Eintrittes der beweglichen Feste von Wichtigkeit. Die Unterscheidung der 12 Zeitgrößen im Jahre, welche wir heute als Monate bezeichnen, hat zwar in dem Eintreten der Monderscheinungen ihren Ursprung gehabt; sie ist aber in ihrer jetzigen Gestalt lediglich ein Mittel zur leichteren Abzählung und Uebersicht der Tage des Jahres. Dagegen hat der gregorianische Kalender, als für christliche Völker bestimmt, von der künstlichen 7tägigen Einheit, der Woche, Notiz zu nehmen. Sie hat in religiösen Vorschriften ihren Ursprung, und eben weil diese Vorschrift sich auf die Arbeiten und Gewohnheiten der Menschen bezieht, erweist auch die Woche sich als eine Zeiteinheit, welche durch den Kalender festzustellen und mit den beiden andern Zeiteinheiten, dem Tage und dem Jahre, in Verbindung zu bringen ist.

§. 2. Der julianische Kalender.

Der Sonnentag in seiner mittleren Dauer erweist sich als die natürlichste Einheit für Zeitmessungen, und die Natur der durch ihn ausgedrückten Zeitgröße bringt es schon mit sich, daß Zeiträume von längerer Dauer zunächst durch die Anzahl der in ihnen enthaltenen Sonnentage ausgedrückt werden. Will man die in Tagen ausgedrückten Zeiträume dann weiter nach größeren Zeiteinheiten abmessen, so scheint dem Gebrauche des Sonnenjahres als solche größere Zeiteinheit der Umstand entgegen zu stehen, daß seine Länge in ganzen Tagen nicht ausgedrückt werden kann. Dagegen erweist sich das Sonnenjahr durch

¹⁾ Die Darstellung wird lediglich die mathematische Seite des Kalenders auffassen, insbesondere aus der Festrechnung nur das Osterfest in ihren Bereich ziehen. Von der Indictionen-Rechnung, die für unsere heutigen bürgerlichen Verhältnisse von keiner Bedeutung ist, wird keine Notiz genommen werden. Die angenommenen Maße des Sonnenjahres und des Mondmonates sind die mittleren und diejenigen, welche gegenwärtig allgemein gelten. Endlich bedient die Darstellung sich überall der heutigen mathematischen Terminologie und Ausdrucksweise. Es ist übrigens von Interesse, zu bemerken, in welcher Weise die Kalender-Verbesserer ihren Bestimmungen Ausdruck und Begründung gaben und die Mangelhaftigkeit der damaligen Ausdrucksweise zu überwinden suchten.

die in seinem Laufe vorkommenden Wechsel der Jahreszeiten, die verschiedenen Tageslängen und Temperatur-Verhältnisse als eine natürliche Zeiteinheit und kann nicht ersetzt werden durch eine aus einer beliebigen Anzahl von ganzen Tagen gebildete Einheit. Die hierdurch gebotene Anwendung des Sonnenjahres wird dadurch möglich gemacht, daß man nach Rechnungsjahren zählt, welche zwar in ganzen Tagen ausgedrückt, aber von verschiedener Dauer sind und in dieser Dauer dem eigentlichen Sonnenjahre möglichst nahekommen.

Es wird hierdurch möglich gemacht, daß eine größere Anzahl von solchen Jahren mit einer gleichen Anzahl mittlerer Sonnenjahre nahe übereinstimmt. Damit zwischen solchen Jahren selbst wieder ein möglichst geringer Unterschied obwalte, hat man denselben eine Dauer von theils 365, theils 366 Tagen zu geben. Bei zweckmäßiger Anordnung einer Folge von solchen Jahren läßt es sich dann herbeiführen, daß die Grenzen des Rechnungsjahres immer in der Nähe der Grenzen des Sonnenjahres erhalten werden; die angewendeten Jahre sind in ganzen Tagen ausgedrückt, geben aber die nämliche Zahl, als wenn man nach mittleren Sonnenjahren gerechnet hätte.

Das Bedürfnis einer solchen Anordnung mußte sich geltend machen, sobald man aus einer längeren Reihe von Rechnungsjahren die Ueberzeugung erlangt hatte, daß die Annahme derselben zu einer Dauer von durchgängig 365 Tagen keine Uebereinstimmung mit dem Sonnenjahre herbeiführe. Bis auf Julius Cäsars Zeit war in Rom diesem Mangel an Uebereinstimmung auf zum Theil willkürliche Weise abgeholfen worden. Cäsar ordnete hierin im Jahre 708 der Erbauung Roms als feste Regel an, daß jedes vierte Jahr zu 366 Tagen, alle andern Jahre dagegen zu 365 Tagen gezählt würden, und statuirte hiermit den Unterschied von Schaltjahren und Gemeinjahren. In den längeren Rechnungsjahren, den Schaltjahren, wurde ein Tag eingeschaltet; dieses ordnete Cäsar in der Weise an, daß die Bezeichnungswaise des 24. Februars, ante diem sextum Calendas Martias, für zwei aufeinanderfolgende Tage angewandt wurde; der zweite dieser Tage wurde dann als dies bissextus von dem ersten unterschieden. Hierdurch erlangte der Monat Februar in einem Schaltjahre eine Länge von 29 Tagen. Der auf diese Anordnung gegründete Kalender wird der julianische Kalender genannt. Es hat sich glücklicher Weise gefügt, daß in ihm grade diejenigen Jahre Schaltjahre sind, deren nach christlicher Zeitrechnung bestimmten Zahlen durch 4 theilbar sind. ¹⁾

§. 3. Mangelhaftigkeit des julianischen Kalenders. Gregors XIII. Kalender-Verbesserung.

In Folge der durch Cäsar bewirkten Einschaltungsweise betrug die Dauer des Rechnungsjahres im Mittel $365\frac{1}{4}$ Tag, übertraf also die Dauer des tropischen Jahres um 0,007736 Tage. Der julianische Kalender war daher auch nicht geeignet, auf die Dauer die Zählung nach Rechnungsjahren mit der nach Sonnenjahren im Einklang zu erhalten; die Zahl der eingeschalteten Tage mußte sich auf die Dauer als zu groß erweisen. Der hierdurch entstandene Fehler wurde im 15. und 16. Jahrhundert besonders auffallend. Seit dem Concilium von Nicæa (325 n. Chr.) war eine im §. 8 näher anzugebende Regel für

¹⁾ Durch ein Mißverständniß hatten die römischen Priester, wie Macrobius sagt, anno quarto non peracto sed incipiente, d. i. alle drei Jahre eingeschaltet. Dieses vitium sacerdotalis festinationis wurde von Augustus in der Art corrigirt, daß drei Schaltjahre in gemeine Jahre verwandelt wurden; das erste Schaltjahr, welches hiernach eintrat, trifft mit dem Jahre 8 der christlichen Zeitrechnung zusammen.

die Bestimmung des Osterfestes in der christlichen Kirche recipirt worden. Zur Ausführung dieser Regel war die Kenntniß des Termins der Frühlingsnachtgleiche erforderlich, und das Datum dieses Termins mußte offenbar um ebenso viele Tage abgenommen haben, als die Zahl der nach julianischer Weise eingeschalteten Tage zu groß gewesen war. Zur Zeit des Conciliums war das Datum der Frühlings-Nachtgleiche auf den 21. März gefallen; in der Mitte des 16. Jahrhunderts fiel der wirkliche Eintritt des Frühlings auf den 11. März. — Gleichzeitig erwies sich eine andere bis dahin gebrauchte Bestimmungsweise der Monderscheinungen, deren Kenntniß ebenfalls zur Bestimmung des Osterfestes erforderlich war, als ungenügend. Die Dauer von 235 synodischen Monaten beträgt 6939,688180 Tage; diese trifft mit der Dauer von 19 julianischen Jahren, 6939,75 Tagen, nahe zusammen. Man hatte nun die nahe Uebereinstimmung beider Perioden für eine absolute gehalten und darauf einen neunzehnjährigen Cyklus gegründet, nach dessen Ablaufe die Zeitpunkte des Eintritts der Monderscheinungen wieder auf das nämliche Datum gesetzt wurden. Der hieraus für die Bestimmung der Monderscheinungen erwachsene Fehler beträgt für etwa 310 Jahre einen Tag; in der Mitte des 16. Jahrhunderts war er auf vier Tage angewachsen.

Die in beiden Hinsichten begangenen Fehler störten die der Bestimmung des Osterfestes zum Grunde liegende Absicht. Ueberdies würde eine längere unveränderte Beibehaltung der julianischen Einschaltungsweise zur Folge gehabt haben, daß die verschiedenen Epochen des Sonnenjahres in auffallende Abweichung von denen des Rechnungsjahres gerathen wären; gerade dies war es aber, was man durch Annahme des Rechnungsjahres zu theils 365, theils 366 Tagen vermeiden wollte. Die Nothwendigkeit einer Verbesserung des Kalenders war demnach einleuchtend. Sie wurde im Jahre 1582 vom Papste Gregor XIII. zu Stande gebracht. Als eigentlicher Urheber des verbesserten Kalenders ist Aloysius Lilius, ein Arzt in Verona, zu betrachten. Einen von diesem eingereichten Verbesserungsplan ließ der Papst im Jahre 1577 den christlichen Fürsten und den berühmtesten Universitäten vorlegen und zur Prüfung und Verbesserung desselben auffordern.¹⁾ Hieraus und aus den Arbeiten einer eigenen in Rom eingesetzten Commission²⁾ ging die definitive Regulirung

¹⁾ Die Aufforderung erschien unter dem Titel: *Compendium novæ rationis restituendi Calendarium, a Gregorio XIII. P. M. ad principes christianos et celeberrimas quasque Academias missum.* Es heißt darin am Schlusse: *Agite igitur Mathematici, qui cælestium rerum contemplatione et cogitatione ducimini, toto animo omnique cura in hanc communem causam incumbite, ac re diligenter meditata et considerata, aut hæc, quæ a Lilio proponuntur, probate, aut si quid istis rectius novistis, candide impertiri et nobiscum communicare velitis. Turpe enim nobis omnibus erit pati diutius in gravi errore Christianos omnes et in maximarum rerum ignoracione versari. Expectabuntur itaque Principum vestræque doctorum hominum sententiæ, et quæ ratio majori horum parti aptior convenientiorque visa fuerit, eam quasi totius Christiani orbis consensum Summus ipse Pontifex probabit atque sequetur.*

²⁾ In der hiernach anzuführenden päpstlichen Bulle heißt es: *Viros ad Calendarii emendationem adhibuimus in alma urbe harum rerum peritissimos, quos longe ante ex primariis Christiani orbis nationibus delegeramus; ii cum multum temporis et diligentia ad eam lucubrationem adhibuissent et cyclos tam veterum quam recentiorum undique conquisitos ac diligentissime perpensos inter se contulissent, suo et doctorum hominum, qui de ea re scripserunt, iudicio hunc præ ceteris elegerunt Epactarum cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quæ ex accurata circumspectione visa sunt ad Calendarii perfectionem maxime pertinere.*

der Kalender-Verbesserung hervor; sie wurde durch eine von dem päpstlichen Landsttze zu Tusculum datirte Bulle am 24. Februar 1582 veröffentlicht. Eine von jener Commission zur Erklärung ausgearbeitete besondere Schrift war beigefügt. ¹⁾ Ein Mitglied jener Commission, der Bamberger Jesuit Christoph Clavius, überreichte nachmals im Jahre 1602 dem Papste Clemens VIII., auf dessen Veranlassung, noch eine ausführliche Erläuterungsschrift, ²⁾ welche dann von diesem Papste durch eine von Rom den 17. März 1603 datirte Bulle zur allgemeinen Kenntniß gebracht wurde.

§. 4. Die gregorianische Einschaltungsweise.

Im Jahre 1582 fiel der Anfang des Frühlings auf den 11. März. Damit er wieder auf das Datum fielen, welches er zur Zeit des Conciliums von Nicäa hatte, wurde das Jahr 1582, *annus correctionis*, durch besondere Anordnung (worin diese bestand, wird im §. 9 angegeben werden) um zehn Tage verkürzt. ³⁾ Um aber den Anfang des Frühlings immer in der Nähe des 21. März zu erhalten und so die mittlere Dauer des Rechnungsjahres mit der des Sonnenjahres in Einklang zu bringen, ⁴⁾ mußte die Anzahl der nach julianischer Weise einzuschaltenden Tage beschränkt werden. Der Ueberschuß des tropischen Jahres über das Rechnungsjahr von 365 Tagen beträgt 0,242264 Tage; dies giebt für 400 Jahre 96,9056 Tage. Nimmt man statt dessen 97 ganze Tage, so folgt, daß in 400 Jahren nicht 100, sondern nur 97 Tage einzuschalten sind und nach julianischer Weise 3 Schalttage zu viel angenommen werden. Darum sind in einer Periode von 400 Jahren drei Jahre, welche nach julianischer Art Schaltjahre sein würden, als gemeine Jahre zu betrachten. Der gregorianische Kalender wählt als solche diejenigen drei Säcularjahre, welche nicht durch 400 theilbar sind; so sind z. B. die Jahre 1700, 1800, 1900 nach dem gregorianischen Kalender nicht, wie nach dem julianischen, Schaltjahre, sondern nur gemeine Jahre. Die übrigen Schaltjahre des julianischen Kalenders behält der gregorianische Ka-

¹⁾ Die Erklärungsschrift, auf welche die päpstliche Bulle selbst Beziehung nimmt, führt den Titel: *Canones in Calendarium Gregorianum perpetuum*.

²⁾ *Romani Calendarii a Gregorio XIII. P. M. restituti explicatio. Clementis VIII. P. M. jussu edita auctore Christophoro Clavio Bambergensi, Societatis Jesu.* — Diese so wie die übrigen auf die Kalenderverbesserung bezüglichen Schriften finden sich im 5. Bande der *Opera mathematica* des Clavius (Mainz 1612). Clavius vertheidigt auch in diesem Bande den gregorianischen Kalender ausführlich gegen die von mehreren Mathematikern erhobenen Einwürfe.

³⁾ In dem *Compendium* wird mitgetheilt, es sei dem Papste auch eine andere Art der Correction vorgeschlagen worden. Clavius sagt hierüber: *Facta est hæc restitutio per ablationem decem dierum simul ex uno mense, non autem per omissionem decem dierum intercalarium in 40 annis, aut per detractationem eorundem decem dierum ex decem mensibus, detrahendo singulos dies ex mensibus singulis, quod nonnulli optabant; tum quia multa occurrere potuissent in 40 annis, quæ correctionem impedirent, præsertim propter frequentem Summorum Pontificum in tot annorum spatio mutationem; tum etiam quia sæpius Cyclus Dominicalium literarum interrumpendus fuisset, quod incommodum extitisset, qui tamen in hac nostra restitutione semel tantum, sed necessario, interruptus est.*

⁴⁾ Das tropische Sonnenjahr ist die zwischen zwei aufeinander folgenden Frühlings-Äquinoclien verfließende Zeit. Wird also dieses Äquinocetium in der Nähe eines bestimmten Kalender-Datums erhalten, so stimmen die Jahre des Kalenders für eine längere Zeitperiode der Zahl nach mit den tropischen Sonnenjahren überein.

lender bei. *) Hierdurch wird die Uebereinstimmung des Rechnungsjahres mit dem tropischen auf einen hohen Grad der Genauigkeit gebracht; der Fehler beträgt, da eigentlich nicht 97, sondern 96,9056 Tage einzuschalten waren, in 400 Jahren etwa $\frac{1}{10}$ Tag. Es verlaufen daher noch 4000 Jahre, bevor durch nochmalige Auslassung eines Schalttages dieser Fehler auszugleichen ist. Die gregorianische Kalenderverbesserung trifft hierüber keine Bestimmung; es bleibt daher unsern Nachkommen überlassen, während dieser 4000 Jahre recht gründlich darüber zu berathen und sich zu vereinigen, wann sie die Auslassung dieses Schalttages vornehmen wollen.

§. 5. Der Monat. Die Woche. Der Sonnenzirkel. Der Sonntagsbuchstabe.

Es mußte zweckmäßig erscheinen, zwischen den beiden natürlichen Zeiteinheiten, dem Tage und dem Jahre, künstliche Zeiteinheiten anzunehmen, um die Abzählung und Zusammenfassung der Tage zu erleichtern. Die nächste Veranlassung hierzu hat der schon ange deutete Wechsel und die Wiederkehr der Lichtgestalten des Mondes gegeben, deren Periode 29,530588 Tage beträgt. Durch zwölfmalige Wiederholung derselben wird die Dauer des periodischen Jahres bis auf etwa 11 Tage erreicht. Dies, so wie der Umstand, daß von mehreren Völkern des Alterthums der synodische Mondmonat in der That als Zeiteinheit angenommen worden ist, wobei man durch verschiedene Anordnungen eine Aus gleichung dieser Zählungsweise mit der Rechnung nach Sonnenjahren herbeizuführen strebte, hat die heutige Eintheilung des Jahres in 12 Monate vornehmlich veranlaßt. In ihrer gegenwärtigen Gestalt hat diese Eintheilung nur den Vorzug der Bequemlichkeit und leichten Handhabung für sich geltend zu machen. Ein Tag pflegt dadurch bestimmt zu werden, daß man angiebt, in welchem Monat er fällt und der wievielte dieses Monats er ist. Hierin allein besteht die Bedeutung, welche die Zerlegung des Jahres in Monate in dem heutigen Kalender hat.

Einen größern Vorzug bietet dagegen die Zusammenfassung von 7 Tagen zu einer Woche. Man erlangt hierdurch eine künstliche Zeiteinheit, deren Theile sich leicht übersehen lassen; außerdem wird durch die religiöse Vorschrift, welcher sie ihren Ursprung verdankt und welcher viele Einrichtungen der menschlichen Thätigkeit und Betriebsamkeit zum Grunde liegen, diese Zeiteinheit mit dem bürgerlichen Leben in eine sehr nahe Beziehung gebracht. Die einzelnen Tage einer Woche werden durch besondere Namen unterschieden, deren man sich häufig ebenfalls zur näheren Bezeichnung eines Tages zu bedienen pflegt. Hieraus geht die Nothwendigkeit hervor, die natürliche Einheit des Jahres mit der künstlichen Einheit der Woche in Vergleich zu bringen.

Die Dauer eines gemeinen Jahres kann in ganzen Wochen nicht ausgedrückt werden;

*) Es heißt hierüber in der päpstlichen Bulle: *Deinde, ne in posterum a XII. Cal. April. æquinoctium recedat, statuimus Bissexturn quarto quoque anno (uti mos est) continuari debere, præterquam in centesimis annis. Qui quamvis bissextilis antea semper fuerint, qualem etiam esse volumus annum 1600, post eum tamen qui deinceps consequentur centesimi non omnes bissextilis sint, sed in quadringentis quibusque annis primi quique tres centesimi sine bissexto transigantur, quartus vero quisque centesimus bissextilis sit, ita ut annus 1700, 1800, 1900 bissextilis non sint. Anno vero 2000 more consueto dies bissextus intercaletur, Februario dies 29 continente, idemque ordo intermittendi intercalandique bissextum diem in quadringentis quibusque annis perpetuo conservetur.*

365 Tage betragen einen Tag mehr, als 52 Wochen. Hieraus folgt, daß der Wochentag eines bestimmten Datums sich von Jahr zu Jahr verändern muß. Um diese Wochentage und ihre jährliche Veränderung bequem bestimmen zu können, bedient man sich des nachfolgenden Verfahrens: Man schreibt die sieben ersten Buchstaben des Alphabets in ihrer gewöhnlichen Aufeinanderfolge neben sämtliche Tage des Kalenders, indem man beim ersten Januar mit dem Buchstaben A beginnt. Auf den Buchstaben G läßt man jedes Mal den Buchstaben A wieder folgen. Aus dem angehängten immerwährenden Kalender ist diese Anordnung ersichtlich. Man bewirkt auf diese Weise, daß ein gegebener Buchstabe regelmäßig nach Verlauf von sieben Tagen wiederkehrt, also das ganze Jahr hindurch bei dem nämlichen Wochentage steht. Es kommt dann nur darauf an, daß man für jedes Jahr anzugeben vermöge, welcher Buchstabe während desselben zur Bezeichnung eines bestimmten Wochentages dient. Man pflegt zu letzterem Zwecke den Sonntag zu erwählen; der Buchstabe, welcher bei sämtlichen Sonntagen eines Jahres steht, wird der Sonntagsbuchstabe, *litera dominicalis*, dieses Jahres genannt. Fiele, wie im Jahre 1850, der erste Sonntag eines Jahres auf den 6. Januar, so wäre F der Sonntagsbuchstabe dieses Jahres. Von da an bis zum 6. Januar 1851 verfließt ein Tag mehr, als 52 Wochen; letztere sind bereits am 5. Januar verfließen. Daher ist letzterer Tag ein Sonntag, und man hat für das Jahr 1851 den Sonntagsbuchstaben E. Hieraus ist schon klar, daß der Sonntagsbuchstabe mit jedem Jahre um eine Stelle im Alphabete rückwärts geht. Es bedarf auch kaum der Erwähnung, daß in dieser Zurückweichung auf A der Buchstabe G folgt. Eine Modifikation tritt nur bei einem Schaltjahre ein: Zwischen dem 5. Januar 1851 und dem 5. Januar 1852 verfließt ein Tag mehr, als eine volle Wochenzahl. Dagegen zwischen dem 2. März 1851 und dem 2. März 1852 beträgt dieser Unterschied 2 Tage; offenbar liegt der Grund in der Einschaltung des 29. Februar. Die vorher angegebene Regel gibt daher in einem Schaltjahre nur für die Zeit bis zum 29. Februar richtige Resultate; für die 10 folgenden Monate muß man den Sonntagsbuchstaben nochmals um einen Buchstaben zurückgehen lassen. Für ein Schaltjahr hat man demnach zwei Sonntagsbuchstaben; die Bedingungen für ihren Gebrauch ergeben sich aus dem Vorstehenden: Der erste Buchstabe gilt für die Monate Januar und Februar, der zweite für die 10 folgenden Monate des Jahres. Den Sonntagsbuchstaben eines Jahres kann man durch einfache Abzählung der Buchstaben finden, indem man von einem Jahre, dessen Sonntagsbuchstabe bekannt ist, ausgeht. Die nachfolgende Tabelle enthält die Sonntagsbuchstaben für eine Reihe von Jahren, wobei vom Jahre 1850 ausgegangen worden ist:

1850	1851	1852	1853	1854	1855	1856	1857	1858	1859	1860	1861
F	E	DC	B	A	G	FE	D	C	B	AG	F

Nach der julianischen Einschaltungsweise müssen 28 aufeinander folgende Jahre eine durch 7 theilbare Anzahl von Tagen enthalten. Hierauf gründete sich ein 28jähriger Cyclus, der Sonnenzirkel, nach dessen Ablauf ein Datum wieder auf den nämlichen Wochentag fallen mußte. Jedes Jahr dieses Cyclus hatte daher seinen bestimmten Sonntagsbuchstaben. Durch die gregorianische Einschaltungsweise hat der Sonnenzirkel seinen Werth für die Bestimmung des Sonntagsbuchstabens verloren. Für letzteren Zweck geben die „Canones“ ein Verfahren an, welches im Grunde ein Abzählen der Jahre ist; doch ist eine Erleichterung dieses Abzählens auf den Umstand gegründet, daß 400 Jahre des gregorianischen Kalenders eine durch 7 theilbare Anzahl, $365 \times 400 + 97$, von Tagen enthalten.

Um für ein beliebiges Jahr den Sonntagsbuchstaben ohne Abzählung sofort mit Leichtigkeit berechnen zu können, kann man sich einer Regel bedienen, welche auf nachfolgende Ueberlegung sich gründet: Das Datum irgend eines Sonntages nimmt mit jedem gemeinen Jahre um 1, mit jedem Schaltjahre um 2 Einheiten ab. Die Jahreszahl selbst (a) wird mit jedem Jahre um eine Einheit größer; die vollen Ganzen, (b) welche man bei der Division der Jahreszahl durch 4 erhält, nehmen im julianischen Kalender nur mit dem Eintritte eines Schaltjahres um eine Einheit zu. Die Summe $a + b$ ist also eine Zahl, welche so, wie das Datum eines Sonntages, sich jährlich ändert; nur nimmt sie nicht ab, sondern zu. Die nämliche jährliche Zunahme, wie die Zahl $a + b$, erleidet auch der bei ihrer Division durch 7 verbleibende Rest (c), nur kann er nicht über 6 wachsen; statt 7 wird er 0, statt 8 wird er 1 u. s. w. Hiernach muß es eine für den julianischen Kalender unveränderliche Zahl (d) geben, welche, um c vermindert, einen Rest (e) läßt, welcher das Datum eines Sonntages im Monat Januar anzeigt. Man findet als richtigen Werth von d die Zahl 10.¹⁾ Folgendes Beispiel wird das Verfahren erläutern. Es sei gegeben das Jahr 1546.

Die Jahreszahl $1546 = a$
 Die bei der Division von a durch 4 erhaltenen Ganzen $386 = b$
 $1932 = a + b$
 Der bei der Division von $a + b$ durch 7 verbleibende Rest $0 = c$
 $d = 10$
 $d - c = 10 = e$

Demnach ist der 10. Januar 1546 ein Sonntag und das Jahr 1546 hat den Sonntagsbuchstaben C. Der immerwährende Kalender hat beim 21. Februar ebenfalls den Buchstaben C. Der 21. Februar 1546 fällt demnach auf einen Sonntag.²⁾

Für den gregorianischen Kalender ist nur die geringe Modifikation erforderlich, daß man zu jener Zahl d die Zahl addirt, um welche ein Datum des gregorianischen Kalenders größer ist, als das entsprechende Datum im julianischen Kalender. (Vgl. S. 9.) Man wird demnach den Werth der Zahl d für jedes Jahrhundert leicht herausfinden können; für das gegenwärtige 19. Jahrhundert beträgt er 22. Aus einleuchtenden Gründen kann man ihn um 14 oder um 7 vermindern und demnach 8 oder 15 setzen. Zu dem Datum irgend eines Sonntages im Januar giebt der immerwährende Kalender sofort den Sonntagsbuchstaben an.

Wenn das Jahr, für welches man in dieser Weise den Sonntagsbuchstaben gesucht hat, ein Schaltjahr ist, so gilt dieser Sonntagsbuchstabe nur für die letzten 10 Monate; für die 2 ersten Monate gilt der im Alphabet nachfolgende Buchstabe. Man hat nämlich bei Aufstellung der Rechnungsregel das Schaltjahr schon als solches in dem Rechnungsplan berücksichtigt; das Resultat kann demnach auch erst von geschehener Einschaltung an gültig sein. Darum wird auch der Werth des Buchstaben e für ein Schaltjahr nicht einen Sonntag, sondern einen Sonnabend des Januars anzeigen.

¹⁾ Im julianischen Kalender ist der 7. Januar 1851 ein Sonntag. Das dargestellte Verfahren giebt für das Jahr 1851 den Werth $c = 3$; damit $d - c$ den Werth 7 erhalte, muß also $d = 10$ angenommen werden.

²⁾ „Von Halle ist die Leiche (Luthers) gefahren auf Sonntag den 21. Februar (1546) gen Bitterfeld.“ — Luthers Leben nach Mathesius, von G. S. von Schubert.

Beispiel: Jahr 1824
 $a = 1824$
 $b = 456$
 $a + b = 2280$
 $c = 5$ $d = 22$
 $d - c = 17$ oder 10 oder 3.

Beim 3. Januar findet sich im immerwährenden Kalender der Buchstabe C; dieser zeigt für die Monate Januar und Februar einen Sonnabend, für die 10 folgenden Monate einen Sonntag an. Das Jahr 1824 hat also die Sonntagsbuchstaben DC.

Hat man den Sonntagsbuchstaben eines gegebenen Jahres gefunden, so kennt man durch den immerwährenden Kalender das Datum sämtlicher Sonntage des Jahres. Hierdurch ist man weiter im Stande, sofort den Wochentag anzugeben, auf welchen ein gegebenes Datum des in Rede stehenden Jahres fällt.

§. 6. Die Epakte. Der Mondscirkel. Die goldene Zahl.

Es wurde im §. 5 mitgetheilt, wie der synodische Umlauf des Mondes Anlaß gegeben hat zur Eintheilung des Jahres in zwölf Monate. Bei der gegenwärtigen Einrichtung des Kalenders ist der synodische Mondsmonat als Zeitgröße nur in so fern noch von Bedeutung, als sich auf dessen Länge eine sehr einfache und leichte Methode gründen läßt, um die einzelnen Mondsphasen, speziell die Vollmonde und die Neumonde, mit ziemlich annähernder Richtigkeit zu bestimmen. Wie diese Mondsphasen zur Ermittlung der Daten der beweglichen Feste dienen, wird im §. 8 weitläufiger angegeben werden. Die Länge eines Mondsmonates beträgt im Mittel 29,530588 Tage; die Länge von 235 solchen Monaten stimmt mit der Länge von 19 tropischen und julianischen Jahren sehr nahe zusammen, wie aus nachfolgender Aufstellung hervorgeht:

$$\begin{aligned} 235 \times 29,530588 &= 6939,688180 \\ 19 \times 365,242264 &= 6939,603016 \\ 19 \times 365,25 &= 6939,75 \end{aligned}$$

Diese nahe Uebereinstimmung von 235 Mondsmonaten mit 19 Jahren wurde bereits im Alterthume bemerkt und veranlaßte eine Methode der Einschaltung von 7 Monaten in einem 19jährigen Cyklus, so daß in einem solchen Cyklus 12 Jahre zu je 12, 7 Jahre zu je 13 Monaten gerechnet wurden. Aus jener nahen Uebereinstimmung folgt zunächst, daß man, ohne sofort auffallenden Fehler, annehmen kann, daß ein Vollmond nach Ablauf von 19 Jahren wieder auf das nämliche Datum falle.¹⁾ Eine scharf zutreffende mathematische Genauigkeit kann zwar hierbei nicht erwartet werden. Der gregorianische Kalender giebt aber Mittel an die Hand, durch welche an der Berechnung der Monderscheinungen die nöthigen Aenderungen angebracht werden, um ihre Resultate mit denen der astronomischen Ermittlungen in möglichst genauer Uebereinstimmung zu erhalten. Man kann dann in einem gegebenen Jahre die Daten, auf welche die verschiedenen Mondsphasen fallen, mit ziemlich großer Genauigkeit bestimmen. Ich will dieses Verfahren mit Beziehung auf die

¹⁾ Der Kalender des Jahres 1844 zeigt beim 28. August Vollmond an. Geht man von diesem Datum um 5 Mal 19 Jahre zurück, so findet man den 28. August 1749, Göthe's Geburtstag, als Tag eines Vollmonds. (Vgl. Göthe: Aus meinem Leben, Wahrheit und Dichtung, Einleitung: „Der Mond, der so eben voll ward,“ etc.)

Ermittelung der Neumondstage auseinander setzen. Es wird dabei zunächst von der Annahme ausgegangen, daß 19 Sonnenjahre mit 235 Mondmonaten genau zusammen treffen. Gesezt, es fielen ein Neumond mit dem Anfange eines bürgerlichen Jahres genau zusammen, so würden bis zum Ende des nämlichen Jahres nur 12 volle Mondmonate verfließen können und eine Zeit von 354 Tagen erfordern. Der Anfang des dreizehnten Monats fällt etwa 11 Tage früher als der Schluß des Jahres; dieser Ueberschuß des bürgerlichen Jahres über die Dauer von 12 Mondmonaten wird die Epakte ¹⁾ genannt, und mit Beziehung auf das nächste Jahr als solche notirt. Zu Anfange des zweiten Jahres sind seit dem letzten Neumonde 11 Tage bereits verfloßen; das zweite Jahr hat daher die Epakte 11, während das erste Jahr die Epakte 0 hatte. Der letzte Neumond des zweiten Jahres fällt wieder 11 Tage früher, als der des ersten Jahres, also 22 Tage vor den Schluß; demnach hat beim Anfange des dritten Jahres der Mond bereits ein Alter von 22 Tagen, oder das dritte Jahr hat die Epakte 22. Nach Analogie dieser Darstellung würde zu Anfang des vierten Jahres der Mond bereits ein Alter von 33 Tagen haben. Allein die Zeit von 33 Tagen überschreitet die Dauer eines Mondmonats; der Neumond, der 33 Tage vor dem Anfange des vierten Jahres liegt, ist nicht der letzte des dritten Jahres. Man muß daher die Zahl 33 um die Dauer eines Mondmonates verringern, um das Alter des Mondes zu Anfang des vierten Jahres zu finden. Zu diesem Zwecke subtrahirt man die Zahl 30. Die Dauer eines Mondmonates beträgt zwar nicht volle 30 Tage, allein auch die mehr erwähnte Zahl 11 ist um Einiges zu groß, und es wird sich bald nach Betrachtung der ganzen 19jährigen Periode ergeben, daß die Zahlen 11 und 30 grade die geeignetsten sind, um die Mondphasen in ganzen Zahlen möglichst genau darzustellen. Hiernach läßt sich die Epakte für jedes der folgenden Jahre des 19jährigen Cyklus leicht aufstellen; man hat nur die Epakte des vorhergehenden Jahres um 11 zu vergrößern, jedes Mal aber, wenn sich hierbei eine größere Zahl als 30 ergibt, die Zahl 30 von ihr zu subtrahiren. Nach dieser Regel ergibt sich für die 19 aufeinander folgenden Jahre nachfolgender Epakten-Cyklus:

Jahr:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epakte:	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18

Es erübrigt noch, den Grad der Genauigkeit vorstehender Epakten-Regel zu prüfen, indem die Epakte des 20. Jahres nach ihr bestimmt wird. Sie ist nach obiger Regel 29; wäre sie um 1 größer, so würde nach Abzug der Zahl 30 die Epakte des 20. Jahres mit der des ersten Jahres stimmen. Man sieht, daß der Fortschritt der Epakte in einer Weise Statt findet, wie er, wenn nicht Bruchtheile von Tagen angewendet werden sollen, nicht in größerer Einfachheit und geringerer Abweichung aufgefunden werden kann: 18 Mal werden 11, nur das letzte Mal wird 12 addirt, immer aber die nämliche Zahl 30 subtrahirt. Letzteres geschieht 7 Mal, und es bilden sich demnach aus den Ueberschüssen 7 Mondmonate; diese mit den 19 Mal 12 Mondmonaten ergeben die 235 Mondmonate für die Dauer von 19 Jahren.

¹⁾ *Epactae, ἡμέραι ἐπακταί*, Ergänzungstage. Die Bezeichnung bezieht sich ursprünglich auf den erwähnten Ueberschuß. Die Kalendersprache gebraucht den *Singularis Epacta* und bezieht diese Bezeichnung auf das nächste Jahr, zu dessen Anfange der Mond so viel Tage alt war, als die Epakte anzeigt. Vgl. übrigens den Schluß des §. 6.

Auf der Ermittlung der Epakte beruhet nun eine Einrichtung des gregorianischen Kalenders, mittelst deren die Tage der Neumonde und der Vollmonde in einem gegebenen Jahre mit annähernder Genauigkeit zu bestimmen sind. Ist am 1. Januar eines Jahres Neumond, so tritt derselbe in Zeitfristen von $29\frac{1}{2}$ Tagen wieder ein. Da aber der gregorianische Kalender nur nach ganzen Tagen rechnet, so bedient er sich solcher Zeiträume, welche abwechselnd 30 und 29 Tage umfassen, setzt demnach die nächsten Neumonde auf den 31. Januar; 1. März; 31. März; 29. April; 29. Mai; 27. Juni u. Die Epakte des betreffenden Jahres ist 0; sie findet sich im immerwährenden Kalender bei den angegebenen Daten notirt. Diese Notirung hat, wie man gleich entnehmen wird, den Zweck, sofort die Neumondstage eines Jahres erkennen zu lassen, wenn dessen Epakte gegeben ist. Hat ein Jahr die Epakte 1, so treten, da das Alter des Mondes um einen Tag größer ist, als im vorigen Beispiel, die Neumondstage einen Tag früher ein, als dort; dem entsprechend, ist bei den datis 30. Januar, 28. Februar, 30. März, 28. April, 28. Mai die Epakte 1 bemerkt. Es bedarf hiernach keiner besondern Bemerkung in Betreff der übrigen Epakten bis zu 29; die um 1 größere Epakte wird allemal um einen Tag früher angesetzt. Eine Abänderung hierin wird nur durch den Umstand geboten, daß der Epaktenzahlen 30 sind, die Zeiträume zwischen den einzelnen Neumondstagen aber abwechselnd zu 30 und 29 angesetzt worden sind. So finden die sämtlichen Epaktenzahlen zwar Raum zwischen dem 1. März und 31. März, nicht aber zwischen dem 31. März und 29. April, und es ergiebt sich die Nothwendigkeit, an einem Tage der letzteren Zeitperiode zwei Epakten zu notiren. Der gregor. Kalender wählt hierzu die Epakten 24 und 25; diese finden sich 6 Mal notirt, und zwar in den zu 29 Tagen angelegten Zeiträumen. Es ist klar, daß die hieraus sich ergebenden Resultate auf unbedingte Richtigkeit keinen Anspruch haben; die etwaige Abweichung kann jedoch auch hier, nach der Art der Anordnung nicht über einen Tag betragen, entspricht demnach vollkommen der Anforderung, welche man an eine leicht ausführbare Kalenderbestimmung machen kann.

Es wird nun vor Allem darauf ankommen, ein Mittel zu finden, um für ein gegebenes Jahr die Epakte zu bestimmen. Ist dieselbe nur für irgend ein Jahr bekannt, so kann sie für jedes andere Jahr durch einfache Abzählung, unter Zugrundelegung der vorhin aufgestellten Tabelle, gefunden werden. Allein bei dieser Abzählung kann eine Differenz von vollen 19 Jahren außer Acht gelassen werden. Der gregorianische Kalender bestimmt daher die Epakten nur für die einzelnen Jahre eines 19jährigen Cyklus, welcher der Mondscirkel genannt wird; nach Ablauf eines solchen kehren die nämlichen Epakten wieder. Man kann einen Mondscirkel mit einem beliebigen Jahre, dessen Epakte bekannt ist, beginnen; weiß man nun, welche Ordnungs-Nummer ein gegebenes Jahr in diesem oder in einem andern mit ihm zusammenhängenden Mondscirkel hat, so ist damit sofort die Epakte desselben gegeben. Diese Ordnungs-Nummer wird die goldene Zahl des gegebenen Jahres genannt. Die Mondscirkel folgen einander im gregorianischen Kalender ohne Unterbrechung. Im Allgemeinen ist es willkürlich, von welchem Jahre man dabei beginnen will. Nach dem gregorianischen Kalender begann ein solcher Mondscirkel mit dem Jahre 1843; die goldene Zahl des letztern war also 1. Da die Zahl 1843, durch 19 dividirt, keinen Rest läßt, so ergiebt sich ganz allgemein für jedes Jahr die keiner weiteren Begründung bedürftigen Regel: Man dividire die gegebene Jahreszahl durch 19, so wird der um 1 vergrößerte Rest die goldene Zahl des Jahres angeben.

Man bedarf zur Bestimmung der Epakten nur einer Tabelle, welche die zu jeder goldenen Zahl gehörende Epakte angiebt. Für das Jahr 1843 war die Epakte 0. Man erhält daher die nachstehende Tabelle, in welcher die obere Zeile die goldene Zahl, die untere Zeile die zugehörige Epakte angiebt:

Goldene Zahl:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epakte:	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18

Aus dem nächsten §. wird hervorgehen, daß vorstehende Epakten-Tabelle nur für das 18. und 19. Jahrhundert gebraucht werden darf. Für die Zeit dieses Gebrauches aber kann die Epakte eines Jahres auch auf folgende Weise gefunden werden: Man dividire die Jahreszahl durch 19, multiplicire den Rest mit 11, dividire das erhaltene Produkt durch 30, so giebt der Rest die Epakte des Jahres.

Für den Gebrauch der nach vorstehenden Regeln erhaltenen Epakten ist zu bemerken, daß der immerwährende gregorianische Kalender die Einrichtung erhalten hat, daß aus ihm nicht der eigentliche Neumond, sondern der darauf folgende Tag erhalten wird. Letzterer Tag wurde von den Griechen durch *νομηνία* bezeichnet. Der wirkliche astronomische Neumond äußert sich negativ, durch Abwesenheit der Erleuchtung. Es ist daher erklärlich, daß für den auf ihn folgenden Tag, an welchem der Mond zum ersten Male wieder am Abendhimmel erscheint, eine besondere Bezeichnung in den Sprachgebrauch gekommen ist. Dieser Tag ist es, welcher durch die gregorianische Epaktenrechnung erhalten wird. Der auf ihn folgende vierzehnte Tag (der Tag des Neumonds mitgerechnet), heißt im gregorianischen Kalender die *luna quarta decima*; er giebt ziemlich richtig das Datum des mittleren Vollmondes an. Es folgt hier eine Zusammenstellung der wirklichen astronomischen Vollmonde des Jahres 1851 mit den durch die Epaktenrechnung erhaltenen Vollmonden:

Jan.	Febr.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oktbr.	Novbr.	Dezbr.
17	16	17	15	15	13	13	11	10	10	8	8
16	15	16	15	14	13	12	11	9	9	7	7

Man bemerkt, daß das Resultat der Epaktenrechnung mit dem astronomischen zwar nur 3 Mal übereinstimmt, die vorkommende Abweichung aber nie mehr als einen Tag beträgt. Wäre das Jahr 1851 ein Schaltjahr, so hätte vom März an jeder astronomische Vollmond ein um einen Tag geringeres Datum und es ergäbe sich eine größere Anzahl von Uebereinstimmungen. *)

§. 7. Die Monds-Ausgleichung und die Sonnen-Ausgleichung.

Die vorhin auseinandergesetzte Epaktenrechnung und die auf sie gegründete Bestimmung der Mondphasen beruht auf der Annahme, daß 19 Jahre genau die Dauer von 235 synodischen Monatsmonaten in sich begreifen. Dieses ist nicht der Fall. Jedoch giebt der Bruch $235 : 19$ das Verhältniß des Sonnenjahres zu dem Monatsmonate so genau an, als es in so kleinen Zahlen möglich ist, und es bedürfen die aus jener Annahme hergeleiteten Resultate nur einer geringen Verbesserung. Der gregorianische Kalender ordnet diese Verbesserung in einer Weise, welche ihre Ausführung in hohem Grade erleichtert und zugleich die Größe der vorzunehmenden Abänderung nie über einen Tag steigen läßt. Sie

*) Für die Epakten pflegt man die römischen Ziffern anzuwenden. Zur Erleichterung des Druckes, namentlich des angehängten immerwährenden Kalenders, sind hier die arabischen Ziffern gewählt worden.

zerfällt in zwei Theile: Die bürgerlichen Rechnungsjahre haben eine durchschnittliche Dauer von $365\frac{1}{4}$ Tag, und nur in den Säcularjahren wird auf die im §. 4 angegebene Weise dafür gesorgt, daß eine Uebereinstimmung mit der wirklichen Länge des Sonnenjahres sich ergibt. Man unterwirft daher die Epaktenrechnung zunächst derjenigen Modifikation, welche bewirkt, daß die aus ihr sich ergebenden Daten der Monderscheinungen mit den Tagen des mittleren bürgerlichen Rechnungsjahres, auf welche sie nach astronomischer Berechnung fallen, möglichst übereinstimmen; diese Modifikation selbst erleidet dann diejenige Abänderung, welche durch die im §. 4 erklärte säkulare Auslassung eines Schalttages nothwendig gemacht wird.

Die Zeitdauer von 235 Mondmonaten beträgt $235 \times 29,530588 = 6939,68818$ Tage. Für 19 Jahre, jedes zu $365\frac{1}{4}$ Tag, findet man 6939,75 Tage. Hieraus ergibt sich für neunzehn Jahre ein Fehler von 0,06182 Tagen, und für 2500 Jahre ein Fehler von etwas mehr, als 8 Tagen.

Hiernach läßt sich der Fehler übersehen, welcher begangen wird, wenn man nach Jahren von durchschnittlich $365\frac{1}{4}$ Tagen rechnet und annimmt, daß 19 solcher Jahre genau die Länge von 235 Mondmonaten haben. Nach Verlauf von 2500 Jahren wird man durch jenes Verfahren für irgend eine Monderscheinung ein Datum erhalten, welches um 8 Tage später liegt, als das wirkliche. Aus diesem Grunde muß in der Zeitperiode von 2500 Jahren acht Mal eine Correction zu dem Werthe von einem Tage vorgenommen werden, um die Daten auf ihren richtigen Ort zurückzuschieben. Dieses Zurückschieben geschieht, indem die Epakte um eines vergrößert wird; es hat zur Folge, daß sämtliche Neumondstage um einen Tag früher aus dem immerwährenden Kalender sich ergeben. Um aber diese Vergrößerung nicht bei jedem einzelnen Jahre auszuführen, wird sie sofort an der Tabelle ausgeführt, welche zu der goldenen Zahl eines Jahres dessen Epakte angiebt. Zu dem Zeitpunkte der Correction werden in der Epakten-Tabelle, welche bis dahin gültig war, sämtliche Epakten um 1 vergrößert; die so veränderte Tabelle gilt dann bis zu dem Zeitpunkte der nächsten Correction. — Die hier angegebene Correction der Epakten-Tabelle heißt die Monds-Ausgleichung, *aequatio lunaris*. Sie wird im Laufe von 2500 Jahren acht Mal vorgenommen, sieben Mal nach Verlauf von 300, das achte Mal nach Verlauf von 400 Jahren. Die Jahre, in welchen sie nach der Bestimmung des gregorianischen Kalenders eintreten soll, sind Säcularjahre, und zwar

1800 2100 2400 2700 3000 3300 3600 3900 4300 4600 u. f. w.

Diese Anordnung der Monds-Ausgleichung setzt aber voraus, daß nach Jahren von durchschnittlich $365\frac{1}{4}$ Tagen gerechnet wird. Hiervon weicht der gregorianische Kalender in so fern ab, als in 400 Jahren drei Mal ein Tag ausgelassen wird. Das Auslassen eines Tages aus dem Kalender hat zur Folge, daß das Datum eines gegebenen Ereignisses um einen Tag sich vergrößert. Damit nun auch die Epakten-Rechnung das Datum einer Monderscheinung um einen Tag größer ergebe, muß die Epakte, so oft im gregorianischen Kalender ein Schalttag ausgelassen wird, um eine Einheit vermindert werden. Auch diese Correction wird durch Abänderung der mehr bezeichneten Epakten-Tabelle durchgeführt. Man nennt sie die Sonnen-Ausgleichung, *aequatio solaris*. Sie erfolgt in denjenigen Säcularjahren, welche nach dem gregorianischen Kalender keine Schaltjahre sind. Die Monds-Ausgleichung erhält, weil sie eine Vergrößerung der Epakten bewirkt, das Zeichen +; aus ähnlichem Grunde erhält die Sonnen-Ausgleichung das Zeichen —; das Zusammenwirken

der beiden Correctionen und das daraus hervorgehende Resultat wird aus folgender Zusammenstellung ersichtlich.

	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600
+	1	0	0	+ 1	0	0	+ 1	0	0
-	1	- 1	0	- 1	- 1	- 1	0	- 1	- 1
	0	- 1	0	0	- 1	- 1	+ 1	- 1	- 1

Die letzte Zeile der vorstehenden Tabelle giebt nun die wirkliche Aenderung an, welcher man in den betreffenden Jahren die bis dahin gültige Epakten-Tabelle unterwerfen muß, um die fortan gültige Tabelle zu erhalten. Da im Jahre 1800 die Gesamt-Ausgleichung Null ist, so gilt für das 18. und 19. Jahrhundert die nämliche Tabelle; sie wurde im §. 6 mitgetheilt. Im Jahre 1900 tritt die Aenderung $- 1$ ein; es gilt also von da an folgende Tabelle:

Goldene Zahl:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epakte:	29	10	21	2	13	24	5	16	27	8	19	0	11	22	3	14	25	6	17

In den Jahren 2000 und 2100 ist die Gesamt-Ausgleichung Null, darum gilt vorstehende Epakten-Tabelle bis zum Jahre 2200. Vom Jahre 2200 bis zum Jahre 2300 gilt eine Tabelle, deren Epakten um 1 kleiner sind, als die der zuletzt mitgetheilten Tabelle. Es hat nach dem Erläuterten keine Schwierigkeit, die für jedes Jahrhundert gültige Epakten-Tabelle festzustellen.¹⁾ Trifft es sich bei dieser Feststellung, daß die Epakte 0 um eine Einheit vermindert werden muß, so wird sie 29; umgekehrt verwandelt sich die Epakte 29 in 0, wenn sie um eine Einheit vergrößert wird.

Im §. 6 wurde angegeben, daß an sechs Stellen des immerwährenden Kalenders die Epakten 24 und 25 zugleich notirt sind. Dies wird aber offenbar unzulässig sein, wenn in der nämlichen Epakten-Tabelle jede dieser beiden Epakten vorkommt, wie dieses z. B. bei der vorhin mitgetheilten, vom Jahre 1900 bis zum Jahre 2200 gültigen Epakten-Tabelle der Fall ist; es würde sich nämlich dann ergeben, daß zwei Jahre des nämlichen Mondscirkels in sechs Neumondstagen übereinstimmen. Man kann nun leicht nachweisen, daß die Epakten 24 und 25 nur dann in der nämlichen Epakten-Tabelle vorkommen können, wenn die Epakte 25 zu einer goldenen Zahl gehört, welche größer ist als 11. In diesem Falle setzt der immerwährende Kalender die Epakte 25 nicht mit 24, sondern mit 26 zugleich an. Zur leichteren Durchführung dieser Aenderung giebt der immerwährende Kalender die Epakte 25 an den betreffenden Stellen auch neben der Epakte 26, aber mit rother Farbe. (In dem angehängten immerwährenden Kalender ist die rothe Epakte 25 durch den Druck, statt durch Farbe, hervorgehoben worden.) Gehört nun die Epakte 25 zu einer goldenen Zahl, welche größer ist als 11, so gilt im immerwährenden Kalender das rothe 25; im entgegengesetzten Falle gilt die schwarze Epakte 25.

¹⁾ Der Betrag der *aequatio lunaris* wurde für 2500 Jahre zu 8 ganzen Tagen angenommen; er ist aber um den Bruchtheil eines Tages größer, so daß nach mehrmaligem Ablaufe von 2500 Jahren eine neue Ausgleichung und eine Modifikation der *aequatio lunaris* nothwendig sein wird. Dierauf macht Clavius in der „*Explicatio*“ aufmerksam. Er bringt nach der von ihm angenommenen Länge des Mondes-Monates heraus, daß nach etwa 480,000 Jahren eine Ausgleichung nöthig sein werde, und bemerkt: *relinquamus eam curam posteris nostris, qui illis saeculis supervivent, si tamen tamdiu mundus durabit, praesertim quia nulla aequatio uniformis tamdiu Noviluniis coelestibus congruere potest.*

§. 8. Die gregorianische Osterbestimmung.

Nach dem jedesmaligen Datum des Osterfestes richtet sich die Feier der sämtlichen beweglichen Feste des Jahres. Ueber die Bestimmung des Osterfestes haben schon in den ersten Jahrhunderten der christlichen Kirche erhebliche Streitigkeiten Statt gefunden. Seit der Synode von Nicäa kam in der Christenheit eine Art der Bestimmung in Gebrauch, welche den Termin des Osterfestes von dem Laufe der Sonne und dem des Mondes zugleich abhängig macht; sie ist auch bei der Einführung des neuen Kalenders im Wesentlichen beibehalten worden. Diese Bestimmung des Osterfestes ist der Art, daß in ihr eine Analogie mit dem Ereignisse, an welches seine Feier erinnern soll, enthalten ist. Nach der Erzählung der Evangelien fand die Auferstehung des Heilandes an dem Sonntage statt, welcher dem ersten jüdischen Ostertage folgte. Der erste jüdische Ostertag fällt auf einen Vollmond, nämlich in die Mitte des Mondmonats, in dessen erste Hälfte der Anfang des Frühlings fällt.¹⁾ Nach der Bestimmung des gregorianischen Kalenders soll nun derjenige Vollmondstag ermittelt werden, welcher zunächst auf den Anfang des Frühlings folgt, und an dem nächsten auf diesen Tag folgenden Sonntage Ostern gefeiert werden. Fällt der Vollmond selbst auf einen Sonntag, so wird Ostern am nächsten Sonntage gefeiert.²⁾ Diese Anordnung bewirkt in der Regel, daß das christliche Osterfest nicht mit dem ersten jüdischen Ostertage zusammen fällt.³⁾ — Hiernach würde die Bestimmung des Oster-

¹⁾ Nach 3. B. Mos. 23, 5 soll am 14. Tage des ersten Monats Passah sein. Mit Beziehung hierauf heißt es in der „Explicatio“: *Is autem mensis Lunaris (mensibus enim Lunaribus Hebraei utebantur) primus est, cujus dies quartae decimae Lunae (numerato etiam ipso die Novilunii sive Neomeniae) cadit vel in diem aequinoctii verni vel post aequinoctium primo occurrit. Colligitur hoc non obscure ex antiquioribus et doctioribus Hebraeis cet.* Zum Beweise dessen wird dann eine Stelle aus Josephus angeführt.

²⁾ Es heißt dieshalb in der „Explicatio“: *Jam vero tempore gratiae post Legem Mosaicam, Ecclesia Catholica, etsi Ceremonialibus illis praeceptis obstricta non erat, propterea quod legalia omnia per mortem et resurrectionem Jesu Christi cessaverunt atque vim suam amiserunt, ut inter Sacros Doctores convenit; voluit tamen Pascha Christianum, cujus Pascha Hebraeorum figura fuit atque umbra, vagum quoque esse ac mobile, non autem statum ac fixum, in eoque celebrando eadem, quae Hebraei, observare, hoc est aequinoctium vernum et Lunam quartam decimam primi mensis, propter sacramentum et recondita mysteria, quae in ejusmodi celebratione Paschae resurrectionis Dominicae includuntur. — Caeterum in hoc Ecclesia a Judaeorum more discessit, quod Pascha non in ipsa quartadecima Luna primi Mensis, ut Hebraei, sed in Dominica, quae quartam decimam Lunam primi mensis proxime consequitur, celebrari jussit, propterea quod prima Dominica post Judaeorum Pascha Dominus a mortuis resurrexit. Quocirca quemadmodum Judaei Pascha celebrabant in quarta decima Luna, propter immolationem Agni, qui mortem Christi praefigurabat, ita nos in Pascha resurrectionis Christi memoriam, quae Dominico die contigit, celebramus. Veruntamen quoties dies quartae decimae Lunae primi mensis in diem Dominicum cadit, toties solennitatem Paschae transferri praecipit in sequentem diem Dominicum.*

³⁾ Man liest in einigen Büchern, daß der gregorianische Kalender noch besonders bestimme, das christliche Osterfest solle mit dem der Juden nicht zusammen, sondern für den Fall eines Zusammentreffens eine Woche später gefeiert werden. Dieses ist unrichtig. Das Passahfest der Juden wird beim vollen Monde gefeiert. Die *luna quarta decima* des gregorianischen Kalenders trifft in den meisten Fällen mit dem mittlern Vollmond zusammen; in diesen Fällen kann nach der gregorianischen Anordnung das christliche Osterfest mit dem jüdischen nicht zusammenfallen. Im Jahre 1825 fiel die *luna quarta decima* auf

festes, wollte man für dieselbe volle astronomische Genauigkeit verlangen, bedeutende und langwierige Berechnungen erfordern; der Zweck würde zu der aufgewendeten Mühe in keinem Verhältnisse stehen. Es kommt auch hier nur an auf das Datum des Vollmondes, nicht auf den Augenblick seines Eintrittes, und selbst in Betreff des Datums wird eine eintägige Abweichung in den meisten Fällen aus dem Grunde kein Bedenken erregen dürfen, weil der auf dasselbe folgende Sonntag eigentlich gesucht wird. Aus diesem Grunde wird der Anfang des Frühlings unveränderlich auf den Tag gesetzt, in dessen Nähe er ohnehin durch die Einrichtung des gregorianischen Kalenders erhalten wird, auf den 21. März, und auch der hierauf folgende Vollmond wird nicht durch genaue astronomische Bestimmung, sondern mit Hülfe des gregorianischen Epacten-Cyklus, durch cyklische Berechnung ermittelt.¹⁾ Der 21. März selbst ist dabei als Tag des Vollmonds nicht ausgeschlossen. Demnach kann der zur Bestimmung von Ostern dienende Vollmond frühestens auf den 21. März fallen; der zugehörige cyklische Neumond liegt allemal 13 Tage vorher, hat mithin als früheste Grenze den 8. März. Die Epactenzahl des 8. März ist 23; sie kehrt wieder erst beim 6. April. In die Zeit vom 8. März bis zum 5. April einschließlich müssen also diejenigen cyklischen Neumonde fallen, deren nachfolgende Vollmonde die ersten nach dem 21. März sind; diese Vollmonde selbst fallen in die Zeit vom 21. März bis zum 18. April einschließlich. Jenen cyklischen Neumond bestimmt nun der gregorianische Kalender mit Hülfe der Epacte des betreffenden Jahres und zwar auf die in §§. 6 und 7 angegebene Weise. Wären die im §. 7 angegebenen Ausgleichungen nicht erforderlich, so hätte der Oster-Neumond einen neunzehnjährigen Cyklus. Er würde dann allein von der goldenen Zahl des betreffenden Jahres abhängig sein. Nach dieser wurde er in der That bis zur Zeit der gregorianischen Verbesserung bestimmt; man bediente sich hierzu des immerwährenden julianischen Kalenders, in welchem die goldene Zahl sofort die Neumonde des Jahres angab.²⁾ Von dem dabei begangenen Fehler ist schon im §. 3 die Rede gewesen.

Man braucht demnach, um nach dem gregorianischen Kalender das Osterfest eines gegebenen Jahres zu bestimmen, nur die Epacte und den Sonntagsbuchstaben dieses Jahres

Sonnabend den 2. April, also Ostern auf den 3. April. Auf letzteren Tag fiel aber auch der astronomische Vollmond und das Osterfest der Juden. Die Möglichkeit eines solchen Zusammenfallens war ein Grund, warum die Evangelisten eine Zeit lang den Ostervollmond astronomisch bestimmten. (S. §. 10.)

¹⁾ Ueber die Gründe dieser Anordnung liest man bei Clavius: quia motus veri inaequales sunt, modo velociore, modo tardiores; medii autem motus sunt semper aequales (?) atque uniformes. Ac proinde hi facili negotio in cyclum redigi possunt, non autem illi. Cum ergo ad investigationem aequinoctii, Novilunii ac Plenilunii Paschalis tradendae sunt regulae faciles, quae sine magno labore a quolibet, astronomiae etiam omnino rudi et ignaro, percipi ac teneri possint sine cognitione tabularum astronomicarum, ne universus populus astronomiam cogatur perdiscere, quod novum atque inauditum est et factu prorsus impossibile, recipiendi fuerunt motus medii potius quam veri cet. — Weiter heißt es: . . . propter tabularum astronomicarum varietatem et discrepantiam diversasque motuum hypotheses, cum alii has, alii illas tabulas sequendas esse contenderent cet.

²⁾ Quo item quarta decima Paschalis recte inveniatur . . . , statuimus, ut amoto aureo numero de Calendario (d. i. aus dem immerwährenden Kalender soll die goldene Zahl gestrichen werden) in ejus locum substituaturs Cyclus Epactarum, qui ad certam aurei numeri normam directus efficit, ut Novilunium et quarta decima Paschalis vera loca semper retineant. (Päpstliche Bulle)

zu kennen. Das weitere Verfahren besteht dann in Folgendem: Die Epakte des Jahres wird im immerwährenden Kalender zwischen dem 8. März und 5. April einschließlich aufgesucht; das Datum, bei welchem sie steht, ist der cyklische Neumond. Dieses Datum, um 13 vergrößert, giebt den Ostervollmond. Hinter dem letzteren sucht man den nächsten mit dem Sonntagsbuchstaben des Jahres bezeichneten Tag; auf diesen fällt Ostern. Folgendes Beispiel wird zur Erläuterung dienen:

Das Jahr 1851 hat die goldene Zahl	9.
Hieraus folgt die Epakte	28.
Die Epakte 28 findet sich notirt bei dem	2. April.
Demnach fällt der Oster-Vollmond auf den	15. "
Das Jahr 1851 hat den Sonntagsbuchstaben	E.
Nach dem 15. April steht das nächste E bei dem	20. "

Auf diesen Tag fällt also Ostern im Jahre 1851.

Der das Osterfest bestimmende Vollmond wird die Ostergrenze genannt. Man kann für dieselbe, unter Anwendung der jedes Mal gültigen Epaktentabelle, für die verschiedenen Jahre des Monds-Cirkels einen Turnus feststellen, in welchem sie sofort zu der goldenen Zahl des Jahres angegeben wird. Für das 18. und 19. Jahrhundert findet man folgenden Turnus:

Goldene Zahl.	Ostergrenze.	Goldene Zahl.	Ostergrenze.	Goldene Zahl.	Ostergrenze.
1	13. April E.	8	27. März B.	15	9. April A.
2	2. " A.	9	15. April G.	16	29. März D.
3	22. März D.	10	4. " C.	17	17. April B.
4	10. April B.	11	24. März F.	18	6. " E.
5	30. März E.	12	12. April D.	19	26. März A.
6	18. April C.	13	1. " G.		
7	7. " F.	14	21. März C.		

Bei der Ostergrenze ist hier gleich der Wochenbuchstabe ihres Datums bemerkt worden. Kennt man nun von einem Jahre die goldene Zahl und den Sonntagsbuchstaben, so verhilft erstere zur Kenntniß der Ostergrenze und letzterer zur Kenntniß des darauf folgenden Sonntags. Die Ostergrenze fällt in die Zeit vom 21. März bis zum 18. April. Der früheste Termin für Ostern tritt ein, wenn die Ostergrenze auf den 21. März fällt und dieser Tag ein Sonnabend ist; dann ist Ostern am 22. März. Dies war im Jahre 1818 der Fall. Am spätesten dagegen fällt Ostern bei der Ostergrenze des 18. April, wenn diese ein Sonntag ist; dann ist Ostern am 25. April. Dieser Fall wird eintreten im Jahr 1886. (Für den ersten Fall mußte man die goldene Zahl 14 und den Sonntagsbuchstaben D, für den zweiten Fall die goldene Zahl 6 und den Sonntagsbuchstaben C haben; man brauchte daher, um die Jahreszahlen 1818 und 1886 zu finden, nicht erst für jedes Jahr des Jahrhunderts Ostern zu berechnen. *)

*) In dem Berliner astronomischen Jahrbuche für 1814 hat Herr Professor Gauß in Göttingen eine Formel mitgetheilt, nach welcher für ein gegebenes Jahr des 19. Jahrhunderts sofort das Datum des Osterfestes gefunden wird, so wie es sich nach der gregorianischen Bestimmung ergibt. Die Formel findet sich u. A. in der Sammlung algebraischer Beispiele und Aufgaben von Heis, S. 6, No. 21. — Die „Explicatio“ enthält eine Tabelle der sämtlichen beweglichen Feste für die Jahre von 1600 bis 5000.

§. 9. Durchführung und Ausbreitung des gregorianischen Kalenders.

Die päpstliche Bulle, durch welche die Verbesserung des Kalenders angeordnet wurde, setzte die Ausführung derselben auf den October des Jahres 1582 fest. Die Verkürzung des laufenden Jahres um 10 Tage sollte ausgeführt werden, indem auf den 4. October, einen Donnerstag, nicht der 5., sondern der 15. October folgte.¹⁾ Die Wochentage erlitten keine Unterbrechung, und der 15. October des neuen Kalenders war ein Freitag. Für die Feier der kirchlichen Festtage des Jahres 1582, welche durch diese Weglassung von 10 Tagen beeinträchtigt worden wäre, wurde besondere Bestimmung getroffen.²⁾ Auch wurde, damit hierdurch in Beziehung auf jährliche oder monatliche Leistungen Niemanden ein Schaden oder Vortheil erwachsen möchte, den Richtern befohlen, in Urtheilssprüchen bei der Berechnung von Zeitfristen die Auslassung jener zehn Tage mit in Anschlag zu bringen.³⁾

Noch vor dem Schlusse des 16. Jahrhunderts wurde der neue Kalender in allen katholischen Ländern von Europa zur Einführung gebracht. In Deutschland wurde er im Jahre 1583 von dem Kaiser und den katholischen Ständen angenommen. Die evangelischen Stände Deutschlands und die auswärtigen evangelischen Staaten behielten noch lange Zeit den julianischen Kalender bei. In Deutschland waren demnach zwei Kalender gleichzeitig im Gebrauche. Zur Vermeidung von Verwirrungen wurde in öffentlichen Schriften gewöhnlich angegeben, ob das Datum sich auf den alten oder auf den neuen Kalender bezog. Bei Verhandlungen zwischen Katholiken und Evangelischen wurde das Datum nach beiden Kalendern angesetzt. An manchen Orten von Deutschland erwachsen große Streitigkeiten aus dem gleichzeitigen Gebrauche beider Kalender. Bei den Verhandlungen über den westphälischen Frieden wurden vergebliche Versuche gemacht, die evangelischen Stände zur Annahme des neuen Kalenders zu bewegen. Erst gegen das Ende des 17. Jahrhunderts gelang es, besonders durch Leibniz Einwirkung, für Deutschland die Einheit des Kalenders in einem wesentlichen Punkte zu Stande zu bringen. Der Beschluß der evangelischen Stände hierüber erging am 23. Sept. 1699;⁴⁾ die Ausführung desselben erfolgte im

¹⁾ In der Bulle heißt es: *Quo igitur vernum aequinoctium, quod a patribus Concilii Nicaeni ad XII. Calend. Aprilis fuit constitutum, ad eandem sedem restituatur; praecipimus et mandamus, ut de mense Octobri anni 1582 decem dies inclusive a tertia Nonarum usque ad pridie Idus eximantur.*

²⁾ . . . dies, qui festum S. Francisci sequitur, dicatur Idus Octobris atque in eo celebretur festum sanctorum Dionysii, Rustici cet.

³⁾ *Ne vero ex hac nostra decem dierum subtractione alicui, quod ad annuas vel menstruas praestationes pertinet, praepudicium fiat, partes judicium erunt in controversiis, quae super hoc exortae fuerint, dictae subtractionis rationem habere, addendo alios decem dies in fine cujuslibet praestationis.*

⁴⁾ Das *Conclusum Corporis Evangelicorum* lautet:

Nachdem die Kalender-Verbesserung bey dem *Corpore Evangelico* in gehörige Deliberation gestellt worden, so hat man einmüthiglich vor gut befunden und geschlossen, daß

1) Die nach dem 18. Febr. st. v. folgende 11. Tag des 1700. Jahrs in denen Kalendern auszulassen, und das *Matthiae*-Fest auf besagten 18. Febr. zu legen seye.

2) Die Osterfest-Rechnung, und was davon *dependirt*, in Zukunft weder nach dem, im Julianischen angenommenen Dionysianischen viel weniger Gregorianischen *Cyclo*, sondern nach dem *Calculo Astronomico* (wie ehemals zu Zeiten des *Concilii Nicaeni* beschähe) gemacht werde.

nächsten Jahre, indem man auf den 18. Februar 1700 sofort den 1. März folgen ließ. Wegen künftiger Ausgleichung der Jahreslänge wurde die nähere Bestimmung vorbehalten. (Von der abweichenden Osterbestimmung wird im nächsten §. die Rede sein.) Die Evangelischen verwahrten sich übrigens dagegen, als nähmen sie den gregorianischen Kalender an¹⁾, und wollten ihr Verfahren nur als eine Verbesserung des julianischen Kalenders angesehen wissen. Die meisten evangelischen Staaten von Europa, an welche das *Corpus Evangelicorum* dieserhalb besondere Schreiben ergehen ließ, nahmen bald den verbesserten Kalender der Evangelischen an, am spätesten England (1752) und Schweden (1753). Erst seitdem für den verbesserten Kalender auch die gregorianische Osterbestimmung angenommen worden ist (S. §. 10), stimmt er in allen wesentlichen Punkten mit dem gregor. Kalender überein.

Bei der christlichen Bevölkerung Europas ist der julianische Kalender jetzt nur noch unter den Bekennern der griechischen Kirche im Gebrauch. Seine Abweichung vom gregorianischen Kalender beträgt gegenwärtig 12 Tage; sie wird mit jedem Säkularjahre, welches nach dem gregorianischen Kalender nicht für ein Schaltjahr gerechnet wird, um einen Tag größer.

§. 10. Die Osterbestimmung der Evangelischen.

Es ist bereits im §. 9 bemerkt worden, daß die Annahme des verbesserten Kalenders durch die Evangelischen sich nicht auf die gregorianische Bestimmung des Osterfestes erstreckte. Die Abweichung in dieser Hinsicht bestand darin, daß der Ostervollmond nicht

- 4) Die Evangelische Sonn-Fest- und gemeine Wochen und Werktag, wie bishero, also jeder Zeit in eine besondere Columnam gebracht werden, mit darüber gesetzter Inscriptio: Verbesserter Kalender.
- 4) Allerseits *Mathematici Evangelici* dahin angewiesen werden, mit denen Königl. Schwedischen, über die von selbigen gethane Vorschlag fleißig zu communiciren, ob, und wie, sowohl gedachte Vorschlag als das ganze Werk vollends zum Stand zu bringen seyn möchte.
- 5) Denen *Mathematicis* ebenmäßig aufzugeben, daß selbige darauf gedenden solten, wie künftighin und mit der Zeit der bisherige *abusus* der *Astrologiae Judiciariae* aus denen Kalendern bleiben könne. Wie nun
- 6) diese Kalender-Veränderung aus der, denen Evangelischen Ständen des Reichs in *Sacris* et *Profanis* zustehenden hohen Macht und Gewalt, bey dem *Corpore Evangelico* resolvirt und beschloffen worden, also wäre solches in denen dieser Kalender-Veränderung wegen in deren Landen auszufertigenden *Publications-Edictis* insonderheit anzuführen; und
- 7) die Publication dieses Schlusses in allen Evangelischen Landen den letzten Sonntag vor dem Advent dieses 1699. Jahrs zu bewerkstelligen.

¹⁾ *Extractus Protocolli Evangelici* vom 30. Dezember 1699 lautet:

Brachte der Hollstein-Glückstädtische Gesandte ein zu Wien mit Kayserlichem Privilegio gedrucktes Schema des verbesserten Evangelischen Kalenders hervor, darinn der Evangelischen hier geschlossenes *prooemium* oder so genannte Erinnerung falsificirt war, indem nicht allein ausgelassen worden, daß die Evangelische Reichskände solche Kalender-Verbesserung aus der ihnen sowohl in *Sacris* als *Politicis* zustehenden hohen Gewalt und *Bohmäßigkeit*, vorgenommen, sondern auch der Endzweck verdrehet, indem solcher die Combination des Julianischen Kalenders mit dem Gregorianischen zu seyn angegeben worden, da derselbe doch nur die Vereinbarung mit dem wahren Lauff der Sonnen und des Mondes gewesen, mit gänzlicher Verwerfung des Gregorianischen Kalenders.

Status hielten davor, daß dergleichen *Falsification* zu ressentiren, und ließen ein *Conclusum* darüber entwerffen, welches auch also approbirt wurde.

cyklisch, sondern durch genaue astronomische Berechnung bestimmt werden sollte. Ebenso sollte auch als Anfang des Frühlings nicht, wie nach der päpstlichen Bestimmung, der 21. März als unveränderlicher Zeitpunkt, sondern der Augenblick seines wirklichen Eintritts angenommen werden. Gleichzeitig wurden die von Kepler herausgegebenen astronomischen Tafeln für diejenigen erklärt, auf deren Grund die Berechnungen anzustellen seien. Der Zeitpunkt des Ostervollmondes konnte aber wegen der Meridian-Unterschiede an einzelnen Orten auf verschiedene Wochentage fallen, und ein Gleiches war der Fall in Beziehung auf den Anfang des Frühlings; dies konnte nach Umständen zur Folge haben, daß für verschiedene Orte der Termin des Osterfestes einen Unterschied von einer vollen Woche ergab. Um dergleichen Mißstände zu verhindern, mußte ein ganz bestimmter Meridian zum Grunde gelegt werden. Man wählte hierzu den Meridian der Sternwarte von Uranienburg auf der Insel Hveen, auf welcher gegen Ende des 16. Jahrhunderts Tycho de Brahe seine berühmten Beobachtungen angestellt hatte. *) — Die cyklische Bestimmung der Monderscheinungen gibt durchschnittlich, wie aus dem Vorhergehenden klar wird, die nämlichen Resultate, wie die astronomische. Noch unbedeutender wird die Abweichung in Beziehung auf die Bestimmung des Osterfestes, weil es sich hier nicht um den Tag der Erscheinung selbst, sondern um den darauf folgenden Sonntag handelt. Man kann schon leicht übersehen, daß eine etwaige Verschiedenheit zwischen dem cyklischen und dem astronomischen Vollmonde nur dann eine Verschiedenheit für das Osterfest herbeiführen wird, wenn der eine von ihnen auf einen Sonnabend, der andere dagegen auf einen Sonntag fällt. Die von den Evangelischen angenommene Bestimmungsweise gab daher in den meisten Fällen das nämliche Resultat, wie die cyklische; man konnte mit Recht fragen, ob deshalb ein so bedeutender Aufwand von Berechnung, wie jene ihn erfordert, an ihrem Orte wäre.

Indessen gaben die beiden Bestimmungsweisen doch in einzelnen Fällen verschiedene Resultate. Der erste Fall dieser Art trat im Jahre 1724 ein. Der astronomische Vollmond fiel auf Sonnabend den 8. April, der cyklische auf Sonntag den 9. April; für die Evangelischen war Ostern am Sonntag den 9. April; für die Katholiken am 16. April. Die evangelischen Stände waren bereits im Jahre 1723 darauf bedacht, die Oster-Differenz des Jahres 1724 in Erinnerung zu bringen und Festhalten der astronomischen Ermittlung anzuempfehlen. Der Magistrat von Augsburg antwortete in Betreff dieses Gegenstandes

*) Das betreffende *Conclusum Evangelicorum* ist vom 10. (20.) Januar 1700 und lautet:

Nachdem zur Verhütung aller Confusion bey dem *Calculo* des Stand- und Gangs der Planeten, und absonderlich bey der Festrechnung nöthig seyn will, die *Mathematicos* auf gewisse allgemeine Fundamenta zu weisen, und aber wegen des unter denen *Astronomis* noch obschwebenden *dissensus*, welche *Tabulae* die allerzuverlässigste und accurateste seyen, am rathsamsten scheineth, die bishero fast durchgehends gebrauchte Rudolphinische *Tabulas Kepleri* zum *Calculo* der *Ephemeridum* und besonders zum *computo* der Ostervollmonds zu behalten; Also wäre allen *Mathematicis* zu bedeuten, daß sie stricte dabey bleiben, und nach derselben *praeceptis ad Meridianum Uranoburgicum* die *Phaenomena coelestia* und zumalen das *tempus aequinoctii verni*, und dann den wahren Oster-Vollmond in Tag, Stunden und Minuten berechnen, und solchen so lange nachgehen solten, bis durch der *Mathematicorum observationes* andere mit dem Himmels-Lauff accurater übereinstimmende *Tabulae Astronomicae* verfertigt, von denen Evangelischen Ständen approbiret und zu substituiren von Selbigen beliebet werden möchten; welches man also an allerseits gnädigste Herren Principalen, Oberen und Committenten zu referiren und Dero Verordnung darüber einzuholen, nöthig befunden.

mit großer Bedenklichkeit¹⁾, und von Seiten des Königs von Dänemark wurde gemeldet, daß es wegen vorgerückten Druckes seiner Kalender zu spät sei. Wegen der von den beweglichen Festen abhängenden Ferien kam es bei dem Kammergerichte zu Wehlar zu einem ärgerlichen Streite; der Vorsitzende des Gerichts hielt, da man sich über die Zeit der Ferien nicht hatte einigen können, einseitig mit den katholischen Assessoren Sitzungen und ließ gegen die ausbleibenden evangelischen Collegen Verweise und scharfe Verwarnungen ergehen. Die Folgen waren weitläufige Schriftwechsel und Verhandlungen am Reichstage, wobei die Evangelischen sich auf die ihnen durch den Westphälischen Frieden zugestandene Parität stützten und schließlich gegen jede Verletzung feierlich protestirten. — Im Jahre 1744 fand eine ähnliche Verschiedenheit Statt. Einem Streite um die Ferien, wie im Jahre 1724, beugte der Kaiser diesmal dadurch vor, daß er unter dem 30. Januar 1744 für das laufende Jahr eine besondere Ferien-Bestimmung traf, die man sich gefallen ließ, weil sie den Assessoren beider Confessionen einen Zuwachs an Ferien brachte.

Im Jahre 1778 fiel der cykliche Vollmond auf Sonntag den 12. April, demnach das gregorianische Osterfest auf Sonntag den 19. April. Der wahre astronomische Vollmond dagegen traf auf Sonnabend den 11. April gegen Abend; es hätten daher die Evangelischen ihr Ostern am 12. April feiern müssen. Nun fiel aber auch auf letzteren Tag das Osterfest der Juden. Dieses erwägend, faßte das Corpus Evangelicorum bereits am 16. August 1775 den Beschluß, für den vorliegenden Fall Ostern um eine Woche hinauszuschieben und am 19. April zu feiern. Bei dieser Veranlassung wurde die Verhandlung über die obwaltende Osterdifferenz nochmals aufgenommen, und es kam durch besonderes Betreiben des Chur-Brandenburgischen Gesandten am 13. Dezember 1775 ein *Conclusum*²⁾ zu Stande,

¹⁾ Im Schreiben des Augsburger Magistrats heißt es: weil in hiesig mixtirter Stadt gewisse Kirchweyhen und Märkte, auch Ersetzung gewisser Raths-Ämter auf gewisse Zeiten und Tage, e. g. 8 Tage nach Ostern, gehalten werden, und zu geschehen pflegen. Weilen nun *Catholici*, vermög ihrer *principiorum puncto Calendarii*, von dem Gregorianischen Kalender nicht abgehen können noch werden, als fällt von selbst in die Augen, wenn wir uns in dieser, als nach unsern *Principiis* einer *pur* politischen Sache, mit ihnen nicht fügen, in *regimine* und denen bürgerlichen Nahrungen große *Confusiones*, wo nicht gar Tumult und Aufruhr, entstehen würden. Wie dann eine Reichskündige Sache ist, daß, als zu Ende des 16. *Seculi* die weit numerosere Ev. Bürgerschaft allhier als sie anjetzt ist, den Julianischen Kalender, *ad exemplum* andern Evangelischen Orten, beibehalten und den Gregorianischen nicht annehmen wollen, es zu einem beschwehrlichen Tumult gekommen, und fast Raub, Mord und Todtschlag erfolgt wäre.

²⁾ Das *Conclusum* lautet: Demnach man in Verfolg des letzten *Conclusi Corpori Evangelicorum* vom 16. Augusti 1775 die weitere Frage: in wie ferne höchst- und hohe Evangelische Reichsstände ohnbeschadet Ihrer sowohl in *Sacris* als *Politicois* zustehender hoher Gewalt und Befugniß, über die hinkünftige Osterfeyer, unter allerseitigen Christlichen Religionstheilen eine beständige Vereinbarung zu stiften für gut und diensam erachten mögten? in nähere Berathschlagung gestellet: So ist darauf, nach eingeholten Instruktionen, von Seiten Eines Hochlöblichen *Corporis Evangelicorum* einmüthig dafür gehalten und beschloffen worden, dieser nicht unbekanntem Kalender-Differenz, kraft habender ohnstrittiger Befugnisse, aus freyem Willen und nach eigenem Gefallen, sonderlich aber zum Besten des Handels und Wandels, auch zu völliger Abschneidung aller, besonders in gemischten Landen zu befahrender Unordnung oder Mißverständnisse, endlich auf einmahl auszuweichen, mithin, wann zumalen über kurz oder lang keine richtigere Zeit-Berechnung als die *Tabulae Rudolphinae* zum Vorschein kommen, und allerseits für annehmlich erachtet werden sollte, sich mit dem Catholischen Reichs-Theil dahin zu vereinbaren, daß man, unter ausdrücklichem Vorbehalt allseitiger Landesherlichen Hoheits-Rechte im Geist und weltlichen, besonders aber

worin die Evangelischen sich bereit erklärten, Ostern nach der Bestimmung des neuen Kalenders zu feiern, sobald dieser mit dem Namen eines verbesserten Reichskalenders belegt und zum öffentlichen Druck befördert würde. Die drei Reichskollegien gelangten hierüber glücklicher Weise am 29. Januar 1776 zu einem einmüthigen Beschlusse ¹⁾, und es wurde sofort ein desfalliges Reichsgutachten verfaßt und abgelassen. Hierauf erfolgte sodann ein „Kaiserliches Patent ²⁾ ins Reich, die Einführung eines allgemeinen Reichskalenders betreffend,“ datirt Wien, den 7. Juni 1776. Eine besondere Weisung dieserhalb erging gleichzeitig an das Kammergericht zu Wehlar.

Hätten die Evangelischen ihre abweichende Bestimmungsweise beibehalten, so würde im Jahre 1845 abermals eine Verschiedenheit eingetreten sein. In diesem Jahre fiel der cyklische Oster-Vollmond auf Sonnabend den 22. März, der astronomische auf Sonntag den 23., und letzterer Tag wurde von den Kalendern richtig als Termin des Osterfestes angegeben. Es wurden aber in der zweiten Hälfte des Jahres 1844 in mehreren Zeitungen hiergegen Einwendungen gemacht; da der erste Frühlings-Vollmond auf Sonntag den 23. März fiel, so müßte, wurde gesagt, Ostern am nächsten Sonntage, den 30. März, gefeiert werden; alle Kalender, welche Ostern auf den 23. März angäben, wären daher falsch. Es wurde hierüber ein solches Geschrei erhoben, daß mein Freund, Herr Eduard Heis, Oberlehrer an der Realschule zu Aachen, sich veranlaßt fand, in mehreren Zeitungen (s. Kölnische Zeitung vom Oct. 1844) eine Darstellung des wahren Sachverhalts zu veröffentlichen und darauf aufmerksam zu machen, daß in der ganzen Christenheit der Ostervollmond nicht durch weiltäufige astronomische, sondern durch cyklische Bestimmung gefunden werde.

des *Juris Liturgici*, welche hierdurch, nach ihrem ganzen Umfang, auf das feyerlichste verwahret werden, sobald der nach der Cyklischen Zeit-Rechnung eingerichtete sogenannte neue Kalender mit dem Namen eines verbesserten Reichs-Kalenders belegt und zum öffentlichen Druck befördert werden wolle, fürs künftige die Auferstehung des Heilands, oder das Osterfest, sammt denen davon abhängenden diesseitigen beweglichen Festtagen zu gleicher Zeit und auf einem Tage mit und nebst demselben zu feyern, sodann diese Entschließung in allen Evangelischen Reichs-Ländern und Orten nicht nur zur Beobachtung öffentlich verkündigen, sondern auch Einer höchstsehnlichen Kaiserl. Principal-Commission, so wie dem Chur-Maynzischen Reichs-Directorio nachrichtlich in Freundschaft ohnverbalten, wie nicht weniger allen auswärtigen Evangelischen Mächten zum beliebigen Beytritt geziemend eröffnen zu lassen, nunmehr gemeynet und entschlossen seye.

¹⁾ Es heißt in diesem Beschlusse: welches denn auch von denen catholischen Churfürsten und Ständen für gemein erspriesslich angesehen, und untergleicher und ebenmäßiger Verwahrung ihrer Landesherlichen Rechte in Geist- und Weltlichen Sachen gutgefunden worden.

²⁾ Nach Angabe des Thatsächlichen heißt es in dem Kaiserlichen Patente:
Als gebieten, und gesinnen Wir daher an alle und jede 2c. aus Kaiserlicher Macht, und Unserm ernstlich, wohlbedachten Willen, daß von nun an führohin Vermöge oberwähnten Reichsgutachtens, und darauf ergangener Unserer Kaiserl. Begnehmigung der zeithero bei den Katholischen eingeführte und übliche Kalender, unter dem Namen eines allgemeinen Reichs-Kalenders, mithin nach dessen Anleitung, die Feyerung des Oster- und anderer davon abhängender beweglicher Feste, in allen Reichslanden genau, stracklich, und friedlich gehalten, von jedermann getreulich beobachtet, und von Niemand im mindesten unter einigerlei Vorwand dargegen gehandelt, besonders von jeder Landes-Obriegkeit darauf gute Aufsicht getragen werden solle, wornach sich jederman bei Vermeidung schärferer gesetzlichen Vorsehrung zu achten wissen wird.

§. 11. Werth der gregorianischen Kalender-Verbesserung.

Es ist schon aus der vorhergehenden Darstellung zu entnehmen, daß die Anordnungen des gregorianischen Kalenders mit dem Laufe der Sonne und des Mondes in ziemlich naher Uebereinstimmung stehen, daß die etwaigen Abweichungen sich nie zu einem hohen Betrage anhäufen können und nach Verlauf von längeren Zeiträumen sich ausgleichen. Dagegen läßt sich nicht behaupten, daß bei der Einschaltungsweise des gregorianischen Kalenders das Rechnungsjahr sich in möglichst geringer Abweichung von dem Sonnenjahre befinde; dies würde nur Statt finden, wenn die einzuschaltenden Tage in möglichst gleichen Zwischenräumen auf einander folgten. Dies aber wäre nur durch eine äußerst verwickelte Einschaltungsmethode möglich zu machen. Man könnte z. B. die 97 Schaltjahre, welche im Laufe von 400 Jahren vorkommen müssen, in der Art auswählen, daß 12 Mal zwischen zwei aufeinander folgenden Schaltjahren nicht 3, sondern 4 gemeine Jahre liegen. Der Anforderung einer vollen Consequenz würde aber auch hierdurch nicht genügt; für diesen Zweck müßte man die Zeit von 400 gemeinen Jahren in 97 Abschnitte von möglichst gleicher Dauer theilen. Hieraus ergeben sich 82 Perioden zu 1505 und 15 Perioden zu 1506 Tagen, wie nachfolgende Aufstellung zeigt:

$$\begin{aligned} 82 \times 1505 &= 123410 \\ 15 \times 1506 &= 22590 \end{aligned}$$

$$\text{Summa } 146000 = 400 \times 365.$$

Die 15 längern Perioden müßte man unter die 82 kürzeren möglichst gleichförmig vertheilen. An einer für alle Perioden gleichmäßig zu bestimmenden Stelle, etwa am Schlusse derselben, müßte dann ein Tag eingeschaltet werden. Die räumlichen Grenzen, welche für die gegenwärtige Abhandlung gestellt sind, verbieten es, auf dieses und Aehnliches näher einzugehen. Es möge nur darauf aufmerksam gemacht werden, welche geringe Vortheile aus der consequentesten Einschaltungsweise sich ergeben würden, gegen welche man dann die große Bequemlichkeit der gregorianischen Einschaltungsweise zu entbehren hätte. In letzterer Beziehung ist der leichten Bestimmung des Sonntagsbuchstabens so wie der großen Bequemlichkeit der Epakten-Rechnung und der damit verbundenen Ausgleichung zu gedenken; endlich auch des Umstandes, daß schon sofort aus der Zahl eines Jahres erkannt werden kann, ob dasselbe einen Schalttag enthält oder nicht.

Wenn es sich aber um die Aufstellung eines möglichst genauen Kalenders handelt, so darf vor Allem nicht aus den Augen verloren werden, daß der Grad der vollen und absoluten Genauigkeit durch keine Anordnung wird erreicht werden können. Die gegenseitigen Verhältnisse der Zeitgrößen, welche hierbei in Betracht kommen, sind Resultate von Beobachtungen. Je genauer diese angestellt wurden, desto größer werden die Zeiträume sein, nach deren Verlaufe die Beobachtungsfehler sich geltend machen; allein ganz genau können die Beobachtungen niemals angestellt werden, und man wird nie alle erforderlichen Verbesserungen im Voraus anzugeben im Stande sein. Für die von dem Laufe der Sonne und des Mondes abhängenden Objecte des Kalenders wird darum ein fester und unveränderlicher Cyklus niemals aufgefunden werden können. Die Cyklen des gregorianischen Kalenders geben auf eine lange Reihe von Jahren annähernd richtige Resultate; ihre Einrichtung ist der Art, daß Correctionen, deren Bedürfnis eine spätere Generation erkennen möchte, ohne Schwierigkeit angebracht werden können. Die Gegenwart hat jedenfalls keinen

erheblichen Grund, aus geringen Differenzen ein Bedenken zu entnehmen gegen den Gebrauch des gregorianischen Kalenders. Der Wunsch, daß derselbe recht bald in der ganzen Christenheit zur Geltung gelangen möge, erscheint daher vollkommen gerechtfertigt.

Berichtigung zu §. 7.

Die in den letzten 6 Zeilen von §. 7 angegebene Art der Durchführung ist nicht ganz richtig. In dem von Clavius mitgetheilten immerwährenden Kalender sind alle Epacten schwarz gedruckt. Wo die Epacte 25 neben 26 steht, ist sie mit arabischen Ziffern gedruckt; übrigen sind für die Epacten die römischen Ziffern gewählt. Auch in dem Kirchenkalender des *Missale Romanum* gilt der nämliche Gebrauch der arabischen und römischen Ziffern, nur sind letztere sämmtlich roth gedruckt. — Ferner ist die Epacte 25 auch bei denjenigen Kalendertagen, wo sie nicht mit einer andern Epacte zugleich angefügt wird, in beiden Arten des Drucks notirt. Für die Anwendung besteht dann die einfache Regel, daß die abweichend gedruckte Epacte 25 dann angewendet wird, wenn sie in der jedesmal gültigen Epacten-Tabelle zu einer goldenen Zahl gehört, welche größer ist als 11.

$$25 \times 1200 = 30000$$
$$12 \times 1200 = 14400$$

$$\text{Summe } 14400 = 100 \times 144$$

Die 12 hundert Perioden müßte man unter die 25 hundert möglich gleichmäßig vertheilen. Ein für alle Perioden gleichmäßig in bestimmten Stellen, etwa an Schlußperioden, müßte dann ein Tag einfallen. Die römischen Epacten, welche für die gegenwärtige Abrechnung gebräuchlich sind, vertheilen sich auf dieses und Wechseltage nicht gleichmäßig. Es möge nun daran erinnert werden, welche gewisse Perioden aus der consequenteren Uebersetzung hervorgehen, wenn man dann die große Bedenkenlichkeit der gregorianischen Uebersetzung in Rücksicht bringt. In jeder Periode ist die letzte Bestimmung des Sonntagshochfestes so wie der großen Bedenkenlichkeit der Epacten-Bestimmung und der damit verbundenen Uebereinstimmung zu geben; auch nach dem Uebersetzungs-Tag, schon bevor der Tag eines Jahres bestimmt werden kann, ob derselbe einen Schlußtag enthält oder nicht.

Wenn es sich aber um die Uebersetzung eines möglichst genau bekannten Monats handelt, so darf vor allem nicht aus dem Auge verloren werden, daß der Ort der Wollen und dergleichen Uebersetzungen durch keine Uebersetzung nicht erreicht werden können. Die geographischen Uebersetzungen der Zeitgrößen, welche hierbei in Betracht kommen, sind meistens von Beobachtungen. Je genauer diese angestellt wurden, desto größer werden die Uebersetzungsfehler nach deren Uebersetzung die Beobachtungsfehler im Uebersetzungsgegenstande sein können die Beobachtungen niemals angestellt werden, und man wird nie alle erforderlichen Uebersetzungen im Voraus angeben im Stande sein für die von dem Orte der Sonne und des Mondes abhängenden Uebersetzungen des Kalenders und darum ein Fehler und Uebersetzungsfehler Uebersetzungen angestanden werden können. Die Uebersetzungen der gregorianischen Kalender geben auf eine lange Reihe von Jahren annehmbar richtige Uebersetzungen; ihre Uebersetzung ist der Art, daß Uebersetzungen, deren Uebersetzung eine spätere Uebersetzung erkennen möchte, ohne Schwierigkeit angestanden werden können. Die Uebersetzung hat ebenfalls einen

Zimmerwähler Gregorianischer Kalender.

Januar.		Februar.		März.		April.		Mai.		Junius.		Julius.		August.		September.		October.		November.		December.	
Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.	Das tum.	Epacte.
1 A	0	1 D	29	1 D	0	1 G	29	1 B	28	1 E	27	1 G	26	1 C	25,24	1 F	23	1 A	22	1 D	21	1 F	20
2 B	29	2 E	28	2 E	29	2 A	28	2 C	27	2 F	25,26	2 A	25,25	2 D	23	2 G	22	2 B	21	2 E	20	2 G	19
3 C	28	3 F	27	3 F	28	3 B	27	3 D	26	3 G	25,24	3 B	24	3 E	22	3 A	21	3 C	20	3 F	19	3 A	18
4 D	27	4 G	25,26	4 G	27	4 C	25,26	4 E	25,25	4 A	23	4 C	23	4 F	21	4 B	20	4 D	19	4 G	18	4 B	17
5 E	26	5 A	25,24	5 A	26	5 D	25,24	5 F	24	5 B	22	5 D	22	5 G	20	5 C	19	5 E	18	5 A	17	5 C	16
6 F	25,25	6 B	23	6 B	25,25	6 E	23	6 G	23	6 C	21	6 E	21	6 A	19	6 D	18	6 F	17	6 B	16	6 D	15
7 G	24	7 C	22	7 C	24	7 F	22	7 A	22	7 D	20	7 F	20	7 B	18	7 E	17	7 G	16	7 C	15	7 E	14
8 A	23	8 D	21	8 D	23	8 G	21	8 B	21	8 E	19	8 G	19	8 C	17	8 F	16	8 A	15	8 D	14	8 F	13
9 B	22	9 E	20	9 E	22	9 A	20	9 C	20	9 F	18	9 A	18	9 D	16	9 G	15	9 B	14	9 E	13	9 G	12
10 C	21	10 F	19	10 F	21	10 B	19	10 D	19	10 G	17	10 B	17	10 E	15	10 A	14	10 C	13	10 F	12	10 A	11
11 D	20	11 G	18	11 G	20	11 C	18	11 E	18	11 A	16	11 C	16	11 F	14	11 B	13	11 D	12	11 G	11	11 B	10
12 E	19	12 A	17	12 A	19	12 D	17	12 F	17	12 B	15	12 D	15	12 G	13	12 C	12	12 E	11	12 A	10	12 C	9
13 F	18	13 B	16	13 B	18	13 E	16	13 G	16	13 C	14	13 E	14	13 A	12	13 D	11	13 F	10	13 B	9	13 D	8
14 G	17	14 C	15	14 C	17	14 F	15	14 A	15	14 D	13	14 F	13	14 B	11	14 E	10	14 G	9	14 C	8	14 E	7
15 A	16	15 D	14	15 D	16	15 G	14	15 B	14	15 E	12	15 G	12	15 C	10	15 F	9	15 A	8	15 D	7	15 F	6
16 B	15	16 E	13	16 E	15	16 A	13	16 C	13	16 F	11	16 A	11	16 D	9	16 G	8	16 B	7	16 E	6	16 G	5
17 C	14	17 F	12	17 F	14	17 B	12	17 D	12	17 G	10	17 B	10	17 E	8	17 A	7	17 C	6	17 F	5	17 A	4
18 D	13	18 G	11	18 G	13	18 A	11	18 E	11	18 C	9	18 C	9	18 F	7	18 B	6	18 D	5	18 G	4	18 B	3
19 E	12	19 A	10	19 A	12	19 D	10	19 F	10	19 B	8	19 D	8	19 G	6	19 C	5	19 E	4	19 A	3	19 C	2
20 F	11	20 B	9	20 B	11	20 E	9	20 G	9	20 C	7	20 E	7	20 A	5	20 D	4	20 F	3	20 B	2	20 D	1
21 G	10	21 C	8	21 C	10	21 F	8	21 A	8	21 D	6	21 F	6	21 B	4	21 E	3	21 G	2	21 C	1	21 E	0
22 A	9	22 D	7	22 D	9	22 G	7	22 B	7	22 E	5	22 G	5	22 A	3	22 F	2	22 A	1	22 D	0	22 F	29
23 B	8	23 E	6	23 E	8	23 A	6	23 C	6	23 F	4	23 A	4	23 D	2	23 G	1	23 B	0	23 E	29	23 G	28
24 C	7	24 F	5	24 F	7	24 B	5	24 D	5	24 E	3	24 B	3	24 E	1	24 A	0	24 C	29	24 F	28	24 A	27
25 D	6	25 G	4	25 G	6	25 C	4	25 E	4	25 A	2	25 C	2	25 F	0	25 B	29	25 D	28	25 G	27	25 B	26
26 E	5	26 A	3	26 A	5	26 D	3	26 F	3	26 B	1	26 D	1	26 G	29	26 C	28	26 E	27	26 A	25,26	26 C	25,25
27 F	4	27 B	2	27 B	4	27 E	2	27 G	2	27 C	0	27 E	0	27 A	28	27 D	27	27 F	26	27 B	25,24	27 D	24
28 G	3	28 C	1	28 C	3	28 F	1	28 A	1	28 D	29	28 F	29	28 B	27	28 E	25,26	28 G	25,25	28 C	23	28 E	23
29 A	2	29 D	0	29 D	2	29 G	0	29 B	0	29 E	28	29 G	28	29 C	26	29 F	25,24	29 A	24	29 D	22	29 F	22
30 B	1	30 E	1	30 E	1	30 A	29	30 C	29	30 F	27	30 A	27	30 D	25,25	30 G	23	30 B	23	30 E	21	30 G	21
31 C	0	31 F	0	31 F	0	31 D	29	31 D	28	31 E	27	31 B	25,26	31 E	24			31 C	22			31 A	20

