

# BERICHT

über die

## REALSCHULE MIT FACHKLASSEN

(FRÜHERE KÖNIGLICHE GEWERBESCHULE)

zu

## AACHEN

für das Schuljahr

Ostern 1891 bis Ostern 1892.

Erstattet von dem Direktor  
**Joseph Pützer.**



Hierbei eine Abhandlung des kommissarischen Lehrers **Joseph Peveling**: Das System konfokaler Parabeln, die eine Strecke harmonisch teilen.

1892. Progr. Nr. 468.

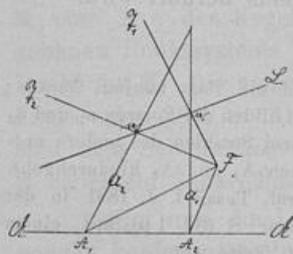
Gaa  
3 (1892)



## Das System konfokaler Parabeln, die eine Strecke harmonisch teilen.

### Einleitung.

Das Kegelschnittbüschel besteht aus sämtlichen Kegelschnitten, die vier Punkte gemeinsam haben. Setzt man an die Stelle der vier gemeinsamen Punkte vier Paare von Punkten mit der Bestimmung, dass jedes derselben in Bezug auf jeden Kegelschnitt des Systems ein Paar konjugierter Punkte sei, und definiert man jedes Punktenpaar als die Asymptotenpunkte eines beliebigen auf einem geraden Träger liegenden Punktsystems (einer Involution von Punktenpaaren), so erhält man das einfach unendliche System von Kegelschnitten, die vier Gerade in bestimmten Punktsystemen schneiden. Dieses System kann gewissermassen als eine Erweiterung des Kegelschnittbüschels betrachtet werden; denn wenn insbesondere die auf den vier Geraden gegebenen Punktsysteme parabolisch sind, so ist das System ein Kegelschnittbüschel mit vier reellen Mittelpunkten. In derselben Weise lassen sich auch die übrigen Systeme von Kegelschnitten, deren vier gemeinsame Bestimmungsstücke Punkte oder Gerade sind, verallgemeinern, indem man an die Stelle eines einzelnen der gemeinsamen Punkte oder Geraden ein Punkten- oder Geradenpaar setzt mit der Bestimmung, dass dieses Paar in Bezug auf jeden Kegelschnitt des Systems ein Paar konjugierter Punkte beziehungsweise Strahlen sei. Das Kegelschnittbüschel, die Kegelschnittschaar, sowie die gemischten Kegelschnittschaaren sind von Jac. Steiner und Anderen eingehend untersucht worden; indessen haben die in dem angedeuteten Sinne erweiterten Systeme noch keine hinreichende Beachtung gefunden.



Es seien auf der Geraden  $\mathcal{A}$  zwei Punkte  $A_1$  und  $A_2$  gegeben mit der Bestimmung, dass sie in Bezug auf jeden Kegelschnitt des Systems konjugierte Punkte seien. Es sollen mit gleicher Bestimmung noch 3 fernere Paare von Punkten oder Geraden gegeben sein. Dann geht die Polare  $a_1$  des Punktes  $A_1$  in Bezug auf irgend einen Kegelschnitt des Systems durch den Punkt  $A_2$ , sowie die Polare  $a_2$  des Punktes  $A_2$  durch  $A_1$ , und die Polaren  $a_1$  und  $a_2$  in

Bezug auf alle Kegelschnitte des Systems bilden Strahlenbüschel mit den Mittelpunkten  $A_1$  und  $A_2$  in der Weise, dass jedem Strahl des einen Büschels ein und nur ein Strahl des anderen entspricht, weil durch ein Paar Pol und Polare und 3 Paar konjugierte Punkte, beziehungsweise Gerade der Kegelschnitt eindeutig bestimmt ist. \*) Diese Strahlenbüschel sind also projektivisch; ihr Erzeugnis, ein Kegelschnitt, ist der Ort der Pole der Geraden  $\mathfrak{A}$  in Bezug auf alle Kegelschnitte des Systems. Berücksichtigt man, dass ein Kegelschnitt jede Strecke, die von zwei in Bezug auf diesen Kegelschnitt konjugierten Punkten begrenzt wird, harmonisch teilt, so lässt sich das Ergebnis unserer Betrachtung in folgendem Satze aussprechen:

Die Pole der Geraden  $\mathfrak{A}$  in Bezug auf alle Kegelschnitte, die eine auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Strecke  $A_1 A_2$  harmonisch teilen, und für welche überdies noch drei Paar Punkte oder drei Paar Gerade konjugierte Punkte beziehungsweise Gerade sind, liegen auf einem Kegelschnitte, der durch die Punkte  $A_1$  und  $A_2$  hindurchgeht. \*\*)

Es soll jetzt ausser der harmonisch zu teilenden Strecke noch ein Strahlensystem mit dem Mittelpunkt  $F$  und ein Paar Gerade gegeben sein mit der Bestimmung, dass das Strahlensystem in  $F$  ein allen Kegelschnitten des Systems zugehöriges sei, und dass die beiden Geraden für alle Kegelschnitte des Systems konjugierte Gerade seien. Bezeichnen wir nun den zu  $F A_1$  konjugierten Strahl des in  $F$  gegebenen Strahlensystems mit  $\mathfrak{T}_1$ , und ebenso den zu  $F A_2$  konjugierten Strahl mit  $\mathfrak{T}_2$ ; so liegt der Pol der Geraden  $F A_1$  in Bezug auf irgend einen Kegelschnitt des Systems auf  $\mathfrak{T}_1$ ; nun liegt aber der Pol von  $F A_1$  auch auf der Polaren  $a_1$  des Punktes  $A_1$ ; folglich ist der Schnittpunkt  $a_1$  von  $\mathfrak{T}_1$  und  $a_1$  der Pol der Geraden  $F A_1$ ; ebenso ist der Schnittpunkt  $a_2$  von  $\mathfrak{T}_2$  und  $a_2$  der Pol der Geraden  $F A_2$ . Die Verbindungsgerade  $a_1 a_2$  ist demnach die Polare des Punktes  $F$ . Nun sind, wie wir oben sahen, die Strahlenbüschel, welche die Polaren  $a_1$  und  $a_2$  in  $A_2$  und  $A_1$  bilden, projektivisch; folglich sind es auch die mit ihnen perspektivisch liegenden Punktreihen, welche die Punkte  $a_1$  und  $a_2$  auf  $\mathfrak{T}_1$  und  $\mathfrak{T}_2$  bilden. Es gilt daher folgender Satz:

Die Polaren des Punktes  $F$  in Bezug auf alle Kegelschnitte, die eine Strecke  $A_1 A_2$  harmonisch teilen, denen ausserdem ein in  $F$  gegebenes Strahlensystem zugehört, und für welche zwei gegebene Gerade konjugierte Gerade sind, umhüllen einen Kegelschnitt, der von den zu  $F A_1$  und  $F A_2$  konjugierten Strahlen des in  $F$  gegebenen Strahlensystems berührt wird. \*\*\*)

\*) Schröter, Theorie der Kegelschnitte § 57.

\*\*) Wenn ausser  $A_1 A_2$  noch zwei Paar konjugierten Punkte und ein Paar konjug. Gerade; oder ein Paar konjug. Punkte und zwei Paar konj. Gerade gegeben sind, so bilden die Polaren  $a_1$  und  $a_2$  Strahlenbüschel in der Weise, dass jedem Strahl des einen zwei und nur zwei Strahlen des andern entsprechen. Ihr Erzeugnis ist daher eine Kurve vierter Ordnung, welche durch  $A_1$  und  $A_2$  hindurchgeht.

\*\*\*) Einen besonderen Fall dieses Satzes veröffentlichte Herr Prof. Tesař i. J. 1881 in der Abhandlung: „Synthetische Untersuchung der gemischten Kegelschnittschaar  $S$  (31, 1 p) mit einem imaginären Tangentenpaar.“ Siehe Wiener Sitzungsberichte, 84 Bd. II. Abt., Seite 222.

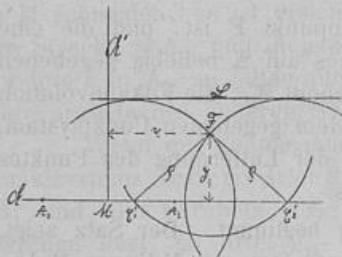
In Verfolgung des hier betretenen Weges und unter Anwendung des Dualitätsprinzips lassen sich noch andere Sätze auffinden, die sich auf die eingangs dieser Abhandlung erwähnten allgemeinen Kegelschnittssysteme beziehen; indessen soll die folgende Untersuchung sich beschränken auf das System von Kegelschnitten, die eine beliebig gegebene Strecke  $A_1 A_2$  harmonisch teilen, denen überdies ein in  $F$  gegebenes cirkulares Strahlsystem zugehört, und für welche zwei konjugierte Gerade unendlich entfernt sind. Es ist dies das System von konfokalen Parabeln, die eine Strecke harmonisch teilen.

§ 1.

Die Einhüllende der Leitlinien.

Berücksichtigen wir, dass die Polare des Brennpunktes einer Parabel die Leitlinie derselben ist, so nimmt der im letzten Teile der Einleitung bewiesene Satz für unsern besondern Fall folgende Form an:

Die Leitlinien derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und welche die Strecke  $A_1 A_2$  harmonisch teilen, umhüllen einen Kegelschnitt, der von den in  $F$  auf  $FA_1$  und  $FA_2$  errichteten Senkrechten  $\mathfrak{L}_1$  und  $\mathfrak{L}_2$  berührt wird.



Dieser Kegelschnitt soll mit  $\mathfrak{Q}_{II}$  bezeichnet und näher bestimmt werden.  $A_1$  und  $A_2$  seien die Asymptotenpunkte eines auf dem geraden Träger  $\mathfrak{A}$  beliebig gegebenen Punktsystems. Beschreibt man um irgend zwei konjugierte Punkte  $\mathfrak{x}_1$  und  $\mathfrak{x}_2$  dieses Punktsystems die beiden Kreise, welche durch  $F$  gehen, so sind die gemeinsamen Tangenten dieser Kreise die Leitlinien der durch  $\mathfrak{x}_1$  und  $\mathfrak{x}_2$  gehenden Parabeln unseres Systems.

Beachten wir, dass die beiden Kreise zwei reelle und zwei imaginäre Tangenten haben, so ergibt sich zunächst der Satz:

Von den konfokalen Parabeln, die eine Gerade  $\mathfrak{A}$  in einem gegebenen Punktsystem schneiden, gehen vier durch je zwei konjugierte Punkte des Punktsystems; zwei derselben sind reell und zwei imaginär.

Da die Mittelpunkte  $\mathfrak{x}_1$  und  $\mathfrak{x}_2$  der durch  $F$  gehenden Kreise auf  $\mathfrak{A}$  liegen, so sind die gemeinsamen Tangenten derselben paarweise symmetrisch zu  $\mathfrak{A}$ . Folglich ist  $\mathfrak{A}$  eine Axe des Kegelschnitts  $\mathfrak{Q}_{II}$ . Zwei ausgezeichnete konjugierte Punkte des gegebenen Punktsystems sind der Mittelpunkt  $M$  desselben und der unendlich entfernte Punkt auf  $\mathfrak{A}$ . Die gemeinsamen Tangenten der um diese Punkte durch  $F$  beschriebenen Kreise sind die im Abstände  $MF$  von  $M$  auf  $\mathfrak{A}$  errichteten Senkrechten. Letztere sind also Scheiteltangenten an  $\mathfrak{Q}_{II}$ ;  $M$  ist der Mittelpunkt von  $\mathfrak{Q}_{II}$ , und die in  $M$  auf  $\mathfrak{A}$  errichtete Senkrechte  $\mathfrak{A}^1$  ist die andere Axe von  $\mathfrak{Q}_{II}$ .

Um nun die Länge der letzteren Axe auf  $\mathfrak{A}^1$  zu bestimmen, suche ich diejenigen konjugierten Punkte  $\mathfrak{x}_1^1$  und  $\mathfrak{x}_2^1$  des Punktsystems  $\mathfrak{A}$  auf, welche von  $F$  gleich-

weit entfernt sind. Bezeichnet man den Abstand des Punktes  $F$  von  $\mathfrak{A}^1$  und  $\mathfrak{A}$  mit  $x$  und  $y$ , und setzt man  $F \mathfrak{E}_1^1 = F \mathfrak{E}_2^1 = \rho$ ; so ist:

$$M \mathfrak{E}_1^1 \cdot M \mathfrak{E}_2^1 = (x - \sqrt{\rho^2 - y^2})(x + \sqrt{\rho^2 - y^2}) = x^2 + y^2 - \rho^2$$

Da ferner  $x^2 + y^2 = MF^2$

und  $M \mathfrak{E}_1^1 \cdot M \mathfrak{E}_2^1 = \pm e^2$  ist, wenn  $e^2$  den absoluten Wert der Potenz des gegebenen Punktsystems bedeutet; so folgt:  $F \mathfrak{E}_1^1 = F \mathfrak{E}_2^1 = \sqrt{MF^2 \mp e^2}$ ; das heisst:

Wenn man um einen beliebigen Punkt  $F$  der Ebene mit der Strecke  $\sqrt{MF^2 \mp e^2}$  den Kreis beschreibt, so schneidet dieser Kreis eine beliebige Gerade  $\mathfrak{A}$  der Ebene stets in zwei konjugierten Punkten desjenigen Punktsystems auf  $\mathfrak{A}$ , dessen Mittelpunkt  $M$ , und dessen Potenz  $\pm e^2$  ist.

Beschreibt man nun um die geometrisch jetzt leicht zu konstruierenden Punkte  $\mathfrak{E}_1^1$  und  $\mathfrak{E}_2^1$  die beiden durch  $F$  gehenden Kreise, so stehen die gemeinsamen Tangenten dieser Kreise senkrecht auf  $\mathfrak{A}^1$ ; es sind diese Tangenten die zu  $\mathfrak{A}$  parallelen Scheiteltangenten von  $\mathfrak{Q}_{II}$ . Die gesuchte Länge der Halbaxe auf  $\mathfrak{A}^1$  ist also gleich  $\sqrt{MF^2 \mp e^2}$ .

Da nun, wie wir bereits fanden, die Länge der Halbaxe auf  $\mathfrak{A}$  gleich  $MF$  ist; so ist die Fokalinvolution auf  $\mathfrak{A}$  gleich  $MF^2 - (MF^2 \mp e^2) = \pm e^2$ . Wir haben somit den Satz gefunden:

Die Leitlinien der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die eine Gerade  $\mathfrak{A}$  in je zwei konjugierten Punkten eines auf  $\mathfrak{A}$  beliebig gegebenen Punktsystems schneiden, umhüllen einen Kegelschnitt  $\mathfrak{Q}_{II}$ ; die Fokalinvolution auf der Axe  $\mathfrak{A}$  des Kegelschnitts  $\mathfrak{Q}_{II}$  ist gleich dem gegebenen Punktsystem, und die stets reelle Halbaxe auf  $\mathfrak{A}$  ist gleich der Entfernung des Punktes  $F$  vom Mittelpunkt des gegebenen Punktsystems.

Durch diesen Satz ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  für alle Fälle eindeutig bestimmt. Der Satz zeigt, dass  $\mathfrak{Q}_{II}$  unabhängig ist von der Lage des Punktes  $F$  auf dem mit  $MF$  um  $M$  beschriebenen Kreise.

#### Spezielle Fälle:

1. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei hyperbolisch, also die Potenz desselben positiv, endlich und von Null verschieden.

Die Länge der Halbaxe von  $\mathfrak{Q}_{II}$  auf  $\mathfrak{A}^1$  ist  $\sqrt{MF^2 - e^2}$ ; dieselbe ist reell, imaginär oder gleich Null, jenachdem  $MF$  grösser, kleiner oder gleich  $e$  ist. Wir können dies Ergebnis folgendermassen aussprechen:

Die Leitlinien der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und welche die reelle, endliche und von Null verschiedene Strecke  $A_1 A_2$  harmonisch teilen, umhüllen eine Ellipse, Hyperbel oder die beiden Punkte  $A_1$  und  $A_2$ , jenachdem  $F$  ausserhalb, innerhalb oder auf dem um  $A_1$  und  $A_2$  als Durchmesser beschriebenen Kreise liegt.

In dem letzteren Falle, der eine besondere Beachtung verdient, zerfällt unser System in zwei einzelne; die Parabeln des einen Systems senden ihre Leitlinien durch den Punkt  $A_1$ , diejenigen des anderen durch  $A_2$ . Jede Parabel  $\mathfrak{P}$ , die ihre Leitlinie

durch  $A_1$  sendet, sendet ihre Scheiteltangente durch den Mittelpunkt  $C_1$  der Strecke  $FA_1$ . Errichtet man in dem Punkte  $C_1$  der Scheiteltangente von  $\mathfrak{P}$  die Senkrechte auf  $C_1F$ , so berührt letztere nach einem bekannten Satze die Parabel  $\mathfrak{P}$ . Da nun  $\mathfrak{P}$  eine beliebige Parabel des ersten Systems ist, so folgt, dass alle Parabeln dieses Systems die auf  $FA_1$  errichtete Mittelsenkrechte berühren.

Alle Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die ihre Leitlinien durch einen festen Punkt  $A_1$  senden, haben die auf  $FA_1$  errichtete Mittelsenkrechte zur gemeinsamen Tangente; gleichzeitig teilen sie alle diejenigen Strecken harmonisch, welche man erhält, wenn man die Punkte der in  $F$  auf  $FA_1$  errichteten Senkrechte mit  $A_1$  verbindet.

Es ergibt sich ohne weiteres auch folgender Satz:

Alle Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die eine feste Gerade  $\mathfrak{Z}$  berühren, senden ihre Scheiteltangenten durch den Fusspunkt des von  $F$  auf  $\mathfrak{Z}$  gefällten Lotes, und ihre Leitlinien durch das Spiegelbild  $A_1$  des Punktes  $F$  in Bezug auf  $\mathfrak{Z}$ ; gleichzeitig teilen sie alle diejenigen Strecken harmonisch, die man erhält, wenn man die Punkte der durch  $F$  zu  $\mathfrak{Z}$  parallel gezogenen Geraden mit  $A_1$  verbindet.

Beachtet man, dass die auf  $FA_1$  und  $FA_2$  errichteten Mittelsenkrechten sich in  $M$  schneiden, so ist ersichtlich, dass alle Parabeln des ersten jener Einzelsysteme die Strecke  $MA_2$ , und diejenige des andern die Strecke  $MA_1$  schneiden. Liegt insbesondere  $F$  in  $A_2$ , so fallen alle Parabeln des ersten Systems in die Gerade  $\mathfrak{A}$ , während die Parabeln des anderen Systems nicht ausarten.

Wenn der gemeinsame Brennpunkt  $F$  in dem Mittelpunkt des auf  $\mathfrak{A}$  gegebenen Punktsystems liegt, so artet  $\mathfrak{Q}_{II}$  in die Gerade  $\mathfrak{A}^1$  aus, welche als Hyperbel aufzufassen ist, und alle Parabeln des Systems fallen in  $\mathfrak{A}$ . Wenn  $F$  auf der  $\infty$  entfernten Geraden liegt, so artet  $\mathfrak{Q}_{II}$  in diese Gerade aus, welche als Ellipse aufzufassen ist. Jede Parabel des Systems besteht aus zwei Parallelen, die durch  $F$  gehen und  $\mathfrak{A}$  in einem Paar konjugierter Punkte schneiden.

Wenn endlich  $MF = \frac{MA_1}{\sqrt{2}}$  ist, so ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine gleichseitige Hyperbel.

2. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei gleichseitig hyperbolisch, also die harmonisch zu teilende Strecke unendlich gross. Da der Mittelpunkt  $M$  von  $\mathfrak{Q}_{II}$  im Unendlichen liegt, so ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine Parabel; ihr Brennpunkt ist der im Endlichen liegende Endpunkt  $A_1$  der harmonisch zu teilenden Strecke; ihre Scheiteltangente ist das von  $F$  auf  $\mathfrak{A}$  gefällte Lot. Es gilt daher der Satz:

Die Leitlinien der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und welche eine feste Gerade  $\mathfrak{A}$  je in zwei Punkten schneiden, die von einem auf  $\mathfrak{A}$  gegebenen Punkte  $A_1$  gleichweit entfernt sind, umhüllen diejenige Parabel, deren Brennpunkt  $A_1$ , und deren Scheiteltangente das von  $F$  auf  $\mathfrak{A}$  gefällte Lot ist.

Wenn insbesondere  $F$  in der in  $A_1$  auf  $\mathfrak{A}$  errichteten Senkrechten liegt, so zerfällt unser System wieder in zwei Einzelsysteme. Die Parabeln des einen Systems

senden ihre Leitlinien durch  $A_1$  und schneiden  $\mathfrak{A}$  nur in imaginären Punkten; die Parabeln des andern Systems senden ihre Leitlinien durch den  $\infty$  entfernten Punkt auf  $\mathfrak{A}$  und schneiden  $\mathfrak{A}$  je in zwei reellen Punkten, welche von  $A_1$  gleichweit entfernt sind.

3. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei parabolisch, also die harmonisch zu teilende Strecke gleich Null. Da  $e^2 = 0$  ist, so ist die Halbaxe von  $\mathfrak{Q}_{II}$  auf  $\mathfrak{A}^1$  gleich der Halbaxe  $MF$  auf  $\mathfrak{A}$ , also  $\mathfrak{Q}_{II}$  ein Kreis, und  $F$  liegt auf diesem Kreise. Alle Parabeln des Systems gehen durch den Mittelpunkt  $M$  dieses Kreises. Daher der Satz:

Die Leitlinien der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die durch den festen Punkt  $M$  gehen, umhüllen den mit  $MF$  um  $M$  beschriebenen Kreis. Und umgekehrt: Alle Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und deren Leitlinien einen durch  $F$  gelegten Kreis berühren, gehen durch den Mittelpunkt dieses Kreises.

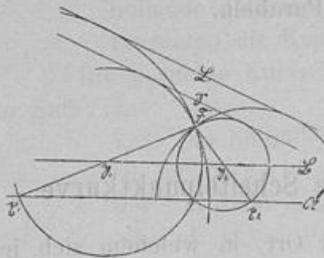
4. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei elliptisch, also die harmonisch zu teilende Strecke imaginär.

Die Länge der Halbaxe auf  $\mathfrak{A}^1$  ist  $\sqrt{MF^2 + e^2}$ ; diese Grösse ist stets reell und grösser als die Länge der Halbaxe  $MF$  auf  $\mathfrak{A}$ . Es ist also  $\mathfrak{A}^1$  die Hauptaxe von  $\mathfrak{Q}_{II}$ , deren Fokalinvolution  $+e^2$  ist. Da die Längen beider Halbaxen reell sind, so ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  stets eine Ellipse. Daher der Satz:

Die Leitlinien der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und welche eine Gerade  $\mathfrak{A}$  je in zwei konjugierten Punkten eines elliptischen Punktsystems schneiden, dessen Mittelpunkt  $M$ , und dessen Potenz  $-e^2$  ist, umhüllen diejenige Ellipse, deren reelle Brennpunkte in der Entfernung  $e$  von  $M$  auf der in  $M$  auf  $\mathfrak{A}$  errichteten Senkrechten  $\mathfrak{A}^1$  liegen, und deren halbe Nebenaxe auf  $\mathfrak{A}$  gleich  $MF$  ist.

Wenn insbesondere  $F$  in  $M$  liegt, so artet  $\mathfrak{Q}_{II}$  in ihre Brennpunkte aus, und unser System zerfällt wieder in zwei Einzelsysteme. Die Parabeln des einen Systems senden ihre Leitlinien durch einen der Brennpunkte, diejenigen des andern Systems durch den andern Brennpunkt. Die Parabeln des einen oder andern der Einzelsysteme berühren die eine oder die andere der im Abstände  $\frac{e}{2}$  von  $\mathfrak{A}$  zu  $\mathfrak{A}$  parallel gezogenen Geraden, und das eine dieser Einzelsysteme ist das Spiegelbild des andern in Bezug auf  $\mathfrak{A}$ .

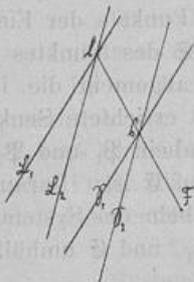
## Die Einhüllende der Scheiteltangenten.



Es seien  $\eta_1$  und  $\eta_2$  die Mittelpunkte zweier Strecken  $F\eta_1$  und  $F\eta_2$ ; man beschreibe um  $\eta_1$  und  $\eta_2$  die Kreise durch  $F$  und bezeichne eine der gemeinsamen Tangenten dieser Kreise mit  $\mathcal{Q}$ ; so ist  $\mathcal{Q}$  die Leitlinie einer Parabel, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die durch  $\eta_1$  und  $\eta_2$  hindurchgeht. Beschreibt man ebenso um  $\eta_1$  und  $\eta_2$  die Kreise durch  $F$  und bezeichnet man die zu  $\mathcal{Q}$  parallele gemeinsame Tangente dieser Kreise mit  $\mathcal{S}$ , so ist  $\mathcal{S}$  die Leitlinie einer Parabel, die durch  $\eta_1$  und  $\eta_2$  geht, und deren Brennpunkt  $F$  ist. Zugleich ist  $\mathcal{S}$  die Scheiteltangente der Parabel, deren Leitlinie  $\mathcal{Q}$  ist; denn  $\mathcal{S}$  ist parallel  $\mathcal{Q}$  und halbiert den Abstand des Brennpunktes  $F$  von  $\mathcal{Q}$ . Es ist also die Scheiteltangente der durch  $\eta_1$  und  $\eta_2$  gehenden Parabel identisch mit der Leitlinie der durch  $\eta_1$  und  $\eta_2$  gehenden Parabel, deren Brennpunkt  $F$  ist. Fassen wir jetzt  $\eta_1$  und  $\eta_2$  als zwei konjugierte Punkte eines auf  $\mathcal{A}$  gegebenen Punktsystems auf, so ergibt sich folgender Satz:

Wenn man zu einer Geraden  $\mathcal{A}$  diejenige Parallele  $\mathcal{B}$  zieht, welche die Entfernung eines festen Punktes  $F$  von  $\mathcal{A}$  halbiert, und wenn man ferner ein auf  $\mathcal{A}$  gegebenes Punktsystem von  $F$  aus auf  $\mathcal{B}$  projiziert; dann ist die Einhüllende der Scheiteltangenten derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die  $\mathcal{A}$  je in zwei konjugierten Punkten des auf  $\mathcal{A}$  gegebenen Punktsystems schneiden, identisch mit der Einhüllenden der Leitlinien derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt ebenfalls  $F$  ist, und die  $\mathcal{B}$  je in zwei konjugierten Punkten des auf  $\mathcal{B}$  projizierten Punktsystems schneiden.

Dieser Satz macht eine nähere Bestimmung der Einhüllenden der Scheiteltangenten, die wir fortan mit  $\mathcal{S}_{II}$  bezeichnen wollen, entbehrlich; denn alles, was bisher über  $\mathcal{Q}_{II}$  gesagt ist, gilt auch für  $\mathcal{S}_{II}$ , wenn wir nur an die Stelle des auf  $\mathcal{A}$  gegebenen Punktsystems das auf  $\mathcal{B}$  projizierte setzen. Indessen ist es für die folgende Untersuchung vorteilhaft, die Beziehung zwischen  $\mathcal{Q}_{II}$  und  $\mathcal{S}_{II}$  auch noch in anderer Form zum Ausdruck zu bringen.



Es seien  $\mathcal{P}_1$  und  $\mathcal{P}_2$  irgend zwei Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist; die beiden Leitlinien von  $\mathcal{P}_1$  und  $\mathcal{P}_2$  mögen sich im Punkte  $I$  ihre Scheiteltangenten im Punkte  $s$  schneiden; dann ist  $s$  der Mittelpunkt der Strecke  $FI$ . Jetzt sollen  $\mathcal{P}_1$  und  $\mathcal{P}_2$  zwei Nachbar-Parabeln irgend eines Systems von Parabeln sein, deren Brennpunkt  $F$  ist; dann sind  $I$  und  $s$  homologe Punkte der Einhüllenden der Leitlinien beziehungsweise der Scheiteltangenten der Parabeln dieses Systems. Daher gilt der Satz:

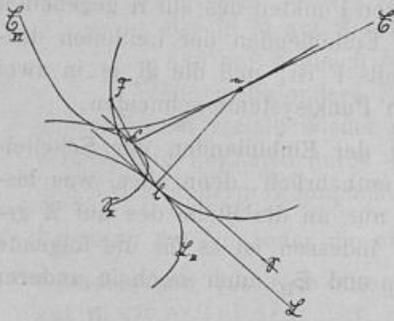
Verbindet man einen beliebigen Punkt  $I$  der Einhüllenden der Leitlinien der Parabeln eines Systems von konfokalen Parabeln mit dem gemeinsamen Brennpunkt  $F$ , so ist der Ort des Mittelpunkts dieser Verbindungsstrecke die Einhüllende der Scheiteltangenten derselben Parabeln.

## § 3.

## Die Einhüllende der Parabeln des Systems und die Scheitelpunktkurve.

Die Einhüllende der Kurven eines Systems ist der Ort, in welchem sich je zwei Nachbar-Kurven des Systems schneiden. Es sei  $P$  ein beliebiger Punkt der Ebene, und es sei um  $P$  durch  $F$  der Kreis beschrieben, dann sind die vier gemeinsamen Tangenten dieses Kreises und des im § 1 behandelten Kegelschnitts  $L_{II}$  die Leitlinien der vier Parabeln unseres Systems, welche durch  $P$  hindurchgehen. Zwei dieser Parabeln sind Nachbar-Parabeln, wenn zwei der gemeinsamen Tangenten unendlich nahe zusammenfallen, d. i. wenn der um  $P$  mit  $PF$  beschriebene Kreis den Kegelschnitt  $L_{II}$  berührt.

Die Einhüllende der Parabeln eines Systems von konfokalen Parabeln die eine Strecke harmonisch teilen, ist der Ort der Mittelpunkte derjenigen Kreise, welche durch  $F$  gehen und gleichzeitig die Einhüllende der Leitlinien der Parabeln desselben Systems berühren.



Eine andere Entstehungsweise unserer Kurve ergibt sich durch folgende Überlegung: Es sei  $l$  ein beliebiger Punkt auf  $L_{II}$ ,  $Q$  sei die Tangente, und  $N$  die Normale des Punktes  $l$ ; dann schneidet die Mittelsenkrechte  $G$  der Strecke  $Fl$  die Normale  $N$  in einem Punkte  $e$  der gesuchten Kurve; denn der um  $e$  mit  $eF$  beschriebene Kreis geht durch  $F$  und berührt  $L_{II}$  in  $l$ . In  $e$  schneiden sich also zwei Nachbar-Parabeln  $P_1$  und  $P_2$ , deren Leitlinien in  $Q$  zusammenfallen. Der Fusspunkt der Mittelsenkrechten  $G$ ,

d. i. der Mittelpunkt der Strecke  $Fl$  ist nach § 2 der zu  $l$  homologe Punkt  $s$  der Einhüllenden  $E_{II}$  der Scheiteltangente;  $es$  fallen also in der Tangente  $Q$  des Punktes  $s$  die beiden Scheiteltangenten von  $P_1$  und  $P_2$  zusammen. Nun ist allgemein die in einem beliebigen Punkte  $s$  der Scheiteltangente einer Parabel auf  $sF$  errichtete Senkrechte eine Tangente der Parabel. Folglich berührt  $G$  die beiden Parabeln  $P_1$  und  $P_2$ , und zwar in deren Schnittpunkte  $e$ , weil  $e$  zugleich auch ein Punkt auf  $G$  ist. Daraus folgt, dass  $G$  auch eine Tangente der gesuchten Einhüllenden der Parabeln des Systems ist. Bewegt sich nun der Punkt  $l$  über  $L_{II}$ , so bewegt sich  $s$  über  $E_{II}$ , und  $G$  umhüllt unsere Kurve.

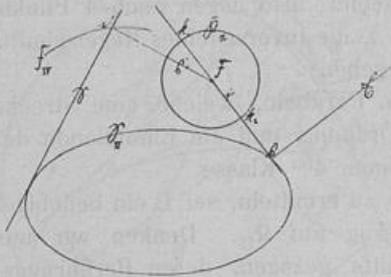
Bewegt man einen rechten Winkel so, dass einer seiner Schenkel fortwährend durch einen festen Punkt  $F$  geht, während sein Scheitel sich längs einer Kurve  $\mathcal{E}_{II}$  bewegt, so umhüllt der freie Schenkel die Einhüllende derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und deren Scheiteltangenten die Kurve  $\mathcal{E}_{II}$  umhüllen.

Die gesuchte Kurve ist also diejenige, deren Fusspunktkurve  $\mathcal{E}_{II}$  ist. Daher der Satz:

Die Einhüllende der Parabeln eines Systems von konfokalen Parabeln ist die negative Fusspunktkurve der Einhüllenden der Scheiteltangenten der Parabeln desselben Systems bezogen auf den gemeinsamen Brennpunkt als Pol.

Wenn man von dem Brennpunkt einer Parabel das Lot auf ihre Scheiteltangente fällt, so ist der Fusspunkt dieses Lotes der Scheitel der Parabel. Wir können daher dem vorstehenden Satze den folgenden an die Seite stellen:

Die Scheitelpunktkurve der Parabeln eines Systems von konfokalen Parabeln ist die (positive) Fusspunktkurve der Einhüllenden der Scheiteltangenten der Parabeln desselben Systems bezogen auf den gemeinsamen Brennpunkt als Pol.



Die Beziehungen, in denen die beiden hier zu behandelnden Kurven zu einander stehen, treten noch deutlicher durch folgende Erörterung hervor: Es sei  $s$  ein beliebiger Punkt auf  $\mathcal{E}_{II}$ , und  $\mathcal{R}_{II}$  ein beliebiger um  $F$  als Mittelpunkt beschriebener Kreis, der von der Geraden  $sF$  in den Punkten  $k_1$  und  $k_2$  getroffen werde; ferner sei  $i$  der 4<sup>te</sup> harmonische Punkt zu  $k_1$ ,  $k_2$  und  $s$ , dem Punkte  $s$  zugeordnet;

dann nennt man den geometrischen Ort des Punktes  $i$  die Inverse  $\mathfrak{I}$  von  $\mathcal{E}_{II}$  bezogen auf den Kreis  $\mathcal{R}_{II}$ . Die in  $s$  auf  $sF$  errichtete Senkrechte  $\mathcal{C}$  ist nun einerseits die Polare des Punktes  $i$  in Bezug auf  $\mathcal{R}_{II}$ ; andererseits ist  $\mathcal{C}$  (siehe oben) eine Tangente der Einhüllenden der Parabeln des Systems. Es gilt also der Satz:

Die Einhüllende der Parabeln irgend eines einfach unendlichen Systems von Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, ist die reziproke Polare der Inversen der Einhüllenden der Scheiteltangenten derselben Parabeln, wenn  $F$  das Centrum der Inversion ist.

Es sei ferner  $\mathcal{S}$  eine beliebige Tangente an  $\mathcal{E}_{II}$ , und  $s_1$  ihr Pol in Bezug auf  $\mathcal{R}_{II}$ ; dann ist der Ort des Punktes  $s_1$  die reziproke Polare von  $\mathcal{E}_{II}$  in Bezug auf  $\mathcal{R}_{II}$ ;  $Fs_1$  steht senkrecht auf  $\mathcal{S}$ , und der Fusspunkt dieser Senkrechten ist einerseits der inverse Punkt zu  $s_1$  und andererseits ein Punkt der Scheitelpunktkurve. Es gilt also auch folgender Satz:

Die Scheitelpunktkurve der Parabeln irgend eines einfach unendlichen Systems von Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, ist die Inverse der rezipro-

ken Polaren der Einhüllenden der Scheiteltangenten derselben Parabeln, wenn  $F$  das Centrum der Inversion ist.

Berücksichtigen wir, dass die Ordnung und die Klasse der reziproken Polaren einer Kurve gleich der Klasse beziehungsweise gleich der Ordnung der Kurve ist, so folgt:

Die Ordnung der Scheitelpunktkurve ist gleich der Klasse der Einhüllenden der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und beide sind gleich der Ordnung der Inversen der Einhüllenden der Scheiteltangenten derselben Parabeln, wenn  $F$  das Centrum der Inversion ist.

Und ebenso:

Die Klasse der Scheitelpunktkurve ist gleich der Ordnung der Einhüllenden der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und beide sind gleich der Klasse der Inversen der Einhüllenden der Scheiteltangenten derselben Parabeln, wenn  $F$  das Centrum der Inversion ist.

Jetzt soll die Ordnung der Inversen eines Kegelschnitts  $\mathfrak{S}_{II}$  ermittelt werden: Es sei  $\mathfrak{G}$  eine beliebige Gerade der Ebene. Die Inverse von  $\mathfrak{G}$  ist der Kreis, der durch  $F$  und die beiden Punkte geht, in denen  $\mathfrak{G}$  den Kreis  $K_{II}$  schneidet; umgekehrt ist die Inverse dieses Kreises die Gerade  $\mathfrak{G}$ . Die Inverse von  $\mathfrak{G}$  schneidet  $\mathfrak{S}_{II}$  in 4 Punkten weil jeder Kreis einen Kegelschnitt in 4 Punkten schneidet; also liegen auch 4 Punkte der Inversen von  $\mathfrak{S}_{II}$  auf der beliebigen Geraden  $\mathfrak{G}$ ; d. i. die Inverse eines Kegelschnitts ist 4<sup>ter</sup> Ordnung. Es hat sich somit folgender Satz ergeben:

Die Scheitelpunktkurve der konfokalen Parabeln, welche eine Strecke harmonisch teilen, ist im allgemeinen 4<sup>ter</sup> Ordnung, und die Einhüllende der Parabeln desselben Systems ist im allgemeinen 4<sup>ter</sup> Klasse.

Um die Klasse der Inversen eines Kegelschnitts zu ermitteln, sei  $P$  ein beliebiger Punkt der Ebene, und  $P^1$  sein inverser Punkt in Bezug auf  $\mathfrak{R}_{II}$ . Denken wir uns durch  $P$  eine Tangente an die Inverse des Kegelschnitts gezogen, deren Berührungspunkt  $i$  sei; so ist die Inverse dieser Tangente derjenige Kreis, welcher durch  $F$  und  $P^1$  geht und den Kegelschnitt in dem zu  $i$  inversen Punkt berührt. Folglich bestimmt die Zahl der Kreise, welche durch  $F$  und  $P^1$  gehen und den Kegelschnitt berühren, die Zahl der von  $P$  aus an die Inverse zu ziehenden Tangenten, d. i. die Klasse dieser Inversen. Nun bildet die Gesamtheit der durch  $F$  und  $P^1$  gehenden Kreise ein Kreisbüschel; und da, wie bekannt ist, sechs Kreise desselben einen beliebigen Kegelschnitt der Ebene berühren, so ergibt sich der Satz:

Die Scheitelpunktkurve der konfokalen Parabeln, die eine Strecke harmonisch teilen, ist im allgemeinen 6<sup>ter</sup> Klasse; und die Einhüllende der Parabeln desselben Systems ist im allgemeinen 6<sup>ter</sup> Ordnung.

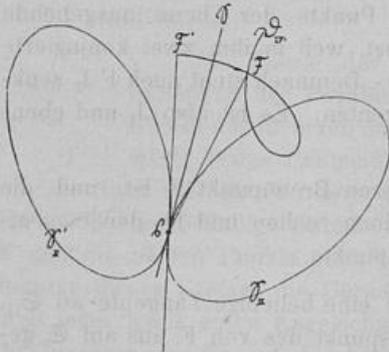
Es soll fortan die Scheitelpunktkurve mit  $\mathfrak{F}_{IV}$ , und die Einhüllende der Parabeln mit  $\mathfrak{C}_{VI}$  bezeichnet werden.  $\mathfrak{F}_{IV}$  und  $\mathfrak{C}_{VI}$  sind durch eindeutige Transformation aus einem Kegelschnitt entstanden. Daraus folgt:

Das Geschlecht der Scheitelpunktkurve der konfokalen Parabeln, die eine Strecke harmonisch teilen, sowie der Einhüllenden der Parabeln desselben Systems ist gleich Null.



Die Scheitelpunktcurve  $\mathfrak{F}_{IV}$  der Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die eine Strecke harmonisch teilen, liegt ausserhalb der Einhüllenden  $\mathfrak{S}_{II}$  der Scheiteltangenten derselben Parabeln und berührt  $\mathfrak{S}_{II}$  in zwei, drei oder vier reellen Punkten, jenachdem  $F$  ausserhalb, auf oder innerhalb der Evolute von  $\mathfrak{S}_{II}$  liegt. Wenn insbesondere  $F$  innerhalb  $\mathfrak{S}_{II}$  liegt, so ist  $F$  ein isolierter Doppelpunkt von  $\mathfrak{F}_{IV}$ .

2. Entstehung von  $\mathfrak{F}_{IV}$  durch Übereinanderrollen von Kegelschnitten, und Entstehung des Kegelschnitts  $\mathfrak{S}_{II}$  durch Übereinanderrollen von Kurven  $\mathfrak{C}_{VI}$ .



Es sei  $\mathfrak{P}$  eine beliebige Parabel unseres Systems,  $\mathfrak{S}$  ihre Scheiteltangente, und  $s$  der Berührungspunkt von  $\mathfrak{S}$ . Die Spiegelbilder von  $F$  und  $\mathfrak{S}_{II}$  in Bezug auf die Tangente  $\mathfrak{S}$  seien  $F^1$  und  $\mathfrak{S}_{II}^1$ . Wenn nun  $F^1$  mit  $\mathfrak{S}_{II}^1$  fest verbunden bleibt, während  $\mathfrak{S}_{II}^1$  über  $\mathfrak{S}_{II}$  ohne zu gleiten rollt; so bleiben fortwährend  $F^1$  und  $\mathfrak{S}_{II}^1$  die Spiegelbilder von  $F$  und  $\mathfrak{S}_{II}$  in Bezug auf die gemeinsame Tangente von  $\mathfrak{S}_{II}$  und  $\mathfrak{S}_{II}^1$ , deren Berührungspunkt der augenblickliche Drehpunkt  $s$  ist. Bei der Bewegung beschreibt  $F^1$  den Ort der Punkte, in welchem die

Axen aller Parabeln  $\mathfrak{P}$  des Systems die Leitlinien derselben schneiden. Dieser Ort soll mit  $\mathfrak{D}_{IV}$  bezeichnet werden.  $F^1s$  ist die Normale von  $\mathfrak{D}_{IV}$  im Punkte  $F^1$ ; diese Normale hüllt bei der Bewegung die Evolute von  $\mathfrak{D}_{IV}$  ein; zugleich ist aber auch  $F^1s$  derjenige Strahl, in welchem der Strahl  $F's$  von der Kurve  $\mathfrak{S}_{II}$  reflektiert wird; es hüllt also  $F^1s$  auch die Brennnlinie von  $\mathfrak{S}_{II}$  ein, deren Pol  $F$  ist. Wir sind somit zu folgendem Satze gelangt:

Wenn man in einem System konfokaler Parabeln in Bezug auf die Scheiteltangente einer beliebigen Parabel des Systems die Spiegelbilder  $F^1$  und  $\mathfrak{S}_{II}^1$  des gemeinsamen Brennpunktes  $F$  und der Einhüllenden  $\mathfrak{S}_{II}$  der Scheiteltangenten konstruiert, alsdann  $F^1$  mit  $\mathfrak{S}_{II}^1$  fest verbindet und endlich  $\mathfrak{S}_{II}^1$  über  $\mathfrak{S}_{II}$  ohne Gleiten rollen lässt; so beschreibt  $F^1$  den Ort  $\mathfrak{D}_{IV}$  der Punkte, in welchem die Axen der Parabeln des Systems die Leitlinien derselben schneiden. Überdies ist die Evolute von  $\mathfrak{D}_{IV}$  identisch mit der Brennnlinie der Einhüllenden  $\mathfrak{S}_{II}$  der Scheiteltangenten in Bezug auf den Pol  $F$ .

Wenn wir in der Begründung des obigen Satzes an die Stelle von  $\mathfrak{S}_{II}$  denjenigen Kegelschnitt  $\mathfrak{M}_{II}$  setzen, welcher gerade so aus  $\mathfrak{S}_{II}$  entsteht, wie  $\mathfrak{S}_{II}$  (nach § 2) aus  $\mathfrak{L}_{II}$  entstanden ist, so gelangen wir zu folgendem Satze:

Wenn man einen beliebigen Punkt  $s$  der Einhüllenden  $\mathfrak{S}_{II}$  der Scheiteltangenten derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die eine Strecke harmonisch teilen, mit  $F$  verbindet, so ist der Ort des Mittelpunkts in der Strecke  $\mathfrak{F}s$  ein dem  $\mathfrak{S}_{II}$  ähnlicher Kegelschnitt  $\mathfrak{M}_{II}$ . Sind nun  $F^1$  und  $\mathfrak{M}_{II}^1$

die Spiegelbilder von  $F$  und  $\mathcal{M}_{II}$  in Bezug auf eine beliebige Tangente an  $\mathcal{M}_{II}$ , und rollt  $\mathcal{M}_{II}^1$  über  $\mathcal{M}_{II}$ , so beschreibt der mit  $\mathcal{M}_{II}^1$  festverbundene Punkt  $F^1$  die Scheitelpunktkurve  $\mathcal{F}_{IV}$  der Parabeln desselben Systems. Und die Brennnlinie von  $\mathcal{M}_{II}$  in Bezug auf  $F$  als Pol ist die Evolute von  $F_{IV}$ .

Auch ergibt sich ohne weiteres folgender Satz:

Ist  $\mathcal{C}$  eine beliebige Tangente der Einhüllenden  $\mathcal{C}_{VI}$  derjenigen Parabeln, deren Brennpunkt  $F$  ist, und die eine Strecke harmonisch teilen; sind ferner  $F^1$  und  $\mathcal{C}_{VI}^1$  die Spiegelbilder von  $F$  und  $\mathcal{C}_{VI}$  in Bezug auf  $\mathcal{C}$ , und rollt  $\mathcal{C}_{VI}^1$  über  $\mathcal{C}_{VI}$ , so beschreibt der mit  $\mathcal{C}_{VI}^1$  festverbundene Punkt  $F^1$  die Einhüllende  $\mathcal{L}_{II}$  der Leitlinien derselben Parabeln, und die Brennnlinie von  $\mathcal{C}_{VI}$  in Bezug auf  $\mathcal{F}$  als Pol ist die Evolute des Kegelschnitts  $\mathcal{L}_{II}$ .

Bei dem Übereinanderrollen kongruenter Kegelschnitte in symmetrischer Anfangslage beschreiben die Brennpunkte des beweglichen Kegelschnitts die beiden Kreise, deren Mittelpunkte die Brennpunkte des ruhenden Kegelschnitts, und deren Halbmesser die grossen Axen der Kegelschnitte sind. \*) Die Beachtung dieses Umstandes und der vorstehenden Sätze gestattet mit Hilfe des Bobillier'schen Satzes eine leichte Konstruktion beliebiger Punkte und Tangenten der Leitlinien von  $\mathcal{C}_{VI}$  und  $\mathcal{S}_{II}$ , sowie der Evoluten von  $\mathcal{S}_{II}$  und  $\mathcal{F}_{IV}$ .

#### Besondere Fälle:

1. Das auf  $A$  gegebene Punktsystem sei hyperbolisch.

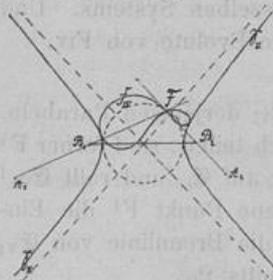
a)  $F$  liege ausserhalb des um  $A_1 A_2$  als Durchmesser beschriebenen Kreises;  $\mathcal{S}_{II}$  ist eine Ellipse, deren Hauptaxe mit  $\mathcal{B}$  zusammenfällt;  $F$  liegt auf dem um die Hauptaxe von  $\mathcal{S}_{II}$  als Durchmesser beschriebenen Kreise. Die Tangenten  $FA_1$  und  $FA_2$  sind reell,  $F$  ist ein Knotenpunkt;  $\mathcal{F}_{IV}$  bildet in  $F$  zwei Schleifen, welche ganz im Endlichen liegen. Zieht man durch  $F$  eine beliebige Gerade  $\mathcal{G}$ , so schneidet dieselbe  $\mathcal{F}_{IV}$  ausser in  $F$  noch in zwei reellen Punkten, weil  $\mathcal{G}$  zu zwei reellen Tangenten von  $\mathcal{S}_{II}$  senkrecht steht; daher liegt eine der beiden Schleifen ganz innerhalb der andern. Die Gestalt von  $\mathcal{F}_{IV}$  ändert sich mit der veränderten Lage des  $F$  auf dem über der Hauptaxe beschriebenen Kreise, aber der vom Vektor durchlaufende Flächenraum von  $\mathcal{F}_{IV}$  ist immer derselbe, nämlich gleich  $a^2 \pi + \frac{b^2 \pi}{2}$ , wo  $a$  die grössere und  $b$  die kleinere

Halbaxe von  $\mathcal{S}_{II}$  ist. \*\*) Wenn insbesondere  $F$  auf  $\mathcal{A}$  und daher in einem der Scheitel von  $\mathcal{S}_{II}$  liegt, so ist  $\mathcal{F}_{IV}$  symmetrisch zu  $\mathcal{A}$ . Die von  $F$  aus auf  $\mathcal{S}_{II}$  gezogenen Normalen fallen in  $\mathcal{A}$ ; daher berührt  $\mathcal{F}_{IV}$  die Ellipse in den beiden auf  $\mathcal{A}$  liegenden Scheiteln. Die Tangenten  $FA_1$  und  $FA_2$  fallen in  $\mathcal{A}$  zusammen; daher schrumpft eine der

\*) Klügel's Wörterbuch, Epicycloide. Sind die Kegelschnitte kongruente Parabeln, so ist einer der Kreise die Leitlinie der ruhenden Parabel; der andere Kreis ist die unendlich entfernte Gerade.

\*\*) Die Inhaltsangaben sind den von J. Steiner (Ges. Werke, Bd. II. S. 63 u. f.) auf geometrischem und von R. Wolff (Crelle's Journal Bd. XX. S. 88 u. f.) auf analytischem Wege gefundenen Formeln entnommen.

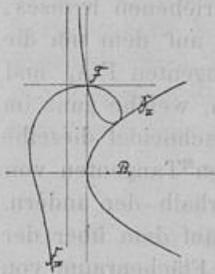
Schleifen in einen Punkt ein, F wird eine Spitze, und die Klasse von  $\mathfrak{F}_{IV}$  erniedrigt sich um Eins. \*)



b) F liege innerhalb des um  $A_1 A_2$  beschriebenen Kreises.  $\mathfrak{S}_{II}$  ist eine Hyperbel, und F liegt auf dem um ihre Hauptaxe beschriebenen Kreise. Eine durch F gezogene Gerade  $\mathfrak{G}$  schneidet  $\mathfrak{F}_{IV}$  ausser F in zwei reellen oder imaginären Punkten, je nachdem die Neigung von  $\mathfrak{G}$  zu  $\mathfrak{A}$  geringer oder grösser ist, als die Neigung der Asymptoten von  $\mathfrak{S}_{II}$  zu  $\mathfrak{A}$ . Daher liegt eine der Schleifen, die  $\mathfrak{F}_{IV}$  in F bildet, ganz ausserhalb der andern. Der Inhalt der vom Vektor durchlaufenen Fläche ist nicht unabhängig von der Lage des F auf dem um die Hauptaxe von  $\mathfrak{S}_{II}$  beschriebenen Kreise. Im übrigen gilt auch hier das unter a) über  $\mathfrak{F}_{IV}$  Gesagte.

c) F liege auf dem um  $A_1 A_2$  beschriebenen Kreise.  $\mathfrak{S}_{II}$ artet in ihre Brennpunkte  $B_1$  und  $B_2$  aus; F liegt auf dem um  $B_1 B_2$  beschriebenen Kreise.  $\mathfrak{F}_{IV}$ artet in die beiden um  $F B_1$  und  $F B_2$  beschriebenen Kreise aus, welche sich in F und in dem Fusspunkte des von F auf  $B_1 B_2$  gefällten Lotes rechtwinklich schneiden.  $\mathfrak{F}_{IV}$  hat also in diesem Falle 2 reelle und 2 imaginäre Doppelpunkte. Der Inhalt beider Kreise zusammen, die gemeinsame Fläche doppelt gerechnet, ist gleich  $a^2\pi$ . Wenn insbesondere F auf  $\mathfrak{A}$  liegt, so ist  $\mathfrak{F}_{IV}$  der um  $B_1 B_2$  beschriebene Kreis.

2. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei gleichseitig hyperbolisch.



$\mathfrak{S}_{II}$  ist eine Parabel, und F liegt auf der Scheiteltangente derselben. Die  $\infty$  entfernte Gerade  $\mathfrak{G}_{\infty}$  ist eine Tangente an  $\mathfrak{S}_{II}$ ; der Pol von  $\mathfrak{G}_{\infty}$  in Bezug auf einen beliebigen um F beschriebenen Kreis  $\mathfrak{K}_{II}$  ist der Punkt F; daher geht die reziproke Polare von  $\mathfrak{S}_{II}$  durch F, und die Inverse einer beliebigen Geraden  $\mathfrak{G}$  der Ebene schneidet die reziproke Polare ausser F nur noch in 3 Punkten; folglich ist die Inverse der reziproken Polare von  $\mathfrak{S}_{II}$  und somit auch  $\mathfrak{F}_{IV}$  in diesem Fall dritter Ordnung. Von den Tangenten des Doppelpunktes F geht eine durch den Brennpunkt  $B_1$  der Parabel, die andere ist parallel zu  $\mathfrak{A}$ . Unsere Kurve 3<sup>ter</sup> Ordnung hat demnach einen gewöhnlichen Doppelpunkt; sie ist daher 4<sup>ter</sup> Klasse.\*\*)

$\mathfrak{F}_{IV}$  bildet in F eine Schleife, welche  $\mathfrak{S}_{II}$  in einem reellen Punkte berührt, weil man von F aus eine und nur eine reelle Normale auf die Parabel ziehen kann. Von F aus sendet  $\mathfrak{F}_{IV}$  zwei Äste aus, welche die Leitlinie der Parabel im Unendlichen berühren.

Wenn F in  $\mathfrak{A}$  liegt, so schrumpft die Schleife von  $\mathfrak{F}_{IV}$  in einen Punkt zusammen, F wird eine Spitze, und die Klasse von  $\mathfrak{F}_{IV}$  vermindert sich um Eins. Diese Kurve

\*) In diesem Falle ist die reziproke Polare von  $\mathfrak{S}_{II}$  in Bezug auf einen um F beschriebenen Kreis eine Parabel, daher erniedrigt sich die Klasse der Inversen um Eins.

\*\*) Dass die Klasse der Scheitelpunktkurve sich um zwei vermindert, folgt auch unmittelbar aus dem Umstande, dass die rez. Polare von  $\mathfrak{S}_{II}$  durch F geht.

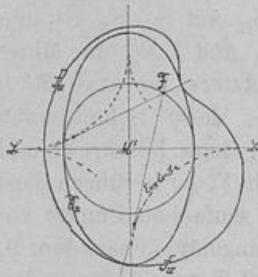
3<sup>ter</sup> Ordnung und 3<sup>ter</sup> Klasse  $\mathfrak{F}_{IV}$  wird von dem Scheitel einer Parabel  $\mathfrak{M}_{II}^1$  beschrieben (Seite XIV), die über eine ihr kongruente Parabel  $\mathfrak{M}_{II}$  in der Weise rollt, dass fortwährend die eine das Spiegelbild der anderen in Bezug auf die gemeinsame Tangente des augenblicklichen Berührungspunktes ist. In derselben Weise entsteht bekanntlich die Cissoide;  $\mathfrak{F}_{IV}$  ist demnach die Cissoide, deren Spitze der Scheitel, und deren Asymptote die Leitlinie der Parabel  $\mathfrak{S}_{II}$  ist. Der zwischen  $\mathfrak{F}_{IV}$  und ihrer Asymptote liegende Flächenraum ist gleich  $\frac{3}{4} a^2 \pi$ ; wo  $a$  die Strecke vom Brennpunkt bis zum Scheitel der Parabel  $\mathfrak{S}_{II}$  ist.

Wenn insbesondere  $F$  in der in  $A_1$  auf  $\mathfrak{A}$  errichteten Senkrechten liegt, soartet  $\mathfrak{S}_{II}$  in die Punkte  $B_1$  und den  $\infty$  entfernten Punkt auf  $\mathfrak{A}$  aus.  $\mathfrak{F}_{IV}$  artet in den um  $F B_1$  beschriebenen Kreis und in die Gerade  $F B_1$  aus. Auf dem Kreise liegen die Scheitelpunkte derjenigen Parabeln unseres Systems, welche die Gerade  $\mathfrak{A}$  in imaginären Punkten schneiden; ausgenommen sind jedoch die Punkte zwischen  $F$  und  $\mathfrak{A}$ .

3. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei parabolisch.

$\mathfrak{S}_{II}$  ist der um  $B_1 F$  beschriebene Kreis. Bezeichnet man den Mittelpunkt von  $\mathfrak{S}_{II}$  mit  $N$ ; beschreibt man um  $F N$  den Kreis  $\mathfrak{M}_{II}$ , und lässt man das Spiegelbild von  $\mathfrak{M}_{II}$  in Bezug auf die in  $F$  auf  $F N$  errichtete Senkrechte über  $\mathfrak{M}_{II}$  rollen, so beschreibt (Seite XIV) der Punkt  $F$  die Scheitelpunktkurve  $\mathfrak{F}_{IV}$ . Auf dieselbe Weise entsteht bekanntlich eine Kardioide.  $\mathfrak{F}_{IV}$  ist demnach eine Kardioide, deren erzeugende Kreise die Durchmesser  $\frac{F A_1}{4}$  haben.

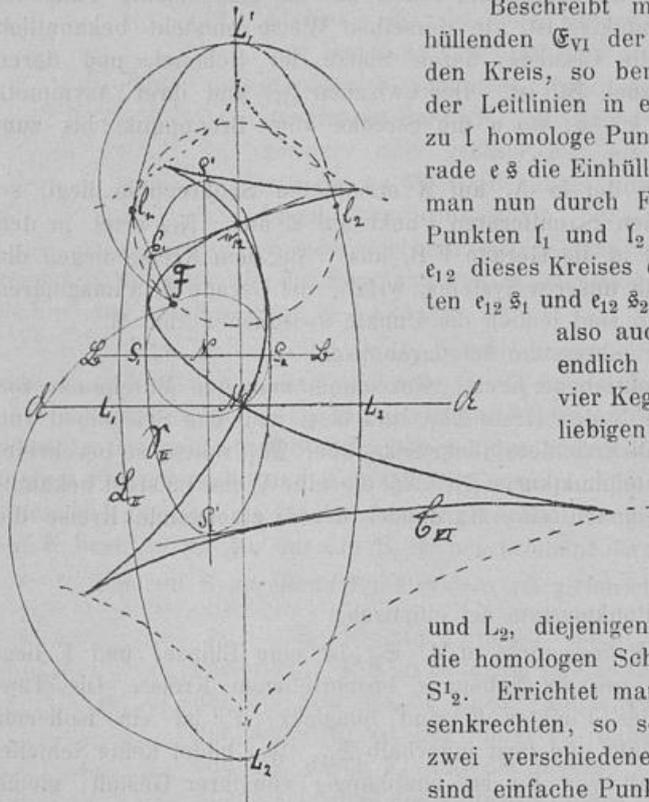
4. Das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem sei elliptisch.



a)  $F$  liege nicht in  $M$ .  $\mathfrak{S}_{II}$  ist eine Ellipse, und  $F$  liegt auf dem um die Nebenaxe beschriebenen Kreise. Die Tangenten des Punktes  $F$  sind imaginär;  $F$  ist ein isolierter Doppelpunkt und liegt innerhalb  $\mathfrak{S}_{II}$ .  $\mathfrak{F}_{IV}$  bildet keine Schleife. Der Inhalt von  $\mathfrak{F}_{IV}$  ist unabhängig von ihrer Gestalt, gleich  $\frac{a^2 \pi}{2} + b^2 \pi$ . Liegt insbesondere  $F$  in  $\mathfrak{A}$ , so fallen die beiden Tangenten des Punktes  $F$  in  $\mathfrak{A}$  zusammen;  $F$  ist eine Spitze, und die Klasse von  $\mathfrak{F}_{IV}$  erniedrigt sich um Eins.  $\mathfrak{F}_{IV}$  berührt  $\mathfrak{S}_{II}$  in den auf  $\mathfrak{A}$  liegenden Scheiteln von  $\mathfrak{S}_{II}$ .

b)  $F$  liege in  $M$ .  $\mathfrak{S}_{II}$  artet in ihre reellen, im Abstände  $\frac{e}{2}$  von  $M$  auf  $\mathfrak{A}$  liegenden Brennpunkte aus.  $\mathfrak{S}_{IV}$  artet in die beiden Kreise aus, welche  $\mathfrak{A}$  in  $M$  berühren, und deren Durchmesser  $\frac{e}{2}$  ist.

## Nähere Bestimmung der Einhüllenden der Parabeln des Systems.



Beschreibt man um einen Punkt  $e$  der Einhüllenden  $\mathcal{E}_{VI}$  der Parabeln des Systems mit  $eF$  den Kreis, so berührt dieser die Einhüllende  $\mathcal{Q}_{II}$  der Leitlinien in einem Punkte  $l$ ; wenn nun  $\bar{s}$  der zu  $l$  homologe Punkt auf  $\mathcal{E}_{II}$  ist, so berührt die Gerade  $e\bar{s}$  die Einhüllende  $\mathcal{E}_{VI}$  im Punkte  $e$ . Beschreibt man nun durch  $F$  einen Kreis, der  $\mathcal{Q}_{II}$  in zwei Punkten  $l_1$  und  $l_2$  berührt, so ist der Mittelpunkt  $e_{12}$  dieses Kreises ein Doppelpunkt mit den Tangenten  $e_{12}\bar{s}_1$  und  $e_{12}\bar{s}_2$ . Nun kann man durch 3 Punkte, also auch durch  $F$  und die beiden unendlich entfernten Kreispunkte  $J_1$  und  $J_2$  vier Kegelschnitte legen, welche einen beliebigen Kegelschnitt der Ebene doppelt berühren.\*) Folglich hat  $\mathcal{E}_{VI}$

4 Knotenpunkte. Um die Lage derselben aufzusuchen, bezeichne man die Scheitel von  $\mathcal{Q}_{II}$ , die auf  $\mathcal{A}$  liegen, mit  $L_1$

und  $L_2$ , diejenigen auf  $\mathcal{A}'$  mit  $L'_1$  und  $L'_2$ , sowie die homologen Scheitel auf  $\mathcal{E}_{II}$  mit  $S_1, S_2, S'_1$  und  $S'_2$ . Errichtet man auf  $FL_1$  und  $FL_2$  die Mittelsenkrechten, so schneiden letztere die Axe  $\mathcal{A}'$  in zwei verschiedenen Punkten; diese Schnittpunkte sind einfache Punkte auf  $\mathcal{E}_{VI}$ : denn beschreibt man um dieselben die Kreise durch  $F$ , so berühren diese

Kreise  $\mathcal{Q}_{II}$  je in einem einzigen Punkt  $L_1$  beziehlich  $L_2$ . Diese einfachen Punkte von  $\mathcal{E}_{VI}$ , deren Tangenten durch  $S_1$  und  $S_2$  gehen, sind reell oder imaginär, jenachdem  $\mathcal{Q}_{II}$  eine Ellipse oder Hyperbel ist; Ist  $\mathcal{Q}_{II}$  eine Parabel, so liegen sie auf  $\mathcal{G} \infty$ . Jeder andere Kreis, dessen Mittelpunkt auf  $\mathcal{A}'$  liegt, der durch  $F$  geht und  $\mathcal{Q}_{II}$  in einem Punkte  $l_1$  berührt, berührt  $\mathcal{Q}_{II}$  auch in dem zu  $l_1$  in Bezug auf  $\mathcal{A}'$  symmetrisch liegenden Punkte  $l_2$ . Da nun  $\mathcal{E}_{VI}$  von  $\mathcal{A}'$  in 6 Punkten geschnitten wird, so folgt, dass  $\mathcal{E}_{VI}$  zwei einfache und zwei Doppelpunkte auf  $\mathcal{A}'$  hat, und da die Tangenten jedes dieser Doppelpunkte nicht zusammen fallen, so schneidet sich  $\mathcal{E}_{VI}$  in  $\mathcal{A}'$  zwei mal selbst, und die Doppelpunkte sind Knotenpunkte. Errichtet man nun auch auf  $FL_1$  und  $FL_2$  die Mittelsenkrechten, so schneiden letztere die Axe  $\mathcal{A}$  in  $M$ . Es fallen also die beiden einfachen Punkte von  $\mathcal{E}_{VI}$  auf  $\mathcal{A}$  in  $M$  zusammen, so dass also auf  $\mathcal{A}$  drei Knotenpunkte liegen, von denen im allgemeinen nur  $M$ , welcher zugleich auf  $\mathcal{A}'$  liegt, reell ist.  $\mathcal{E}_{VI}$  wird demnach im allgemeinen

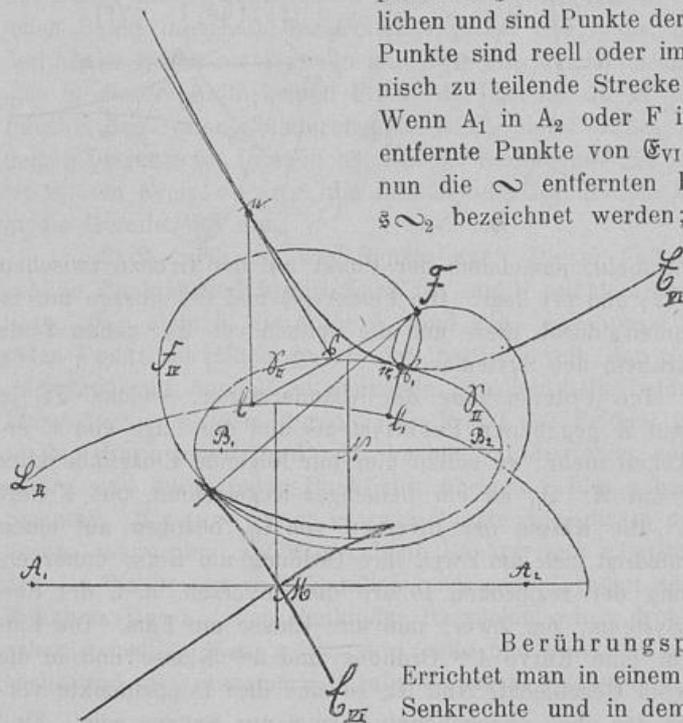
\*) H. Schröter, Theorie der Kegelschnitte. Leipzig, 1867, Seite 365.

ausser in M in keinem reellen Punkte mehr geschnitten. Die Tangenten des Knotenpunktes M gehen durch  $S_1$  und  $S_2$ ; und da M auf dem um  $S_1 S_2$  beschriebenen Kreise liegt, so stehen die beiden Tangenten in M unter allen Umständen senkrecht aufeinander; insbesondere auch dann, wenn F auf  $\mathfrak{A}$  liegt.  $\mathfrak{C}_{VI}$  schneidet sich also allemal selbst rechtwinklich in M.

Spitzen: Ein beliebiger, durch F gehender Kreis, dessen Mittelpunkt E sei, schneide  $\mathfrak{C}_{II}$  in den 4 Punkten  $l_1, l_2, l_3$  und  $l_4$ ; rücken drei dieser Punkte, etwa  $l_1, l_2$  und  $l_3$  in einen Punkt  $l_{123}$  zusammen, so wird der Kreis um E ein Oskulationskreis, dessen Mittelpunkt E auf der Evolute von  $\mathfrak{C}_{II}$  liegt. Die beiden Tangenten des Punktes E, nämlich die Geraden  $E s_{12}$  und  $E s_{23}$  fallen in eine Gerade  $E s_{123}$  zusammen; folglich ist E eine Spitze. Es hat also  $\mathfrak{C}_{VI}$  so viele Spitzen als Oskulationskreise von  $\mathfrak{C}_{II}$  durch F gehen; dass deren 6 vorhanden sind, ergibt sich jetzt aus der Plücker'schen Formel  $\rho = \frac{n(n-1) - v-2\delta}{3}$ , worin  $\rho$  die Zahl der Spitzen, n die Ordnung, v die Klasse und  $\delta$  die Zahl der Knotenpunkte bedeutet. Es ergibt sich  $\rho = \frac{6 \cdot 5 - 4 - 2 \cdot 4}{3} = 6$ . Alle 6 Spitzen von  $\mathfrak{C}_{VI}$  liegen auf der Evolute von  $\mathfrak{C}_{II}$ .

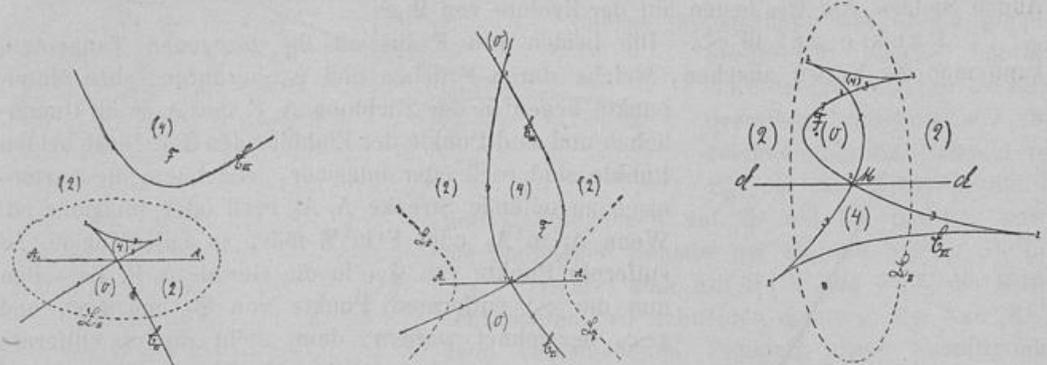
Punkte auf  $\mathfrak{C}_{\infty}$ . Die beiden von F aus an  $\mathfrak{C}_{II}$  gezogenen Tangenten, kann man als Kreise ansehen, welche durch F gehen und  $\mathfrak{C}_{II}$  berühren; ihre Mittelpunkte liegen in der Richtung  $A_1 F$  und  $A_2 F$  im Unendlichen und sind Punkte der Einhüllenden  $\mathfrak{C}_{VI}$ . Diese beiden Punkte sind reell oder imaginär, jenachdem die harmonisch zu teilende Strecke  $A_1 A_2$  reell oder imaginär ist. Wenn  $A_1$  in  $A_2$  oder F in  $\mathfrak{A}$  fällt, so fallen beide  $\infty$  entfernte Punkte von  $\mathfrak{C}_{VI}$  in die Gerade  $A_1 F$ . Es sollen nun die  $\infty$  entfernten Punkte von  $\mathfrak{C}_{II}$  mit  $s_{\infty 1}$  und  $s_{\infty 2}$  bezeichnet werden; dann steht die  $\infty$  entfernte Gerade  $\mathfrak{C}_{\infty}$  in  $s_{\infty 1}$  und  $s_{\infty 2}$  senkrecht auf den Geraden  $F s_{\infty 1}$  und  $F s_{\infty 2}$ ; daraus folgt (nach Seite XI), dass  $\mathfrak{C}_{VI}$  von  $\mathfrak{C}_{\infty}$  in zwei Punkten berührt wird; die beiden Berührungspunkte liegen in den zuden Asymptoten von  $\mathfrak{C}_{II}$  senkrechten Richtungen und sind reell und imaginär, jenachdem  $\mathfrak{C}_{II}$  eine Hyperbel oder Ellipse ist.

Berührungspunkte von  $\mathfrak{C}_{II}$ ,  $\mathfrak{C}_{IV}$  und  $\mathfrak{C}_{VI}$ . Errichtet man in einem Punkte  $s$  von  $\mathfrak{C}_{II}$  auf  $sF$  die Senkrechte und in dem zu  $s$  homologen Punkte I die Normale zu  $\mathfrak{C}_{II}$ , so schneidet letztere die in  $s$  auf  $sF$  errichtete Senkrechte in einem



Punkte  $e$  der Einhüllenden  $\mathfrak{C}_{VI}$ . Ist nun  $\bar{s}_1$  ein Punkt, dessen Normale auf  $\mathfrak{S}_{II}$  durch  $F$  geht, so geht auch die Normale des homologen Punktes  $I$  auf  $\mathfrak{Q}_{II}$  durch  $F$ , und  $\bar{s}_1$  ist ein Punkt auf  $\mathfrak{C}_{VI}$ . Rückt nun  $\bar{s}$  an  $\bar{s}_1$  heran, so geht  $e_1 e$  in eine Tangente an  $\mathfrak{C}_{VI}$  und zugleich in die in  $\bar{s}_1$  auf  $\bar{s}_1 F$  errichtete Senkrechte über; da auch  $\mathfrak{F}_{IV}$  (§ 4) in demselben Punkte von  $\mathfrak{S}_{II}$  berührt wird; so ergibt sich, dass die drei Kurven  $\mathfrak{S}_{II}$ ,  $\mathfrak{F}_{IV}$  und  $\mathfrak{C}_{VI}$  sich in denjenigen Punkten von  $\mathfrak{S}_{II}$  berühren, deren Normalen durch  $F$  gehen; es sind 2, 3 oder 4 solche Berührungspunkte reell, jenachdem  $F$  ausserhalb, auf oder innerhalb der Evolute von  $\mathfrak{S}_{II}$  liegt.

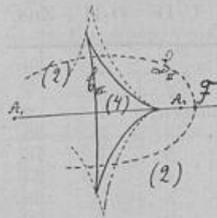
Anzahl der reellen Parabeln, welche durch einen Punkt gehen. Von den vier Parabeln, welche durch jeden Punkt der Ebene gehen, können 2 oder 4 imaginär sein, und 2, 3 oder 4 können in eine Parabel zusammenfallen. Die Einhüllende  $\mathfrak{C}_{VI}$  teilt nun die Ebene in dreierlei Felder, die mit (0), (2) oder (4) bezeichnet werden sollen, jenachdem keine, 2 oder 4 reelle Parabeln des Systems durch jeden Punkt des Feldes gehen. Durch jeden Punkt, welcher auf  $\mathfrak{C}_{VI}$  liegt, geht eine als doppelt zu denkende reelle und 2 imaginäre Parabeln, oder eine als doppelt



zu denkende und 2 reelle Parabeln, jenachdem der Punkt auf der Grenze zwischen den Feldern (0) und (2), oder (2) und (4) liegt. Die Felder (0) und (4) stossen nur in Knotenpunkten von  $\mathfrak{C}_{VI}$  zusammen; durch diese und die Spitzen von  $\mathfrak{C}_{VI}$  gehen 2 als doppelt zu denkende reelle Parabeln des Systems.

Besondere Fälle: Die Untersuchung der Abänderungen, welche  $\mathfrak{C}_{VI}$  je nach der Beschaffenheit des auf  $\mathfrak{A}$  gegebenen Punktsystems und der Lage von  $F$  erleidet, bietet keine Schwierigkeiten mehr; es sollen hier nur folgende Einzelfälle kurz erörtert werden: 1)  $F$  liege auf  $\mathfrak{A}$ .  $\mathfrak{Q}_{II}$  ist ein beliebiger Kegelschnitt, und  $F$  liegt auf einem Scheitel desselben. Die Klasse der Inversen von  $L_{II}$  bezogen auf einen um  $F$  beschriebenen Kreis erniedrigt sich um Zwei, ihre Ordnung um Eins; daher erniedrigt sich auch die Ordnung der reziproken Polare der Inversen, d. i. der Einhüllenden der Parabeln des Systems, um Zwei, und ihre Klasse um Eins. Die Einhüllende der Parabeln artet in eine Kurve 4<sup>ter</sup> Ordnung und 3<sup>ter</sup> Klasse und in die Gerade  $\mathfrak{A}$  aus. Da nun  $\mathfrak{C}_{IV}$  vom Geschlechte Null ist, so sind drei Doppelpunkte vorhanden, und dies können nach der oben angegebenen Formel nur Spitzen sein. Eine der Spitzen fällt mit derjenigen der Evolute von  $\mathfrak{Q}_{II}$  zusammen, welche auf  $\mathfrak{A}$  und dem

Scheitel  $F$  am nächsten oder am entferntesten liegt, jenachdem das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem hyperbolisch oder elliptisch ist. Die übrigen beiden Spitzen liegen symmetrisch zu  $\mathfrak{A}$  auf der Evolute von  $\mathfrak{Q}_{II}$ . Ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine Hyperbel, so liegen sie in den zu den Asymptoten senkrechten Richtungen im Unendlichen. Ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine Ellipse, so bildet



die ausgeartete Kurve 4<sup>ter</sup> Ordnung  $\mathfrak{E}_{IV}$  ein krummliniges Dreieck, zwei der Seiten liegen symmetrisch zu  $\mathfrak{A}$  und stossen in der erwähnten Evolutenspitze zusammen; die dritte Seite schneidet  $\mathfrak{A}$  rechtwinklich in  $M$ . Dieses krummlinige Dreieck wird von den Mittelsenkrechten derjenigen Sehnen umhüllt, die man von  $F$  aus in  $\mathfrak{Q}_{II}$  ziehen kann. Das Spiegelbild  $\mathfrak{E}_{IV}^1$  liegt deckend auf  $\mathfrak{E}_{IV}$ , doch so, dass jedem Punkte auf  $\mathfrak{E}_{IV}$  ein zu  $\mathfrak{A}$  symmetrisch liegender Punkt auf  $\mathfrak{E}_{IV}^1$  entspricht. Rollt  $\mathfrak{E}_{IV}^1$  über  $\mathfrak{E}_{IV}$ , so beschreibt  $F$  den Kegelschnitt  $\mathfrak{Q}_{II}$ . Durch die Spitze von  $\mathfrak{E}_{IV}$ , welche mit einer Evolutenspitze zusammenfällt, geht nur eine einzige Parabel, da nämlich der um diese Spitze durch  $F$  beschriebene Kreis mit  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine 4 punktige Berührung eingeht, so fallen alle vier durch den Punkt gehende Parabeln in eine zusammen. Durch die beiden übrigen Spitzen, sowie durch  $M$  gehen zwei reelle, aber keine imaginäre Parabeln. Durch jeden übrigen Punkt auf den Seiten des Dreiecks oder auf der Strecke von  $M$  bis zu der auf  $A$  liegenden Spitze gehen drei reelle Parabeln; durch jeden andern Punkt auf  $\mathfrak{A}$  geht eine reelle und zwei imaginäre, durch jeden Punkt innerhalb des Dreiecks gehen vier reelle, und durch jeden andern Punkt der Ebene gehen zwei reelle und zwei imaginäre Parabeln unseres Systems. Es gibt also in diesem Falle keinen Punkt der Ebene, durch den nicht wenigstens eine reelle Parabel des Systems hindurchgeht. Ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  eine Parabel, so rückt eine Seite des krummlinigen Dreiecks ins Unendliche, und die Einhüllende  $\mathfrak{E}_{IV}$  ist 3<sup>ter</sup> Ordnung und 3<sup>ter</sup> Klasse. Ist  $\mathfrak{Q}_{II}$  ein Kreis, so artet die Einhüllende  $\mathfrak{E}_{IV}$  in den Mittelpunkt  $M$  des Kreises und in die Gerade  $MF$  aus.

2)  $\mathfrak{Q}_{II}$  arte in zwei Punkte aus. Dieser Fall tritt ein, wenn das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem hyperbolisch ist, und  $F$  auf dem über  $A_1 A_2$  beschriebenen Kreise liegt.  $\mathfrak{E}_{VI}$  artet in die auf  $FA_1$  und  $FA_2$  errichteten Mittelsenkrechten aus. Durch jeden Punkt derselben gehen drei reelle, durch den Schnittpunkt  $M$  derselben gehen zwei reelle als doppelt zu denkende Parabeln; die beiden Mittelsenkrechten teilen die Ebene in vier Felder, durch jeden Punkt des Feldes, in welchem  $F$  liegt, gehen vier reelle, durch jeden Punkt der beiden Nachbarfelder gehen zwei reelle und zwei imaginäre, und durch jeden Punkt des übrigen Feldes gehen vier imaginäre Parabeln des Systems.  $\mathfrak{Q}_{II}$  artet ferner in zwei Punkte aus, die in der Entfernung  $e$  von  $M$  auf  $\mathfrak{A}^1$  liegen, wenn das auf  $\mathfrak{A}$  gegebene Punktsystem elliptisch ist, und  $F$  in  $M$  liegt.  $\mathfrak{E}_{VI}$  artet in die beiden zu  $\mathfrak{A}$  parallel gezogenen Geraden aus, welche den Abstand  $\frac{e}{2}$  von  $\mathfrak{A}$  haben. Durch jeden Punkt der Parallelen gehen drei, durch jeden Punkt, der zwischen denselben liegt, gehen vier reelle und durch jeden andern Punkt der Ebene zwei reelle und zwei imaginäre Parabeln unseres Systems.

Aachen, im März 1892.

Joseph Peveling.

# Schulnachrichten.

## I. Die allgemeine Lehrverfassung.

### 1a. Lehrplan der Realschule.

Der Unterricht umfasste sieben Jahreskurse.

	VI a, b	V a, b	IV a, b	U-III a, b	O-III	U-II	O-II	Zus.
Religionslehre für Katholiken . . . . .	3	2	2	..2..	2	2	.....	20
„ „ Evangelische . . . . .	3	.....	2	.....	.....	2	.....	7
„ „ Juden . . . . .	.....	je 1	Stunde	in 2	Abtheilungen			2
Deutsch . . . . .	4	4	4	3	3	3	3	39
Französisch . . . . .	8	8	8	6	6	5	5	76
Englisch . . . . .	.....	.....	.....	5	5	4	4	23
Geschichte und Geographie . . . . .	3	3	4	4	4	3	3	38
Rechnen und Mathematik . . . . .	5	6	6	6	6	5	5	62
Naturbeschreibung . . . . .	2	2	2	2	2	3	.....	21
Physik . . . . .	.....	.....	.....	.....	.....	4	4	8
Chemie . . . . .	.....	.....	.....	.....	.....	.....	3	3
Schreiben . . . . .	2	2	2	.....	.....	.....	.....	12
Freihandzeichnen . . . . .	2	2	2	2	2	2	.....	20
Linearzeichnen . . . . .	.....	.....	.....	.....	2	2	.....	4
Zusammen . . . . .	29	29	30	30	32	33	33	335
Turnen . . . . .	..2..	..2..	je 2 St. in drei Abtheilungen					10
Gesang . . . . .	..1..	..1..	je 2 St. in zwei Abtheilungen					6

**Bemerkung.** Die Realschulen stehen zu den Ober-Realschulen im Wesentlichen in dem gleichen Verhältnisse, wie die Progymnasien zu den Gymnasien, jedoch gewähren die Realschulen einen Abschluss der Schulbildung. Zum Eintritt in die Sexta ist die Zurücklegung des 9. Lebensjahres und dasjenige Maass von elementaren Kenntnissen erforderlich, welches durch erfolgreichen dreijährigen Besuch der Volksschule erworben wird.

### 1b. Lehrplan der Fachschule

A für maschinen-technische, B für chemisch-technische Gewerbe.

Der Unterricht umfasst zwei Jahreskurse.

		II. Unterer Jahres- kursus.		I. Oberer Jahres- kursus.		Zus.
		A Masch.	B Chem.	A Masch.	B Chem.	
Gemeinsamer Unterricht für Maschinen- techniker A und Chemiker B.	Mathematik I. . . . .	5	.....	.....	.....	5
	Darstellende Geometrie . . . . .	2	.....	2	.....	4
	Mechanik . . . . .	3	.....	3	.....	6
	Baukonstruktionslehre mit Uebungen . . . . .	3	.....	5	.....	8
	Allgemeine Physik . . . . .	2	.....	2	.....	4
	Allgemeine Chemie und chemische Technologie . . . . .	3	.....	3	.....	3
Gewerbliche Geschäftskunde . . . . .	2	.....	.....	.....	.....	2
Spezieller Unterricht für Maschinen- techniker A.	Mathematik II . . . . .	.....	.....	5	.....	5
	Spezielle Maschinenlehre und mechanische Technologie	6	.....	6	.....	12
	Maschinenzeichnen . . . . .	8	.....	8	.....	8
	Freihandzeichnen . . . . .	4	.....	4	.....	4
Spezieller Unterricht für Chemiker B.	Spezielle Physik . . . . .	.....	1	.....	2	3
	Spezielle Chemie . . . . .	.....	3	.....	2	5
	Mineralogie . . . . .	.....	2	.....	2	4
	Allgemeine Maschinenlehre . . . . .	.....	.....	.....	5	5
	Uebungen im chemischen Laboratorium . . . . .	.....	12	.....	12	12
Zusammen . . . . .		38	38	38	38	90

**Bemerkung.** Die Berechtigung zum Eintritt in den unteren Kursus der Fachschule wird durch den erfolgreichen einjährigen Besuch der Untersekunda der Realschule, überhaupt von Inländern durch die auf einer höheren Schule Deutschlands erlangte wissenschaftliche Befähigung für den einjährig freiwilligen Militärdienst erworben. Ausländer haben sich einer besonderen Aufnahme-Prüfung zu unterziehen. Ueber die Zulassung von Hospitanten bleibt die Entscheidung von Fall zu Fall vorbehalten.



## 3. Uebersicht über die Lehrpensä.

### 3a. Realschule.

#### Obersekunda.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Goeke.

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Kombiniert mit U-II. Sittenlehre, Kirchengeschichte seit dem Beginn der Reformation. Wiederholung der gelernten Kirchenlieder und Anfügung einzelner Hymnen. — Messopfer und Sakramente. Die wichtigsten kirchengeschichtlichen Thatsachen bis zum Zeitalter der Reformation. — *Vendel*.

**Evangelische Religionslehre**, 2 St. Kombiniert mit U-II. Glaubens- und Sittenlehre. Kirchengeschichte, besonders Reformationsgeschichte. — *Feld*.

**Deutsch**, 3 St. Lektüre: Minna von Barnhelm und Wallensteins Lager; ausgewählte Abschnitte aus der Odyssee und der Gudrun. Lesen und Erklären von Balladen, Romanzen und kulturhistorischen Gedichten, namentlich Goethes und Schillers, sowie prosaischer Musterstücke aus dem Lesebuch von Linnig, II. Theil. Anleitung zur Privatlektüre (Schiller, dreissigjähriger Krieg, Uhland, Ernst von Schwaben). Uebersicht der neuhochdeutschen Literatur in ihren wichtigsten Erscheinungen bis zu den Romantikern einschl. — Vervollständigung der Metrik und Poetik (die lyrische und dramatische Poesie). Deklamationen. Freie Vorträge. Dispositionsübungen. — Themata der deutschen Aufsätze: 1) Gold ist ein guter Diener, aber ein böser Herr. 2) Hat Parricida Recht, seine That mit der Tells zu vergleichen? 3) Lerne dich selbst kennen (Chrie). 4) Welchen Einfluss üben die Götter im 5. Gesänge der Odyssee auf das Schicksal des Odysseus aus? (Klassenarbeit). 5) Teuer ist mir der Freund, doch auch den Feind kann ich nützen. Zeigt mir der Freund, was ich kann, zeigt mir der Feind, was ich soll. 6) Aus welchen Gründen hält es Tellheim für seine Pflicht auf Minna zu verzichten, und wie sucht Minna dieselben zu widerlegen? 7) Die Elemente hassen das Gebild der Menschenhand (Klassenarbeit). 8) Vergleich zwischen Uhlands Glück von Edenhall und Heines Belsazar. 9) Wichtigkeit des Studiums der Naturwissenschaften für das praktische Leben. — Thema für die schriftliche Entlassungsprüfung: Das Wohlthätige und Nachtheilige der Flüsse. — Dr. Goeke.

**Französisch**, 5 St. Eingehende Behandlung der schwierigeren Kapitel der Grammatik; Uebersetzungen aus Plötz, Uebungen zur Erlernung der Syntax. Gelesen wurde Ségur, Napoléon à Moscou et Passage de la Bérésina, sowie Athalie von Racine. Synonymik. Sprech- und Memorirübungen. Alle 14 Tage wurde eine schriftliche Arbeit zur Verbesserung eingereicht. — Für die Entlassungsprüfung war ein nach Mignet, Histoire de la Révolution française gebildeter deutscher Text ins Französische zu übertragen. — *Hülsmann*.

**Englisch**, 4 St. Wiederholung des ganzen grammatischen Pensums nach Gesenius, Schulgrammatik der englischen Sprache. Gelesen wurde The Duke of Monmouth aus Macaulay's History of England (Rengersche Ausgabe) Sprech- und Memorirübungen im Anschluss an die Lektüre. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit zur Korrektur. — Für die Entlassungsprüfung war ein nach Thomas Keigtley, History of England gebildeter deutscher Text ins Englische zu übertragen. — *Hülsmann*.

**Geschichte und Geographie**, 3 St. a) Wiederholung und Erweiterung der neuen und neuesten Geschichte. Nach Eckertz, Hilfsbuch für den ersten Unterricht in der deutschen Geschichte. — b) Mitteleuropa. Uebersichtliche Wiederholung der ausser-europäischen Erdtheile. Einzelnes über die wichtigsten Verkehrswege der Gegenwart. Nach Daniel, Lehrbuch der Geographie. — *Dr. Goeke*.

**Mathematik**, 5 St. Quadratische Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Kubische Gleichungen. Einfache arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. — Stereometrie. — Lösung geometrischer Aufgaben durch Konstruktion und durch Rechnung. — Potenzlinien, Pol und Polare beim Kreise. — Wiederholungen. — Alle 3 Wochen eine Reinarbeit. — Aufgaben für die schriftliche Entlassungsprüfung: 1)  $x^4 + y^4 = 82$ ,  $x + y = 4$ . 2) Eine Strecke  $AB = a$  soll durch einen Punkt X so getheilt werden, dass  $AX \cdot BX = 3p^2$  wird, wo p eine gegebene Strecke sei. 3) Auf einen Punkt A wirken zwei Kräfte  $P = 186$  kg,  $Q = 68$  kg, die miteinander einen Winkel  $\alpha = 151^\circ 55' 39''$  bilden. Man bestimme die Grösse der Resultirenden und die Winkel, die sie mit den Kräften bildet. 4) Die untere Grundfläche eines Pyramidenstumpfes sei ein einem Kreise vom Radius  $r = 15$  m einbeschriebenes Quadrat. Es sei die Höhe  $h = 4$  m und die Seitenkante  $s = 5$  m. Es ist der Inhalt zu berechnen. — *Dr. Pauls*.

**Physik**, 4 St. Akustik, Optik, Magnetismus und Elektrizität. — *Dr. Drecker*.

**Chemie**, 3 St. Kombiniert mit Fachklasse II, Allgemeine Chemie und Technologie. — *Dr. Polis*.

**Freihandzeichnen**, 2 St. Kombiniert mit U-II. Zeichnen nach Gipsornamenten und Körpermodellen, die theils mit Bleistift, theils mit dem Wischer schattirt, theils mit dem Pinsel in Sepia ausgeführt wurden. Die meisten Schüler zeichneten ornamentale Grundformen nach Wandtafeln und geeigneten Vorlagen. — *Wickop*.

**Linearzeichnen**, 2 St. Kombiniert mit U-II. Konstruktives Zeichnen. Elemente der Projektionslehre nach Stuhlmann und Darstellungen nach Modellen. Die geübteren Schüler zeichneten Elemente der Schattenkonstruktion. — *Wickop*.

### Unter-Sekunda.

Ordinarius: Oberlehrer *Dr. Drecker*.

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Siehe O-II. — *Vendel*.

**Evangelische Religionslehre**, 2 St. Siehe O-II. — *Feld*.

**Deutsch**, 3 St. Lektüre: Hermann und Dorothea und Wilhelm Tell; ausgewählte Abschnitte aus der Ilias und dem Nibelungenliede. Lesen und Erklären ausgewählter Balladen und Romanzen, namentlich Goethes und Schillers, sowie prosaischer Musterstücke aus dem Lesebuch von Linnig, II. Theil. Anleitung zur Privatlektüre:

Kleist, Prinz von Homburg. Uebersicht der neuhochdeutschen Literatur in ihren wichtigsten Erscheinungen. — Vervollständigung der Metrik und Poetik. Memoriren von Gedichten. Deklamationen. Freie Vorträge. Dispositionsübungen. — Themata der deutschen Aufsätze: 1) Kenntnisse sind der beste Reichtum. 2) Nur Beharrung führt zum Ziel (Chrie). 3) Gliederung und Inhaltsangabe des ersten Gesanges der Ilias. 4) Wie wendet man die Mineralien an? (Klassenarbeit). 5) Schillers „Bürgschaft“ und „Deutsche Treue“ nach ihrem Inhalte verglichen. 6) Die Nationalspiele und ihre Bedeutung für die Griechen. 7) Gliederung und Inhaltsangabe des zweiten Gesanges von Hermann und Dorothea (Klassenarbeit). 8) Der Rhein ein deutscher Strom. 9) Der Starke ist am mächtigsten allein. 10) Welche Hindernisse muss Damon überwinden, um seinen Freund zu retten? (Klassenarbeit). — Dr. *Goeke*.

**Französisch**, 5 St. Fürwörter, Rektion der Verben, Infinitiv und Konjunktionen (Plötz, Schulgrammatik, L. 72—79). Uebersichtliche Wiederholung der ganzen Grammatik. Uebersetzungen aus Plötz, Uebungen zur Erlernung der französischen Syntax. Gelesen wurde Thiers, *Expédition de Bonaparte en Égypte* (Rengersche Ausgabe). Synonymik. Memorir- und Sprechübungen. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit zur Verbesserung. — *Hagelüken*.

**Englisch**, 4 St. Pronomen, Adverb, Präpositionen, intransitive, reflexive und unpersönliche Verben, nach Gesenius, Grammatik der englischen Sprache; Umschreibungen mit *to be* und *to do*. Gebrauch der unvollständigen Hilfsverben. Infinitiv. Gelesen wurden Abschnitte aus Washington Irving, *Tales of the Alhambra*. (Rengersche Ausgabe). Memorir- und Sprechübungen. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit zur Korrektur. — *Hagelüken*.

**Geschichte und Geographie**, 3 St. a) Wiederholung und Erweiterung der griechischen und der römischen Geschichte; Geschichte des Mittelalters. Nach Müller, *Alte Geschichte*, und Eckertz, *Hilfsbuch für den ersten Unterricht in der deutschen Geschichte*. — b) Die aussereuropäischen Erdtheile, die ausserdeutschen Länder Europas. Nach Daniel, *Lehrbuch der Geographie*. — Dr. *Goeke*.

**Mathematik**, 5 St. a) Algebra und Trigonometrie, 3 St. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Imaginäre und komplexe Zahlen. Anwendungen zu den Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten. Gleichungen des zweiten Grades mit einer Unbekannten. Ebene Trigonometrie.

b) Geometrie, 2 St. Die Lehre vom Kreise im Zusammenhange, Transversalen, harmonische Strahlen. Geometrische Aufgaben. — Dr. *Drecker*.

**Naturbeschreibung**, 3 St. a) Botanik: Anatomie und Physiologie der Pflanzen. b) Zoologie: Anatomie und Physiologie des animalischen Körpers, Anthropologie. c) Mineralogie: Krystallographie und physikalische Eigenschaften der Mineralien. d) Grundzüge der mathematischen Geographie. — Dr. *Düsing*.

**Physik**, 4 St. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Grundbegriffe der Mechanik. Statik und Dynamik fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Wärmelehre. Das Wichtigste aus der Elektrizitätslehre. — Dr. *Drecker*.

**Freihandzeichnen**, 2 St. Siehe O-II. — *Wickop*.

**Linearzeichnen**, 2 St. Siehe O-II. — *Wickop*.

### Ober-Tertia.

Ordinarius: **Sackardt.**

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Die Lehre vom h. Geiste und seiner Wirksamkeit in der Kirche. Von der Vollendung. Inhalt der h. Schrift. Allgemeines über Zeit, Sprache und Verfasser der h. Schriften des alten und neuen Testaments. Erklärung einiger Kirchenlieder. Die wichtigsten Thatsachen aus der Apostelgeschichte. — *Vendel.*

**Evangelische Religionslehre**, 2 St. Kombiniert mit U-III und IV. Bibeldkunde des alten Testaments. Auslegung des apostolischen Glaubensbekenntnisses. Memoriren von Kirchenliedern, Sprüchen und Gleichnissen. — *Feld.*

**Deutsch**, 3 St. Grammatik: Der mehrfach zusammengesetzte Satz und die Periode. Wiederholungen. — Lektüre: Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuche von Linnig, II. Theil. Im Anschlusse an die Lektüre: schriftliche Uebungen und mündliche Vorträge. — Das Hauptsächlichste aus der Lehre von den Tropen und Figuren und aus der Metrik. Memoriren von Gedichten. Deklamationen. Alle 3 Wochen ein Aufsatz. — *Sackardt.*

**Französisch**, 6 St. Aus der Schulgrammatik von Plötz L. 57 bis einschliesslich 71. Wiederholung der unregelmässigen Verben. Gelesen wurde Michaud, Histoire de la première Croisade. Sprechübungen im Anschluss an die Lektüre. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit zur Verbesserung. — *Dr. Teichmann.*

**Englisch**, 5 St. Kapitel 17–24 des Elementarbuches von Gesenius. Die Syntax des Artikels, Substantivs, Adjektivs und Zahlwortes (§ 1–80 der Grammatik von Gesenius). Lektüre aus dem Lesebuche von Lüdeking. Sprechübungen im Anschluss an die übersetzten Lesestücke. Drei Gedichte wurden auswendig gelernt. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — *Dr. Teichmann.*

**Geschichte und Geographie**, 4 St. a) Wiederholung der römischen Geschichte. Deutsche Geschichte vom westfälischen bis zum Frankfurter Frieden, mit steter Berücksichtigung der brandenburgisch-preussischen Geschichte. — b) Physische und politische Geographie von Deutschland. — *Sackardt.*

**Mathematik**, 6 St. a) Algebra, 3 St. Lehre von den Proportionen. Potenzen mit positiven und negativen ganzen Exponenten. Quadrat- und Kubikwurzel aus algebraischen Ausdrücken. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Nach Heis. b) Geometrie, 3 St. Verwandlung der Figuren. Proportionalität und Aehnlichkeit der Figuren. Inhaltsbestimmung und Proportionalität der geradlinigen Figuren. Die Kreislehre im Zusammenhange. Geometrische Aufgaben im Anschluss an die genannten Kapitel. — *Dr. Pauls.*

**Naturbeschreibung**, 2 St. Im Sommer: Fortsetzung der Pflanzenbestimmungen, im Anschluss die hauptsächlichsten biologischen Erscheinungen der Pflanzen. Das natürliche Pflanzensystem. Die wichtigsten Kulturpflanzen.

Im Winter: Urthiere, Strahlthiere, Weichthiere, Würmer. Allgemeine Systematik des Thierreiches. — *Dr. Pauls.*

**Freihandzeichnen**, 2 St. Fortsetzung des Pensums von U-III. Die geübteren Schüler zeichnen ornamentale Grundformen, Rosetten, Palmetten, Blattformen und einfache Ornamente mit Verwendung der Grundformen. Ausführung in Bleistift, Federzeichnung oder in einfachen Farbentönen. — *Wickop*.

**Linearzeichnen**, 2 St. Einfache lineare Flächenornamente in Netzkonstruktionen zur Erlangung der Fertigkeit im Gebrauche der Zeichengeräthe. Kreiseintheilungen und geometrische Konstruktionen. Darstellungen von Körpern im Grund- und Aufriss bis zu den Durchdringungen einfacher Körper. — *Wickop*.

### Unter-Tertia,

in zwei parallele Coetus (a und b) getheilt.

Ordinarien: Dr. **Teichmann** und **Dönnebrink**.

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Beide Coetus kombiniert. Wiederholung des Katechismus. Begriff und Grundlage der Religion. Der Glaube und seine Quellen. Die Lehren von der h. Dreifaltigkeit, der Welterschöpfung und Erlösung. Erklärung und Auswendiglernen einzelner Kirchenlieder. — *Vendel*.

**Evangelische Religionslehre**, 2 St. Siehe O-III. — *Feld*.

**Deutsch**, 3 St. Wortbildungs-, Satz- und Interpunktionslehre. — Lektüre: Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuche von Linnig, II. Theil. Im Anschlusse an die Lektüre: Uebungen in freier Wiedergabe des Gelesenen. Dispositionübungen. Memoriren von Gedichten. Deklamationen. Alle drei Wochen ein Aufsatz. — *Feld, Dönnebrink*.

**Französisch**, 6 St. Wiederholung der unregelmässigen Verben. Die Lehre von der Wortstellung und dem Gebrauche der Zeiten und Moden (Plötz, Schulgrammatik, L. 39—56). Lektüre aus dem Lesebuche von Lüdeking. Sprechübungen im Anschluss an die übersetzten Lesestücke. Drei Gedichte wurden auswendig gelernt. Alle 14 Tage ein Exercitium oder ein Extemporale resp. Diktat. — Dr. *Teichmann*, Dr. *Huendgen*.

**Englisch**, 5 St. Artikel, Deklination, Hilfsverben, regelmässige Verben, Fürwörter, Adjektive, Bildung und Stellung der Adverbien. Nach Gesenius, Elementarbuch der englischen Sprache, Kapitel I bis einschl. XVI. Auswendiglernen der den Uebungsbeispielen vorausgeschickten kleinen Erzählungen. Alle 14 Tage ein Extemporale oder ein Exercitium. — Dr. *Teichmann*, Dr. *Huendgen*.

**Geschichte und Geographie**, 4 St. a) Wiederholung der griechischen Geschichte. Deutsche Geschichte bis zum 30jährigen Kriege. Nach Müller, Alte Geschichte und Eckertz, Hilfsbuch für den ersten Unterricht in der deutschen Geschichte. — Dr. *Goeke*, *Dönnebrink*.

b) Die ausserdeutschen Länder Europas. Nach Daniel, Lehrbuch der Geographie. — *Sackardt*, Dr. *Huendgen*.

**Mathematik**, 6 St. a) Rechnen, 2 St. Gesellschafts- und Mischungsrechnung. Die Kettenregel. Inhaltsbestimmungen geradliniger Figuren. Quadratwurzeln. Kubikwurzeln. Wiederholungen. Nach Schellen I.

b) Algebra, 2 St. Wiederholungen. Division algebraischer Ausdrücke. Zerlegen in Faktoren. Gemeinschaftliches Maass und Dividuus. Dezimalbrüche, stetige Zahlenreihe. Gleichungen I. Grades mit einer Unbekannten. Nach Reidt I und Heis. —

c) Geometrie, 2 St. Die Nichtkongruenz der Dreiecke. Die Vierecke. Einfache Sätze über den Kreis. Gleichheit der Figuren. Wiederholung des Pensums der Quarta. Alle 14 Tage eine Reinarbeit. — *Hild, Ramisch.*

**Naturbeschreibung**, 2 St. a) Botanik: Pflanzenbestimmungen. Charakteristik natürlicher Familien. Linné'sches System. b) Zoologie: Gliederfüssler, besonders Insekten. — Dr. *Düsing, Dr. Pauls.*

**Zeichnen**, 2 St. Wo es erforderlich war, wurde das Pensum der Quarta zu Ende geführt. Die geübteren Schüler zeichneten Grundformen des Ornaments: zuerst geradlinige, dann gerade und gebogene verbunden, unter Zugrundlegung des Quadrats, Achtecks, gleichseitigen Dreiecks, Sechsecks etc., endlich Spirallinien, Ellipsen, einfache Rosetten, Gefässformen etc. — *Radke.*

### Quarta,

in zwei parallele Coetus (a und b) getheilt.

Ordinarien: **Hagelüken** und Oberlehrer **Hülsmann.**

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Die Lehre von der Gnade und den Gnadenmitteln. Die wichtigsten Kirchenfeste in ihrer Bedeutung. Erklärung der wichtigsten Ceremonien. Auswendiglernen und Erklärung einzelner Kirchenlieder. Aus der biblischen Geschichte: Wiederholung des Lebens Jesu in seinen Hauptzügen. — *Vendel.*

**Evangelische Religionslehre**, 2 St. Siehe O-III. — *Feld.*

**Deutsch**, 4 St. Grammatik: Wiederholungen aus der Formenlehre. Die Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze. Lektüre: Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuch von Linnig, I. Theil. Neun Gedichte wurden auswendig gelernt. Wöchentliche Uebungen in der Rechtschreibung und Zeichensetzung. Alle drei Wochen eine häusliche Arbeit. — *Feld, Dönnebrink.*

**Französisch**, 8 St. Unregelmässige Zeitwörter der 3. und 4. Konjugation, Anwendung von avoir und être, reflexive und unpersönliche Verben. Vollständige Formenlehre des Substantivs, Adjektivs, Adverbs. Die Zahlwörter und Präpositionen. Nach Plötz, Schulgrammatik, L. 12—38 einschliesslich. Es wurden die Vorübungen aus dem Lesebuch von Lüdeking, I. Theil, mit Auswahl gelesen. Sprechübungen im Anschlusse an die Lektüre. Jede Woche eine häusliche oder eine Klassenarbeit. — *Hagelüken, Hülsmann.*

**Geschichte und Geographie**, 4 St. a) Geschichte, 2 St. Alte Geographie von Griechenland und Italien. Kurze Uebersicht über die wichtigsten orientalischen Völker,

griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Grossen, römische Geschichte bis Augustus. Hilfsbücher: Müller, Alte Geschichte, und Putzger, Historischer Atlas. — b) Geographie, 2 St. Geographie Asiens, Afrikas, Amerikas und Australiens. Hilfsbücher: Daniel, Leitfaden, und Debes, VolksschulAtlas. — *Hagelücken, Hülsmann.*

**Mathematik**, 6 St. a) Rechnen, 2 St. Zusammengesetzter Dreisatz. Prozent-, Zins-, Rabatt- und Diskontorechnung. Alle 14 Tage eine Reinarbeit. Nach Schellen I. b) Algebra, 2 St. Einleitung. Uebungen nach Heis, § 1—20. c) Geometrie, 2 St. Die gerade Linie und die Winkel. Die Dreiecke bis zu den Kongruenzsätzen einschliesslich. Nach Reidt II. — Dr. *Pauls, Peveling.*

**Naturbeschreibung**, 2 St. a) Botanik: Pflanzenbestimmungen. Charakteristik einiger natürlichen Familien. b) Zoologie: Reptilien, Amphibien und Fische. Rückblick auf den Kreis der Wirbelthiere. Die wichtigsten Organe ihres Körpers. — *Peveling.*

**Schreiben**, 2 St. Auf einfacher Schriftlinie Uebung der deutschen und lateinischen Schrift. Stoff boten Sprichwörter, Aussprüche bedeutender Männer, kleine Geschäftsaufsätze und Briefadressen. Das kleine griechische Alphabet. Im letzten Tertial wurde die Rundschrift erlernt. — *Radke.*

**Zeichnen**, 2 St. Nach der Wiederholung des Pensums der Quinta wurden einfache Ornamente, Rosetten und fortlaufende Zierformen nach Vorlagen gezeichnet. — *Radke.*

### Quinta,

in zwei parallele Coetus (a und b) getheilt.

Ordinarien: **Peveling** und Dr. **Huendgen.**

**Katholische Religionslehre**, 2 St. Erklärung der 4 letzten Artikel des Apostolischen Glaubensbekenntnisses. Die Lehre von den Geboten Gottes und den Geboten der Kirche. Von der Uebertretung der Gebote. Von der christlichen Tugend und Vollkommenheit. Eintheilung und Hauptfeste des Kirchenjahres. Aus der biblischen Geschichte: Das Leben Jesu. — *Vendel.*

**Evangelische Religionslehre**, 3 St. Kombiniert mit Vb, VIa und VIb. Biblische Geschichten aus dem alten Testamente. Erklärung der 10 Gebote. Memoriren von Kirchenliedern und Sprüchen. — *Feld.*

**Deutsch**, 4 St. Grammatik: Wiederholung und Erweiterung des Pensums der Sexta nach dem Leitfaden von Buschmann. — Lektüre: a) Prosa: Einzelne Fabeln, leichtere Parabeln, Erzählungen und leichtere Beschreibungen aus dem Lesebuche von Linnig, 1. Theil. Uebungen im Anschluss an die Lektüre. b) Poesie: Fabeln, Erzählungen und lyrische Gedichte. Neun Gedichte wurden auswendig gelernt. Deklamationsübungen. Wöchentliche Uebungen im Rechtschreiben und in der Zeichensetzung. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit nach vorheriger Besprechung in der Klasse. — *Sackardt, Dr. Goeke.*

**Französisch**, 8 St. Bildung der Formen der regelmässigen Konjugationen; die persönlichen Fürwörter, reflexive Verben, Veränderung des Participe passé, die gebräuchlichsten unregelmässigen Verben und die Verben der I. und II. unregelmässigen Konjugation. Nach Plötz, Elementarbuch, L. 60—91, und Plötz, Schulgrammatik, L. 1—11 einschl. Mehrere Lesestücke aus dem Anhang zu Plötz, Elementarbuch, wurden gelesen, passende Sätze und kleine Anekdoten memorirt. Wöchentlich ein Extemporale oder ein Exercitium. — *Sackardt, Dr. Huendgen.*

**Geschichte**, 1 St. Deutsche Sagen und Erzählungen aus dem Leben hervorragender Männer der vaterländischen Geschichte. — *Sackardt, Dr. Huendgen.*

**Geographie**, 2 St. Uebersichtliche Darstellung der physischen und politischen Geographie Europas mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands. Vor- und Nachzeichnen von Kartenbildern. — *Feld, Dr. Goeke.*

**Rechnen**, 6 St. Dezimalbrüche. Maass und Gewicht. Abgekürztes Rechnen. Einfacher Dreisatz mit ganzen Zahlen, gewöhnlichen Brüchen und Dezimalbrüchen. Wiederholung. Geometrisches Zeichnen. Alle 14 Tage eine Reinarbeit. Nach Schellen I. — *Peveling, Hild.*

**Naturbeschreibung**, 2 St. a) Botanik: Beschreibung wildwachsender Blütenpflanzen. Einleitung in die Systematik. b) Zoologie: Die Vögel. — *Peveling, Dr. Düsing.*

**Schreiben**, 2 St. Fortgesetzte Uebung der methodisch geordneten grossen und kleinen deutschen und lateinischen Schriftzeichen an besonders hierzu geeigneten Sprüchwörtern und Sentenzen, die vom Lehrer an die Tafel geschrieben und erläutert worden sind. Auf einfachen Linien mit Höhenangabe der Langbuchstaben. — *Radke.*

**Zeichnen**, 2 St. Die Uebungen dieser Klasse umfassten nach einer kurzen Wiederholung des Pensums der Sexta die Theilung der gradlinigen Figuren und das Zeichnen der darauf beruhenden Netze, die zur Bildung von geradlinigen Zierformen benutzt wurden. — *Wickop.*

### Sexta,

in zwei parallele Coetus (a und b) getheilt.

Ordinarien: Dr. Düsing und Hild.

**Katholische Religionslehre**, 3 St. (1 Stunde für bibl. Geschichte.) Beichtunterricht. Einübung und kurze Erklärung der wichtigsten Gebete. Erklärung der 12 Artikel des apostolischen Glaubensbekenntnisses. Einführung in die Kenntniss des kirchlichen Jahres.

Aus der biblischen Geschichte des alten Testaments die Urgeschichte, die Zeit der Patriarchen und die Gesetzgebung auf Sinai.

Aus der Geschichte des neuen Testaments die Jugendgeschichte Jesu bis zum ersten Osterfeste. — *Vendel.*

**Evangelische Religionslehre**, 3 St. Siehe V. — *Feld.*

**Deutsch**, 4 St. Märchen, Fabeln und Sagen des klassischen Alterthums. Vortrag von Gedichten. Deklination und Konjugation. Rechtschreibung. Jede Woche ein Diktat. — *Dönnebrink, Feld.*

**Französisch**, 8 St. Plötz, Elementarbuch, Lektion 1—59. Jede Woche eine schriftliche Arbeit. — *Dönnebrink, Hild.*

**Geschichte**, 1 St. Sagen und biographische Erzählungen aus dem griechischen und römischen Alterthum. — *Dönnebrink, Hild.*

**Geographie**, 2 St. Das wichtigste aus der mathematischen Geographie. Lage und Grenzen der Welttheile und Weltmeere; Geographie der aussereuropäischen Erdtheile im Allgemeinen. — *Dr. Düsing, Feld.*

**Rechnen**, 5 St. Gewöhnliche Bruchrechnung. Einfache Regeldetri mit ganzen Zahlen. Alle 14 Tage eine Reinarbeit. — *Dr. Düsing, Ramisch.*

**Naturbeschreibung**, 2 St. Im Sommer: Beschreibung wildwachsender Pflanzen sowie Einübung der morphologischen Grundbegriffe. Nachzeichnen charakteristischer Blattformen. Anlage einer Sammlung von Blättern.

Im Winter: Lebensweise und Eigenschaften der wichtigsten Säugethiere. — *Dr. Düsing, Peveling.*

**Schreiben**, 2 St. Die kleinen und grossen deutschen und lateinischen Buchstaben in genetischer Reihenfolge nebst deren Verbindung zu Wörtern in Doppellinien. Gleichzeitig wurde das Schreiben der arabischen und römischen Ziffern erlernt. Alles nach Zerlegung und Besprechung des vom Lehrer an die Tafel geschriebenen Ideals. Taktirmethode. — *Radke.*

**Zeichnen**, 2 St. Belehrung über Körperhaltung und Führung der Hand. Das Zeichnen der geraden Linien in verschiedener Lage. Abschätzung und Vergleichung der Strecken. Verbindung der Linien zu Quadraten, Dreiecken, regelmässigen Sechs- und Achtecken. Verwertung der Polygone zu einfachen ornamentalen Gebilden, Sternfiguren, Bandmustern etc. — *Radke.*

#### **Dispensationen vom evangelischen Religionsunterrichte.**

Es fanden keine Dispensationen statt. — *Feld.*

#### **Jüdischer Religionsunterricht.**

I. Abtheilung, O-II bis U-III, 1 St. Jüdische Geschichte: Von der Rückkehr der Juden aus dem babylonischen Exil bis zum Abschluss der Mischnah (200 v. Chr.).

II. Abtheilung, IV bis VI, 1 St. Biblische Geschichte: Von Moses bis zur Zerstörung Jerusalems durch Nebukadnezar. — *Dr. Jaulus.*

#### **Turnen und Gesang.**

a) **Turnen**, in fünf Abtheilungen.

I. Abtheilung, O-II und U-II, 2 St. Frei-, Ordnungs- und Geräthübungen nach Anleitung des amtlichen Leitfadens, obere Stufe, mit Erweiterungen. Turnspiele. — *Zillikens.*

II. Abtheilung, O-III und U-III, 2 St. Frei-, Ordnungs- und Geräthübungen nach Anleitung des amtlichen Leitfadens, mittlere Stufe, mit entsprechenden Erweiterungen. Turnspiele. — *Zillikens*.

III. Abtheilung, IV, 2 St. Frei-, Ordnungs- und Geräthübungen nach Anleitung des amtlichen Leitfadens, mittlere Stufe, mit angemessener Erweiterung des Stoffes. Turnspiele. — *Radke*.

IV. Abtheilung, V, 2 St. Glieder-, Ordnungs- und Geräthübungen, nach Anleitung des amtlichen Leitfadens, mittlere Stufe. Spiele. — *Radke*.

V. Abtheilung, VI, 2 St. Wie Abtheilung IV. Die leichteren Uebungen der mittleren Stufe des amtlichen Leitfadens nebst Turnspielen. — *Radke*.

**Dispensationen:** Wegen weiten Schulweges waren 15, infolge ärztlichen Attestes 45 Schüler vom Turnen dispensirt, von den letzteren 16 dauernd und 29 zeitweise, 38 von allen Uebungen und 7 von einzelnen.

b) **Gesang**, in vier Abtheilungen.

I. Abtheilung für die befähigten Schüler aller Klassen, 2 St. Vierstimmige Gesänge aus Heim's Gesangbuch und Stein, Auswahl II. Kirchengesänge.

II. Abtheilung, IV und U-III, 2 St. Treffübungen, Aussprache etc. Lieder.

III. Abtheilung, V, 1 St. Die Dur- und Molltonleiter, die chromatische Tonleiter, technische Uebungen. Lieder.

IV. Abtheilung, VI, 1 St. Die ersten Elemente. Notenkenntniss, Gestalt und Werth der Noten und Pausen, Versetzungszeichen, Intervalle. Einstimmige Lieder. — *Dr. Huendgen*.

### Verzeichniss der bei der Realschule eingeführten Schulbücher.

Die Klassen, in denen sie gebraucht werden, sind durch ein Sternchen × angedeutet.

	VI	V	IV	U-III	O-III	U-II	O-II
<b>Religionslehre.</b>							
<i>a) katholische.</i>							
Katechismus für die Erzdiözese Köln . . . . .	×	×	×	.	.	.	.
Schuster, Biblische Geschichte . . . . .	×	×	×	.	.	.	.
Dubelman, Leitfaden für den Religionsunterricht an höheren Schulen . . . . .	.	.	.	×	×	.	.
						×	×
Degen und Boeckeler, Gebet- und Gesangbuch . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
<i>b) evangelische.</i>							
Zahn, Biblische Geschichte, Ausgabe von Giebe . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
Unions-Katechismus der rheinischen Provinzial-Synode . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
Ewich, Spruch- und Liederkanon . . . . .	.	.	×	×	×	×	×
Bibel . . . . .	.	.	×	×	×	×	×
Das in Aachen übliche Gesangbuch . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
<b>Deutsch.</b>							
Buschmann, Leitfaden für den Unterricht in der Sprachlehre . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
Linnig, Lesebuch . . . . .	×	×	×	.	.	×	×
				×	×	×	×
Wohlfeile Ausgaben von Klassikern n. Bestimmung d. Lehrerkonferenz . . . . .	.	.	.	.	.	×	×

	VI	V	IV	U-III	O-III	U-II	O-II
<b>Französisch.</b>							
Ploetz, Elementarbuch . . . . .	×	×	×	×	×	×	×
Ploetz, Schulgrammatik . . . . .	.	.	.	.	.	×	×
Ploetz, Uebungen zur Erlernung der Syntax . . . . .	.	.	×	×	×	.	.
Lüdeking, Lesebuch, I. Theil . . . . .	.	.	.	.	.	×	×
Wohlfeile Ausgaben von Klassikern n. Bestimmung d. Lehrerkonferenz	.	.	.	.	.	×	×
<b>Englisch.</b>							
Gesenius, Elementarbuch . . . . .	.	.	.	×	×	.	.
Gesenius, Grammatik . . . . .	.	.	.	.	×	×	×
Lüdeking, Lesebuch, I. Theil . . . . .	.	.	.	.	×	×	×
Wohlfeile Ausgaben von Klassikern n. Bestimmung d. Lehrerkonferenz	.	.	.	.	.	×	×
<b>Geschichte.</b>							
Müller, Alte Geschichte für die Anfangsstufe des historischen Unterrichts . . . . .	.	.	×	×	×	×	×
Eckertz, Hilfsbuch für den ersten Unterricht in der deutschen Geschichte . . . . .	.	.	.	×	×	×	×
Kanon der einzuprägenden Jahreszahlen, Kramer & Baum, Crefeld	.	.	×	×	×	×	.
Putzger, Historischer Atlas . . . . .	.	.	×	×	×	×	×
<b>Geographie.</b>							
Daniel, Leitfaden . . . . .	.	×	×	.	.	.	.
Daniel, Lehrbuch . . . . .	.	.	.	×	×	×	×
Lange, Volksschulatlas . . . . .	×	×	×	.	.	.	.
Liechtenstern und Lange, Schulatlas . . . . .	.	.	.	.	.	.	×
Debes, Schulatlas für die Oberklassen*) . . . . .	.	.	.	×	×	×	.
<b>Rechnen und Mathematik.</b>							
Schellen, Rechenbuch, I. Theil . . . . .	×	×	×	×	.	.	.
Reidt, Elemente der Mathematik . . . . .	.	.	.	×	×	×	×
				I. Algebra	.	.	.
				II. Planimetrie	×	×	×
				III. Trigonometrie	.	×	×
				IV. Stereometrie	.	×	×
Heis, Sammlung algebraischer Aufgaben . . . . .	.	.	×	×	×	×	×
Tafeln fünfstelliger Logarithmen . . . . .	.	.	.	.	.	×	×
<b>Naturbeschreibung.</b>							
Drecker, Aachener Schulflora*) . . . . .	.	.	×	×	.	.	.
Foerster, Flora excursoria, Ausgabe für die Aachener Realschule	.	.	.	×	×	×	.
Altum und Landois, Lehrbuch der Zoologie . . . . .	.	.	.	×	×	×	.
<b>Physik.</b>							
Jochmann, Lehrbuch . . . . .	.	.	.	.	.	×	×
<b>Chemie.</b>							
Zaengerle, Lehrbuch . . . . .	.	.	.	.	.	.	×
<b>Gesang (Abtheilung 2 und 3).</b>							
Damm, Liederbuch . . . . .	×	×	×	×	×	.	.
Stein, Auswahl von Gesängen . . . . .	.	.	×	×	×	.	.

\*) In der Einführung begriffen.

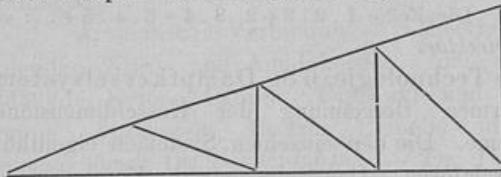
### 3b. Fachschule. Obere Fachklasse.

Ordinarius: Reintgen.

#### Gemeinsamer Unterricht für Maschinentechniker und Chemiker.

**Darstellende Geometrie**, 2 St. Durchdringung ebenflächig und krummflächig begrenzter Körper. Schattenkonstruktion. Elemente der Centralperspektive. — Aufgabe für die Entlassungsprüfung: Zwei Kreiscylinder, deren Axen sich unter einem Winkel von  $45^\circ$  schneiden, durchdringen sich. Ihre Durchmesser verhalten sich wie 10:11. Es soll die Durchdringungsfigur im Grund- und Aufriss sowie in einer Seitenansicht dargestellt werden. Die Mäntel beider Körper sind abzuwickeln und die Durchdringungslinien einzuzeichnen. — *Peveling*.

**Mechanik**, 3 St. Graphische und rechnerische Darstellung der Spannungen in einfachen und zusammengesetzten Träger- und Dachkonstruktionen. Festigkeitslehre. Mechanik des materiellen Punktes. Lebendige Kraft und mechanische Arbeit. Trägheitsmomente. Centrifugalkräfte. D'Alembert's Prinzip. Das Gesetz des Schwerpunktes. Stoss fester Körper. Grundzüge der Hydrostatik und Hydrodynamik. — Aufgaben für die schriftliche Arbeit der Entlassungsprüfung: Der Binder eines Perrondaches von der Höhe  $b$  und Ausladung  $a$  hat nebenstehende Einrichtung. Mit dem unteren Kantenpunkte an der Wand liegt er auf, das Traufende ist vertikal unterstützt. Die von den oberen 5 Knotenpunkten aufgenommene Dachlast beträgt für jedes Feld des



Binders  $P$  kg. a) Die Spannungen sämtlicher Stangen des Binders graphisch zu ermitteln. b) Die Spannungen von 4 verschiedenartigen Stangen auch zu berechnen. — *Der Direktor*.

**Baukonstruktionslehre** mit Übungen, 5 St. In 2 Wochenstunden die gebräuchlichsten Gewölbe, Öffnungen in Mauern, Mauerstärken, Holzverbindungen, Wände und Decken aus Holz, einfache Dächer aus Holz, Hänge- und Sprengwerke bei Wänden und Dächern aus Holz, aus Holz und Eisen, Decken aus Holz und Eisen und aus Stein und Eisen. In 3 Wochenstunden wurde das Darstellen von Baukonstruktionen zeichnerisch geübt. — *Wickop*.

**Allgemeine Physik**, 2 St. Magnetismus und Elektrizität. Repetitionen aus dem gesamten Gebiete der Physik. — *Dr. Drecker*.

**Allgemeine Chemie und chemische Technologie**, 3 St. Wiederholung des Pensums der unteren Fachklasse. Brennstoffe, Generatorfeuerung. Technische Rauchgasanalyse. Chemische Technologie des Wassers. Härtebestimmung. Weichmachen des Wassers für industrielle Zwecke, Apparate. Deacon's und Weldon's Chlorprozess. Chlorkalkfabrikation. Salzsäurefabrikation, Hargreave-Prozess. Schwefelsäurefabrikation. Sodafabrikation, Leblanc- und Solvay-Prozess. Glasfabrikation. Kalkbrennen, die neuern Kalköfen, Mörtel, Cement, Porzellan. Leuchtgasfabrikation. Metallurgie des Eisens. Der Hochofenprozess, Puddel- und Frischprozess. Bessemer-, Thomas- und Martin-Verfahren.

Gussstahlfabrikation. Detaillierte Beschreibung der Ofen- und Maschinen-Anlagen. Metallurgie des Zinks. Gewinnung des Bleis. Entsilberungsverfahren von Pattison und Cordurié. Kobalt und Nickel. Chemische Grundlage der Galvanoplastik. Die Chromfarben. Metallurgie des Kupfers und Silbers. Prinzipien der Photographie. Zuckerfabrikation. Vielfache Uebungen im Skizziren. Technische Exkursionen. — Dr. *Polis*.

### A. Spezieller Unterricht für Maschinentechniker.

**Mathematik II**, 5 St. Stereometrische Berechnungen. Potenzhaltende Punkte und Chordalen. Behandlung planimetrischer Aufgaben durch Konstruktion und Rechnung. Analytische Geometrie in ihren Grundzügen und ihrer Anwendung auf die wichtigeren Kurven. Maxima und Minima. Theorie der Binomialkoeffizienten und der arithmetischen Reihen höherer Ordnung. Die wichtigsten Reihen-Funktionen. Gleichungen höheren Grades. — Aufgaben für die schriftliche Arbeit der Entlassungsprüfung: 1) Eine Gerade, auf der 2 Strecken  $a$  und  $b$  zur Differenz  $a - b$  aufeinander abgetragen sind, bewegt sich mit den Endpunkten der Differenzlinie auf den beiden Geraden eines rechtwinkligen Axenkreuzes. Man soll die Gleichung der Kurve herleiten, die von dem gemeinsamen Endpunkte der Strecken  $a$  und  $b$  beschrieben wird. 2) In eine Kugel vom Radius  $r$  den grössten Kegel zu beschreiben, dessen Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegt. 3) Man soll den Ausdruck  $\sin \alpha - \sin \beta + \cos \gamma$  produktisch gestalten unter der Voraussetzung, dass  $\alpha + \beta + \gamma = 2 R$  ist. 4) Die Gleichung  $a \sin x + b \cos x = c$  zu lösen. Die Reihe  $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots$  vom  $n^{\text{ten}}$  bis zum  $m^{\text{ten}}$  Gliede zu summiren. — *Der Direktor*.

**Maschinenlehre und mechanische Technologie**, 6 St. Dampfkesselsysteme, Betrieb und Wartung derselben. Vorwärmer. Berechnung der Kesseldimensionen. Dampfmaschinen. Dampfmaschinensysteme. Die den einzelnen Systemen eigenthümlichen Details. Steuerungen. Centrifugal-Regulatoren. Das Schwungrad. Kondensatoren. Berechnung der Haupt-Dimensionen der Dampfmaschinen. Der Indikator und seine Anwendung. Dynamometer und Bestimmung der Arbeitsleistung mittelst derselben.

Hydraulische Motoren. Wasserräder, Turbinen.

Motoren für das Kleingewerbe. Schmidt'scher Motor. Gaskraftmaschinen.

Maschinen zum Heben von festen und flüssigen Körpern. Pumpen. Injektoren. Pulsometer. Flaschenzüge. Winden u. s. w.

**Technologie**. Eigenschaften und Verarbeitung der Metalle. Eisengiesserei. Schmieden, Walzen, Ziehen, Draht- und Röhrenfabrikation. Fabrikation der Nähnadeln u. s. w. Die wichtigsten Werkzeuge und Werkzeugmaschinen. Technische Exkursionen. — Aufgaben für die Entlassungsprüfung: 1) In der Maschinenlehre: Die einfache Muschelschiebersteuerung. Die Dampfvertheilung durch den einfachen Muschelschieber ist eingehend zu beschreiben; die Dampfdruck-Diagramme sind unter Benutzung des Zeuner'schen Schieberkreises zu zeichnen. 2) In der mechanischen Technologie: Die Kastenformerei. Als Beispiel ist die Einformung eines einfachen Modells zu beschreiben. Die Vorgänge beim Giessen sind ebenfalls anzugeben. — *Reintgen*.

**Maschinenzeichnen**, 8 St. Es wurden Maschinenteile, Dampfmaschinen, Dampfkessel, Hebevorrichtungen, Werkzeugmaschinen u. s. w. theils nach den im Unterrichte gegebenen Regeln und Skizzen, theils nach Werkzeugzeichnungen und Entwürfen ausgeführter Anlagen sowie nach eigenen Aufnahmen gezeichnet. — *Reintgen*.

**Freihandzeichnen**, 4 St. Einfache Ornamente nach Vorlagen und Zeichnen nach Gipsmodellen mit Angabe von Licht und Schatten in Bleistiftmanier. Dann reichere Ornamente in Federzeichnung mit Farben angelegt. — *Wickop*.

## B. Spezieller Unterricht für Chemiker.

**Spezielle Physik**, 2 St. Optische Instrumente. Doppelbrechung und Polarisation des Lichtes. Interferenz- und Beugungserscheinungen. Saccharimetrie. Spektralanalyse. Elektrolyse. Stromstärke und Widerstandsbestimmungen. Messung von electromotorischen Kräften. — Aufgabe für die Entlassungsprüfung: Die dynamo-elektrische Maschine mit Gramme'schem Ring. — *Dr. Drecker*.

**Spezielle Chemie**, 2 St. Organische Chemie: Einleitung. Elementaranalyse. Theorie der Kohlenstoffverbindungen. Reagenzienlehre. Physikalische Eigenschaften. Molekularvolumen. Siedepunkts-Regelmässigkeiten. Fraktionirte Destillation. Spezifisches Brechungsvermögen und Molekular-Rotation. Gährung.

Fettkörper: Die wichtigsten Kohlenwasserstoffe. Halogen- und Nitrokörper. Alkohole, Aldehyde, Ketone, Säuren, Aether, Ester und Amine. Cyan und seine Verbindungen.

Aromatische Verbindungen: Theorie der Benzolderivate. Die Kohlenwasserstoffe, Halogen-, Nitro- und Amidokörper. Azo- und Diazoverbindungen. Phenole, Alkohole, Aldehyde, Ketone, Säuren. Diphenyl- und Triphenyl-Derivate. Farbstoffe. Die Indigo-gruppe Anthracen. Alizarin. Chinolin- und Pyridin-Derivate. — Aufgabe für die Entlassungsprüfung: Die Zinkgewinnung. — *Dr. Polis*.

**Mineralogie**, 2 St. Repetition der Mineralogie. Methodisches Zeichnen von schwierigen Kombinationen und Zwillingen. Einzelnes aus der Geologie und über Erzlagerstätten. — *Dr. Düsing*.

**Allgemeine Maschinenlehre**, 5 St. Uebersicht der Maschinentheile. Die verschiedenen Dampfmaschinensysteme. Die wichtigsten Theile derselben. Wirkung des Schwungrades und des Regulators. Die Steuerungen. Indikator und Indikatorgramm. Die Dampfkessel und deren Wartung. Wasserräder, Turbinen. Maschinen zum Heben von festen und flüssigen Körpern. Transport-Schnecken, Bänder u. s. w. Ausgewählte Maschinen der chemischen Industrie. Schutzsicherungen. — *Reintgen*.

**Übungen im chemischen Laboratorium**, 12 St. Quantitative Analyse. Die wichtigsten Bestimmungs- und Trennungsmethoden. Beispiele: Silbermünzen, Schnellloth, Messing, Neusilber, Spatheisenstein, Rotheisenstein, Brauneisenstein; Roheisen und Stahlproben; Hochhofenschlacken, Puddel- und Thomas-Schlacken; Zinkblende, Bleiglanz, Kupferkies; Braunstein; Soda, Pottasche, Weinstein; Cement, Thon. Elementar-Analyse.

Um einem schablonenmässigen Arbeiten vorzubeugen, musste jeder Praktikant zu der ihm überwiesenen Analyse einen schriftlichen Plan einreichen, unter Benutzung von „Fresenius, Quant. Analyse, allgemeiner Theil.“ Die genannte Arbeit wurde dann im Laboratorium einer Kritik unterworfen, an der sich jeder nach Kräften zu betheiligen

Gelegenheit hatte. — Für die Entlassungsprüfung hatte jeder Prüfling eine besondere Mischprobe qualitativ zu bestimmen und den Gang der Analyse schriftlich darzustellen. (Die Proben enthielten: I. Arsenige Säure, Quecksilberchlorid, Wismuthnitrat, Cadmiumsulfat, Zinkcarbonat, Mangansulfat, Magnesiumsulfat, Chlorammonium. II. Kupfercarbonat, Nickelsulfat, Eisenoxydulsulfat, Chlormagnesium, Chloralcium, Ammoniumnitrat, Natriumcarbonat, Kaliumchlorat, Bromkalium. — Dr. *Polis*.

## Untere Fachklasse.

Ordinarius: Dr. *Polis*.

### Gemeinsamer Unterricht.

**Mathematik I**, 5 St. Gleichungen des zweiten Grades mit mehreren Unbekannten. Maxima und Minima. Arithmetische Reihe erster Ordnung. Geometrische Progressionen. Zinseszins- und Rentenrechnung.

Goniometrie und Trigonometrie. Konstruktion algebraischer Ausdrücke. Behandlung geometrischer Aufgaben durch Rechnung. Transversalen, harmonische Strahlen.

Körperliche Ecken. Die Inhaltsbestimmungen bei Körpern wurden auf alle Regelplatten ohne Ausnahme, den allgemeinen Cylinderkeil und die Rotationsgebilde ausgedehnt. — *Ramisch*.

**Darstellende Geometrie**, 2 St. Gerade und Ebene im Raume. Verschiedene Projektionsmethoden. Normalprojektion auf einer und zwei Ebenen. Die Grundaufgaben der darstellenden Geometrie. Beziehungen zwischen der wahren Grösse und den Projektionen gegebener Raumobjekte. Das Herabschlagen und Zurückschlagen ebener Gebilde. Darstellung von Körpern in verschiedenen Ebenen; deren Schnitte und Abwickelungen. Regelmässige Polyeder. Rotationskörper. — *Ramisch*.

**Mechanik**, 3 St. Einleitung. Zusammensetzung und Zerlegung der Bewegungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, der Kräfte und Kräftepaare. Bedingungen des Gleichgewichtes. Elemente der graphischen Statik. Schwerpunktsbestimmungen durch Konstruktion und Rechnung bei allen den Schülern bekannten geometrischen Gebilden. Die barycentrischen Inhaltssätze. Reaktion. Festigkeitslehre. — *Ramisch*.

**Baukonstruktionslehre**, 3 St. Im Sommersemester wurden die Schüler theils mit Linearzeichenübungen, theils mit Zeichnen von Holzverbänden etc. beschäftigt. Im Wintersemester wurden Steinverbände zu Mauern, Pfeilern, Schornsteinröhren, Bogen und Gewölben vorgetragen und gezeichnet. — *Wickop*.

**Allgemeine Physik**, 2 St. Repetition und Erweiterung des Pensums der Untersekunda, namentlich der Wärmelehre. Optik. — Dr. *Drecker*.

**Allgemeine Chemie und chemische Technologie**, 3 St. (Kombiniert mit Ober-Sekunda der Realschule.) Einleitung. Metalloide. Sauerstoff. Kurze Entwicklung der Gesetze der chemischen Verbindung nach Gewicht und Volum. Atomtheorie. Chemische Zeichen und Formeln. Stoechiometrie. Wasserstoff. Wasser. Lösung und Krystallisation. Synthese und Analyse. Ableitung des Atom- und Molekular-Gewichtes. Chlor. Gesetze der Absorption. Salzsäurefabrikation. Brom, Jod, Fluor, Schwefel. Schwefelsäurefabrikation. Selen, Tellur. Stickstoff. Atmosphäre. Eudiometrie. Diffusion. Phosphor,

Arsen, Antimon, Wismuth. Kurze Darlegung der Lehre vom chemischen Werth. Bor. Kohlenstoff. Brennmaterialien. Kohlenoxyd. Generator-Anlagen. Kohlensäure. Methan. Aethylen. Trockene Destillation, Leuchtgasfabrikation, Flammentheorie, Heizung. Rauchgasanalyse. Cyan, Ferrocyankalium. Silicium. Titan. Zirkonium.

Metalle: Eigenschaften. Allgemeine Charakteristik der Verbindungen der Metalle. Analytische Chemie. Ausführliche Besprechungen und Demonstrationen der qualitativen und quantitativen Methoden. — Technische Exkursionen. — Dr. *Polis*.

**Gewerbliche Geschäftskunde**, 2 St. Münzkunde. Das wichtigste aus der Wechsellehre. Kursberechnung und Arbitragerechnung, Diskonto- und Wechselrechnungen. Führung von Geschäftsbüchern und Uebung hierin. — Dr. *Düsing*.

### A. Spezieller Unterricht für Maschinentechniker.

**Maschinenlehre und mechanische Technologie**, 6 St. Die Maschinen-Elemente. Material. Verschiedene Arten der Inanspruchnahme. Keilverbindungen. Schrauben, Schraubensicherungen und Schraubenverbindungen. Niete, Nietverbindungen der Gefässe (Dampfkessel etc.) und Träger. Zapfen und deren Verbindung mit anderen Maschinentheilen. Axen und Wellen. Die verschiedenen Formen der Lager, Lagerstühle, Konsolen etc. Feste, bewegliche und lösbare Kuppelungen. Räderwerke, Uebersetzungsverhältniss etc. Zahnkurven und konstruktive Ausführung der Zahnräder. Reibungsräder. Riementrieb. Wechsel- und Wendegetriebe. Seile und Ketten; Hanfseil-, Drahtseil- und Kettenbetrieb. Anlage von Transmissionen. Das Kurbelgetriebe. Rechnerische und graphische Bestimmung der in Frage kommenden Verhältnisse. Kurbel, Kurbelwelle, Schubstangen, Excenter. Geradföhrung durch Gleitbahnen und Stangenverbindungen. Details der Geradföhrungen. Balanciers. Dampf- und Pumpenkolben. Kolbenstangen. Stopfbüchsen. Röhren und deren Verbindungen. Hähne, Schieber und Ventile. Schutzsicherungen.

**Dampfkessel**. Verdampfung. Eigenschaften des Wasserdampfes. Wärme-Verhältnisse. Brennmaterialien und Berechnung des Heizwerthes derselben. Berechnung der zur Verbrennung erforderlichen Luftmenge. Verbrennungstemperatur. Armaturen. Feuerungen der Dampfkessels. Details des Planrostes und Treppenrostes. Der Schornstein. Wirkungsweise. Berechnung. Ausführung. Die Feuerzüge. Anordnung. Berechnung der Querschnitte. Einmauerung der Dampfkessel. Dampfkesselsysteme, Betrieb und Wartung. Vorwärmer. Berechnung der Kesseldimensionen. Dampfmaschinen. Dampfmaschinensysteme. Die den einzelnen Systemen eigenthümlichen Details.

**Technologie**. Eigenschaften der wichtigsten Metalle, der Legirungen und des Holzes. Passive Werkzeuge. Eisengiesserei. Schmieden. Walzen. Fabrikation der Nähadeln. Technische Exkursionen. — *Reintgen*.

**Maschinenzeichnen**, 8 St. (Kombinirt mit der oberen Fachklasse.) Uebungen im Aufnehmen nach Modellen. Zeichnen von Maschinentheilen nach den im Vortrag

gegebenen Regeln und Skizzen sowie nach Aufnahmen. Ferner wurden einzelne Maschinen nach gegebenen Skizzen gezeichnet. Anfertigung von Werkzeichnungen. Die Zeichnungen sind sämtlich nach Maassstab ausgeführt und mit eingeschriebenen Maassen versehen. — *Reintgen.*

**Freihandzeichnen**, 4 St. (Kombinirt mit der oberen Fachklasse.) Zeichnen von geraden Linien, Bildung des Quadrats, Theilung der Quadratseiten und Darstellung von Sternfiguren etc. Demnächst wurden gleichseitige Dreiecke, Kreislinien, Ellipsen, Spiralen geübt und einfache Grundformen zu Ornamenten, Blattfiguren etc. gezeichnet. — *Wickop.*

## B. Spezieller Unterricht für Chemiker.

**Spezielle Physik**, 1 St. Wägen mit Reduktion des Gewichtes auf den leeren Raum. Spezifische Gewichtsbestimmungen. Dampfdichte und Dampfspannungen. Bestimmungsmethoden der spezifischen Wärme der Körper. Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft. — *Dr. Drecker.*

**Spezielle Chemie**, 3 St. Theoretische Chemie: Historische Entwicklung des Begriffes Aequivalentgewicht. Richter und Fischer. Atomtheorie Daltons. Atomgewichtstabellen. Verbindungsgewicht. Jetzige Atomgewichte. Dulong-Petits Gesetz. Kopps und Neumanns Gesetz. Avogadrosche Regel. Atom und Molekel. Ableitung der Molekulargrösse aus der Gasdichte. Methoden zur Bestimmung der Dampfdichte. Abnorme Dampfdichten. Untersuchungen von Deville und Würtz. Dissociationserscheinungen. Isomorphismus. Molekulargewichtsbestimmungen durch Gefrierpunktserniedrigung, Raoult. Molekulargewicht und Dampfspannung, Raoult, Beckmann. Gerharbts und Laurents Typentheorie. Die Lehre vom chemischen Werth. Ansichten Kekulé's. Molekularadditionen. Ansichten von Würtz und Geuthner. Heutige Ansichten. L. Meyers Maxivalenz. Gesetze der Atomverkettung. Methoden zur Bestimmung der Konstitution. Strukturformeln. Das periodische Gesetz.

Physikalische Chemie: Lösungen; Gesetze und Bestimmung der Löslichkeit. Uebersättigte Lösungen. Hydrodiffusion. Dialyse. Untersuchungen von Graham. Osmoseapparate der Zuckerfabriken. Absorption. Henry-Daltonsches Gesetz. Messen der Gase. Okklusionen. Diffusion von Gasen. Atmolyse. Grahamsches Gesetz. Praktische Anwendungen. Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Gasen durch Ausströmung. Schillings Apparat. — *Dr. Polis.*

**Mineralogie**, 2 St. Krystallographie und methodisches Zeichnen sämtlicher Flächner. Systematik der Mineralien, besonders der Erze. — *Dr. Düsing.*

**Uebungen im chemischen Laboratorium**, 12 St. Uebungen im Zusammensetzen, Auseinandernehmen und Reinigen von Apparaten. Uebungen an der Glasbläserlampe. Erlernung einfacher chemischer Operationen: Auflösen, Krystallisiren, Filtriren, Auswaschen, Abdampfen, Glühen, Destilliren, Sublimiren. Anfertigung anorganischer Präparate.

Reaktionen auf Säuren und Basen. Prüfung der Reagenzien. Behufs Erlangung der Fertigkeit, chemische Reaktionen durch Formeln auszudrücken, wurde der Verlauf einer jeden Reaktion durch eine entsprechende Formelgleichung von den Praktikanten selbstständig wiedergegeben.

Qualitative Analyse. Proben auf trockenem und nassem Wege. Mit einfachen Beispielen beginnend, erlangten die Schüler bis zum Jahresschluss Sicherheit in der Ausführung qualitativer Untersuchungen. — Dr. *Polis*.

### Technische Exkursionen der Fachschule.

Es wurden besichtigt: am 14. Mai die Dampfkesselfabrik der Firma Jacques Piedboeuf in Aachen; am 21. Juli die Kratzenfabrik des Herrn A. G. Herrman in Aachen; am 6. August die chemische Fabrik der Gesellschaft Rhenania in Stolberg; am 11. August die Spiegelglasfabrik der Herren Dunkel in Herzogenrath; am 3. November das Hochofenwerk Concordia in Eschweiler; am 17. November die Leuchtgasanstalt in Haaren; am 17. März das Eisenhüttenwerk „Rothe Erde“ bei Aachen; am 19. März die Tagesanlagen der Kohlengruben Laurweg und Kämpchen in Kohlscheid; am 23. März die Maschinenfabrik des Herrn C. Mehler in Aachen; am 31. März die neuen Anlagen des Städtischen Wasserwerks.

Den Herren Besitzern und Leitern der genannten Anstalten ist die Schule für den freundlichst gewährten Eintritt und die sachkundige Führung zu ganz besonderm Danke verpflichtet.

## II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Verfügung vom 9. März 1891. Als Termin der Herbstferien wird ein für allemal der 15. August festgesetzt.

Ministerial-Erlass vom 14. März 1891. Es wird genehmigt, dass an der Anstalt Dr. Drecker's Schulflora des Regierungsbezirks Aachen eingeführt werde.

Verfügung vom 8. September 1891. Es wird für angemessen erklärt, dass am 23. September, dem Tage, an welchem vor 100 Jahren Theodor Körner geboren wurde, vor den Schülern der oberen und mittleren Klassen des Sängers und Freiheitskämpfers in gebührender Weise gedacht werde.

Ministerial-Erlass vom 4. Mai 1891. Die Königlichen Staatsanwaltschaften sind angewiesen, dem Anstaltsleiter von jeder gegen einen Schüler erhobenen gerichtlichen Anklage wegen eines Verbrechens, eines Vergehens oder einer Übertretung Nachricht zu geben.

Verfügung vom 12. September 1891. Betrifft vorbereitende Aufträge für die Einführung der neuen Lehrpläne.

Verfügung vom 9. Oktober 1891. Der Herr Staatssekretair des Reichsmarine-Amts hat die Zulassung zur Laufbahn der Werftsekretaire für Konstruktionsbüreaus auch auf die Abiturienten der mit der Realschule zu Aachen verbundenen mittleren Fachschule ausgedehnt.

Verfügung vom 27. November 1891. Der § 4 der Allgemeinen Schulordnung für die höheren Lehranstalten der Rheinprovinz (Programm 1891 Seite 22 u. f.) wird dahin abgeändert, dass es bezüglich der letzten Abmeldetermine unter 3 anstatt „der 30. September“ künftig heisst „der letzte Tag der Herbstferien“.

Erlass des Staatsministeriums vom 12. Dezember 1891. In den Berechtigungen der höheren Lehranstalten treten mit Genehmigung Seiner Majestät des Kaisers und Königs vom 1. April 1892 die nachstehenden Änderungen ein:

I. Die Reifezeugnisse der Ober-Realschulen werden als Erweise zureichender Schulvorbildung anerkannt:

1) für das Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften auf der Universität und für die Zulassung zur Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen,

2) für die Zulassung zu den Staatsprüfungen im Hochbau-, Bauingenieur- und Maschinenbaufach,

3) für das Studium auf den Forst-Akademien und für die Zulassung zu den Prüfungen für den Königlichen Forstverwaltungsdienst,

4) für das Studium des Bergfaches und für die Zulassungen der Prüfungen, durch welche die Befähigung zu den technischen Ämtern bei den Bergbehörden des Staats darzulegen ist.

Die Ordnung der Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen vom 5. Februar 1887 (§ 3 No. 2),

die Vorschriften über die Ausbildung und Prüfung für den Staatsdienst im Bau-  
fach vom 6. Juli 1886 (§§ 2 und 54),

die Bestimmungen über Ausbildung und Prüfung für den Königlichen Forst-  
verwaltungsdienst (§ 3 No. 1), sowie das Regulativ für die Königlichen Forst-Akademien  
zu Eberswalde und Münden vom 24. Januar 1884 (§ 11 No. 1),

die Vorschriften über die Befähigung zu den technischen Ämtern bei den Berg-  
behörden des Staats vom 12. September 1882 (§ 2),

erhalten hiernach ihre Ergänzung bzw. Berichtigung.

II. Die Reifezeugnisse der höheren Bürgerschulen bzw. der gymnasialen und realistischen Lehranstalten mit sechsjährigem Lehrgang sowie die Zeugnisse über die nach Abschluss der Unter-Sekunda einer neunstufigen höheren Lehranstalt bestandene Prüfung werden als Erweise zureichender Schulbildung anerkannt:

für alle Zweige des Subalterndienstes, für welche bisher der Nachweis eines siebenjährigen Schulkurses erforderlich war.

Die entgegenstehenden Bestimmungen in den die Schulvorbildung für den Sub-  
alterndienst betreffenden Verfügungen der einzelnen Verwaltungen kommen in Wegfall.

Die Befugnis der einzelnen Verwaltungen, auch junge Leute mit geringerer  
Schulvorbildung, aber besonderer praktischer Begabung für den Subalterndienst auszu-  
wählen, wird hierdurch nicht beschränkt.

III. Für die Supernumerarien der Verwaltung der indirekten Steuern behält  
es bei der bisherigen Anforderung eines achtjährigen Kursus wissenschaftlicher Vorbil-  
dung (Cirk.-Verf. vom 14. November 1859 und 15. November 1880) sein Bewenden,

jedoch kann diese Vorbildung auch durch das Reifezeugnis einer höheren Lehranstalt mit sechsjährigem Lehrgang in Verbindung mit dem Reifezeugnisse einer anerkannten zweijährigen mittleren Fachschule nachgewiesen werden.

IV. Die Vorschriften vom 4. September 1882 über die Prüfung der öffentlichen Landmesser — § 5 No. 3 — werden dahin ergänzt, dass für die Zulassung zu der Prüfung auch das Reifezeugnis einer höheren Bürgerschule bezw. einer gymnasialen oder realistischen Lehranstalt mit sechsjährigem Lehrgang in Verbindung mit dem Nachweis des einjährigen erfolgreichen Besuchs einer anerkannten mittleren Fachschule als zureichend gilt.

Die gleiche Ergänzung tritt auch für die Zulassung zu dem Markscheidefach in Geltung (Verfügungen vom 31. Oktober 1865 und vom 22. Januar 1876).

V. Zu dem Besuch der höheren Abteilung der Gärtnerei-Lehranstalt bei Potsdam ist das Reifezeugnis einer höheren Lehranstalt mit sechsjährigem Lehrgang erforderlich. Ist die betreffende Schule lateinlos, so muss ausserdem der Nachweis der Absolvierung eines bis ausschliesslich Quarta reichenden Lateinkursus bezw. der Aneignung der solchem Kursus entsprechenden Kenntnisse im Latein beigebracht werden. — Für die gärtnerischen Lehranstalten in Proskau und Geisenheim werden die entsprechenden Klassen der lateinlosen Schulen denen der lateintreibenden gleichgestellt.

Erlass des Herrn Reichskanzlers vom 12. Dezember 1891. In den Anforderungen an die Schulvorbildung für einzelne Zweige des Reichsdienstes treten die nachfolgenden Änderungen ein: Die Reifezeugnisse der deutschen Ober-Realschulen werden als zureichende Erweise der Schulvorbildung anerkannt: 1) für die Annahme von Civilanwärtern, welche als Posteleven in den Post- und Telegraphendienst eintreten wollen, 2) für die Prüfung und Anstellung im Schiffbau- und Maschinenbaufach der Kaiserlichen Marine. Die Vorschriften über die Annahme und Anstellung von Anwärtern als Beamte im Post- und Telegraphendienst vom 1. Oktober 1882 (§ 2, 1, § 11 Absatz 1 und § 12), sowie die Vorschriften über die Ausbildung, Prüfung und Anstellung im Schiffbau- und Maschinenfach der Kaiserlichen Marine vom 3. Januar 1890 (§ 2 und § 52) erhalten hiernach ihre Ergänzung bezw. Berichtigung. Die vorstehenden Bestimmungen treten mit dem 1. April 1892 in Kraft.

Verfügung vom 22. Januar 1892. Die am 6. Januar erlassenen Lehrpläne und Lehraufgaben für die höheren Schulen sowie die Gesichtspunkte für die Bemessung der Hausarbeit, die Ordnung der Reifeprüfungen an den höheren Lehranstalten und die Ordnung der Abschlussprüfungen nach dem sechsten Lehrgange der neunstufigen Lehranstalten treten mit dem 1. April 1892 in Kraft.

Ministerial-Erlass vom 12. Februar 1892. Übergangsbestimmung: Mit den Schülern, die einen sechsjährigen Schulkursus an einer bisher siebenstufigen Anstalt durchgemacht haben und die Berechtigung zum Subalterndienst erwerben wollen, ist nach Massgabe der Bestimmung der Abschlussprüfung vom 6. Januar d. J. eine Prüfung im Laufe des Monats April 1892 abzuhalten, bei welcher der betreffende Provinzial-Schulrath überall durch den Anstaltsleiter vertreten werden kann.

Verfügung vom 29. Februar 1892. Die Umwandlung einer wissenschaftlichen Hilfslehrerstelle an der Realschule mit Fachklassen in eine ordentliche Lehrerstelle und die Übertragung derselben an den bisherigen kommissarischen Lehrer Dr. Düsing wird genehmigt.

Am 18. März beschloss die Stadtverordnetenversammlung die Erweiterung unserer Realschule zu einer Oberrealschule und beauftragte das Kuratorium, wegen Ausführung der Umwandlung mit der Schulaufsichtsbehörde in Verhandlung zu treten. Hierdurch werden die Fachklassen nicht berührt.

### III. Chronik.

1891.

Das Schuljahr 1891/92 begann am Montag den 13. April, nachdem die Aufnahmeprüfungen am voraufgehenden Sonnabend stattgefunden hatten. Sexta, Quinta, Quarta und Untertertia wurden, wie in den Vorjahren, in je zwei Parallelcoeten getheilt. Der Gesangunterricht wurde zufolge Verfügung vom 19. März dem kommissarischen Lehrer Dr. Huendgen übertragen.

Am 10. Mai feierten 70 katholische Schüler das Fest der ersten heiligen Kommunion, wozu sie durch den Religionslehrer in besonderem Unterrichte vorbereitet worden waren.

Die Pfingstferien dauerten vom 16. bis 20. Mai.

Am 5. Juni bestanden zwei frühere Schüler der maschinentechnischen Fachschule die Reifeprüfung, bei der Herr Provinzial-Schulrath Henning den Vorsitz führte und der Rektor der Technischen Hochschule Herr Professor Herrmann das Amt des technischen Kommissars verwaltete.

Die Herbstferien dauerten vom 15. August bis 19. September.

Am 30. September wurden 72 katholische Schüler der Anstalt durch den Herrn Erzbischof von Köln in der Gymnasialkirche gefirmt.

Am 8. November verunglückte der auswärtige Quintaner Joseph Hauch in Kohlscheid auf dem Eise. Die Lehrer und Schüler seiner Klasse beteiligten sich dort an der Begräbnisfeier.

Die Weihnachtsferien dauerten vom 23. Dezember bis 6. Januar.

1892.

Der Geburtstag Sr. Majestät des Kaisers und Königs Wilhelm II. wurde am 27. Januar feierlich begangen. Die Festrede hielt der ordentliche Lehrer Dr. Pauls.

Am 8. März fanden unter dem Vorsitze des Herrn Provinzial-Schulraths Henning die mündlichen Reifeprüfungen statt. Technischer Kommissar des Herrn Ministers war der Rektor der Technischen Hochschule Herr Professor Herrmann. Das Kuratorium vertrat der Herr Geheime Regierungsrath Professor Dr. Wüllner. Alle neun Prüflinge haben bestanden, dreien wurde die mündliche Prüfung erlassen.

Am 18. März beschloss die Stadtverordnetenversammlung die Umwandlung der Realschule in eine Oberrealschule unter Beibehaltung der Fachschule.

Der dreihundertjährige Gedenktag der Geburt des Amos Comenius wurde am 28. März durch das Lehrerkollegium festlich begangen. Die Gedächtnissrede hielt der ord. Lehrer Dönnebrink.

Das Schuljahr 1891/92 schloss am 6. April mit der Vertheilung der Zeugnisse und Entlassung der Abiturienten.

Durch Erkrankung waren zum Theil wiederholt mehrere Wochen verhindert der Oberlehrer Dr. Goeke und der ordentliche Lehrer Sackardt.

Mitglieder des Kuratoriums waren Herr Oberbürgermeister Pelzer, Vorsitzender (vertreten durch Herrn Bürgermeister Veltmann), Herr J. Goebbels, Stadtverordneter, Herr J. Schaffrath, Stadtverordneter, Herr Geheimer Regierungsrath Professor Dr. Wüllner und der Unterzeichnete.

Der Bau des neuen Schulhauses in der Vincenzstrasse ist vollendet und wird mit dem Beginn des Schuljahres 1892/93 der Anstalt überwiesen werden.

## IV. Statistische Mittheilungen.

### I. Frequenztafel für das Schuljahr 1891/92.

	A. Fachschule.				B. Realschule.								Total.	
	I.		II.		Sa.	O-II	U-II	O-III	U-III	IV	V	VI		Sa.
	Masch.	Chem.	Masch.	Chem.	A.	O	U	O	U	a, b	a, b	a, b	a, b	B.
1. Bestand am 1. Februar 1891 . . . . .	4	1	8	11	24	3	33	34	48	69	94	86	367	391
2. Abgang bis zum Schluss des Schulj. 1890/91	4	1	2	4	11	3	18	—	3	9	14	4	51	62
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern .	5	5	1	1	12	5	29	37	51	59	64	—	245	257
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern .	—	—	3	3	6	—	—	2	3	7	14	68	94	100
4. Frequenz am Anfang des Schulj. 1891/92	5	5	5	6	21	5	37	44	62	75	99	86	408	429
5. Zugang im Sommer-Semester . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	3	3
6 Abgang im Sommer-Semester . . . . .	1	3	—	1	5	—	4	4	5	3	10	6	32	37
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	—	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	—	1	1	—	—	—	1	1	2	5	9	10
8. Frequenz am Anfang des Winter-Semesters	4	2	6	6	18	5	33	40	58	73	92	87	388	406
9. Zugang im Winter-Semester . . . . .	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	1	1	2	4
10. Abgang im Winter-Semester . . . . .	—	—	—	—	—	1	2	1	2	3	1	1	10	10
11. Frequenz am 1. Februar 1892 . . . . .	4	2	6	8	20	4	31	39	56	70	92	87	379	399
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1892.	19,8	18,7				18,3	16,9	15,9	15,1	13,9	13,2	11,9		
<b>Jahreskursus</b> . . . . .	8ter	7ter				7ter	6ter	5ter	4ter	3ter	2ter	1ter		

(Im Schuljahr 1891/92 besuchten die Anstalt im Ganzen 447 Schüler.)

## 2. Religions- und Heimaths-Verhältnisse der Schüler.

	A. Fachschule.							B. Realschule.						
	Kath.	Ev.	Diss.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Kath.	Ev.	Diss.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommer-Semesters . . . . .	12	9	—	—	8	12	1	338	49	—	21	328	53	27
2. Am Anfang des Winter-Semesters. . . . .	12	6	—	—	8	10	—	318	48	—	22	310	53	25
3. Am 1. Februar 1892 . . . . .	13	7	—	—	9	11	—	310	47	—	22	305	51	23

(Von den unter B 1 gezählten 27 Ausländern hatten 21 in Aachen, 5 in andern Orten des Inlandes Wohnsitz.)

Das Zeugniß für den einjährig-freiwilligen Militärdienst haben erhalten Ostern 1890 24, Michaelis 4, Weihnachten 2 Schüler; davon sind zu einem praktischen Beruf abgegangen Ostern 17, Michaelis 3, Weihnachten 2 Schüler.

## 3. Uebersicht der Abiturienten.

Abtheilung.	Namen der Abiturienten.	Geburts-tag.	Geburtsort.	Konfession.	Stand, Namen und Wohnort des Vaters.	Jahre		Berufsart.
						an der betr. Abtheilung.	in der obersten Klasse.	
Technische Mittelschule für Maschinentechniker.	1. Eduard Waskowsky	1869 II 14	Langendreer	kath.	Güterexpeditions-Vorsteher Eduard Waskowsky zu Witten a. d. Ruhr.	2	1	Elektrotechnik.
	2. Franz Thiesing	1866 VII 28	Osnabrück	kath.	Fuhrwerksbesitzer † August Thiesing zu Osnabrück.	2	1	Maschinentechnik.
	3. August Dondorff	1875 IV 11	Aachen	kath.	Kaufmann Franz Dondorff zu Aachen.	2	1	Maschinentechnik.
	4. Karl Hansen	1872 XI 29	Kalk bei Köln	kath.	Hüttenabteilungschef Heinrich Hansen zu Aachen.	2	1	Maschinentechnik.
	5. Heinrich Schmidt	1867 VIII 3	Düsseldorf	kath.	Gerichtsbote † Volrad Schmidt zu Paderborn.	2½	1	Maschinentechnik.
	6. Winand Göbbels	1870 IX 1	Aachen	kath.	Bauunternehmer Jakob Göbbels zu Aachen.	2	1	Chemie.
	7. Wilhelm Müller	1874 II 18	Atsch bei Aachen	ev.	Kaufmann Wilhelm Müller zu Stolberg bei Aachen.	2	1	Chemie.
Realschule.	8. Oskar Fikentscher	1873 V 5	Düsseldorf	kath.	Historienmaler † Otto Fikentscher zu Düsseldorf.	2½	1	Maschinenbaufach.
	9. Karl Schönborn	1872 XI 12	Burtscheid	ev.	Fabrikdirektor Karl Schönborn zu Burtscheid.	4½	1	Elektrotechnik.
	10. Georg Thelen	1872 VIII 16	Aachen	kath.	Schlossermeister Georg Thelen zu Aachen.	9	1	Schlosserei.
	11. Wilhelm Weitz	1875 VI 8	Aachen	kath.	Kaufmann August Weitz zu Aachen.	7	1	Verwaltungsfach.

## V. Sammlungen von Lehrmitteln.

An Geschenken gingen während des Schuljahres ein:

a. für die Lehrerbibliothek: Vom Unterrichts-Ministerium: Fortsetzung der Mittheilungen aus den Königlichen technischen Versuchsanstalten zu Berlin in zwei Exemplaren. Schulz-Curtius, Das Kunstgesetz. Denkschrift über die Entwicklung der gewerblichen Fachschulen in Preussen während der Jahre 1881/82 nebst der Denkschrift über die Entwicklung der Fortbildungsschulen und der gewerblichen Fachschulen in Preussen während der Jahre 1883/90. Vom Provinzial-Schulkollegium: Dr. Holzappel, Die Foraminiferen der Aachener Kreide. Hermann, Der Westbau des Münsters zu Essen. Vom Aachener Bezirksverein Deutscher Ingenieure: Festschrift zur 31. Hauptversammlung 1890 in Haile a. S. Von den Herren Verlegern: Förster, Flora excursoria, Aachen 1878. Drecker, Die Schul-Flora des Regierungsbezirks Aachen, Aachen 1890. Kraepelin, Leitfaden für den geologischen Unterricht, Leipzig 1891. Andrä-Sevin, Leitfaden der deutschen Geschichte, Leipzig 1892. Andrä-Sevin, Grundriss der Weltgeschichte, Leipzig 1892. Andrä-Hoffmann, Kleine Sagenkunde, Leipzig 1892. Andrä, Erzählungen aus der deutschen Geschichte, Leipzig 1892. Andrä, Erzählungen aus der Weltgeschichte, Leipzig 1892.

b. für die Maschinen-Sammlung: Von Herrn Reintgen: Musterkollektion elektrischer Kabel der Firma Felten & Guillaume in Köln.

Den Geschenkgebern sagt der Unterzeichnete im Namen der Schule verbindlichsten Dank.

Durch Anschaffung aus etatsmässigen Mitteln wurden die Sammlungen in folgender Art vermehrt:

1) Die Lehrerbibliothek: a) Zeitschriften und Fortsetzungen von Lieferungswerken: Crelle, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Berlin. Zeitschrift für Mathematik und Physik von Schlömilch, Kahl und Cantor, Leipzig. Clebsch, Mathematische Annalen, Leipzig. Wiedemann, Annalen der Physik und Chemie, Leipzig. Fittica, Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. Die Fortschritte der Physik, dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Annales de Chimie et de Physique par Chevreul, Pasteur, Berlin etc., Paris. Dinglers Polytechnisches Journal, Stuttgart. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses, Berlin. Hartig, Der Civilingenieur, Leipzig. Hirth, Formenschatz der Renaissance, Leipzig. Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande, Bonn. Engler, Botanische Jahrbücher, Leipzig. Petermanns Mittheilungen aus Perthes' geographischer Anstalt, Gotha. Jahresberichte der Geschichtswissenschaft von der historischen Gesellschaft zu Berlin, Berlin. v. Sybel, Historische Zeitschrift, München-Leipzig. Anglia, Zeitschrift für englische Philologie, herausgegeben von Wülcker-Trautmann, Halle. Körting und Koschwitz, Zeitschrift für neufranzösische Sprache und Litteratur, Oppeln. Jahresberichte über germanische Philologie, Leipzig. Kölbing, Englische Studien, Heilbronn. Centralblatt für die gesammte Unterrichts-Verwaltung in Preussen, Berlin. Weidner, Zeitschrift für lateinlose höhere Schulen, Hamburg. Wagner, Jahresbericht über die Fortschritte der chemischen

Technologie, Leipzig. Verhandlungen der Direktorenversammlungen. Sanders, Zeitschrift für deutsche Sprache, Hamburg. Grimm, Deutsches Wörterbuch. Oncken, Allgemeine Geschichte in Einzeldarstellungen, Berlin. Neudrucke deutscher Litteraturwerke des XVI. und XVII. Jahrhunderts, Halle. b. Bücher: Reidt, Die Elemente der Mathematik, Berlin 1889. Schellen, Aufgaben für das theoretische und praktische Rechnen I. Teil, Münster 1890. Radinger, Über Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit, Wien 1892. Lukasiewicz, Das Berechnen und Schneiden der Gewinde, Weimar 1891. Buchholz, Hilfsbücher zur Belebung des geographischen Unterrichts, Leipzig 1887—91. Moltke, Geschichte des deutsch-französischen Krieges, Berlin 1891. Menge, Trauer und Treue, Leipzig 1890. Ploetz, Schulgrammatik der französischen Sprache, Berlin 1889. Gesenius, Schulgrammatik, Halle 1887. Waldeck, Lehrbuch der katholischen Religion, Freiburg 1889. Verhandlungen über Fragen des höheren Unterrichts, Berlin 1891. Lehrpläne und Lehraufgaben für die höheren Schulen, Berlin 1891. Ordnungen der Reifeprüfungen, Berlin 1891.

2) Die Schüler-Bibliothek: Falkenhorst, Aus der Zeit der Entdeckung Amerikas, Stuttgart. Buch der Erfindungen I—VI, Leipzig und Berlin 1892. Ohorn, Emin, der weisse Pascha, Leipzig 1891. Das Neue Universum IX—XII, Stuttgart. Pechan, Leitfaden der Elektromaschinenteknik, Reichenberg 1891. Feldegg, Grundriss der kunstgewerblichen Formenlehre, Wien 1891. Falkenhorst, In Meerestiefen, Stuttgart 1891. Moltke, Geschichte des deutsch-französischen Krieges, Berlin 1891. Naturkräfte, München 1876—80 (mit Auswahl). Roth, Der Burggraf und sein Schildknappe, Leipzig 1892. Höcker, Aus Moltke's Leben, Leipzig 1892. Menge, Trauer und Treue, Leipzig 1890. Kutschmann, Im Zauberbanne des Harzes, Glogau. Das Buch der Jugend V, Stuttgart. Wörishöffer, Die Diamanten des Peruaners, Bielefeld 1889. Höcker, Der Schiffsjunge des grossen Kurfürsten, Leipzig 1889. Kern, Die Geissel der Südsee, Leipzig 1889. Franklin, Der Held des nördlichen Eismeer, Leipzig 1891.

3) Das physikalische Kabinet: Einfacher Stromschlüssel mit Quecksilberkontakt. Doppelschlüssel mit Platinkontakten. 2 Pollacksche Regenerativ-Elemente. Stativ mit Klemme für Thermometer. Stativ für die Mariottsche Röhre. 2 hohe Gläser für Daniellsche Normalelemente. 1 m Platindraht. 1 feine Wage mit 200 gr Tragfähigkeit, Balken-, Gehänge- und Schalen-Arretirung. 1 Gewichtssatz. 1 Platinschale mit Elektrode.

4) Das chemische Laboratorium: 3 gr Platinblech. 1 Platintiegel. 2 Exsikkatoren. Kleines Ampèremeter. 2 Voltmeter. 2 Bunsenelemente. Chemikalien.

5) Das Naturalien-Kabinet: 300 Mineralienkästchen, 9 Mineralien. 1 Pendel-Objektrahmen zum Mikroskop.

6) Die maschinentechnische Sammlung: Zubehör zum Patentindikator.

7) Die Sammlung von Zeichenvorlagen: Herdtle, Vorlagenwerk für den Elementarunterricht im Freihandzeichnen, Stuttgart. Steigl, Wandtabellen für den Zeichenunterricht. Herdtle, Elementarornamente. 2 Lolling, Anleitung zum Zeichnen und Entwerfen von Maschinentheilen.

Ausser den 1) bis 7) genannten Sammlungen besitzt die Anstalt noch reiche Sammlungen von mathematischen Messinstrumenten und Modellen, von Präparaten der anorganischen und organischen Chemie, eine chemisch-technologische, eine botanische, eine zoologische Sammlung, eine Sammlung von Baumodellen, von Gipsen, sowie von gedruckten und gezeichneten Wandtafeln aus den Lehrgebieten der Realschule sowohl als der Fachklassen.

## VI. Stiftungen und Untersützungen von Schülern.

Besondere Stiftungen bestehen bei der Realschule mit Fachklassen nicht. Das Kuratorium verfügt für einheimische Schüler über 16 Freistellen ( $\frac{4}{10}$  der Schülerzahl), deren Fortbezug vom Ausfall der Osterzeugnisse abhängig ist. Die Inhaber haben letztere durch Vermittelung des Direktors dem Kuratorium vor Beginn des neuen Schuljahres vorzulegen.

## VII. Mittheilungen an die Schüler und an deren Eltern.

Die Anstalt besteht aus einer Realschule und den Fachklassen für maschinen-technische und chemisch-technische Gewerbe.

1. Die Realschule steht zu den neunklassigen (lateinlosen)-„Ober-Realschulen“ in dem gleichen Verhältnisse, wie das Progymnasium zu dem Gymnasium, jedoch gewährt die Realschule in den wichtigsten Unterrichtsgegenständen einen Abschluss der Schulbildung. Der Kursus war ein siebenjähriger. Gemäss Beschluss der Stadtverordneten-Versammlung vom 18. März 1892 soll die Realschule mit Rücksicht auf die neuen, Ostern 1892 in Kraft tretenden neuen Lehrpläne und erweiterten Berechtigungen in eine Oberrealschule umgewandelt werden.

Für die Aufnahme in die Sexta ist das normale Lebensalter 9 Jahre, und an Kenntnissen erforderlich: Geläufigkeit im Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift, eine leserliche und reine Handschrift, Sicherheit in den vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen, Bekanntschaft mit den Geschichten des A. und N. Testaments.

Der Vorbereitungsunterricht und die Führung der katholischen Schüler zur ersten h. Kommunion findet an der Anstalt selbst statt.

Für Stenographie ist ein Privatunterricht an der Anstalt eingeführt.

2. Der Kursus der maschinentechnischen sowohl als der chemisch-technischen Abtheilung der Fachklassen ist ein zweijähriger. Die Fachklassen bezwecken, junge Leute für das praktische Leben mit besonderer Rücksichtnahme auf das Bedürfniss der mittleren und Gross-Industrie zweckentsprechend vorzubereiten.

Zum Eintritt in den unteren Kursus der einen wie anderen Fachabtheilung genügt die erfolgreiche Absolvierung der sechs ersten Jahreskurse einer jeden anerkannten höheren Lehranstalt des Inlandes.

Ausländer können den genügenden Grad ihrer Vorbildung für die Fachklassen durch Ablegung einer besonderen Aufnahmeprüfung nachweisen. In gewissen Fällen können auch Hospitanten zugelassen werden.

3. Ueber die wesentlich erweiterten Berechtigungen der Realanstalten und mittleren Fachschulen (Fachklassen) gibt Abschnitt II dieser Schulnachrichten (Seite 20 bis 22) Aufschluss.

4. Das Schulgeld beträgt jährlich für Sexta und Quinta 72 M, Quarta, Unter- und Ober-Tertia 84 M, Unter- und Ober-Sekunda und beide Kurse der Fachschule 96 M, und wird vierteljährlich im Voraus erhoben. Schüler der Realschule, die ihr Domicil nicht in Aachen haben, zahlen ausserdem einen Aufschlag von jährlich 48 M. Von diesem Aufschlage sind die Fachklassen befreit. Von drei einheimischen, gleichzeitig an der Anstalt befindlichen Brüdern geniesst der dritte freien Unterricht.

5. Das gegenwärtige Schuljahr schliesst am 6. April. Das neue Schuljahr 1892/93 beginnt am Dienstag, den 26. April, mit der Einweihung des neuen Schulhauses, der feierliche Gottesdienst in der bisherigen Anstaltskapelle beginnt um 8 $\frac{1}{2}$  Uhr früh, die allgemeine Schulfeier in der neuen Aula um 10 Uhr.

Anmeldungen neuer Schüler für die Realschule und die Fachklassen werden Donnerstag und Freitag den 21. und 22. April, Morgens von 9 bis 12 und Nachmittags von 3 bis 5 Uhr im neuen Schulhause, Vincenzstrasse, entgegengenommen. Vorzulegen ist hierbei der Geburtschein, der Impfschein bei Knaben unter 12 Jahren, Impf- und Revaccinationschein bei älteren Schülern, und das Zeugniß über den bisherigen Schulbesuch. Die Aufnahmeprüfung findet am Samstag den 23. April statt und beginnt um 8 Uhr Morgens.

Am Montag den 24 April, Morgens 8 Uhr versammeln sich alle Schüler ohne Ausnahme auf dem neuen Schulhofe zur Generalprobe für die Einweihungsfeierlichkeiten.

6. Zu der Einweihungsfeier werden besondere Einladungen ergehen.

Aachen, den 6. April 1892.

Der Direktor,

Pützer.