

Jahresbericht

über das

Königliche Kaiser-Wilhelms-Gymnasium

zu Aachen

für das Schuljahr 1887/88.

Erstattet

von dem Dirigenten des Gymnasiums

Oberlehrer **Dr. Georg Regel.**

Inhalt:

1. Anallagmatische Flächen, von Joseph Meder. — 2. Schulnachrichten.



Aachen, 1888.

Druck von C. H. Georgi.

1888. Progr. Nr. 394.

900
4 (1888)

412.



Anallagmatische Flächen.

Um einen festen Punkt O des Raumes sei mit der Längeneinheit als Radius eine Kugelfläche beschrieben. Jedem Punkte P des Raumes wird dann ein und nur ein Punkt P' entsprechen, welcher auf dem von O nach P gezogenen Strahle liegt und die Bedingung erfüllt

$$OP \cdot OP' = 1.$$

Die Punkte P und P' heissen zugeordnete, reziproke oder inverse Punkte in Bezug auf die mit der Längeneinheit als Radius um O geschlagene Kugelfläche; letztere wird Transformationskugel und Punkt O Transformationscentrum genannt.

Rückt Punkt P auf einer durch O gehenden Geraden aus unendlicher Ferne auf die Transformationskugel zu, so bewegt sich Punkt P' in entgegengesetzter Richtung von O nach der Transformationskugel hin; hier treffen beide Punkte zusammen, und während von da ab P den kleinen Weg von der Kugel nach O zurücklegt, eilt P' von der Kugel ins Unendliche.

Ist nun irgend eine Fläche gegeben, so kann man von O nach jedem Punkte P der Fläche einen Strahl ziehen und auf jedem dieser Strahlen einen Punkt P' derart bestimmen, dass

$$OP \cdot OP' = 1$$

wird. Die Gesamtheit dieser Punkte P' stellt dann eine neue Fläche dar; sie wird das Bild der ersten Fläche, der Originalfläche, genannt.

Für Original- und Bildfläche lassen sich auf elementarem Wege folgende Eigenschaften nachweisen:

Sind P und Q zwei Punkte der Originalfläche und P' und Q' die entsprechenden Punkte der Bildfläche, so ist (s. Fig. 1) $\triangle OPQ \sim \triangle OQ'P'$, mithin $PQ : P'Q' = OP : OQ =$

$OP : \frac{1}{OQ}$, also

$$P'Q' = \frac{PQ}{OP \cdot OQ}.$$

Liegt nun Q unendlich nahe an P , so wird

$$P'Q' = \frac{PQ}{OP^2}.$$

Nimmt man noch einen zweiten, P unendlich benachbarten Punkt S und nennt den Bildpunkt S' , so wird

$$P'S' = \frac{PS}{OP^2}$$

und

$$S'Q' = \frac{SQ}{OP^2}.$$

Mithin ist

$$P'Q' : P'S' : S'Q' = PQ : PS : SQ,$$

d. h. $\Delta P'Q'S' \sim \Delta PQS$. Wir haben es also mit einer Abbildung zu thun, welche Ähnlichkeit in den kleinsten Teilen hervorbringt.

Sind wieder P und Q zwei Punkte der Original- und P' und Q' die entsprechenden Punkte der Bildfläche, so bestimmen die Punkte P, Q, Q', P' ein Sehnenviereck, also ist $\sphericalangle OPQ + \sphericalangle P'Q'Q = 2R$. Rückt nun Q auf P zu, so wird beim Aufeinanderfallen beider Punkte die Sehne PQ zur Tangente PT und die Sehne $P'Q'$ zur Tangente $T'P'T$, und wir erhalten $\sphericalangle OPT + \sphericalangle T'P'T = 2R$ oder

$$\sphericalangle OPT + \sphericalangle OPT' = 2R.$$

Schneiden sich die Tangenten PT und $P'T'$ in R , so ist $\Delta PRP'$ ein gleichschenkliges.

Zieht man $OU \perp PT$ und $OU' \perp P'T'$, so ist $\Delta OPU \sim \Delta OP'U'$, also ist

$$OU : OU' = OP : OP'.$$

Hieraus ergeben sich folgende Sätze:

Legt man durch OP einen beliebigen ebenen Schnitt, so bildet OP mit den Tangenten der Schnittkurven in den Punkten P und P' supplementäre Winkel, oder der Schnittpunkt dieser Tangenten liegt in der auf der Strecke PP' in ihrer Mitte errichteten Senkrechten.

Die von O auf diese Tangenten gefällten Lote verhalten sich zu einander wie OP zu OP' .

Die zu den Punkten P und P' gehörigen Tangentialebenen schneiden sich in einer Geraden, welche auf der in der Mitte der Strecke PP' zu dieser senkrecht gezogenen Ebene liegt, und die zugehörigen Normalen schneiden sich in derselben Ebene und bilden mit OP supplementäre Winkel.

Die von O auf die Tangentialebenen gefällten Lote verhalten sich zu einander wie OP zu OP' .

Im allgemeinen wird nun die Bildfläche eine andere Gestalt haben als die Originalfläche. Die unmittelbare Anschauung lehrt aber schon, dass es Flächen giebt, welche bei unserer Abbildungsweise sich wieder selbst erzeugen, in sich selbst übergehen; man denke

an eine durch O gehende Ebene oder an einen Kegel, dessen Spitze in O liegt. Solche Flächen hat man anallagmatische ¹⁾ genannt (s. Salmon-Fiedler, 3. Aufl., 2. Teil, Seite L).

Für diese tritt noch eine besondere Eigenschaft ein: Eine anallagmatische Fläche schneide die Transformationskugel. Legt man dann durch O einen ebenen Schnitt und zieht von O einen Radius nach der Stelle, wo die Schnittkurve der anallagmatischen Fläche den Kreisschnitt der Transformationskugel trifft, so begegnet man hier der anallagmatischen Fläche in zwei zusammenfallenden Punkten, d. h. der Radius ist eine Tangente der anallagmatischen Fläche. Also fällt an jedem Schnittpunkte der anallagmatischen Fläche mit der Transformationskugel die Normale der anallagmatischen Fläche in die Tangentialebene der Transformationskugel, d. h.: Schneidet eine anallagmatische Fläche die Transformationskugel, so schneidet sie dieselbe rechtwinkelig.

Wir wollen die anallagmatischen Flächen ermitteln.

Durch O sei ein rechtwinkeliges Koordinatensystem gelegt, so dass die Gleichung der Transformationskugel

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

wird. Die allgemeine Gleichung einer algebraischen Fläche ist dann

$$\begin{aligned} & a_0 \\ & + a_1x + a_2y + a_3z \\ & + a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_{12}xy \\ & + \dots \dots \dots \\ & \dots \dots \dots \\ & = 0. \end{aligned}$$

Dieselbe setzt sich zusammen aus ganzen, rationalen, homogenen Funktionen in x, y, z vom 0., 1., 2., . . . Grade.

Führen wir Polarkoordinaten ein, indem wir setzen

$$\begin{aligned} x &= r \cos \vartheta \\ y &= r \sin \vartheta \cos \varphi \\ z &= r \sin \vartheta \sin \varphi, \end{aligned}$$

so geht die Gleichung über in

$$\begin{aligned} & a_0 \\ & + r(a_1 \cos \vartheta + a_2 \sin \vartheta \cos \varphi + a_3 \sin \vartheta \sin \varphi) \\ & + r^2(a_{11} \cos^2 \vartheta + a_{22} \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi + a_{33} \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi + 2a_{23} \sin \vartheta \cos \varphi \sin \vartheta \sin \varphi + \\ & + 2a_{31} \sin \vartheta \sin \varphi \cos \vartheta + 2a_{12} \cos \vartheta \sin \vartheta \cos \varphi) \\ & + \dots \dots \dots \\ & \dots \dots \dots \\ & = 0 \end{aligned}$$

oder in

$$f_0(\vartheta, \varphi) + rf_1(\vartheta, \varphi) + r^2f_2(\vartheta, \varphi) + \dots = 0,$$

1) ἀλλάττω verändern, vertauschen und αϑ = α privativum.

worin $f_0(\vartheta, \varphi)$ eine Konstante bezeichnet und $f_1(\vartheta, \varphi), f_2(\vartheta, \varphi), \dots$ ganze, rationale, homogene Funktionen des 1., 2., . . . Grades in $\cos \vartheta, \sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi$ ausdrücken.

Das Charakteristische dieser Funktionen $f(\vartheta, \varphi)$ besteht nun darin, dass $f_n(\vartheta, \varphi)$ nicht notwendig vom n . Grade zu sein braucht, sondern sich unter Umständen auf den $n-2$., $n-4$., . . . Grad reduziert, nie aber auf den $n-1$., $n-3$., . . . Grad. So geht beispielsweise

$$f_2(\vartheta, \varphi) = a_{11} \cos^2 \vartheta + a_{22} \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi + a_{33} \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi + 2a_{23} \sin \vartheta \cos \varphi \sin \vartheta \sin \varphi + 2a_{31} \sin \vartheta \sin \varphi \cos \vartheta + 2a_{12} \cos \vartheta \sin \vartheta \cos \varphi$$

für $a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_0$ und $a_{23} = a_{31} = a_{12} = 0$ in a_0 über, wird also zu $f_0(\vartheta, \varphi)$.

Diese Eigenschaft der Funktionen $f(\vartheta, \varphi)$ giebt uns die Lösung unseres Problems.

Unsere allgemeine Flächengleichung hat unter Weglassung der Argumente ϑ, φ die Gestalt

$$r^n f_n + r^{n-2} f_{n-2} + r^{n-4} f_{n-4} + \dots + r^2 f_2 + r f_1 + f_0 = 0.$$

Die hierdurch bestimmte Fläche soll nun nach unserem Abbildungsprinzip in sich selbst übergehen. Das ist der Fall, wenn die Wurzeln r dieser Gleichung sich paarweise so anordnen lassen, dass je zwei zusammengeordnete reziprok sind. Dazu ist aber notwendig und hinreichend, dass n gerade und dass

$$f_n = f_0, f_{n-1} = f_1, \dots, f_{\frac{n}{2}+1} = f_{\frac{n}{2}-1}$$

sei. Der Gleichung kann man dann die Gestalt geben

$$(r^n + 1)f_0 + (r^{n-2} + 1)rf_1 + (r^{n-4} + 1)r^2 f_2 + \dots + (r^2 + 1)r^{\frac{n}{2}-1} f_{\frac{n}{2}-1} + r^{\frac{n}{2}} f_{\frac{n}{2}} = 0.$$

Verschwundet das mittelste Glied, ist $f_{\frac{n}{2}} = 0$, so darf auch

$$f_n = -f_0, f_{n-1} = -f_1, \dots, f_{\frac{n}{2}+1} = -f_{\frac{n}{2}-1}$$

sein. Die daraus sich ergebende Gleichung

$$(r^n - 1)f_0 + (r^{n-2} - 1)rf_1 + (r^{n-4} - 1)r^2 f_2 + \dots + (r^2 - 1)r^{\frac{n}{2}-1} f_{\frac{n}{2}-1} = 0$$

liefert aber nichts Neues; denn die Gleichung ist durch $r^2 - 1$ teilbar, und man erhält nach Ausführung der Division eine Gleichung, in welcher auf der linken Seite die gleichweit von beiden Enden abstehenden Koeffizienten einander gleich sind, also eine Gleichung der vorher betrachteten Form. Die erste Gleichung giebt also eine Fläche der vorigen Art und dazu die Transformationskugel.

Ist $f_0 = 0$, so muss auch $f_1 = 0$ sein, und die Bedingung wird

$$f_n = f_2, f_{n-1} = f_3, \dots, f_{\frac{n}{2}+2} = f_{\frac{n}{2}}$$

u. s. w.

Sämtliche anallagmatische Flächen sind demnach gegeben durch

$$\begin{aligned}
 (r^n+1)f_0 + (r^{n-2}+1)rf_1 + (r^{n-4}+1)r^2f_2 + \dots + (r^2+1)r^{\frac{n}{2}-1}f_{\frac{n}{2}-1} + r^{\frac{n}{2}}f_{\frac{n}{2}} &= 0 \\
 (r^{n-2}+1)r^2f_2 + (r^{n-4}+1)r^4f_4 + \dots + (r^2+1)r^{\frac{n}{2}}f_{\frac{n}{2}} + r^{\frac{n}{2}+1}f_{\frac{n}{2}+1} &= 0 \\
 \dots & \\
 (r^4+1)r^{n-4}f_{n-4} + (r^2+1)r^{n-3}f_{n-3} + r^{n-2}f_{n-2} &= 0 \\
 (r^2+1)r^{n-2}f_{n-2} + r^{n-1}f_{n-1} &= 0 \\
 r^n f_n &= 0.
 \end{aligned}$$

Wir gehen dazu über, die Gestalt der einfacheren unter diesen Flächen zu ermitteln. Dabei kehren wir von den Polarkoordinaten wieder zu den rechtwinkligen Koordinaten zurück.

$$n = 1$$

liefert die Fläche

$$a_1x + a_2y + a_3z = 0,$$

also eine durch 0 gehende Ebene, deren Normale mit den Koordinatenachsen Winkel bildet, welche bestimmt sind durch

$$\cos \alpha = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \quad \cos \beta = \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{a_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}.$$

Diese Winkel sind zugleich die Neigungswinkel der Ebene mit der yz -, zx -, xy -Ebene; letztere werden in den Geraden $a_2y + a_3z = 0$, $a_1x + a_3z = 0$, $a_1x + a_2y = 0$ geschnitten.

Ist einer der Koeffizienten a Null, so steht die Ebene auf einer der Koordinatenebenen senkrecht, geht also durch eine der Axen; sind zwei derselben Null, so fällt die Ebene in eine der Koordinatenebenen.

Schlägt man in der Ebene mit dem Radius $r=1$ um 0 einen Kreis, so ist das innerhalb des Kreises liegende begrenzte Stück der Ebene das Bild des ausserhalb liegenden unendlichen Stückes und umgekehrt; jeder Punkt des Kreises ist sein eigenes Bild.

$$n = 2$$

liefert

$$\begin{aligned}
 1) \quad (r^2+1)f_0 + rf_1 &= 0 \\
 2) \quad r^2f_2 &= 0.
 \end{aligned}$$

Fläche 1)

$$(x^2 + y^2 + z^2 + 1)a_0 + a_1x + a_2y + a_3z = 0$$

oder

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 1,$$

wo

$$a = -\frac{a_1}{2a_0}, \quad b = -\frac{a_2}{2a_0}, \quad c = -\frac{a_3}{2a_0} \text{ ist,}$$

ist eine Kugelfläche, die mit dem Radius $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 1}$ um den ausserhalb der Transformationskugel liegenden Punkt $x=a, y=b, z=c$ geschlagen ist.

$$a^2 + b^2 + c^2 = (\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 1})^2 + 1^2$$

lehrt, dass die Kugel die Transformationskugel rechtwinkelig schneidet.

Die innerhalb der Transformationskugel liegende Kugelkappe ist das Bild der ausserhalb liegenden und umgekehrt. Der Schnittkreis beider Kugeln bildet sich Punkt für Punkt selbst ab.

Für $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ degeneriert die Kugel in den Punkt $x=a, y=b, z=c$, der, weil er der Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ genügt, auf der Transformationskugel liegt, sich daher selbst abbildet.

Ist einer der Koeffizienten a_1, a_2, a_3 gleich Null, so liegt das Centrum der Kugel in einer der Koordinatenebenen, sind zwei derselben Null, so liegt es auf einer der Axen, und sind endlich alle drei Null, so hat die Fläche keine geometrische Bedeutung.

Fläche 2)

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_{12}xy = 0$$

enthält zunächst den Punkt 0. Legt man durch irgend einen Punkt x_0, y_0, z_0 der Fläche und durch 0 die Gerade

$$x = x_0t, \quad y = y_0t, \quad z = z_0t,$$

wo t von $-\infty$ bis $+\infty$ geht, so liegt jeder Punkt dieser Geraden in der Fläche, d. h. die Fläche ist ein Kegel, der seine Spitze in 0 hat.

Die xy -Ebene schneidet denselben in der Kurve

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy = 0.$$

Dieser Schnitt kann aber nur gerade Linien hervorbringen, da die linke Seite der Gleichung in zwei lineare Faktoren zerlegbar ist. Soll nun der Kegel durch die x - und y -Axe gehen, für welche $y = 0$ und $x = 0$ ist, so geht diese Gleichung über in

$$xy = 0,$$

also ist $a_{11} = a_{22} = 0$.

Analog findet man, wenn der Kegel durch die x - und z -Axe gehen soll, $a_{11} = a_{33} = 0$, so dass

$$a_{23}yz + a_{31}zx + a_{12}xy = 0$$

den durch die Axen gehenden Kegel ausdrückt.

Der Kegel berührt die Koordinatenebenen, wenn die Schnittkurven

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy = 0, \quad a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz = 0, \quad a_{11}x^2 + a_{33}z^2 + 2a_{13}xz = 0$$

in je eine Doppelgerade übergehen. Das ist aber der Fall für

$$a_{12} = \pm \sqrt{a_{11}a_{22}}, \quad a_{23} = \pm \sqrt{a_{22}a_{33}}, \quad a_{31} = \pm \sqrt{a_{33}a_{11}}.$$

Da nun a_{12} , a_{23} , a_{31} reell bleiben müssen, so müssen a_{11} , a_{22} , a_{33} dasselbe Vorzeichen haben; wir nehmen das positive.

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 - 2\sqrt{a_{22}a_{33}}yz - 2\sqrt{a_{33}a_{11}}zx - 2\sqrt{a_{11}a_{22}}xy = 0$$

gibt dann einen die Koordinatenebenen berührenden Kegel, während

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2\sqrt{a_{22}a_{33}}yz + 2\sqrt{a_{33}a_{11}}zx + 2\sqrt{a_{11}a_{22}}xy = 0$$

oder

$$(\sqrt{a_{11}}x + \sqrt{a_{22}}y + \sqrt{a_{33}}z)^2 = 0$$

einen in zwei zusammenfallende, durch 0 gehende Ebenen degenerierten Kegel darstellt.

In zwei sich schneidende Ebenen artet der Kegel aus, wenn sich seine Gleichung in die Form bringen lässt

$$(ax + by + cz)(a_1x + b_1y + c_1z) = 0.$$

Diese Gleichung enthält nur 4 Konstanten $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$, $\frac{b_1}{a_1}$, $\frac{c_1}{a_1}$, während die ursprüngliche Gleichung deren 5 enthält; es muss also unter diesen eine Bedingungsgleichung bestehen. Dieselbe ergibt sich folgendermassen:

Wir haben

$$aa_1 = a_{11}, \quad bb_1 = a_{22}, \quad cc_1 = a_{33} \\ ab_1 + a_1b = 2a_{12}, \quad ac_1 + a_1c = 2a_{13}, \quad bc_1 + b_1c = 2a_{23}.$$

Aus der 4. und 5. Gleichung folgt

$$a(bc_1 - b_1c) = 2(a_{13}b - a_{12}c) \\ a_1(bc_1 - b_1c) = 2(a_{12}c_1 - a_{13}b_1)$$

und daraus

$$aa_1(bc_1 - b_1c)^2 = 4(a_{13}b - a_{12}c)(a_{12}c_1 - a_{13}b_1)$$

oder

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0.$$

Bestimmt man nun die Werte von $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$, $\frac{b_1}{a_1}$, $\frac{c_1}{a_1}$, so erhält man

$$\begin{aligned} & [a_{11}x + (a_{12} + \sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}})y + (a_{13} + \sqrt{a_{13}^2 - a_{11}a_{33}})z] \\ & \times [a_{11}x + (a_{12} - \sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}})y + (a_{13} - \sqrt{a_{13}^2 - a_{11}a_{33}})z] = 0. \end{aligned}$$

Für das Ebenenpaar haben wir also die fernere Bedingung

$$\begin{aligned} a_{12}^2 - a_{11}a_{22} &> 0, \\ a_{13}^2 - a_{11}a_{33} &> 0 \end{aligned}$$

und, da aus $\mathcal{A}=0$ folgt

$$(a_{12}^2 - a_{11}a_{22})(a_{23}^2 - a_{22}a_{33}) = (a_{12}a_{13} - a_{22}a_{13})^2,$$

auch

$$a_{23}^2 - a_{22}a_{33} > 0.$$

Ist nun φ der Winkel, welchen die beiden Ebenen mit einander bilden, so ist bekanntlich

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{(ab_1 - a_1b)^2 + (ac_1 - a_1c)^2 + (bc_1 - b_1c)^2}}{aa_1 + bb_1 + cc_1}.$$

Setzen wir die gefundenen Werte ein und beachten, dass aus $\mathcal{A}=0$ auch folgt

$$(a_{12}^2 - a_{11}a_{22})(a_{13}^2 - a_{11}a_{33}) = (a_{12}a_{13} - a_{11}a_{23})^2,$$

so erhalten wir

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22} + a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + a_{23}^2 - a_{22}a_{33}}}{a_{11} + a_{22} + a_{33}}.$$

Die Ebenen stehen senkrecht auf einander, wenn $\varphi=90^\circ$, also $\operatorname{tg} \varphi=\infty$ oder

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0$$

wird. Sie fallen zusammen, wenn $\varphi=0$, also $\operatorname{tg} \varphi=0$, oder

$$a_{12}^2 - a_{11}a_{22} + a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + a_{23}^2 - a_{22}a_{33} = 0$$

oder

$$a_{12}^2 - a_{11}a_{22} = a_{13}^2 - a_{11}a_{33} = a_{23}^2 - a_{22}a_{33} = 0$$

ist. Die doppelt zu zählende Ebene hat dann die Gleichung

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 0,$$

oder, um sie auf die vorhin schon gefundene Gestalt zu bringen,

$$\begin{aligned} \sqrt{a_{11}a_{11}}x + \sqrt{a_{11}a_{22}}y + \sqrt{a_{11}a_{33}}z &= 0 \quad \text{oder} \\ \sqrt{a_{11}}x + \sqrt{a_{22}}y + \sqrt{a_{33}}z &= 0. \end{aligned}$$

Um nun die Gestalt des durch die allgemeine Gleichung gegebenen Kegels zu finden, nehmen wir eine Drehung des Koordinatensystems um O vor und können dadurch bekanntlich die Gleichung auf die Form bringen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

Liegt ein Punkt x_0, y_0, z_0 auf der Fläche, so befinden sich auch die 7 anderen durch $\pm x_0, \pm y_0, \pm z_0$ gegebenen Punkte auf ihr. Der Kegel liegt also symmetrisch zu den Koordinatenebenen.

Die xz - und yz -Ebene liefern als Schnittkurven die durch O gehenden Geradenpaare $\frac{x}{a} \mp \frac{z}{c} = 0$ und $\frac{y}{b} \mp \frac{z}{c} = 0$, welche mit der z -Axe die durch $\operatorname{tg} \varphi_1 = \pm \frac{a}{c}$ und $\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{b}{c}$ bestimmten Winkel φ_1 und φ bilden.

Die xy -Ebene schneidet den Kegel nur im Punkte O .

Jede mit der xy -Ebene parallele Ebene $z=l$ liefert als Schnittkurve eine Ellipse $\frac{x^2}{\left(\frac{la}{c}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{lb}{c}\right)^2} = 1$, die bei sowohl ins Positive als auch ins Negative wachsendem l immer grösser wird. Der Kegel dehnt sich also nach der positiven und negativen z -Axe hin ins Unendliche aus.

Charakteristisch ist der Schnitt $z=c$, da er die Schnittkurve $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, also die Bedeutung der Koeffizienten a, b, c giebt.

Sind A und B die Halbaxen der Ellipsen, so ist

$$A : B : l = a : b : c.$$

Jede der xz -Ebene parallele Ebene $y=m$ liefert als Schnittkurve eine Hyperbel $\frac{z^2}{\left(\frac{mc}{b}\right)^2} - \frac{x^2}{\left(\frac{ma}{b}\right)^2} = 1$, deren reelle Axe parallel der z -Axe ist. Sind C und A die Halbaxen, so ist

$$C : A : m = c : a : b.$$

Die mit der yz -Ebene parallelen Schnitte $x=n$ geben ebenfalls Hyperbeln, deren reelle Axe parallel der z -Axe ist. Sind C und A die Halbaxen, so ist

$$C : B : n = c : b : a.$$

Legen wir jetzt durch den Punkt $x=0, y=0, z=p$ eine Ebene parallel zur x -Axe und machen den Schnitt dieser Ebene mit der xz -Ebene zur x_1 -Axe und den Schnitt mit der yz -Ebene zur y_1 -Axe und setzen $\sphericalangle(y_1, z) = \lambda$, so ist diese Ebene bestimmt durch

$$x = x_1, y = y_1 \sin \lambda, z = p + y_1 \cos \lambda.$$

Sie schneidet daher den Kegel in der Kurve

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{(y_1 \sin \lambda)^2}{b^2} - \frac{(p + y_1 \cos \lambda)^2}{c^2} = 0$$

oder unter Einführung des Winkels φ , den die z -Axe mit der Schnittlinie des Kegels mit

der yz -Ebene bildet und, wie vorhin gezeigt, durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{c}$ bestimmt ist, in der Kurve

$$c^2 \sin^2 \varphi x_1^2 + a^2 (\sin^2 \lambda \cos^2 \varphi - \cos^2 \lambda \sin^2 \varphi) y_1^2 - 2p a^2 \sin^2 \varphi \cos \lambda y_1 - p^2 a^2 \sin^2 \varphi = 0.$$

Wird $\lambda = \varphi$, so reduciert sich die Gleichung auf

$$x_1^2 = \frac{2p a^2 \cos \varphi}{c^2} \left(y_1 + \frac{p}{2 \cos \varphi} \right)$$

oder, wenn man das Koordinatensystem so verschiebt, dass $x_1 = \xi$, $y_1 = \eta - \frac{p}{2 \cos \varphi}$ wird, auf

$$\xi^2 = \frac{2p a^2 \cos \varphi}{c^2} \eta.$$

Das ist eine Parabel mit dem Parameter $\frac{2p a^2 \cos \varphi}{c^2}$, die sich nach der η -Axe hin erstreckt.

Ist $p=0$, so wird $\xi=0$ für jeden Wert von η , d. h. die Parabel geht in eine Doppelgerade über.

Ist $\lambda \geq \varphi$, so verschieben wir das Koordinatensystem so, dass $x_1 = x'$, $y_1 = y' + l$ wird. Dann fällt für

$$l = \frac{p \sin^2 \varphi \cos \lambda}{\sin^2 \lambda \cos^2 \varphi - \cos^2 \lambda \sin^2 \varphi}$$

das Glied mit y_1 weg, und die Gleichung wird mit Weglassung der Indices zu

$$\frac{x^2}{\frac{p^2 a^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \lambda}{c^2 \sin(\lambda + \varphi) \sin(\lambda - \varphi)}} + \frac{y^2}{\frac{p^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \sin^2 \lambda}{[\sin(\lambda + \varphi) \sin(\lambda - \varphi)]^2}} = 1.$$

Der Koeffizient von y^2 ist nun stets positiv, der von x^2 aber nur für $\lambda > \varphi$.

$\lambda < \varphi$ liefert also Hyperbeln, deren Nebenaxe parallel der ursprünglichen x -Axe ist,

$\lambda > \varphi$ liefert Ellipsen.

Letztere gehen in Kreise über, wenn die Koeffizienten von x^2 und y^2 einander gleich werden, also für

$$\frac{a^2}{c^2} = \frac{\sin^2 \varphi}{\sin(\lambda + \varphi) \sin(\lambda - \varphi)}$$

oder, da $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{c}$ ist, für

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}}{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}}}.$$

Da nun p jeden beliebigen Wert annehmen kann, so erhalten wir unter der Voraussetzung, dass $a > b$ ist, zwei Systeme von Kreisschnitten parallel zur x -Axe. $a < b$ liefert zwei Systeme von Kreisschnitten parallel der y -Axe

Für $a = b$ wird $\operatorname{tg} \varphi = \infty$, also $\varphi = 90^\circ$, d. h. alle Schnitte parallel der xy -Ebene sind Kreisschnitte; der Kegel ist dann ein Rotationskegel.

$$n = 3$$

liefert

$$\begin{aligned} 1) & (r^2+1)rf_1+r^2f_2=0 \\ 2) & r^2f_3=0. \end{aligned}$$

Fläche 1)

ist die durch O gehende Fläche

$$(x^2+y^2+z^2+1)(a_1x+a_2y+a_3z)+a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_{12}xy=0.$$

Wir nehmen eine solche Drehung des Koordinatensystems um O vor, dass

$$a_1x+a_2y+a_3z = z_1$$

wird, dass also die z_1 -Axe mit den alten Koordinatenachsen Winkel bildet, die durch

$$\cos \alpha = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}, \quad \cos \beta = \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{a_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$$

bestimmt sind. Dann wird $x^2+y^2+z^2 = x_1^2+y_1^2+z_1^2$ und die homogene Funktion 2. Grades geht wieder in eine homogene Funktion 2. Grades über. Wir erhalten also

$$(x_1^2+y_1^2+z_1^2+1)z_1+b_{11}x_1^2+b_{22}y_1^2+b_{33}z_1^2+2b_{23}y_1z_1+2b_{31}z_1x_1+2b_{12}x_1y_1=0.$$

Geben wir nun der x_1y_1 -Ebene um die z_1 -Axe eine Drehung um den Winkel φ , setzen also

$$\begin{aligned} x_1 &= x' \cos \varphi - y' \sin \varphi \\ y_1 &= x' \sin \varphi + y' \cos \varphi \\ z_1 &= z', \end{aligned}$$

so verschwindet für

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2b_{12}}{b_{11}-b_{22}}$$

das Glied mit x_1y_1 , und die Gleichung wird mit Weglassung der Indices zu

$$(x^2+y^2+z^2+1)z+l_1x^2+l_2y^2+az^2+2bzx+2czy=0.$$

Setzen wir nun $z=h$, wo h alle möglichen Werte durchlaufen soll, so sind alle möglichen zur xy -Ebene parallelen Schnittkurven der Fläche gegeben durch

$$(l_1+h)x^2+(l_2+h)y^2+2bhx+2chy+h^3+ah^2+h=0.$$

Dies ist die Gleichung eines Kegelschnittes. Die Diskriminante ist

$$\begin{vmatrix} l_1+h, & 0, & bh \\ 0, & l_2+h, & ch \\ bh, & ch, & h^3+ah^2+h \end{vmatrix} = h[(l_1+h)(l_2+h)(h^2+ah+1)-(l_1+h)c^2h-(l_2+h)b^2h].$$

Deren Verschwinden zeigt an, dass der betreffende Kegelschnitt in zwei gerade Linien oder einen Punkt ausartet. Für beliebige Werte von l_1, l_2, a, b, c ist der eine Faktor rechts vom 4. Grade. Für $b=c=0$ verschwindet die Diskriminante für die Werte $0, -l_1, -l_2$ und $-\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4}-1}$ von h , von denen die zwei letzten imaginär werden, wenn absolut genommen $a < 2$ ist.

Die Art des Kegelschnittes hängt weiter ab von der Determinante

$$\begin{vmatrix} l_1+h, & 0 \\ 0, & l_2+h \end{vmatrix} = (l_1+h)(l_2+h).$$

Dieselbe ist für hinreichend grosses $\pm h$ notwendig positiv, zeigt also eine Ellipse an. Diese zieht sich bei wachsendem h auf einen Punkt zusammen und wird dann imaginär. Die Determinante verschwindet für $h = -l_1$ und $h = -l_2$; diese Schnitte geben also Parabeln.

Man kann unbeschadet der Allgemeinheit annehmen $l_1 > 0$, da man dies durch Umkehrung der x -Axe stets erreichen kann; es sei ferner $l_1 > l_2$. Es giebt dann, wenn ε eine sehr kleine Grösse bezeichnet, der Schnitt

$$h = \begin{cases} +\infty & \text{eine imaginäre Ellipse,} \\ -l_2 + \varepsilon & \text{eine Ellipse, die sich bei wachsendem } h \text{ in einen Punkt zusammenzieht,} \\ -l_2 & \text{eine Parabel, deren Axe parallel der } y\text{-Axe ist,} \\ -l_2 - \varepsilon & \text{eine Hyperbel, deren reelle Axe parallel der } y\text{-Axe ist,} \\ -l_1 + \varepsilon & \text{eine Hyperbel, deren reelle Axe parallel der } x\text{-Axe ist,} \\ -l_1 & \text{eine Parabel, deren Axe parallel der } x\text{-Axe ist,} \\ -l_1 - \varepsilon & \text{eine Ellipse, die sich bei wachsendem } h \text{ in einen Punkt zusammenzieht,} \\ -\infty & \text{eine imaginäre Ellipse.} \end{cases}$$

Ist $l_1=l_2=l$, so wird die Fläche von den Parallelebenen nur in Kreisen geschnitten, deren Centren die Koordinaten

$$x = -\frac{bh}{l+h}, \quad y = -\frac{ch}{l+h}$$

haben und deren Radius

$$\pm \frac{1}{l+h} \sqrt{(b^2+c^2)h^2 - (h^3+ah+h)(l+h)}$$

ist. Der Radikand lehrt, dass die Schnitte nur zwischen bestimmten Grenzen reell sind. Für $h=-l$ geht der Kreis in die Gerade

$$2bx + 2cy + l^2 - al + 1 = 0$$

über.

Für $b=c=0$ werden die Schnittkurven

$$x^2 + y^2 = -\frac{h^3 + ah^2 + h}{l+h},$$

d. h. Kreise, die ihr Centrum in der z -Axe haben. Die Fläche ist dann eine Rotationsfläche. Fig. 2 stellt einen durch die Rotationsaxe gelegten ebenen Schnitt derselben für die Werte $a=3$, $l=2$ dar.

Für $a=2$ und $l=1$ nimmt dieselbe die Form an

$$(x^2+y^2+z^2+1)z+x^2+y^2+2z^2=0 \quad \text{oder} \\ [x^2+y^2+(z+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}](z+1) = 0,$$

artet also in eine Kugel mit dem Radius $\frac{1}{2}$ und dem Centrum $x=0$, $y=0$, $z=-\frac{1}{2}$, d. h. eine durch 0 gehende und die Transformationskugel von innen berührende Kugel, und in eine diese Kugel und die Transformationskugel berührende Ebene aus.

Dies ist ein spezieller Fall einer allgemeineren in der ursprünglichen Gleichung enthaltenen Fläche, die wir erhalten, wenn wir

$$f_2 = -\frac{4f_1^2+1}{2}$$

setzen.

Die Fläche ist nämlich dann

$$2r^2 rf_1 + 2rf_1 - r^2 4f_1^2 - r^2 = 0 \quad \text{oder} \\ (r^2 - 2rf_1)(1 - 2rf_1) = 0 \quad \text{oder} \\ (x^2+y^2+z^2 - 2a_1x - 2a_2y - 2a_3z)(1 - 2a_1x - 2a_2y - 2a_3z) = 0 \quad \text{oder} \\ [(x-a_1)^2 + (y-a_2)^2 + (z-a_3)^2 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)] \cdot [a_1x + a_2y + a_3z - \frac{1}{2}] = 0,$$

d. h. eine durch O gehende Kugeloberfläche mit dem Centrum $x=a_1$, $y=a_2$, $z=a_3$ und dem Radius $\rho = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ nebst einer Ebene, die von O die Entfernung $OP = \frac{1}{2\rho}$ hat. O , P und das Centrum der Kugel liegen in derselben Geraden. OP trifft die Kugel in dem durch $OP' = 2\rho$ bestimmten Punkte P' . Mithin ist $OP \cdot OP' = 1$, d. h. P und P' sind zugeordnete Punkte, oder die Ebene ist die Polare zum Pol P' . Ist $\rho < \frac{1}{2}$, so liegt die Ebene ausserhalb der Transformationskugel, ist $\rho = \frac{1}{2}$, so ist die Ebene Tangentialebene an die beiden sich von innen berührenden Kugeln, und ist $\rho > \frac{1}{2}$, so schneidet sie die Transformationskugel. In diesem Falle liegt die Schnittlinie der Kugel mit der Transformationskugel in der zur Kugel gehörigen Ebene.

Die Kugel ist das Bild der Ebene und umgekehrt; dies ergibt sich schon aus der Gleichung

$$(r^2 - 2rf_1)(1 - 2rf_1) = 0,$$

die durch Einsetzung von $\frac{1}{r}$ statt r übergeht in

$$(1 - 2rf_1)(r^2 - 2rf_1) = 0.$$

Fläche 2)

$$r^3 f_3 = 0$$

ist ein Kegel 3. Grades, der seine Spitze in O hat.

$$n = 4$$

gibt

$$1) \quad (r^4 + 1)f_0 + (r^2 + 1)rf_1 + r^2 f_2 = 0$$

$$2) \quad (r^2 + 1)r^2 f_2 + r^3 f_3 = 0$$

$$3) \quad r^4 f_4 = 0.$$

Wir betrachten nur einen speziellen Fall der Fläche 1). Es sei

$$f_2 = 1 + \frac{f_1^2}{(f_0 + 1)^2} + f_0^2.$$

Die Fläche hat dann die Gleichung

$$(r^4 + 1)f_0 + \frac{(r^2 + 1)rf_1(f_0 + 1)}{f_0 + 1} + r^2 + \frac{r^2 f_1^2}{(f_0 + 1)^2} + r^2 f_0^2 = 0 \quad \text{oder}$$

$$\left(r^2 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + f_0\right) + \frac{rf_1}{f_0 + 1} \left(r^2 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + f_0\right) + r^2 f_0 \left(r^2 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + f_0\right) = 0 \quad \text{oder}$$

$$\left(r^2 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + f_0\right) \cdot \left(1 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + r^2 f_0\right) = 0.$$

Diese Fläche besteht aus zwei Teilen, und zwar ist der eine das Bild des andern; das ergibt sich daraus, dass bei der Einsetzung von $\frac{1}{r}$ statt r die Gleichung in

$$\left(1 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + r^2 f_0\right) \left(r^2 + \frac{rf_1}{f_0 + 1} + f_0\right) = 0$$

übergeht.

Der eine Teil der Fläche ist

$$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{a_1 x + a_2 y + a_3 z}{a_0 + 1} + a_0 = 0,$$

oder, wenn wir setzen

$$\frac{a_1}{2(a_0 + 1)} = -p, \quad \frac{a_2}{2(a_0 + 1)} = -q, \quad \frac{a_3}{2(a_0 + 1)} = -s,$$

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 + (z-s)^2 = p^2 + q^2 + s^2 - a_0,$$

also eine Kugelfläche mit dem Centrum $x=p$, $y=q$, $z=s$ und dem Radius $\varrho = \sqrt{p^2 + q^2 + s^2 - a_0}$.

Die Kugel schneidet für $a_0=1$ die Transformationskugel rechtwinkelig; das Centrum ist dann $x=-\frac{a_1}{4}$, $y=-\frac{a_2}{4}$, $z=-\frac{a_3}{4}$ und der Radius $\frac{1}{4}\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2-16}$.

Der zweite Teil der Fläche ist

$$1 + \frac{a_1x + a_2y + a_3z}{a_0 + 1} + (x^2 + y^2 + z^2)a_0 = 0 \quad \text{oder}$$

$$\left(x - \frac{p}{a_0}\right)^2 + \left(y - \frac{q}{a_0}\right)^2 + \left(z - \frac{s}{a_0}\right)^2 = \frac{1}{a_0^2}(p^2 + q^2 + s^2 - a_0),$$

also eine Kugel mit dem Centrum $x = \frac{p}{a_0}$, $y = \frac{q}{a_0}$, $z = \frac{s}{a_0}$ und dem Radius $\frac{1}{a_0}e$.

Diese Kugel schneidet für $a_0=1$ die Transformationskugel ebenfalls rechtwinkelig und zwar wird sie zur nämlichen Kugel, in welche die erste übergeht. Dies ersieht man auch aus der ursprünglichen Gleichung, die für $f_0=a_0=1$ in

$$\left(1 + \frac{rf_1}{2} + r^2\right)^2 = 0$$

übergeht, also zwei zusammenfallende Kugeln darstellt.

Da das Centrum der ersten Kugel $x=p$, $y=q$, $z=s$ und das der zweiten $x = \frac{p}{a_0}$, $y = \frac{q}{a_0}$, $z = \frac{s}{a_0}$ ist, so geht die Centrale durch O . Schneidet diese die erste Kugel in den Punkten P und Q und die zweite in den Punkten P' und Q' , so ist

$$OP = \sqrt{p^2 + q^2 + s^2} - e$$

$$OQ = \sqrt{p^2 + q^2 + s^2} + e$$

$$OP' = \frac{1}{a_0} \left(\sqrt{p^2 + q^2 + s^2} - e \right)$$

$$OQ' = \frac{1}{a_0} \left(\sqrt{p^2 + q^2 + s^2} + e \right).$$

Also ist $OP \cdot OQ' = OQ \cdot OP' = 1$, d. h. P und Q' , und Q und P' sind zugeordnete Punkte.

Fläche 3)

$$r^4 f_4 = 0$$

stellt einen Kegel 4. Grades dar, der seine Spitze in O hat.

Auf den Kegel 3. Grades und die Flächen 4. Grades werde ich in einem der folgenden Programme näher eingehen.

Aachen, im März 1888.

Joseph Meder,
Gymnasiallehrer.

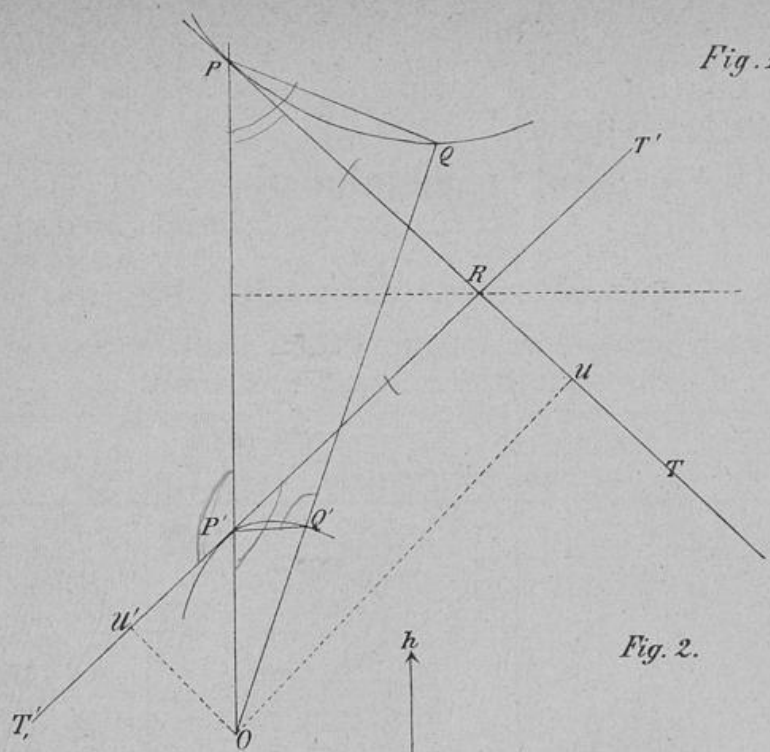


Fig. 1.

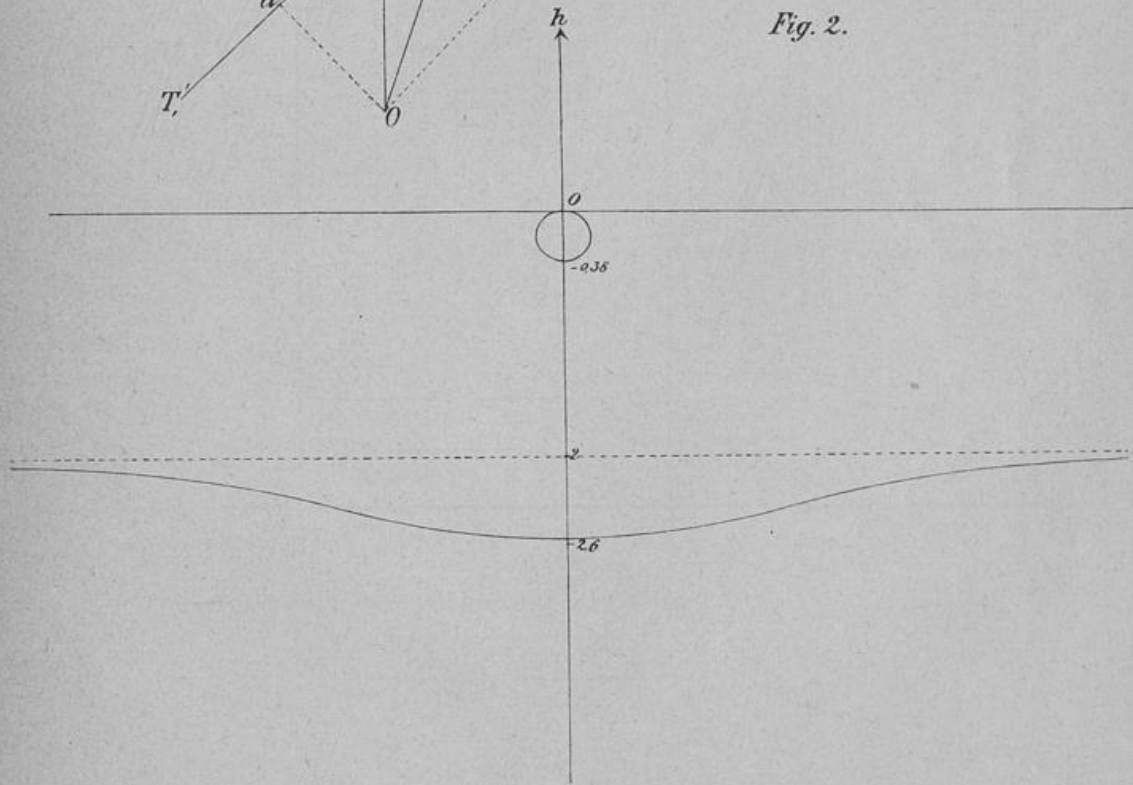
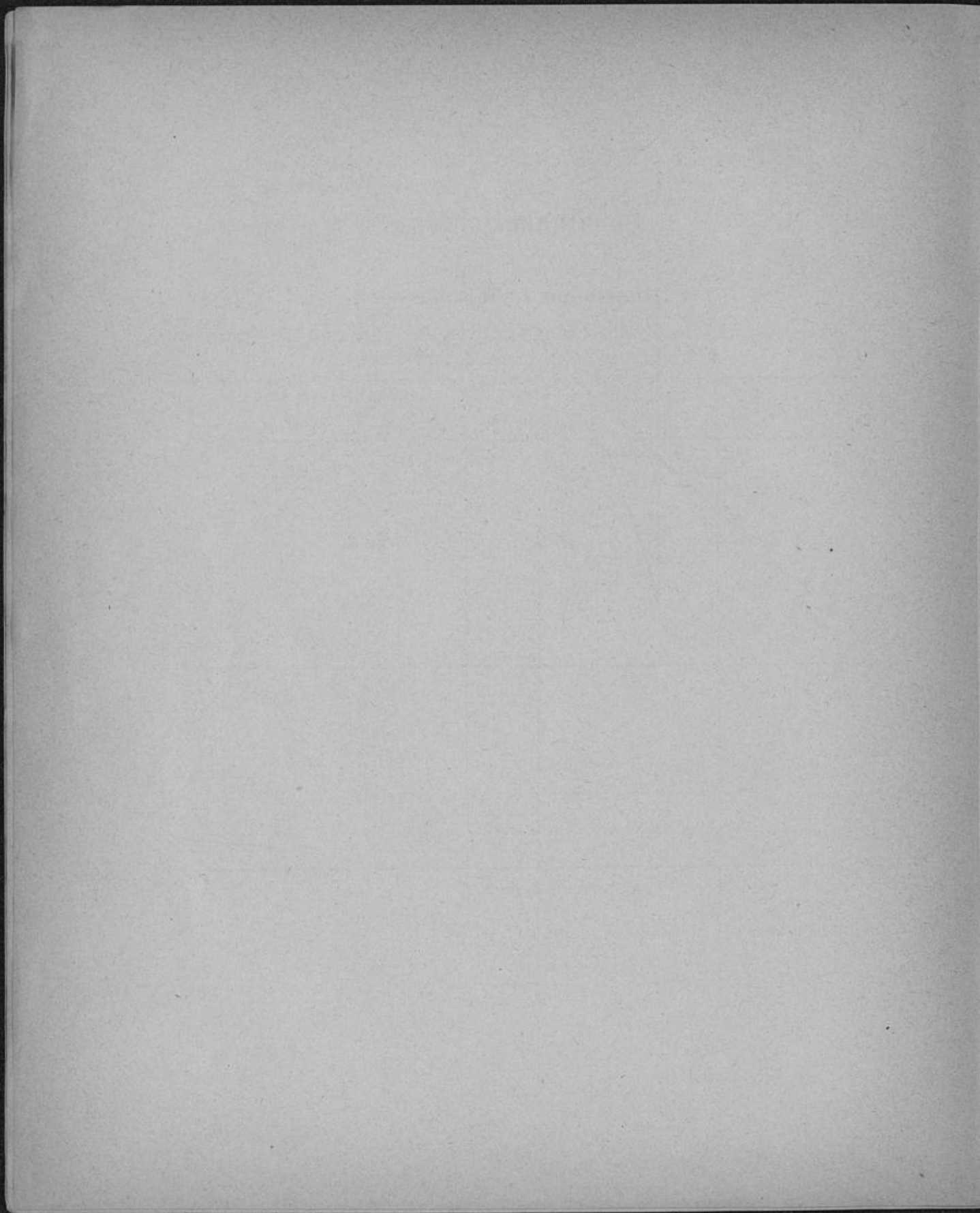


Fig. 2.



Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1. Uebersicht über die Lehrgegenstände und die für jeden derselben bestimmte Stundenzahl.

Lehrfächer.	A. Gymnasium.					B. Vorschule.		
	Unter-Tertia.	Quarta.	Quinta.	Sexta.	Sa.	I. Klasse.	II. Klasse.	Sa.
Religion { a) evang.	2	2	2	3	9	3	3	6
{ b) kath.	2	2	2	3	9	3	3	6
Deutsch	2	2	2	3	9	6	7 Les. u. Schreib.	13
Lateinisch	9	9	9	9	36			
Griechisch	7	—	—	—	7			
Französisch	2	5	4	—	11			
Gesch. u. Geogr.	3	4	3	3	13	1		1
Mathem. u. Rechnen	3	4	4	4	15	5	5	10
Naturbeschreibung	2	2	2	2	8	1 Anschauungsunterr.	2 Anschauungsunterr.	3
Schreiben	—	—	2	2	4	2		2
Zeichnen*)	2 komb. m. IV	2	2	2	6	1		1
Gesang	1	1	1	1	5	1 (2/2)	1 (2/2)	2
	1 kombiniert							
Turnen	2 kombiniert			2	4	1 (2/2)	1 (2/2)	2
Summa	33	33	33	31	127	21	19	40

*) Die Teilnahme für die IIIb ist nicht obligatorisch.

2. Uebersicht über die Verteilung des Unterrichts unter die Lehrer.

A. Gymnasium.						B. Vorschule.		
Lehrer	Ord.	Unter-Tertia	Quarta	Quinta	Sexta	I. Klasse	II. Klasse	Sa.
1. Dr. Regel, Oberlehrer.	III b	2 Ovid. 7 Griech.	2 Deutsch 2 Gesch.	2 Geogr.				15
2. Dr. Krick, Oberlehrer.	IV.	2 Franz.	9 Latein 5 Franz.	4 Franz.				20 2 Turnen III b—V
3. Meder, 1. ordentl. Lehrer.	V.	3 Mathem. 2 Nat.	4 Mathem. u. Rechnen 2 Geogr. 2 Nat.	2 Deutsch 4 Rechnen 2 Nat.				21
4. Dr. Holthöfer, 2. ordentl. Lehrer.	VI.	7 Lat. 3 Gesch. u. Geogr.			3 Deutsch 9 Lat. 1 Gesch.			23
5. Dr. Jonas, kommissar. Lehrer.		2 kath. Rel. 2 Deutsch	2 kath. Rel.	2 kath. Rel. 9 Lat. 1 Gesch.	3 kath. Rel.	1 kath. Rel.	1 kath. Rel.	23
6. Pastor Ploeger, Evang. Geistlicher.		2 ev. Rel.	2 ev. Rel.	2 ev. Rel.	3 ev. Rel.			9
7. Sterzenbach, Vorschullehrer.	Vorsch. I.				2 Geogr. 2 Nat.	3 ev. Rel. 16 Element.- Unterricht	3 ev. Rel.	26 2 Turnen VI
8. Pourrier, Vorschullehrer.	Vorsch. II.				4 Rechnen	2 kath. Rel. 1 Geogr. 1 Ansch.- Unterricht	2 kath. Rel. 16 Element.- Unterricht	26
9. Architekt Lambris, Schreib- u. Zeichen- lehrer.		2 Zeichnen (facult. kombi- niert mit IV.)	2 Zeichnen	2 Zeichnen 2 Schreiben	2 Zeichnen 2 Schreiben			10
10. Prof. Wenigmann, Gesanglehrer.		1 Gesang	1 Gesang	1 Gesang	1 Gesang			5
		1 Gesang kombiniert						
		31 (und 2 Turnen)	31 (und 2 Turnen)	31 (und 2 Turnen)	29 (und 2 Turnen)	21	19	

3. Uebersicht über die während des Schuljahres absolvierten Pensa.

A. Gymnasium.

Untertertia.

Ordinarius: *Oberlehrer Dr. Regel.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Bibelkunde des Alten Testaments. Lesen und Erklären der Apostelgeschichte. Wiederholung des 1., 2. und 3. Hauptstückes; Erklärung und Auswendiglernen des 4. und 5. Hauptstückes. Wiederholung der früher gelernten Kirchenlieder; Erklären und Auswendiglernen von 6 ferneren Kirchenliedern, 4 Psalmen und Jes. 53. 2 St. Pastor Ploeger.

b) für die katholischen Schüler: Die gesamte Glaubenslehre, Erklärung und Einübung einzelner Kirchenhymnen. 2 St. Dr. Jonas.

2. **Deutsch.** Lektüre aus Linnig II. Uebungen in freier mündlicher Reproduktion des Gelesenen, Anleitung zum Disponieren. Erklären und Memorieren Schillerscher und Uhlandscher Balladen. Diktate, Aufsätze. 2 St. Jonas.

3. **Latein.** Wiederholung und Erweiterung der Kasuslehre; Syntax des Verbums nach Ellendt-Seyffert. Uebersetzen aus Meirings Uebungsbuch für Tertia; wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. 4 St. Gymnasiallehrer Dr. Holthöfer. — Caesar, de bello gallico, l. I—III. 3 St. Holthöfer. — Ovid, metamorph. Auswahl aus Buch I—III. 2 St. Regel.

4. **Griechisch.** Formenlehre bis zum Abschluss der regelmässigen Verben auf ω nach Kochs kurzgefasster griechischer Schulgrammatik. Mündliches und schriftliches Uebersetzen aus Wesener, Teil 1. 7 St. Regel.

5. **Französisch.** Repetition und Ergänzung der unregelmässigen Formenlehre. Uebersetzung zusammenhängender Uebungsstücke aus Ploetz' Schulgrammatik. Im 2. Semester: Lehre von der Wortstellung, der Inversion; das Wichtigste aus der Syntax der tempora. Lektüre: Rollin, Alexandre le Grand. Alle 14 Tage ein Exercitium, Extemporale oder dictée. 2 St. Oberlehrer Dr. Krick.

6. **Geschichte.** Deutsche Geschichte bis zum Ende des 30jährigen Krieges. 2 St. — **Geographie.** Deutschland. 1 St. Holthöfer.

7. **Mathematik.** Geometrie: Lehre vom Viereck, Konstruktions-Aufgaben. — Algebra: Die 4 Spezies mit Buchstaben. 3 St. Gymnasiallehrer Meder.

8. **Naturbeschreibung.** Im Sommer: Botanik; Bestimmung von Pflanzen nach dem Linnéschen System; Grundzüge des natürlichen Systems. Im Winter: Wirbellose Tiere, namentlich Insekten. 2 St. Meder.

Quarta.

Ordinarius: *Oberlehrer Dr. Krick.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Lesen und Erklären ausgewählter Abschnitte aus der Bibel. Katechismus: Wiederholung und erweiterte Erklärung der 10 Gebote und des christlichen Glaubensbekenntnisses, Erklären und Auswendiglernen des Abschnitts vom Gebet. Wiederholung der früher gelernten Kirchenlieder und Auswendiglernen von 6 ferneren. 2 St. Ploeger.

b) für die katholischen Schüler: Das 3. Hauptstück des Diözesan-Katechismus. Fortsetzung und Wiederholung der biblischen Geschichte des Alten und Neuen Testaments. Erklärung der wichtigeren liturgischen Gebräuche und Cerimonien. 2 St. Jonas.

2. **Deutsch.** Lesen und Wiedererzählen aus Linnig I. Memorieren von Gedichten, besonders erzählenden Inhalts. Alle 14 Tage ein Aufsatz. Grammatik: Der zusammengesetzte Satz. Interpunktionslehre. Diktate mit Berücksichtigung von Fremdwörtern. 2 St. Regel.

3. **Latein.** Wiederholung und Erweiterung der Formenlehre; die Hauptregeln der Congruenz- und Casuslehre; einzelnes aus der Syntax des Verbums (nach Ellendt-Seyffert). Mündliches und schriftliches Uebersetzen aus Meiring; wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. 5 St. Lektüre aus Lattmanns Lesebuch. 4. St. Krick.

4. **Französisch.** Beendigung der regelmässigen Formenlehre (Ploetz' Elementarbuch L. 60—85) und unregelmässige Verba nach Ploetz' Schulgrammatik L. 1—23. 5 St. Krick.

5. **Geschichte.** Griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders; römische Geschichte bis auf Titus. 2 St. Regel.

6. **Geographie.** Physische und politische Geographie von Europa (nach Daniel). 2 St. Meder.

7. **Mathematik.** a) Rechnen: Zusammengesetzte Regel de tri, Gewinn- und Verlust-Rechnung mit Prozenten, Zins-, Rabatt- und Gesellschafts-Rechnung nach Schellen. 2 St. Meder. b) Geometrie: Gerade Linien, Winkel und Parallelen, Dreiecke incl. Congruenzsätze nach Boymann. 2 St. Meder.

8. **Naturbeschreibung.** Im Sommer: Botanik. Beschreibung einheimischer Pflanzen, Anleitung und Uebung im Bestimmen nach dem Linnéschen System. Im Winter: Zoologie. Repetition der Säugetiere und Vögel, neu: Reptilien, Amphibien und Fische. 2 St. Meder.

Quinta.

Ordinarius: *Gymnasiallehrer Meder.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichte des Neuen Testaments nach Römheld. Katechismus: Wiederholung der 10 Gebote, Erklären und Auswendiglernen des christlichen Glaubensbekenntnisses. Wiederholung der in Sexta gelernten Kirchenlieder. Erklären und Auswendiglernen von 6 ferneren Liedern. 2 St. Ploeger.

b) für die katholischen Schüler: Das zweite Hauptstück des Diözesan-Katechismus. Die biblische Geschichte des Neuen Testaments. Belehrung über die Einteilung und die Hauptfeste des Kirchenjahres. 2 St. Jonas.

2. **Deutsch.** Lesen, Erklären und Wiedererzählen von Stücken aus Linnig I, Memorieren von Gedichten. Schriftliche Arbeiten abwechselnd mit orthographischen Diktaten. Grammatik: Die Lehre vom einfachen und erweiterten Satze. 2 St. Meder.

3. **Latein.** Wiederholung der regelmässigen und Einübung der unregelmässigen Formenlehre mit fortlaufenden Uebungen im Uebersetzen. Retrovertieren gelesener Stücke. Die einfachsten syntaktischen Regeln, Acc. c. Inf., Abl. absol. Memorieren kürzerer zusammenhängender Abschnitte nach Meirings Uebungsbuche. 9 St. Jonas.

4. **Französisch.** Ploetz' Elementarbuch L. 1—60. Exercitien, Extemporalien, Diktate, Sprechübungen. 4 St. Krick.

5. **Geographie.** Die aussereuropäischen Erdteile nach Daniel. 2 St. Regel. Geschichte. Biographische Erzählungen, besonders aus der deutschen Geschichte. 1 St. Jonas.

6. **Naturbeschreibung.** Im Sommer Botanik. Im Winter Zoologie. Vergleichen und Unterscheiden von Pflanzen und Tierarten, die zu einer Gattung gehören. 2 St. Meder.

7. **Rechnen.** Rechnen mit gemeinen Brüchen und mit Dezimalbrüchen; einfache gerade und umgekehrte Regel de tri. Im Winter Zeichnen von Figuren mit Lineal und Zirkel. 4 St. Meder.

Sexta.

Ordinarius: *Gymnasiallehrer Dr. Holthöfer.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichte des Alten Testaments nach Römheld. Die an die Festtage sich knüpfenden Geschichten des Neuen Testaments. Erklären und Auswendiglernen der 10 Gebote, Memorieren von 6 Kirchenliedern. 3 St. Ploeger.

b) für die katholischen Schüler: Einübung der gebräuchlichsten Gebete. Beichtunterricht. Das erste Hauptstück des Diözesan-Katechismus. Die biblische Geschichte des Alten Testaments. 3 St. Jonas.

2. **Deutsch.** Lesen, Erklären und Wiedererzählen von Stücken aus Linnig I. Grammatik: Redeteile und Bestandteile des einfachen Satzes. Memorieren von Gedichten, orthographische Diktate. 3 St. Holthöfer.

3. **Latein.** Die regelmässige Formenlehre nach der Grammatik von Ellendt-Seyffert. Mündliche Uebungen im Uebersetzen und Lernen von Vokabeln nach Meirings Uebungsbuche. Wöchentlich ein Extemporale oder ein Exerцитium (von Juli ab). 9 St. Holthöfer.

4. **Geographie.** Allgemeine Uebersicht über die Erdteile nach Daniel. 2 St. Vorschullehrer Sterzenbach. Geschichte. Griechische und römische Sagen. 1 St. Holthöfer.

5. **Naturbeschreibung.** Im Sommer: Botanik. Im Winter: Zoologie. Betrachten einzelner Pflanzen- und Tierarten und Einübung der Terminologie. 2 St. Sterzenbach.

6. **Rechnen.** Die 4 Spezies mit unbenannten und benannten Zahlen; Münz-, Mass- und Gewichtssystem; Addition und Subtraktion der Dezimalbrüche; Regel de Tri § 1 bis 3 nach Schellen. 4 St. Vorschullehrer Pourrier.

B. Vorschule.

I. Klasse.

Ordinarius: *Vorschullehrer Sterzenbach.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Ausgewählte biblische Geschichten des Alten und Neuen Testaments. Memorieren: Liederverse und Sprüche im Anschlusse an die behandelten biblischen Geschichten, das 1. und 3. Hauptstück ohne Erklärung. 3 St. Sterzenbach.

b) für die katholischen Schüler: Wiederholung des früher Gelernten. Einiges von den heiligen Sakramenten, insbesondere vom Bussakrament zur Vorbereitung auf die Beichte. Leichte Erzählungen aus der heiligen Schrift des Alten und Neuen Testaments. 1 St. Jonas. 2 St. Pourrier.

2. **Deutsch.** Lesen aus Engelen und Fechner B, II, Memorieren von Gedichten, Unterscheidung der hauptsächlichsten Redeteile. Orthographische Uebungen, Abschreiben aus dem Lesebuche und Arbeiten zur Befestigung der Grammatik. 6 St. Sterzenbach.

3. **Rechnen.** Die 4 Spezies in unbenannten ganzen Zahlen nach Richter und Grönings. 5 St. Sterzenbach.

4. **Heimatkunde.** Die Stadt Aachen und ihre Umgebung. Der Regierungsbezirk Aachen. Die Rheinprovinz. Deutschland. 1 St. Pourrier.

5. **Anschauungsunterricht.** Erweiterung des Pensums der II. Klasse. 1 St. Pourrier.

6. **Schreiben.** Die deutsche und lateinische Schreibschrift nach Vorschriften an der Wandtafel. Taktschreiben. 2 St. Sterzenbach.

7. **Zeichnen.** Netzzeichnen. 1 St. Sterzenbach.
 8. **Gesang.** $\frac{2}{3}$ St. } Sterzenbach.
 9. **Turnen.** $\frac{2}{3}$ St. }

II. u. III. Klasse.

Ordinarius: *Vorschullehrer Pourrier.*

1. **Religion.** a) für die evangelischen Schüler: Ausgewählte biblische Geschichten aus dem Alten und Neuen Testamente, leichtere Bibelsprüche, Gebete und Liederverse. 3 St. Sterzenbach.

b) für die katholischen Schüler: Leichte Erzählungen aus der heiligen Schrift des Alten und Neuen Testaments. Die einfachsten Wahrheiten aus der Glaubens- und Sittenlehre. Erklärung und Einprägung kleinerer Gebete. 1 St. Jonas. 2 St. Pourrier.

2. **Lesen und Schreiben.** I. Abteil. Ausgewählte Stücke aus Engelen und Fechner B, I. Ab- und Auswendigschreiben. Zerlegen schwierigerer Wörter. Konsonanthäufung, Dehnung und Schärfung. Diktate. — II. Abteil. Lesen und Schreiben nach Büschers Fibel, Teil I. Ausgewählte Lesestücke aus Büschers Fibel, Teil II. — Übung im Ab- und Auswendigschreiben. Zerlegung leichter Wörter in Silben, Laute und Buchstaben. 7 St. Pourrier.

3. **Rechnen.** I. Abteil. Multiplikation und Division im Zahlenkreise bis 100, Einführung in den Zahlenkreis bis 1000 nach Richter und Grönings I u. II. Addition und Subtraktion in diesem Zahlenkreis. — II. Abteil. Der Zahlenkreis bis 100, Addition und Subtraktion in diesem Zahlenkreise nach Richter und Grönings I. 5 St. Pourrier.

4. **Anschaungsunterricht.** Stoffe aus Schule, Haus, Garten, Feld, Wald, kleine Erzählungen und Gedichte. 2 St. Pourrier.

5. **Gesang.** $\frac{2}{3}$ St. } Pourrier.
 6. **Turnen.** $\frac{2}{3}$ St. }

Technischer Unterricht.

a) **Turnen:** Abteilung 1 (IIIb—V) 2 St. Dispens. i. Sommer 8 Schüler: Krick.

			i. Winter	9	"	
Abteilung 2 (VI)	2 St.	Dispens.	i. Sommer	4	"	Sterzenbach.
			i. Winter	6	"	
Vorschulkl. I.	$\frac{2}{3}$ St.	Dispens.	i. Sommer	—	"	Sterzenbach.
			i. Winter	—	"	
Vorschulkl. II.	$\frac{2}{3}$ St.	Dispens.	i. Sommer	1	"	Pourrier.
			i. Winter	—	"	

- b) **Gesang:** Kombiniert IIIb—VI 1 St., ausserdem IIIb, IV, V, VI je 1 St. Prof. Wenigmann.
 c) **Zeichnen:** IIIb, IV, V, VI je 2 St. Achitekt Lambris.
 d) **Schreiben:** V, VI je 2 St. Lambris.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1. Durch Verfügung des Königl. Provinzial-Schulkollegiums vom 18. April 1887 wird mitgeteilt, dass mittelst Erlasses vom 7. April 1887 der Herr Minister der geistlichen u. s. w. Angelegenheiten die Einführung des deutschen Lesebuches von Engelen und Fechner (Ausgabe B, Teil I und II) für die Vorschule genehmigt habe.

2. Das Königl. Provinzial-Schulkollegium teilt unterm 27. Mai 1887 eine ministerielle Verfügung vom 13. Mai 1887 mit, nach welcher Lehrersöhne hinsichtlich der Befreiung vom Schulgelde genau so zu behandeln sind, wie andere Schüler.

3. Durch ministerielle Verfügung vom 31. Mai 1887, mitgeteilt unterm 16. Juni 1887, wird der Anstalt ein ausserordentlicher Zuschuss von 600 M. zur Beschaffung eines Harmoniums für die Schulandachten der evangelischen Schüler sowie zur Anschaffung der für die mittleren Klassen notwendigsten naturhistorischen Sammlungen bewilligt.

4. Unter dem 24. November 1887 teilt das Königl. Provinzial-Schulkollegium mit, dass durch ministeriellen Erlass vom 11. November 1887 für Ostern 1888 die Einrichtung der Obertertia sowie einer dritten Vorschulklasse vorgesehen sei.

5. Durch Verfügung des Königlichen Provinzial-Schulkollegiums vom 30. November 1887 wird die Einführung des Gesangbuches von Damm genehmigt.

III. Chronik der Anstalt.

Der Unterricht begann am Montag, den 25. April, nachdem am 22. und 23. April die Anmeldungen neuer Schüler und Aufnahmeprüfungen stattgefunden hatten.

Da mit dem neuen Schuljahre eine Untertertia eröffnet wurde, war Herr Dr. Holthöfer, bisheriger kommissarischer Lehrer am Gymnasium zu Barmen, als ordentlicher Lehrer an die Anstalt berufen worden; Herr Dr. Jonas übernahm ausser dem Unterricht in der katholischen Religion noch den in verschiedenen anderen Fächern. Herr Pastor Ploeger war für den evangelischen Religionsunterricht gewonnen.

Am 16. Juni nachmittags machten die Schüler der Klassen Untertertia, Quarta, Quinta und Sexta unter Führung ihrer Lehrer einen Ausflug nach dem Forsthaus

Siegel und dem Linzenshäuschen; desgleichen am 25. Juli nachmittags nach dem Hirschpark und dem Burtscheider Wald.

Am Sonntag den 26. Juni wurden 7 Schüler der Anstalt von ihrem Religionslehrer Herrn Dr. Jonas zur ersten Kommunion geführt.

Am 15. August beehrte der Dirigent der Königl. Turnl.-Bildungs-Anstalt in Berlin, Herr Prof. Dr. Euler, die Anstalt durch seine Gegenwart und wohnte dem Turnunterricht in den Gymnasialklassen bei.

Die Herbstferien begannen am 20. August und dauerten bis zum 26. September.

Vom 9. bis zum 13. Oktober war der unterzeichnete Dirigent abwesend, um an der Rheinischen Direktoren-Konferenz in Bonn teilzunehmen.

Die Dauer der Weihnachtsferien erstreckte sich vom 23. Dezember 1887 bis zum 9. Januar 1888.

Als am 9. März morgens 11 Uhr die Kunde von dem Ableben Sr. Majestät unsers Allergnädigsten Kaisers und Königs Wilhelm eintraf, theilte Herr Oberlehrer Dr. Krick in Vertretung des durch Krankheit behinderten Dirigenten sogleich den Schülern die erschütternde, tieftraurige Nachricht mit, indem er dieselben in bewegter Ansprache auf den Ernst der Stunde hinwies, in welcher jedes deutsche Herz mit schmerzlicher Wehmuth erfüllt werde; hierauf erklärte er die Schule auf einen Tag für geschlossen. Am 22. März fand eine öffentliche Feier zum Gedächtnis an Se. Majestät den in Gott ruhenden Kaiser und König in der Aula des Gymnasiums statt; an Gesänge der Schüler und Deklamation eines Untertertianers schloss sich die Gedächtnisrede des Herrn Oberlehrers Dr. Krick.

Mit lebhaftem Bedauern sieht das Lehrerkollegium Herrn Dr. Jonas und Herrn Pastor Ploeger zu Ostern d. J. von der Anstalt scheiden. Der erstere wird, einem ehrenvollen Rufe folgend, nach Kemperhof als Direktor der dortigen Unterrichtsanstalt übersiedeln. Herr Pastor Ploeger hatte nur auf ein Jahr den evangelischen Religionsunterricht übernommen; ich erfülle eine angenehme Pflicht, indem ich demselben auch an dieser Stelle für seine der Anstalt gewidmete Thätigkeit den wärmsten Dank ausspreche.

Leider erlitt am Schlusse des Schuljahres der Unterricht dadurch eine Störung, dass der Berichterstatter vom 10. Februar ab wegen Krankheit seine Thätigkeit in der Schule einstellen musste und dass gleichzeitig Herr Dr. Jonas wegen Erkrankung mehrere Wochen behindert war. Um eine genügende Vertretung bewirken zu können, war Herr Cand. Dr. Fassbänder vom 4. März ab der Anstalt als wissenschaftlicher Hilfslehrer überwiesen.

IV. Statistische Nachrichten.

A. Frequenztafel für das Schuljahr 1887/88.

	Gymnasium.					Vorschule.		
	IIIb	IV	V	VI	Sa.	1	2	Sa.
1. Bestand am 1. Februar 1887	—	25	19	40	84	24	26	50
2. Abgang bis zum Schluss des Schuljahres	—	—	2	3	5	2	—	2
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	23	19	35	21	98	14	11	25
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	10	6	9	25	50	16	27	43
4. Frequenz am Anfang des Schuljahres 1887/88	33	25	43	48	149	32	39	71
5. Zugang im Sommersemester	—	—	—	—	—	1	—	1
6. Abgang im Sommersemester	1	—	3	1	5	1	2	3
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	1	—	—	1	2	3	5
8. Frequenz am Anfang des Wintersemesters	32	26	40	47	145	34	40	74
9. Zugang im Wintersemester	—	1	1	1	3	—	1	1
10. Abgang im Wintersemester	2	2	1	—	5	—	2	2
11. Frequenz am 1. Februar 1888	30	25	40	48	143	34	39	73
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1888	14,1	12,7	11,8	10,5		9,2	7,3	

B. Religions- und Heimats-Verhältnisse der Schüler.

	Gymnasium.							Vorschule.						
	Evang.	Kath.	Dissid.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Evang.	Kath.	Dissid.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommersemesters	82	57	—	10	141	8	—	23	34	—	14	70	1	—
2. Am Anfang des Wintersemesters	81	54	—	10	137	8	—	23	36	—	15	73	1	—
3. Am 1. Februar 1888	79	54	—	10	135	8	—	21	37	—	15	72	1	—

V. Sammlungen.

A. Die Bibliothek.

1. Lehrerbibliothek, Lehrmittel, Bildwerke.

a) Es ist angekauft worden: Müller-Zarncke, *Mittelhochdeutsches Wörterbuch*. — Schellbach, *Über die Zukunft der Mathematik an unsern Gymnasien*. — Prüfungsordnung vom 5. Februar 1887. — Stacke, *Erzählungen aus der Geschichte des Mittelalters, aus der neuen und neuesten Geschichte*. — Müller, *Geschichte des deutschen Volkes*. — *Caesaris commentarii de bello Gallico*, ed. Rheinhard. — *Evangelisches Gesangbuch*, 6 Stück. — Guthe, *Geographie*. — v. Ranke, *Weltgeschichte*, 7. und 8. Teil. — Brockhaus, *Konversations-Lexikon*, Bd. 16 und Supplementband. — v. Kampen, *Descriptiones nobilissimorum apud classicos locorum*, Series I. — Luthers *Bibel*. — Willkomm, *Pflanzenatlas*. — Salmon-Fiedler, *Analytische Geometrie des Raumes*. — Textausgaben von: Caesar, Cicero, Cornelius Nepos, Ovid, Vergil, Livius, Tacitus, Horaz, Demosthenes, Herodot, Homer, Plato, Sophocles, Thucydides, Xenophon. — Schillers Werke. — Werner, *Anleitung zur unterrichtlichen Behandlung von Lesestücken*. — Baur-Kremers, *Katholisches Gesang- und Gebetbuch*. — v. Kampen, *Gallia*. — Engeli, *Deutsche Schulgrammatik*. — Engeli-Fechner, *Übungsstoff für die deutsche Rechtschreibung*. — Schütze, *Erziehungs- und Unterrichtslehre*. — Alleker, *Die Volksschule*. — Schrader, *Erziehungs- und Unterrichtslehre*. — Fröhlich, *Herbart-Ziller-Stoys Pädagogik*. — Dodel-Port, *Illustriertes Pflanzenleben*. — Herders Werke. — Koenen, *Orgelbegleitungen*. — Piel, *Orgelvorspiele*. — Hettinger, *Apologie des Christentums*, 2. Bd. — Andrees

Handatlas. — Lamprecht, Skizzen zur rheinischen Geschichte. — Schneider-von Bremen, Das Volksschulwesen im preussischen Staate. — Stephan, Gedichte als Aufsatzübungen. — Weinhold, Physikalische Demonstrationen. — Schreiber, Zimmergymnastik. — Zarncke, Litterarisches Centralblatt, 1887. — Wiese, Verordnungen und Gesetze, Teil II. — Jaeger, Aus der Praxis. — Wiese, Lebenserinnerungen. — Hupfer, Turnunterricht. — Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, herausgegeben von Fleckeisen und Masius, 1887. — Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, herausgegeben von Hoffmann, 1887. — Archiv für das Studium der neueren Sprachen und Litteraturen, herausgegeben von Herrig, 1887. — Zeitschrift für das Gymnasialwesen, herausgegeben von Kern-Müller, 1887. — Evangelisches Schulblatt, herausgegeben von Dörpfeld, 1887. — Zeitschrift für katholische Theologie, Innsbruck 1887. — Joachimsthal, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Flächen u. s. w. — v. Lilienthal, Theorie der krummen Oberflächen. — Lehrplanübersichten des Gymnasiums zu Barmen. — Krebs, Antibarbarus der lateinischen Sprache. Fortsetzung. — Thomés Flora von Deutschland. 2. u. 3. Bd. — Buchholz, Allgemeine Erdkunde in Charakterbildern. — Luise, Königin von Preussen, übersetzt aus dem Englischen von Wagner-Carl-Pfau. — Kiesel, Deutsche Stilistik. — Preller, Griechische Mythologie. — Usener, Epicurea. — 150 vaterländische Gedichte. — „Deutschland im Liede“ von Scherer. — Wandkarten: Rheinland (1), Palästina (3), Alt-Gallien (1). — 16 Bilder für den ersten Anschauungsunterricht. — 61 Bilder der hervorragendsten Bauwerke aller Kulturepochen. — 2 Blätter von Hölzels geographischen Charakterbildern. — 12 zoologische und botanische Wanttafeln. — 2 autographierte Lieder in 100 Exemplaren.

b) Es ist geschenkt worden: Von der Barthschen Verlagsbuchhandlung: 6 botanische Wandtafeln.

Für diese Schenkung sowie für die weiter unten verzeichneten wird im Namen der Anstalt ergebenst gedankt.

2. Schülerbibliothek.

a) Es ist angekauft worden: Gaebler, Heroen der Afrikaforschung. — Campos Entdeckung von Amerika. — Ortmann, An den Gestaden Afrikas. — Schupp, Das Nationaldenkmal auf dem Niederwald. — Schmidt, Wilhelm Tell. — Lohmeyer, Junges Blut. — Lohmeyer, Jugendwege und Irrfahrten. — Klee, 20 deutsche Volksbücher. — Lausch, Heitere Ferientage. — Roth, Römische Geschichte. — Roth, Griechische Geschichte. — Stacke, Erzählungen aus der Geschichte. — Becker, Erzählungen aus der alten Welt. — Fogowitz, Onkel Toms Hütte. — Schwabs deutsche Volksbücher, von Berg. — Schwab, Die schönsten Sagen des klassischen Altertums. — Troschke, Ein Mann von Wort und Zu spät. — v. Schmid, Ausgewählte Erzählungen, 4 Bändchen. — Jer. Gotthelf, Der Knabe des Tell. — Oskar Jäger, Weltgeschichte, Bd. I und II. — Hofmann, Der Schmetterlingsfreund. — Hofmann, Der Käfersammler. — Hellinghaus und Treuge, Aus allen Erdteilen. —

Osterwald, Aischylos-, Sophokles- und Euripideserzählungen. — Niebuhr, Griechische Heroengeschichten. — Knötel und Vogt, Militärbilderbuch. — Ziegler, Das alte Rom.

b) Es ist geschenkt worden: Von Herrn stud. chem. C. Bohmer: Leutemann, Schmidt und Wagner, Charakterbilder aus der Tierwelt, 3 Bände. — von Wedell, Pompeji und die Pompejaner. — Vollbrecht, Wörterbuch zu Xenophons Anabasis. — Caesar, De bello Gallico, illustrierte Schulausgabe von Rheinhard.

B. Die naturhistorische Sammlung.

a) Es ist gekauft worden: Ausgestopfte Tiere: Grossohrige Fledermaus, kleine Hufeisennase, Hamster; Gartengrasmücke, Gelbköpfiges Goldhähnchen, Grauer Fliegenfänger; Schellfisch, Scholle, Zitterrochen. — In Spiritus: Gemeiner Seepolyp. — Eine Sammlung von 60 Land- und Süßwasserconchylien Deutschlands und 50 Meeresconchylien der Ost- und Nordsee. — Zooplastische Präparate nach Landois: Mai-, Rosen-, Hirsch-, Mist-, Lauf-, Wasser-, Aas- und Bockkäfer; Tagfalter, Schwärmer, Spinner, Seidenspinner; Immen, Fliegen, Netzflügler, Heuschrecken, Schaben, Landwanzen, Wasserwanzen, Cikaden, Skorpione, Flusskrebse, Einsiedler und Heuschreckenkrebe, Krabben, Schnecken, Seeigel und Moostiere.

b) Es ist geschenkt worden: Von Herrn Generaldirektor Hasenclever ein Fuchs. — Von Herrn Rentner Jos. Kloth: Fasan, Rebhuhn, Kolibri. — Von Herrn Steuerinspektor Gach aus Burtscheid: Zwerghähnchen, Californische Wachtel, Türkische Ente. — Von Herrn Tuchfabrikant F. Molineus: Mäusebussard, Sumpfohreule, Waldkauz, Steinkauz. — Von dem Tertianer von Streit ein Kardinal. — Von dem Quartaner Meyer eine Ringelnatter.

C. Die physikalische Sammlung.

Es ist angekauft worden: Eine Elektrisiermaschine, eine Leidner Flasche und ein Henleyscher Auslader.

VI. Oeffentliche Prüfung.

(In der Aula des Gymnasiums.)

Montag, den 26. März.

Vormittags.

9—9 $\frac{1}{2}$	Uhr	Vorschulklasse IIb:	Deutsch, Herr Pourrier.
9 $\frac{1}{2}$ —10	„	„	IIa: Rechnen, Herr Pourrier.
10—11	„	„	I : Deutsch und Rechnen, Herr Sterzenbach.
11—11 $\frac{1}{2}$	„	Sexta	: Latein, Herr Dr. Holthöfer.
11 $\frac{1}{2}$ —12	„	„	: Geographie, Herr Sterzenbach.

Nachmittags.

3—3 $\frac{1}{2}$	Uhr	Quinta	: Latein, Herr Dr. Fassbänder.
3 $\frac{1}{2}$ —4	„	„	: Rechnen, Herr Meder.

Dienstag, den 27. März.

Vormittags.

9—9 $\frac{1}{2}$	Uhr	Quarta	: Latein, Herr Dr. Krick.
9 $\frac{1}{2}$ —10	„	„	: Mathematik, Herr Meder.
10—10 $\frac{1}{2}$	„	Untertertia	: Latein, Herr Dr. Holthöfer.
10 $\frac{1}{2}$ —11	„	„	: Mathematik, Herr Meder.
11 $\frac{1}{4}$	„	Bekanntmachung der Versetzungen, Verteilung der Zeugnisse.	

Zur Nachricht.

Das neue Schuljahr beginnt Montag, den 16. April; zu den bestehenden Klassen des Gymnasiums IIIb, IV, V, VI tritt die Obertertia, ausserdem ist die Eröffnung einer dritten Vorschulklasse (unterste Stufe) in Aussicht genommen. Die Anmeldungen zur Aufnahme in die Vorschule und das Gymnasium nimmt der Unterzeichnete am Freitag, den 13. April, von 9 Uhr morgens an im Direktorzimmer des Anstaltsgebäudes entgegen. Die Aufnahmeprüfung findet Sonnabend, den 14. April, von 8 Uhr morgens an statt.

Bei der Anmeldung sind vorzulegen: 1. ein Zeugnis über den bisher erhaltenen Unterricht oder ein Abgangszeugnis der zuletzt besuchten Unterrichtsanstalt; 2. ein Impfschein bei Knaben unter 12 Jahren, ein Impf- und Wiederimpfungsschein bei solchen von 12 oder mehr Lebensjahren; 3. ein Geburtsschein.

Die Bedingungen der Aufnahme in die Sexta sind: 1. Geläufigkeit im Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift; Kenntniss der Redetheile. 2. Eine leserliche und reinliche Handschrift; Fertigkeit, Diktirtes ohne grobe orthographische Fehler nachzuschreiben. 3. Sicherheit in den 4 Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen. 4. Bekanntschaft mit den wichtigsten Geschichten des A. und N. Testaments. 5. Das 9. Lebensjahr muss vollendet sein.

Für die unterste Klasse der Vorschule (III) werden keine Vorkenntnisse verlangt. Der gewöhnliche Aufnahmetag für Gymnasium und Vorschule ist Ostern.

Das Schulgeld beträgt an dem Gymnasium und an der Vorschule jährlich 100 Mark.

Aachen, im März 1888.

Dr. Georg Regel,
Oberlehrer und Dirigent.