Programm

der

Realschule erster Ordnung

zu Aachen

für das Schuljahr 18$\frac{63}{64}$,

womit zu der

öffentlichen Prüfung und Schlußfeier, 29. und 30. August,

im Namen des Lehrer-Collegiums ehrerbietigst einladet

der Director,

Professor Dr. Hilgers.

1864.

Druck von J. J. Beaufort in Aachen.

2, 20

Programm

der

Realschule erster Ordnung

zu Aachen

für das Schuljahr 18$\frac{63}{64}$,

womit zu der

öffentlichen Prüfung und Schlußfeier,

am 29. und 30. August,

im Namen des Lehrer-Collegiums ehrerbietigst einladet

der Director,

Professor Dr. Hilgers.

Inhalt:

1864.

Druck von J. J. Beaufort in Aachen.

Ueber die Lemniscate.

Unter den Curven höherer Ordnungen, welche mit Hülfe der analytischen Geometrie einer wenn auch nicht erschöpfenden Darstellung und Entwicklung ihrer Eigenschaften unterzogen werden können, ist besonders die **Lemniscate** beachtenswerth, indem sie sich den Kegelschnitten sowohl der Natur ihrer Difinition und Entstehungsweise nach in strenger Folge, als auch in manchfachen anderweitigen Beziehungen auf's Engste anreiht. Wenn nämlich Ellipse und Hyperbel als Curven definirt werden, bei welchen respective **Summe** oder **Differenz der Leitstrahlen Constante** sind, und wenn schon in der Planimetrie bewiesen wird, dass die Kreislinie der geometrische Ort für alle Punkte ist, deren Entfernungen von zwei festen Punkten ein bestimmtes Verhältniss haben, oder einen **constanten Quotienten** liefern *) (Apollonischer Lehrsatz): so wird con-

*) **Anmerkung.** Es dürfte wohl als nicht unzweckmässig erscheinen, auch den analytischen Beweis dieses Satzes etwa in nachstehende, den Entwickelungen der übrigen erwähnten Curven analoge Form zu fassen:

Die nach irgend einem Punkte M der zu suchenden Curve gezogenen Leitstrahlen FM und F,M seien l, und l, die Entfernung F,F der beiden fixirten Punkte sei 2E, der Coordinaten-Anfangspunkt liege in der Mitte zwischen F, und F. Zieht man $MD = y$ senkrecht zu F,F, so ist $FM^2 = y^2 + (x - E^2)$ und $F,M^2 = y^2 + (x + E)^2$, mithin

$$\frac{\sqrt{y^2 + (x + E)^2}}{\sqrt{y^2 + (x - E)^2}} = A = \frac{p}{q},$$

wenn man mit A oder mit $\frac{p}{q}$ den constanten Quotienten der Leitstrahlen bezeichnet. Hieraus ergibt sich:

$$y^2q^2 + x^2q^2 + 2xEq^2 + E^2q^2 = y^2p^2 + x^2p^2 - 2xEp^2 + E^2p^2;$$
$$y^2(q^2 - p^2) + x^2(q^2 - p^2) + 2xE(q^2 + p^2) = - E^2(q^2 - p^2);$$
$$y^2 + x^2 + 2xE\frac{q^2 + p^2}{q^2 - p^2} = - E^2.$$

Setzt man den — geometrisch leicht zu construirenden — Ausdruck

$$E\,\frac{q^2 + p^2}{q^2 - p^2} = s$$

und addirt beiderseits s^2, so ist:

$$y^2 + x^2 + 2xs + s^2 = s^2 - E^2,$$

oder, wenn man $s^2 - E^2 = \lambda^2$ annimmt:

$$y^2 + (x + s)^2 = \lambda^2.$$

Dies ist offenbar die Gleichung eines Kreises, dessen Mittelpunkt zu Coordinaten $\mathfrak{y} = o$ und $\mathfrak{x} = - s$ hat, und dessen Radius gleich λ ist.

Die Uebereinstimmung dieses Resultates mit dem der planimetrischen Construction lässt sich gleichfalls ohne Schwierigkeit nachweisen.

sequenter Weise zunächst die Frage aufgeworfen, welche krumme Linie ein **constantes Produkt** der radii vectores zeige. Diese Curve ist aber die Lemniscate. Was zunächst letzteren Ausdruck betrifft, so ist derselbe von dem griechischen Worte *Λημνίσκος* (Lemniscus), das heisst: Bandschleife, hergeleitet. Da die in Betracht zu ziehende Curve mit einer solchen der Form nach ähnlich erscheint, so wurde ihr jener Name beigelegt.

Definition der Lemniscate. Im eigentlichen und engeren Sinne versteht man unter Lemniscate eine krumme Linie von der Eigenschaft, dass das Produkt der Entfernungen eines jeden ihrer Punkte von zwei festliegenden Punkten, deren Abstand mit **2A** bezeichnet werden möge, einer constanten Grösse, nämlich $\mathbf{A^2}$ gleich ist. **A bedeutet hier eine und dieselbe Linie.** (Fig. 1.)

Nimmt man aber wiederum 2A als die Entfernung der beiden festliegenden Punkte an und setzt das Produkt der Abstände irgend eines Punktes **einer anderen zu suchenden Curve** gleich C^2, wo also **A und C verschiedene Grössen** sind: so erhält man krumme Linien, die **ebenfalls** der Analogie ihrer Definition und Bildung zufolge **Lemniscaten in weiterem Sinne** genannt werden, jedoch wesentlich von der oben charakterisirten Curve, ja selbst unter einander sehr abweichende Gestalten zeigen. Je nachdem nämlich A grösser oder kleiner als C ist, entstehen entweder zwei ganz getrennte, um die beiden festen Punkte herumlaufende krummlinige Figuren (Fig. 2), oder eine jene Punkte ovalartig umschliessende Linie (Fig. 3), oder ein in der Richtung des kleineren Durchmessers gewissermassen eingezogenes Oval (Fig. 4). *)

Die folgenden Untersuchungen sollen sich zuvörderst — zum Zwecke bestimmterer Unterscheidung — nur auf die zuerst definirte krumme Linie beziehen und dann erst auf den erweiterten Begriff derselben ausgedehnt werden. Einige andere Curven dagegen, welche auch die Gestalt einer Schleife haben, wovon besonders eine mitunter geradezu Lemniscate genannt wird, deren Gleichung indessen eine andere ist, als die für die ersterwähnte Linie nunmehr aufzustellende, mögen von der Betrachtung ausgeschlossen bleiben.

Gleichung der Lemniscate. Es sei (Fig. 5) O der Anfangspunkt der rechtwinkligen Coordinaten, die Entfernung der beiden auf der Abscissenaxe liegenden festen Punkte F′ und F betrage 2A, so dass $F'O = FO = A$ ist: so ist für einen beliebigen Punkt P der Curve: $PD = y$ und $OD = x$, mithin $F'D = A + x$, $FD = A - x$. In den rechtwinkligen Dreiecken PDF′ und PDF findet daher statt:

$$F'P^2 = F'D^2 + PD^2 = (A + x)^2 + y^2, \qquad F'P = \sqrt{(A + x)^2 + y^2}$$
$$FP^2 = FD^2 + PD^2 = (A - x)^2 + y^2, \qquad FP = \sqrt{(A - x)^2 + y^2}.$$

Nach der Difinition ist nun $PF' . PF = A^2$, mithin

$$\sqrt{[(A + x)^2 + y^2]\,[(A - x)^2 + y^2]} = A^2.$$

*) **Anmerkung.** Diese verschiedenen Formen der Lemniscate zeigen gleichzeitig Plättchen von zweiaxigen z. B. von Salpeter-Krystallen zwischen dem Polarisator und dem Analyseur eines Polarisations-Apparates, und zwar bei geeigneten Drehungen in schönen, wechselnden Farbenerscheinungen. Dass diese farbigen Curven Lemniscaten seien, hat zuerst Herschel 1820 dargethan.

Quadrirt man beide Seiten dieser Gleichung und führt auf der linken die angedeuteten Operationen aus, so erhält man:

$$(A^2 + 2Ax + x^2 + y^2)(A^2 - 2Ax + x^2 + y^2) = A^4;$$

$$\left.\begin{array}{l} A^4 + 2A^3x + A^2x^2 + A^2y^2 - 2Ax^3 - 2Axy^2 + x^4 + x^2y^2 + y^4 \\ \quad - 2A^3x - 4A^2x^2 + A^2y^2 + 2Ax^3 + 2Axy^2 \qquad + x^2y^2 \\ \qquad + A^2x^2 \end{array}\right\} = A^4,$$

oder nach den erforderlichen Reduktionen:

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 2A^2x^2 - 2A^2y^2,$$

das ist:

$$\text{I.} \quad (x^2 + y^2)^2 = 2A^2(x^2 - y^2).$$

Dies ist die Mittelpunkts-Gleichung der eigentlichen Lemniscate.

Discussion dieser Gleichung. Lauf und Erstreckung der Curve. Um zu finden, in welchen Punkten die Abcissenaxe von der Curve geschnitten wird, hat man in vorstehender Gleichung Null für y zu setzen. Dies gibt:

$$x^4 = 2A^2x^2,$$

$$\text{also } x^2(x^2 - 2A^2) = 0.$$

Mithin ist entweder $x^2 = 0$, d. i.

$$\left.\begin{array}{l} x_{I} \\ x_{II} \end{array}\right\} = 0,$$

oder $x^2 - 2A^2 = 0$, d. i.

$$x_{III} = + A\sqrt{2}$$

$$x_{IV} = - A\sqrt{2}$$

Hieraus geht hervor: 1. dass die Curve zweimal durch den Coordinaten-Anfangspunkt hindurchgeht und hier also die Axe der X schneidet; 2. dass die Abscissenaxe ausserdem in zwei Punkten durchschnitten wird, die rechts und links von O in einer Entfernung $= A\sqrt{2}$ liegen. Trägt man daher (Fig. 5) von O aus auf OY eine Linie OG gleich OF oder A ab, so ist die Hypotenuse des Dreiecks GOF $= \sqrt{2A^2}$, mithin OE = OE′ = FG $= A\sqrt{2}$. Die Entfernung EE′ — der grösste Durchmesser, wie weiter unten gezeigt werden soll — beträgt also $2A\sqrt{2}$.

Auf ähnliche Weise findet man die Durchschnittspunkte der Curve mit der Ordinatenaxe, wenn man in der Gleichung I für x Null setzt. Man erhält dann:

$$y^2(y^2 + 2A^2) = 0,$$

also entweder $y^2 = 0$, dass heisst

$$\left.\begin{array}{l} y_{I} \\ y_{II} \end{array}\right\} = 0,$$

oder $y^2 + 2A^2 = 0$, mithin

$$\left.\begin{array}{l} y_{III} \\ y_{IV} \end{array}\right\} = \pm A\sqrt{-2}.$$

Diese letzten beiden Werthe sind imaginär, also wird die Ordinatenaxe ausser im Coordinaten-Anfangspunkte von der Curve nicht durchschnitten.

Löst man nunmehr die Gleichung der Lemniscate in Bezug auf y auf, so erhält man:

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 2A^2x^2 - 2A^2y^2;$$
$$y^4 + 2y^2(x^2 + A^2) = 2A^2x^2 - x^4;$$
$$y^2 = -(x^2 + A^2) \pm \sqrt{(x^2 + A^2)^2 + 2A^2x^2 - x^4}$$
$$y = \pm \sqrt{-(x^2 + A^2) \pm \sqrt{A^2(4x^2 + A^2)}}.$$

Unter allen Umständen ist $-(x^2 + A^2)$ negativ, es mag x positiv oder negativ angenommen werden. Damit also y nicht imaginär werde, darf man nur das obere Vorzeichen vor der inneren Wurzel nehmen und hat:

$$\text{II.}\quad y = \pm \sqrt{-(x^2 + A^2) + \sqrt{A^2(4x^2 + A^2)}} = \pm \sqrt{-(x^2 + A^2) + A\sqrt{4x^2 + A^2}}.$$

Dann aber erhält man für y zwei reelle, absolut genommen gleiche, aber entgegengesetzte und entgegengesetzt liegende Wurzelwerthe, indem $+\sqrt{A^2(4x^2 + A^2)}$ für jeden Werth von $\pm x$, von Null bis zur Grenze $\pm A\sqrt{2}$, grösser ist, als $(x^2 + A^2)$. Denn quadrirt man die zu vergleichenden Ausdrücke jederseits, so wird der eine $4A^2x^2 + A^4$, der andere $x^4 + 2A^2x^2 + A^4$; mithin muss $4A^2x^2 > x^4 + 2A^2x^2$ sein, oder $2A^2x^2 > x^4$, also $2A^2 > x^2$, d. i. $A\sqrt{2} > x$, was ja in der That bis zum angegebenen Grenzwerthe der Fall ist. Die Differenz unter dem Hauptwurzelzeichen ist demzufolge eine positive Grösse, und y dann reell. Für $x = \pm A\sqrt{2}$ ist $y = \pm \sqrt{-3A^2 + \sqrt{9A^4}} = 0$. Sobald aber x grösser würde als $A\sqrt{2}$, so erhielte man unter dem Hauptwurzelzeichen eine negative Grösse, die Werthe für y würden daher imaginär sein; woraus hervorgeht, dass sich die Curve nicht über E und E′ hinaus erstreckt. Für den speciellen Fall $x = \pm A$ wird $y = \pm \sqrt{-2A^2 + A^2\sqrt{5}} = \pm A\sqrt{-2 + \sqrt{5}} = \pm 0{,}485..\ A$. Mithin ist die ganze in F oder F′ auf der Abscissenaxe senkrecht stehende Lemniscatensehne gleich 0,97... A.

Ist nun (Fig. 6) $x = b$ die Gleichung einer der Ordinatenaxe parallelen Geraden, so durchschneidet dieselbe die Lemniscate in Punkten, deren Abscissenwerth b ist. Ihre Ordinatenwerthe findet man, wenn man in der Gleichung der Lemniscate für x den Werth b setzt; also ist

$$y = \pm \sqrt{-(b^2 + A^2) + \sqrt{A^2(4b^2 + A^2)}} = \pm \sqrt{-(b^2 + A^2) + A\sqrt{4b^2 + A^2}}.$$

Dies gibt, wie man sieht, zwischen den Grenzen $b = 0$ und $b = \pm A\sqrt{2}$ für jede der Yaxe parallele Linie zwei Durchschnittspunkte mit gleichen, aber entgegengesetzten Ordinatenwerthen. An der Grenze $b = \pm A\sqrt{2}$, d. i. in den Punkten E und E′ wird $y = 0$ (die Parallelen werden Tangenten an die Lemniscate s. u.). Ueber E und E′ hinaus haben die Parallelen mit der Curve keinen Punkt mehr gemeinsam.

Drückt man in der Gleichung der Lemniscate x als Funktion von y aus, so erhält man:

$$x^4 + 2x^2(y^2 - A^2) = -y^4 - 2A^2y^2,$$
$$x^2 = A^2 - y^2 \pm \sqrt{A^4 - 4A^2y^2},$$
$$\text{III.} \quad x = \pm \sqrt{A^2 - y^2 \pm \sqrt{A^2(A^2 - 4y^2)}} = \pm \sqrt{A^2 - y^2 \pm A\sqrt{A^2 - 4y^2}}.$$

Aus diesem Ausdrucke geht im Allgemeinen hervor, dass zu einem und demselben, sowohl positiven, wie auch negativen y vier oberhalb oder unterhalb der Abscissenaxe liegende Werthe von x, im Ganzen also acht, gehören können, welche sich aber auf zwei, respective in Allem vier reduciren, wenn die Grösse unter dem inneren Wurzelzeichen Null, d. h. wenn $4y^2 = A^2$, oder $y = \pm \frac{1}{2} A$ wird. In diesem Momente erhält man nämlich für $x = \pm \frac{1}{2} A \sqrt{3}$.

So lange y absolut genommen kleiner als $\frac{1}{2}$ A ist, gibt die innere Wurzel zwei reelle Werthe, die zu der alsdann offenbar gleichfalls stets positiven Grösse $A^2 - y^2$ addirt, oder davon subtrahirt werden können. Im letzteren Falle wird man unter dem Hauptwurzelzeichen auch nie eine negative Grösse erhalten, da ja für jeden Werth von y innerhalb der angegebenen Grenzen die Differenz $A^2 - y^2$ stets grösser als $\sqrt{A^2(A^2 - 4y^2)}$ ist. Denn quadrirt man beiderseits, so muss $A^4 - 2A^2y^2 + y^4$ grösser als $A^4 - 4A^2y^2$ sein, oder $y^4 > -2A^2y^2$, d. i. $y^2 > -2A^2$, folglich $y^2 + 2A^2 > 0$, woraus die Richtigkeit der Behauptung erhellt. Sobald man aber $y > \frac{1}{2}$ A annimmt, wird die innere Wurzel eine imaginäre Grösse, und man erhält für x keine reellen Werthe mehr.

Denkt man sich daher durch die Lemniscate mit der Abscissenaxe parallele Linien gezogen, deren Gleichung $y = d$ ist, wo d als variabel anzusehen, so findet man durch analoge Betrachtungen, wie sie eben für Paralellen mit der Ordinatenaxe angestellt wurden, dass jene die Curve im Allgemeinen in vier, zu je zweien symmetrisch in Bezug auf die Axen liegenden Punkten schneiden, wovon je zwei — bei Entfernung der Paralellen von der Axe der X — zwischen zusammengehörigen Coordinatenaxen-Zweigen in dem Augenblicke gleichzeitig in je einen Punkt zusammenfallen, wenn $d = \frac{1}{2}$ A wird. (An dieser Stelle, in D, D′, D″, D‴ werden die Durchschnittslinien Tangenten s. u.) Jenseits dieser Punkte schneiden die Parallelen die Lemniscate gar nicht.

Aus allen diesen Betrachtungen zusammengenommen geht hervor, dass die Lemniscate eine geschlossene krumme Linie ist, die ganz innerhalb des Rechtecks liegt, welches von den vier durch E, E′, D und D″ gelegten Parallelen zu den Axen begrenzt wird. Alle ihre Punkte liegen symmetrisch zu beiden Seiten jeder der Coordinatenaxen, und diese zerlegen die Curve in je congruente Hälften, also beide gleichzeitig in vier symmetrische und congruente Theile.

Wollte man die beiden Punkte E und E′ der Abscissenaxe die Scheitel der Lemniscate nennen, so könnte man wie bei den Kegelschnitten eine sogenannte Scheitelgleichung aufstellen, indem man den Coordinaten-Anfangspunkt nach E oder E′ verlegte und dann für x setzte $x \pm A\sqrt{2}$, oder $x \pm B$, wenn $A\sqrt{2} = B$ angenommen wird. Indessen ist die Mittelpunktsgleichung der sich alsdann ergebenden Scheitelgleichung

$$[(x \pm B)^2 + y^2]^2 = B^2 [(x \pm B)^2 - y^2]$$

in jeder Beziehung vorzuziehen.

Construction der Lemniscate. Bei der Construction der Lemniscate kann man entweder die Definition, oder die Gleichung derselben zu Grunde legen.

Nach der ersteren Auffassung werden die Seiten aller dem mit der Linie A gezeichneten Quadrate an Inhalt gleichen Rechtecke zusammengehörige Entfernungen von den Punkten F und F′ liefern, und die Durchschnitte der von F und F′ mit jenen Rechteckseiten als Radien beschriebenen Kreisbogen müssen demzufolge Punkte der Lemniscate ergeben. Selbstredend darf die grössere Seite eines jener Rechtecke die Entfernung F′E oder FE′ also $A + \sqrt{2A^2}$ nicht überschreiten, und die kleinere mithin nicht kürzer werden, als FE oder $\sqrt{2A^2} - A$.

Beschreibt man daher Halbkreise über Linien als Durchmesser, welche grösser als A und kleiner als $A + A\sqrt{2}$ sind, trägt von einem Endpunkte des Diameters aus A als Sehne in dieselben ein (Fig. 7), projicirt diese Chorde auf den Durchmesser, so sind jedesmal letzterer und die Projection die vorbezeichneten zusammengehörigen Abstände.

Schneller und in grösserer Anzahl erhält man zusammenpassende Fahrstrahlen mit Benutzung des Sehnensatzes. Beschreibt man einen Kreis (Fig. 8) mit einem Radius gleich $A\sqrt{2}$, trägt vom Mittelpunkte M auf einen Halbmesser MR die Linie $MS = A$ ab, errichtet in S das Loth ST, so ist dies, wie leicht zu zeigen, auch gleich A, indem $ST^2 = TM^2 - SM^2 = 2A^2 - A^2$ ist. Alle durch S gelegten Sehnen werden nun in S so getheilt, dass das Rechteck aus ihren Abschnitten gleich ST mal SU, gleich A^2 ist. Zugleich ist auf dem Durchmesser RW einerseits $RS = A\sqrt{2} - A$, andererseits $SW = A + A\sqrt{2}$.

Eine andere Art der Construction gibt, wie erwähnt, die Gleichung an die Hand. Nimmt man in

$$y = \pm \sqrt{-(x^2 + A^2) + A\sqrt{4x^2 + A^2}}$$

für A eine bestimmte Grösse, etwa 10 Linien an und setzt für x nach und nach die verschiedensten Werthe von $x = 0$ bis $x = A\sqrt{2}$, d. i. bis $x = 10\sqrt{2}$, so lassen sich die zu jedem x gehörenden Werthe von y berechnen und auf den Ordinaten abtragen. Die Verbindungscurve der Endpunkte letzterer wird alsdann die verlangte Lemniscate sein müssen. Man findet in diesem Falle aus

$$y = \pm \sqrt{-(x^2 + 100) + 10\sqrt{4x^2 + 100}},$$

oder

$$y = \pm \sqrt{-(x^2 + 100) + 20\sqrt{x^2 + 25}},$$

die nachstehenden zusammengehörigen Werthe von x und y:

$\pm x$	$\pm y$	
0	0	
1	0,99..	
2	1,92..	
3	2,76..	
4	3,74..	
5	4,05..	
6	4,49..	
7	4,80..	
8	4,97..	
8,66..	5.	($y = \frac{1}{2}$ A, Maximalwerth von y).
9	4,99..	
10	4,85..	
11	4,54..	
12	4	
13	3,09..	
14	1,14..	
14,142..	0	

Durchmesser der Lemniscate. Indem man weiterhin die Durchmesser der Lemniscate in Betracht zieht, so findet man als Gleichung irgend einer durch den Mittelpunkt O gezogenen Geraden, die mit der Axe der X den Winkel v bildet:

$$y = x.\ \text{tang.}\ v.$$

Berechnet man aus dieser Gleichung und derjenigen der Lemniscate, zunächst durch Einsetzen dieses Werthes von y, die Grössen x und y, so findet man die Coordinaten der Punkte M und N, in welchen die Linie die Lemniscate schneidet. (Fig. 1.)

Dies gibt:

$$[x^2\ (1 + \text{tang.}^2\ v)]^2 = 2A^2x^2\ (1 - \text{tang.}^2\ v);$$

$$x^2 = 2A^2.\frac{1 - \text{tang.}^2\ v}{(1 + \text{tang.}^2\ v)^2} = 2A^2.\ \frac{\dfrac{\cos.^2\ v - \sin.^2\ v}{\cos.^2\ v}}{\left(\dfrac{\cos.^2\ v + \sin^2\ v}{\cos.^2\ v}\right)^2};$$

$$x^2 = 2A^2.\ \cos.^2\ v.\ (\cos.^2\ v - \sin.^2\ v),$$

woraus

$$y = 2A^2.\ \sin.^2\ v\ (\cos.^2\ v - \sin.^2\ v)$$

folgt; mithin ist:

$$x = \pm\ A.\ \cos.\ v\ \sqrt{2\ (\cos.^2\ v - \sin.^2\ v)} = \pm\ A\ \cos.\ v\ \sqrt{2\ \cos.\ 2v}$$

$$y = \pm\ A.\ \sin.\ v.\ \sqrt{2\ (\cos.^2\ v - \sin.^2\ v)} = \pm\ A\ \sin.\ v\ \sqrt{2\ \cos.\ 2v}.$$

Nur so lange $\cos.^2\ v > \sin.^2\ v$ ist, — auch für $\cos.^2\ v = \sin.^2\ v$ —, so lange folglich v zwischen den Grenzen 0^0 und 45^0, oder 135^0 und 180^0 u. s. w. liegt, sind diese Werthe von x und y reell, und wird daher jede durch den Mittelpunkt der Lemniscate gezogene Gerade MN dieselbe in zwei Punkten M und N schneiden. Das zwischen diesen beiden Durchschnittspunkten liegende Stück MN wird ein Durchmesser genannt. Die Vorzeichen der Coordinaten-Werthe lassen erkennen, dass beide Punkte in entgegensetzten Quadranten liegen.

Sobald $\sin.^2 v = \cos.^2 v$, d. h. $v = 45^0$ wird, werden die beiden Werthe von x und y gleich Null.

Für Winkel zwischen 45^0 und 90^0 etc. ist $\sin.^2 v > \cos.^2 v$, die Wurzel aus $\cos.^2 v - \sin^2 v$ demzufolge imaginär, d. h. es existirt innerhalb des Winkelraumes TOT' kein Durchmesser der Lemniscate, sie wird hier von keiner durch O gehenden Geraden durchschnitten.

Da $OM^2 = (+ x)^2 + (+ y)^2$, und wenn man die oben gefundenen Werthe einsetzt, gleich $2A^2 (\cos.^2 v - \sin.^2 v) (\sin.^2 v + \cos.^2 v)$, gleich $2A^2 (\cos.^2 v - \sin.^2 v)$, sodann $ON^2 = (- x)^2 + (- y)^2 = x^2 + y^2$, folglich gleich demselben Werthe ist, die Linien OM und ON mithin einander gleich sind, so wird jeder Durchmesser der Lemniscate im Mittelpunkte derselben halbirt.

Wenn man nun noch einen Durchmesser M'N' zieht, welcher mit der Abscissenaxe den Winkel $180^0 - v$ bildet, so muss — immer für v innerhalb der angegebenen Grenzen — $y^2 + x^2$ denselben Werth erlangen, indem $\sin.^2 v = \sin.^2 (180^0 - v)$ und $\cos.^2 v = \cos.^2 (180^0 - v)$ ist. Hieraus ergibt sich die Gleichheit der Linien OM und OM', ON und ON', der Durchmesser MN und M'N'. Da nun Winkel $M'OX = 180^0 - v$, so ist Winkel $XON' = v$, also werden die Winkel MON' und M'ON durch die Abscissenaxe halbirt, ebenso die Winkel MOM' und N'ON durch die Ordinatenaxe. Mithin sind zwei Durchmesser der Lemniscate, deren Winkel von den Coordinatenaxen halbirt werden, gleich gross. Umgekehrt würde sich unschwer darthun lassen, dass diejenigen Winkel von den Coordinatenaxen halbirt werden, welche von gleichen Durchmessern gebildet sind.

Die Länge eines Durchmessers findet man gleich $2\sqrt{x^2+y^2}$, d. i. $2\sqrt{2A^2(\cos.^2 v - \sin.^2 v)}$ oder $2A\sqrt{2 \cos. 2v}$. Also lässt sich auch hieraus der Neigungswinkel v eines Durchmessers von gegebener Länge berechnen. Ferner zeigt dieser Ausdruck an, dass der Durchmesser mit wachsendem v kleiner, oder, was dasselbe ist, mit abnehmendem v grösser, und dass er ein Maximum für $\cos. 2v = 1$, folglich für $v = 0^0$ wird.

Mithin ist die Linie $EE' = 2A\sqrt{2}$ der grösste Durchmesser der Lemniscate.

Wenn nun Winkel v von 0^0 bis 45^0 wächst, die Durchmesser also immer kleiner werden, so rücken die Durchschnittspunkte dieser Geraden, die ja auch als Sehnen oder Secanten angesehen werden können, einander immer näher und fallen zusammen, wenn $v = 45^0$ wird, in welchem Falle die Linien Tangenten, TU und T'U', an die Lemniscate werden. Diese Berührenden treffen offenbar den um O mit $A\sqrt{2}$ als Radius beschriebenen Kreis (Fig. 5 u. 8) in den Durchschnittspunkten der in F und F' auf den Durchmesser errichteten Lothe mit der Kreislinie.

Tangente der Lemniscate. Um die Gleichung der Tangente an einen Punkt der Lemniscate zu finden, dessen Coordinaten $x_,$ und $y_,$ sind, denkt man sich zunächst durch diesen und einen zweiten Punkt $x_{,,}y_{,,}$ der Curve eine Sekante gezogen. Die Gleichung einer durch zwei gegebene Punkte gehenden Geraden ist:

$$y - y_, = \frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}} (x - x_,).$$

Für die Sekante nimmt $\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}}$ einen bestimmten, der Gleichung der Lemniscate zu entnehmenden Werth an. Denkt man sich nun diese Sekante um einen Durchschnittspunkt, etwa $x_,y_,$ herumgedreht, so dass der andere $x_{,,}y_{,,}$ immer näher an den ersten heranrückt, so nähert sich die Sekante mehr und mehr der Tangente in diesem Punkte und geht zuletzt in dieselbe über, wenn die beiden Durchschnittspunkte zusammenfallen, wenn also $x_{,,} = x_,$ und $y_{,,} = y_,$ wird. Der alsdann in der Sekantengleichung erscheinende unbestimmte Ausdruck $\frac{0}{0}$ — der erste Faktor auf der rechten Seite — ist mit Hülfe der Gleichung der Curve auf folgende Weise zu umgehen.

Für beide Punkte findet statt (Gleichung I.):

$$(x_,^2 + y_,^2)^2 - 2A^2 (x_,^2 - y_,^2) = 0$$
$$(x_{,,}^2 + y_{,,}^2)^2 - 2A^2 (x_{,,}^2 - y_{,,}^2) = 0.$$

Subtrahirt man diese Gleichungen von einander, so erhält man:

$$(x_,^2 + y_,^2)^2 - (x_{,,}^2 + y_{,,}^2)^2 - 2A^2 (x_,^2 - y_,^2 - x_{,,}^2 + y_{,,}^2) = 0,$$

und nach geeigneter Zerlegung:

$$(x_,^2 + y_,^2 + x_{,,}^2 + y_{,,}^2)(x_,^2 - x_{,,}^2 + y_,^2 - y_{,,}^2) - 2A^2 [(x_,^2 - x_{,,}^2) - (y_,^2 - y_{,,}^2)] = 0.$$

Um nun für $\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}}$ einen Ausdruck zu finden, dividirt man die ganze Gleichung durch $x_, - x_{,,}$ und erhält:

$$(x_,^2 + y_,^2 + x_{,,}^2 + y_{,,}^2)\left[(x_, + x_{,,}) + (y_, + y_{,,})\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}}\right] - 2A^2\left[(x_, + x_{,,}) - (y_, + y_{,,})\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}}\right] = 0.$$

Mithin ist

$$\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}} (y_, + y_{,,}) \left[2A^2 + x_,^2 + y_,^2 + x_{,,}^2 + y_{,,}^2\right] = (x_, + x_{,,}) \left[2A^2 - (x_,^2 + y_,^2 + x_{,,}^2 + y_{,,}^2)\right].$$

Hieraus folgt

$$\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}} = \frac{(x_, + x_{,,})(2A^2 - x_,^2 - y_,^2 - x_{,,}^2 - y_{,,}^2)}{(y_, + y_{,,})(2A^2 + x_,^2 + y_,^2 + x_{,,}^2 + y_{,,}^2)}$$

Denkt man sich daher nun in dem Ausdrucke auf der rechten Seite dieser Gleichung $x_{,,} = x_,$ und $y_{,,} = y_,$ werdend, und setzt man den alsdann zu erhaltenden Werth für $\frac{y_, - y_{,,}}{x_, - x_{,,}}$ in die Sekantengleichung ein, so wird letztere zur Gleichung der im Punkte $x_,y_,$ gezogenen Tangente und heisst:

$$y - y_, = \frac{2x_, (2A^2 - 2x_,^2 - 2y_,^2)}{2y_, (2A^2 + 2x_,^2 + 2y_,^2)} (x - x_,)$$

oder endlich

$$\text{IV.}\quad y - y_{,} = \frac{x_{,}(A^2 - x_{,}^2 - y_{,}^2)}{y_{,}(A^2 + x_{,}^2 + y_{,}^2)}(x - x_{,}).$$

Wollte man in diese Gleichung Null für $x_{,}$ und $y_{,}$ einsetzen, um zu sehen, welche Gestalt sie für die im Coordinaten-Anfangspunkt an die Curve zu ziehenden Tangenten annimmt, so träte die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ auf. Für diesen Fall muss man daher eine andere Betrachtung anstellen. Der Coordinatenanfang O, mit irgend einem Punkte $x_{,}y_{,}$ der Lemniscate verbunden, liefert eine Secante, deren Gleichung ist

$$y = \frac{y_{,}}{x_{,}}.\,x.$$

Für den Coefficienten $\frac{y_{,}}{x_{,}}$ muss nun ein bestimmter Ausdruck gefunden werden. Die Curvengleichung wird durch die Coordinatenwerthe $x_{,}$ und $y_{,}$ erfüllt:

$$(x_{,}^2 + y_{,}^2)^2 - 2A^2(x_{,}^2 - y_{,}^2) = 0.$$

Dividirt man diese Gleichung durch $x_{,}^2$, so erhält man:

$$x_{,}^2 + 2y_{,}^2 + y_{,}^2.\frac{y_{,}^2}{x_{,}^2} - 2A^2 + 2A^2\frac{y_{,}^2}{x_{,}^2} = 0,$$

oder

$$\frac{y_{,}^2}{x_{,}^2}(y_{,}^2 + 2A^2) = 2A^2 - 2y_{,}^2 - x_{,}^2,$$

woraus

$$\frac{y_{,}}{x_{,}} = \pm\sqrt{\frac{2A^2 - 2y_{,}^2 - x_{,}^2}{y_{,}^2 + 2A^2}}$$

folgt. Substituirt man diesen Werth in die Sekantengleichung und setzt dann erst $x_{,} = y_{,} = 0$, so erhält man als Gleichung der Tangente in O:

$$y = \pm\, x.$$

Da nun (Fig. 1) zwei Tangenten TU und T′U′ an die Curve im Coordinaten-Anfangspunkte gezogen werden können, so ist derselbe als ein Doppelpunkt anzusehen. Ferner folgt aus dieser Gleichung, dass die Tangenten rechte Winkel bilden, die von den Coordinatenaxen halbirt werden.

Untersucht man weiter, was aus der Gleichung IV für die Punkte E und E′ wird, wo $y_{,} = 0$ und $x_{,} = \pm A\sqrt{2}$ ist: so muss man in derselben zuerst mit dem Faktor $y_{,}$ des Nenners wegmultipliziren und darauf erst jene Werthe einsetzen. Man erhält alsdann:

$$0 = \frac{\pm A\sqrt{2}\,(A^2 - 2A^2)}{A^2 + 2A^2}.(x \mp A\sqrt{2}),$$

woraus $x = \pm A\sqrt{2}$ folgt. Also sind die Tangenten (Fig. 6) in den Punkten E und E′ der Ordinatenaxe parallel.

Wird endlich in IV für $y_{,} = \pm\frac{1}{2}A$ und $x_{,} = \pm\frac{1}{2}A\sqrt{3}$ eingesetzt, so wird der Faktor $A^2 - x_{,}^2 - y_{,}^2$ des Zählers auf der rechten Seite $A^2 - \frac{3}{4}A^2 - \frac{1}{4}A^2$, also Null, mithin erhält man $y - y_{,} = 0$, d. i.

$$y = y_, = \pm \frac{1}{2} A.$$

Folglich sind die Tangenten (Fig. 6) in den Punkten D, D'' etc. der Abscissenaxe parallel.

Dass die Lemniscate als geschlossene Curve keine Asymptoten haben kann, ist selbstredend, da ja Tangenten nur bei ins Unendliche sich erstreckenden Curven dann Asymptoten werden, wenn ihre Berührungspunkte im Unendlichen liegen.

Es könnte scheinen, als ob die Gleichung der Lemniscate, auf die Tangenten TU und T'U' (Fig. 1) als neue Coordinatenaxen bezogen, einfacher würde. Bezeichnet man also die auf TU als Ordinatenaxe und T'U' als Abscissenaxe bezogenen Coordinaten mit $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{x}$, so hat man allgemein, wenn α der von den Abscissenaxen gebildete Winkel ist:

$$\mathfrak{y} = x.\ \sin.\ \alpha + y.\ \cos.\ \alpha,$$
$$\mathfrak{x} = x.\ \cos.\ \alpha - y.\ \sin.\ \alpha.$$

Da aber $\alpha = 45^0$, so ist $\sin.\ \alpha = \cos.\ \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, also

$$\mathfrak{y} = (x + y).\ \frac{1}{2}\sqrt{2},$$
$$\mathfrak{x} = (x - y).\ \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Hieraus findet man

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ (\mathfrak{y} + \mathfrak{x});\quad x^2 = \frac{1}{2}\ (\mathfrak{y}^2 + 2\mathfrak{y}\mathfrak{x} + \mathfrak{x}^2),$$
$$y = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ (\mathfrak{y} - \mathfrak{x});\quad y^2 = \frac{1}{2}\ (\mathfrak{y}^2 - 2\mathfrak{y}\mathfrak{x} + \mathfrak{x}^2).$$
$$x^2 + y^2 = \mathfrak{y}^2 + \mathfrak{x}^2,$$
$$x^2 - y^2 = 2\mathfrak{y}\mathfrak{x}.$$

Werden diese Werthe in die Gleichung I. eingesetzt, so erhält man

$$(\mathfrak{y}^2 + \mathfrak{x}^2)^2 = 4A^2\mathfrak{y}\mathfrak{x}$$

als neue, jedoch, wie leicht ersichtlich, der ursprünglichen vielfach nachstehende Form der Lemniscatengleichung.

Normale, Subtangente und Subnormale der Lemniscate. Die im Berührungspunkte $x_,y_,$ oder P (Fig. 6) der Tangente auf dieselbe errichtete Senkrechte PN heisst die Normale dieses Punktes. Ihre aus IV abgeleitete Gleichung ist:

$$y - y_, = -\frac{y_,\ (A^2 + x_,^2 + y_,^2)}{x_,\ (A^2 - x_,^2 - y_,^2)}(x - x_,) = \frac{y_,\ (A^2 + x_,^2 + y_,^2)}{x_,\ (x_,^2 + y_,^2 - A^2)}\ (x - x_,).$$

Für den Einschnittspunkt N ist $y = 0$, also ist

$$-y_, = \frac{y_,\ (A^2 + x_,^2 + y_,^2)}{x_,\ (x_,^2 + y_,^2 - A^2)}\ (x - x_,);$$

$$x - x_, = \frac{x_,\ (A^2 - x_,^2 - y_,^2)}{A^2 + x_,^2 + y_,^2}.$$

Demnach findet man die Abscisse NO des Punktes N oder

$$x = \frac{x_, (A^2 + x_,^2 + y_,^2) + x_, (A^2 - x_,^2 - y_,^2)}{A^2 + x_,^2 + y_,^2} = \frac{2A^2 x_,}{A^2 + x_,^2 + y_,^2}.$$

Die Projektion des Stückes der Tangente, welches zwischen ihrem Berührungs- und ihrem Durchschnittspunkte mit der Abscissenaxe liegt, auf diese letztere wird Subtangente genannt. Dieselbe ist also gleich MT = OT — OM. Die Abscisse OT wird gefunden, wenn man in der Tangentengleichung (IV) $y = 0$ setzt. Alsdann ist

$$x = x_, - \frac{y_,^2 (A^2 + x_,^2 + y_,^2)}{x_, (A^2 - x_,^2 - y_,^2)} = \frac{A^2 (x_,^2 - y_,^2) - (x_,^2 + y_,^2)^2}{x_, (A^2 - x_,^2 - y_,^2)}.$$

Da aber $(x_,^2 + y_,^2)^2 = 2A^2 (x_,^2 - y_,^2)$, so wird dieser Ausdruck:

$$x = \frac{- A^2 (x_,^2 - y_,^2)}{x_, (A^2 - x_,^2 - y_,^2)} = \frac{A^2 (x_,^2 - y_,^2)}{x_, (x_,^2 + y_,^2 - A^2)}.$$

Demzufolge ist, da $OM = x_,$, die Subtangente

$$MT = \frac{A^2 (x_,^2 - y_,^2)}{x_, (x_,^2 + y_,^2 - A^2)} - x_, = \frac{A^2 (2x_,^2 - y_,^2) - x_,^2 (x_,^2 + y_,^2)}{x_, (x_,^2 + y_,^2 - A^2)}.$$

Subnormale wird NM, d. i. die Projektion desjenigen Stückes der Normale auf die Abscissenaxe genannt, welches zwischen dem Berührungspunkte der Tangente und dem Durchschnittspunkte N ersterer Linien liegt. Dieselbe ist also gleich

$$OM - ON = x_, - \frac{2A^2 x_,}{A^2 + x_,^2 + y_,^2} = \frac{x_, (x_,^2 + y_,^2 - A^2)}{A^2 + x_,^2 + y_,^2}.$$

Fasst man nunmehr den Begriff der Lemniscate auch noch im weitern Sinne auf, so lässt sich darauf Vieles aus dem bisher Entwickelten in wenig veränderter — darum conciserer — Form übertragen und anwenden.

Zunächst wird die Gleichung der Curve eine andere. Wird nämlich der Abstand der beiden festliegenden Punkte gleich 2A, der constante Werth des Produktes zweier Leitstrahlen aber gleich C^2 gesetzt, so findet man analog wie oben:

$$\sqrt{[(A + x)^2 + y^2] [(A - x)^2 + y^2]} = C^2.$$

Quadrirt man diese Gleichung und führt auf der linken Seite die Multiplikationen aus, so wird

$$x^4 + y^4 + A^4 + 2x^2y^2 - 2A^2x^2 + 2A^2y^2 = C^4.$$

Addirt man nun beiderseits $4A^2x^2$, so erhält man links ein vollständiges Quadrat; daher ist

$$\text{V.} \quad (x^2 + y^2 + A^2)^2 = C^4 + 4A^2x^2$$

die allgemeine Gleichung der Lemniscate.

Für $C = A$ lässt sich daraus leicht die oben (I) aufgestellte besondere Form ableiten.

Discussion dieser Gleichung. Lauf und Erstreckung der Lemniscate. Setzt man $y = 0$, um die Durchschnittspunkte der Curve mit der Abscissenaxe zu finden, so erhält man:

$$(x^2 + A^2)^2 = C^4 + 4A^2x^2;$$
$$x^4 - 2x^2A^2 + A^4 = C^4;$$
$$x^2 - A^2 = \pm C^2;$$
$$x = \pm\sqrt{A^2 \pm C^2}.$$

Diese Gleichung liefert im Allgemeinen vier Werthe für x.

Zwei davon werden jedoch imaginär, wenn $C > A$ ist. In diesem Falle (Fig. 3 und 4) schneidet die Curve die Abscissenaxe nur zweimal, in Entfernungen gleich $\sqrt{A^2 + C^2}$ zu beiden Seiten des Coordinatenanfangs. Trägt man daher in diesen Figuren von O aus auf OY eine Linie OG gleich C ab, so ist die Hypotenuse des Dreiecks $GOF = \sqrt{A^2 + C^2}$, mithin $OE = OE' = FG$.

Ist aber $C < A$, so erhält man für x vier reelle Werthe, von denen je zwei absolut genommen gleich sind. Die Curve schneidet also die Xaxe in vier Punkten (Fig. 2), E, E', K und K', die vom Coordinatenanfang nach beiden Seiten hin respective die ebenfalls leicht zu construirenden Entfernungen $\sqrt{A^2 + C^2} = OE = FG$ und $\sqrt{A^2 - C^2} = OK$ haben.

Für die Durchschnittspunkte der Curve mit der Ordinatenaxe ist in V. $x = 0$ zu setzen; also hat man:

$$(y^2 + A^2)^2 = C^4,$$
$$y^2 = \pm C^2 - A^2,$$
$$y = \pm\sqrt{\pm C^2 - A^2}.$$

Wird dieselbe Ordnung der Betrachtung wie eben beibehalten, so ergibt sich aus diesem Ausdrucke, da $\sqrt{-C^2 - A^2}$ stets imaginär ist, dass y höchstens zwei reelle Werthe haben kann, nämlich $\pm\sqrt{C^2 - A^2}$ für $C > A$, Werthe, die sich mit Hülfe des rechtwinkligen Dreiecks leicht construiren lassen. Also schneiden nur die Curven Fig. 3 und 4 die Axe der Y in zwei Punkten, die beide in gleicher, aber in um so geringerer Entfernung von O sich befinden, je kleiner C angenommen wird, während A unverändert, immer aber kleiner als C bleibt. Ist aber $C < A$, so existirt für y kein reeller Wurzelwerth, mithin hat die Curve Fig. 2 mit der Ordinatenaxe gar keinen Punkt gemeinsam.

Sucht man aus V. einen Ausdruck für y, so erhält man:

$$y = \pm\sqrt{-(x^2 + A^2) \pm \sqrt{C^4 + 4A^2x^2}}.$$

Auch hier darf nur das obere Vorzeichen vor der inneren Wurzel gesetzt werden, so dass

$$\text{VI.}\quad y = \pm\sqrt{-(x^2 + A^2) + \sqrt{C^4 + 4A^2x^2}}$$

angenommen werden muss.

Durch Wiederholung der oben aus II. hergeleiteten Schlussfolgerungen findet man hier aus VI., dass, so lange C grösser als A ist, für alle Werthe von x, von Null bis $\pm\sqrt{A^2 + C^2}$ zwei gleiche und entgegengesetzte reelle Werthe von y sich ergeben.

Eine der Ordinatenaxe parallele Gerade schneidet daher innerhalb dieser Grenzen in zwei Punkten. Die Curven Fig. 3 und 4 liegen also symmetrisch gegen die Abscissenaxe, und ihre zu beiden Seiten derselben gelegenen Zweige treffen in den Punkten E und E′ zusammen, d. h. die Curve ist rings geschlossen.

Dass y keineswegs für $x = 0$ ein Maximum zu werden braucht, folgt schon aus nachstehender kurzen Erwägung. Vergleicht man die Werthe, die y für $x = 0$ und etwa für $x = A$ erlangt, so sind dieselben im ersten Falle $y = \pm\sqrt{C^2 - A^2}$, im anderen $y = \pm\sqrt{-2A^2 + \sqrt{C^4 + 4A^4}}$. Der letztere Ausdruck kann jedoch und wird oft grösser sein, als der erstere. Denn quadrirt man beide, so muss die Differenz $[-2A^2 + \sqrt{C^4 + 4A^4}] - [C^2 - A^2]$ einen positiven Rest geben. Statt derselben lässt sich aber $[\sqrt{C^4 + 4A^4}] - [C^2 + A^2]$ setzen, welches eine positive Grösse liefert, wenn $\sqrt{C^4 + 4A^4} > C^2 + A^2$, oder wenn $4A^4 > 2A^2C^2 + A^4$, d. i. wenn $\frac{3}{2}A^2 > C^2$, wenn also $C < 1{,}22..A$ ist.

Hieraus und aus dem auf voriger Seite zur Gleichung $y = \pm\sqrt{\pm C^2 - A^2}$ Bemerkten erklärt sich schon zum Theile wenigstens die verschiedenartige Gestalt der Curven in Fig. 3 und 4. Sollte aber y für $x = 0$ ein Maximum werden, so müsste die allgemeine Bedingung: $C > A$, die dem Erwiesenen zufolge noch nicht ausreicht, näher zu präcisiren sein.

Wenn hingegen $C < A$ ist, so können die Werthe von y imaginär werden (Gleichung VI), sobald nämlich $x^2 + A^2 > \sqrt{C^4 + 4A^2x^2}$, d. i. $x^4 + 2A^2x^2 + A^4 > C^4 + 4A^2x^2$, oder $x^2 - 2A^2x^2 + A^4 > C^4$, mithin $x^2 - A^2 > C^2$ oder endlich $x^2 > A^2 + C^2$ wird. Und in Verbindung mit dem zur Gleichung

$$x = \pm\sqrt{A^2 \pm C^2}$$

Gesagten folgt, dass nur für $x = \pm\sqrt{A^2 - C^2}$ bis $x = \pm\sqrt{A^2 + C^2}$ hin je zwei gleiche und entgegengesetzte reelle Werthe für y sich ergeben. Denn man setze $x > \sqrt{A^2 - C^2}$, so kann $x^2 = A^2 - C^2 + M^2$ gesetzt werden, wo M^2 eine gewisse — positive — Grösse ist, die zwischen Null und $2C^2$ liegen muss, damit x^2 nicht grösser als $A^2 + C^2$ werde. Alsdann muss der Ausdruck

$$\pm\sqrt{-(A^2 - C^2 + M^2 + A^2) + \sqrt{C^4 + 4A^2(A^2 - C^2 + M^2)}}$$

reelle Werthe liefern, d. h. es muss

$$\sqrt{C^4 + 4A^2(A^2 - C^2 + M^2)} > 2A^2 - C^2 + M^2 \text{ sein,}$$

$$\text{oder } C^4 + 4A^4 - 4A^2C^2 + 4A^2M^2 > 4A^4 + C^4 + M^4 - 4A^2C^2 + 4A^2M^2 - 2C^2M^2,$$

$$\text{oder } 0 > M^4 - 2C^2M^2,$$

$$\text{also } M^2 < 2C^2.$$

Diese Betrachtungen zusammengenommen lassen wie früher den Schluss auf einen zu den Axen symmetrischen Verlauf der aus zwei jederseits in sich geschlossenen Stücken bestehenden Curve, wie er etwa in Fig. 2 gezeichnet ist, als hinreichend begründet erscheinen. Wann und wie eine der Yaxe parallele Gerade letztere Curve schneidet, dürfte ebenfalls aus dem Gesagten leicht gefolgert werden können.

Wird aus V x als Function von y ausgedrückt, so findet sich:

$$x^4 - 2A^2x^2 + 2x^2y^2 = C^4 - A^4 - y^4 - 2A^2y^2,$$

$$\text{VII.}\quad x = \pm\sqrt{A^2 - y^2 \pm \sqrt{C^4 - 4A^2y^2}}.$$

Zu einer — positiven oder negativen — Ordinate gehören also im Allgemeinen vier, im Ganzen daher acht Werthe von x, welche sich auf zwei, beziehungsweise vier, oder auf einen reduciren können. Wenn nämlich $C^4 - 4A^2y^2 = 0$, d. i. $y = \pm \frac{C^2}{2A}$ wird, so fällt die innere Wurzel weg, und es bleibt nur zu untersuchen, was aus $A^2 - y^2$ wird. Nun ist $y^2 = \frac{C^4}{4A^2}$, mithin $A^2 - y^2 = \frac{4A^4 - C^4}{4A^2}$. Wenn also $A\sqrt{2} > C$ ist, so bekommt man für x reelle Werthe; für $A\sqrt{2} = C$ wird x Null, und imaginär für $A\sqrt{2} < C$.

Wann daher der Abscissenaxe parallele Gerade mit den Curven (Fig. 2, 3 und 4) vier oder zwei, einen oder keinen Punkt mehr gemeinsam haben, wird nunmehr einfach auf das Verhältniss der Grössen A, C und der Variabeln y zurückgeführt werden können.

Construction der Curven. Um die Curven construiren zu können, geht man wieder entweder von ihren Gleichungen aus, nimmt für A und C gewisse constante Zahlenwerthe an, berechnet für eine Reihe von gleichfalls in Zahlen gewählten Werthen von x die zugehörigen y, trägt sie nächstdem in geeigneter Weise ab und verbindet die so erhaltenen Curvenpunkte durch eine zusammenhängende krumme Linie; oder man verfährt nach der Definition rein geometrisch und ähnlich, wie früher angegeben wurde. Das constante Quadrat über C wird in Rechtecke gleichen Inhalts verwandelt, mit deren Seiten als Radien aus F und F′ als Centris Kreisbogen beschrieben werden, deren Durchschnitte Curvenpunkte sein werden. Aus den oben gefundenen Resultaten geht hervor, zwischen welchen Grenzen diese Rechteckseiten liegen müssen. Hierbei ist zu unterscheiden, ob C kleiner oder grösser als A ist.

Wenn $C > A$ ist, so kann das bei einer früheren Construktionsart Gesagte fast wörtlich wiederholt werden. Man beschreibt nämlich mit einer Linie gleich $\sqrt{A^2 + C^2}$ als Radius einen Kreis (Fig. 8 kann wieder gelten, wenn man den einzelnen Linien die neuen Werthe beigelegt denkt), trägt vom Mittelpunkte M auf einen Halbmesser MR die Linie $MS = A$ ab, errichtet in S das Loth ST, so ist dasselbe gleich C; denn $ST^2 = TM^2 - SM^2 = (A^2 + C^2) - A^2 = C^2$. Alle Sehnen nun, die man durch S zieht, werden in diesem Punkte so getheilt, dass das Produkt ihrer Abschnitte gleich C^2 ist.

Auch mit Hülfe des Tangentensatzes können zusammengehörige Leitstrahlen in unbegrenzter Anzahl gefunden werden. Man beschreibe mit A als Radius einen Kreis um den Mittelpunkt M, ziehe einen Durchmesser und verlängere ihn um eine Linie, die gleich $\sqrt{A^2 + C^2} - A$ ist. Die vom Endpunkte P der so erhaltenen Sekante an den Kreis gelegte Tangente wird gleich C sein, da sie mittlere Proportionale zwischen $\sqrt{A^2 + C^2} - A + 2A$ oder $\sqrt{A^2 + C^2} + A$ und $\sqrt{A^2 + C^2} - A$ ist. Alle von P nach dem Kreise gezogenen Sekanten geben dann mit ihren ausserhalb des Kreises liegenden Stücken die verlangten Fahrstrahlen.

Ist hingegen $C < A$, so liegen die Grenzen der zusammengehörigen Leitstrahlen zwischen $\sqrt{A^2 + C^2} + A$ und $\sqrt{A^2 + C^2} - A$ einerseits, $A + \sqrt{A^2 - C^2}$ und $A - \sqrt{A^2 - C^2}$ andererseits; mit anderen Worten: Die Summe zweier Leitstrahlen darf höchstens $2\sqrt{A^2 + C^2}$ betragen, aber nicht kleiner als 2A werden.

Beschreibt man daher um einen Punkt M (Fig. 2 (b).) mit den Radien $\sqrt{A^2 + C^2}$ und C zwei concentrische Kreise, trägt auf einem Durchmesser RW von M aus MS = A ab, errichtet in S die Sehne TU, die also gleich 2C wird, senkrecht zu RW, legt durch S eine den inneren Kreis berührende Sehne VQ, deren Länge demnach 2A sein wird ($LQ^2 = MQ^2 - ML^2 = (A^2 + C^2) - C^2 = A^2$), so werden nur die innerhalb des Winkelraumes VSR oder, was gleichbedeutend ist, WSQ im grösseren Kreise durch S gezogenen Sehnen im letzteren Punkte in Abschnitte getheilt, welche zusammengehörige Entfernungen von F und F' für die Curve in Fig. 2 liefern.

Tangente der Lemniscate. Um schliesslich noch die Gleichung der Tangente an irgend einen Punkt $x_, y_,$ der Lemniscate zu entwickeln, werde derselbe Weg wie früher eingeschlagen. Für zwei Curvenpunkte $x_, y_,$ und $x_{,,} y_{,,}$ gelten die Gleichungen:

$$(x_,^2 + y_,^2 + A^2)^2 = C^4 + 4A^2x_,^2$$
$$(x_{,,}^2 + y_{,,}^2 + A^2)^2 = C^4 + 4A^2x_{,,}^2.$$

Diese Gleichungen lassen sich folgendermassen umformen:

$$(x_,^2 + y_,^2)^2 - 2A^2(x_,^2 - y_,^2) + A^4 - C^4 = 0,$$
$$(x_{,,}^2 + y_{,,}^2)^2 - 2A^2(x_{,,}^2 - y_{,,}^2) + A^4 - C^4 = 0.$$

Subtrahirt man nun diese beiden Gleichungen von einander, so fallen die Grössen A^4 und C^4 fort, und man erhält genau die Gleichung, welche oben zu der Tangentengleichung IV führte. Da man hier auch dasselbe Raisonnement wiederholen müsste, so würde man das gleiche Resultat wie dort erhalten; demnach ist die Gleichung

$$\text{IV.}\quad y - y_, = \frac{x_, (A^2 - x_,^2 - y_,^2)}{y_, (A^2 + x_,^2 + y_,^2)} (x - x_,).$$

die ganz allgemein gültige Tangentengleichung der Lemniscate.

Die Constante C ist darin zwar nicht explicit, aber doch implicit enthalten.

Aus der Gleichung der Tangente lässt sich endlich die der Normale ableiten, somit auch die Grösse der Subtangente und Subnormale berechnen.

Eine specielle Aufgabe über die eigentliche Lemniscate möge zuletzt noch hier eine Stelle finden, die nämlich, zu untersuchen, welche Curve die Einhüllende aller Senkrechten ist, die man in sämmtlichen Punkten der Lemniscate auf die nach dem Mittelpunkte oder Coordinaten-Anfangspunkte gezogenen Verbindungslinien errichtet denken kann?

Man setze der Einfachheit wegen in der Gleichung I. der Lemniscate B^2 statt $2A^2$, so dass also 2B den grössten Durchmesser vorstellt; so ist:

$$(1)\ (x^2 + y^2)^2 = B^2 (x^2 - y^2).$$

Zieht man nun eine beliebige Linie OP (Fig. 9), welche mit der Axe OX den Winkel φ bildet, und sind $x_,$ und $y_,$ die Coordinaten des Punktes P, so ist die Gleichung der Linie OP:

$$y - y_, = \text{tang.}\ \varphi\ (x - x_,),$$

worin x und y die laufenden Coordinaten bezeichnen. Unter derselben Voraussetzung ist daher die Gleichung der in P senkrecht Stehenden:

$$y - y_{,} = -\frac{1}{\text{tang. } \varphi}(x - x_{,}),$$

oder:

$$(2.) \quad y - y_{,} = -\frac{\cos. \varphi}{\sin. \varphi}(x - x_{,}).$$

Es werde nun $OP = r$ angenommen, so ist

$$y_{,} = r. \sin. \varphi,$$
$$\text{und } x_{,} = r. \cos. \varphi.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung (2) ein, so erhält man:

$$y - r. \sin. \varphi = -\frac{\cos. \varphi}{\sin. \varphi}(x - r. \cos. \varphi);$$

oder:

$$y. \sin \varphi - r. \sin.^2 \varphi = - x \cos. \varphi + r. \cos.^2 \varphi;$$

das ist:

$$y. \sin. \varphi + x. \cos. \varphi = r (\sin.^2 \varphi + \cos.^2 \varphi),$$

eine Gleichung, die in

$$(3.) \quad y. \sin. \varphi + x. \cos. \varphi = r$$

übergeht, da $\sin.^2 \varphi + \cos.^2 \varphi = 1$ ist.

Die Coordinaten des Punktes P müssen ferner der Gleichung (1) genügen. Man hat also:

$$(x_{,}^2 + y_{,}^2)^2 = B^2 (x_{,}^2 - y_{,}^2).$$

Wenn nun gleichfalls in dieser Gleichung $r. \cos. \varphi$ und $r. \sin. \varphi$ für $x_{,}$ und $y_{,}$ gesetzt werden, so erhält man:

$$[r.^2 (\cos.^2 \varphi + \sin.^2 \varphi)]^2 = B^2 r^2 (\cos.^2 \varphi - \sin.^2 \varphi)$$

oder

$$r^2 = B^2 (\cos.^2 \varphi - \sin.^2 \varphi),$$

woraus

$$r = \pm B \sqrt{\cos.^2 \varphi - \sin.^2 \varphi}$$

wird. Wenn man φ und r als Variabele ansieht, so kann etwa die vorletzte Gleichung als die **Polargleichung** der Lemniscate gelten, die sich auch unter der einfachen Form

$$\mathbf{r^2 = B^2. \cos.^2 2\varphi}$$

darstellen liesse.

Setzt man den Werth von r in (3) ein, so geht diese Gleichung über in:

$$y. \sin. \varphi + x. \cos. \varphi = \pm B \sqrt{\cos.^2 \varphi - \sin.^2 \varphi},$$

und, indem man die ganze Gleichung durch $\cos. \varphi$ dividirt, in:

$$y. \text{tang. } \varphi + x = \pm B \sqrt{1 - \text{tang.}^2 \varphi},$$

oder, wenn zur Vereinfachung c statt $\text{tang. } \varphi$ eingesetzt wird:

$$(4.) \quad cy + x = \pm B \sqrt{1 - c^2}.$$

Differenzirt man jetzt diese Gleichung (4) nach dem Parameter c, so wird man eine Gleichung erhalten, welche in Verbindung mit der vorigen nach Elimination von c zuletzt diejenige Gleichung ergibt, die der allgemeinen Theorie der Einhüllungs-Curven zufolge die zu findende Curve ausdrückt. Letztere wird als durch die Durchschnitte je zweier aufeinander folgenden, durch die Gleichung (4) gegebenen Geraden gebildet angesehen, oder als die alle diese geraden Erzeugungslinien, und zwar jede andere an einem anderen ihrer Punkte Berührende.

Dieser Theorie gemäss erhält man, nachdem zuvörderst (4) quadrirt worden, welches gibt:

$$c^2y^2 + 2cxy + x^2 = B^2 - B^2c^2,$$

d. i.

$$c^2(B^2 + y^2) + 2cxy = B^2 - x^2, \tag{5.}$$

durch Differenziirung dieser Gleichung nach c:

$$2c\,(B^2 + y^2) + 2xy = 0.$$

Hieraus folgt $c = -\frac{xy}{B^2 + y^2}$, also ist

$$c^2 = \frac{x^2\,y^2}{(B^2 + y^2)^2}$$

Setzt man diese Werthe von c und c^2 in (5.) ein, so wird

$$\frac{x^2y^2\,(B^2 + y^2)}{(B^2 + y^2)^2} - \frac{2x^2y^2}{B^2 + y^2} = B^2 - x^2,$$

also

$$-\frac{x^2y^2}{B^2 + y^2} = B^2 - x^2,$$

oder

$$-x^2y^2 = B^4 - B^2x^2 + B^2y^2 - x^2y^2,$$

eine Gleichung, die durch B^2 dividirt, einfach heisst:

$$y^2 - x^2 = -B^2.$$

Wie man sieht, ist diese Gleichung der gesuchten Curve die Mittelpunktsgleichung **einer gleichseitigen Hyperbel,** deren Axe 2B, oder nach der früheren Bezeichnung $2A\sqrt{2}$, demzufolge gleich dem grössten Durchmesser der gegebenen Lemniscate ist.

Druckfehler:

S.	Z.			
1	4	v. o.	ist statt Difinition	zu lesen: Definition.
1	14	v. u.	„ „ bezeiehnet	„ „ bezeichnet.
2	6	v. u.	„ „ Difinition	„ „ Definition.
3	13	v. o.	„ „ Abcissenaxe	„ „ Abscissenaxe.
3	6	v. u.	„ „ dass	„ „ das.
5	18 u. 16	v. u.	„ „ Paralellen	„ „ Parallelen.
5	3	v. u.	„ „ E oder E′	„ „ E′ oder E.
7	9	v. u.	soll das Semikolon hinter dem Hauptbruchstriche stehen.	
7	6	v. u.	ist statt $y =$	zu lesen: $y^2 =$
8	4	v. o.	„ „ entgegensetzten	„ „ entgegengesetzten.
12	10	v. u.	soll sich das Wurzelzeichen nur bis zum Gleichheitszeichen erstrecken.	
15	15	v. u.	ist statt einen	zu lesen: einem.

Schulnachrichten.

Allgemeine Lehrverfassung.

SEXTA.

Ordinarius: **Dr. Rovenhagen.**

Katholische Religionslehre, 3 St.

Geschichte des alten Testaments, nach „Schumacher, Kern der h. Geschichte." Unterricht über die Sakramente im Allgemeinen, über die Sakramente der Taufe, der Firmung, des Altars, der Buße und der letzten Oelung im Besonderen; die Lehre vom Glauben und die Erklärung des ersten Artikels des apostolischen Glaubensbekenntnisses, nach dem Diöcesankatechismus [1]). — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, von da ab Religionslehrer Becker.

Deutsch, 4 St.

Leseübungen nach Kehrein I., mit denselben wurde die Gramatik besprochen; Diktirübungen; wöchentlich wurde ein Gedicht auswendig gelernt und hergesagt, dieses so wie gelernte prosaische Stücke wurden auswendig geschrieben und vom Lehrer nachgesehen; nach Ostern boten Fabeln u. A. Stoff zu freiern schriftlichen Arbeiten. — Der Ordinarius.

Latein, 8 St.

Nach Meiring's Grammatik wurde die Deklination, die Comparation, das Zahlwort und Pronomen, sowie die erste und zweite regelmäßige Conjugation gelernt; die betreffenden Aufgaben in Spieß übersetzt und zurück übersetzt; wöchentlich eine Correctur, jeden Monat ein Pro locis. Besondere Aufmerksamkeit wurde dem Satzbau zugewandt und stets die deutsche Grammatik mit der lateinischen verglichen. — Der Ordinarius.

Französisch, 2 St.

Lese- und Abschreibe-Uebungen nach der Tafel und nach „Rempel's französischem Uebungsbuche I."; mündlich und schriftlich daraus übersetzt Stück 1—30 inclusive mit manigfachen Veränderungen der gegebenen Sätze; die Vokabeln wurden auswendig gelernt. — Oberlehrer Gillhausen, nach Ostern Dr. Lieck.

[1]) Den Neokommunikanten wurde der Vorbereitungs-Unterricht in besonderen Stunden ertheilt.

Geographie, 2 St.

Im Wintersemester: Geographische Propädeutik nach „Kaltenbach's naturgemäßem Unterricht in der Erdkunde."

Im Sommersemester: Topographie des Regierungsbezirks Aachen, mit Berücksichtigung der angrenzenden Bezirke der Rheinprovinz, sowie der holländischen und belgischen Gebiete bis zur Maas. — Kaltenbach.

Naturgeschichte, 2 St.

Im Winterhalbjahr: Einige 40 der wichtigsten in- und ausländischen Cultur- und Handelsgewächse in naturgetreuen Abbildungen zur Anschauung und Besprechung vorgeführt.

Im Sommerhalbjahr: 60—70 wildwachsende Pflanzen der nächsten Umgebung wurden in lebenden Exemplaren an die Schüler vertheilt, dann besprochen und beschrieben und ihre Namen und Klasse dem Gedächtniß eingeprägt. — Kaltenbach.

Rechnen, 4 St.

Gründliche Wiederholung der vier Grund-Rechnungsarten mit unbenannten ganzen Zahlen; hierauf die vier Species mit benannten ganzen Zahlen nebst der Resolution und Reduction. Dem Kopfrechnen wurde wöchentlich 1 St. eingeräumt und außerdem die leichtern Aufgaben des „Schellen'schen Rechenbuchs" stets im Kopfe gerechnet. — Kaltenbach.

Zeichnen, 2 St.

Elementarzeichnen nach den von dem Lehrer herausgegebenen Heften, nach größeren Tabellen und Körpern. — Salm.

Schreiben, 3 St. — Schmitz.

Gesang, 2 St.

Der Unterricht wurde nach den Kenntnissen und Leistungen der Schüler der verschiedenen Klassen in drei Abtheilungen ertheilt, und zwar wurde in der dritten Abtheilung unter Benutzung von „Heinrich's Gesangschule" die erste theoretische und praktische Anleitung gegeben, und außerdem Kirchenlieder, insbesondere Psalmen, eingeübt. Diese Uebungen wurden in der zweiten Abtheilung fortgesetzt und erweitert, wobei „Bonicke's Gesangschule" zu Grunde gelegt wurde. In der ersten Abtheilung wurden neben dem Kirchengesang größere vierstimmige Chöre und Lieder von Weber, B. Klein, Reichardt, Händel, Abt, Möhring und das ganze Oratorium von Neukomm: Christi Grablegung, vorgenommen; letzteres wurde öffentlich aufgeführt. — Konzertmeister Fr. Wenigmann.

Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St.

Die Schüler der drei untern und der drei obern Klassen waren zu je einer Abtheilung verbunden. Deutsches Turnen wechselte ab mit schwedischen Freiübungen. — C. Rensing.

QUINTA.

Ordinarius: **Kaltenbach.**

Katholische Religionslehre, 3 St.

Wiederholung der Lehre vom Glauben und des ersten Artikels des apostolischen Symbolums;

Erklärung der übrigen Artikel desselben, Lehre von den Geboten im Allgemeinen, nach dem Diöcesankatechismus. Geschichte des neuen Testamentes, nach „Schumacher, Kern der h. Geschichte." — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, von da ab Religionslehrer Becker.

Deutsch, 4 St.

2 St. Lese- und Memorirübungen.

2 St. Grammatik. Der einfache, erweiterte und zusammengesetzte Satz; die verschiedenen Satzglieder und Redetheile, ihre Biegung, Bildung, eigentliche und bildliche Bedeutung, Sinnverwandtschaft, Arten zc. an zahlreichen Beispielen geübt. Zur praktischen Uebung in der Rechtschreibung wurden die memorirten Gedichte in der Klasse auswendig niedergeschrieben und corrigirt. Zweimal im Monat wurde eine Memorirstunde zu stylistischen Uebungen verwendet. — Kaltenbach.

Latein, 6 St.

Aus „Spieß' Uebungsbuch für die untersten Gymnasialklassen" wurden die deutschen Aufgaben der ersten Abtheilung zu schriftlichen Arbeiten benutzt, die lateinischen Uebungsstücke alle in der Klasse übersetzt. Aus der zweiten Abtheilung wurden die lateinischen Aufgaben bis zu den Zeitwörtern vorgenommen. In der Grammatik wurde theils wiederholt, theils einzelne Redetheile besonders abgehandelt. — Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Französisch, 5 St.

Anknüpfend an das Pensum der Sexta die Aufgaben 31—82 aus „Rempel's französischem Uebungsbuch I." Dazu die Zahlwörter, die Hülfszeitwörter, die erste und zweite regelmäßige Conjugation. — Leseübungen. — Memoriren kleiner Gedichte. — Dr. Lieck.

Geschichte, 1 St.

Einzelne Notizen aus der griechischen Mythologie und der Heroenzeit; Biographisches aus der Geschichte des Alterthums und des Mittelalters. — Oberlehrer Haagen.

Geographie, 2 St.

Im Wintersemester: Wiederholung des Pensums der Sexta und Fortsetzung des propädeutischen Unterrichts, nach dem Handbuche des Lehrers.

Im Sommersemester: Deutschland und die angrenzenden Gebiete der Niederlande, Belgien, die Schweiz, Ungarn, mit besonderer Berücksichtigung des preußischen Staates und dessen Fluß- und Gebirgssysteme. Die Schüler wurden angehalten, die vom Lehrer an die Schultafel gezeichneten Stromgebiete nachzuzeichnen. — Kaltenbach.

Naturgeschichte, 2 St.

In der Botanik wurden im Allgemeinen neben dem Linnéischen Systeme die nöthigsten terminologischen Ausdrücke eingeübt und daran schlossen sich im Sommer Erklärungen bekannter Pflanzen aus der Flora der Umgegend. — Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Rechnen, 4 St.

Die Bruchlehre; die vier Rechnungsarten nebst der Resolution und Reduction in Brüchen, nach „Schellen's Rechenbuch." Die schwierigern Aufgaben mit benannten ganzen Zahlen wurden wiederholt und das Kopfrechnen in früherer Weise fortgesetzt. — Kaltenbach.

Zeichnen, 2 St.

Fortsetzung und Erweiterung des Pensums der Sexta. — Salm.

Schreiben, 2 St. — Schmitz.
Gesang, 2 St. — Fr. Wenigmann.
Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St. — C. Rensing.

QUARTA.

Ordinarius: Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Katholische Religionslehre, 2 St.

Lehre von den zehn Geboten Gottes und den fünf Geboten der Kirche, von der Sünde und der Tugend, von der Gnade, nach dem Diöcesankatechismus. Lehre von den Sakramenten im Allgemeinen, von der Taufe, der Firmung, dem h. Altarssakramente und dem h. Meßopfer im Besondern, nach dem größern Katechismus von Deharbe. — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, von da ab Religionslehrer Becker.

Evangelische Religionslehre, 2 St.

Biblische Geschichte des Neuen Testaments und des Alten Testaments bis zur sinaitischen Gesetzgebung inklusive nebst Zeittafel der jüdischen Geschichte, nach O. Schulz. — Religionslehrer Pfarrer Nänny.

Deutsch, 3 St.

Lesen und Nacherzählen prosaischer Stücke aus der „untern Lehrstufe des deutschen Lesebuchs von Kehrein,“ wobei die Satzarten und Satztheile ausführlich vorgenommen wurden; Erklärung und Vortrag erzählender Gedichte nebst bezüglichen metrischen Bemerkungen. Die Aufsätze bestanden in leichten Erzählungen und Beschreibungen. Die Zeichensetzung wurde besonders berücksichtigt und zu deren Einübung eigene Dictate angestellt. — Oberlehrer Gillhausen bis Ostern, nach Ostern Raßmann.

Latein, 6 St.

Nach einer gründlichen Wiederholung der regelmäßigen Conjugationen und der Fürwörter wurden die unregelmäßigen und unpersönlichen Zeitwörter durchgenommen; beiläufige Einübung der Verba mit abweichenden Stammformen. Die deutsch-lateinischen und lateinisch-deutschen Uebersetzungen wurden aus dem 1. Abschnitte des „Uebungsbuches von Spieß für Quinta“ genommen und viele der dort vorhandenen Fabeln wurden memorirt. — Oberlehrer Bohlen.

Französisch, 5 St.

Nach Wiederholung des Lehrpensums der Quinta, insbesondere der regelmäßigen Zeitwörter, wurden aus „Rempels französischem Uebungsbuche II.“ die Regeln über unregelmäßige Pluralisirung des Substantivs, das Adjektiv, Zahlwort und Fürwort durchgenommen und an zahlreichen schriftlichen und mündlichen Uebersetzungen eingeübt. Die Vokabeln wurden theilweise ausgeschrieben und memorirt, die Uebereinstimmung des Prädikates mit dem Subjekt an zahlreichen Sätzen, schriftlich und mündlich, an der Tafel und in Heften eingeübt. Im Anschlusse an die Lektüre aus Gillhausen's Lesebuch, das auch zu Diktir- und Memorirübungen diente, wurden die wichtigsten unregelmäßigen Zeitwörter gelernt; bei den Memorirübungen war den Schülern in jeder Woche die Auswahl einer bestimmten Zahl von Sätzen — gewöhnlich 6 —, die ausgeschrieben wurden, überlassen. Memoriren leichter Gedichte von Béranger, Lemoine u. A. — Oberlehrer Gillhausen bis Ostern, nachher Naßmann.

Geschichte, 3 St.

Alte Geschichte, besonders der Griechen und Römer, die der Griechen bis auf Alexander den Großen, die der Römer bis auf Augustus. — Der Ordinarius.

Geographie, 1 St.

Allgemeine Uebersicht über die ganze Erdoberfläche. Lage der Länder, Meere, Gebirge und Flüsse. Spezieller die Geographie Europas und besonders Deutschlands. Von drei zu drei Wochen wurde von den Schülern eine Karte angefertigt. — Der Ordinarius.

Naturgeschichte, 2 St.

Im Wintersemester: Zoologie. Allgemeine Uebersicht der vorzüglichsten Organe des menschlichen und Vergleich derselben mit dem thierischen Körper.

Im Sommersemester: Botanik. Betrachtung der vorzüglichsten Pflanzenorgane, Blüthen- und Fruchtstand. Untersuchung und Bestimmung der am häufigsten vorkommenden Gewächse der hiesigen Flora. — Der Ordinarius.

Geometrie, 2 St.

Die Lehre von den Winkeln, Parallelen, vom Dreieck, von der Congruenz und Nicht-Congruenz der Dreiecke und vom Parallelogramm. — Aufgaben. — Dr. Lieck.

Algebra, 2 St.

Die Sätze über Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten nach Heis §. 1—24 inklusive. Begriff der Gleichungen und Auflösung leichter Gleichungen vom ersten Grad mit einer Unbekannten. — Dr. Lieck.

Rechnen, 2 St.

Wiederholung der Bruchrechnung. Regel de tri in ganzen und gebrochenen Zahlen. — Dr. Lieck.

Es betheiligte sich an dem mathematischen und Rechenunterricht der Kandidat des höhern Lehramts Bohne, und übernahm dieser ihn seit Ostern selbstständig.

Zeichnen, 2 St.

Fortgeführtes Körperzeichnen und Zeichnen nach Modellen; Linearzeichnen, beginnend mit geometrischen Vorübungen; Projektionszeichnen. — Salm.

Schreiben, 2 St. — Schmitz.

Gesang, 2 St. — Fr. Wenigmann.

Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St. — C. Rensing.

TERTIA.

Ordinarius: Oberlehrer **Bohlen.**

Katholische Religionslehre, 2 St.

Lehre von den Sakramenten im Allgemeinen und im Besondern, von den Sakramentalien und dem Gebete, nach dem größern Katechismus von Deharbe. Unterricht über die göttliche Offenbarung und die Erkenntnißquellen derselben. — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, nachher Religionslehrer Becker.

Evangelische Religionslehre, 2 St.

Lehre von der Kirche und ihren Heilsmitteln und Erklärung des Gesetzes, im Anschluß an den Unionskatechismus. — Religionslehrer Pfarrer Nänny.

Deutsch, 3 St.

Zu Leseübungen wurde „Kehrein's Lesebuch, obere Lehrstufe", benutzt; das Gelesene wurde in sachlicher und grammatischer Hinsicht erklärt und die Schüler veranlaßt, sich zusammenhängend darüber auszusprechen. Eine Stunde ward der Deklamation von Gedichten zugewiesen, und wurde hierbei das Nöthige aus Metrik und Poetik vorgebracht. Die Aufsätze waren dem Inhalte nach theils dem Gelesenen entnommen, theils Bearbeitungen passender in andern Sprachen gelesener Stoffe, theils Beschreibungen und Abhandlungen, wozu vom Lehrer jedesmal eine ausführlichere Anleitung gegeben wurde; dreiwöchentlich wurde eine Arbeit verbessert; die übrigen wurden in der Klasse vorgelesen. — Dr. Rovenhagen.

Latein, 5 St.

Nach Wiederholung der unregelmäßigen und unpersönlichen Zeitwörter wurde die Lehre von den Präpositionen und den Adverbien und aus der Syntax die Casuslehre bis zum Ablativ ausschließlich und der Ablativus absolutus und der Acc. cum Inf. durchgenommen. Das Nothwendigste aus der Lehre von der Quantität und dem jambischen Versmaße. Zu Uebersetzungen diente das „Uebungsbuch von Spieß für Quinta" und im letzten Quartale lasen die Schüler aus Nepos den Pausanias und Miltiades und mehrere Fabeln von Phaedrus. Letztere wurden alle memorirt. — Der Ordinarius.

Französisch, 4 St.

Kurze Wiederholung des Lehrpensums der IV. und Beendigung der Formenlehre nach „Rempel's französischem Uebungsbuch II." Die entsprechenden Aufgaben von S. 107—198 wurden theils schriftlich, theils mündlich übersetzt. Die unregelmäßigen Zeitwörter wurden nach der Grammatik von Bettinger gelernt und die über dieselben handelnden Aufgaben mündlich oder schriftlich übersetzt. Zur Lektüre diente l'histoire de Frédéric le Grand par Camille Paganel in der Goebel'schen Schulausgabe. Es wurde von S. 128—200 gelesen, übersetzt und meist rückübersetzt; auch wurden einige Fabeln von La Fontaine erklärt und auswendig gelernt. — Oberlehrer Haagen.

Englisch, 4 St.

Die Formenlehre nach Lloyd, wöchentlich eine schriftliche Arbeit; die Aufgaben bis zur Syntax aus Wahlert wurden übersetzt und gelernt. Gelesen und rückübersetzt wurden aus demselben Buche einige Abschnitte aus Ossian, dann The Story of Macbeth nach Walter Scott. Eine Anzahl Gedichte wurde diktirt, übersetzt und gelernt. Nicht selten wurden vom Lehrer bekannte Erzählungen in englischer Sprache vorgetragen. — Dr. Rovenhagen.

Geschichte, 3 St.

Deutsche und brandenburgisch-preußische Geschichte; letztere ausführlicher von 1640—1815. — Oberlehrer Haagen.

Geographie, 1 St.

Topische und politische Geographie der verschiedenen Erdtheile mit Ausschluß Europas. Uebungen im Kartenzeichnen. — Oberlehrer Haagen.

Naturgeschichte, 2 St.

Im Wintersemester: Zoologie. Eintheilung und Erklärung des ganzen Thierreichs, spezieller die wirbellosen Thiere.

Im Sommersemester: Erklärung des natürlichen Systems des Pflanzenreiches mit Zugrundelegung einzelner Repräsentanten der natürlichen Familien. — Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Geometrie, 2 St.

Die Lehre vom Kreis, vom Inhalte gradlinigter Figuren, von den Verhältnissen und Proportionen, von der Aehnlichkeit der Dreiecke, von den Proportionen am einzelnen Dreieck und am Kreise und von der Kreismessung. — Dr. Lieck.

Algebra, 2 St.

Aus Heis §. 21—28 die Lehre von den Proportionen, Ausziehen der Quadratwurzel und Kubikwurzel, Gleichungen des ersten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten. — Dr. Lieck.

Rechnen, 2 St.

Die Lehre von den Dezimalbrüchen, deren Anwendung in Regel de tri-Aufgaben, Rechnung mit Prozenten und deren Anwendung in Gewinn- und Verlustberechnung. — Dr. Lieck.

Zeichnen, 2 St.

Nach größern Vorlagen und nach Gips; Projektionszeichnen; Zeichnen von einzelnen Maschinentheilen und Baudetails in größerm Maßstabe, nach Le Blanc und Salm. — Salm.

Gesang, 2 St. — Fr. Wenigmann.

Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St. — C. Rensing.

SECUNDA.

Ordinarius: Oberlehrer **Dr. Sieberger.**

Katholische Religionslehre, 2 St.

Lehre von der Offenbarung und die Beweise ihrer Göttlichkeit; Lehre von der Kirche und die Beweise ihrer Göttlichkeit. — Geschichte der Kirche bis zur Zeit des Papstes Bonifacius VIII. — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, von da ab Religionslehrer Becker.

Evangelische Religionslehre, 2 St.

Kirchengeschichte nach Lohmann, mit Auswahl, bis in die neueste Zeit. — Religionslehrer Pfarrer Nänny.

Deutsch, 3 St.

Abschnitte der Rhetorik und Poetik nach „Bone's deutschem Lesebuche II." Zu Memorir- und Deklamirübungen wurden vorab erklärte Gedichte aus derselben Sammlung, meist von Göthe und Schiller, benutzt. Alle drei Wochen ein freier Aufsatz; die gegebenen Themata, von denen einige vorher besprochen wurden, waren: Kurze Lebensbeschreibung (in der Klasse). — Wie ich die Herbstferien zugebracht habe. — Ueber die Kunst zu reisen. — Kleider machen Leute. —

Die Anwendung des Kupfers. — Ein unnütz Leben ist ein früher Tod. — Die wohlthätige Macht des Feuers. — Lob des Rheines. — Es fällt kein Meister vom Himmel. — Nutzen und Werth des Studiums der Geschichte. — Keine Rose ohne Dornen (in der Klasse). — Die Wichtigkeit der Kenntniß der Naturgeschichte. — Willst Du immer weiter schweifen? Sieh, das Gute liegt so nah; Lerne nur das Glück ergreifen; Denn das Glück ist immer da. — Oberlehrer Gillhausen bis Ostern, nach Ostern der Director.

Latein, 4 St.

Wiederholung der Adverbia und der Casuslehre bis zum Ablativ; dann der Ablativ und die Lehre vom Gebrauche der Tempora und Modi — nach „Zumpt's Auszuge." Wöchentlich ein Pensum aus der 1. bis 18. Uebung der „Anleitung von August." Lektüre: Corn. Nep. Epaminondas, Hamilcar, Conon; Caes. de b. G. II. c. 18—35; III. c. 1—8. und viele Fabeln von Phaedrus; letztere wurden alle memorirt. — Oberlehrer Bohlen.

Französisch, 4 St.

Uebersichtlich zusammenstellende Wiederholung der unregelmäßigen Zeitwörter nach „Rempel's und Bettinger's französischem Lehrbuche;" die betreffenden und andere Aufgaben in Bettinger wurden schriftlich und mündlich übersetzt, dazu aber noch eigens gebildete zu schriftlicher Uebersetzung gegeben; Diktate und Extemporalien; Uebersetzungen, schriftliche und mündliche, deutscher Erzählungen, Fabeln rc. Der Unterricht wurde meist in französischer Sprache ertheilt. — Oberlehrer Gillhausen bis Ostern, nachher der Director.

Gelesen, übersetzt, erklärt und theilweise memorirt wurden prosaische und poetische Stücke aus „Herrig's France Littéraire." — Der Director.

Englisch, 3 St.

Die Syntax nach „Lloyd's Grammatik," aus welcher jede Woche ein Pensum gemacht wurde; Uebersetzung deutscher Musterstücke; zuletzt einige freie Aufsätze; Uebersetzen, Rückübersetzen, Memoriren prosaischer und poetischer Stücke aus „Herrig's Handbuch der englischen National-Literatur"; Sprechübungen. — Der Director.

Geschichte, 2 St.

Die Geschichte der Römer bis zum Jahre 476 nach Christi Geburt. Wiederholung der Geschichte der übrigen Völker des Alterthums, der deutschen und der brandenburgisch-preußischen Geschichte. — Oberlehrer Haagen.

Geographie, 1 St.

Geographie der Staaten Europas, ausführlicher Deutschlands und Preußens. Sowie in Tertia nach dem Lehrbuche von Pütz. Uebungen im Kartenzeichnen. — Oberlehrer Haagen.

Naturbeschreibung, 1 St.

Im Wintersemester: Propädeutik der Mineralogie.

Im Sommersemester: Repetition und allgemeine Uebersicht über das Thier- und Pflanzenreich. — Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Physik, 3 St.

Einleitung in die Physik. Die Lehre von der Uebereinstimmung und von der Verschiedenheit der Körper. Gleichgewicht und Bewegung der Körper. Die Wärmelehre. Der Magnetismus. Die Reibungs-Elektrizität. — Der Ordinarius.

Chemie, 2 St.

Einleitung in die Chemie. Die Metalloide und ihre Verbindungen. Die leichten Metalle. — Der Ordinarius.

Geometrie, 2 St.

Die Kreisberechnung. Anwendung der Algebra auf die Geometrie. Die Stereometrie. Die ebene Trigonometrie. — Der Ordinarius.

Algebra, 2 St.

Die Lehren von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Die Gleichungen ersten und zweiten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten, nebst Anwendungen. — Der Ordinarius.

Rechnen, 1 St.

Die Zins-, Rabatt- und Discontorechnung, die Reduktion der Kapitaltermine, die Vertheilungs-, Gesellschafts-, Mischungs- und Kettenrechnung. — Der Ordinarius.

Zeichnen, 2 St.

Das Pensum der vorhergehenden Klasse wird mit gesteigerten Anforderungen an solide Ausführung fortgesetzt; Kartenzeichnen und Ausführung von Bauplänen und Maschinen. — Salm.

Gesang, 2 St. — Fr. Wenigmann.

Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St. — C. Rensing.

PRIMA.

Ordinarius: Der **Director.**

Katholische Religionslehre, 2 St.

Wiederholung der Lehre von der Gnade, die Lehre von den Sakramenten und den letzten Dingen, die allgemeine Sittenlehre und die Hauptpunkte der besondern Sittenlehre, nach dem Lehrbuche von Martin. — Religionslehrer Huthmacher bis Ende Januar, von da ab Religionslehrer Becker.

Evangelische Religionslehre, 2 St.

Die christliche Glaubens- und Sittenlehre nach Lohmann. — Religionslehrer Pfarrer Nänny.

Deutsch, 3 St.

Gelegentliches aus der Poetik und Rhetorik, vielfache Definir- und Disponirübungen, Deklamation auswendig gelernter poetischer Stücke, Uebungen im freien Vortrage, Lektüre eines größeren Abschnittes aus dem Nibelungenliede in der Ursprache und Tasso's von Goethe. Der Entwickelungsgang der Hauptperioden der Literatur wurde im Anschlusse an die Lektüre von Bone's Lesebuch vorgenommen. Die Themata zu den freien Arbeiten, deren Disposition, mit Ausschluß der Klassenarbeiten, mit dem Lehrer besprochen wurde, waren folgende: Die Macht der Gewohnheit. — Warum lernen wir Latein? Ext. — Der Kaufmann, ein Träger der Civilisation. — Die Nacht ist keines Menschen Freund. — Gedanken beim Jahreswechsel. Ext. — Es kann der Frömmste nicht in Frieden bleiben, Wenn es dem bösen Nachbarn nicht gefällt. —

Bei Ludwig XIV. zeigt sich mehr äußerer Glanz, als innere Größe. — Der Zauber des Lichts und Einfluß desselben auf die Ausdrucksweise. — Der Staat gleichet dem Schiff. — Vortheile und Nachtheile des Lebens in einer großen Stadt. — Der Edle lebt auch nach dem Tode fort. — Der Sparsame und der Geizige. Ext. — Kleines ist oft die Wiege des Großen. — Ueber den guten Gebrauch der Jugendjahre. — Müßiggang eine harte Arbeit. — Der Mensch ist nicht geboren, frei zu sein. Aus Goethe's Tasso. — Oberlehrer Haagen.

Latein, 3 St.

Nach Wiederholung der Lehre von den Tempora wurden der Indicativ, Conjunktiv, Imperativ und Infinitiv vorgenommen. Zur Anwendung derselben wurde alle 14 Tage abwechselnd eine Aufgabe aus der „Anleitung von August" oder ein Extemporale angefertigt. Die Lehre vom Hexameter und der Quantität. Lektüre: Caes. de bello Gallico V. c. 17. u. a. f. VI. c. 1—4. Virg. Aen. I. v. 440 u. a. f. II. v. 298—623. Virg. Aen. lib. I. v. 579—694 wurden memorirt. — Oberlehrer Bohlen.

Französisch, 4 St.

Wiederholung wichtiger Abschnitte der Syntax, zu deren Einübung auch die schriftliche und mündliche Uebersetzung deutscher Musterstücke diente. Uebersetzung, Rückübersetzung und theilweise Memorirung prosaischer und poetischer Stücke (unter andern Racine's Athalie) aus „Herrig's Handbuch." Idiotismen; Metrik; Literaturgeschichte; Sprechübungen. Alle drei Wochen ein freier Aufsatz. Es wurden behandelt: Pisistratus. — Eine Hand wäscht die andere. — Kaiser Antoninus Pius. — Wissen ist Macht. — Attila, König der Hunnen. — Die Abhärtung. — Ludwig der Fromme. — Stadt- und Landleben entgegengestellt. — Uebersichtliche Darstellung der Kriege der Deutschen in Italien bis zu Friedrich Barbarossa. — Wer gar zu viel bedenkt, wird wenig leisten (Schiller). — König Heinrich V. von England. — Dieser ist ein Mensch gewesen, Und das heißt ein Kämpfer sein (Goethe). — Abriß der Geschichte Preußens bis zur Schlacht von Tannenberg und dem Frieden von Thorn. — Inhalt der Athalie von Racine. — Ursachen der Uebermacht Frankreichs unter Ludwig XIV. — Gleich sei Keiner dem Andern, doch gleich sei Jeder dem Höchsten. Wie das zu machen? Es sei jeder vollendet in sich (Goethe). — Der Director.

Englisch, 3 St.

Gelegentliche Wiederholung der Grammatik bei der schriftlichen und mündlichen Uebersetzung deutscher Musterstücke, der Revision der freien Aufsätze und der Lektüre; zu letzterer bot Herrig's Handbuch sowie Shakespeare's Julius Cäsar und König Lear den Stoff. Idiotismen; Literaturgeschichte; Rückübersetzen, Memorir- und Sprechübungen. In den freien Aufsätzen wurden die folgenden Themata bearbeitet: Leonidas. — Des Lebens Mai blüht einmal und nicht wieder. — Kaiser Konstantin der Große. — Gutta cavat lapidem non vi, sed saepe cadendo. — Uebersichtliche Darstellung der Geschichte der Ostgothen. — Die Bescheidenheit. — Ludwig der Deutsche. — Der Kriegsmann und der Gelehrte. — Die Kriege der Deutschen in Italien von Friedrich Barbarossa bis zu Karl IV. — Willst du, daß wir mithinein, In das Haus dich bauen, Laß es dir gefallen, Stein, Daß wir dich behauen. — Der Hussitenkrieg. — Der Werth wahrer Freundschaft. — Richard III. von England. — Inhalt des Julius Cäsar von Shakespeare. —

Wodurch wurde Preußen zur Großmacht? — Durch Drangsal, Gott, und harte Müh Regst du des Geistes Kraft (Voß). — Der Director.

Geschichte, 2 St.

Die neuere Zeit vom Anfange des dreißigjährigen Krieges bis zum Jahre 1830. In den drei obern Klassen wurden bei den häuslichen Repetitionen die entsprechenden Lehrbücher von Pütz gebraucht. — Oberlehrer Haagen.

Geographie, 1 St.

Die Kolonien europäischer Staaten. Wiederholungen und erweiterte Beziehungen des Erlernten. — Oberlehrer Haagen.

Mineralogie, 2 St.

Betrachtung der einzelnen Mineralkörper, besonders der in der Technik häufig vorkommenden. Mit Benutzung der Mineraliensammlung lernten die Schüler die meisten der besprochenen Mineralien auch durch Autopsie kennen. — Oberlehrer Prof. Dr. Förster.

Physik, 2 St.

Die Akustik. Die Optik. Allgemeine Repetition. — Oberlehrer Dr. Sieberger.

Chemie, 2 St.

Wiederholung der leichten Metalle. Die schweren Metalle. Die wichtigsten organischen Verbindungen. Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. — Dr. Lieck.

Geometrie, 2 St.

Wiederholung der ebenen Trigonometrie. Analytische Geometrie. Die Kegelschnitte. Elemente der beschreibenden Geometrie. — Oberlehrer Dr. Sieberger.

Algebra, 2 St.

Schwierigere Gleichungen des zweiten Grades mit mehren Unbekannten nebst Anwendungen. Arithmetische und geometrische Progressionen. Die Kettenbrüche. Die Gleichungen dritten und vierten Grades. Die Lehre von den Permutationen, Variationen, Kombinationen. Der binomische und polynomische Lehrsatz. Einige besondere Reihen. Von den unendlichen Reihen. Die Exponential-, die logarithmische, die Sinus- und Cosinusreihe. — Oberlehrer Dr. Sieberger.

Rechnen, 1 St.

Die Gesellschafts-, Mischungs- und Kettenrechnung. Die Zinseszins- und Rentenrechnung. — Oberlehrer Dr. Sieberger.

Zeichnen, 3 St.

Erweiterung des Pensums der Secunda. — Salm.

Gesang, 2 St. — Fr. Wenigmann.

Turnen, im Winter 1 St., im Sommer 2 St. — C. Rensing.

Das Silentium, welches unter Leitung des Lehrers Kaltenbach im Winter von 5—7, im Sommer von 6—8 Uhr gehalten wurde, fand noch immer nicht die zu erwartende Betheiligung; die häuslichen Verhältnisse machen dessen Benutzung vielen Schülern der untern Klassen fast unentbehrlich.

Themata der schriftlichen Abiturienten-Prüfungsarbeiten.

Religionslehre.

a. katholische: Die verschiedenen Arten des Sittengesetzes und die Verbindlichkeit derselben.

b. evangelische: Wie das in Christo dargebotene Heil angeeignet wird.

Deutscher Aufsatz: Woraus erklärt sich die Anhänglichkeit des Menschen an die Heimath?

Französischer Aufsatz: Sur les faits qui séparent les temps modernes du moyen âge.

Englisches Exercitium: Alexander in Afrika, von Herder.

Mathematische Aufgaben:

I. Es wird eine Zahl gesucht, die mit drei Ziffern geschrieben wird und so beschaffen ist, daß die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern, ohne auf ihren Rang zu sehen, gleich ist 29; das Quadrat der mittleren Ziffer aber um 7 kleiner ist, als das doppelte Produkt der beiden andern; daß ferner, wenn 198 von der gesuchten Zahl abgezogen wird, die 3 Ziffern in umgekehrter Ordnung zum Vorschein kommen. Wie heißt die Zahl?

II. Von einem Punkte außerhalb eines gegebenen Kreises eine Sekante so durch denselben zu ziehen, daß das äußere Stück derselben dreimal so groß ist, als das im Kreise liegende.

III. Von einem Dreiecke ist gegeben die Grundlinie a gleich 904 Fuß, die Summe der beiden anderen Seiten $b + c$ gleich 1130 Fuß und der Winkel an der Spitze $\alpha = 105^0\ 46'\ 14'',4$. Wie groß sind die einzelnen Seiten und Winkel, sowie der Inhalt des Dreiecks?

IV. Die große Axe einer Ellipse sei 10″ lang, die Entfernung der Brennpunkte betrage 8″. Es sollen die Gleichungen der Geraden entwickelt und erörtert werden, welche in den zur Abscisse $x = +3''$ gehörigen Punkten der Ellipse diese berühren; endlich möge der Durchschnittspunkt dieser Tangenten mit der Abscissenaxe bestimmt werden.

Aufgabe aus der angewandten Mathematik: Wenn ein Körper, der unter dem Einfluß einer continuirlichen Kraft mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit einen Weg von 13,625 Metern durchlief, am Ende desselben mit einer bei plötzlicher Aufhebung der vorgedachten Kraft und Wegfall aller Hindernisse constanten Geschwindigkeit von 5,45 Metern weiter geht, wie groß ist der unter Einfluß der fraglichen Kraft in der ersten Sekunde zurückgelegte Raum, und wie lange wirkte sie auf ihn ein?

Die bei dieser und der folgenden Aufgabe zur Anwendung kommenden Gesetze und Formeln sollen entwickelt und erläutert werden.

Physikalische Aufgabe: Das Bild eines leuchtenden Punktes, der sich in der Axe eines Hohlspiegels befindet, dessen Radius r Zoll ist, sei m Zoll vom Punkte selbst entfernt. Welche Entfernung haben der leuchtende Punkt und das Bild vom Spiegel?

Beispiel: $r = 12''$, $m = 11$ Fuß $5{,}74''$.

Chemische Aufgabe: Wie viel Kochsalz und wie viel Schwefelsäure ist erforderlich, um 1 Centner Salzsäure von 28 % Säuregehalt zu erzielen, wenn das Kochsalz 3 % schwefelsaure Magnesia und die Schwefelsäure 4 % überschüssiges Wasser enthält?

Verfügungen der Behörden.

Eine Verfügung des Herrn Cultusministers vom 28. Februar 1863 theilt mit, daß gemäß den „revidirten Vorschriften über die Prüfung der Feldmesser" betreffs der erforderlichen Schulbildung für die Kandidaten der Feldmeßkunst ein Zeugniß über die erlangte Reife zur Versetzung in die erste Klasse eines Gymnasiums oder in die erste Klasse einer Realschule erster Ordnung oder das Abgangszeugniß der Reife von einer Realschule zweiter Ordnung genügt.

Durch eine der Direction zur Nachachtung mitgetheilte Verfügung des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums vom 28. September ejusdem wird der Herr Regierungsrath Bürgermeister Contzen als Vorsitzender des Curatóriums zum Mitgliede der Abiturienten-Prüfungs-Kommission bestimmt.

Eine andere Verfügung desselben Datums fordert die Direction auf, bis zum 1. October c. über die Lage der Angelegenheit der spätestens bis Ostern 1865 auszuführenden Räumung der Localitäten der Realschule von der Provinzial-Gewerbeschule zu berichten.

Ein Rescript des Herrn Cultusministers vom 24. September 1863, welches verfügt, daß der Unterricht im Lateinischen und Französischen von dem Lehrplane der mit den Gymnasien und Realschulen verbundenen Vorschulklassen auszuschließen ist, wird von der Provinzial-Schulbehörde zur event. Beachtung mitgetheilt, „da die Errichtung einer Vorschule auch bei der hiesigen Anstalt Bedürfniß werden könne."

Eine Allerhöchste Ordre vom 7. April 1863 so wie eine darauf bezügliche, die Stellung der öffentlichen Beamten betreffende Circular-Verfügung des Herrn Ministers des Innern vom 24. September ejusdem sollen von der Direction den sämmtlichen Lehrern der Anstalt und Allen, die bei derselben thätig sind, nach ihrem ganzen Inhalt vergegenwärtigt und damit die Eröffnung verbunden werden, daß der Herr Kultusminister ausdrücklich erklärt habe, daß die in der Allerhöchsten Ordre enthaltene Mahnung und die in dem gedachten Erlaß des Herrn Ministers des Innern daran geknüpften weiteren Betrachtungen selbstverständlich auch auf die öffentlich angestellten Lehrer aller Grade ihre volle Anwendung finden. (Verfügung vom 6. October 1863.)

Mittheilung eines neuerlassenen und zu befolgenden Lehrplanes für den Unterricht im Zeichnen mit der Hinweisung auf die Pflicht der Direction und der Klassenordinarien, demselben die gebührende Aufmerksamkeit und Interesse zu widmen und dasselbe bei den Schülern rege zu machen. (Verfügung vom 12. November 1863.)

In einer Verfügung vom 20. November 1863 wird gestattet, daß die Revaccination derjenigen Schüler, deren Eltern dieselbe wünschen, im Schullokale vorgenommen werde.

Eine Verfügung vom 10. December ejusdem bestimmt, daß einem Schüler, der die Schule verläßt, ohne abgemeldet zu sein und seinen Verpflichtungen gegen die Schule z. B. Zahlung des Schulgeldes, Abbüßung etwaiger Schulstrafen 2c. erfüllt zu haben, das Entlassungszeugniß zu versagen ist.

Die Provinzial-Schulbehörde theilt unter dem 28. December 1863 eine Verfügung des Herrn Cultusministers vom 21. ejusdem mit, welche unter Anderm enthält, daß die Bestimmung über die Festsetzung der Abgangszeugnisse für die nach dem ersten halben Jahre aus Secunda abgehenden Schüler durch die Lehrerkonferenz auch für die Fälle des Austrittes nach einem längeren als halbjährigen Aufenthalte in dieser Klasse gilt, und worin eine gewissenhafte Strenge bei den Aufnahme-Prüfungen neuer Schüler für Secunda und bei der Versetzung aus der Tertia nach Secunda anempfohlen wird.

Die Direction erhält Abschrift einer den Curatorien der Realschulen zugegangenen Verfügung vom 23. Januar c., nach welcher in Betreff der persönlichen Zulagen von Lehrern und Beamten bei den höheren Unterrichtsanstalten, welche nicht aus allgemeinen Staatsfonds gewährt werden, überall der Pensionsbeitrag zu erheben und die Zulage bei einer späteren Pensionirung als Gehaltstheil anzusehen ist.

Durch eine betreffende Verfügung wird die in der Sitzung des Curatoriums vom 11. Januar c. Statt gefundene Wahl des Herrn Advokat-Anwaltes Lingens zum stellvertretenden Mitgliede der Abiturienten-Prüfungs-Kommission genehmigt.

Eine Verfügung vom 19. April c. macht die Direction auf die von dem Herrn Finanzminister unterm 7. Februar c. erlassenen neuen allgemeinen Bestimmungen über die Ausbildung und Prüfung für den Königlichen Forstverwaltungsdienst und das neue Regulativ für die Königliche höhere Forstlehranstalt zu Neustadt-Eberswalde aufmerksam. Es kann hiernach die Zulassung zu der Laufbahn für den Königlichen Forstverwaltungsdienst nur demjenigen gestattet werden, welcher das Zeugniß der Reife als Abiturient von einem Preußischen Gymnasium oder von einer Preußischen Realschule erster Ordnung erlangt und in diesem Zeugnisse eine unbedingt genügende Censur in der Mathematik erhalten, das 23. Lebensjahr noch nicht überschritten hat, eine fehlerfreie, kräftige Körperbeschaffenheit besitzt, sich über tadellose sittliche Führung ausweist und die zur forstlichen Ausbildung erforderlichen Subsistenzmittel hat.

Ein der Direction mitgetheilter Erlaß des Herrn Cultusministers vom 18. Mai c. weist dieselbe an, diejenigen Schüler, welche später auf das Gewerbe-Institut überzugehen beabsichtigen, auf das daselbst unerläßliche Erforderniß einer genügenden Fertigkeit im Freihand- und Linearzeichnen aufmerksam und ihnen eine gewissenhafte Benutzung des Zeichenunterrichts zur Pflicht zu machen, sowie den Zeichenlehrern zu empfehlen, sich der betreffenden Schüler besonders anzunehmen.

Die Zahl der an das Königliche Provinzial-Schul-Collegium in diesem Jahre einzusendenden Programme wird auf 256 festgesetzt.

Nach einer Mittheilung der Schulbehörde vom 16. Juni c. verlieh der Herr Cultusminister dem Collegen Dr. Sieberger unter dem 7. ejusdem den Oberlehrertitel.

Um einen zu häufigen Wechsel in den Schulbüchern zu verhindern, setzt ein Erlaß des Herrn Cultusministers vom 20. Juni c. sowie eine Verfügung der Provinzial-Schulbehörde vom 30. ejusdem die Bestimmungen über die betreffenden Anträge fest.

Die diesjährigen Herbstferien werden durch Verfügung vom 1. Juli c. festgesetzt. S. unten.

Die Provinzial-Schulbehörde genehmigt unter dem 26. Juli c. die Einführung des Tirocinium Poeticum von Siebelis.

Für den Schulgebrauch wurden von den Behörden empfohlen: Schütz' Charakterbilder aus der englischen und der neuern Geschichte, zur Benutzung bei dem englischen Unterrichte, und desselben Charakterbilder aus der französischen Geschichte; ferner Prof. Fromm's kleine Schul-Grammatik der lateinischen Sprache.

Chronik der Schule.

Das Schuljahr begann Donnerstag, den 8. October. Vor dem Unterrichte eine feierliche Messe und Predigt des Religionslehrers.

Zur Abhaltung des Probejahres tritt der Candidat des höhern Lehramts Hermann Bohne aus Coesfeld ein. Derselbe betheiligte sich, nachdem er von dem Director verpflichtet worden war, an dem mathematischen und Rechenunterricht der Quarta und der Beaufsichtigung der Schüler beim Turnen.

Am 18. October wurde die fünfzigjährige Jubelfeier der Schlacht bei Leipzig in der Kirche durch einen feierlichen Gottesdienst und eine erhebende auf den Tag Bezug nehmende Predigt des Religionslehrers gehalten, worauf der Psalm Jubilate Deo und die Orationen folgten. In den einzelnen Klassen war vorher auf die Wichtigkeit und die Bedeutung des gefeierten Ereignisses hingewiesen worden.

Am 27. October wurde der neu eingetretene brave und fleißige Schüler der Sexta, Gerhard Mauermann, der einer Hirnkrankheit erlag, von der Schule zu Grabe geleitet. Der katholische Religionslehrer richtete eine erbauende Leichenrede an die den Sarg umstehenden Schüler, Lehrer und Angehörigen des Hingeschiedenen.

Das Lehrer-Collegium unterließ es nicht, dem Herrn Geheimen Ober-Regierungsrathe Dr. Brüggemann bei Gelegenheit seines fünfzigjährigen Amts-Jubiläums (17. Januar) die Gefühle innigster Dankbarkeit und Hochachtung auszudrücken. Wohl ihm, dem hochgeachteten und hochverehrten Manne, der so reichliche Saat des Guten, Schönen und Wahren ausgestreut, so schöne Früchte geerntet und so viele Herzen gewonnen hat!

Am 11. December starb in Folge einer Lungen-Affection ein zweiter wackerer Schüler der Anstalt, der Quartaner Peter Creutz; seine Mitschüler und Lehrer wohnten dem Leichenbegängnisse bei. Der katholische Religionslehrer widmete ihm schöne Worte der Erinnerung am Grabe.

Das Carlsfest wurde am 28. Januar von der Schule in feierlicher Weise in dem großen Bernarts'schen Saale öffentlich begangen. Die vorgetragenen Gedichte und die Rede des Oberprimaners Schwartz bezogen sich auf den Patron der Stadt und der Schulen, Karl den Großen. Zum Schluß wurde Neukomm's Oratorium, Christi Grablegung, mit Orchesterbegleitung aufgeführt.

Die katholischen Lehrer und Schüler betheiligten sich auch an der kirchlichen Feier des Carlsfestes, welche am 31. Januar in der Stiftskirche Statt fand.

Die Schule verlor Ende Januar den katholischen Religionslehrer Huthmacher in Folge seiner Ernennung zum Oberpfarrer in Crefeld. Wie sehr wir uns auch über die so ehrenvolle Anerkennung der Tüchtigkeit eines Collegen freuten, so mußten wir es doch immerhin beklagen, daß derselbe seinen Eifer, sein Wissen und seine Kraft der Anstalt nicht länger widmen konnte: seine segensreiche Wirksamkeit bei uns erstreckte sich auf nur drei Jahre und acht Monate. Am 30. Januar nahm Herr Oberpfarrer Huthmacher von den Schülern und den Collegen Abschied; der Ausdruck des Schmerzes der Trennung war aufrichtig und tiefgefühlt. Das Lehrer-Collegium glaubte seine freundschaftlichen und achtungsvollen Gesinnungen gegen Herrn Huthmacher dadurch noch bethätigen zu müssen, daß es sich auf die freundliche Einladung des betreffenden verehrlichen Comité's bei den Einführungs-Festlichkeiten zu Crefeld durch Dr. Lieck und den Referenten vertreten ließ.

Am 11. Februar hielt der neue katholische Religionslehrer J. Becker, bisher Kaplan an der Marpfarrkirche zu Düsseldorf, die erste Ansprache an die Schüler in der Kirche und wurde an demselben Tage von dem Referenten eingeführt. Schon während seiner bisherigen kurzen Amtsthätigkeit, die hoffentlich eine langdauernde sein wird, hat sich derselbe als wackerer Lehrer und Seelsorger und freundlicher und lieber Mitarbeiter bewährt.

Die Anstalt konnte sich nicht versagen, zur Unterstützung der Verwundeten der verbündeten Armeen in Schleswig auch ihr Scherflein beizutragen.

Der Königs-Geburtstag, 22. März, wurde in der Kirche und in der Schule feierlich begangen.

Am 11. April trat der Candidat des höhern Lehramts Victor Raßmann aus Haltern, Kreis Coesfeld, nachdem er von dem Referenten verpflichtet worden war, zur Abhaltung des Probejahres ein und übernahm in Vertretung des erkrankten Oberlehrers Gillhausen den deutschen und französischen Unterricht in Quarta.

Der Düppeler Sieg wurde Sonntag den 8. Mai beim katholischen Schul-Gottesdienst durch Te Deum und die vorgeschriebenen Orationen gefeiert.

Am 9. Mai erhielten die betreffenden Schüler von dem Herrn Weihbischofe Domdechanten Dr. Baudri in der Stiftskirche das h. Sacrament der Firmung.

Der Frohnleichnams-Prozession am 26. Mai wohnten die katholischen Lehrer und Schüler in gewohnter Weise bei.

Am 5. Juni führte der Religionslehrer Becker die von ihm vorbereiteten Schüler zur ersten h. Communion; die Mitschüler und Lehrer betheiligten sich an der schönen, erhebenden Feier; Mitglieder der Liedertafel sangen unter Leitung des Gesanglehrers Fr. Wenigmann eine musikalische Messe.

Ein Schüler, der während der letzten Wochen des Vorbereitungs-Unterrichtes krank war, empfing die erste h. Communion am 12. Juni.

In der Verleihung des Oberlehrertitels an den Dr. Sieberger sahen wir die von der Schulbehörde der Anstalt zugewandte Theilnahme und Fürsorge und freuen uns der den Bestrebungen und Leistungen des wackern Collegen dadurch zu Theil gewordenen Anerkennung.

Es muß auch dankbar erwähnt werden und ist nicht ohne Bedeutung für die Schule, daß auf Antrag der hiesigen Königlichen Regierung der Herr Oberpräsident der Rheinprovinz den Collegen Dr. Rovenhagen zum Mitgliede der Departements-Prüfungs-Commission für die einjährigen Freiwilligen ernannt hat.

Am 31. Juli Theilnahme an der Kirchweih-Prozession der Foilanspfarre.

Das Nähere über die Abiturientenprüfung, die am 9. August Statt fand, folgt unten.

Der Gesundheitszustand der Schüler und Lehrer war nicht ganz befriedigend, eine ziemliche Anzahl Schüler wurde durch längere oder kürzere Unpäßlichkeit an dem regelmäßigen Schulbesuche gehindert. Unter den Lehrern wurde Oberlehrer Gillhausen durch eine Krankheit auf längere Zeit seinen Berufsarbeiten entzogen; der ihm zugewiesene Unterricht wurde von den Collegen Dr. Lieck, Raßmann und dem Referenten übernommen.

Zu einer schon wiederholt an dieser Stelle geführten Klage giebt auch dieses Schuljahr wieder Veranlassung, daß nämlich die Eltern der Schüler die Schulversäumnisse derselben oft leichtfertig entschuldigen, so bei Kirchweihfesten, und daß die gewissenhafte Sorge und Aufmerksamkeit der Lehrer in dieser Beziehung und rücksichtlich der an das Haus gestellten Anforderungen, die Schule durch Ansicht der censirten Arbeiten 2c. zu unterstützen, nicht nur nicht anerkannt, sondern häufig sogar übel genommen werden.

Ferien; ganze und halbe freie Tage.

Weihnachtsferien: Vom 24. December bis 2. Januar incl.

Osterferien: Vom 24. März bis zum 11. April excl.

Pfingstferien: Vom 14. bis zum 22. Mai.

Herbstferien: Vom 31. August bis zum 7. October excl.

Außerdem waren frei: Dienstag d. 20. October wegen der Wahl der Wahlmänner, Dienstag d. 22. März, als Königs-Geburtstag, Montag d. 9. Mai wegen der Firmung der katholischen Schüler, Dienstag d. 16. August wegen der Abiturientenprüfung der Provinzial-Gewerbeschule. Halbe freie Tage waren: Der Morgen des 2. Novembers, des Allerseelen-Festes wegen, der Nachmittag des 28. Januars, des Carlstages, der Nachmittag des 9. und der Vormittag des 10. Augusts, wegen der Abiturientenprüfung.

Abiturientenprüfung.

Die diesjährige Abiturientenprüfung fand Dienstag den 9. August unter dem Vorsitz des Königl. Kommissarius Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schulrathes Herrn Dr. Landfermann Statt. Es wurde den drei Abiturienten das Zeugniß der Reife ertheilt, und zwar dem F. W. Schwartz mit dem Prädikat gut bestanden, den beiden andern, Alfred von Forckenbeck und Adolph Stölting, mit dem Prädikat genügend bestanden. Die beiden ersteren werden sich dem Militairstande, der letztere dem Baufache widmen.

Frequenz-Uebersicht.

Die Anstalt wurde im Laufe des Schuljahres von 280 Schülern besucht, darunter befanden sich 96 neu aufgenommene (85 im Winter, 11 im Sommer). Nach den Klassen vertheilten sich dieselben so: es waren in VI. 72 Schüler, in V. 48, in IV. 40, in III. 54, in II. 61, in I. 5; nach den Confessionen: 190 Katholiken, 78 Evangelische, 12 Israeliten; es gehörten 201 Schüler Aachen und seinem Weichbilde an, 79 waren auswärtige, incl. 33 aus Burtscheid und 5 Ausländer.

Vermehrung des Lehrapparats und der Bibliothek; Geschenke für dieselben.

Das physikalische Kabinet wurde durch eine Completirung namentlich des akustischen Apparats erweitert; so wurden von Ferd. Lange in Berlin ein zu akustischen Versuchen eingerichtetes Gebläse, fünf Lippen- und zwei Zungenpfeifen verschiedener Construction, ein Apparat zur Darstellung der Klangfiguren (Platten von Glas, Messing, Holz in verschiedenen Formen), ein Apparat zur Demonstration der Interferenz der Schallwellen (zusammen à 65 Thlr. 20 Sgr.) bezogen. Ferner wurde ein Tausendgranfläschchen und ein Minimumthermometer angeschafft. Die der Reparatur dringend bedürftige Scheiben-Elektrisirmaschine wurde nach dem Winter'schen Systeme vollständig umgearbeitet und in einzelnen Theilen ergänzt, auch mehre Verstärkungsflaschen erneut.

Für das chemische Laboratorium wurde ein Kipp'scher Schwefelwasserstoff-Apparat und ein Gasentwickelungs-Apparat nach Mohr angeschafft und das Material an Flaschen, Gläsern, Kolben, Röhren ꝛc. ergänzt und vermehrt.

Die Fonds für die Lehrer- und Schülerbibliothek wurden zu einem großen Theile zum Einbinden einer bedeutenden Zahl früher angeschaffter Bücher verbraucht. Außer den Fortsetzungen mehrerer periodisch oder in Lieferungen erscheinender Werke wurde die Schülerbibliothek durch folgende Werke vermehrt: Illustrirte Bilder aus Oesterreich und aus Ungarn, illustrirtes Seemannsbuch, Simrock's Lieder vom deutschen Vaterlande; Bötticher's architektonische Formschule; Hermes, Unsere Muttersprache; Pröhle's deutsche Sagen; Siebelis Tirocinium poeticum; v. Barchmin's Wanderung durch die Schlachtfelder. Andere Anschaffungen: Petermann's Mittheilungen; Niehaus, Verhalten zwischen Kaiserthum und Papstthum; Waitz' deutsche Verfassungsgeschichte und dessen Altes Recht der salischen Franken. Le Huërou, Histoire des institutions Carolingiennes; Reymann v. Oesfeld, topographische Spezialkarte von Deutschland; Lübke, Geschichte der Plastik; Keller's Preußischer Staat; Stölzel's Metallurgie; Schmid's Lehrbuch der Meteorologie nebst Atlas; Sepp's Jerusalem; Ennen's Geschichte der Stadt Köln; Wüllner's Experimentalphysik; Bibliotheca Entomologica ed. Hagen; Mätzner, englische Sprachlehre; Hefele's Conciliengeschichte; Schmid's Encyclopädie des Erziehungs- und Unterrichtswesens; Mauch und Lohde, die architectonische Ordnung der Griechen und Römer; Frick's physikalische Technik; Ennen und Eckertz' Quellen zur Geschichte der Stadt Köln; Der Kronleuchter des Münsters von Bock; Malpighi Opera; Oeuvres de Rabelais ed. Esmangart und Johanneau, 9 Bde.; Nettesheim, Geschichte der Stadt und des Amtes Geldern.

Geschenke für den Lehrapparat der Schule: Der 8. Band von Förster's Denkmalen deutscher Baukunst, Bildnerei und Malerei, das 4. Heft der Denkmale der Baukunst in Preußen, von v. Quast, beide Werke von dem Herrn Cultusminister; von Herrn v. Kösteritz ein dreiseitiges Glasprisma, von der Buchhandlung E. A. Seemann in Leipzig Dietzel's Leitfaden für den Unterricht im technischen Zeichnen, von der Weidmann'schen Buchhandlung ein Exemplar von Gandtner und Junghaus' Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie, von dem ausgetretenen Secundaner August Reuters die Sammlung mathematischer Tafeln von Hüllsse. Durch Vermittelung der hiesigen Königlichen Polizei-Direction erhielt die Schule zur Ausschmückung eines Klassenzimmers die Portraits Ihrer Majestäten des Königs und der Königin.

Beim Austritt von Schülern erhielt die Direction zu Verwendungen im Interesse der Anstalt folgende Geldgeschenke: 6 Thaler von dem Ober-Secundaner Julius Pastor, 30 Thaler von dem Abiturienten Arthur Suermondt, 20 Franken von dem Ober-Secundaner Rob. Wetzlar, 1 Friedrich'sd'or vom Secundaner Alb. Offermann, 10 Thlr. von dem Secundaner Carl Delius, 2 Friedrich'sd'or von dem Secundaner Oscar Mees, 20 Franken von dem Secundaner Vict. Bissot, je 5 Thaler von den Secundanern Joseph Vigier, Gustav Stölting, Leo Massion, 1 Friedrich'sd'or von dem Ober-Secundaner Albert Pastor, 20 Franken von dem Secundaner Carl Giesen, 15 Thlr. 20 Sgr. von dem Ober-Secundaner Bernh. Scheibler, 5 Thlr. von dem Abiturienten Alfred v. Forckenbeck, 100 Thlr. von dem Ober-Secundaner James Cockerill. Letztere Summe wurde in der hiesigen Sparkasse deponirt, um aus den Zinsen derselben und anderer zu sammelnder Fonds hülfsbedürftige brave und talentvolle Realschüler zu unterstützen. Möchten recht viele hochherzige Freunde und Gönner der Realschule durch Schenkungen und

Stiftungen zur Förderung dieses Zweckes beitragen! Den herzlichsten Dank allen Gebern! Die aus den Beiträgen der Schüler angeschaffte, von dem hiesigen Maler Herrn Thomas gemalte neue Schulfahne stellt Carl den Großen in dem Krönungsornate der deutschen Könige dar.

Herbstferien. Ascensus- und Aufnahmeprüfung. Anmeldung neuer Schüler.

Die Herbstferien dauern vom 31. August bis zum 4. October einschließlich. Die alten zu prüfenden sowie die neu angemeldeten Schüler stellen sich am Mittwoch, den 5. October, Morgens um 8 Uhr, im Schullokale zur Prüfung ein.

Der regelmäßige Schulunterricht beginnt Freitag den 7. October. Die Anmeldung der neuen Schüler geschieht in der Wohnung des Directors, Klosterplatz Nro. 11, vom 1. October bis zum 4.

Die Eltern, welche wünschen, daß ihre Söhne ihre Ferien- und Prüfungsarbeiten während der Ferien unter Aufsicht machen, mögen sich an den Lehrer Kaltenbach wenden.

Sonntag, den 28. August.

Schlußgottesdienst in St. Foilan.

Morgens Messe und Communion, Nachmittags Predigt und Te Deum.

Oeffentliche Prüfung

im Klassenzimmer der Sexta.

Montag, den 29. August,

Vormittags von 7—1 Uhr.

Prima:	Englisch, der Director. Geschichte, Oberlehrer Haagen.	Secunda:	Latein, Cäsar, Oberlehrer Bohlen. Physik und Chemie, Oberlehrer Dr. Sieberger.
Tertia:	Englisch, Dr. Rovenhagen. Mathematik, Dr. Lieck.	Quarta:	Französisch, Raßmann. Geschichte, Oberlehrer Professor Dr. Förster.

Nachmittags von 3—6 Uhr.

Quinta:	Deutsch, Kaltenbach. Naturgeschichte, Oberlehrer Professor Dr. Förster.	Sexta:	Latein, Dr. Rovenhagen. Geographie, Kaltenbach.

Dienstag, den 30. August.

Schlußfeier

in der Aula, Nachmittags 3 Uhr.

I. Gesang: Wanderlust, von Abt.

J. Schiffner, VI.: Der Stelzfuß, von Langbein.

P. Riesenbürger, VI: Der Holzhacker, von Nister.
H. Steinecke, VI: Die Kinder im Walde, von Houwald.
J. Förster, VI.: Die Kinder im Walde, von Pocci.
J. Lieck, V.: Die Türkenpfeife, von Pfeffel.
W. Heller, V.: Columbus, von L. Brachmann.
A. Moringen, V.: Der Zürcher Breitopf, von Langbein.
II. Gesang: An den Mond, von E. Voigt.
H. Schmelcher, V.: Le Gland et la Citrouille, von Lafontaine.
H. Salomon, V.: Der Peter in der Fremde, von Eberhard.
A. Vigier, V.: Le Nid, von Souvestre.
R. Schwan, IV.: Sehnsucht, von Schiller.
G. Lebioda, IV.: Le Gladiateur Romain, von Chénedollé.
H. Kleinschmit, IV.: Des Sängers Fluch, von Uhland.
C. Darius, IV.: Le Soleil de ma Bretagne, von Lemoine.
J. Cüpper, IV.: Der Glockenguß zu Breslau, von W. Müller.
III. Gesang: Abendlied, von Beethoven.
G. Benrath, III.: Forget not the Field, von Th. Moore.
H. Vilvoye, III.: Der Taucher, von Schiller.
M. Speer, III.: The Council of Horses, von Gay.
E. Levy, III.: Der Blumen Rache, von Freiligrath.
L. Pastor, III.: Les Animaux malades de la Peste, von Lafontaine.
K. Bolze, III.: Otto I. und Heinrich, von Mühler.
Fr. Wenigmann, III.: Ranae regem petentes, von Phädrus.
IV. Gesang: Wie die Lerche möcht' ich singen, von Abt.
A. Kleinschmit, II.: Den schlechten Mann muß man verachten,
Der nie bedacht, was er vollbringt! (Eigene Arbeit.)
E. Riepe, II.: A Scene from Shakspeare's King Rich. III. (IV, 4).
L. Immelen, II.: Consolation, von Lamartine.
A. von Forckenbeck, I.: On the Importance of the Crusades. (Eigene Arbeit.)
Fr. W. Schwartz, I.: Le Savoir devient une Puissance. (Eigene Arbeit.)
Ad. Stölting, I.: Woraus erklärt sich die Anhänglichkeit des Menschen an die Heimath?
(Eigene Arbeit, als Abiturienten-Abschiedswort.)
Entlassung der Abiturienten.
Gesang: Dem Herrn sei Lob und Ehr! von Möhring.

Fig. VII.

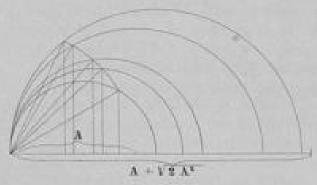


Fig. IV.

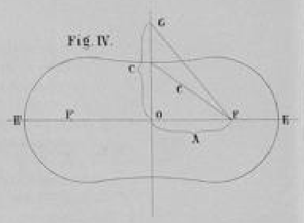


Fig. V.

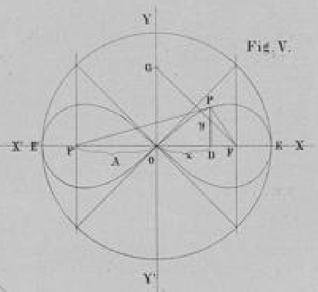


Fig. II.

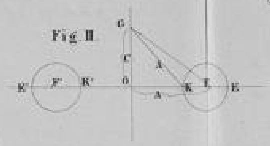


Fig. VIII.

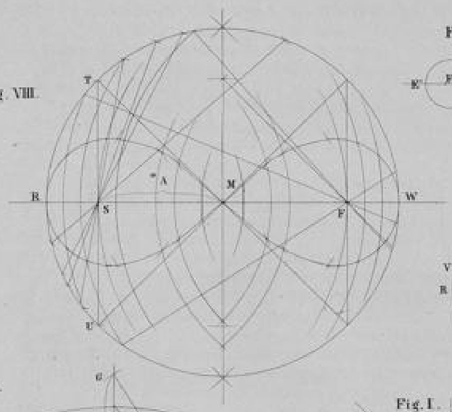


Fig. II.(b)

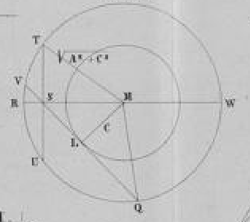


Fig. IX.

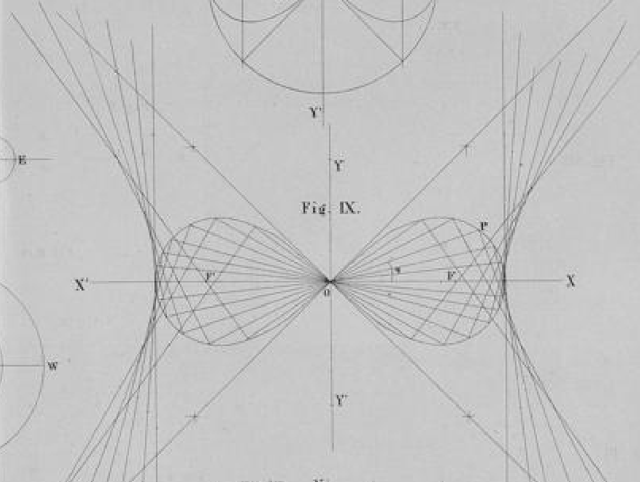


Fig. III.

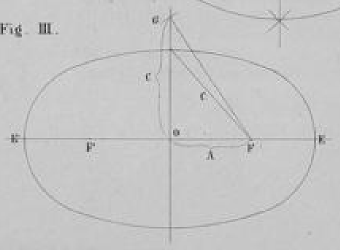


Fig. I.

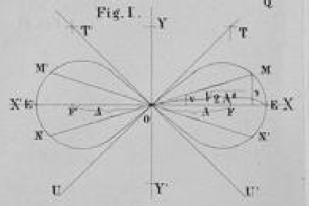
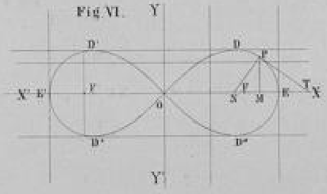


Fig. VI.



Lith. v. M. Lambrie