§ 1.

Das Dipleidoskop besteht im Wesentlichen aus einem Prisma, gebildet von dreien ebenen (rechteckigen) Glasplatten, von welchen zwei mit Folie belegt, die dritte aber nicht belegt ist; die beiden Flächen an jeder Glasplatte sind unter sich parallel. Ueber die Art ihrer Zusammenfügung und die weitere Einrichtung des Instrumentes werden wir später sprechen; hier machen wir die Annahme, dass die letztere Bedingung erfüllt und das Prisma ein vollkommenes, oder seine drei Kanten parallel seien. Wir werden das nicht belegte Glas das Parallel- oder Vorderglas, die beiden andern aber die Spiegel nennen, unter der Grundfläche des Prismas eine Ebene verstehen, welche auf der Kante der Spiegel senkrecht ist und unter dem Winkel des Prismas den Neigungswinkel der Spiegel.

Die Haupterscheinung, welche ein solches Prisma bietet, ist folgende. Wenn das Parallelglas gegen einen leuchtenden Punkt gerichtet ist, so nimmt das Auge bei gehöriger Lage im Allgemeinen zwei Bilder wahr, dreht man nun das Prisma, so verändern diese Bilder ihre Lage, indem sie sich entweder nähern oder von einander entfernen, und im ersten Falle sieht man bei einer gewissen Stellung des Instrumentes nur Ein Bild. Dasselbe tritt natürlich ein, wenn der leuchtende Punkt sich um das Prisma in entgegengesetzter Richtung bewegt und man begreift bereits, dass die Erscheinung des Zusammenfallens der Bilder zur Ermittelung der Lage des Punktes sich werde benutzen lassen.

§ 2.

Um eine klare Einsicht in den Hergang dieser und der übrigen Erscheinungen, welche das Prisma bietet, zu gewinnen, bedarf man der Kenntniss folgenden physikalischen Gesetzes:

„Fällt ein Lichtstrahl auf eine spiegelnde Fläche, so wird stets wenigstens ein Theil desselben gewissermassen zurückgeworfen (reflektirt) und zwar so, dass der Winkel, welchen der zurückgeworfene Strahl mit der auf der Spiegelfläche in dem Auffallspunkte errichteten Senkrechten (dem Einfallslothe) bildet, dem Winkel des auffallenden Strahles mit derselben Senkrechten (Einfallswinkel) gleich ist und die beiden Strahlen mit dem Einfallslothe in derselben Ebene liegen. Ein anderer Theil dringt (beim Uebergang aus Luft in Glas immer) ins Innere ein, doch im Allgemeinen nicht in der Richtung des auffallenden Strahls; er bleibt zwar mit diesem und dem Einfallslothe in derselben Ebene, wird aber von seinem Wege so abgelenkt (gebrochen), dass das Verhältniss der Sinus des Einfallswinkels und Brechungswinkels (Winkels des gebrochenen Strahles mit dem Einfallslothe) ein unveränderliches ist. Eine Folge davon ist, dass, wenn ein Strahl durch eine Glasplatte mit parallelen Flächen dringt, der ausfahrende Strahl mit dem ursprünglich einfallenden dieselbe Richtung hat.

§ 3.

Dem ersten Theile des erwähnten Gesetzes lässt sich folgende Verallgemeinerung geben:

„Der Neigungswinkel des zurückgeworfenen Strahles gegen eine beliebige durch das Einfallsloth gelegte Ebene ist stets dem Neigungswinkel des einfallenden Strahles gegen dieselbe Ebene gleich.“

Es sei (Fig. 1) PO das Einfallsloth im Punkte O einer spiegelnden Fläche, SO der auffallende, S′O der zurückgeworfene Strahl. Eine in P auf PO errichtete Senkrechte treffe die Strahlen in S und S′, ferner seien s, s′ die Projectionen von S, S′ auf eine durch PO gehende beliebige Ebene, so liegen bekanntlich die Punkte s, P, s′ in Einer, auf PO senkrecht stehenden Geraden und SOs, S′Os′ sind die Neigungswinkel der Strahlen gegen diese Ebene. Nun ist, weil W. SOP = W. S′OP (§ 2), PS = PS′, ferner W. SsP = S′s′P = 90^0 und W. SPs = W. S′Ps′, also $\triangle$ SPs $\cong$ S′Ps′, daher Ss = S′s′, mithin sind auch die bei s, s′ rechtwinkligen Dreiecke SsO, S′s′O deckend, folglich W. SOs = S′Os′.

Es ergibt sich hieraus sofort, dass wenn ein und derselbe Lichtstrahl von beliebig vielen ebenen Gläsern beliebig oft reflektirt wird, welche sämmtlich auf Einer Ebene senkrecht sind, der Neigungswinkel des Strahles gegen diese Ebene bei allen Reflexionen stets unverändert bleibt, indem sich alsdann durch sämmtliche Einfallslothe Ebenen legen lassen, welche jener parallel sind. In diesem Falle hat man demnach, um die Richtung des Strahles jeden Augenblick angeben zu können, nur die Projektion desselben auf der Grundfläche zu verfolgen.

Anmerkg. Der zweite Theil des obigen Gesetzes würde in grösserer Allgemeinheit so lauten: „Der Sinus des Neigungswinkels des gebrochenen Strahles gegen eine beliebige durch das Einfallsloth gelegte Ebene hat zum Sinus des Neigungswinkels des auffallenden Strahles gegen dieselbe Ebene stets ein unveränderliches Verhältniss.“ Der Beweis ist ganz analog dem obigen. Es folgt hieraus u. a. in Gemeinschaft mit dem obigen Satze, dass wenn ein Strahl in irgend ein solides (vollkommenes) Glasprima dringt, er stets, welche Reflexionen er auch im Innern an den Seitenflächen erlitten haben möge, unter einem Winkel gegen die Grundfläche austritt, gleich dem Winkel des auffallenden Strahles mit dieser Fläche.

§ 4.

Fällt nun ein Lichtstrahl auf das Parallelglas des Prismas, so wird nach § 2. ein Theil desselben reflektirt, der andere dringt, nachdem er durch das Parallelglas gegangen, in derselben Richtung in's Innere, fällt dann auf einen der Spiegel, den wir den ersten nennen wollen, wird hier wieder reflektirt und entweder nach dem Parallelglas zurückgeworfen, oder er fällt auf den zweiten Spiegel, wird wieder von diesem zurückgeworfen und trifft nun wieder entweder den ersten Spiegel, darauf den zweiten und sofort, oder er trifft das Parallelglas und dabei geht ein Theil desselben hindurch, während der andere in's Innere des Prismas zurückgeworfen und hier wieder von den Spiegeln reflektirt wird. Welcher von diesen Fällen eintritt, ist von dem Winkel des Prismas und dem Auffallswinkel des Strahles abhängig. Hier betrachten wir zunächst den Fall, wo der eintretende Strahl vom ersten Spiegel auf den zweiten und von diesem nach dem Parallelglase reflektirt wird und werden den an der Vorderseite des Parallelglases reflektirten Strahl den unmittelbar, dagegen den nach doppelter Reflexion austretenden den doppelt reflektirten Strahl nennen.

Nehmen wir nun an, ein leuchtender Punkt habe eine solche Entfernung vom Prisma, dass die von demselben ausgehenden, auf das Parallelglas fallenden Strahlen als untereinander parallel betrachtet werden können. BAC (Fig. 2) sei die Grundfläche des Prismas, gelegt durch den Punkt E, in welchem einer der Strahlen das Parallelglas BC trifft, also A der Winkel des Prismas; ferner sei AB die erste, AC die zweite Spiegelfläche, DEFGHI der Weg, welchen die Projektion des Strahles auf seinem Gange durch's Prisma durchläuft und ER die Projektion des an der Vorderfläche zurückgeworfenen Strahles. Mit α bezeichnen wir den Winkel der Verlängerung EF von DE gegen denjenigen Theil BE des Parallelglases, der an die erste Spiegelfläche stösst, also auch (§ 2) den W. REB, mit γ den W. EFB$=$GFA, mit β den W. FGA$=$CGH, endlich mit α_1 den W. CHG$=$IHB, oder den Winkel des aus dem Parallelglase heraustretenden Strahles gegen das an den ersten Spiegel stossende Stück desselben.

Alsdann ist

$$\begin{aligned} \alpha + \gamma + B &= 2\,R \\ 2\,R &= \beta + \gamma + A \\ \beta + \alpha_1 + C &= 2\,R \\ 2\,R &= A + B + C \end{aligned}$$

mithin, wenn man diese Gleichungen addirt und reduzirt,

$$\alpha + \alpha_1 = 2\,A.$$

Ist daher $\alpha = A \pm \delta$, so ist $\alpha_1 = A \mp \delta$ und wenn $\alpha = A$, so ist auch $\alpha_1 = A$. Die Winkel α, α_1 geben aber offenbar die Neigungswinkel der durch DE resp. RE und IH gehenden Projektionsebenen gegen das Parallelglas an. Ist daher $\alpha = A$, so liegen der ausfahrende Strahl und der unmittelbar reflektirte stets in parallelen Ebenen, und da der Neigungswinkel des Strahles auf seinem Gange durch das Prisma gegen die Grundfläche unverändert geblieben ist (§ 3.), so sind also auch die genannten Strahlen selbst parallel. Mit dem bei E unmittelbar reflektirten fällt mithin ein von einem benachbarten Strahle (dessen Projektion Fig. 3 mit d e bezeichnet ist) herrührender, doppelt reflektirter zusammen und das Auge erhält daher von dem leuchtenden Punkte nur Ein Bild. Ist aber $\alpha \lessgtr A$, so sind jene Projektionsebenen nicht parallel und da die beiden Strahlen wieder gleiche Neigungswinkel gegen die Grundfläche haben, so haben diese nun nothwendig eine verschiedene Richtung. Befindet sich das Auge in gehöriger Richtung nahe genug beim Prisma oder ist δ nicht zu gross, so empfängt dasselbe also nun mit dem bei E zurückgeworfenen Strahle E V (Fig. 4) im Allgemeinen einen mit demselben in E konvergirenden E W, welcher ein dort austretender doppelt reflektirter ist. Es nimmt zwei Bilder wahr, das eine in der Richtung V E, das andere in der Richtung W E, beide in derselben Höhe (unter demselben Neigungswinkel) über der Grundfläche, in welcher die Strahlen auf das Parallelglas fallen. Ist der leuchtende Punkt ein Stern und bleibt das Prisma unveränderlich in seiner Lage, so verändert sich (mit Ausnahme des Falles, wo die Kanten des Prismas der Ebene seines Parallelkreises gleichlaufend sind) bei der Bewegung des Sterns um den Pol der Neigungswinkel seiner Projektionsebene fortwährend. So oft er in die Projektionsebene tritt, welche mit dem Parallelglas den Winkel des Prismas A bildet, gleichviel in welchem Punkte es geschieht, erscheint nur Ein Bild, vor oder nach diesem Augenblicke aber sieht man deren zwei. Nennen wir jene Ebene dieser Eigenschaft willen die Deckungsebene. Sie hat bei einer bestimmten Stellung des Prismas eine durchaus bestimmte Lage. Umgekehrt gäbe eine Reihe von leuchtenden Punkten, welche in gerader Linie oder in Einer Ebene liegen, nur einfache Bilder, so müsste die Deckungsebene durch alle diese Punkte gehen; lägen sie in derselben Vertikal-Ebene oder Vertikal-Linie, so würde in diesem Falle die Deckungsebene mithin eine vertikale sein. (Vergl. § 9 u. 10.) Die Deckung der Bilder eines Sternes würde alsdann den Moment bezeichnen, wo das Azimuth desselben ein bestimmtes dem Azimuthe der Deckungsebene gleiches wäre, und wäre dieses Null oder 180°, die Deckungsebene mithin im Meridian, so würde dieses Ereigniss den Eintritt des Sterns in denselben oder die Zeit seiner Kulmination angeben.

§ 5.

Wir haben eben angenommen, der Strahl dringe nach zweimaliger Reflexion durch das Parallelglas. Nach § 2 aber wird ein Theil desselben nach innen geworfen, und im Allgemeinen von den beiden Spiegeln wieder reflektirt, um nochmals das Parallelglas zu treffen, wo alsdann ein Theil durchgeht, ein anderer wieder in's Innere geworfen wird. Sehen wir nun, unter welchen Winkeln diese Strahlen aus dem Parallelglas austreten. Der in der Projektion unter dem W. α_1 (Fig. 3) abspringende Strahl kann als ein unter demselben Winkel eintretender betrachtet werden, und bezeichnete man mit γ_1, B_1, α_2 die Winkel desselben an den Flächen AB, AC, CB, so würde man offenbar zwischen diesen Grössen und den Winkeln A, B, C dieselben Gleichungen wie oben erhalten, mithin auch

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2\,A.$$

Es ist aber $\alpha + \alpha_1 = 2\,A$, mithin stets $\alpha_2 = \alpha_1$, d. h. wie viele Reflexionen auch in erwähnter Weise im Innern erfolgen mögen, der Strahl kann in seiner Projektion nur unter dem W. $2\,A - \alpha$ austreten, oder die an den Spiegeln zweifach, vierfach u. s. w. reflektirten Strahlen treten sämmtlich parallel aus. Sie bedingen also nur ein einziges Bild, welches im Allgemeinen von dem von unmittelbarer Reflexion herrührenden verschieden sein wird, mit diesem aber zusammenfällt, wenn $\alpha = A$ oder der leuchtende Punkt in der Deckungsebene sich befindet.

§ 6.

Im Vorigen haben wir stillschweigend angenommen, dass die auf den ersten Spiegel auffallenden Strahlen auf den zweiten und von dort auf das Parallelglas reflektirt würden. Die Gleichung $\alpha = A$ zeigte sich dann nothwendig zur Deckung. Es frägt sich aber, ist, wenn diese Bedingung erfüllt wird, bei beliebiger Gestalt des Prismas ein doppelt reflektirtes Bild möglich, welches mit dem unmittelbar reflektirten zusammenfällt? Da $\alpha = A$, so ist $\gamma = C$ und $A + \gamma = A + C$. Ist nun $A \angle 90^0$, so würde, wenn $C \overline{\gtrless} 90^0$ wäre, der Strahl nicht nach dem zweiten, sondern nach dem Parallelglas zurückgeworfen. Wäre aber B $\geqq 90^0$,*) so wäre $A + \gamma = A + C \leqq 90^0$ mithin würde er in dem Falle vom zweiten Spiegel nicht nach dem Parallelglase, sondern wieder nach dem ersten Spiegel reflektirt. Keiner der Winkel B oder C darf daher $\geqq 90^0$ sein.

Aber wenn auch diese Bedingung erfüllt ist, so ist doch die Gestalt des Prismas keineswegs übrigens gleichgültig. Es bleibt zu ermitteln, welche die zweckmässigste sei, und welche Verluste bei den verschiedenen Formen stattfinden. Nehmen wir zunächst an, A sei der kleinste unter den drei Winkeln, und $B > C$, so ist entweder AB oder AC der erste Spiegel. In beiden Fällen legen wir in B und C an BC die W. DBC und ECB = W. A an, deren Schenkel BD, CE die Gegenseiten AC, AB in D, E begegnen, machen W. ABF, dessen Schenkel BF die Seite AC in F schneidet, = W. C, ziehen $DG \parallel BF$, ferner $FH \parallel BD$ und verbinden G mit H. In Fig. 5, wo AC der erste Spiegel ist, ist dann BD der äusserste eintretende Strahl; er wird da W. AFB = W. B, W. BDC = W. B und $DG \parallel BF$ ist, nach G reflektirt.

$$\text{Nun ist } \frac{DF}{BG} = \frac{AF}{AB} = \frac{CB}{CE}$$

$$\text{und } \frac{DF}{BH} = \frac{DC}{CB} = \frac{EB}{CE},$$

$$\text{also } \frac{BH}{BG} = \frac{CB}{BE}, \text{ mithin } GH \parallel EC,$$

oder W. BGH = W. BEC = W. C
und W. GHB = W. ECB = W. A.

---

*) In diesem Falle gibt es Strahlen, welche, nachdem sie zweimal von BA und AC reflektirt worden, zum Parallelglase zurückgelangen und man findet aus ähnlichen Betrachtungen, wie oben und § 4, dass auch für sie eine konstante Relation, nämlich $\alpha + \alpha_1 = 4$ A stattfindet, die Annahme $\alpha = \alpha_1 = 2$ A aber mit der Bedingungsgleichung, damit der Strahl in gedachter Weise reflektirt werde und der Annahme B $\geqq 90^0$ nicht vereinbar sein würde, der vierfach reflektirte austretende Strahl also mit dem unmittelbar reflektirten nicht parallel werden kann.

Folglich ist G H der äusserste doppelt reflektirte Strahl. Da nun W. HFC = W. BDC = W. B = W. BFA ist, so wird der eintretende Strahl HF nach B reflektirt. Alle Strahlen, welche zwischen H und C unter dem W. A eintreten, treffen nicht auf AB, sondern unmittelbar das Parallelglas. Es treten nur zwischen B und H doppelt reflektirte Strahlen unter dem W. A gegen das an den ersten Spiegel stossende Stück von BC aus; also ist nur das Stück BH brauchbar, und man erkennt sofort, dass der Verlust auf AC = AD + CF und auf AB gleich AG ist. Man überzeugt sich auf dieselbe Weise, dass, wenn AB oder der kleinere Spiegel der erste ist, CE der äusserste eintretende Strahl überhaupt wird, dass ferner nur die auf HB eintretenden, deren letzter HG ist, doppelt reflektirte unter W. A austretende Strahlen geben und die Verluste auf CB, AB, AC der Reihe nach wieder HC, AG, AD + CF sind. In beiden Fällen hat man:

1. $\frac{DC}{CB} = \frac{CB}{AC}$, also $AD = AC - DC = \frac{AC^2 - CB^2}{AC}$

2. $\frac{AF}{AB} = \frac{AB}{AC}$, also $CF = AC - AF = \frac{AC^2 - AB^2}{AC}$

3. $\frac{AG}{AD} = \frac{AC}{AB}$, also $AG = \frac{AC^2 - CB^2}{AB}$

4. $\frac{CH}{CF} = \frac{AC}{CB}$, also $CH = \frac{AC^2 - AB^2}{CB}$

Ist A nicht der kleinste Winkel, so werden von den unter W. A eintretenden Strahlen beide Spiegel getroffen. Trifft aber von zwei parallelen eintretenden Strahlen der eine zuerst z. B. AC, der andere zuerst AB und bildet der erste gegen das an AC liegende Stück von BC den W. α, so bildet der andere gegen das an AB stossende Stück von BC den W. $180 - \alpha$. Tritt nun der eine unter einem W. α_1 aus BC in Bezug auf AC, der andere unter einem W. α_2 aus BC in Bezug auf AC, also in Bezug auf AB unter dem W. $180 - \alpha_2$, so ist nach § 4 für den einen $\alpha + \alpha_1 = 2$ A, und für den andern

$$(180 - \alpha) + (180 - \alpha_2) = 2 \text{ A}.$$

Da aber im Allgemeinen $\alpha \lessgtr 180 - \alpha$, so ist $\alpha_1 \gtrless 180 - \alpha_2$ und die beiden Strahlen werden daher im Allgemeinen nicht parallel sein. Ist $\alpha = 90^0$, so ist stets $\alpha_1 = 180 - \alpha_2$, und nur in dem besondern Falle, dass zugleich $A = 90^0$ wäre, würde $\alpha_1 = \alpha_2$ sein. Auch bei einem rechtwinkligen Prisma würden daher von den vor oder nach dem Deckungsmomente eintretenden Strahlen nicht die auf AB und AC fallenden zugleich brauchbar sein. Zur Ermittelung der Verluste, wenn A nicht der kleinste Winkel ist, führt ganz dieselbe Konstruktion wie oben, auch sind die Ausdrücke dafür buchstäblich dieselben. Man hat nur zu beachten, dass, wenn A der grösste der Winkel ist, (Fig. 6 AG) auf der Verlängerung von AB liegend als Verlust fortfällt, gewissermassen ein imaginärer ist (in dem obigen Ausdrucke 3. ist der Werth dann negativ) und besonders, dass nun nicht bloss der Theil CH des Parallelglases, sondern auch BK, welchen man erhält, wenn AK || FH gezogen wird, unbrauchbar ist. Es ist aber

$$5.\quad \frac{BK}{AD} = \frac{CK}{CA} = \frac{CA}{CB}, \text{ also } BK = \frac{AC^2 - CB^2}{CB}$$

Ist A nicht der grösste der Winkel, so erleidet das Parallelglas nur den Verlust CH, welcher $= 0$ wird, wenn $AC = AB$ ist, oder das Prisma ein gleichschenkliges ist, dessen Parallelglas kleiner als die Spiegel sind. Wäre aber das Parallelglas grösser als diese, so würde der Verlust BK auch beim gleichschenkligen fortbestehen, und um so grösser sein, je grösser diese Differenz wäre. Alle Verluste werden Null, wenn das Prisma ein gleichseitiges ist; nächst diesem ist das gleichschenklige Prisma, dessen Parallelglas kleiner als die Spiegel sind, das vortheilhafteste. Die erstere Form empfiehlt sich noch dadurch, dass, wie später erhellen wird, sich leicht bei derselben ein Fernrohr zum scharfen Beobachten anbringen lässt; die doppelt reflektirten Bilder erscheinen schon, wenn der Winkel α 30^0 überschreitet, sie nähren sich bis $\alpha = 60^0$, und nach der Deckung lässt sich das doppelt und unmittelbar reflektirte Bild verfolgen bis $\alpha = 90^0$ wird und nun Gegenstand und Auge auf derselben Seite der auf CB errichteten Senkrechten liegen.

§ 7.

Die Darstellung eines vollkommen gleichseitigen Prismas würde für die Technik grosse Schwierigkeiten bieten, es geht aber aus dem Vorigen hervor, dass, wenngleich diese Form die vortheilhafteste ist, sie doch nicht absolut nothwendig ist und eine kleine Abweichung von derselben dem Instrumente nicht seine Brauchbarkeit benimmt. Sind die Spiegel nur nahe gleich, so zeigt sich, wenn man das Instrument aus der Deckungslage so dreht, dass der Winkel fortwährend abnimmt, eine beachtenswerthe Erscheinung, auf welche Herr Professor Enke in den astron. Nachrichten Bd. XXII. S. 308 zuerst aufmerksam gemacht hat. Behält man nämlich das unmittelbar reflektirte Bild im Auge, so wird man, nachdem das doppelt reflektirte Bild bereits verschwunden ist, ein zweites neben jenem entdecken, welches bei fortgesetzter Drehung seine Lage nicht ändert. Ist der leuchtende Gegenstand besonders hell, etwa eine Flamme, welche hoch gestellt werden muss, um bequem beobachten zu können, so nimmt man noch mehre Bilder neben jenem wahr, welche ebenfalls ihre Entfernung nicht ändern. Der Grund dieser Erscheinung erhellet leicht in folgender Weise. Wird nämlich $\alpha \underline{\underline{\angle}}\ 90^0 - B$, so wird der Strahl MN Fig. 3 vom ersten Spiegel AB auf das Parallelglas zurückgeworfen, dann im Allgemeinen (nur wenn $2\,B + \alpha \underline{\underline{\angle}}\ 90^0$ wäre, würde er wieder nach AB geworfen, ein Fall, der hier, wo B nahe $= \frac{2}{3}$ R ist, nicht in Betracht kommt) auf den zweiten Spiegel und von diesem wieder auf das Parallelglas. Ist α der Winkel des eintretenden Strahles (§ 4), γ der (stumpfe) Reflexionswinkel an AB, α_1 der Reflexionswinkel am Parallelglase, β an AC, endlich α_2 der Winkel des aus BC nach dreimaliger Reflexion austretenden Strahles, so hat man

$$\alpha + \gamma + B = 2\,R$$
$$\alpha_1 + B = \gamma$$
$$2\,R = \alpha_1 + \beta + C$$
$$\beta = \alpha_2 + C,$$

mithin $\alpha - \alpha_2 = 2\,(C - B)$. I. Lässt man den unter α_2 auf das Parallelglas auffallenden, also von demselben auch unter α_2 reflektirten gewissermassen eintretenden Strahl den ähnlichen Weg im Prisma machen, so ergibt sich

$$\alpha_2 - \alpha_4 = 2\,(C - B) \qquad \text{II.}$$

mithin aus I und II

$$\alpha - \alpha_4 = 4\,(C - B)\ ,$$

und auf dieselbe Weise

$$\alpha - \alpha_6 = 6\,(C - B)$$

u. s. w. Diese Differenzen sind also sämmtlich konstant und nur = 0, wenn C = B ist. Dem Auge werden mithin, wenn es sich einmal in der Lage befindet, um ausser dem unmittelbar reflektirten die unter α_2, α_4, α_6 u. s. w. ausfahrenden Strahlen zu empfangen, und es dem erstern fortwährend folgt, bei Drehung des Prismas die anderen Bilder ebenfalls unbeweglich erscheinen.

§ 8.

Noch weniger als die Gestalt ist für Zeitbestimmungen die Lage des Prismas gleichgültig. Es kömmt hier darauf an, dass der Augenblick des Eintrittes in die Deckungsebene so genau als möglich beobachtet, resp. ermittelt werden könne, und diess wird um so besser gelingen, je grösser für eine bestimmte Zeit vor oder nach dem Eintritte des Gestirns in dieselbe, also eine gegebene Veränderung seines Stundenwinkels die Verrückung der Bilder ist. Nehmen wir nun an, die Deckungsebene des Prismas stehe im Meridian, so können seine Kanten entweder der Weltaxe, seine Grundfläche also dem Aequator parallel sein, oder nicht. Im ersten Falle ist die Ebene des Parallelkreises, welchen das Gestirn beschreibt, parallel der Grundfläche des Prismas und da nach §. 3 die Höhe seiner Bilder über der Grundfläche stets seiner eigenen Höhe über derselben gleich ist, so bewegen sich auch die beiden Bilder parallel der Grundfläche. Ist nun Beispiels halber A in Fig. 7. das Bild des Mittelpunktes der Sonne im Augenblicke, wo er in der Deckungsebene, also dem Meridian steht, und nehmen wir an, sie rücke auf ihrem Parallelkreise um einen Bogen gleich ihrem Halbmesser fort, so werden sich die Bilder des Mittelpunktes A parallel der Grundfläche um den Durchmesser BC nach Verlauf dieser Zeit verrückt haben und die Sonnenbilder sich in A nun berühren.

Steht dagegen die Deckungsebene zwar im Meridian, sind aber die Kanten nicht der Weltaxe parallel, so verändert sich die Höhe des Gestirns über der Grundfläche, also auch die Höhe der Bilder über derselben und die von den Bildern des Mittelpunktes beschriebenen Wege AB, AC werden einen Winkel einschliessen (Fig. 8.), der nicht $= 180^{\circ}$ ist. Nach gedachter Zeit ist ihr Abstand kleiner als der Durchmesser und die Sonnenbilder werden sich zum Theil noch decken. In der Regel dient das Instrument zu Beobachtungen im Meridian, und das Prisma ist auf einer Unterlage so fixirt, dass seine Kanten mit derselben einen Winkel bilden, welcher der Polhöhe gleich ist. Brächte man die Deckungsebene eines solchen Prismas in eine andere Vertical-Ebene, so würde das Gestirn wieder nicht parallel der Grundfläche des Prismas fortrücken und man begreift durch eine mit der obigen übereinstimmende Betrachtung, dass die Beobachtungen um so weniger Genauigkeit versprechen, je weiter man sich vom Meridian entfernt. Beiläufig mag bemerkt werden, dass zur Zeit der Nachtgleichen, da alsdann die Bewegung der Sonne am stärksten ist, unter übrigens gleichen Umständen die Beobachtungen am genausten sind.

§ 9.

Fig. 9 stellt eine Vorderansicht des Instrumentes in der Form dar, wie es in der Werkstätte von P i s t o r und M a r t i n s in Berlin angefertigt wird. a ist das Parallelglas des gleichseitigen Prismas, welches in einen messingenen Ring b fest eingefügt ist. Der Ring ist mittelst zweier Schräubchen auf einen Bleiblock c d e f, welcher an der Vorderfläche zu dem Ende eine kegelförmige, geschwärzte Vertiefung hat, aufgeschraubt. In der scharfen Kante c d des Blockes wird seine Vorderfläche von einer in der Fig. 10 im Durchschnitt sichtbaren, nach hinten gehenden Fläche (B) geschnitten, welche s e n k r e c h t auf der kreisförmigen, messingnen Platte g n h steht. Der Neigungswinkel der Vorderfläche (A Fig. 10) gegen diese Seitenfläche beträgt möglichst genau 60°, und der Neigungswinkel ihrer gemeinschaftlichen Kante c d gegen die Platte g n h ist gleich d e r P o l h ö h e. Die Platte ist auf einem cylinderförmigen bleiernen Untersatze p q drehbar, indem derselbe in der Mitte eine cylindrische Erhebung hat, welche in einen entsprechenden Ausschnitt der Platte passt. Die Grösse der Drehung lässt sich mittelst einer auf derselben angebrachten Theilung nebst Nonius, zwei Zeitsecunden im Azimuth angebend, abschätzen. In der drehbaren Platte sind zwei ringstückförmige Einschnitte i, bestimmt zur Aufnahme von Schrauben, doch so gross, dass sie bei aufsitzenden Schrauben eine kleine Drehung der Platte gestatten. Ihre vollkommene Feststellung geschieht mittelst zweier Stahlschrauben, welche auf einem von dem Untersatze hervorragenden senkrechten Messingplättchen einander gegenüber stehen und ein auf der Platte g n h senkrecht befestigtes Metallstückchen zwischen sich fassen. Durch den Untersatz gehen endlich zwei starke Schrauben zum Einlassen des Instrumentes in den Stein des Postamentes, wo man sie am besten in zwei mit Blei ausgefüllte Löcher gewaltsam hineinzwängt.

Zur Beobachtung bedient man sich entweder eines länglichen Glases, welches man mit Kienruss oder an der Lampe so geschwärzt hat, dass die Intensität der Schwärze von einem Ende zum andern allmälich abnimmt, um die für das Auge, je nach der Stärke des durchgehenden Lichtes passendste Stelle brauchen zu können, oder vortheilhafter eines kleinen Fernrohrs von vier- bis fünfmaliger Vergrösserung mit abschraubbarem, schwarzem Augenglase, das am Dipleidoskop selbst befestigt ist. Zu letzterm Zwecke (Fig. 10 stellt einen auf der Kante c d Fig. 9. senkrechten Durchschnitt des Instrumentes dar) geht von der Vorderfläche A oder c d e f eine Fläche C nach hinten, welche parallel der Fläche B ist, und C wird wieder von einer kleinen Seitenfläche D durchschnitten, so dass sie mit C einen Winkel von 120° oder mit der Vorderfläche von 60° bildet. An D ist der rechtwinklig gebogene Arm E F G angeschraubt, in welchen bei G rechtwinklig das Fernrohr einschraubbar ist. Letzteres hat mithin eine der ersten Spiegelfläche parallele Lage, wodurch das Auffinden der Bilder im Deckungsmomente und gleich vor und nach demselben ungemein erleichtert ist.

Das Parallelglas ist in den Ring b durch einen zweiten Ring eingefügt, und auf diesem innern ist auf beiden Seiten eine metallne rechteckige Platte m aufgeschraubt, von welcher ein Theil gegen den andern einen Winkel von 60° bildet. Gegen den einen Theil drückt die Schraube x eines übrigens abgesonderten, die Spiegel an den Enden umfassenden Metallstückes I, und dient dazu, die Spalte zwischen den Spiegeln zu vergrössern oder zu verengen und dadurch den Winkel des Prismas zu verändern. In einer der Spalte zunächstliegenden Ecke eines der Stücke I Fig. 10. a ist eine Oeffnung, um ein Schräubchen g frei hindurch gehen zu lassen, welches in die eine Schenkelplatte von m greift und unmittelbar gegen den Spiegel drückt. Es hat die wichtige Bestimmung, diese Ecke des Spiegels bei festsitzenden x mehr oder weniger der gegenüberstehenden Ecke des andern zu nähern und dadurch den Parallelismus der Spalte, resp. gemeinschaftlichen Kante der Spiegel, mit dem Parallelglase herbeizuführen. — Um dem Prisma in seinem Ringe b gegen den Block c d e f eine solche Lage zu geben, dass die Deckungsebene bei horizontalem Stande der Basis eine vertikale werde, sucht man zunächst durch Drehung des Ringes die Kante des Prismas der Kante c d also den dort zunächst liegenden Spiegel der Fläche B des Blockes möglichst parallel zu stellen; dann horizontirt man das Instrument mittelst einer Libelle und hängt in einiger Entfernung von demselben, dem Prisma gegenüber ein Loth auf, dessen unteres beschwertes Ende, um ein Schwanken durch den Einfluss von Luftströmungen zu verhindern, man in ein Gefäss mit Wasser tauchen lässt. Man beobachtet nun die beiden Bilder des Lothes und dreht den Ring in seinem Lager, bis dieselben ihrer ganzen Länge nach parallel sind und bei einer azimuthalen Drehung der Platte g n h sich parallel nähern, resp. zur Deckung kommen. Ist dieses erreicht, so hat das Prisma die gehörige Lage (vergl. § 4), man merkt sich auf dem Blocke die beiden Stellen, über welchen die zur Aufnahme der Befestigungsschrauben im Ringe zuvor gemachten Löcher stehen und schneidet hier nun die zugehörigen Schraubenmütter im Blocke ein. — Hätte das Parallelglas nicht vollkommen parallele Flächen oder wären die Spiegel nicht eben, so würden die Bilder nicht überall gleich deutlich und scharf begrenzt erscheinen; wäre aber die gemeinschaftliche Kante der Spiegel nicht parallel dem Parallelglase, also das Prisma eine abgestumpfte Pyramide, so könnten das unmittelbar und das doppelt reflektirte Bild eines Punktes nicht parallel sein und sich nimmer decken. Dieselben würden über statt durcheinander hergehen, indem es alsdann keine Ebene gäbe, welche auf den drei Kanten zugleich senkrecht wäre, die Bedingung $\alpha = A$ aber nur in diesem Falle zur Deckung ausreicht. Das Instrumentchen ist daher leicht in Bezug auf die einzigen wesentlichen Fehler, welche es haben kann, zu prüfen; man hat nur zuzusehen, ob die Bilder, z. B. der Sonne, überall scharf begrenzt erscheinen und ob dieselben, oder auch nur die eines leuchtenden Punktes, eines Sternes, zur vollkommenen Deckung sich bringen lassen. Ist das Letztere nicht der Fall, so muss man durch die Korrectionsschraube y dem Fehler abhelfen; der erstere Fehler aber macht das Prisma unbrauchbar.

§ 10.

Zur Aufstellung des Instrumentes wählt man entweder die steinerne Brüstung eines nach Süden gelegenen Fensters oder ein freistehendes solides Postament mit möglichst horizontaler Oberfläche. Nachdem man zum Schutze gegen die Witterung etc. eine Blechhaube, welche sich beim Beobachten zurückschlagen lässt, am Instrumente hat anbringen lassen, horizontirt man es auf dem Postamente, gibt also seiner Deckungsebene die erforderliche vertikale Lage, mit Hülfe eines Lothes auf die im vorigen § erörterte Weise, indem man, wenn die Bilder des Lothes nicht vollkommen parallel sein sollten, bevor man den untern Theil des Instrumentes fixirt, kleine Metallbleche an der einen oder andern Seite unterschiebt. Es erheischt diese Operation die grösste Vorsicht, da bei nicht vertikaler Stellung der Deckungsebene wegen der Verschiedenheit der Höhe, welche die Sonne in den verschiedenen Jahrszeiten erreicht, (vergl. § 4) sonst das Zusammenfallen der Bilder nicht mehr den Eintritt in dieselbe Vertikalebene resp. den Meridian angeben würde. — Ist ein Fernrohr am Instrumente angebracht, so hat das Auffinden der Bilder keine Schwierigkeit. Im andern Falle hält man nach Dents Vorschrift (Le Dipléidoscop. Paris chez Lerebours 1845.) in einer Entfernung von etwa zwei Fuss ein Blättchen Papier vor das Parallelglas, so natürlich, dass die Sonnenstrahlen dadurch nicht von demselben abgehalten werden, und beobachtet mittelst des geschwärzten Glases die Sonnenbilder auf dem Papier. Dieselben werden sich bei Drehung des Instrumentchens bald nähern, decken, dann auseinandertreten, und wenn nun in entgegengesetztem Sinne gedreht wird, wieder sich nähern, decken und auseinandertreten, kurz die § 1. bemerkte Erscheinung bieten. Man erlangt so leicht die nöthige Uebung, um die Bilder rasch auffinden und das Instrument im richtigen Augenblick im Meridian fixiren zu können. Das Aufstellen im Meridian wird bei der Pistorschen Einrichtung durch die vertikale Fläche c d (B) erleichtert, indem beim Durchgang der Sonne durch denselben der Schatten, den diese der Deckungsebene nahe parallele Fläche wirft, eben wegfallen wird, wenn jene mit dem Meridian übereinstimmt. Ist man nun mit einer guten Tertienuhr oder einem Chronometer versehen, dessen Gang und Stand in mittlerer Zeit man kennt, so ergibt sich aus der Länge des Ortes mit Hülfe der Ephemeriden die mittlere Zeit des wahren Mittags an dem Tage der Beobachtung, und man braucht nur durch leises vorsichtiges Drehen des Instrumentes zu bewirken, dass das Zusammenfallen der Bilder in dem Augenblicke des wahren Mittags stattfinde, an der Theilung den Stand der drehbaren Platte g n h sich zu merken und zuzusehen, ob an einigen folgenden Tagen das Zusammenfallen der Bilder, also der Eintritt in die Deckungsebene des Instrumentes, übereinstimmend mit der durch das Chronometer angezeigten Zeit stattfinde. In diesem Falle wird die Platte g n h und mit ihr das Prisma durch die beiden Stahlschräubchen, welche an dem von dem Untersatze p q hervorragenden Plättchen sich befinden (§. 9) nun vollends festgesetzt. Widrigen Falls müsste die Platte vorher leise noch nach Osten oder Westen gedreht werden, je nachdem das Zusammenfallen der Bilder später oder früher als der durch das Chronometer gefundene wahre Mittag statt findet.

Wäre ein äusseres Hinderniss vorhanden, um das Instrumentchen an dem ausgewählten Orte in den Meridian zu stellen, so würde sich dasselbe gleichwohl noch zur Zeitbestimmung gebrauchen lassen; nur hat man für die Deckungsebene keinen Vertikal zu wählen, welcher sich bedeutend vom Meridian entfernt (S. § 8). Die für den Fall zur Bestimmung der Zeit erforderlichen Formeln finden sich in den astron. Nachrichten Bd. XXII. S. 271 von Herrn Direktor Littrow mitgetheilt.

§ 11.

Bei den Beobachtungen hat man sich wo möglich nicht bloss die Zeit des Chronometers zu bemerken, wann die Sonnenbilder sich decken, sondern auch die beiden Momente, 1. wann ihre Ränder zur Berührung kommen und 2. wann die Bilder bis zur nochmaligen Berührung übereinandergegangen sind. Der dritte Theil der Summe der drei Zeiten gibt alsdann die Zeit der Culmination des Mittelpunktes, auch können diese Zeiten zur gegenseitigen Controlle dienen. Der Beobachtungsfehler, wenn man beide Ränder beobachten kann, übersteigt nicht leicht ¼ Sec. Hinderten Wolken, dass man nur die erste oder letzte Beobachtung machen könnte, so würde man die Zeit, welche der Halbmesser der Sonne zum Durchgang durch den Meridian an dem Tage gebraucht aus den Ephemeriden (aus der Colonne: Culm. Dauer ⊙ Sternzeit, wo sie für den Durchmesser angegeben ist) entnehmen und entweder zur Zeit der ersten Beobachtung addiren oder von der der letzten abziehen, um die Zeit des Mittags zu finden.

§ 12.

Um die Grösse der Abweichung, welche nach möglichst sorgfältiger Aufstellung des Instrumentes in Bezug auf die Vertikalität seiner Deckungsebene und ihr Zusammenfallen mit dem Meridian geblieben sein könnte, auf's Genauste zu ermitteln und seinen Stand möglichst noch zu berichtigen, bedarf es fortgesetzter Beobachtungen und einer weiteren Untersuchung. Wir wollen in der Kürze das Nöthigste hierüber anführen.

Es sei Fig. 11 Z das Zenith, HR der Horizont, P der Pol des Aequators, O der Ostpunkt des Horizontes; ferner die Deckungsebene weder der Meridian noch genau ein Vertikal, p ihr Pol und S ein Gestirn in der Deckungsebene, also $pS = 90^0$ und $SP = 90^0 - \delta$ die Polardistanz des Gestirns. Bezieht man p auf den Aequator mittelst der sphärischen Coordinaten $qO = m$, $pq = 90 - pP = n$ und ist s der Stundenwinkel SPH, so ist $SPp = 90^0 + s - m$ und das sphärische Dreieck SPp gibt:

$$\cos Sp = \cos SP . \cos Pp + \sin SP . \sin Pp . \cos SPp$$

also

$$0 = \sin d.\ \sin n - \cos d.\ \cos n.\ \sin(s-m)$$

oder

$$\sin(s-m) = \operatorname{tg} n.\ \operatorname{tg} d$$

Sind $s-m$ und n kleine Grössen, so hat man also

$$s = m + n.\ \operatorname{tg} d. \quad (\mathrm{I.})$$

Beziehen wir dagegen p mittelst der Coordinaten $a\,O = k$ und $p\,a = 90^0 - p\,Z = i$ auf den Horizont, und ist $P\,R = 90 - P\,Z = \varphi$ die Polhöhe des Ortes, so ist in dem Dreieck $p\,Z\,P$

$$\cos P\,p = \cos Z\,p.\ \cos P\,Z + \sin Z\,p.\ \sin P\,Z.\ \cos P\,Z\,p$$

und

$$\operatorname{cotg} Z\,P\,p.\ \sin P\,Z\,p = \operatorname{cotg} Z\,p.\ \sin P\,Z - \cos P\,Z\ \cos P\,Z\,p,$$

oder

$$\sin n = \sin i.\ \sin\varphi - \cos i.\ \cos\varphi.\ \sin k$$

und

$$\operatorname{tg} m.\ \cos k = \operatorname{tg} i.\ \cos\varphi. + \sin\varphi\ \sin k,$$

und, wenn n, m, k, i kleine Grössen sind:

$$\left.\begin{aligned} n &= i.\ \sin\varphi - k.\ \cos\varphi \\ m &= i.\ \cos\varphi + k.\ \sin\varphi \end{aligned}\right\} (\mathrm{II.})$$

Kann man nun durch anderweitige astronomische Beobachtungen die Zeit des wahren Mittags bestimmen, so gibt der Unterschied zwischen ihr und der mittelst des Dipleidoskops gefundenen das s der Gleichung I. Aus den Ephemeriden findet man δ. Hat man etwa von 10 zu 10 Tagen eine Reihe von solchen Beobachtungen angestellt, welche die Werthe s, s', s'' . . . ., δ, δ' δ'' . . . . liefern, so findet man nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe für m und n mittelst der Ausdrücke

$$m = \frac{[s].[bb] - [sb].[b]}{N.\ [bb] - [b].[b]}$$

$$n = \frac{N.\ [sb] - [s].[b]}{N.\ [bb] - [b].[b]},$$

in welchen $b = \operatorname{tg}\delta$ und N die Anzahl der Beobachtungen bezeichnet und

$$[s] = s + s' + s'' + \ldots$$

$$[b] = b + b' + b'' + \ldots$$

$$[b\,b] = b\,b + b'b' + b''b'' + \ldots$$
$$[s\,b] = s\,b + s'b' + s''b'' + \ldots$$

ist. Diese Werthe von M und N in die Gleichungen II. substituirt, geben alsdann i und k und man kann nun mittelst des letztern und der Theilung am Instrumente durch azimuthale Drehung der Platte g n h den Stand noch berichtigen.

Die Grössen k und i ergeben sich wie beim Mittagsrohr schon in kurzer Zeit, wenn man mit den Sonnenbeobachtungen die Beobachtungen eines Sternes erster Grösse, dessen Deklination von der der Sonne möglichst verschieden ist, verbindet. Man hat nach der Angabe des Herrn Konsistorialrathes Hülsmann (astron. Nachr. Bd. XXIII. N. 529) zu dem Ende im Gesichtsfelde des Fernrohrs zwei Fäden zu ziehen, ungefähr gleichweit von der Mitte und parallel dem Bilde eines vor dem Instrumente aufgehangenen Lothes. Dadurch erhält man ausser dem Momente der Deckung an jedem Faden zwei Beobachtungen, kann also aus dem Mittel aller fünf die Kulmination mit grosser Genauigkeit bestimmen.

§ 13.

Schliesslich fügen wir noch einen analytischen Beweis für den Satz bei, dass die Deckung erfolgt, wenn eine durch den Strahl einer Kante des Prismas parallel gelegte Ebene mit dem Vorderglase einen Winkel bildet, welcher dem Winkel des Prismas gleich ist. Der Einfachheit willen nehmen wir an, das Prisma sei rechtwinklig, übrigens aber beliebig; ist der Prisma-Winkel kein rechter, so ist die Anlage der Rechnung im Wesentlichen dieselbe. Es sei Fig. 12. A B C ein auf die Kanten senkrechter Durchschnitt des bei A rechtwinkligen Prismas. Durch die Kante A A' sei eine Ebene gelegt, welche gegen die Vorderfläche C B' unter dem Winkel des Prismas, also in unserm Falle unter rechtem Winkel, geneigt ist und dieselbe in O O' schneidet. Sei O O' Z die Axe der z, O A X die Axe der x, O C Y die Axe der y, endlich seien die Stücke O A mit p, O C mit q, und O B mit q' bezeichnet. Fällt nun ein Sonnenstrahl parallel der Ebene A A' O O' oder der Koordinaten-Ebene X Z auf das Vorderglas, so sind, wenn die Koordinaten eines beliebigen Punktes desselben mit x', y', z' bezeichnet werden, seine Gleichungen bekanntlich

$$y - y' = 0$$
$$z - z' + a\,(x - x') = 0 \qquad [1.]$$

Nehmen wir für x', y', z' den Punkt an, wo der Strahl den Spiegel CA' trifft, so ist die Gleichung der ersten Spiegelfläche

$$y - y' + \left(\frac{q}{p}\right)(x - x') = 0 \qquad [2.]$$

und die Gleichungen des Einfallslothes in diesem Punkte sind

$$z - z' = 0$$
$$y - y' - \left(\frac{p}{q}\right)(x - x') = 0 \qquad [3.]$$

Für die durch die Linien [1.] und [3.] gehende Ebene, die Einfallsebene, ergibt sich alsdann leicht:

$$z - z' + a\,(x - x') - \left(\frac{q}{p}\right).\,a\,.\,(y - y') = 0 \qquad [4.]$$

und für den Einfallswinkel α oder den Winkel von [1.] und [3.]

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{(1 + a^2)\left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right)}}$$

Die Gleichungen einer andern durch x', y', z' ebenfalls gehenden Linie würden sein:

$$y - y' + m\,(x - x') = 0$$
$$z - z' + n\,(x - x') = 0 \qquad [5.]$$

und ihr Winkel α' mit dem Einfallslothe (3.) gegeben durch

$$\cos\alpha' = \frac{1 - \frac{p}{q}.\,m}{\sqrt{\left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right)(1 + m^2 + n^2)}}$$

Soll nun $\alpha = \alpha'$ sein, so ist

$$\frac{1}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{1 - \frac{p}{q}.\,m}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \qquad [6.]$$

und wenn die Linie (5) in der Einfallsebene (4) liegen soll

$$n - a - \left(\frac{q}{p}\right).\,m.\,a = 0 \qquad (7.)$$

Quadrirt man (6) und substituirt man den Werth von n aus (7.), so findet man nach einer leichten Reduktion

$$m^2 = -\frac{2\,m\,.\,pq}{q^2 - p^2}$$

Es ist also entweder

$m = 0$ und zugleich gemäss (7.) $n = a$,

oder $m = -\dfrac{2\,pq}{q^2 - p^2}$

und zugleich $n = a\left(1 - \dfrac{2q^2}{q^2 - p^2}\right)$.

Aber nach (1) gehören die beiden erstern Werthe dem einfallenden Strahle an, mithin die beiden letztern dem zurückgeworfenen.

Nehmen wir für den beliebigen Punkt x', y', z' denjenigen an, in welchem der ursprüngliche Strahl die Vorderfläche des Prismas trifft, so sind die Gleichungen des hier reflektirten Strahles offenbar:

$$y - y' = 0$$
$$z - z' - a\,(x - x') = 0$$

also die eines mit diesem parallelen, durch einen beliebigen Punkt x'', y'', z'' gehenden Strahles

$$\left.\begin{aligned} y - y'' &= 0 \\ z - z'' - a\,(x - x'') &= 0 \end{aligned}\right\} \text{I.}$$

Liegt x'' y'', z'' auf der zweiten Spiegelebene BC^1, so ist die Gleichung dieser Ebene

$$y - y'' - \left(\frac{q'}{p}\right)(x - x'') = 0 \quad \text{(II.)}$$

Vergleicht man nun die Gleichungen (I.), (II.) mit den entsprechenden (1.), (2.) so ergeben sich jene aus diesen, wenn man in den letztern x', y', z' mit x'', y'', z'', a mit $-\,a$ und q mit $-\,q'$ vertauscht. Wir finden daher auch die Gleichungen für das Einfallsloth, die Einfallsebene und den reflektirten Strahl in x'', y'', z'', wenn wir in den Gleichungen (3.) bis (7) diese Vertauschungen vornehmen, und m' statt m, n' statt n setzen. Die den resultirenden entsprechenden Gleichungen sind mithin:

$$m' = 0,\; n' = -a,$$

und

$$m' = \frac{2\,p\,q'}{q'^2 - p^2},\; n' = -a\left(1 - \frac{2\,q'^2}{q'^2 - p^2}\right),$$

von welchen das erste Paar dem Strahle, (I) also das zweite dem in x'', y'', z'' reflektirten Strahle angehört.

Ist der letztere Strahl dem vom ersten Spiegel reflektirten parallel, so muss umgekehrt offenbar der ursprüngliche Strahl nach den beiden Reflexionen auf den Spiegeln mit dem an dem Vorderglase unmittelbar reflektirten Strahle parallel austreten. Der Parallelismus der erstern aber verlangt: $m = m^1$ und $n = n^1$, oder

$$-\frac{2pq}{q^2-p^2} = \frac{2pq'}{q'^2-p^2} \text{ und } a\left(1 - \frac{2q^2}{q^2-p^2}\right) = -a\left(1 - \frac{2q'^2}{q'^2-p^2}\right)$$

Jede dieser Gleichungen gibt als Bedingung

$$p^2 = q \cdot q^1,$$

welche von a unabhängig und in unserm Falle, wo der Winkel des Prismas als ein rechter unterstellt wird, erfüllt ist. —