

Stoffaufnahme in das feinere Gefüge handelt. Ebenso erstaunlich ist es zu beobachten, was J. Grandjean nachwies, daß bei 500° entwässerter Chabasit 37% Quecksilber und dazu noch 26% Wasser in seinen Bau in regelmäßiger Gruppierung zum übrigen eintreten läßt.

So kommt man denn zur Meinung, daß in das Kristallgebäude des Zeolithsilikates recht verschiedene Bewohner einziehen können; sie sind also wahrscheinlich nicht die Stoffe, welche die Kristallstruktur der in Rede stehenden Mineralien bedingen. Diese Bedeutung wird man dem Silikatrest zuschreiben müssen, und in der Hinsicht ist es daher von nicht geringem Interesse zu sehen, daß in der Tat die gewässerten Substanzen von Zeolithen geometrische Züge entsprechender anhydrischer Silikate tragen. Das trifft z. B. zu beim Desmin, Phillipsit und Harmotom, die alle ein Feldspatsilikat bergen und ganz unverkennbar in Flächenvereinigung und Zwillingsbildung auch in gewissen Winkeln den Feldspaten nahe stehen, gleichwie es die verwandten Zeolithe Heulandit und Epistilbit tun. Das nämliche Verhältnis zueinander zeigen der gewässerte Analcim und der wasserfreie Leucit.

Geometrische Kristallographie.

Methoden der
Goniometrie.

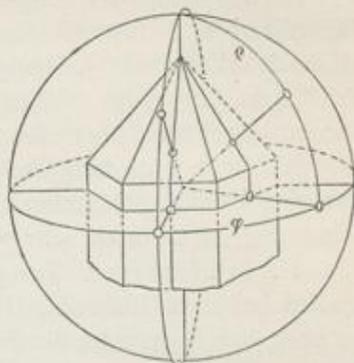
I. Goniometrische Kennzeichnung der Flächenanlage und das Gesetz von der Konstanz der Neigungswinkel. Die Mannigfaltigkeit in der Anlage der einen Kristall, z. B. einen Quarz (Fig. 1, S. 533) umgrenzenden Ebenen läßt sich in der Art ordnen, daß man die Winkel in den Kristallflächen mißt und die Neigungen dieser zueinander berechnet. In der Form wurde die erste Messung an einem Kristall ausgeführt und zwar durch Erasmus Bartholin (1670) am Kalkspat, dessen Winkel der Rhomboederflächen mit einander er zu $103\frac{1}{2}^\circ$ bestimmte. Weit einfacher aber ist es, die Neigungswinkel einer Fläche zu benachbarten direkt zu messen, von diesen zu anderen goniometrisch fortzuschreiten, und schließlich auch die Winkel zwischen nicht in Kanten zusammenstoßenden Flächen zu erkunden. In der Weise hat man seit Beginn der geometrischen Kristallographie bis heute die Flächen der Kristalle festgelegt, beiläufig gesagt, in neuerer Zeit mehr und mehr unter Verwendung der „Normalenwinkel“ der Flächen zueinander, d. h. der Neigung der Flächenlote an Stelle der „inneren Winkel“. Es wird dadurch der Richtungssinn der Kristallflächen anschaulich gekennzeichnet. Natürlich ergänzen die Normalenwinkel die inneren Winkel zu 180° .

In den letzten Jahren macht sich aber eine andere Methode, die Lage der Flächen an einem Kristall zu charakterisieren geltend, insbesondere zufolge zahlreicher Arbeiten V. Goldschmidts und seiner Schüler. Sie schließt an den Gedanken an, daß die Richtung des Flächenlotes die Lage der Fläche bestimmt und jenes wiederum in einfachster Weise in dem Punkte gekennzeichnet wird, in welchem es eine den Kristall konzentrisch umgebende Kugel durchsticht.

Wie man die Lage von Sternen am Himmelsgewölbe durch Azimut und Höhe (bzw. Polardistanz) oder Orte auf der Erdkugel durch Länge und Breite vermerkt, so kann es mit den erwähnten Kugelpunkten geschehen. Zwei Winkel, Länge φ und Polardistanz ρ , werden als Lagenelemente der Kristallflächen aufgestellt, nachdem Äquator und erster Meridian durch eine horizontale Ebene senkrecht zu einer vertikalen Kristallfläche und eine zweite senkrechte Ebene normal zur Ausgangsfläche festgelegt sind.

Wie all dieses in einfacher Weise geschieht, sei später geschildert. Hier wird das erste allgemeine Ergebnis kristallographischer Winkelmessung interessieren, das man im Gesetz von der Konstanz der Neigungswinkel vor sich hat. Es besagt, daß jeder Kristallart ganz bestimmte, an sämtlichen Individuen gleiche Neigungen der sich entsprechenden Flächen zukommen. Alle Bergkristalle besitzen Normalenwinkel von 60° zwischen den Flächen ρ , solche von $38^\circ 13'$ zwischen ρ und τ , und von $46^\circ 16'$ zwischen τ und τ der Fig. 1, S. 533; stets beträgt der bei Zimmertemperatur gemessene Wert des Rhomboederwinkels am Kalkspat $74^\circ 55'$, und entsprechend liegt es bei den anderen kristallisierten Stoffen.

Es ist eigenartig, daß dies die Kristallwelt wohl am auffallendsten beherrschende Gesetz der Konstanz der Neigungswinkel erst sehr spät erkannt ist. Unter den Griechen und Römern, das Mittelalter hindurch hat kein Betrachter des „Kristalls“ seine Regelmäßigkeit herausgefunden. Noch in C. Gessners (1516—1565) Werke *De rerum fossilium, lapidum et gemmarum figuris* wird ausdrücklich betont, „ein Kristall“ (also Quarz) „ist von dem anderen durch seine Winkel unterschieden“, und Cäsalpinus (1519—1603) hielt es für ein Vorrecht des Organischen, „bestimmte Gestalten zu erzeugen“. Erst der Arzt und Bischof Niclas Steno (1638—87), ein Forscher der mit E. Bartholin und Chr. Huygens, wie A. Schrauf mit Recht vermerkt, in naturwissenschaftlicher Erkenntnis seiner Zeit um mehr als ein Jahrhundert voran- eilte, hob die gesetzmäßige Grundlage der Formenwelt der Kristalle unter Hinweis auf Quarz, Eisenglanz und Pyrit hervor, die Tatsache nämlich, daß die Zahl und Länge ihrer Seiten sich mannigfach ändere „non mutatis angulis“. Beim Kalkspat stellte er die innere Neigung der Rhomboederflächen als ständige Winkelgröße von 105° fest, beiläufig bemerkt, ein sehr gutes, von der Wirklichkeit nur um $5'$ abweichendes Messungsergebnis. Schließlich wies J. B. Romé de l'Isle (1772) nach, daß die Regelmäßigkeit der Winkelverhältnisse für die Kristalle allgemeine Gültigkeit hat. Er schrieb: „mais, au milieu des variations sans nombre . . . il est une chose qui ne varie point, et qui reste constamment la même dans chaque espèce; c'est l'angle



Erstes kristallographisches Grundgesetz.

Fig. 6. Kennzeichnung der Lage von Kristallflächen durch Länge φ und Polardistanz ρ .

d'incidence ou l'inclinaison respective des faces entre elles". Im Lichte dieser Erkenntnis verloren die kristallisierten Gebilde den Charakter des willkürlich Gestalteten, den man ihnen früher zuschrieb, ihre Form wurde zur charakteristischen Physiognomie.

Die Konstanz der Neigungswinkel ist natürlich ein ungemein praktisches Hilfsmittel zur Unterscheidung kristallisierter Stoffe. An den Winkeln des Minerals erkannte R. J. Haüy vor den Chemikern, daß der „spanische Chrysolith“ kein Chrysolith (Olivin), sondern Apatit ist, daß Beryll und Smaragd zusammengehören, aber nicht Hyacinth und Mejonit.

Jetzt hat man dank der Meßfreudigkeit vieler Kristallographen Kenntniss von den Winkelverhältnissen Tausender von kristallisierten Stoffen; ihre Bestimmung ist dadurch sehr wesentlich erleichtert.

Apparate der
Kristallwinkel-
messung. An-
legegoniometer.

II. Goniometer. Zur genauen Festlegung der Flächenneigungen an Kristallen hat man frühzeitig Goniometer konstruiert. Die älteren Mineralogen, so auch der Begründer der Kristallographie, René Just Haüy, bedienten sich des von Carangeau, dem Mechaniker Romé de l'Isles, erdachten Anlegegoniometers. In günstigen Fällen erhält man mit ihm auf $1/2^\circ$ genaue Werte. Es besteht aus einem getheilten Halbkreis, dessen Durchmesser ein fester Winkelschenkel bildet, und einem beweglichen Arm. Die beiden Flächen, deren Neigungswinkel man sucht, werden mit dem festen und dem beweglichen Schenkel in glatte Berührung gebracht. Die Stellung des letzteren am Kreise gibt den gesuchten Wert an.

Reflexions-
goniometer.

Weit genauer, in geeignetsten Fällen nur auf einige Sekunden fehlerhaft, läßt sich mit Reflexionsgoniometern arbeiten. Ihr Kennzeichen ist, daß aus einem Signalrohr, dem Kollimator, ein paralleles Lichtbündel strömt, um von der Kristallfläche in ein Beobachtungsfernrohr reflektiert zu werden. Als Signal hat sich insbesondere der M. Webskysche sich nach oben und unten symmetrisch verbreiternde Spalt bewährt; sein Reflexbild wird mit Hilfe eines Okulars mit Fadenkreuz scharf eingestellt. Dreht man den Kristall, bis die zweite Fläche das Licht genau so zurückwirft wie vorher die erste, so gibt die Messung dieser Bewegung die Ergänzung des inneren Winkels der Flächen zu 180° , also den Winkel der Lote auf ihnen, an.

F. Wollaston benutzte Goniometer mit vertikalem, J. Babinet die jetzt üblichen mit horizontalem Kreis. Eine wesentliche Verbesserung der nötigen Zentrierung und der Justierung, d. h. des Senkrechtstellens der Kristallkante zwischen den beiden zu messenden Flächen zum Teilkreis, erzielte R. Fuess durch eine aus zwei planen und zwei gekrümmten Schlitten bestehende Vorrichtung, die durch je zwei Bewegungen senkrecht zueinander gestattet, die Flächen schnell in die zur Messung nötige Lage am Goniometer zu bringen.

Manche Kristallographen bedienen sich mit Vorteil zweikreisiger Goniometer, wie sie insbesondere von V. Goldschmidt vorgeschlagen wurden. Sie lassen in einfacher Weise Azimut und Polardistanz ermitteln. Man liest an zwei Teilungen ab, von denen eine die Winkel in der Äquatorebene, geographisch gedacht also die Länge, und die andere die Breite bzw. die Polardistanz

als deren Ergänzung zu 90° , angibt, wenn die zu messende Fläche eines Kristalls das Signal des Kollimators in das Betrachtungsfernrohr wirft. Eine schickliche Kristallebene dient als Ausgangslage. Im übrigen wird ersichtlich jede Fläche für sich gekennzeichnet, so daß die Genauigkeit der Messung nur von ihrer Ausbildung, nicht von der Güte der Nachbarfläche abhängt. Auch braucht der Kristall nur einmal am Goniometer befestigt zu werden, nicht wie sonst so oft als Flächenserien mit parallelen Kombinationskanten an ihm sind.

III. Achsen, Achsenschnitte, Indizes. Außer den Flächen sind die Kanten kristallographische Bauelemente. Man wählt geeignete von ihnen zu „Achsen“ des Kristallgebäudes, die somit ein von der Natur selbst gegebenes Koordinatensystem vorstellen, auf welches die Flächen eines Kristalls bezogen werden können.

Diese Bedeutung ausgezeichneten Kanten für die Charakterisierung kristallographischer Flächenkomplexe wurde zuerst von Chr. S. Weiß (1780—1856), dem berühmten Schüler Haüy's, ins helle Licht gestellt. Er sagt mit Recht: „axis vero linea est omnis figurae dominatrix“ und fügt hinzu: „in his lineis directiones videmus, in quibus praecipue agant vires, quae formam nasci jubeant“. Zur Erläuterung des großen Vorteils dieser Weißschen Anschauungsart bei der Deutung der Kristallornamentik sei an einem in Fig. 7 dargestellten Schema das Wesentliche abgeleitet.

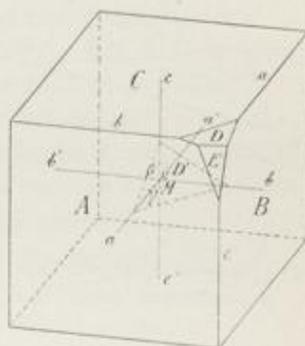


Fig. 7. Kennzeichnung der Lage von Kristallflächen durch ihre Achsenschnitte.

Wir wählen die Flächen *A*, *B* und *C* zu „Grundflächen“; sie geben in ihren Durchschnittslinien die drei Achsen *a*, *b*, *c* und durch Verlängerung dieser Linien und ihre parallele Führung ins Kristallinnere ein Achsenkreuz mit den Neigungswinkeln α , β und γ . Eine vierte Kristallfläche *D* verlängert gedacht, möge alle drei Achsen schneiden. Ersichtlich ist ihre Lage am Achsenkreuz durch das Verhältnis der Achsenschnitte bestimmt. Es ändert sich natürlich nicht bei einer Parallelverschiebung von *D* etwa nach *D'*.

Erhebt man die vierte Fläche $D = D'$ zum Range einer Grundform, so ergibt sie die Einheitsschnitte der Achsen und ihr Längenverhältnis $a : b : c$. Jede weitere Ebene, z. B. die mit *E* bezeichnete, kann nunmehr auf das Grundmaß durch Angabe ihrer Achsenschnitte $ma : nb : pc$ bezogen werden.

In dieser sehr einfachen und natürlichen Art kennzeichnete Chr. S. Weiß die Lage der Kristallflächen am Achsenkreuz. Die beiden Richtungen jeder Achse lassen sich leicht durch *a* und *a'*, *b* und *b'*, *c* und *c'* vermerken, und wenn also am Achsenkreuz mit den Winkeln α , β , γ $a : b : c$ das Urmaß des Kristallgebäudes bezeichnet, so ist unmittelbar verständlich, was z. B. $a : nb : pc$ oder $a' : b : c$ usw. aussagen. In der Art ist das Weißsche Symbol ($ma : nb : pc$) von Kristallformen zu erklären, bei denen das mit () versehene Verhältnis die Einzelfläche, das mit { } ausgezeichnete die Summe

Achsen.

Achsenschnitte.

der Flächen bedeutet, die nach Maßgabe der beim Kristall herrschenden Symmetrie zu einer Kristallgestalt gehören, etwa alle sechs Flächen eines Würfels.

Indizes.

Die sog. Indizes wurden zuerst von W. Whewell (1825) und J. G. Grassmann (1829) zur Kennzeichnung der Lage von Kristallflächen am Achsenkreuz benutzt; allgemeiner bekannt geworden sind sie durch den W. H. Millerschen

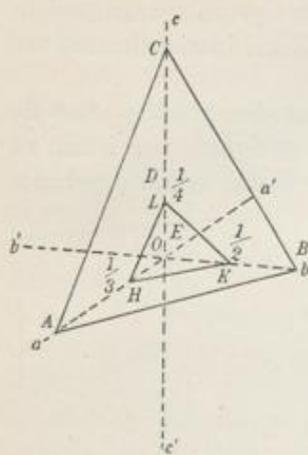


Fig. 8. Kennzeichnung der Lage von Kristallflächen durch ihre Indizes.

Treatise on crystallography (1839). Es liegt ihnen der Gedanke zugrunde, daß die Lage einer Fläche in bezug auf die einer Grundfläche $a : b : c$ (in Fig. 8) auch durch die Angabe ausgedrückt werden kann, welchen Bruchteil des Urmaßstabes die Achsenabschnitte der zu kennzeichnenden Fläche auf den drei Achsen bilden, z. B. welchen Teil von OA in Fig. 8 der Abschnitt OH bildet und ebenso OK bezüglich OB, OL bezüglich OC. Man findet $\frac{OA}{OH} = h$; $\frac{OB}{OK} = k$; $\frac{OC}{OL} = l$. Es sind $h k l$ z. B. 324 die Indizes der Fläche.

In neuerer Zeit wird dieser Bezeichnung der Vorzug gegeben, und es ist zu wünschen, daß sie zur alleinigen Flächenbenennung werde. Man muß bedenken, daß Äußerlichkeiten, und darum handelt es sich im wesentlichen hier doch wohl, nicht zum Ballast der Wissenschaft werden sollten, insbe-

sondere auch nicht für den Lernenden; das ist aber in der in Rede stehenden Hinsicht noch der Fall, da man außer der unmittelbar verständlichen Weißschen Bezeichnung und der Millerschen auch eine Lévy'sche, eine Naumannsche, eine Danasche und eine Goldschmidtsche benutzt.

Flächen mit gemeinsamer Richtung ihrer Durchschnittslinien.

IV. Zonen. Eine Gruppe sich in parallelen Kanten schneidender Flächen heißt man kristallographisch eine Zone. Die gemeinsame Kantenrichtung ist die Zonenachse. Sehr anschaulich zeigt sich dies sehr charakteristische Moment im Bau der Kristalle in den vertikalen Flächen des Bergkristalls der Fig. 6, S. 555. Auch aus der Abbildung wird man erkennen, daß die vom Mittelpunkte des Kristalls auf die „tautozonalen“ Flächen gefällten Lote in einer Ebene liegen; ihre Durchstichpunkte auf einer zweiten, auffangenden Ebene würden sich also auf einer Geraden befinden. Am Goniometer hebt sich eine solche Zusammengehörigkeit von Flächen zu einer Zone dadurch heraus, daß nach Einstellung der Reflexe zweier Flächen die der übrigen beim Drehen des Kristalls gleichmäßig durch das Gesichtsfeld ziehen, was zuerst A. Lévy (1822) als empfindliches Mittel zur Feststellung des Zonenverbandes heraushob.

Bereits J. Kepler (1571—1630) hatte bei seinen kristallographischen Studien die Zonen als für den Kristallbau wichtige Umstände erkannt, insbesondere aber wurden diese Verhältnisse durch den um die Entwicklung der Kristallographie hochverdienten Chr. S. Weiß gewürdigt und zuerst 1804 in einer Übersetzung der Haüyschen Mineralogie an der Hand von Beispielen

erörtert. Den Reichtum der wichtigsten Feldspatformen konnte er in wenige Zonen ordnen, die der Leser in beistehender Figur 9 leicht auffinden wird.

Wenn es schon nicht zu verkennen ist, daß der gemeinsame Zug von Kanten, gleichwie die parallel strebenden Linien eines Bauwerkes, etwa einer Säule, für den allgemeinen Eindruck eines Körpers von größter Auffälligkeit und Bedeutung sind, so erfahren diese Verhältnisse noch eine Verstärkung durch die Möglichkeit, daß eine Fläche auch in zwei oder in noch mehr Zonen liegen, mithin zwei oder mehr Zonenachsen parallel verlaufen kann. Dann ist sie, wie schon Chr. S. Weiß in einer Studie über den zonenreichen Epidot hervorhob, in ihrer Lage durch den Zonenverband bestimmt.

Man erkannte alsbald, daß sich dies unter Benutzung der Indizes in sehr einfacher Art ausdrücken läßt, zunächst insofern man die Richtung der Zonenachse, also der Durchschnittslinie zweier Flächen (hkl) und $(h'k'l')$ im Zonen-symbol $[uvw]$ kennzeichnet; es ist $u = kl' - lk'$; $v = lh' - hl'$; $w = hk' - kh'$. Eine Fläche (hkl) , die in einer Zone $[uvw]$ liegt, erfüllt die Bedingung $hu + kv + lw = 0$. Eine Fläche, welche zwei Zonen uvw und $u'v'w'$ angehört, hat das Symbol $(h''k''l'')$ mit $h'' = vw' - wv'$; $k'' = wu' - uw'$; $l'' = uv' - vu'$. Durch korrespondierende Addition der Indizes zweier Flächen gewinnt man die Indizes einer die Kante zwischen ihnen abstumpfenden Ebene; sind die zwei Flächen gleichartig, z. B. die eines Würfels, so erhält man die Indizes der die Kante gerade abstumpfenden Ebene, d. h. der, welche gleiche Winkel mit den zwei Ausgangsflächen bildet. Die Subtraktion der entsprechenden Indizes gleichartiger Flächen liefert eine Ebene, welche den Winkel der Ausgangsflächen halbiert oder, was dasselbe heißt, auf der gerade abstumpfenden Fläche senkrecht steht. Alle diese erfreulich einfachen Regeln erleichtern die Kristallbetrachtung ungemein; dazu kommt der fundamental wichtige Umstand, daß die Zonenverhältnisse nichts anderes sind, als die Verkörperung eines zweiten Gesetzes, welches den Bau der Kristalle beherrscht, und von dem alsbald die Rede sein wird.

V. Zweites kristallographisches Grundgesetz. Die ersten Erfahrungen über die Ornamentik der Kristalle zeigten bereits, daß an ihrem Gebäude nicht Flächen beliebiger Lage vorkommen, sondern solche, die zueinander in bestimmter Beziehung stehen. Die Ausschmückung der Kristallwelt erwies sich also durch ein bedeutsames Gesetz eingeeengt, das auf verschiedene Art als kristallographisches Grundgesetz beschrieben wurde. Eine arithmetische Weise, das Wesen des Kristallbaues zu kennzeichnen, ist durch die Weißsche Flächenbezeichnung gegeben. Bedeuten in Fig. 7, S. 555 wiederum A, B, C drei ein Eck bildende, sonst beliebige Kristallflächen, und a, b, c die in den Durchschnittslinien von A, B, C gegebenen Kanten, also das Achsenkreuz, so gibt eine vierte Grundfläche durch ihre Achsenschnitte das Achsenverhältnis $a : b : c$. Es ist im vorliegenden allgemeinen Fall irrational, beim Axinit z. B. $a : b : c = 0,4927 : 1 : 0,4511$. Das kristallographische Grundgesetz besagt nunmehr, daß die Achsenschnitte aller übrigen Flächen des Kristalls rationale



Fig. 9. Zonen an einem Feldspatkristall.

Zonenverband und Indizes.

Zweites kristallographisches Grundgesetz.

Rationalitätsverhältnis der Weißschen Koeffizienten.

Vielfache (bzw. Brüche) des Grundmaßes darstellen. Die Koeffizienten m, n, p im Weißschen Zeichen $ma : nb : pc$ sind also rationale und zwar meist einfache Zahlen, wie $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 3$ oder auch ∞ .

Es möge schon hier darauf hingewiesen werden, daß dies Parametergesetz der rationalen Achsenschnitte abgeleiteter Flächen seinen einfachen Ausdruck auch in den Haüyschen Dekreszenzen und Bravais'schen Raumgittern findet. Die drei das Achsenkreuz ergebenden Grundflächen entsprechen den drei Netzebenen, die Achsen sind Netzlinien. Eine Fläche durch die dem Ausgangseck nächstliegenden drei Punkte stellt die einfachste vierte Grundfläche dar. Im allgemeinen Fall ist das Verhältnis $a : b : c$ irrational. Eine fünfte Fläche, die sich als eine beliebige andere Netzebene darstellt, schneidet natürlich auf den drei Achsen rationale Vielfache der Achsenlängen a, b und c ab, eine Regelmäßigkeit, die eben das in Rede stehende Parametergesetz beschreibt. Daß die Kristallflächen mit dem Grundmaß gewöhnlich durch einfache Zahlen verbunden sind, entspricht dem Umstande, daß Flächen mit großer Netzdichte am Kristall am wahrscheinlichsten sind und daß solche Ebenen die einfacheren Koeffizienten der Achsenschnitte aufweisen.

Rationalität der Indizes.

Das in Rede stehende, die geometrische Erscheinung der Kristallwelt ganz allgemein kennzeichnende Grundgesetz ließ sich natürlich auch unter Benutzung der Indizes formulieren. Denn wenn die Achsenschnitte kristallographisch möglicher Flächen im Verhältnis der Rationalität stehen, so mußte das auch bezüglich der Indizes gelten, die ja nichts anderes sind als gleichfalls der Ausdruck des nämlichen Verhältnisses. Die Indizes der Kristallflächen sind rationale einfache Zahlen.

Zonengesetz.

Schließlich kann man das kristallographische Grundgesetz in Rücksicht auf die Beziehungen der Zonen erläutern, so daß es auch als Zonengesetz gekennzeichnet werden kann. Es besagt in dieser geometrischen Form, daß alle Flächen, die sich an einem Kristall aus dem Zonenverbande ergeben, mögliche Gestalten vorstellen.

Besonderheiten.

Bei allen diesen Erörterungen über den nach einfachen rationalen Indizes seiner Flächenanlage gekennzeichneten Kristallbau ist aber nicht zu vergessen, daß es sich lediglich um eine Erfahrungsregel handelt, die zudem durch die recht häufigen „Vizinalflächen“, die einfachen Flächen zwar genähert sind, aber genau genommen oft recht komplizierte Indizes aufweisen, eine bedeutende Einschränkung erfährt. Andererseits ist nicht zu verkennen, daß die Annahme der Gültigkeit des Grundgesetzes zu Folgerungen bezüglich der möglichen Symmetrieeigenschaften der Kristalle geführt hat, die von der Erfahrung durchaus bestätigt sind. So wird es in der Tat mit Recht als das Leitmotiv und Charakteristikum im Bau der Kristallpolyeder aufgefaßt.

Symmetriegesetz.

VI. Kristallographische Symmetrieelemente. Der künstlerische Eindruck, den ein Körper auf den Beschauer macht, wird nicht zum wenigsten bedingt durch die dem Gegenstande innewohnende Symmetrie, durch das am Ganzen mehr oder minder häufige Wiederkehren von Bauteilen, sei es in gleicher Art wie die Riefen einer Säule sich wiederholen oder in analoger

etwa spiegelbildlicher Ausbildung wie bei den Augen im menschlichen Gesicht. In besonders schöner Einfachheit und Strenge offenbaren sich die Symmetriegesetze in der durch ebene Flächen, gerade Kanten und durch Ecken geschmückten Kristallwelt. Wie sie in goniometrischer Hinsicht im Sinne des Stenoschen Gesetzes das Bild starrer Konstanz darbietet, so ist auch das Symmetriegesetz, das einer Kristallart innewohnt, wenigstens nach der üblichen Annahme, unveränderlich; alle ihre Individuen sind sich in der Hinsicht gleich. Schon R. J. Haüy betonte dies Gesetz der Symmetriekonstanz, indem er schrieb: „Quand une forme cristalline se modifie, la modification se répète de la même manière et produit le même effet sur toutes les parties extérieures de la forme (faces, angles ou arêtes), qui sont de même espèce et identiques entre elle au point de vue géométrique.“

Als einfaches Beispiel sei in der Hinsicht der Würfel gewählt, an dem ohne weiteres die Gleichberechtigung der sechs Flächen, acht Ecken und zwölf Kanten heraustritt. Wird seine Gestalt, sei es an Ecken oder Kanten, durch Nebenformen ornamentiert, so geschieht es normalerweise dieser Symmetrie entsprechend. Eine Fläche, welche eine Ecke gleichmäßig fortnimmt, hat sieben andere von entsprechender Lage zur Folge: die einfache Form des Würfels wandelt sich in die der Kombination Würfel und Oktaeder. Die gerade Abstumpfung einer Kante läßt in Verfolg der Symmetrieforderung die Vereinigung von Würfel und Rhombendodekaeder entstehen, eine Zuschärfung der Kanten bringt ein Tetrakisheptaeder am Würfel zuwege u. a. m.

Verhältnismäßig lange hat es gedauert, bis man auf der Grundlage der kristallographischen Hauptgesetze zu einer Klassifikation der Symmetriegruppen gelangte, die in der Kristallwelt verkörpert sind, obwohl doch nur sehr einfache Momente in Betracht kommen; es sind die Begriffe der Symmetrieebenen, Symmetrieachsen (Gyralen) und das Symmetriezentrum; ja letzteres kann bei den Ableitungen noch ausgeschaltet werden. Zur Beurteilung der Rolle, welche die Symmetrieebenen und Symmetrieachsen im Kristallgebäude spielen, sei herausgehoben, daß ihnen immer der Charakter möglicher Flächen bzw. Kanten zukommt; dasselbe gilt für die Flächen senkrecht zu Symmetrieachsen, ihr Auftreten an Kristallen ist im Einklang mit dem kristallographischen Grundgesetz.

Eine Symmetrieebene teilt einen Kristall in Hälften, die aussehen wie Gegenstand und Spiegelbild. In Fig. 10 ist das am monosymmetrischen Augit erläutert.

Von Symmetrieachsen (Deckbewegungsachsen oder Gyralen) findet man zweierlei: solche einfacher Art (Gyren) und solche zusammengesetzten Wesens (Gyroiden). Dreht man einen Kristall um eine Achse einfacher Symmetrie durch $\frac{360^\circ}{n}$, so sind Anfangs- und Endstellung gleich. n ist die Zahl oder Periode der Gyre; falls $n = 2$, also $\frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ ist, so heißt man die Symmetrieachse zweizählig (Digyre), wenn

Arten der Symmetrieelemente im Kristallbau.

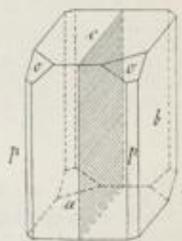


Fig. 10. Augitkristall mit eingezeichneter Symmetrieebene.

Symmetrieebenen.

Gyren.

$n = 3$, dreizählig (Trigyre) usw. Ersichtlich ist die Vertikalachse in der Fig. 11 eine Trigyre.

Gyroiden.

Die Gyroiden sind Drehspiegelungsachsen, also Achsen zusammengesetzter Symmetrie. Um Anfangs- und Endstellung zur Deckung zu bringen, bedarf es einer Wendung um $\frac{360^\circ}{n}$ und dazu einer Spiegelung nach einer Ebene senkrecht zur Drehachse. In der Hinsicht ist das Rhomboeder Fig. 11 ein hübsches Beispiel. Eine Drehung um $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ bringt z. B. die Fig. 11 a in die Stellung von 11 b und eine hinzutretende Spiegelung nach der horizontalen Ebene in die Lage von 11 c = 11 a. Die vertikale Trigyre des Rhomboeders ist also zugleich eine Hexagyroide.

Symmetriezentrum.

Ein Symmetriezentrum ist vorhanden, wenn jede Fläche mit der ihr parallelen gleichberechtigt ist, dann sind im Kristall Richtung und Gegenrichtung gleich; Linien durch den Mittelpunkt treffen Gleichartiges an der Oberfläche; z. B. verläuft die Vertikale inmitten des Rhomboeders in entsprechende Ecken des Kristalls. Ohne Symmetriezentrum ist das Tetraeder. Die Flächen haben keine Parallelen.

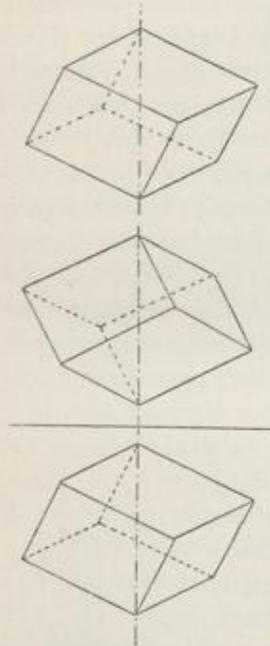


Fig. 11 a, b, c. Erläuterung der Drehspiegelung an einem Rhomboeder.

Höhe der kristallographischen Symmetrie.

Einengung, insofern als an Symmetrieebenen nur in die Erscheinung treten je 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 oder keine, an Symmetrieachsen nur 2-, 3-, 4- und 6-zählige, also Di-, Tri-, Tetra- und Hexagyralen. Diese Beschränkung liegt im kristallographischen Grundgesetz der Rationalität der Indizes begründet, dem z. B. eine fünfzählige Symmetrieachse widersprechen würde.

Zahl der kristallographischen Symmetrieklassen.

Durch mathematische Folgerungen aus dem kristallographischen Grundgesetz wurde schon 1830 von J. Chr. Fr. Hessel erwiesen, daß 32 Kristallgruppen mit verschiedener Symmetrie im Rahmen der Kristallographie möglich sind.

Das sind also die sehr einfachen Elemente, von denen man gefunden hat, daß sie der mannigfachen Körpersymmetrie der Kristallwelt zugrunde liegen; sie sind natürlich auch bestimmend für die Symmetrie in der Umrahmung der Kristallflächen. Wesentlich für diese Symmetrie in der Ebene ist es, ob und wieviel Symmetrieebenen des Kristallkörpers auf einer Fläche senkrecht stehen, weiterhin ob ihre Normale eine Symmetrieachse ist und falls ja, von welchem Grade. In der Hinsicht sei eine Fläche des Würfels Beispiel. Man erkennt unmittelbar, daß ihre Symmetrie gekennzeichnet wird durch vier zu ihr senkrechte Symmetrieebenen und eine lotrechte Tetragyre.

Vor allem wichtig war es aber bei der Erkundung der Bauart im anorganischen Reiche zu wissen, wie hoch die Symmetrieverhältnisse in der Kristallwelt steigen.

In der Hinsicht ergab sich eine ganz charakteristische

Über ein halbes Jahrhundert aber blieb seine grundlegend wichtige Studie den Kristallographen unbekannt. Es lag das am versteckten Ort der Veröffentlichung und an der etwas schwerfälligen Art der Darlegungen Hessels. In anderer Art kamen A. Bravais (1849), A. Gadolin (1867), P. Curie (1884), B. Minnigerode (1886) u. a. zum nämlichen Resultat. Bekannt sind von den 32 Kristallklassen bereits 31, andererseits ist keine gefunden, die der obigen Beschränkung sich nicht fügte.

Es kommen also für die kristallographischen Betrachtungen nicht alle möglichen regelmäßigen Raumgruppen in Betracht, sondern zufolge des den Kristallen eigenen Wesens, das sich im Haüy'schen Grundgesetz ausdrückt, 32. Eine jede Klasse vereinigt kristallisierte Körper mit bestimmten gemeinsamen Symmetrieverhältnissen. Ein Überblick über diese eingeengte und dabei doch so mannigfaltige Formenwelt sei dem Leser weiter unten dargeboten, nach Kenntnisnahme der höchst praktischen einfachen und übersichtlichen Art, in welcher die Mineralogen in bräuchlicher Weise die Ornamentik von Kristallen im Projektionsbilde darstellen.

VII. Projektion der Kristallgestalten. Unter den methodischen Mitteln des Kristallerforschers spielt die „Projektion“ eine Hauptrolle. In der Tat wird die Übersicht der Flächen, des Zonenverbandes und der Symmetrieverhältnisse eines Kristalls durch seine projektionsmäßige Wiedergabe ganz außerordentlich erleichtert. Es handelt sich dabei um eine Darstellung zunächst der Hauptbauelemente, also der Flächen, durch Linien oder Punkte. Eine früher hierfür viel verwandte Linienprojektion rührt von F. E. Neumann (1798—1895) her; sie wurde von G. Rose (1827) aufgenommen und insbesondere von F. A. Quenstedt (1835) eingehend dargelegt und gepflegt, nach dem sie auch oft benannt wird. Bei

dieser Quenstedtschen Projektion wird zumeist eine Achsenebene zur Projektionsfläche genommen. So möge sie denn in Fig. 12b, die den triklinen Feldspat der Fig. 12a darstellt, die Durchschnittskanten $c : b$ und $c : x'$ als Achsen a und b in sich bergen. Die Achse c , gegeben als Kante $p' : p$ denkt man sich vom Schnittpunkt M schräg nach oben ziehend. Man berücksichtigt im allgemeinen nur den über der Projektionsebene liegenden Kristallteil. Die Projektion besteht aus den Schnittlinien der darzustellenden Flächen mit der Projektionsebene; dabei ist die Regel zu befolgen, jede Fläche soweit sich selbst zu verschieben, bis sie die Achse c in deren Einheit durchzieht. Handelt es sich um eine Gestalt $a : b : c$, so ist also eine solche Lagenveränderung nicht nötig; eine Linie von a nach b stellt die

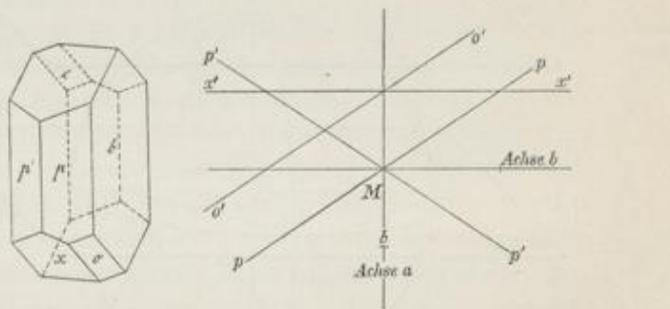


Fig. 12a und 12b. Zeichnung und Quenstedtsche Projektion eines triklinen Feldspats.

Linienprojektion.

Projektion dar. Hingegen wäre z. B. bei $\frac{1}{2} a' : b : \frac{1}{3} c$ eine Verlegung nach $\frac{3}{2} a' : 3 b : c$ vorzusehen. Eine Linie von $\frac{3}{2} a'$ nach $3 b$ wäre die gesuchte Projektion. Verläuft eine Fläche der Achse c parallel, so ist sie bis zum Projektionsmittelpunkt zu führen. Dann liegt natürlich die ganze Achse c , mithin auch der Einheitspunkt in ihr: die Regel ist befolgt.

In ausgezeichnete Klarheit tritt der Zonenverband durch den Umstand heraus, daß sich die Projektionslinien aller tautozonalen Flächen in einem Punkte schneiden, z. B. aller längs der c -Achse laufenden Ebenen im Projektionszentrum M . Parallele, d. h. sich in der Unendlichkeit treffende Projektionslinien besagen gleichfalls Zonengemeinschaft.

Jede Zone ergibt einen Zonenpunkt. Liegt eine Fläche in zwei Zonen, so geht ihre Projektionslinie durch die beiden Zonenpunkte; sie läßt sich also auf Grund dieser Eintragung leicht ableiten, indem man die Schnitte auf den Achsen a und b in der Projektion abmißt oder berechnet und weiterhin bedenkt, daß c von ihr im Einheitspunkt durchschnitten wird bzw. Zonenachse ist.

Punktprojektion.

Bei den Punktprojektionen, die man gleichfalls F. E. Neumann verdankt, handelt es sich um die Wiedergabe einer Polfigur auf einer Ebene. Diese Figur wird auf einer mit dem Kristall konzentrischen Kugel erhalten in den Durchstichen von Loten, die vom Mittelpunkt des Kristalls auf seine Flächen gefällt werden.

Es macht sich also hier die schon von Bernhardt (1807) betonte Wichtigkeit der Flächennormalen zur Kennzeichnung der Flächenlage geltend. Natürlich gewinnt man den nämlichen Flächenpol, wenn man die betreffende Kristall-

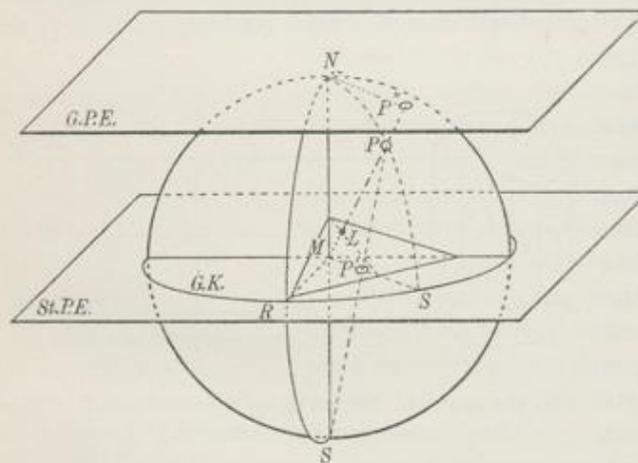


Fig. 13. Erläuterung der stereographischen und der gnomonischen Projektion.

Stereographische
Punktprojektion.

Bei der stereographischen Wiedergabe geht die Projektionsebene durch den Kugelmittelpunkt. Sie möge horizontal angenommen werden. Auf ihr, dem Grundkreise G. K. der Fig. 13, ergeben sich die Projektionen durch geradlinige Verbindung der Polfigurpunkte P mit dem Tiefsten S der Kugel. Die

bis zur Tangierung mit der Kugel verschiebt. Hat man so die Schar der Lote auf den Kristallflächen, nach Bedarf auch andere Richtungen, in der Polfigur dargestellt, so gilt es nunmehr, diese Figur auf eine schicklich gewählte Ebene zu projizieren. Dafür sind von F. E. Neumann mehrere Weisen angegeben und auch jetzt noch in der kristallographischen Praxis üblich.

Durchstiche P' dieser Geraden auf dem Grundkreis bilden die gesuchten Projektionen. Die Pole der oberen Kugelhälfte stellen sich innerhalb des Grundkreises dar; die Projektionen der vertikalen Flächen liegen auf ihm, die der unteren Kugelhälfte befinden sich außerhalb seines Bereiches. Man kann sie aber auch innerhalb des Projektionskreises zur Darstellung bringen, indem man in Gadolinscher Art die Pole der unteren Halbkugel mit dem oberen Kugelpol verbindet.

Folgende geometrische Umstände machen die stereographische Projektion zu einem äußerst wertvollen, einfachen kristallographischen Hilfsmittel.

1) Alle Kreise auf der Kugel ergeben in ihrer stereographischen Projektion wieder Kreise. 2) Die Winkelverhältnisse auf der Kugel lassen sich aus der Projektion ablesen. 3) Die Projektion eines sphärischen Dreiecks der Kugel ergibt ein entsprechendes Dreieck, in welchem die Seiten das Maß sind für den Winkel der Lote auf den Kristallflächen und in dem die Winkel das Supplement der Kantenwinkel der drei Flächen zu 180° angeben. 4) Die Polfigur einer beliebigen Zone, kontinuierlich gedacht, kennzeichnet sich durch einen Großkreis, somit ist die Projektion eines Zonenkreises nach Satz 1) wiederum ein Kreis, und zwar geht er durch zwei sich diametral gegenüberliegende Punkte des Grundkreises. Die Projektion der Zonenachse steht natürlich um 90° von jedem Punkte des Zonenkreises ab.

Zu dieser Einfachheit der Wiedergabe von architektonischen Verhältnissen der Kristalle kommt nun noch, daß die Anfertigung und Verwertung der stereographischen Projektion ganz außerordentlich erleichtert werden kann, wenn man, statt geometrische Konstruktionen auszuführen (über die man ev. in Lehrbüchern nachsehen möge), sich eines von B. Hecht (1893) und G. Wulff (1902) vorgeschlagenen Hilfsnetzes bedient.

Wulffsches Netz
zur Herstellung
von Projektions-
bildern.

Die gnomonische Projektion F. E. Neumanns hat eine reiche Anwendung besonders bei den Studien von V. Goldschmidt und seinen Schülern gefunden. Kennzeichnend ist daß die vom Krystallmittelpunkte gefällten Flächenlote unmittelbar auf einer Projektionsebene aufgefangen werden; man benutzt als solche zumeist die den obersten Kugelpunkt N tangierende horizontale Fläche $G. P. E.$ (Fig. 13 S. 564); auf ihr stellen die Durchstichpunkte P'' der Flächenlote die Projektionspunkte dar. Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß nunmehr die Projektionspunkte einer Zone auf einer Geraden liegen, wodurch eine sehr einfache Übersicht dieses wichtigen Umstandes gegeben ist. Eine Fläche in zwei Zonen ergibt sich leicht im Durchschnittspunkte der Zonengeraden. Somit projiziert sich eine horizontale Fläche im Mittelpunkt der Projektionsfigur; die Projektionen vertikaler Ebenen fallen in die Unendlichkeit, können also nicht dargestellt werden. Man deutet sie durch Pfeile auf Richtungslinien an. Zur bequemeren Eintragung und Benutzung der Punkte kann man ein Hilfsnetz verwenden, das Hilton (1904) entworfen hat.

Gnomonische
Projektion.

VIII. Kristallzeichnungen. Die Durchsicht der mineralogischen Literatur zeigt eine Fülle schöner Zeichnungen oft reich mit Flächen geschmückter Kristalle, an deren Wiedergabe auch ein Künstlerrauge Gefallen finden würde.

Meister in der Hinsicht waren und sind z. B. J. B. Romé de l'Isle, R. J. Haüy, F. Mohs, Chr. S. Weiß, A. Schrauf, B. A. M. Sadebeck, K. F. Naumann, P. Groth, J. Strüver, G. v. Rath, V. Goldschmidt, S. L. Penfield u. a. m.

Bei der Strenge kristallographischer Formen lassen sich insbesondere idealisierte Zeichnungen verhältnismäßig leicht herstellen; ein ausgezeichnetes Hilfsmittel sind dabei die projektionsmäßigen Darstellungen der Kristalle, mit ihren die Gestalten versinnbildlichenden Linien oder Punkten, aus denen sich die Figuren entweder in perspektivischen Bildern oder in einer flachen Projektionsart gewinnen lassen. Bei den perspektivischen Figuren gibt man die parallelen Kristallkanten im Gleichverlauf wieder, denkt sich also den Augenspunkt unendlich weit entfernt.

IX. Kristallberechnung. Zur allgemeinen Orientierung des Lesers über die üblichen geometrisch-kristallographischen Berechnungen genügen wenige Hinweise. Auch auf diesem Gebiete ist mehr und mehr eine Verallgemeinerung und außerordentliche Vereinfachung der Methoden möglich geworden, zumal durch Anwendung der stereographischen Projektion. Es sei im übrigen bei der Gelegenheit vermerkt, daß diese schöne und einfache Symbolisierung der Kristallformen auch eine schnelle graphische Ermittlung von kristallonomischen Zahlen gestattet, wenn es auf eine Genauigkeit nach Minuten und zweiten Dezimalen nicht ankommt. Von Interesse sind in der Hinsicht instrumentelle Vorrichtungen, an denen man mit großer Sicherheit früher rechnerisch ermittelte kristallographisch wichtige Umstände ablesen kann, z. B. solche zur Auflösung sphärischer Dreiecke. Auch mit Hülfe gnomonischer Projektion lassen sich einschlägige Aufgaben leicht lösen.

Hauptaufgabe
der Kristall-
berechnung.

Bei der Kristallberechnung kommt es wesentlich darauf an, aus Messungen von Winkeln die Grundmaße, also das Achsenverhältnis festzustellen und die Indizes der am Kristallbau auftretenden Flächen zu erkennen.

Legen wir den allgemeinen Fall eines triklinen Systems zugrunde, so ist zur Ermittlung der Winkel α , β , γ zwischen den drei Achsen und ihres Längenverhältnisses $a : b : c$ die Kenntnis von fünf unabhängigen Angularmessungen nötig. Bei den Systemen mit höher symmetrischem Achsenkreuz verringert sich diese Zahl nach dem Maße der schon von Natur aus gegebenen Konstanten und zwar im monoklinen System auf 3, im orthotrimetrischen auf 2, im trigonalen, tetragonalen und hexagonalen auf 1 und im isometrischen System auf 0; in letzterem sind die Grundmaße $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; $a : b : c = 1 : 1 : 1$.

Eine früher vielgeübte einfache, zwar etwas umständliche, indes wegen der nötigen Raumvorstellungen für den Anfänger recht lehrhafte Methode der Kristallberechnung besteht in der Verwertung von Winkeln, welche von Fläche zu Fläche gemessen sind, mittels sphärischer Dreiecke, die man um die Kristallecken legt, und in denen man zur Weiterführung der Rechnung nötige Stücke ermittelt. Man geht dann in die ebenen Dreiecke über, die das Achsenkreuz in Verbindung mit passenden Kristallkanten liefert, und gewinnt so die Grundmaße des Kristalls. Dabei werden die Verhältnisse natürlich um so einfacher, je

regelmäßiger das Achsenkreuz ist. Besonders C. F. Naumann und C. Klein haben in ihren Lehrbüchern diese Art der Berechnung in ausführlichster Art erörtert.

Eine zweite Methode wurde auf die Ausnutzung stereographischer Projektionen gegründet, deren sphärische Dreiecke, wie S. 565 vermerkt ist, Flächen und Kantenwinkel der Kristalle in sich schließen. Aus bekannten Stücken können daher mit Hilfe sphärischer Trigonometrie unbekannte berechnet werden, gleichwie das Achsenverhältnis und die Größe der Indizes sich aus einfachen Beziehungen ergeben.

Besonders bündig stellt sich die Rechnung bei Benutzung der Längswinkel und Polardistanzen der Flächen. (Vgl. S. 555.) Es lassen sich dann die wichtigsten Operationen der Kristallberechnung mit wenigen Formeln bewältigen, worüber nähere Erörterungen z. B. bei G. Wulff (Zeitschr. f. Kristallographie 1902) oder auch bei H. E. Boeke (1911, Anwendung der stereographischen Projektion) nachzulesen sind.

X. Allgemeine Übersicht der Systeme und Klassen der Kristalle. Herleitung der Kristallklassen.
Die Ableitung der sieben Kristallsysteme und der in ihrem Rahmen möglichen 32 Klassen ist ein besonderer Fall der allgemeineren Aufgabe, sämtliche theoretisch mögliche Verbindungen von Symmetrieeigenschaften ausfindig zu machen, mit anderen Worten alle denkbaren regelmäßigen Punktsysteme zu bestimmen. Seine eigene Art erhält das Problem im anorganischen Reiche der Natur durch die Beschränkung, die das kristallographische Grundgesetz mit sich bringt, unter dessen Zwange, wie erwähnt, in der Formenwelt der Kristalle insbesondere nur 2-, 3-, 4- oder 6-zählige Symmetrieachsen möglich sind.

An der Lösung der allgemeinen mathematischen und der spezielleren kristallographischen Aufgabe haben sich viele Forscher versucht; es seien insbesondere W. Barlow, H. Baumhauer, F. Becke, A. Bravais, P. Curie, E. v. Fedorow, Ch. Friedel, A. Gadolin, P. v. Groth, J. F. Ch. Hessel, Th. Liebisch, B. Minnigerode, C. Rohn, E. Sommerfeldt, G. v. Tschermak, C. Viola genannt. Die erste vollständige Ableitung der Kristallklassen wurde 1830 von J. F. Ch. Hessel (1796—1872) ausgearbeitet. Es ist hier nicht der gegebene Ort, den speziellen Darlegungen dieser Forscher zu folgen. Nach der Herauskehrung des gemeinsamen Ergebnisses, daß 32 durch verschiedene Symmetrie gekennzeichnete Kristallklassen möglich sind, ist es vielmehr die nächste Aufgabe, die Mannigfaltigkeit der kristallographischen Welt in ihrer Ordnung nach Systemen (Syngonien) vorzuführen, die sich als Hauptabteilungen ergeben haben. Es sind ihrer sieben: die triklone, monokline, orthotrimetrische (rhombische), trigonale, tetragonale, hexagonale und isometrische (reguläre) Bauart. Eine jede Syngonie ist gewissermaßen durch ein besonderes inneres Baugerüst, das Achsenkreuz, gekennzeichnet, ausgenommen das trigonale und das hexagonale System, die auf ein gemeinsames Achsenkreuz bezogen werden können.

Das Wesen zunächst der triklinen Bauweise tritt im Achsenkreuz der Fig. 14a Die sechs Achsenkreuze. heraus; es ist aus drei ungleichen, schief zueinander verlaufenden Armen zu-

sammengesetzt. Schon höher symmetrisch zeigt sich Fig. 14b als Symbol des monoklinen. Auch hier sind a , b , c verschieden, aber nur a und c stehen schräg aufeinander, a und γ bilden 90° . Ähnlich, nun aber auch mit $\beta = 90^\circ$ stellt sich das orthotrimetrische oder rhombische (Fig. 14c) dar. So ist denn nicht zu verkennen, daß diese drei Baustile Verwandtschaftszüge zeigen; ihr Achsenkreuz ist trimetrisch. Die Unterschiede liegen in seiner unsymmetrischen, monosymmetrischen und orthotrimetrischen Art.

Mit einer anderen allgemeinen Physiognomie treten dem Beschauer die trigonalen, tetragonalen und hexagonalen Gebilde entgegen. Sie lassen sich auf ein dimetrisches Baugerüst beziehen, in dem eine gebräuchlicher Weise vertikal gestellte Achse eine im Kristall sich nicht wiederholende Richtung c darstellt; sie wird mit Recht die Hauptachse genannt. Im trigonalen System ist c eine Trigyre, im tetragonalen herrscht in ihr als Tetragyre oder Tetragyroide die

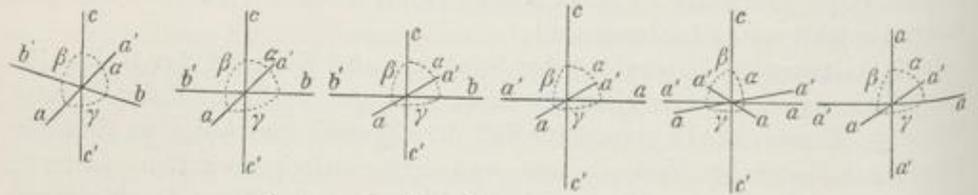


Fig. 14 a—f. Achsenkreuze der Kristallsysteme.

Vierzahl, im hexagonalen System stellt sie sich als Hexagyre dar. Das zweite Maß, gegeben durch die horizontalen Nebenachsen a , wiederholt sich in regelmäßiger Aufteilung des Horizontalschnittes, wie es die Fig. 14d und e zeigen. Schließlich ist die prächtige Mannigfaltigkeit des isometrischen Systems zurückzuführen auf ein höchst einfaches Achsenkreuz, das, wie Fig. 14f vorführt, aus drei gleichen, senkrecht zueinander stehenden Armen besteht.

Die fünf
Prinzipien kri-
stallographischer
Ornamentik.

Die nächste Aufgabe liegt auf der Hand. Es gilt jetzt die Baugerüste mittels einer Ornamentik durch Flächen und Flächenkombinationen zu umkleiden. Das läßt sich nach G. v. Tschermak im stufenweisen Aufbau unter die Herrschaft von zunächst fünf Prinzipien bringen. Zuerst besteht die kristallonomische Möglichkeit, daß jede Fläche für sich, ganz unabhängig von andern, dasteht. Offenbar handelt es sich dann um die niedrigst symmetrische Stufe. Weiter aber mag sich zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche gesellen; oder es findet sich eine Fläche hemitrop wieder, d. h. sie deckt sich mit einer zweiten, wenn eine 180° -Drehung um eine zur Durchschnittskante senkrechte Achse ausgeführt ist, auch kann eine Fläche spiegelbildlich wiederkehren, und schließlich ist es möglich, daß sie und ihr Spiegelbild mit parallelen Gegenflächen ausgestattet sind.

Figürlich stellen sich diese fünf Formen der Flächenanlage anschaulich so vor, wie es die Fig. 15 zeigt.

Eine nähere Betrachtung lehrt, daß die fünf elementaren Stufen der Kristallornamentik die zwei Klassen des triklinen und die drei des monoklinen Systems versinnbildlichen. In den hinsichtlich ihres Zonenbaues immer

mannigfacher sich gestaltenden übrigen Kristallsystemen kehren die fünf Typen sich am selben Kristalle wiederholend, wieder. Alles zusammen bildet die Reihe der 32 Bauarten in der anorganischen kristallinen Welt.

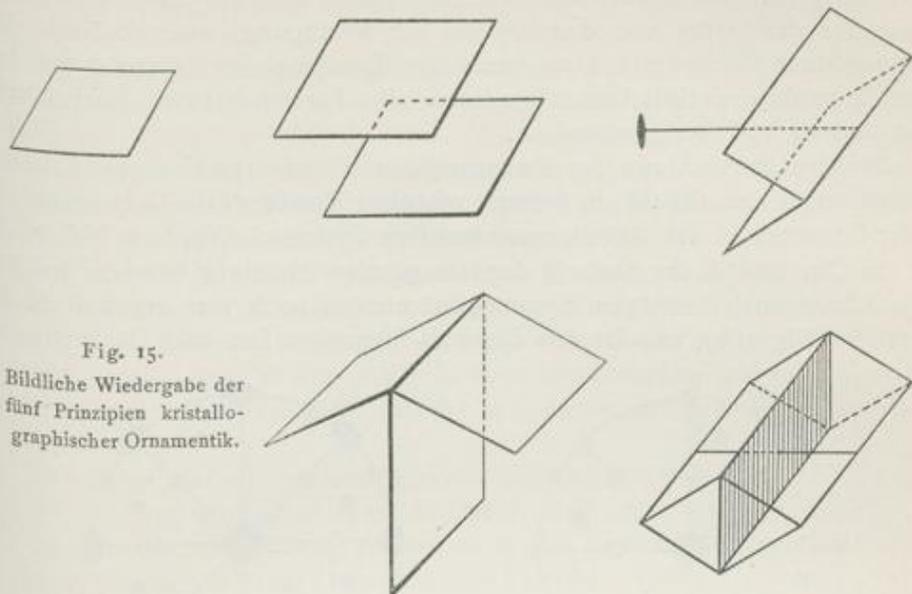


Fig. 15.
Bildliche Wiedergabe der
fünf Prinzipien kristallographischer Ornamentik.

XI. Kristallformen innerhalb der Klassen. Um das Endziel zu erreichen, d. h. die Flächen in ihrem ganzen Wechsel der Erscheinungen, wie er in den 32 Klassen jeweils möglich ist, zu entfalten, ist nur nötig, einen figurativen Punkt, der in den Projektionsbildern der Fig. 16 durch einen Kreis gegeben ist, in alle möglichen charakteristisch verschiedenen Stellen des sphärischen Dreiecks wandern zu lassen, das ihn umschließt; das sind natürlich die Lagen auf den drei Seiten des Dreiecks, in seinen drei Ecken und im Innern des Feldes. Stets sind somit sieben Fälle gegeben. Läßt man alsdann die Symmetrie der betreffenden Kristallklasse walten und trägt die ihr entsprechenden weiteren Pole in das Projektionsbild ein, so entstehen in einfachster Anschaulichkeit die jeweils sieben Formen der Gruppe.

Als Beispiel für diese kristallographische Formenentwicklung möge die Stufe II des tetragonalen Systems erörtert werden, deren Bauregel in Fig. 16a gekennzeichnet ist. Danach herrschen in diesem Stil als Symmetrieelemente die erzeugende Tetragyre und eine horizontale Symmetrieebene. Ein kleinster durch eines der acht Dreiecke bestimmter Bauteil diene als Ausgang, und so wandere der darstellende Punkt in die Lage 1 als Repräsentant zur Tetragyre senkrechter Flächen. Der Erfolg ist die pinakoidal gestaltete tetragonale „Basis“. Die Lage 2 gleichwie 3 und 4 verlangen vierfache Gruppierung der nun vertikal stehenden Flächen, wie es die in tetragyrischer Wiederholung gesetzten Punkte angeben: die Ergebnisse sind das tetragonale Prisma erster Stellung (2), zweiter Stellung (3) und dritter Stellung (4). In Lage 5 liefert der tetragyrisch wiederholte

und nach der horizontalen Symmetrieebene gespiegelte Punkt eine tetragonale Bipyramide erster, in Lage 6 eine solche zweiter und in Lage 7 eine dritter Stellung.

Alle diese allgemeinen Formen sind in der Stufe II des tetragonalen Systems möglich. Natürlich stehen zur Ornamentik im besonderen eine große Schar der drei Arten von Bipyramiden zur Verfügung, wechselnd mit der Neigung ihrer Flächen zur Tetragyre. Eine Beschränkung ist nur durch das kristallographische Grundgesetz gegeben: alle Formen müssen Rationalität ihrer Indizes zueinander aufweisen.

Gemeinsamkeit
von Formen
in verschiedenen
Kristallklassen.

Bei der Entwicklung des Formenreichtums der verschiedenen Kristallklassen zeigte sich alsbald ein weiterer wichtiger Umstand: die Gemeinsamkeit vieler Gestalten in den Abteilungen desselben Systems. Würde es sich z. B. um die Ornamentik der Stufe V der tetragonalen Abteilung handeln, bei der außer den soeben benutzten Symmetrieelementen noch vier vertikale S. E. herrschen (Fig. 16b), so wäre das Ergebnis folgendes: Der nach der nunmehr

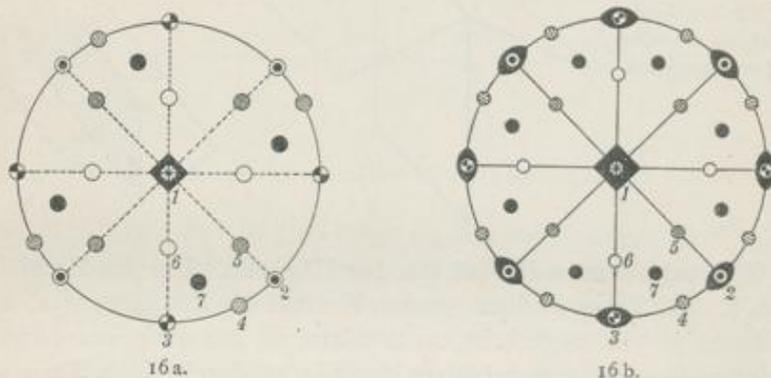


Fig. 16a und 16b. Entwicklung der Kristallformen im Rahmen der Stufe II und V des tetragonalen Systems.

gültigen Bauregel wiederholt gruppierte Punkt 1 ergibt wie vorhin eine pinakoidale Basis; 2 und 3 liefern abermals tetragonale Prismen und 5 sowie 6 Bipyramiden wie vorhin; 4 und 7 aber lassen neue Gestalten entstehen: ditragonale Prismen bzw. ditragonale Bipyramiden.

Oberflächen-
beschaffenheit
von Kristallen
als Hinweis auf
die obwaltende
Symmetrie.

Daraus erhellt, daß sich aus der Ornamentik eines Kristalls nicht immer erschließen läßt, welcher Symmetriegruppe er angehört. Ein Kristallbau z. B. mit den durch die Punkte 1 2 3 und 5 gekennzeichneten Formen ist beiden erörterten Klassen gemeinsam. Erst das Auftreten von Gestalten 4 bzw. 7 würde näheren Aufschluß darüber geben, ob Stufe II oder V vorliegt. In solchen Fällen der Mehrdeutigkeit hilft zuweilen die Beobachtung der Flächenbeschaffenheit, die wahre Symmetrie ergründen. Z. B. findet man an den Würfeln des Eisenkieses häufig eine Streifung, die auf jeder Fläche längs einem Kantenpaar geht, ein deutliches Zeichen, daß dem Gebilde nur drei senkrecht aufeinanderstehende Symmetrieebenen zukommen. Versagen solche Studien der Oberflächenbeschaffenheit, so decken physikalische Untersuchungen die Symmetrieverhältnisse auf. Später wird von solchen Methoden die Rede sein.

Es ist natürlich hier, wo es sich um Darlegungen allgemeiner Verhältnisse handelt, nicht der Ort, alle die Formen zu schildern, mit denen die Natur die Glieder der Kristallklassen schmückt. Immerhin sei eine kleine Folge von Gestalten gewürdigt, die sich in den kristallographischen Gruppen in niederer und immer höher symmetrischer Art zur Schau stellt.

Das einfachste, was zur kristallographischen Ornamentik dient, ist die für sich selbständige Fläche. Man nennt sie ein Pedion. Natürlich besteht sie in Wirklichkeit nicht für sich; eine volle Raumumschließung, der tatsächliche Bestand eines rundum durch Flächen geschlossenen Kristalls also, ist erst durch mindestens vier pediale Formen gegeben. In der Tat aber hat man Stoffe kennen gelernt, es sind die der ersten (asymmetrischen) Stufe des triklinen Systems, die sich lediglich in dieser recht eigenartigen geometrischen Weise geben. In höher symmetrischen Klassen kehrt übrigens das einfache kristallographische Ornament des Pedions neben reicher ausgestalteten Formelementen wieder, so in zwei monoklinen Stufen, sowie im orthotrimetrischen und in den wirteligen Systemen. Natürlich fehlt in solchen Gruppen mit pedialen Formen ein Symmetriezentrum.

Beispiel von
Kristallformen.

Das nächst höhere Formelement im Kristallbau ist die Vereinigung von Fläche und Gegenfläche; man nennt es ein Pinakoid. Seine erste und zwar ausschließlich herrschende Verwendung erfährt es in der zentrosymmetrischen „pinakoidalen“ Klasse, der Stufe II des triklinen Systems. Aber auch sonst erscheint es vielfach gewissermaßen als zweiflächige Abschlußform, so im orthotrimetrischen und in den vielen wirteligen Bauten.

Der Typus des einfachen Sphenoids, eines Flächenpaares mit einer Digyre senkrecht zur gemeinsamen Kante, ist wenig verbreitet. Es erscheint nur im monoklinen System. Fast ebenso selten verwandt findet man im Kristallbau die einfache domatische Form, die sich als spiegelungssymmetrisches Flächenpaar kennzeichnet. Es kommt in zwei Klassen des monoklinen und orthotrimetrischen Systems zur Geltung. Eine häufige Erscheinung hingegen ist das aus vier tautozonalen Flächen rhombischen Querschnitts gebaute Prisma. Mit den Pinakoiden bringt es die ganze prächtige Fülle der so sehr häufigen höchstsymmetrischen monoklinen Bauart zuwege, und auch im orthotrimetrischen System erscheint es als eins der Hauptornamente.

Im übrigen sind diese einfachen Gestalten des Pedions, Pinakoids, Sphenoids, Domas und Prismas auch das Mittel der kristallographischen Ausgestaltung in den höher symmetrischen Gruppen; dem gesteigerten Symmetrierhythmus entsprechend verbinden sie sich hier zu neuen Gestalten. So gibt das schräg zur Hauptachse gelagerte Pedion in trigyrischer Wiederholung eine trigonale Pyramide und entsprechende Formen in anderen Systemen. Gesellt sich zur Wirtelachse eine zu ihr senkrechte Symmetrieebene, so wandelt sich das einfache, dreifach wiederholte Pedion in eine trigonale Doppelpyramide um, herrscht aber anstatt der Trigyre eine Hexagyroide, so entsteht ein Rhomboeder.

Entsprechend ist es in allen anderen Fällen der kristallographischen Formenwelt. Je höher die Forderungen der Symmetrie sich stellen, um so reicher wird

die Gruppierung der Flächen als Bauelementen der vollen Figur. Ist es auf der Stufe I des triklinen Systems die Einzelfläche, die der Ausgestaltung dient, so werden es in der monoklinen Bauart im Höchsthalle bereits vier, im orthorhombischen System acht, im trigonalen zwölf, im tetragonalen sechzehn, im hexagonalen vierundzwanzig und im isometrischen achtundvierzig. Die Hexakisoktaeder dieses Systems stellen gewissermaßen die höchste Prachtentfaltung im anorganischen Reiche vor. Wird eine Fläche (hkl) am Achsenkreuz der Gruppe V des isometrischen Systems angelegt, so zieht sie nach den Forderungen der Symmetrie dieser Klasse 47 Schwesterflächen nach sich.

Recht anschaulich kommt das bei den räumlichen Winkelspiegeln zur Geltung, wie sie von A. F. Möbius (1849) erdacht und von E. Heß (1883) in die Kristallbetrachtung eingeführt wurden. Neuerdings hat sie E. A. Wülfing in schönen großen Formaten herstellen lassen und für den Unterricht empfohlen. Sie bestehen aus zueinander nach den Symmetriegesetzen geneigten Spiegeln, in deren Eckräume man entsprechende Flächen stellt. Es ist dann in der Tat außerordentlich überraschend zu sehen, wie sich in solchem Kaleidoskop die Kristallgestalten durch regelmäßigen Reflex in schönster Vollendung darbieten, etwa der Achtundvierzigflächner beim Einschieben eines einzigen Dreiseits in eine Ecke der neun Symmetrieebenen des isometrischen Systems. Natürlich sind im Kaleidoskop nur Kristallgestalten darstellbar, die Spiegelebenen besitzen.

Beschränkung
der Kristall-
ornamentik
durch das Gesetz
der rationalen
Indizes.

So mannigfach aber schon nach obigen kurzen Darlegungen die wundervolle Welt der Kristallformen erscheint, so ist sie doch nicht jeder Variation fähig: die straffe Ordnung des Haüy'schen Grundgesetzes schließt alles an Gestalten aus, was der Rationalität der Indizes nicht entspricht. Das tritt besonders auffällig beim Wirtelbau in die Erscheinung, dessen Rhythmus nur nach dem Drei-, Vier- oder Sechsmal geordnet ist. Ein Prisma mit fünf Flächen ist ausgeschlossen, gleicherweise z. B. das platonische Pentagondodekaeder, das Pentagonyren besitzt, die auf den regelmäßigen Fünfecken der Umgrenzung senkrecht stehen. Bereits Haüy hat das erkannt.

Auch die Frage, ob nicht ein regelmäßiges Achteck oder Zwölfeck als Querschnittsform einer wirteligen Kristallgestalt beobachtet wird, ist zu verneinen. Hier hat sich die Natur im Reiche der Kristalle durch das Gesetz der Rationalität der Indizes selbst gebunden.

Voll-, Halb-,
Viertel- und
Achtflächigkeit.

XII. Holoedrie, Meroedrie und ihre Ermittlung. Schon J. Bernhardt (1807) bemerkte, daß gewisse Formen, z. B. Pyramidenwürfel und Pentagondodekaeder des isometrischen Systems, so zueinander in Beziehung stehen, daß die eine Gestalt gewissermaßen die Halbform der anderen ist. Man gelangt zum Pentagondodekaeder durch regelmäßiges Auslassen der Hälfte der Flächen des Pyramidenwürfels. Natürlich kann man aus ihm auf die Weise zwei Halbformen ableiten, je nach Wahl der Flächenhälfte. Entsprechend liefert, wie Fig. 17 zeigt, das Oktaeder zwei regelmäßige Tetraeder usw.

Chr. E. Weiß und K. F. Naumann haben diese merkwürdigen Beziehungen der Kristallgestalten zueinander umfassend studiert. Kennzeichnet

nach ihnen der volle Körper die Holoedrie, so kann man die Erscheinung der Teilformen Meroedrie und insbesondere die der Halbformen Hemiedrie nennen. Auch der sog. Hemimorphismus läßt sich füglich hierher rechnen; bei ihm bezieht sich die Auswahl halb und halb auf die Enden einer Symmetrieachse, die durch diese Art von Hemiedrie heteropolar wird.

Weiterschreitend, von der Hälfte wiederum die Hälfte nehmend, kommt man in gewissen Fällen zu einer Viertelflächigkeit (Tetartoedrie), und rechnet man das trigonale System als Hemiedrie zum hexagonalen, so läßt sich auch durch die Halbierung des Viertels eine Achtelflächigkeit (Ogdoedrie) verwirklichen. Auf diese Weise von hoch- zu niedersymmetrischen Klassen übergehend, ist es möglich, aus der Holoedrie der Systeme alle übrigen 25 Gruppen zu entwickeln und miteinander in Beziehung zu setzen. Ob aber dies Verfahren lediglich ein didaktisches Interesse hat, oder das molekulare Wesen der Dinge

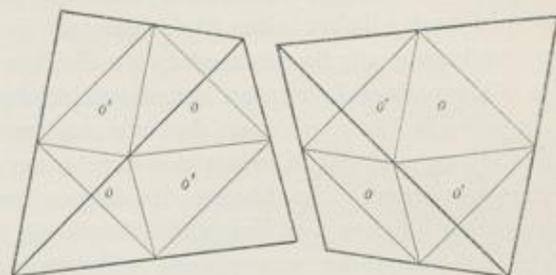


Fig. 17. Ableitung zweier Tetraeder aus dem Oktaeder.

Wesen der Teilflächigkeit.

wird verschieden beurteilt. J. Beckenkamp neigt der letzteren Auffassung zu. Nach seiner der Theorie von Bravais entsprechenden Annahme lagern die Kristallmoleküle in einem holoedrischen Raumgitter, und durch mehr oder minder vollkommene zwillingsmäßige Vereinigung der Teilchen wird eine bestimmte Stufe der Symmetrie im Rahmen des Systems erzielt. Danach wäre die Möglichkeit gegeben, daß Meroedrien bzw. Holoedrien sich mehr oder minder kräftig kundgeben. Auch V. Goldschmidt und Chr. E. Weiß nehmen abgestufte Hemiedrie an. Nach ersterem und v. Fersmann ist z. B. der Diamant nur schwach hemiedrisch. Ja die Stärke der Meroedrie könnte mit den Entstehungsbedingungen an einem und denselben Mineral wechseln.

Von Interesse erscheint in der Hinsicht, daß die Anzahl der zu einer holoedrischen Gruppe gehörigen Stoffe nach den bisherigen Erfahrungen die der meroedrischen Klassen sowohl bei den Produkten der Natur als auch der Laboratorien überwiegt, insbesondere wenn man das trigonale System als holoedrisch auffaßt. Eine Ausnahme macht dabei die vollflächig hexagonale Bauart; sie ist gegenüber der halbflächigen Weise nur selten verkörpert. Indes muß bei dieser gewiß interessanten Frage, welches die durch Häufigkeit bevorzugten Symmetrieklassen der Kristallwelt sind, immerhin noch bedacht werden, daß viele Stoffe auf die etwaige Zugehörigkeit zu einer Meroedrie noch nicht genau untersucht sind. Nicht selten stellen sich teilflächige Substanzen holoedrisch dar, indem sie die für Hemiedrie oder Tetartoedrie kennzeichnenden Flächenornamente nicht tragen. Da erhebt sich aber die wichtige Frage, wie in solchen Fällen die Entscheidung über den Symmetriegrad des Kristallbaues getroffen werden kann. In der Hinsicht ist zu bedenken, daß, wie die geometri-

Verteilung der kristallisierten Körper auf voll- und teilflächige Klassen.

schen Umstände des Wachstums so auch die der Auflösung über solche Symmetriefragen Aufschluß geben können. Man stellt sich also durch den Lösungsprozeß, der sich in das Kristallgebilde in wechselnder Richtung verschieden wirkend hineinarbeitet, neue Ornamente dar, um aus ihnen Schlüsse auf die vorliegende Bauart zu machen.

Ermittlung der geometrischen Symmetrie durch Lösungsvorgänge.

Es handelt sich dabei um Lösungskörper und Ätzfiguren. Zur Herstellung ersterer verwendet man am besten Kugeln, wie das bezüglich Kalkspat von Lavizzari, V. Goldschmidt und F. E. Wright, am Quarz von O. Meyer, S. L. Penfield und A. C. Gill geschehen ist; sie bilden sich zu Körpern um, deren Form die geometrische Symmetrie der Kristallart hervortreten läßt. Beispielsweise liefert eine Steinsalzkugel in wäßriger untersättigter Chlor-natriumlösung ein Ikositetraeder, ein Zeichen also der Holoedrie des Stoffes; aus Kalkspatkugeln werden rhomboedrisch-hemiedrische Gebilde. Aber noch mehr als die Lösungskörper sind die Ätzfiguren zufolge der Einfachheit ihrer Herstellung und der Klarheit der Ergebnisse zum Anhalt in der schwebenden Frage geworden. Sie können im allgemeinen ohne weitere Vorbereitungen an ebenen Flächen von Kristallen hergestellt werden. Meist sind es in großer Zahl nebeneinander entstehende mikroskopisch kleine, regelmäßig geformte Vertiefungen (Ätzgruben) oder Erhabenheiten (Ätzhügel). Die Zerstörung setzt also hierbei eigenartiger Weise an bestimmten Punkten der Gestalt ein, während man doch erwarten sollte, daß die Oberflächenschicht der Kristalle gleichmäßig angegriffen würde. Der Grund für diese örtlich konzentrierte Wirkung des Lösungsmittels liegt wohl in kleinen Unregelmäßigkeiten des Kristallbaues, etwa in submikroskopischen Sprüngen oder Löchern, an denen der Lösungsvorgang beginnt. Vollständig glatte Flächen an Steinsalz oder Quarz lassen in der Tat Ätzfiguren vermissen. Die Ätzhügel oder -vertiefungen haben die nämliche Symmetrie wie die Fläche, auf der sie erscheinen. Gelegentlich kommen allerdings Abweichungen vor, die wohl auf Unregelmäßigkeiten im

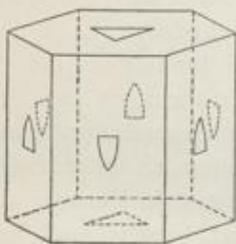


Fig. 18. Ätzfiguren an Kalkspat.

Kristallbau zurückzuführen sind. Im übrigen wechseln die Figuren oft mit dem Lösungsmittel, gelegentlich auch mit der beim Versuch herrschenden Temperatur; ihr Symmetriecharakter bleibt derselbe.

Um ein Beispiel der Verwertung solcher vor allen von H. Baumhauer, F. Becke u. a. studierten Lösungserscheinungen zu geben, sei hier über die Salzsäureätzung am Kalkspat berichtet. Recht oft erscheint er in Form der Fig. 18, die durchaus mit der hohen Symmetrie der holoedrischen Klasse des hexagonalen Systems verträglich ist. Der Versuch zeigt aber, daß nicht, wie dann

vorauszusetzen wäre, eine wagerechte Symmetrieebene und dazu sechs sich rhythmisch wiederholende senkrechte die Geometrie des Minerals beherrschen, vielmehr daß an Symmetrieebenen nur drei vertikale vorhanden sind, denn die Figuren auf der Basis sind trisymmetrisch und die auf den Prismenflächen werden, wie das Bild zeigt, nur durch eine einzige Ebene spiegelbildlich geteilt;

auf den Abschlußflächen oben und unten liegen die Dreiecke verwendet, durch die Kanten der Säule kann keine Symmetrieebene gelegt werden. Als Deckbewegungsachsen treten in ausgezeichneter Deutlichkeit eine vertikale Triygre, die zugleich eine Hexagyroide ist, und drei Digyren senkrecht zu den Prismenkanten heraus; das Symmetriezentrum ist vorhanden.

Noch in anderer Weise haben die Ätzfiguren über die Baueigentümlichkeiten von Kristallen Aufschluß gegeben, insofern sie Verwachsungen, so den Zwillingsaufbau, durch die mit den Individuen wechselnde Lage der Lösungsformen aufdecken. Auch macht sich eine etwaige Aggregierung von Körnern beim Lösungsvorgange gut kenntlich, da der chemische Angriff zunächst an den Grenzen der Teilchen kräftig einsetzt und Umrandungsrillen entstehen läßt.

Wie ein Ätzen wirkt gelegentlich eine Entwässerung; so findet man es recht hübsch bei leicht durch Erwärmen getrübten Spaltblättchen von Gips; sie sind mit höchst zierlichen regelmäßig gestalteten Verdunstungsfiguren übersät. Auch die im Zusammenhange mit den Ätzerscheinungen stehenden Lichtfiguren sind ein recht praktisches Mittel zur Feststellung der Kristallsymmetrie geworden. Man erblickt sie auf geätzten Flächen bei der Durchsicht nach einer Lichtquelle oder im Reflex. Bei geeigneter Versuchsanordnung geben sie die Symmetrie der betreffenden Kristallfläche in der Anordnung zierlicher heller Punkte und Streifen wieder.

XIII. Wechsel der Kristallgestalt. Es erscheint selbstverständlich, daß die Molekularanordnung der Kristalle gleicher mineralischen Art, z. B. die Struktur aller Kalkspate, aller Eisenkiese, aller Diamanten jeweils dieselbe ist. Die Gestalt hingegen, welche den innerlich stets gleichartigen Molekelhaufen dieser Minerale gegen die Außenwelt abgrenzt, wechselt in oft bunter Mannigfaltigkeit. Höchst lehrreich in der Hinsicht ist ein Blick auf Kalkspatausstellungen in größeren Schausammlungen. Die Verschiedenartigkeit der Erscheinungen ist in der Tat erstaunlich.

Dieser Wechsel der Oberflächenentwicklung muß wesentlich auf Beziehungen beruhen, die zwischen dem konstanten inneren Bau und den Variablen der Umgebung bestehen. In der Tat hat man einen Hauptfaktor für die verschiedene Ornamentik der Fassade von Kristallgebäuden in den Lösungsgenossen gefunden; das sind die chemischen Stoffe, die außer der sich ausscheidenden Substanz an einer Lösung teilnehmen. Schon S. 540 ist auf die große Verschiedenheit der Formentwicklung von Chlornatrium hingewiesen, das aus sonst von Beimengungen freiem Wasser in Würfeln kristallisiert, das aber nach F. Ritzel aus mit Harnstoff zu 12,5% versetzter Lösung sich in Kuboktaedern bildet und bei Verwendung 40% Harnstoff führenden Lauge in reiner Oktaederform ausfällt. Durch entsprechende Verfahren kann man Alaun nach Belieben in

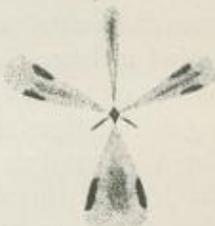
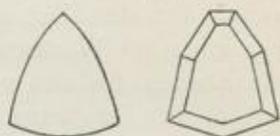


Fig. 19 a, b Ätzfiguren und Fig. 19 c Lichtfigur auf einer Rhomboederfläche von Kalkspat.

Entwässerungsfiguren.

Lichtfiguren.

Mannigfaltigkeit der Ornamentik bei derselben Kristallart.

Lösungsgenossen als Ursache wechselnder Kristallentwicklung.

Würfeln oder in Oktaedern züchten. Und so liegt es denn nahe, den Grund der wechsellvollen Gestalt des natürlichen Kalkspats und anderer Minerale in der verschiedenen Zusammensetzung der Lösungen zu sehen, in denen sie entstanden.

Natürlich befriedigt der obige, rein tatsächliche Zusammenhang noch nicht. Zur Vertiefung der Erkenntnis dieser in der Mineralwelt so bedeutsamen Erscheinung ist es angebracht, sich den Vorgang des Kristallwachstums nach P. v. Groth, A. Johnsen, H. Gerhart u. a. näher vorzuführen.

Theoretische
Vorstellungen
und
experimentelle
Erfahrungen.

Denkt man sich als erste feste Bildung einer verdunstenden Lösung einen winzigen Kristall, etwa von Oktaederform, so vollzieht sich seine Vergrößerung erfahrungsgemäß durch schaliges Absetzen weiterer Kristallsubstanz um den Kern. Einen Anhalt für die Wachstumsgeschwindigkeit der Flächen gibt die Ausmessung ihres Abrückens vom Kristallmittelpunkt, dem Ursprung A. Johnsens. Da alle Flächen eines Oktaeders gleichartig sind, müssen sie es auch bezüglich der Wachstumsgeschwindigkeit sein; man wird also erwarten, daß die Ebenen des sich vergrößernden Oktaeders stets gleiche Ursprungsdistanz haben. Die Erfahrung zeigt, daß dies im allgemeinen nicht der Fall ist. Daher müssen andere Umstände mitspielen. Das sind nun wohl die Zufälligkeiten der Konzentrationsströmungen in der Lösung und die Lage des Kristalls zu ihnen.

Sind mehrere Gestalten an einem wachsenden Kristall vertreten, so wird es außer von solchen beiläufigen Umständen von dem Verhältnis ihrer Wachstumsgeschwindigkeiten abhängen, welche Form die Vorherrschaft gewinnt. Es ist das natürlich die mit kleinster Auflagerungsgeschwindigkeit; denn sie bleibt dem Mittelpunkt des Kristalls am nächsten, schneidet also letzteren mit größter Fläche nach außen ab. Die langsamst vorrückenden Ebenen werden allmählich andere überwuchern können, z. B. mag ein Oktaeder den Würfel zurückdrängen und schließlich verschwinden lassen. Eine Kugel wird beim Wachstum sich anfangs mit verschiedenartigen ebenen Flächen bedecken, bis am Ende vielleicht eine Gestalt allein herrscht. Derartige Kristallisationen sind z. B. von A. Rauber (1895) am Alaun angestellt.

Eine Erklärung dieser Umstände versuchte P. Curie (1885). Nach ihm wird vom wachsenden Kristall ein Minimum der Oberflächenenergie in Berührung mit seiner Mutterlauge erstrebt, wofür die Kapillaritätskonstante ein Maß ist. Beim Steinsalz der Kombination Würfeloktaeder würde also das Produkt $a \cdot w + b \cdot o$ ein Minimum sein, wo a die Kapillaritätskonstante des Würfels mit der Oberfläche w ist und b und o entsprechend für das Oktaeder gelten.

Eine Formel für die Umstände des Wachstums und entsprechend der Auflösung hat auch W. Nernst aufgestellt. Es liegt ihr die Auffassung zugrunde, daß sich mit größter Geschwindigkeit (unendlich viel schneller, als ein Ausgleich durch Diffusion zustande kommen kann) an der Oberfläche der festen Substanz eine gesättigte Lösungsschicht bildet, von der aus fortgesetzt Substanz in die untersättigte Lösung abströmt. Maßgebend für eine Verschiedenheit der Auflösungsgeschwindigkeit ungleichartiger Kristallflächen wären danach

die Dicke δ der an der Grenze der Kristalle sich momentan bildenden gesättigten Lösungsschicht, und fernerhin die Löslichkeit der betreffenden Substanz. Nach Untersuchungen von Nernstschen Schülern und von F. Ritzel tritt bald die eine, bald die andere Größe in den Vordergrund. δ scheint sehr stark wechseln zu können; für die Löslichkeit wird man von vornherein keine großen Unterschiede der Flächen erwarten. Immerhin gelang es F. Ritzel am Steinsalz solche Differenzen aufzufinden. Nach ihm ist der Würfel dieses Salzes in einer Chlornatriumlösung weniger löslich als das Oktaeder; in harnstoffhaltiger Lauge ist es umgekehrt. Wie nun von zwei Modifikationen eines Stoffes die weniger lösliche die beständigere ist, so gilt das für die Würfel- bzw. Oktaederentwicklung entstehender oder wachsender Kristalle. In reiner NaCl-Lösung ist der weniger lösliche Würfel, in harnstoffhaltiger das dann weniger lösliche Oktaeder stabil. Der einfache direkte Beweis, daß z. B. eine durch Steinsalzwürfel gesättigte Lösung Oktaederflächen angreift, steht allerdings noch aus.

Ersichtlich liegen die Verhältnisse der Flächenausbildung unter dem doppelten Einfluß des Curieschen Prinzips und dem der Löslichkeitsunterschiede verschiedener Flächen verwickelt. Weitere Studien sind zur Klärung erforderlich.

Hand in Hand mit den theoretischen Erwägungen müssen natürlich statistische Untersuchungen über das Auftreten der Flächen und ihres Vorkommens gehen. Daß es in der Kristallwelt in der Hinsicht eine gewisse regierende Gesetzmäßigkeit gibt, wurde schon 1874 von G. Junghann erkannt, später haben vor allem V. Goldschmidt, ferner H. Baumhauer, E. v. Fedorow und E. Sommerfeldt recht beachtenswerte einschlägige Regelmäßigkeiten in der Ornamentik von Kristallen aufgefunden. Geht man von passend gewählten Grundformen (100); (010); (001) aus, so lassen sich durch Addition der gleichstelligen Indizes zweier Flächen bekanntermaßen weitere tautozonale Gestalten ableiten, wie das folgende Schema zeigt: (100) (110) (010); (010) (011) (001); (100) (101) (001). Durch zweite, dritte, vierte und noch weitere Wiederholung des Verfahrens kommt man zu neuen theoretischen Reihen z. B. zu (100) (210) (110) (120) (010), und die Erfahrung bekundet, daß die Verknüpfung von tautozonalen Flächen durch solche Differenzierung in der Tat bei der Ausgestaltung der Kristalle eine Rolle spielt. Natürlich werden die Indizes der höheren Ableitungen immer größer und damit die Flächen im allgemeinen weniger wahrscheinlich.

Vielfach ist der Bau der Zonenreihe unsymmetrisch. Man hat dann gewissermaßen eine schwache Ausgangsfläche und eine stärkere Zielfläche, bei deren Annäherung sich die Formen in der Zone häufen.

Den grundlegenden Einblick in diese bedeutsamen Verhältnisse hat V. Goldschmidt durch die Aufstellung seines Gesetzes der Komplikation geschaffen; es läßt sich in kurze folgendermaßen kennzeichnen. Denkt man sich die Kristallflächen als Zeugen von Kräften, die von den Kristallpartikeln ausgehen und jeweils senkrecht zu den Flächen gerichtet sind, so mögen in Fig. 21 MA und MB die Richtungen dieser Kräfte bezüglich der Haupt- (oder

Statistik des Auftretens von Kristallformen.

Komplikations-Gesetze.

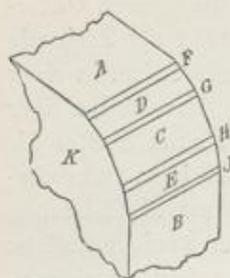


Fig. 20. Flächenserie in einer Zone. (Nach V. Goldschmidt.)

Primär-) flächen A und B der Fig. 20 vorstellen. Aus diesen Primärkräften MA und MB leiten sich andere Kräfte und damit zu diesen senkrecht stehende Kristallflächen leicht ab, so aus Ma (der Hälfte von MA) und aus Mb (der Hälfte von MB) die Resultante Mc, zu der senkrecht die Fläche C steht. Weiter können $\frac{1}{2}$ Ma und $\frac{1}{2}$ Mc zu Md zusammentreten, sowie $\frac{1}{2}$ Mc und $\frac{1}{2}$ Mb zu Me, entsprechend den Flächen D und E in Fig. 20. Ebenso leiten sich die Formen F, G, H, J in derselben Figur ab. Ersichtlich wird die Rangordnung dieser Flächenserien immer geringer; des weitern ist selbstverständlich, daß die Ornamentik des Kristalls der Fig. 20 genau so wie es oben bezüglich der Zone AB vollzogen ist auch hinsichtlich der Zonenfolge an den Kanten zwischen K und B sowie zwischen K und A geschehen kann.

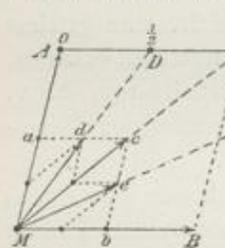


Fig. 21. Flächenserie einer Zone in gnomonischer Projektion. (Nach V. Goldschmidt.)

Man fängt dabei alle vom Kristallmittelpunkt M auf die Flächen gefällten Lote auf einer Ebene auf, in der die Zone AB durch die Linie AZ (parallel MB) in Fig. 21 gekennzeichnet sei. MA sticht auf AZ in o ein, MB in ∞ , Mc in C mit dem $\frac{1}{2}$ Abstände $AC = MB = 1$. Dann ist $AD = \frac{1}{2}$, $AE = 2$. So stellt sich heraus, daß die Lage der in Rede stehenden tautozonalen Flächen A, D, C, E, B durch die Zahlen $0, \frac{1}{2}, 1, 2, \infty$ dargestellt wird; sie bilden eine harmonische oder (wenn vollständig) Normalreihe Goldschmidts. Nach ihm spielen in der Kristallwelt folgende Reihen eine ausschlaggebende Rolle. $N_0 = 0, \infty$ (das sind A und B für sich in Fig. 20); $N_1 = 0, 1, \infty$ (A, C, B in Fig. 20); $N_2 = 0, \frac{1}{2}, 1, 2, \infty$ (A, D, C, E, B in Fig. 20) und $N_3 = 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, 2, 3, \infty$ (alle tautozonalen Flächen in Fig. 20). Weiter geht die Differenzierung in der Regel nicht. Zwar kommen bei sehr flächenreichen Kristallen, wie Kalkspat, in einer Zone gelegentlich zusammen oder an verschiedenen Kristallen weit mehr Formen vor, als diesen harmonischen Reihen entspricht, die Betrachtung des Projektionsbildes zeigt in solchen Fällen indes, daß die zwischen den Endpunkten der Zone gespannten Linien in Strecken mit zahlreichen Projektionspunkten und leere Teilstrecken zerfallen. Betrachtet man jede Strecke für sich, indem man ihren Anfang und ihr Ende zu 0 bzw. ∞ in obiger Darlegung macht, so findet man nach V. Goldschmidt das Komplikationsgesetz wieder bestätigt. Die kristallographische Formel für diese Transformation ist sehr einfach, nämlich $p = \frac{z-z_1}{z_2-z}$, in der z_1 und z_2 das alte Anfangs- bzw. Endglied und z das umzuformende Glied bedeutet. Flächen

z. I
0.1
seri
glei
um
Far
den
lun
ber
som
Lin
lich
dies
den
das
viel
wür
kris
Ag
erka
übe
Ste
den
nom
stet
Abv
des
ung
mä
ung
auch
Ske
Sch
stra
eine
weit
lich
von
sich
Wac
und

z. B. mit $z = 1, 4/3, 3/2, 5/3, 2$ geben in der Verwandlung nach obiger Formel $0, 1/2, 1, 2, \infty$, erweisen sich also nach dem Gesetz der Komplikation angeordnet.

Diese harmonische Verknüpfung der Glieder kristallographischer Flächenreihen durch Komplikation ist im übrigen, wie V. Goldschmidt in vergleichenden Studien fand, der Ausdruck einer Gesetzmäßigkeit, die sich in umfassendem Maße auch sonst geltend macht, so im Reiche der Musik, der Farben und in der Anordnung der planetaren Sternwelt.

XIV. Verzerrung und Verkümmern von Kristallformen. Bei den bisherigen Betrachtungen galt es im allgemeinen dem Ideal der Entwicklung: Ebenen umgrenzen den kristallographischen Bau derart, daß alle gleichberechtigten Flächen gleich weit vom Mittelpunkte des Körpers abliegen und somit gleich groß sind. Der Fall wird für gewöhnlich in den Modellen, die K. v. Linné (1707—1778) in unsere Wissenschaft einführte, wiedergegeben. In Wirklichkeit entspricht die Begrenzung der Kristallmasse nur in seltenen Fällen diesem Ideal. Die Zentralsdistanz gleichberechtigter Flächen ist meist verschieden, die Kristallform mithin verzerrt. So gibt es Goldkristalle, die durchaus nicht das Rundliche zeigen, das den idealen isometrischen Formen eigen ist, die vielmehr sehr dünne Blättchen nach einer Oktaederfläche sind, Rotkupfererzwürfel, die wie lange, zarte, tetragonale Säulen mit Basis erscheinen, und Bergkristalle von orthotrimetrischem, monoklinem oder triklinem Habitus. Schon Agricola (1490—1555) waren solche Mißbildungen des Quarzes aufgefallen; er erkannte, daß am Bergkristall oft eine breite Säulenseite einer schmalen gegenüberliegt. Indes bei diesem wie bei allen anderen Mineralien bewahrheitet sich Stenos Fundamentalsatz von der Unveränderlichkeit der Neigungswinkel zwischen den Kristallflächen. Sein „non mutatis angulis“ darf man allerdings nicht astronomisch genau nehmen. Die ins Feinste ausgebildete Winkelmeßkunst findet fast stets in kleine Bruchteile von Graden gehende Abweichungen; dazu kommen allerlei Störungen des Oberflächenbaus, wie Krümmungen, Knickungen (sog. Vizinalflächen), Streifungen, regelmäßige Erhabenheiten (Subindividuen), Vertiefungen u. a. m.

Recht eigenartig unter den Kristallen sind auch die unvollkommenen Raumerfüllungen der Skelette, wie sie jedermann von den zierlichen Schneekristallen kennt, die mit ihren sechsstrahligen Fiederchen gewissermaßen zunächst einen Achsenstern angelegt haben und nicht zur geschlossenen Basistafelung weiter vorangeschritten sind. Nach O. Lehmann handelt es sich dabei wesentlich um das bevorzugte Wachstum scharfer Elemente, der Ecken und Kanten, also von kristallographischen Bauteilen, die ja in der Tat einen gewissen Vorrang hinsichtlich des „Kristallisationshofes“ genießen, aus dem jedes Flächenteilchen sein Wachstumsmaterial durch Diffusion bezieht. Vgl. Fig. 22, welche zeigt, daß d und e nicht nur aus b und c, sondern auch aus A Nahrung erhalten.

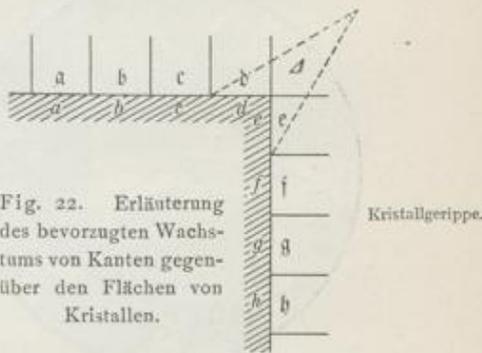


Fig. 22. Erläuterung des bevorzugten Wachstums von Kanten gegenüber den Flächen von Kristallen.

Kristallgerippe.

Sehr leicht lassen sich bei vielen künstlichen Stoffen Skelette zuwege bringen. Ganz prächtig ist z. B. die zierliche Art der reich verstrickten Wachstumsformen des Chlorammons.

Ver-
kümmerungen.

Eine Fülle solcher Erscheinungen deckt das Studium der petrographischen Kleinwelt auf; zumal bei den aus dem Schmelzfluß erstarrten Gesteinen mit im wesentlichen glasiger Entwicklung sind mikroskopische Kristallskelette häufig. Die hyaline Art ihrer Umgebung weist auf schnelle Erstarrung hin, und es ist wohl verständlich, daß es gerade unter solcher Ungunst der Umstände häufig zu nur unvollkommenen Bildungen der Ausscheidungen gekommen ist. So findet man denn vielfach in Obsidianen überhastete Kristallisationen, die als „Mikrolithe“ nicht nur in der Größe sehr stark zurückgeblieben, sondern auch, wie H. Vogelsang zeigte, als gekrümmte Härchen (Trichite), Kügelchen (Globulite), knochenförmige Stäbchen (Longulite), Perlschnüre (Margarite) in unvollkommenen Stadien der Kristallentwicklung steckengeblieben sind. Ihre mineralische Art ist meist nicht zu ermitteln.

Runde
Kristalle.

Die Verrundung der mikrolithischen Gebilde erinnert an die Kugelform der flüssigen Kristalle. Es sind auch wohl bei beiden der Festigkeit überlegene große Oberflächenkräfte als gleiche Ursache wirksam; sie machen sich wie es hiernach scheint, auch bei festen Substanzen noch energisch geltend, wenn die Materie in sehr feiner Verteilung vorliegt, wie eben bei den so außerordentlich kleinen kristallinischen Bildungen. Die hohe Entstehungstemperatur wird dabei von Einfluß sein.

In anderen Fällen sind sphäroidische einheitliche Kristalle gewissermaßen Pseudomorphosen nach flüssigen Tropfen, so bei den vom Verfasser nicht selten beobachteten kugelrunden, klar durchsichtigen, kleinen Hagelkristallen; wohl auch bei gewissen Olivinchondren der Meteorite.

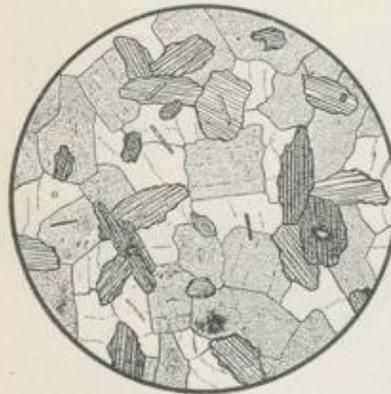


Fig. 23. Körniges Gefüge von Granit.

Häufigkeit
kristalliner
Materie ohne
ebene Flächen.

Zu betonen ist, daß in der Natur die Hauptmasse des kristallinen Materials überhaupt keine kristallographische Flächenentwicklung hat; denn wenn auch die Kristallbildungen, wie sie sich in Hohlräumen der Gesteine vollziehen, wenigstens einseitig entwickelte Formen zeigen, und in anderen Fällen schwer gebildete Individuen, wie Borazit in Salz, Granat in Glimmerschiefer,

sogar rundum ausgebildet sind, so bekundet doch die Petrographie, daß die kristallinen Gemengteile der Gesteine zumeist in Körnerform gewachsen sind, so der Feldspat und Quarz des Granits, das Steinsalz, der Kalkspat im Marmor. Es beruht diese, der Neigung, sich mit ebenen kristallonomischen Flächen zu formen widerstrebende Entwicklung offenbar auf der gegenseitigen Hemmung der Individuen beim Wachstum. Weil die Gemengteile am Ende ihrer Kristallisation, also bei der Randbildung, gleichzeitig Substanz auf sich niederschlugen, hinderten sie sich wechselseitig an „idiomorpher“ Entwicklung; sie wurden „alotriomorph“. Am schlechtesten gestellt sind in der Hinsicht natürlich die zuletzt sich bildenden. So ist es eine verbreitete Erscheinung bei natürlichen und künstlichen Kristallisationen von Schmelzflüssen, daß die erstgeborenen Individuen als „Einsprenglinge“ kristallographisch wohl entwickelt sind, der Rest aber sich weniger vollkommen, etwa feinkörnig oder faserig als „Grundmasse“ ausgebildet hat. Man nennt dies Gefüge porphyrisch. Auch nimmt das Letzterstarke wohl die Zwickel zwischen Leisten oder Tafeln ein, wie der Augit im Rahmen der Feldspate bei Diabasen. Es liegt dann die ophitische Struktur der Petrographen vor. Bei gleichzeitiger Entstehung von Feldspat und Quarz in Schmelzflüssen gibt es oft eine Durchwachsung der Individuen, die Implikationsstruktur der Gesteinskundigen.

Eine solche gegenseitige Behinderung an kristallographischer Formentwicklung bei gleichzeitiger Bildung verschiedener Mineralien spielt eine ganz besonders große Rolle bei den sog. metamorphen Gesteinen. Das sind die kristallinen Schiefer, wie Gneis, Glimmerschiefer, und die Kontaktgesteine, erstere in tieferen Zonen der Erdkruste unter dem Einfluß erhöhter Temperatur, starken Druckes und überhitzten Wassers umkristallisierte Massen, letztere in der Nachbarschaft von großen natürlichen Schmelzflüssen unter der Einwirkung sie durchdringender heißer Lösungen verändert. Bei der Wandlung dieser Gesteine kam die Gunst der ersten Bildung, wie es scheint, keinem Gemengteil zu; alle Komponenten wuchsen gleichzeitig, sich kristallographisch mangelhaft entwickelnd, gegenseitig umfassend, auch wohl durchdringend. Die Folge ist eine eigenartige kristalloblastisch genannte Struktur. Es macht sich dann

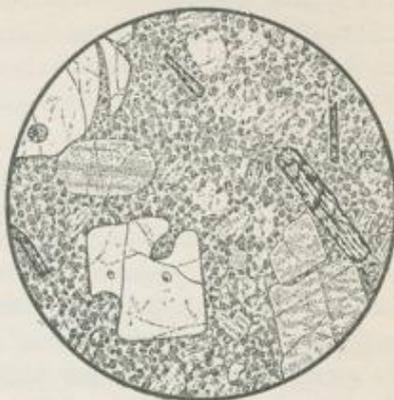


Fig. 24. Porphyrisches Gefüge bei Quarzporphyr. (Nach Reinisch.)

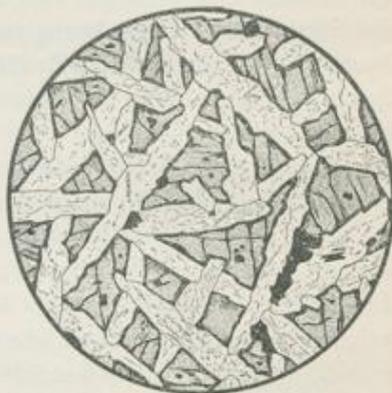


Fig. 25. Ophitisches Gefüge von Diabas.

eine Altersfolge der Bildungen nicht geltend, vielmehr hebt nur die mehr oder minder ausgeprägte Kristallisationsfähigkeit der verschiedenen Bestandteile den einen oder anderen gestaltlich heraus.

Form-
zerstörungen.

Nicht selten hat man es im übrigen bei den unvollkommenen Kristallen mit nachträglichen Formänderungen zu tun, und zwar besonders häufig mit magmatischen Resorptionen. Die Kristallisationsbahn der Schmelzflüsse bringt es eben als ganz normalen Verlauf der Dinge mit sich, daß Ausscheidungen entstehen, die im weiteren Lauf der Verfestigung unbeständig und daher in die Schmelze wieder aufgenommen werden. Reste, zu deren Resorption die Zeit mangelte, zeugen von diesem charakteristischen Zug der Entstehungsgeschichte der Gesteine. Natürlich sind es meist frühe Ausscheidungen, z. B. Olivine in Basalten, Hornblenden in Andesiten, gern auch Quarzeinsprenglinge in Porphyren, die einen solchen Zerstörungsakt erfuhren (vergl. Fig. 24 S. 581). Die verrundete Gestalt der Diamanten in der Eruptivbreccie des afrikanischen blue ground deutet wohl auch darauf hin, daß sie im Begriff waren, sich im Magma zu verflüssigen; vor völliger Auflösung bewahrte sie die explosive Ejektion aus dem ihnen verderblichen tieferen Schmelzherde.

Weiter haben mechanische Kräfte gelegentlich umgestaltend auf die Form von Kristallen gewirkt, so das gegenseitige Drängen und Drücken der im Schmelzfluß schwimmenden Ausscheidungen, vor allem aber die Gewalt des Gebirgsdruckes, der z. B. die Feldspate von manchen längst erstarrten Gabbrogesteinen zu förmlichem Grus zerquetscht hat; oft lagern in dem Trümmerwerk noch einzelne größere Reste. Zuweilen sind Gemengteile, allseitig von ihren Nachbarn zusammengehalten, plastisch umgeformt, wie man es an krummen Spaltflächen von Steinsalz und Kalkspat wahrnimmt. Eine ganz besonders interessante Erscheinung ist es, wenn sich unter solchen Verhältnissen die Spannung durch sekundäre Zwillingsbildung in Form einer Lamellierung auslöst. Das hat sich oft beim Kalkspat des Marmors, sowie beim Carnallit der Salzgesteine vollzogen.

XV. Zwillingsbildung und Polysymmetrie. Zwillinge sind gesetzmäßige, nicht parallele Verwachsungen gleichartiger oder nur durch Enantiomorphie verschiedener Kristalle. Gewisse kristallonomisch mögliche Flächen oder Kanten des einen lagern zu denen des andern parallel, ein Umstand, der sich mathematisch durch die Art der Bewegung kennzeichnen läßt, durch welche der eine Kristall in die Stellung des mit ihm verbundenen gelangen würde. Im wesentlichen handelt es sich in der Hinsicht um eine 180° -Drehung entweder um die Normale auf einer gemeinsamen rationalen „Zwillingsfläche“ Z oder um eine solche Hemitropie nach einer gemeinsamen rationalen Kante Z . Natürlich ist die Idee der Hemitropie nur eine Schilderungsform. Die Kristallteile waren von Anfang an in Zwillingsstellung. Das wesentliche Moment liegt in dem tatsächlichen Bestande.

Als Beispiel für diese kristallographisch höchst wichtigen gesetzmäßigen Verwachsungen möge die Fig. 26 dienen. Das Bild stellt einen Albitzwilling dar. Die gemeinsame Fläche ist b' . Das rechte Individuum erscheint gegen-

über dem linken hemitrop nach der irrationalen Senkrechten auf b' . Alle Kanten dieser Flächen sind in beiden Kristallen parallel.

Im Anschauen solcher eigenartigen Gruppierungen ist es von nicht geringem Interesse, das vorliegende Tatsachenmaterial in Zusammenhang zu bringen mit den allgemeinen Prinzipien der Vergesellschaftung von Kristallflächen. Es sei in der Hinsicht an die von G. v. Tschermak aufgestellten fünf Fälle kristallographischer Ornamentik erinnert (S. 569). Das einfachste Element ist die für sich selbständige Fläche, das Pedion. Durch Hinzugesellen der parallelen Gegenfläche wird eine höhere Einheit, das Pinakoid, erreicht, bei dem sich die Ausgangsfläche in der entgegengesetzten Richtung ihres Lotes noch einmal zeigt. Durch Hemitropie entsteht das Sphenoid, durch Spiegelung das Doma. Alle drei, Pinakoid, Sphenoid und Doma, sind gewissermaßen Verzwilligungen von Flächen nach verschiedenen Gesetzen. Das Prisma mit seinen vier Flächen stellt in dem Sinne eine wiederholte Zwillingsbildung dar.

Nach Tschermak liegt die Verkörperung dieses Grundgedankens kristallographischer Bauart auch in den Kristallzwillingen vor, denn diese Vereinigungen von Individuen zum gegebenen Komplex lassen sich als eine Wiederholung nach denselben drei Stufen auffassen, nach denen die Gruppierung des Pedions zum Pinakoid, Sphenoid und Doma erfolgt.

Ersichtlich liegt in solchen Zwillingsgruppierungen das Moment, Gebilde von höherer Symmetrie zuwege zu bringen, als sie dem Individuum innewohnt. So zeigt sich in Fig. 26 deutlich eine Symmetrieebene, während eine solche im Einzelkristalle fehlt. Oft wird, wie dies besonders E. Mallard (1833—1894) betonte, durch wiederholte Zwillingsbildung ein pseudosymmetrischer Aufbau erreicht. Zumal wenn sehr schmale Individuen polysynthetisch miteinander verwachsen, ist die geometrische Täuschung vollendet. Die kennzeichnenden einspringenden Winkel entziehen sich in dem Falle der Beobachtung. So ist es bei der wiederholten Verzwilligung (den Viellingen) nach dem Albitgesetz; sie läßt gewisse trikline Feldspate monoklin erscheinen. Häufig zu beobachten ist auch eine Mimesie des hexagonalen Systems durch Verzwilligung orthotrimetrischer Kristalle; so geschieht es beim Witherit der Fig. 27, der aus sechs zwillingsmäßig sich rhythmisch wiederholenden Individuen besteht. Zuweilen stehen die Winkelverhältnisse des einzelnen Kristalls denen des nachgeahmten Systems so nahe, daß auch die genaueste goniometrische Untersuchung den zusammengesetzten Bau nicht aufdeckt. In der Hinsicht ist der Borazit ein berühmtes Beispiel, dessen scheinbare, lange für echt isometrisch gehaltene Gestalt des Würfels sich aus 24 regelmäßig verwachsenen orthotrimetrischen Individuen zusammensetzt. Erst die genaue optische Untersuchung durch C. Klein und H. Baumhauer hat die wirklichen Verhältnisse des so sehr komplexen Baues aufgedeckt.

Zwillingsbildung und die fünf Prinzipien der Kristallornamentik.

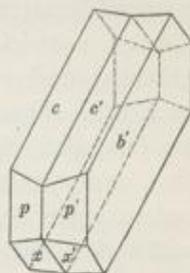


Fig. 26. Albitzwilling.

Tendenz der Zwillingsgruppierung.



Fig. 27. Mimetische Zwillingsbildung von Witherit.

Die Mannigfaltigkeit der Zwillingsbildungen wird wesentlich erhöht durch die Verschiedenartigkeit der Verwachsungsfläche der vereinigten Kristalle. Vielfach fällt sie mit der Ebene Z zusammen, so beim Albit der Fig. 26. Andernfalls ist sie parallel einer anderen Fläche oder ganz unregelmäßig.

Auffallend ist es, daß Zwillingskristalle vielfach einen anderen Habitus haben als die einfachen Gebilde. Ebene Z bzw. Kante Z sind oft durch Größe ausgezeichnet; z. B. haben sich die Albitzwillinge tafelig nach der Zwillings-ebene b entwickelt, die Periklinzwillinge nach Z (die derselben Substanz angehören) sind nach der Kante Z gestreckt. Eine anerkannte Erklärung steht noch aus. Vom Standpunkte der Molekulartheorien läßt sich wahrscheinlich machen, daß die Zwillingsflächen Ebenen bevorzugter Lage im Raumgitter sind, indes ist eine durchgehende Beziehung zu den im Gitter gewiß gleichfalls bedeutsamen Spaltebenen und häufigsten Kristallflächen nicht aufzufinden, außer der, daß die Zwillingsflächen mit ihnen die Einfachheit der Indizes teilen.

Polysymmetrie.

Ein neues Band zwischen nieder- und hochsymmetrischen Kristallgruppen, die man sonst wohl als praktisch scharf begrenzte Abteilungen geometrischer Symmetrie aufgefaßt hat, ist durch Darlegungen von P. v. Groth über Polysymmetrie geknüpft. Es handelt sich dabei um die bereits erwähnten pseudosymmetrischen Körper, z. B. und besonders oft um orthotrimetrische Kristalle, die in ihrem Winkelmaß hexagonalen ähneln und ihnen durch die Drillingsbildung noch näher kommen können. Wenn sich die Zwillingslamellen in vielfacher Wiederholung immer feiner gestaltet haben, so kann schließlich auch die Kunst des Mikroskopierens und die Verschärfung des menschlichen Gesichtssinnes durch Anwendung des polarisierten Lichtes die zusammengesetzte Natur der Gebilde nicht mehr entschleiern. Der Körper stellt sich als durchaus hexagonal dar. Scheinbar liegen also dann zwei Modifikationen der Substanz vor, eine orthotrimetrische und eine hexagonale. Bei der Beurteilung dieser Verhältnisse ist es von höchstem Interesse, daß es zuweilen gelingt, durch mechanische Beanspruchung oder durch Temperaturerhöhung die niedersymmetrische Ausbildung in die höhersymmetrische überzuführen. Als Beispiel seien der Glaserit $K_2Na(SO_4)_2$ und das entsprechende Kaliumnatriumchromat genannt, die monoklin mimetisch-hexagonal kristallisieren und beim Erwärmen die optischen Eigenschaften des Hexagonalen annehmen. Kennzeichnend ist dabei, daß die spezifischen Gewichte sich nicht ändern, und daß auch keine Wärmetönung auftritt, was der Fall sein würde, wenn es sich um die Verwandlung von Modifikationen polymorpher Körper handelte. Auch findet beim Nachlassen der Temperatur keine Rückbildung statt.

Diese und ähnliche Erfahrungen lassen Anwendungen auf wichtige Glieder des Mineralreichs zu. In der Tat wird man den monoklinen Kalifeldspat als einen feinst gebauten Zwillingsstock trikliner Lamellen auffassen dürfen. Dafür spricht die Gleichheit der Spaltbarkeit und Winkel sowie des spezifischen Gewichts, auch die Übereinstimmung gewisser optischer Eigenschaften.