

4. Wirkungen der Schwerkraft auf alle Arten von Körpern.

(Allgemeine Mechanik.)

Der freie Fall und die Fallrichtung. Lässt man einen Stein, den man vom Erdboden aufgehoben hat, in der Luft los, so dass er keine Unterstützung mehr hat, so bewegt er sich nach dem Erdboden hin, so weit es möglich ist; man sagt: der Stein fällt. (Vergl. S. 8.)

Lässt man zwei Steine (oder auch andere Körper) neben einander fallen, so ist die Richtung, in welcher sie sich der Erde nähern, für beide nahezu dieselbe. Diese Richtung kann durch ein einfaches Werkzeug angegeben werden; dasselbe besteht aus einem Faden (oder einer Schnur) und einer an dem einen Ende desselben befestigten Bleikugel; es heisst ein Loth oder Bleiloth (Fig. 12). Wenn man das freie Ende des Fadens emporhält, so spannt sich in Folge der Schwere der Bleikugel der Faden und nimmt, sobald er ruhig hängt, eine bestimmte Richtung an. Lässt man nun neben dem so aufgehängten Lothe einen Stein fallen, so lehrt der Augenschein, dass sich der Stein parallel dem Faden, also in gleicher Richtung, wie dieser sie hat, der Erde nähert.

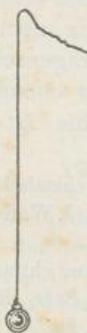


Fig. 12. Loth.

Diese Richtung heisst lothrecht, senkrecht oder vertikal.

Sie ist, genau genommen, für jeden Punkt der Erdoberfläche eine andere, da sie nach dem Erdmittelpunkte hinweist und sich somit alle Fallrichtungen in demselben schneiden.

Für nahe gelegene Punkte der Erdoberfläche ist aber der Richtungsunterschied der Fallrichtungen so klein, dass man ihn = 0 erachten, also vernachlässigen kann.

In seinen wesentlichen Theilen dem Lothe ähnlich ist das Senkblei, welches die Schiffer in das Meer hinablassen, um — an der eingetheilten Schnur — die Tiefe des Meeres zu messen.

Hält man ein Loth über die Oberfläche eines ruhigen Gewässers, so bildet der Faden des Lothes mit jeder geraden Linie, die man in der Ebene des Wasserspiegels durch den Fusspunkt des Lothes ziehen kann, rechte Winkel. Eine derartige Ebene heisst wagerecht oder horizontal. Jede gerade Linie und jeder gestreckte Körper (Stange, Balken usw.), durch welchen man eine wagerechte Ebene legen kann, heisst gleichfalls wagerecht oder horizontal.

Zur Bestimmung der wagerechten Richtung dient die Setzwage (Fig. 13). Sie besteht aus einem Lineal (ab) und einem damit verbundenen gleichschenkligen Dreieck (abc), in welches die Höhe (cd) eingeschnitten ist. Von der Spitze des Dreiecks hängt ein Loth herab (cd). Wenn dieses, das sich stets senkrecht einstellt, mit der Höhe zusammenfällt, so hat das zur Höhe rechtwinklige Lineal

eine wagerechte Richtung, desgl. ein Balken u. s. w., auf den die Setzwage gesetzt oder gestellt worden ist.

Erstes Fallgesetz. Wenn an einer Ramme der Rammklotz oder Rammbar aus einer grösseren Höhe herabfällt, so ist der Schlag, den er ausübt, gewaltiger, als wenn er aus einer geringeren Höhe niederfällt. Etwas Aehnliches zeigt sich, wenn ein Mensch aus verschiedenen Höhen auf die Erde fällt: man vergleiche die Wirkungen, welche eintreten, wenn der Fall von einem Stuhl, und wenn er von einem 1000 Meter hoch schwebenden Luftballon stattfindet.

Worin liegt der Grund für diese Erscheinung? — Die Masse des fallenden Körpers ist in den genannten Beispielen bei dem Fall aus grosser und aus geringer Höhe die gleiche, also kann sie nicht die Verschiedenheit der Wirkung verursachen; die ursprüngliche Höhe des fallenden Körpers kann dies gleichfalls nicht, denn bei seinem später erfolgenden Aufprall spielt dieselbe keine Rolle mehr. Es muss somit ein Umstand hier in Betracht kommen, den

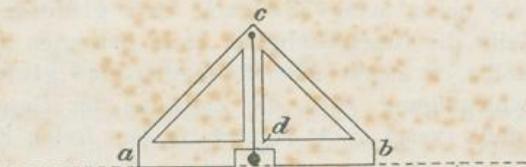


Fig. 13. Setzwage.

der Körper zwar auf Grund seiner ursprünglichen Höhe erlangt hat, den er aber beim Aufprall noch besitzt. Dieser Umstand ist die Geschwindigkeit des Körpers. (Vergl. S. 3.)

Dass ein bewegter Körper auf einen andern Körper, auf welchen er trifft, eine grössere Wirkung ausübt, wenn seine Geschwindigkeit grösser ist, zeigt die Erfahrung in zahlreichen Beispielen. (Anrempeln, Einrennen einer Thür oder Mauer, Hämmern, Rudern u. s. w.)

Die obigen Beispiele lehren somit, dass ein fallender Körper eine um so grössere Geschwindigkeit hat, je höher er herabfällt, oder mit andern Worten: je länger er unterwegs ist.

Hiernach nimmt die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers fortwährend zu, und zwar geschieht dies in jeder Sekunde um den gleichen Betrag.

Diese Thatsache erklärt sich folgendermaassen: Die Ursache des Fallens eines nicht unterstützten Körpers ist die Schwerkraft. Sie ertheilt dem Körper, der im Beginne des Falls die Geschwindigkeit 0 besitzt, eine Geschwindigkeit, die am Ende der ersten Sekunde g m betragen möge. In der zweiten Sekunde wirkt die Schwerkraft genau ebenso wie in der ersten; er erhält also während

derselben wiederum eine Geschwindigkeit von g m; da er aber bereits eine Geschwindigkeit von g m hatte, die ihm nach dem Trägheitsgesetz (S. 2) nicht verloren gehen kann, so besitzt er thatsächlich am Ende der 2. Sekunde eine Geschwindigkeit von $2g$ m. Desgleichen am Ende der 3. Sekunde eine Geschwindigkeit von $3g$ m und so fort.

Aus dem Erörterten ergibt sich die folgende genaue Form für das

1. Fallgesetz: Die Fallgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Fallzeiten.

Als Fallgeschwindigkeiten bezeichnet man die Geschwindigkeiten am Ende der einzelnen Sekunden.

Arten der Bewegung. Eine solche Bewegung, wie sie der freie Fall der Körper uns darbietet, also eine Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit des bewegten Körpers fortwährend in gleichem Maasse zunimmt, heisst eine gleichmässig beschleunigte. Nimmt die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers fortwährend in gleichem Maasse ab, so heisst seine Bewegung eine gleichmässig verzögerte. Bleibt die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers fortwährend dieselbe, so heisst seine Bewegung eine gleichförmige.

Die Beschleunigung, d. h. die Zunahme der Geschwindigkeit in jeder Sekunde (vergl. S. 3) beträgt für den freien Fall

$$g = 9,808 \text{ m (rund} = 10 \text{ m)}.$$

Der Weg, den ein gleichförmig bewegter Körper in einer bestimmten Zeit, z. B. t Sekunden, zurücklegt, ist t mal so gross als der Weg in einer Sekunde oder als die Geschwindigkeit. Nennt man letztere v und den Weg s , so ist:

$$s = vt. \quad (1)$$

Zweites Fallgesetz. Anders verhält es sich mit dem Wege, den ein mit gleichmässiger Beschleunigung bewegter Körper in jeder Sekunde, sowie in einer bestimmten Anzahl von Sekunden zurücklegt.

Ein fallender Stein hat am Anfang der 1. Sekunde die Geschwindigkeit 0, am Ende der 1. Sekunde die Geschwindigkeit g . Der Weg, den er während der 1. Sekunde zurücklegt, ist somit nicht $=g$, sondern da die Geschwindigkeit ganz gleichmässig von 0 auf g anwächst, so gross, als wenn der Stein sich während der ganzen Sekunde mit gleichbleibender Geschwindigkeit von der mittleren Grösse $\frac{g}{2}$ bewegt hätte. Dieser Weg ist nach der eben aufgestellten Formel (1) $= \frac{g}{2} \cdot 1 = \frac{g}{2}$.

Für die 2. Sekunde ist die Anfangsgeschwindigkeit $=g$, die Endgeschwindigkeit $=2g$, die mittlere Geschwindigkeit also $=\frac{3g}{2}$ oder $=3\frac{g}{2}$; der zurückgelegte Weg ist dann $=3\frac{g}{2} \cdot 1 = 3\frac{g}{2}$.

Für die 3., 4., 5. Sekunde u. s. w. ergeben sich auf gleiche Weise die Wege $5\frac{g}{2}$, $7\frac{g}{2}$, $9\frac{g}{2}$ u. s. w.

Diese Wege verhalten sich zu einander wie $1:3:5:7:9$ u. s. w., d. h. wie die ungeraden Zahlen. Somit ergibt sich als

2. Fallgesetz: Die Wege, die ein fallender Körper in den einzelnen Sekunden zurücklegt, verhalten sich wie die ungeraden Zahlen.

Drittes Fallgesetz. Will man nun die Grösse der gesammten Fallstrecken in zwei, drei, vier Sekunden u. s. w. ermitteln, so hat man nur nöthig, die Wege in den einzelnen Sekunden zu addiren.

In 2 Sekunden beträgt die Fallstrecke $\frac{g}{2} + 3\frac{g}{2} = 4\frac{g}{2}$; in 3 Sekunden $4\frac{g}{2} + 5\frac{g}{2} = 9\frac{g}{2}$; in 4 Sekunden $9\frac{g}{2} + 7\frac{g}{2} = 16\frac{g}{2}$ u. s. w.

Diese Fallstrecken verhalten sich wie $1:4:9:16 = 1^2:2^2:3^2:4^2$ u. s. w., d. h. wie die Quadrate der Fallzeiten. — Somit gilt als

3. Fallgesetz: Die gesammten Fallstrecken verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Nennt man den in einer beliebigen Fallzeit (t) zurückgelegten Weg s und die am Ende dieser Zeit erlangte Fallgeschwindigkeit v , so lassen sich das 1. und das 3. Fallgesetz durch folgende Formeln wiedergeben:

$$v = gt$$

$$\text{und } s = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Hieraus ergibt sich ferner: $s = \frac{v^2}{2g}$ und $v = \sqrt{2gs}$.

Das dritte Fallgesetz kann auch unmittelbar aus dem ersten in folgender Weise abgeleitet werden:

Da die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in der Zeit t ganz gleichmässig von 0 auf gt anwächst, so ist der Weg derselbe, als wenn der Körper sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit von der mittleren Grösse $\frac{gt}{2}$ bewegt

hätte. Dieser Weg ist nach der S. 30 angegebenen Formel (1) $=\frac{gt}{2} \cdot t$. Also:

$$s = \frac{gt}{2} t \left(= \frac{v}{2} t \right) = \frac{1}{2}gt^2.$$

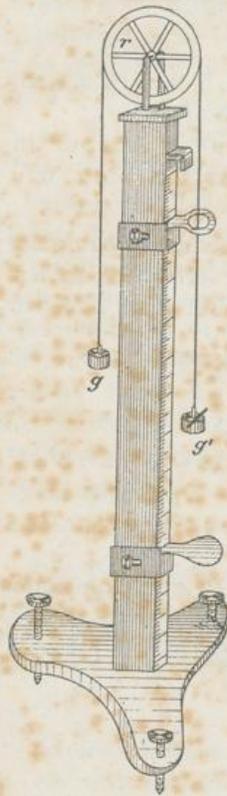
Fallmaschine. Die drei Fallgesetze sind um das Jahr 1600 von Galilei entdeckt worden. Man kann sie mittels der 1784 erfundenen Atwood'schen Fallmaschine (Fig. 14) nachweisen.

An einem für sich frei fallenden Körper kann man die Fallgesetze deswegen nicht untersuchen, weil die Fallgeschwindigkeiten und daher die Fallstrecken im Verhältniss zu den Fallzeiten zu gross sind. Beträgt doch z. B. die Fallgeschwindigkeit bereits am Ende der 3. Sekunde rund 30 m und die Fallstrecke, die bis dahin durchlaufen wird, 45 m. Die Atwood'sche Fallmaschine ist daher so eingerichtet, dass die Beschleunigung, welche der fallende Körper erfährt, eine viel geringere als 10 m ist. Dies wird auf folgende Weise erreicht. Ueber eine leicht bewegliche Rolle (r) läuft eine Schnur, die an ihren beiden freien Enden zwei vollkommen gleich schwere Gewichte (g und g') trägt. Dieselben halten sich das Gleichgewicht und gerathen daher von selbst nicht in Bewegung. Diese tritt vielmehr erst dann ein, wenn auf eins der Gewichte (g') ein Uebergewicht gelegt wird. Die Beschleunigung, welche in Folge des — dem Einfluss der Schwerkraft nicht entzogenen — Uebergewichtes das ganze System der drei Gewichte erfährt, ist nun aus dem Grunde eine geringe, weil der auf das Uebergewicht einwirkende Theil der Schwerkraft nicht nur dieses, sondern auch die Massen der beiden andern Gewichte in Bewegung versetzen muss. Es vertheilt sich somit die Wirkung der Schwerkraft auf eine grössere Masse, und daher wird die zu Tage tretende Beschleunigung geringer.

Fig. 14. Atwood'sche Fallmaschine.

erwähnt — sondern auch von der (sich bewegenden oder bewegten) Masse abhängt.

Fallbeschleunigung. Wenn man einen Stein, ein Geldstück oder einen andern schweren Körper neben einer Flaumfeder, einem Stück Papier oder einem andern leichten Körper aus gleicher Höhe gleichzeitig zur Erde fallen lässt, so beobachtet man, dass der Stein u. s. w. schneller auf dem Erdboden anlangt als die Flaumfeder u. s. w. Dies ist aber nur der Fall, wenn der schwere und der leichte Körper in Luft oder einem andern widerstehenden Mittel (Wasser, andern Flüssigkeiten oder beliebigen Gasen) fallen. Lässt man verschieden schwere Körper in einer luftleer gepumpten Glasröhre, einer sogenannten



Fallrück
Ende bis
Raume

Die
Die

wirkt, i
und zw
S. 9); a
fortzue
Verhältn
dass die

Au

herangez

auf zwe

werden

10mal s

welche

leeren F

in gleic

schleunig

An

winden s

fallenden

samer (v

so weitg

der leich

im lufte

stande z

treten, z

Ma

schnitten

beide G

beide ko

Luftwid

in erhe

Da

Schwerk

weil ihn

Schwerk

lehrt in

Wirkung

beiden P

eine an

beträgt

ist gleich

Länge d

Schule

Fallröhre, fallen, so erkennt man, dass sie stets gleich schnell vom einen Ende bis zum andern gelangen. Hieraus ergibt sich der Satz: Im leeren Raume fallen alle Körper gleich schnell.

Diese Thatsache kann man sich folgendermaassen verständlich machen:

Die Schwerkraft, welche zwischen der Erde und einem schweren Körper wirkt, ist zwar grösser als die zwischen der Erde und einem leichten Körper, und zwar entsprechend dem Verhältniss der Massen der beiden Körper (vgl. S. 9); aber dafür hat auch die Schwerkraft im ersten Fall eine grössere Masse fortzubewegen als im zweiten, oder mit anderen Worten: eine im gleichen Verhältniss (wie sie selbst grösser ist) grössere Leistung zu vollbringen, so dass die sichtbare Wirkung in beiden Fällen die gleiche sein muss.

Auch folgendes Gleichniss kann passend zur Veranschaulichung der Sache herangezogen werden. Wenn 11 Rennpferde von gleicher Leistungsfähigkeit auf zwei Bahnen laufen und zwar 10 auf der einen und 1 auf der andern, so werden alle gleichzeitig ans Ziel gelangen und nicht etwa die 10 Pferde 10mal so schnell als das eine. Ebenso müssen zwei verschieden schwere Massen, welche etwa aus 1000 und aus 100 Masse-Atomen zusammengesetzt sind, im leeren Raume gleich schnell fallen, da die Schwerkraft auf alle Masse-Atome in gleicher Weise einwirkt, also jedes einzelne Masse-Atom dieselbe Beschleunigung erfährt.

Anders gestaltet sich die Sache nur dann, wenn es ein Hinderniss zu überwinden gilt: im luffterfüllten Raume die Theilchen der Atmosphäre, welche dem fallenden Körper entgegenstehen. Hier ist der Körper mit grösserer Masse wirksamer (vergl. S. 32), er wird also den Widerstand besser überwinden und keine so weitgehende Verzögerung erfahren wie der Körper mit kleinerer Masse, d. h. der leichtere Körper. — Dass die Ursache dafür, dass verschieden schwere Körper im luffterfüllten Raum verschieden schnell fallen, wirklich nur im Luftwiderstande zu suchen ist, dem die Körper mit ungleich grossen Kräften entgegen-treten, zeigt auch folgender Versuch:

Man lege auf eine Münze ein Stück Papier, welches etwas kleiner geschnitten ist als jene, so dass es den Rand derselben nicht überragt, und lasse beide Gegenstände (die Münze unten, das Papier oben) auf den Tisch fallen: beide kommen gleichzeitig auf der Tischplatte an; in diesem Falle wird der Luftwiderstand durch die Münze überwunden, so dass das Papier durch ihn nicht in erheblicherem Maasse aufgehalten werden kann als die Münze.

Dem Gravitationsgesetz (S. 9) entsprechend, muss die Wirkung der Schwerkraft mit der Entfernung vom Erdmittelpunkte abnehmen, da dieser, weil ihm die fallenden Körper zustreben, als Wirkungsmittelpunkt der irdischen Schwerkraft oder Gravitationsmittelpunkt zu erachten ist. Die Beobachtung lehrt in der That, dass auf hohen Bergen die Schwerkraft eine geringere Wirkung ausübt, und ferner, dass sie am Aequator schwächer wirkt als an den beiden Polen. Letzterer Umstand erklärt sich aus der Form der Erde, die als eine an den Polen abgeplattete Kugel bezeichnet werden kann; die Abplattung beträgt nach Bessel $\frac{1}{299}$, d. h. der kleinste Erdhalbmesser (der Polarhalbmesser) ist gleich dem grössten (dem Aequatorial-)Halbmesser, vermindert um $\frac{1}{299}$ der Länge des letzteren.

Die geringere Wirkung der Schwerkraft am Aequator wurde zuerst daran erkannt, dass ein und dasselbe Pendel in der gleichen Zeit nahe dem Aequator weniger Schwingungen machte als in nördlicheren Breiten. (Astronom Richer i. J. 1672, Cayenne—Paris.) Ferner ist festgestellt worden, dass am Aequator die Fallgeschwindigkeit der Körper geringer ist als an den Polen.

Senkrechter Wurf. Wird ein Körper senkrecht nach unten geworfen, so addirt sich zu seiner Fallgeschwindigkeit in jeder Sekunde eine von der Gewalt des Wurfs abhängige, gleichbleibende Wurfgeschwindigkeit hinzu.

Wird umgekehrt ein Körper senkrecht in die Höhe geworfen, so subtrahirt sich von seiner Anfangsgeschwindigkeit in jeder Sekunde ein der Beschleunigung beim freien Fall gleichkommender Betrag. Derselbe wird Verzögerung genannt; der senkrechte Wurf ist also das Beispiel einer gleichmässig verzögerten Bewegung. Hat die Geschwindigkeit des Körpers bis zum Werthe 0 abgenommen, so fällt er wieder abwärts; die Endgeschwindigkeit, die er alsdann erlangt, ist gleich der Anfangsgeschwindigkeit, die ihm beim Beginn der Wurfbewegung nach oben hin ertheilt worden war. Die Steigezeit beim Wurf ist der späteren Fallzeit gleich.

Wagerechter Wurf; Arten der Kräfte. Wird ein Körper wagerecht geworfen, so ist seine Bahn keine gerade Linie wie in den vorhergehenden Fällen, sondern eine (halbe) Parabel. Es wirken nämlich in diesem Falle zwei Kräfte auf den Körper ein (die Wurfkraft und die Schwerkraft), deren Richtung verschieden ist, die also einen Winkel mit einander bilden. Dieselben setzen sich nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte zusammen.

Ehe wir diesem Gesetze näher treten, ist es nothwendig, zweierlei Arten von Kräften zu unterscheiden: die momentan oder einmalig wirkenden und die dauernd wirkenden, deren Wirkung in jeder folgenden Zeiteinheit (Sekunde, Minute u. s. w.) dieselbe ist wie in der vorhergehenden. Zu jenen gehört z. B. die Stosskraft (als welche auch die Wurfkraft anzusehen ist), zu diesen die Schwerkraft.

Jede Kraft lässt sich, da ihre Wirkung in irgend einer Bewegung einer Masse besteht, durch eine gerade Linie von bestimmter Richtung und bestimmter Länge darstellen, welch' letztere (bei einmalig wirkenden Kräften) der ertheilten Geschwindigkeit oder (bei dauernd wirkenden Kräften) für jede Zeiteinheit der ertheilten Beschleunigung entspricht.

Eine einmalig wirkende Kraft ist dem Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit proportional, eine dauernd wirkende Kraft dem

Produ
setzt

sich

derse

Strech

selber

von

entgeg

Wirku

Null.

trotzde

werden

beim Z

Kräfte

einen

so da

Körpe

nach

Körpe

von

würde

weder

sonde

einer

und

Punkt

AC e

Punkt

AC u

Punkt

durch

der,

sonde

Parall

V

Wink

(oder

tung

Produkt aus Masse mal Beschleunigung. (Statt der Proportionalität setzt man abgekürzt oft die Gleichheit.)

Zusammensetzung der Kräfte. Fragen wir uns zunächst, wie sich einmalig wirkende Kräfte zusammensetzen.

Wenn sie in derselben Richtung und in demselben Sinne (nach derselben Seite hin) wirken, so addiren sie sich einfach (wie Strecken geometrisch addirt werden). Wirken sie zwar in derselben Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne (also entweder von einander fort oder auf einander zu), so subtrahiren sie sich.

Ein besonderer Fall ist der, dass zwei in derselben Richtung, aber einander entgegengesetzt wirkende Kräfte gleich gross sind. Sie heben sich auf, ihre Wirkung ist also — in der Art, wie sie erwartet werden konnte — gleich Null. Irgend eine Wirkung aber, nur von anderer Art, als erwartet war, findet trotzdem statt; z. B. wird durch zwei Hämmer, die an einander geschlagen werden, Wärme erzeugt, wengleich die sichtbare Bewegung jedes Hammers beim Zusammentreffen beider ein Ende erreicht.

Parallelogramm der Kräfte. Wenn zwei einmalig wirkende Kräfte (p und q , siehe Fig. 15) unter einem gewissen Winkel auf

einen Körper (A) einwirken, so dass z. B. die Kraft p den Körper in 1 Sekunde von A nach B und die Kraft q den Körper in der gleichen Zeit von A nach C bewegen würde, so geht der Körper weder nach B noch nach C , sondern er bewegt sich längs einer Linie zwischen AB und AC bis zu einem Punkte D , der so weit von

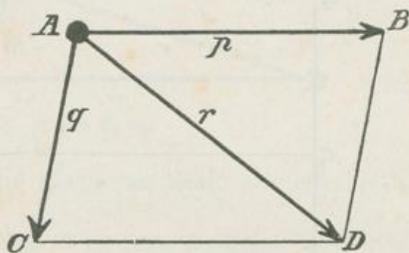


Fig. 15. Parallelogramm der Kräfte.

AC entfernt liegt wie der Punkt B und so weit von AB wie der Punkt C oder mit anderen Worten: der auf einer durch B zu AC und auf einer durch C zu AB gezogenen Parallelen liegt. Dieser Punkt D ist der vierte Eckpunkt des durch AB und AC oder durch p und q bestimmten Parallelogramms. Der Erfolg ist somit der, als hätte weder p noch q eine Wirkung auf A ausgeübt, sondern statt ihrer eine Kraft $r = AD$, welche die Diagonale im Parallelogramm $ABDC$ ist. Es ergibt sich also folgendes Gesetz:

Wirken auf einen Körper zwei Kräfte unter einem Winkel ein, so setzen sie sich zu einer mittleren Kraft (oder einer Resultirenden) zusammen, welche nach Richtung und Grösse durch die Diagonale des von den beiden

ersten Kräften (den Komponenten) bestimmten Parallelogramms dargestellt wird. (Newton, 1686.)

Was hier von einmalig wirkenden Kräften gesagt ist, lässt sich dem Wortlaute nach unmittelbar auf dauernd wirkende Kräfte übertragen; es besteht nur insofern ein Unterschied, als bei den letzteren die absolute Kraftgrösse in jeder folgenden Zeiteinheit (gleichmässig) wächst.

Wurfbahnen. Die auf einen wagerecht geworfenen Körper (S. 34) einwirkenden Kräfte sind nun von verschiedener Art; die Wurfkraft ist eine einmalig wirkende, die Schwerkraft eine dauernd

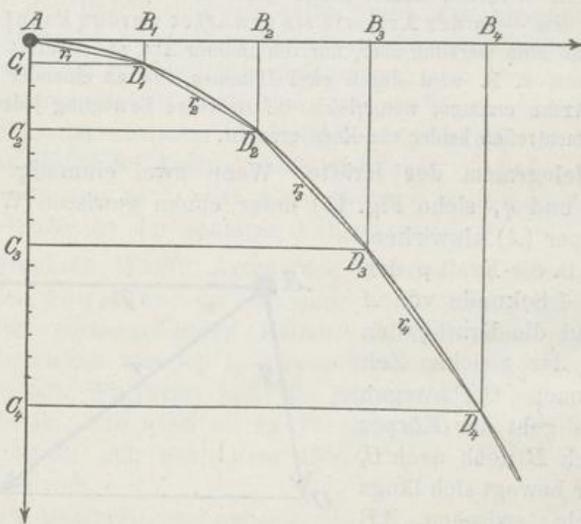


Fig. 16. Wurfbahn eines wagerecht geworfenen Körpers.

wirkende Kraft. Beide bilden einen rechten Winkel mit einander, da die Wurfkraft wagerecht, die Schwerkraft senkrecht wirkt.

Die Wirkung der Wurfkraft ist für jede Sekunde dieselbe, die Wirkung der Schwerkraft wächst in den einzelnen auf einander folgenden Sekunden (nach dem 2. Fallgesetz, S. 31) im Verhältniss der ungeraden Zahlen. Auf Grund dieser Thatsachen lassen sich die Resultirenden in den einzelnen Sekunden (r_1, r_2, r_3, r_4 u. s. w.) auf die aus Fig. 16 ersichtliche Art ermitteln. Der Weg, welchen der geworfene Körper durchläuft, die Wurfbahn, ist die durch die Punkte D_1, D_2, D_3, D_4 u. s. w. gehende Kurve: eine halbe Parabel. (Die gebrochene Linie $D_1 D_2 D_3 D_4 \dots$ ist aus dem Grunde nicht die Wurfbahn, weil die Wirkung der Schwerkraft nicht ruckweise

von Sekunde zu Sekunde, sondern ganz allmählich im Fortgange der Zeit anwächst.)

In ähnlicher Weise lässt sich die Wurfbahn eines schräg aufwärts geworfenen Körpers feststellen. Sie ist eine vollständige Parabel mit im Allgemeinen ungleich langen Aesten.

Der Scheitel der Parabel liegt beim wagerechten oder horizontalen Wurf im Anfangspunkte der Bewegung, beim schiefen Wurf vom Anfangspunkte entfernt; es ist der höchste Punkt der Bahn.

Fall auf der schiefen Ebene. Wenn ein Körper eine gegen den Horizont geneigte Ebene — eine sogenannte schiefe Ebene — herabrollt, so ist die Geschwindigkeit, die er erlangt, stets kleiner, als wenn er (unter Zurücklegung desselben Weges) frei fällt, und zwar gilt dies auch bei einem fast völligen Ausschluss aller Reibung (ein absoluter Ausschluss der Reibung ist

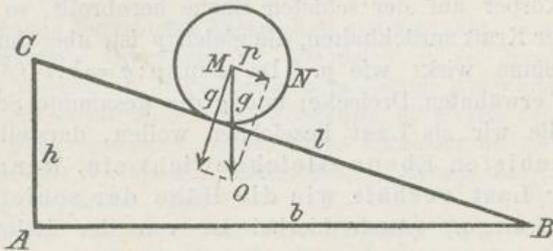


Fig. 17. Schiefe Ebene.

nicht erzielbar). Je steiler die Ebene ist, desto schneller rollt der Körper herab.

Der Grund für diese Erscheinung ist der, dass der Körper der Schwerkraft nicht frei zu folgen vermag; ein Theil seiner Schwere wird durch die (von der schiefen Ebene gebildete) Unterlage aufgehoben und äussert sich als Druck auf dieselbe. Je steiler die schiefe Ebene, desto geringer dieser Druck, desto weniger trägt die Ebene den Körper; desto vollkommener folgt er also der Wirkung der Schwerkraft.

Geht die Ebene in die wagerechte Stellung über, so wird der Körper vollständig getragen, sein Druck ist am grössten; die Schwerkraft vermag gar nicht frei zu wirken, der Körper bleibt in Ruhe. Geht die Ebene in die senkrechte Stellung über, so wird der Körper gar nicht getragen, er fällt frei neben der Ebene herab.

Der Druck des Körpers auf die schiefe Ebene und seine Fallbeschleunigung stehen im umgekehrten Verhältniss zu einander. Die Grösse dieses Verhältnisses lässt sich auf die Weise feststellen, dass man die Schwerkraft (bzw. die senkrecht nach unten wirkende Fallbeschleunigung) nach Maassgabe des Gesetzes vom Parallelo-

gramm der Kräfte als Resultirende zweier Komponenten betrachtet, welche — die eine parallel zur schiefen Ebene, die andere senkrecht dazu wirken. (Vgl. Fig. 17.)

Ist g die Schwerkraft, welche den auf der schiefen Ebene BC herabrollenden Körper im Punkte M angreift, so sind ihre Komponenten p und q . Diese verhalten sich wie $h:b$, was aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke MNO und CAB folgt.

Man bezeichnet nun $l=BC$ als die Länge, $b=AB$ als die Basis und $h=AC$ als die Höhe der schiefen Ebene.

Hiernach verhält sich, von der Reibung abgesehen, die Fallbeschleunigung (p) auf der schiefen Ebene zum Druck (q) auf dieselbe wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Basis.

Gleichgewicht auf der schiefen Ebene. Will man verhindern, dass der Körper auf der schiefen Ebene herabrollt, so muss man ihn mit einer Kraft zurückhalten, die gleich p ist, aber im entgegengesetzten Sinne wirkt wie p . Da nun $p:g=h:l$ (Aehnlichkeit der vorhin erwähnten Dreiecke) und g die gesammte Schwere des Körpers, die wir als Last bezeichnen wollen, darstellt, so tritt auf der schiefen Ebene Gleichgewicht ein, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge. (Auch hierbei ist von der Reibung abgesehen.)

Dies Gesetz der schiefen Ebene lehrt, dass die Verwendung der schiefen Ebene bei der Verhinderung eines Körpers am Fallen und ebenso bei der Emporbeförderung eines Körpers eine Ersparniss an Kraft mit sich bringt.

Dafür freilich ist im letzteren Falle der Weg, den der Körper zurückzulegen hat, um auf dieselbe Höhe zu gelangen (von AB nach C), ein grösserer (BC), als wenn man den Körper unmittelbar senkrecht in die Höhe hebt (AC), und desgleichen ist die Zeit — bei gleicher und gleichbleibender Geschwindigkeit — eine längere.

So heben ein mechanischer Vortheil und ein mechanischer Nachtheil einander auf, und die Arbeit ist — bei senkrechter Beförderung und bei der Beförderung auf der schiefen Ebene — die gleiche. (Goldene Regel der Mechanik.)

Arbeit. Als Arbeit (oder Kraftleistung) bezeichnet man gemeinhin das Produkt aus Kraft mal Weg; wobei man nur die dauernd wirkenden Kräfte als arbeitsleistende ansieht, die also = dem Produkt aus Masse mal Beschleunigung zu setzen sind.

Man kann als Arbeit aber auch das Produkt aus Masse mal Weg und damit auch (weil beides einander gleichkommt) das Produkt aus mittlerer Kraft mal Zeit betrachten.

Praktisch kommen beide Anschauungsweisen auf eins heraus; bei der ersteren läuft durch die Rechnung nur ein Faktor mehr (die Beschleunigung).

Als Maass der Arbeit gilt das Kilogramm-meter (kgm), d. h. diejenige Arbeit, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm 1 Meter hoch zu heben. Eine Pferdekraft wird = 75 Kilogramm-meter pro Sekunde (also = $75 \cdot 60 = 4500$ kgm pro Minute u. s. w.) erachtet.

Die Arbeit (Kraft mal Weg), welche ein fallender Körper leistet, der in der Zeit t den Weg s zurücklegt, ist

$$\begin{aligned} &= (mg) s \text{ oder, da } s = \frac{1}{2} g t^2 \text{ (S. 31),} \\ &= mg \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} m (g t)^2 \text{ oder, da } g t = v \text{ (S. 31),} \\ &= \frac{1}{2} m v^2. \end{aligned}$$

Diese Grösse, also das halbe Produkt aus der Masse mal dem Quadrat der Geschwindigkeit, nennt man lebendige Kraft; sie hat aber keine besondere Bedeutung.

Anwendung der schiefen Ebene; Keil und Schraube. Die schiefe Ebene findet mannichfache Anwendung: als Schrotleiter, in der Form der Rampen, Leitern und Treppen, der Zickzackstrassen im Gebirge u. s. w.; ferner als Keil oder bewegliche schiefe Ebene und als Schraube, die als eine um einen Cylinder (oder eine Walze) gewundene schiefe Ebene anzusehen ist. Keilform haben zahlreiche unserer Werkzeuge: Messer, Schere; Meissel, Axt; Nadel; Nagel; Säbel; Pflugschar, Spaten, Egge u. s. w.

Je schmaler ein Keil ist, mit desto geringerer Kraft lässt er sich handhaben. Je grösser der Durchmesser einer Schraube ist und je näher die Schraubengänge bei einander stehen, desto leichter lässt sich die Schraube anziehen, aber desto mehr Zeit ist freilich auch zur gleichen Arbeitsleistung erforderlich.

Liegt bei einer Schraube das Gewinde dem Cylinder ausserhalb auf, so heisst sie Schraubenspindel; ist das Gewinde einem Hohlcyliner innen eingeschnitten, so führt sie den Namen Schraubenmutter; erst das Zusammenwirken beider bringt die Wirksamkeit der Schraube hervor; wird z. B. eine eiserne Schraube (Schraubenspindel) in Holz eingeführt, so schafft sie sich selbst eine Schraubenmutter.

Die Schraube findet theils als Befestigungsschraube (statt der Nägel) Anwendung, theils dient sie als Hebeschraube zum Heben von Lasten oder als Druckschraube in den verschiedenen Arten der Schraubenpressen dazu, einen erheblichen Druck auszuüben; die Schraubenpressen haben entweder eine bewegliche Schraubenspindel (z. B. die Buchdruckerpresse, die Olivenpresse, die Saftpresse, die Tinkturenpresse — vgl. Fig. 104 a. S. 174 des Praktischen Theils) oder bewegliche Schraubenmutter (z. B. die Buchbinderpresse).

Centralbewegung. Wenn man eine Kugel, die an dem unteren Ende eines senkrecht hängenden Fadens (nach Art eines Bleiloches) befestigt ist, aus ihrer Ruhelage herauszieht und ihr dann einen seitlichen Stoss versetzt, so bewegt sie sich in einer krummlinigen geschlossenen Bahn — einem Kreis oder einer Ellipse — um die frühere Ruhelage. Damit eine solche Bewegung möglich ist

und die Kugel nicht etwa, dem Beharrungsgesetze folgend, in gerader Linie in der Richtung des Stosses weiterfliegt, muss eine dauernd wirkende Kraft von gleichbleibender Grösse die Kugel nach demselben Punkte, der als Mittelpunkt der Bahn bezeichnet wird, hintreiben. Diese Kraft ist im angeführten Beispiel die Schwerkraft, welche die Kugel wegen ihrer senkrechten Aufhängung in ihre ursprüngliche tiefste (Ruhe-)Lage zurückzuführen strebt.

Eine derartige Bewegung eines Körpers um einen festen Punkt (bezw. eine feste Achse) heisst Centralbewegung, die nach dem Mittelpunkte der Bahn gerichtete Kraft Centralkraft oder Centripetalkraft. (Die Zusammensetzung der Centripetalkraft mit der anfänglich ausgeübten Stosskraft geschieht nach Maassgabe des Gesetzes vom Parallelogramm der Kräfte.)

Eine Centralbewegung wird auch von einer an dem einen Ende eines Fadens befestigten Kugel ausgeführt, welche man heftig im Kreise schwingt, oder etwa vom Monde, indem er sich im Laufe eines Monats um die Erde bewegt. Im ersteren Beispiele wird die Centralkraft durch die Spannung des Fadens, im letzteren durch die Gravitation des Mondes nach der Erde hervorgebracht.

Wenn der Faden der im Kreise geschwungenen Kugel reisst, so fliegt die letztere mit einer der seitlich wirkenden Kraft entsprechenden Geschwindigkeit in der Richtung einer Tangente fort, die man an die Schwungbahn in dem Punkte derselben legen kann, wo sich die Kugel beim Reissen des Fadens gerade befand. Diese Kraft, mit welcher die Kugel seitlich fortfiegt, heisst Tangentialkraft.

Bleibt der Faden ganz, so zerrt die Kugel an dem sie (in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Schwungbahn) festhaltenden Faden mit einer Kraft, welche der Centripetalkraft gleichkommt, aber im entgegengesetzten Sinne wirkt wie diese; man nennt sie die Centrifugalkraft oder Schwungkraft. Dieselbe wird aber nicht auf die Kugel ausgeübt, sondern von dieser auf den Faden und den Mittelpunkt der Bahn.

Während im genannten Beispiel der Centrifugalkraft durch die Spannung des Fadens entgegengewirkt wird, kann letzteres auch durch eine dem schwingenden Körper gesetzte äussere Begrenzung geschehen (Centrifugal-Trockenmaschine, Centrifuge).

Auf der geeigneten Ausnutzung der Centrifugalkraft beruht die Einrichtung des Centrifugalregulators der Dampfmaschinen, der Centrifugal-Trockenmaschinen und der in der Zuckerfabrikation, bei der Honiggewinnung, der Entrahmung der Milch und der Trennung der Harnsedimente verwendeten Centrifugen; in allen diesen Fällen begeben sich die schwereren Theile der ursprünglichen Masse nach aussen, während sich die leichteren Theile in der Mitte des Apparates ansammeln. Auf der Ausnutzung der Tangentialkraft beruht der Gebrauch der Schleuder.

5. W

W

eigen

werden

unterst

häsion)

dessen

wisse

Schwer

He

oder ei

— Der

Punkte

die En

Hebel

Di

Durchb

Stift,

in allen

eines

schwer

stellen,

Ende d

dieses

genau

Di

den ma

Ei

auf ver

Drehpu

G

arme g

versch

At

Ei

gewie

U

Last, s

ist im