1878

Programm

der

Realschule erster Ordnung

und der

höhern Bürgerschule

zu Düsseldorf.

Ostern 1878.

Inhalt:

Düsseldorf.

Druck der Hofbuchdruckerei von L. Voß & Comp.

1878. Progr. Nr. 392.

I. Lehrverfassung.

Da die höhere Bürgerschule, wie die Vorschule, erst nach Ostern von der Realschule abgetrennt wird, so muß auch diesmal noch über die beiden erstgenannten Anstalten im Programm berichtet werden. Zum bessern Verständniß der unten folgenden Uebersicht der Einrichtung des Unterrichtes, so wie der durchgenommenen Lehrpensa, wird hier voraufgeschickt, daß jede Klasse der Vorschule zwei Wechsel-Coeten umfaßt, in der höheren Bürgerschule die Sexta und Quinta und in der Realschule alle Klassen bis zur Untersecunda einschließlich in Wechsel-Coeten getheilt sind. Da indeß, von geringen und nur zufälligen Abweichungen abgesehen, in denselben der gleiche Unterrichtsstoff in der nämlichen Stundenzahl behandelt wird, so ist unten nur das im verflossenen Schuljahre durchgenommene Pensum der Oster-Coeten mitgetheilt; auch sind der Raumersparniß wegen die Namen der Lehrer nicht aufgeführt, da sie sich aus den beigefügten Uebersichtstabellen ergeben.

A. Unterricht in der Vorschule, höheren Bürgerschule und Realschule.

1. Vorschule.

Dritte Klasse.

Religionslehre. a. Für die katholischen Schüler: 2 halbe Stunden. Uebung der nothwendigsten Gebete und Erklärung des apostolischen Glaubensbekenntnisses. (Im Sommer-Halbjahr.)

2 halbe Stdn. Leichtfaßliches aus der heiligen Geschichte mit Nutzanwendung.

b. Für die evangelischen Schüler: 2 halbe Stdn. Kurze Gebete, Sprüche und Strophen von Kirchenliedern, so wie ausgewählte Geschichten des alten und neuen Testamentes.

Deutsch. 11, im vierten Quartale 10 Stunden. Sprechübungen beim Anschauungsunterrichte und bei der Erklärung kleiner Gedichte, welche darauf auswendig gelernt werden. Lesen und Schreiben nach der Schreiblesemethode, unter Benutzung der Fibel des Düsseldorfer Lehrervereins, Theil I und II. Im zweiten Halbjahre leichte Dictate.

Rechnen. Im vierten Quartale wird während einzelner Viertelstunden der Zahlenkreis von 1 bis 10 durchgenommen.

Turnen. 1 Std. Leichte Ordnungsübungen und Freiübungen. Turnspiele.

Zweite Klasse.

Religionslehre. a. Für die katholischen Schüler: 2 halbe Stdn. Fortführung des Pensums der dritten Klasse. Vorbereitungs-Unterricht für die erste Beichte.

2 halbe Stdn. Auswahl von neutestamentlichen Geschichten mit Rücksicht auf das Kirchenjahr. Ferner, im Sommer, die wichtigsten Geschichten des alten Testamentes bis Moses.

b. Für die evangelischen Schüler: 2 halbe Stdn. Ausgewählte Geschichten des alten und neuen Testamentes nach Zahn.

Deutsch. Im ersten Halbjahre 7, im zweiten 9 Stdn. a. Lesen und mündlicher Ausdruck: Prosaische und poetische Stücke aus Paulsieks Lesebuch für Octava werden gelesen, besprochen und wiedererzählt, einige Gedichte auswendig gelernt. b. Rechtschreibung: Der richtige Gebrauch der Dehnungs- und Schärfungszeichen wird durch Dictate und Abschreiben eingeübt. c. Grammatik: Die Schüler lernen das Hauptwort, das Thätigkeitswort und das Eigenschaftswort kennen.

Rechnen. 6 halbe Stdn. Die vier Grundrechnungen im Zahlenkreise von 1 bis 100. Einiges über die deutschen Münzen, Maße und Gewichte.

Schönschreiben. 4 Stdn. Uebung der kleinen und großen Buchstaben deutscher Schrift nach Erks Tabelle.

Gesang. 2 halbe Stdn. Vorübungen für das Singen nach dem Gehör; leichte Liedchen aus Erks Vorstufe zum Sängerhain.

Turnen. 1 Std. Ordnungsübungen und Freiübungen. Turnspiele.

Erste Klasse.

Religionslehre. a. Für die katholischen Schüler: 2 Stdn. Die Lehre von den Geboten und vom Glauben. 2 Stdn. Auswahl von neutestamentlichen Geschichten mit Rücksicht auf das Kirchenjahr; dazwischen alttestamentliche Geschichten — nach Schuster für die unteren Klassen.

b. Für die evangelischen Schüler: 2 Stdn. Geschichten des alten Testamentes; einzelne Geschichten des neuen Testamentes mit Rücksicht auf das Kirchenjahr — nach Zahn.

Deutsch. 6—8 Stdn. Leseübungen, verbunden mit Uebung im Nacherzählen des Gelesenen; Vortragen von auswendig gelernten Gedichten (Paulsiek's Lesebuch für Septima). — Vielfache orthographische Uebungen und Dictate. Leichtes aus der Wortformen- und Wortbildungslehre, so wie Belehrungen über den einfachen Satz — im Anschluß an das Lesebuch und die Dictate, unter Benutzung von Schwenks Hülfsblatt. — Kleine Erzählungen werden schriftlich nacherzählt.

Rechnen. 4—6 Stdn. a. Kopfrechnen im Zahlenkreise bis 1000, Multiplication und Division bis 10,000. b. Schriftrechnen mit unbenannten und benannten ganzen Zahlen. — Nach Richter und Grönings, Theil II.

Schönschreiben. 4 Stdn. Die deutschen und englischen Schriftformen, nach Erks Schriftformentafel. Taktschreiben.

Gesang. 2 Stdn. Singen ein- und zweistimmiger Lieder nach dem Gehör. Treff- und Stimmübungen. (Erks Vorstufe.)

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen. Freiübungen im Stehen, Hüpfen, Gehen und Laufen. Springen. Schwebegehen. Uebungen am Schwungseil. Hangübungen am Reck und an den senkrechten Stangen. Klettern an letzteren. Uebungen mit dem Holzstabe.

2. Höhere Bürgerschule.

Sechste Klasse.

Religionslehre. 2 Stdn. Michaeliscötus. a. Für die katholischen Schüler: Biblische Geschichte des alten Testaments nach Schuster. Ferner theilweise Wiederholung des Pensums von Vorschule I.

b. Für die evangelischen Schüler: Im Sommer biblische Geschichte des alten Testamentes, erste Hälfte; im Winter biblische Geschichte des neuen Testamentes, erste Hälfte — nach Zahn. Memoriren von Kirchenliedern und Sprüchen.

Ostercötus mit V M vereinigt.

Deutsch. 4 Stdn. Lesen, Besprechen und Wiedererzählen von Stücken aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek für Sexta. Einige Gedichte von Uhland, Chamisso, Rückert werden auswendig gelernt. Der nackte Satz. Der erweiterte Satz. Dictate zur Einübung der Orthographie. Schriftliche Wiedergabe kurzer Erzählungen.

Französisch. 7 Stdn. Formenlehre nach Plötz, Elementarbuch, bis zum 3. Abschnitt einschl. (Lection 1—59), eingeübt durch mündliches und schriftliches Uebersetzen der zugehörigen Uebungsstücke, von denen die französischen großentheils auch zurückübersetzt werden. Vom zweiten Vierteljahre an wöchentlich ein Pensum oder eine Klassenarbeit. (Letztere bald eine französische Uebersetzung von vorher dictirten deutschen Sätzen, bald ein eigentliches Extemporale.)

Geschichte. 2—3 Stdn. Sagen und Mythen des klassischen Alterthums, namentlich griechische.

Geographie. 2—3 Stdn. Heimathskunde. Das Nöthigste über die Gestalt und Erde, sowie über die Orientirung auf der Erdoberfläche mittelst der Längen- und Breitenkreise, erläutert am Globus. Die Oceane und Erdtheile.

Rechnen. 4—5 Stdn. Rechnen mit ganzen und gebrochenen, benannten und unbenannten Zahlen. (Schellen I, §§. 1—23.) — Vielfaches Kopfrechnen.

Schönschreiben. 4 Stdn. Die deutschen und englischen Schriftformen, einzeln und in Verbindung nach den an der Wandtafel vom Lehrer vorgeschriebenen und erklärten Mustern eingeübt.

Zeichnen. 2 Stdn. (Nur im zweiten Halbjahr.) Zeichnen der geraden Linie in den verschiedensten Lagen und Richtungen. Zusammensetzen der geraden Linien zu Winkeln, den einfachsten geometrischen Figuren und geradlinigen Ornamenten. Sämmtliche Uebungen werden an der Tafel vorgezeichnet und von den Schülern möglichst groß copirt.

Gesang. 2 Stdn. Zweistimmige Lieder aus dem Sängerhain von Erk und Greef, Heft I, Abtheilung 1. — Elementarübungen. Noten als Tonzeichen.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen im Stehen, Hüpfen, Gehen und Laufen; ferner Hoch- und Weitspringen, Schwebeübungen, Klettern, Uebungen mit dem Holzstabe, Stützübungen am Barren, Hangübungen am Reck.

Fünfte Klasse.

Religionslehre. 2 Stdn. Michaeliscötus. a. Für die katholischen Schüler: Biblische Geschichte des alten Testamentes nach Schuster. Zweites Hauptstück des Diözesan-Katechismus.

b. Für die evangelischen Schüler. Biblische Geschichte des alten Testamentes nach Zahn. Kirchenlieder und Sprüche memorirt.

Ostercötus mit IV vereinigt.

Deutsch. 3-4 Stdn. Lectüre aus Hopf und Paulsieck für Quinta. Die Behandlung ebenso wie in der sechsten Klasse. Wiederholung der in letzterer auswendig gelernten Gedichte. Wiederholung der Lehre vom einfachen Satz. Erweiterter Satz. Fortführung der Interpunktionslehre. Das orthographische Pensum der sechsten Klasse wird gründlicher behandelt und namentlich durch Berücksichtigung der bekannteren Fremdwörter erweitert. Wöchentliche schriftliche Arbeiten, wie in der sechsten Klasse.

Französisch. 7 Stdn. Fortsetzung der Formenlehre nach Plötz, Elementarbuch, Lection 60 bis zum Schluß. Gelesen werden die Stücke des Anhangs. — Wöchentliche Pensa oder Klassenarbeiten.

Geschichte. 2 Stdn. Fortsetzung des Pensums der sechsten Klasse; darauf germanische Sagen und Mythen.

Geographie. 2 Stdn. Flüsse, Gebirge und wichtige Städte von Deutschland, der Schweiz, Holland, Belgien, Dänemark und Oesterreich-Ungarn.

Naturgeschichte. 2Stdn. Uebungen im Auffassen und Beschreiben der einfachsten Farben-, Größen- und Gestaltverhältnisse. Je nach der Jahreszeit bilden die Blätter der Pflanzen und ausgestopfte Säugethiere und Vögel den Beobachtungsstoff.

Rechnen. 4 Stdn. Wiederholung der Bruchrechnung. Regeldetri in Brüchen, die Dezimalbrüche, zusammengesetzte Regeldetri nach Schellen. — Vielfaches Kopfrechnen.

Schönschreiben. 2 Stdn. Wiederholung und Erweiterung des Pensums der sechsten Klasse.

Zeichnen. 2 Stdn. Die Schüler zeichnen nach gerad- und krummlinigen Figuren, welche der Lehrer an der Wandtafel vorzeichnet. Je nach der Reife der verschiedenen Schüler werden leichtere oder schwerere Sachen vorgezeichnet, erklärt und dann in möglichst großen Linien copirt, um Augenmaß und Leichtigkeit der Hand zu üben.

Gesang. 2 Stdn. Zwei- und dreistimmige Lieder aus dem Sängerhain. Heft I, Abth. 2. — Elementarübungen. Noten als Tonzeichen. Treffübungen nach Noten.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen, Hoch- und Weitspringen, Schwebeübungen, Klettern, Stabübungen, Hangübungen am Reck, Stützübungen am Barren.

Vierte Klasse.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler (mit III. und VO. vereinigt): Lehre von den Geboten; Repetition der biblischen Geschichte des alten Testamentes.

b. Für die evangelischen Schüler (mit III. und VO. vereinigt): Biblische Geschichte des alten, bez. neuen Testamentes, zweite Hälfte. Memoriren von Kirchenliedern und Sprüchen.

Deutsch. 4 Stdn. Lectüre aus Hopf und Paulsiek für Quarta; Abhandlung wie in der sechsten Klasse. Die in dieser und der fünften Klasse gelernten Gedichte werden wiederholt. — Der zusammengesetzte Satz. Erörterung der Conjunktionen und der Interpunktionslehre. — Besprechung und Correctur der vierzehntägigen schriftlichen Arbeiten.

Französisch. 6 Stdn. Aus Ploetz' Schulgrammatik werden die unregelmäßigen Zeitwörter, der Gebrauch von avoir und être, die reflexiven und unpersönlichen Zeitwörter, die Formenlehre des Substantivs, Adjectivs und Adverbs und das Zahlwort (Lection 1—35) durchgenommen. Die deutschen Stücke werden großentheils schriftlich ins Französische übersetzt. Ausgewählte Stücke aus Ploetz, Lectures choisies, werden übersetzt und theilweise zurückübersetzt, einige auswendig gelernt. — Wöchentliche Klassenarbeiten.

Geschichte. 2 Stdn. Erzählungen aus der deutschen und preußischen Geschichte.

Geographie. 2 Stdn. Flüsse, Gebirge und wichtige Städte von Mittel-Europa. Der Lehrer zeichnet an der Wandtafel, die Schüler zeichnen nach.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Im Sommerhalbjahre: Beschreibung einheimischer Pflanzen, namentlich der Liliaceen, Ranunculaceen, Papaveraceen, Cruciferen, Labiaten, Boragineen, Caryophylleen und Papilionaceen. Im Winterhalbjahre: Die bekannteren Thiere aus der Klasse der Säugethiere und der der Vögel. Vereinigung verwandter Thiere zu Ordnungen und Familien.

Geometrie. 4 Stdn. Die Lage gerader Linien, die ebenen Figuren im Allgemeinen, die Congruenz der Dreiecke und das Parallelogramm. (Spieker, Abschnitt I—IV.) Im Anschluß hieran Constructionsaufgaben.

Rechnen. 2 Stdn. Procent- und Zinsrechnung (Schellen II, §§. 18. 20). Systematische Wiederholung der Bruchrechnung. — Vielfaches Kopfrechnen.

Schönschreiben. 2 Stdn. Weitere Einübung der deutschen und englischen Schriftformen. Schreiben von Sätzen aus dem Gedächtnis und aus Büchern.

Zeichnen. 2 Stdn. Fortsetzung des Pensums der fünften Klasse.

Gesang. 2 Stdn. Zwei- und dreistimmige Lieder aus dem Sängerhain, Heft I, Abth. 2. — Elementarübungen. Die Cdur, Gdur, Ddur, Fdur, Bdur Leiter. Das Wichtigste aus der Melodik, Rhythmik, Dynamik.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen, Hoch- und Weitspringen, Klettern, Uebungen mit dem Eisenstabe, am Reck, Bock, Barren, Pferd und an der wagerechten Leiter.

Dritte Klasse.

Religionslehre. S. vierte Klasse.

Deutsch. 3 Stdn. Aus Hopf und Paulsiek für Tertia werden poetische und prosaische Stücke gelesen, erklärt und theilweise auswendig gelernt. — Wiederholung und Zusammenfassung des gesammten grammatischen Pensums der drei unteren Klassen. Vierzehntägige schriftliche Arbeiten, die in der Klasse besprochen werden.

Französisch. 6 Stdn. Aus der Schulgrammatik von Ploetz werden die Verhältniswörter, die Wortstellung, der Gebrauch der Zeiten und Moden und die Syntax des Artikels (Lection 36—65) durchgenommen, in Verbindung hiermit die vorhergehenden Abschnitte wiederholt. — Lectüre aus Ploetz, Lectures choisies. — Wöchentliche schriftliche Arbeiten.

Englisch. 4 Stdn. Einübung der Aussprache. In Verbindung damit Formenlehre und einiges Syntaktische. (Sonnenburg, Grammatik nebst Uebungsbuch, Abthlg. 1.) Die deutschen Stücke werden großentheils schriftlich ins Englische übersetzt. — Wöchentliche Pensa, dafür öfters Klassenarbeiten.

Geschichte. 2 Stdn. Im ersten Halbjahre griechische Geschichte bis auf Alexander den Großen; im zweiten Halbjahre römische Geschichte bis auf Augustus, nach Pütz für mittlere Klassen.

Geographie. 2 Stdn. Wiederholung des Pensums der fünften und vierten Klasse; darauf in ähnlicher Weise die noch übrigen europäischen Länder und die außereuropäischen Erdtheile, nach Daniel.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Im April bis Oktober Narcisseen, Solaneen, Scrophularineen, Rosaceen, Pomaceen. Amygdaleen. Malvaceen, Geraniaceen, Oenothereen; Fruchtformen. — Im November bis März Fortführung des Pensums der Quarta; Reptilien, Amphibien, Insecten. Benutzt wird Schilling, das Thierreich.

Mathematik und Rechnen. 6 Stdn. a) Geometrie. Der geometrische Ort und die geometrische Aufgabe. Lehre vom Kreise und der Flächengleichheit der Figuren. Constructionsaufgaben. (Spieker, V, VI, VIII.) — b) Algebra. Vorbegriffe, Summen, Differenzen, Producte, Quotienten. Null und negative Zahlen. Zerfällen in Faktoren. (Heis, §§. 1—30.) — c) Rechnen. Abgekürzte Rechnung mit Decimalbrüchen. Diskontrechnung. Quadratwurzeln und Flächenberechnung. (Schellen, I, §. 31; II, §§. 21, 26—34.)

Zeichnen. 2 Stdn. Aehnlich wie in der vierten Klasse.

Gesang. 1 Stde. Es werden dreistimmige Lieder aus dem Sängerhain und einige vierstimmige Volkslieder eingeübt.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen, Hoch-, Weit- und Sturmspringen, Klettern, Stabübungen, Uebungen am Reck, Bock, Barren, Pferd und der wagerechten Leiter.

Zweite Klasse.

Religionslehre. 2 Stdn. Mit der ersten Klasse vereinigt.

Deutsch. 3 Stdn. Aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek für Tertia werden prosaische und dichterische Stücke gelesen und erklärt, letztere zum Theil auch auswendig gelernt, die in der dritten Klasse gelernten wiederholt. Im Anschluß hieran das Wichtigste aus der Verslehre. — Ferner Wortbildungslehre. — Besprechung der dreiwöchentlichen Aufsätze, deren Stoff meistens aus der deutschen und fremdsprachlichen Lectüre oder aus der Geschichte genommen wird.

Französisch. 4 Stdn. Die Schulgrammatik von Ploetz wird beendigt. Bei Wiederholungen wird das Französische als Unterrichtssprache angewandt. — Gelesen wurden aus Ploetz, Lectures choisies: Prosaische und poetische Stücke, und Scribe: „Le diplomate.“ Im Anschluß hieran Sprechübungen. — Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten.

Englisch. 4 Stdn. Weitere Einübung der Aussprache, Formenlehre und Syntax. (Sonnenburg, Abthlg. 2.) Die Regeln werden bei der Wiederholung in englischer Sprache durchgenommen. — Zur Lectüre dient Lüdeckings Chrestomathie. Im Anschluß an die Lectüre Sprechübungen. — Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten.

Geschichte. 2 Stdn. Deutsche Geschichte bis zur Mitte des siebzehnten Jahrhunderts, nach Pütz. In Verbindung damit Einzelnes aus der Geschichte der andern modernen Culturvölker, namentlich der Engländer und Franzosen.

Geographie. 2 Stdn. Politische Geographie von Deutschland und Mitteleuropa, nach Daniel.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von April bis Oktober das Linné'sche System; Theile der Frucht und ihre Entstehung aus der Blüthe. Orchideen, Compositen, Dipsaceen, Caprifoliaceen, Rubiaceen, Fumariaceen, Umbelliferen; außerdem noch mehrere Gattungen als Repräsentanten der betreffenden Familien. — Vom November ab Reptilien, Amphibien, Fische.

Physik und Chemie. 4 Stdn. Im ersten Halbjahre propädeutischer Unterricht. Leicht verständliche physikalische Erscheinungen aus dem täglichen Leben, wie das Kochen und Verdunsten, die Verbreitung der Wärme durch Strahlung, durch Leitung und Circulation; Thermometer, Hygroscop u. s. w. Aehnliches aus den übrigen Gebieten der Physik. Ferner werden Salze, Säuren u. s. w. untersucht in Bezug auf Gestalt, Farbe, Geschmack, Löslichkeit, Schmelzbarkeit und sonstige Eigenschaften.

Im zweiten Halbjahre systematischer Unterricht: Magnetismus und Electricität. Die Oxydationsfähigkeit verschiedenener einfacher Körper; Sauerstoff und Wasserstoff; binäre Verbindungen überhaupt.

Mathematik und Rechnen. 6 Stdn. a. Geometrie. Proportionalität der Linien. Aehnlichkeit der Figuren, Proportionalität der geraden Linien im Kreise, reguläre Polygone, Ausmessung der geradlinigen Figuren, Rectification und Quadratur des Kreises. Constructionsaufgaben. (Spieker, VII, IX—XIII.) — b. Algebra. Lehre von den Proportionen. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehrern Unbekannten (Heis §§. 31—33, 60—69.) — c. Rechnen. Vertheilungs-, Mischungs, Kettenrechnung. Kubikwurzeln und Körperberechnung (Schellen, II, §§. 22—24, 26, 35—41.)

Zeichnen, 2 Stdn. Mit der ersten Klasse vereinigt.

Turnen. 2 Stdn. Mit der ersten Klasse vereinigt.

Erste Klasse.

(Herbst 1877 gebildet.)

Religionslehre. 2 Stdn. (Mit der zweiten Klasse vereinigt.) a. Für die katholischen Schüler: Lehre von der Gnade und den Gnadenmitteln. Einiges aus der Kirchengeschichte.

b. Für die evangelischen Schüler: Repetition der biblischen Geschichte (von der Königszeit an). Das Wichtigste aus der Reformationsgeschichte. Kirchenlieder.

Deutsch. Anfangs 3, später 4 Stdn. Gedichte von Schiller (Balladen u. s. w.) wurden erklärt und zum Theil auswendig gelernt. — Lectüre: Schillers „Wilhelm Tell" und Goethes „Hermann und Dorothea." Außerdem wurden einige Gedichte aus Hopf und Paulsiek erklärt. — Metrik, Tropen und Figuren, Poetik. — Freie Vorträge. — Dreiwöchentliche Aufsätze. — Einiges aus der Literaturgeschichte.

Französisch. Anfangs 4, seit Februar 6 Stdn. Repetition und theilweise Erweiterung des grammatischen Pensums der vorhergehenden Klassen. — Lectüre: Poetische und prosaische Stücke aus dem Manuel von Ploetz, und Thiers: „Expédition en Egypte." — Wöchentliche Klassenarbeiten. — Memorirübungen und Sprechübungen im Anschluß an die Lectüre.

Englisch. 4 Stdn. Beendigung und Wiederholung der Syntax nach Sonnenburgs Grammatik. — Lectüre prosaischer und poetischer Stücke aus Lüdekings Chrestomathie. Im Anschluß hieran Sprechübungen. — Ausgewählte Stücke wurden memorirt. — Wöchentliche Klassenarbeiten.

Geschichte. 2 Stdn. Geschichte der neueren Zeit. Repetition der Geschichte des Alterthums und des Mittelalters.

Geographie. 1 Stde. Politische Geographie der europäischen Colonialstaaten und Wiederholung des ganzen Gebietes.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Organisation des Menschen. Niedere Thiere. — Benutzt werden die Lehrbücher von Schilling.

Physik. 2 Stdn. Die Schwerkraft in ihrer Aeußerung auf feste, flüssige und gasförmige Körper. Die Lehre vom Schall, vom Licht und von der Wärme. — Benutzt wird Crüger, Grundzüge der Physik.

Chemie. 2 Stdn. Salze (Verbindungen höherer Ordnung), ihre Darstellung und Zerlegung. Partielle Oxydationen, Chlorirungen u. s. w. Reductionen, Spaltungen und Umsetzungen in Radical-Wasserstoffverbindungen (Hydrüre). Benutzt wird Arendt, Grundriß der anorganischen Chemie.

Mathematik und Rechnen. 6 Stdn. a. Geometrie: Wiederholung des Pensums der vorigen Klasse. Algebraische Geometrie (Spieker, Abschn. XVIII). Stereometrie (nach Reidt). — b. Algebra: Gleichungen zweiten Grades mit einer und mehrern Unbekannten. Potenzen, Wurzeln, Logarithmen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. (Heis, §§. 69—76, 34—59, 81—84). c. Rechnen: Repetition und schwierigere Aufgaben aus dem Pensum der vorigen Klassen.

Zeichnen. 2 Stdn. (Mit der zweiten Klasse vereinigt.) Fortsetzung des Zeichnens perspectivischer Ansichten nach Holzmodellen. Ferner Zeichnen von Ornamenten, Gesichtstheilen und Köpfen nach Vorlagen von Carot, Julien u. A.

Turnen. 2 Stdn. (Anfangs mit der zweiten Klasse vereinigt, seit dem 20. Februar ausgefallen. (S. Chronik.) Ordnungsübungen, Freiübungen, Hoch- und Weitspringen, Eisenstab-Uebungen, Uebungen am Reck, Pferd, Barren, an der schrägen Leiter und an den Schaukelringen.

3. Realschule I. Ordnung.

Sexta.

Religionslehre. 3 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Biblische Geschichte des A. T. Im Anschluß daran Erklärung der Hauptpunkte aus der Glaubens- und Sittenlehre. Ferner Beicht- und Communion-Unterricht.

b. Für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichte des A. T., erste Hälfte (nach Zahn bibl. Historien, §§. 1—24); biblische Gesch. des N. T., erste Hälfte (nach Zahn, §§. 1—41). Memoriren von Kirchenliedern und Sprüchen.

Deutsch. 5 Stdn. (einschl. Geschichte). Lectüre aus Hopf und Paulsiek für Sexta. Durchnahme von griechischen Sagen und Mythen. Im Anschluß hieran Uebung im Wiedererzählen. — Der einfache Satz; im Anschluß daran das Wichtigste aus der Lehre von den Wortformen, Einzelnes aus der Wortbildung, ferner Orthographie und Interpunction. — Wöchentliche Dictate. Hiermit abwechselnd von Zeit zu Zeit schriftliche Wiedergabe einer kurzen Erzählung. Uebungen im Vortrage von auswendig gelernter Poesie und Prosa.

Latein. 7 Stdn. Regelmäßige Formenlehre nach Scheele I, §§. 1—25, mit Ausschluß von §. 22. Einübung durch mündliches und schriftliches Uebersetzen der betr. Uebungsstücke. Memoriren der zugehörigen Vocabeln. — Vom zweiten Vierteljahr ab wöchentlich ein Exercitium. Statt desselben von Zeit zu Zeit eine Klassenarbeit. (Letztere bald eine Uebersetzung von vorher dictirten deutschen Sätzen ins Lateinische, bald ein eigentliches Extemporale.)

Geographie. 3 Stdn. Heimathskunde. Darstellung der geographischen Objecte durch Zeichnungen. Erweiterung der Heimathskunde zur Geographie von Nordwest-Deutschland. — Das Allernöthigste über die Gestalt und Größe der Erde, sowie über die Orientirung auf der Erdoberfläche mittelst der Längen- und Breitenkreise, verbunden mit Erläuterungen am Globus. Die Oceane und Continente.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Beschreibung von einzelnen Pflanzen und Thieren.

Rechnen. 4 Stdn. Längere eingehende Wiederholung des Pensums der ersten Vorschulklasse. Aufsuchen der Grundfaktoren, Resolviren, Reduciren; Zeitrechnung; Münzen, Maße und Gewichte. Einleitung in die Decimalbruchrechnung, Addition, Subtraction und Multiplication mit Decimalbrüchen. Rechnung mit gemeinen Brüchen bis zur Multiplication einschließlich. Regeldetrie mit ganzen Zahlen. Nach Schellen, Rechenbuch. — Etwa die Hälfte jeder Stunde wird für freies Kopfrechnen verwandt.

Zeichnen. 2 Stdn. Nach Vorzeichnungen an der Wandtafel gerade und krumme Linien in verschiedenen Richtungen; Zusammenstellung derselben zu einfachen Figuren; leichte Blattformen.

Schreiben. 3 Stdn. Die deutschen und englischen Schriftformen, in genetischer Folge nach den an der Schultafel vom Lehrer vorgeschriebenen und erklärten Mustern eingeübt.

Gesang. 2 Stdn. Wie in der Sexta der Bürgerschule.

Turnen. 2 Stdn. Wie in der Sexta der Bürgerschule.

Quinta.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Biblische Geschichte des N. T. Im Anschluß daran Erklärung der Hauptpunkte aus der Glaubens- und Sittenlehre. Ferner Beicht- und Communion-Unterricht.

b. Für die evangelischen Schüler: Im Sommer: Biblische Geschichte des A. T., zweite Hälfte (Zahn, §§. 25—84]. Im Winter: Biblische Geschichte des N. T., zweite Hälfte (Zahn, §§. 42—84). — Memoriren von Kirchenliedern und Sprüchen.

Deutsch. 4 Stdn. Lektüre aus Hopf und Paulsiek für Quinta. Erklärung, Inhaltsangabe, Wiedererzählen, Memoriren von Lesestücken und Gedichten, Wiederholung der in Sexta auswendig gelernten. — Wiederholung der Lehre vom einfachen Satz und genauere Durchnahme der Formenlehre. Darnach geht der Unterricht zum erweiterten Satz über. In Verbindung hiermit die Interpunktion. Das orthographische Pensum der Sexta wird gründlicher behandelt und namentlich durch Berücksichtigung der bekannteren Fremdwörter erweitert. Wöchentlich ein Dictat zur Einübung der Rechtschreibung. Damit abwechselnd von Zeit zu Zeit eine schriftliche Erzählung.

Latein. 6 Stdn. Wiederholung der regelmäßigen und Durchnahme der unregelmäßigen Formenlehre nach Scheele I, §. 22. §§. 26 bis zu Ende. Einübung durch schriftliches und mündliches Uebersetzen der betreffenden Uebungsstücke. Memoriren der zugehörigen Vocabeln, häufige Wiederholung und Zusammenstellung der schon gelernten. — Uebersetzen und theilweises Auswendiglernen der Fabeln und Erzählungen des Anhanges. — Wöchentlich ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Französisch. 6 Stdn. Formenlehre nach dem Elementarbuche von Ploetz, Lection 1—59 einschl., eingeübt durch mündliches und schriftliches Uebersetzen. Vorübungen für den mündlichen Gebrauch der französischen Sprache. Vom zweiten Vierteljahr an wöchentlich eine Klassenarbeit, später mit einem Pensum abwechselnd.

Geschichte. 2 Stdn. Sagen und Mythen aus dem klassischen Alterthum. Darauf germanische Sagen und Mythen.

Geographie. 2 Stdn. Wiederholungen aus dem Pensum der Sexta. Darauf Flüsse, Gebirge und wichtige Städte von Deutschland, der Schweiz, Holland, Belgien und Oesterreich-Ungarn. Der Lehrer läßt die Bilder der Flußnetze und Gebirge vor den Augen der Schüler an der Wandtafel entstehen, die Schüler zeichnen nach.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Im Sommer: Pflanzenbeschreibungen, verbunden mit Erklärung der Blatt- und Stengelformen, der Blüthentheile und Blüthenstände. Im Winter: Die Säugethiere mit Ausnahme der Flossensäugethiere und Aplacentalia.

Rechnen. 4 Stdn. Wiederholung des Pensums der Sexta in der Bruchrechnung; Dividiren mit Decimalbrüchen und gewöhnlichen Brüchen, Resolviren und Reduciren mit beiden Bucharten; Regeldetri in ganzen Zahlen und Brüchen. Nach Schellen, Thl. I und II. — Daneben in jeder Stunde freies Kopfrechnen.

Zeichnen. 2 Stdn. Nach Vorzeichnungen an der Wandtafel gerad- und krummlinige Ornamente. Uebungen mit Zirkel, Dreieck und Lineal.

Schreiben. 2 Stdn. Wiederholung des in Sexta Durchgenommenen. Die Geübteren schreiben deutsche und lateinische Denksprüche aus dem Gedächtnisse oder aus Büchern, mit Benutzung der Schriftformentafel von Erk.

Gesang. 1 Stde. Wiederholung und Erweiterung der Elementarlehre des Gesanges. Einübung von Liedern aus Sängerhain, I.

Turnen. 2 Stdn. Wie in der Quinta der Bürgerschule.

Quarta.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Erklärung des apostolischen Glaubensbekenntnisses.

b. Für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichte des A. T. nach ausgewählten Abschnitten der historischen Bücher des A. T., Kirchenlieder und Sprüche.

Deutsch. 2—3 Stdn. Lesen und Erklären prosaischer und dichterischer Stücke aus Hopf und Paulsiek für Quarta; Inhaltsangaben, Wiedererzählen; einzelne Abschnitte und Gedichte werden auswendig gelernt, die früher gelernten wiederholt. — Im Anschluß an Beispiele im Lesebuch der zusammengesetzte Satz. Erörterung der Bindewörter. Interpunktionslehre. Besprechung und Correctur der vierzehntägigen Dictate und der damit abwechselnden häuslichen Arbeiten.

Latein. 5—6 Stdn. Einübung der wichtigsten Abschnitte der Casus- und Moduslehre nach Scheele II; in Verbindung damit Wiederholung der gesammten Formenlehre. — Lectüre ausgewählter Stücke aus Wellers Herodot. — Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten.

Französisch. 5—6 Stdn. Fortsetzung der Formenlehre nach Plötz' Elementarbuch, Lection 60 bis zum Schluß. Fortsetzung und Erweiterung der Vorübungen zum mündlichen Gebrauche der Sprache. Gelesen werden die Stücke des Anhanges zu Ploetz' Elementarbuch. — Wöchentlich eine schriftliche Arbeit, abwechselnd ein Exercitium oder eine Klassenarbeit.

Geschichte. 2 Stdn. Erzählungen aus der deutschen und preußischen Geschichte.

Geographie. 2 Stdn. Im Anschluß an das Pensum der Quinta die übrigen Länder Europas, die in ähnlicher Weise behandelt werden.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von Ostern bis Ende Oktober: Erläuterung der wesentlichen Kennzeichen bedeutender Familien, und zwar der Liliacen, Ranunculaceen, Papaveraceen, Cruciferen, Labiaten, Boragineen (Asperifolien), Caryophylleen (Sileneen, Alsineen), Papilionaceen. Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Die Flossensäugethiere und Aplacentalia, und von der Klasse der Vögel die 1. Abtheilung (deren Junges blind aus dem Ei kommt), mit Ausnahme der Raubvögel und Tauben.

Geometrie. 4 Stdn. Nach einem vorbereitenden Cursus im geometrischen Zeichnen, der etwa ein Vierteljahr dauert, die Lehre von den Parallelen, Dreiecken und Parallelogrammen, sowie Constructionsaufgaben. (Spieker, I—IV.)

Rechnen. 2 Stdn. Nach Wiederholung des Pensums der Sexta und Quinta zusammengesetzte Regeldetri, Procentrechnung, Zinsrechnung. Abgekürzte Rechnung mit Decimalbrüchen. (Schellen, Thl. II, §§. 17—20.) — Daneben fortwährend Uebungen im freien Kopfrechnen.

Zeichnen. 2 Stdn. Nach Wandtafel-Vorlagen Ornamente. Ferner Körperzeichnen, theils geometrisch, theils perspectivisch. Construction von Vielecken in Kreisen nach Vorzeichnungen an der Wandtafel.

Schreiben. 1 Stde. Wiederholung der Schriftformen beider Currentschriftarten. Schreiben größerer deutschen, lateinischen oder französischen Sätze aus dem Gedächtniß oder aus Büchern, mit Benutzung der Schriftformentafel.

Turnen. 2 Stdn. Wie in der Quarta der Bürgerschule.

Unter-Tertia.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Sittenlehre.

b. Für die evangelischen Schüler: Lectüre eines der synoptischen Evangelien, an geeigneten Stellen ergänzende Stücke aus den beiden anderen. Kirchenlieder und Sprüche.

Deutsch. 2—3 Stdn. Lectüre aus Hopf und Paulsiek für Tertia. Prosaische und poetische Stücke werden gelesen und erklärt, letztere zum Theil auswendig gelernt. — Wiederholung und Zusammenfassung des grammatischen Pensums der drei unteren Klassen. — Besprechung der dreiwöchentlichen Aufsätze, deren Stoff aus der deutschen und fremdsprachlichen Lectüre, so wie aus der Geschichte entnommen wird.

Latein. 4 Stdn. Wiederholung und Erweiterung der Casus- und Moduslehre nach Scheele II. — Gelesen wird Cornelius Nepos von Völker oder Lattmann. (Namentlich Miltiades, Themistocles, Cimon, Alcibiades, Epaminondas, Phocion, Hannibal.) — Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten, letztere meistens im Anschluß an die Lectüre.

Französisch. 4 Stdn. Unregelmäßige Zeitwörter nach der Schulgrammatik von Ploetz, Lection 1—23. In Verbindung hiermit Wiederholung der regelmäßigen Zeitwörter. Darauf Anwendung von avoir und être, reflexive und unpersönliche Zeitwörter, Formenlehre des Hauptwortes, Eigenschaftswortes und Umstandswortes, endlich das Zahlwort (Lection 24—35). — Lectüre: Anekdoten, geschichtliche und dichterische Stücke aus Ploetz, Lectures choisies. Memoriren von Vocabeln und Gedichten. — Fortsetzung der Sprechübungen. Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten.

Englisch. 4 Stdn. Einübung der Aussprache. In Verbindung damit Formenlehre und Syntaktisches (Sonnenburg, Grammatik nebst Uebungsbuch, etwa bis Lection 16). — Vom zweiten Vierteljahr an jede Woche ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Geschichte. 2 Stdn. Im ersten Halbjahre griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Großen, im zweiten römische Geschichte bis zum Tode des Augustus, nach Pütz, Grundriß für die mittleren Klassen.

Geographie. 2 Stdn. Das Wichtigste aus der Geographie der außereuropäischen Erdtheile, und zwar von Asien (35 Stdn.), Afrika (11 Stdn.), Südamerika (10 Stdn.), Mittel- und Nord-Amerika (20 Stdn.), Australien und Polynesien (4 Stdn.). Hülfsbuch: Daniel.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von Ostern bis Ende Oktober: a) Die äußere Organisation der Insecten; zu diesem Zwecke werden etwa 20 Arten aus verschiedenen Ordnungen betrachtet und zergliedert und ihre Entwickelung und Lebensweise durchgenommen. (Etwa 20 Stdn.) b) In der Botanik die wesentlichen Kennzeichen bedeutender Familien, nämlich der Narcisseen, Solaneen, Scrophularineen, Rosaceen, Pomaceen, Amygdaleen, Malvaceen, Geraniaceen, Oenothereen; Erklärung der wichtigsten Fruchtformen. — Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Die Raubvögel und die Tauben; ferner die 2. Abtheilung der Vögel (deren Junges sehend aus dem Ei kommt). Außerdem die Amphibien. Hülfsbuch: Schilling, das Thierreich.

Mathematik und Rechnen. 6 Stdn. a) Geometrie. Der geometrische Ort und die geometrische Aufgabe. Der Kreis. Gleichheit der Figuren. Uebungsaufgaben zu jedem Abschnitt. (Spieker, V. VI. VIII.) — b) Algebra. Vorbegriffe, Summen, Differenzen, Producte, Quotienten. (Heis, §§. 1—24.) — c) Rechnen. Wiederholungen. Abgekürzte Rechnung mit Decimalbrüchen. Diskont-Rechnung. Quadratwurzel. Flächenberechnung. (Schellen, Thl. I, §. 31; Thl. II., §. 21. §§. 26—34.)

Zeichnen. 2 Stdn. Freihandzeichnen theils nach Wandtafel-Vorlagen, theils nach Vorlagen für die einzelnen Schüler. Linearzeichnen: Tangenten-Constructionen, Ellipsen, architektonische Theile.

Turnen. 2 Stdn. Wie in der Tertia der Bürgerschule.

Ober-Tertia.

Religion. 2 Stdn. a) Für die katholischen Schüler: Die Lehre von der Gnade und den Gnadenmitteln.

b) Für die evangelischen Schüler: Im Sommer ausgewählte Abschnitte aus den späteren historischen, den prophetischen und poetischen Büchern des Alten Testamentes. Im Winter Apostelgeschichte. Wiederholung von Kirchenliedern und Sprüchen.

Deutsch. 3 Stdn. Aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek für Tertia werden prosaische und dichterische Stücke gelesen und erklärt, letztere zum Theil auch auswendig gelernt, die in Unter-Tertia gelernten wiederholt. Im Anschluß hieran Einiges aus der Verslehre. — Besprechung der dreiwöchentlichen Aufsätze, deren Stoff meistens aus der deutschen und fremdsprachlichen Lectüre, sowie der Geschichte entnommen wird.

Latein. 5 Stdn. Die bis dahin zurückgestellten schwierigern Theile der Syntax nach Scheele II. werden durchgenommen; sodann wird die ganze Casus- und Moduslehre wiederholt. — Lectüre: Caesar bell. Gall. (Buch I und II.) — Wöchentliche Pensa, abwechselnd mit Klassenarbeiten.

Französisch. 4 Stdn. Nach der Schulgrammatik von Ploetz Wiederholung der unregelmäßigen Zeitwörter, darauf die Verhältniswörter, die Wortstellung, Gebrauch der Zeiten und Moden. (Lection 36—57.) — Lectüre aus Ploetz, Lectures choisies. Memoriren von Vocabeln und Gedichten; Wiederholung der früher gelernten Sprechübungen. — Alle acht Tage ein Pensum; abwechselnd damit Klassenarbeiten, die im letzten Vierteljahr überwiegen.

Englisch. 4 Stdn. Fortsetzung des Pensums der Unter-Tertia. (Beendigung der Abtheilung 1 in Sonnenburg.) Darauf Durchnahme ausgewählter Abschnitte aus der Syntax des Zeitwortes. (Sonnenburg, Abthlg. 2.) — Lectüre aus Lüdeckings Chrestomathie I. Memoriren von Vocabeln und Gedichten. Sprechübungen. — Alle acht Tage ein Pensum, bez. eine Klassenarbeit.

Geschichte. 2 Stdn. Deutsche Geschichte bis zum dreißigjährigen Kriege, nach Pütz.

Geographie. 2 Stdn. Erweiterung der physikalischen und Durchnahme der politischen Geographie von Mitteleuropa mit Ausschluß von Frankreich und England. Namentlich werden Deutschland und seine kleinen Nachbarstaaten, darauf die österreichisch-ungarische Monarchie genauer durchgenommen. Hülfsbuch: Daniel.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von Ostern bis Ende Oktober: Erklärung des Linné'schen Systems, verbunden mit praktischen Uebungen. Die Theile der Frucht und ihre Bildung aus den Theilen der Blüthe. Erweiterung der Familienkenntniß durch Hinzunahme der Orchideen, Compositen (Synantheren), Dipsaceen, Caprifoliaceen, Rubiaceen, Fumariaceen, Umbelliferen, deren wesentliche Kennzeichen erläutert werden; außerdem werden einzelne Gattungen, welche Repräsentanten kleiner Familien sind, durchgenommen, wie Colchicum, Gentiana, Sedum, Ruta, Valeriana, Cucurbita, Oxalis, Ribes, Linum, Lythrum u. a. m. — Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Reptilien, Fische. — Hülfsbücher: Schilling, das Pflanzenreich und das Thierreich.

Physik. Durchschnittlich 1 Stde. Vorbereitender Unterricht, soviel als möglich im Anschluß an physikalische Erscheinungen, die im täglichen Leben sich der Beobachtung darbieten.

Mathematik und Rechnen. Durchschnittlich 5 Stdn. a) Geometrie: Uebungsaufgaben zur Wiederholung des Pensums der Untertertia. Proportionalität der Linien, Aehnlichkeit der Figuren, Proportionalität der geraden Linien am Kreise. Reguläre Polygone. Ausmessung geradliniger Figuren und des Kreises. (Spieker, VII, IX — XIII.) — b) Algebra: Wiederholung der Rechnung mit Quotienten. Verhältnisse und Proportionen im Anschluß an die Geometrie. Null und negative Zahlen. Maß der Zahlen. Zerfällen in Faktoren. Gleichungen vom 1. Grade mit einer

Unbekannten. (Heis, §§. 25—28, §§. 61—64.) — c) Rechnen. Uebungen aus dem Pensum der Untertertia. Vertheilungs-, Mischungs- und Kettenrechnung. Kubikwurzeln und Körperberechnung. (Schellen, Thl. II, §§. 22—24, §§. 35—41.)

Zeichnen. 2 Stdn. Freihandzeichnen nach Vorlagen. Linearzeichnen: Excentrische Curven, Radlinien.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen, Hoch- und Weitspringen, Uebungen an den Schaukelringen, Klettern, Stabübungen, Uebungen am Reck, Barren und Pferd.

Unter-Secunda.

Religionslehre. 2 Stdn. a) Für die katholischen Schüler: Kirchengeschichte.

b) Für die evangelischen Schüler: Kirchengeschichte seit der Reformation. (Im Anschluß an Hollenberg, Hülfsbuch.) Galaterbrief. Weitere Wiederholung von Kirchenliedern.

Deutsch. 2—3 Stdn. Gedichte von Schiller (Balladen, Lied von der Glocke, Pompeji und Herkulanum u. s. w.) werden erklärt und zum Theil auswendig gelernt. Ferner wurde gelesen Schillers Wilhelm Tell, Belagerung von Antwerpen und Wallensteins Lager, sowie Uhlands Herzog Ernst von Schwaben. Erweiterung der metrischen Kenntnisse. Einzelnes aus der Poetik. — Uebungen im Disponiren. Freie Vorträge. Vierwöchentliche Aufsätze, meistens im Anschluß an die deutsche und fremdsprachliche Lectüre oder an die Geschichte.

Latein. 4—5 Stdn. Fortsetzung der Lectüre von Caesar bell. Gall. (7. Buch). Abwechselnd damit ausgewählte Stücke aus Ovid, von denen einzelne auswendig gelernt werden. — Wiederholung der Grammatik, namentlich der Syntax der Tempora und Modi, nach Siberti-Meiring; Einübung durch Uebersetzen der betr. Uebungsstücke aus Spieß für Tertia. — Vierzehntäglich ein Exercitium oder eine Klassenarbeit.

Französisch. 4 Stdn. Ploetz' Schulgrammatik, Lehre vom Subjonctif und Particip. — Syntax des Artikels, des Adjectivs und des Adverbs, das Fürwort zum Theil. Die zugehörigen Uebungsstücke werden vollständig übersetzt. — Lectüre: Aus Ploetz, Manuel, ausgewählte Prosastücke und Dichtungen von La Fontaine — Fénelon. Télémaque — Le Sage — Voltaire — Buffon, Histoire naturelle — Ségur le fils — Barante — Scribe — Millevoye — Thiers — Augier — V. Hugo. Im Anschluß hieran Sprechübungen. — Alle 14 Tage ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Englisch. 3—4 Stdn. Grammatik: Einübung der Syntax nach Sonnenburg, Abthlg. 2. — Lectüre: Theils Werke wie B. Franklin's Autobiography, W. Irving's Life and Voyages of Columbus, Ch. Dickens' Sketches, oder Abschnitte aus Schütz, Historical Series, Modern History, und Hefte von C. Balzers Specimens of English Literature, theils schwierigere Stücke, so wie einige Gedichte aus Lüdeckings Chrestomathie. Im Anschluß hieran Sprechübungen. — Alle vierzehn Tage ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Geschichte. 2 Stdn. Uebersicht der älteren brandenburgisch-preußischen Geschichte, in Verbindung mit einer Wiederholung der gleichzeitigen deutschen. Darauf preußische und deutsche Geschichte von der Mitte des siebzehnten Jahrhunderts bis auf die Gegenwart, nach Pütz.

Geographie. Durchschnittlich 2 Stdn. Das Wichtigste aus der astronomischen (mathematischen) Geographie. Die Veränderung und Umgestaltung der Erdoberfläche durch die Einwirkung des Wassers und der vulkanischen Kräfte. Politische Geographie der nordamerikanischen Union, so wie Englands und Frankreichs mit Einschluß ihrer überseeischen Besitzungen. — Hülfsbuch wie in Ober-Tertia.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von Ostern bis Ende Oktober: Unterscheidung aller in Deutschland einheimischen und der häufig angepflanzten Baumarten, in Verbindung mit Uebungen im Bestimmen mittelst einer Flora. Die dem bloßen Auge sichtbaren Theile des Stammes, sein Wachsthum und seine Verzweigung; Entwickelung der Aeste und Zweige aus Knospen; Erklärung der in der Gartenkunst sogenannten Veredlung der Bäume und Sträucher. — Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Anatomie des Menschen unter Berücksichtigung der Organisation der Rückgratthiere. Elemente der Krystallographie. (Für letztere etwa 12 Stdn.) — Hülfsbücher wie in Ober-Tertia; ferner Garcke, Flora von Nord- und Mittel-Deutschland.

Chemie. 2 Stdn. Die Erklärung der chemischen Begriffe und Vorgänge, an Versuchen entwickelt, als Einleitung in die Chemie, nach Arendts Lehrbuch. — Darauf Sauerstoff, Wasserstoff und Chlor.

Physik. 2 Stdn. Magnetismus, Electricität. Einiges aus der Wärmelehre.

Mathematik. 4 Stdn. a. Geometrie: Stereometrie mit Ausschluß der runden Körper. (Nach Reidt.) Metrische Relationen der Figuren am Kreise. (Spieker XX.) Uebungsaufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie. b. Algebra: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen. Gleichungen 1. Grades mit mehrern Unbekannten. Leichtere Gleichungen 2. Grades (Heis §§. 34—48; 56—59; 65—70).

Zeichnen. 2 Stdn. Freihandzeichnen nach Vorlagen, Projectionszeichnen.

Turnen. 2 Stdn. Ordnungsübungen, Freiübungen, Frei- und Stabspringen, Uebungen an den Schaukelringen, Stabübungen, Uebungen am Reck, Barren und Pferd, sowie an der schrägen Leiter.

Ober-Secunda.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Mit Untersecunda vereinigt.

b. Für die evangelischen Schüler: Kirchengeschichte der vorreformatorischen Zeit. Im Sommer: Erster Corintherbrief. Im Winter: Jacobusbrief. — Wiederholung von Kirchenliedern.

Deutsch. 3 Stdn. Lectüre: Ein Drama von Schiller. (Im Schuljahr 1877/78 Lessings Minna von Barnhelm.) Goethes Hermann und Dorothea. Ferner aus Schauenburg und Hoche: Einige größere Gedichte von Schiller; Prosa von Herder, Schiller, Goethe, Forster, Al. und Wilh. von Humboldt, Arndt u. s. w. — Uebrigens wie in Untersecunda.

Latein. 4—5 Stdn. Lectüre: Geschichtliche Prosa, namentlich Sallust; abwechselnd damit von Zeit zu Zeit Ovid. — Die Grammatik wird nach Siberti weiter wiederholt. (Namentlich die Lehre vom Infinitiv, Accusativ mit dem Infinitiv, die Anhänge über ut und quod, die or. obliqua, die Participien und Gerundien.) Einübung durch die betreffenden Uebungsstücke aus Spieß für Tertia. — Alle 14 Tage ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Französisch. 4 Stdn. Lectüre: Ausgewählte Stücke aus Ploetz' Manuel (z. B. von Molière — Bossuet — Fléchier — Racine — Fénelon — Montesquieu — Voltaire — J.-J. Rousseau — Bernardin de Saint-Pierre — Mad. de Staël — Chateaubriand — Béranger — Aug. Thierry — Thiers — V. Hugo — George Sand). Im Anschluß hieran Sprechübungen; namentlich Wiedergabe des Inhaltes in französischer Sprache. Einzelnes wird auswendig gelernt. — Wiederholung der Grammatik nach Ploetz' Nouvelle grammaire française, Syntaxe; namentlich IV: Temps et Modes. Uebersetzung entsprechender Abschnitte aus Ploetz' Uebungen zur Erlernung der französischen Syntax. — Alle 14 Tage ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Englisch. 4 Stdn. Lectüre: Ausgewählte Prosastücke und Gedichte aus Herrigs British Classical Authors (namentlich von den Historikern und Novellisten des achtzehnten Jahrhunderts, ferner Gedichte von Th. Percy, Burns, Montgomery, Moore, Southey, F. Hemans u. a.). Im Anschluß daran Sprechübungen; namentlich Wiedergabe des Inhaltes in englischer Sprache. — Wiederholung der Grammatik nach Sonnenburgs Abstract, Syntax, §§. 92—186. Ausgewählte Abschnitte aus Schriften, wie Schillers dreißigjähriger Krieg werden ins Englische übersetzt. — Alle 14 Tage ein Pensum oder eine Klassenarbeit.

Geschichte. 2 Stdn. Griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Großen, dann römische bis zum Untergange des weströmischen Reiches; das Nothwendige aus der Geschichte des Morgenlandes wird an den geeigneten Stellen eingeschoben.

Geographie. Durchschnittlich 1 Std. Politische Geographie der wichtigeren Staaten mit Einschluß ihrer auswärtigen Besitzungen. Uebersicht der gesammten Geographie.

Naturgeschichte. 2 Stdn. Von Ostern bis Ende Oktober: Erläuterung der wesentlichen Kennzeichen der Coniferen, Cycadeen, Palmen, Gramineen, Cyperaceen, Polygoneen, Ligustrineen, Ericaceen, nebst Uebungen im Bestimmen mittelst einer Flora. Wichtige ausländische Gattungen, wie Coffea, Cinchona, Thea, Ficus, Laurus, Musa, Theobroma, Gossypium u. a. — Die Eintheilung der Knospen; die Theile des Samens und dessen Entwickelung zur Keimpflanze; die Haupt- und Unterabtheilungen des natürlichen Pflanzensystems. — Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Geeignete Abschnitte aus der Naturgeschichte der wirbellosen Thiere.

Chemie. 2 Stdn. Im Sommer die leichten Metalle; im Winter die Metalloide, außer den in Untersecunda behandelten, nebst ihren wichtigeren Verbindungen.

Physik. 2 Stdn. Gleichgewicht fester und flüssiger Körper. Fortsetzung der Wärmelehre. Gleichgewicht der gasförmigen Körper.

Mathematik. 4 Stdn. a. Geometrie: Transversalen, beschreibende Geometrie (Anfangsgründe), algebraische Geometrie, planimetrische und stereometrische Uebungsaufgaben. Ebene Trigonometrie. b. Algebra: Ergänzungen zur Lehre von den Potenzen und Wurzeln, Gleichungen 2. Grades, reciproke Gleichungen, diophantische Gleichungen, Progressionen. (Heis §§. 49. 55. 69—72. 77—85.)

Zeichnen. 2 Stdn. Freihandzeichnen nach Vorlagen. Geometrische Schattenconstruction; Schraubenlinien und Schraubengewinde. Technisches Zeichnen je nach dem Berufe der Schüler.

Turnen. 2 Stdn. Fortsetzung der Uebungen der Untersecunda.

Prima.

Religionslehre. 2 Stdn. a. Für die katholischen Schüler: Lehre von der Kirche, von den letzten Dingen, von der Gnade und den Sakramenten, mit Wiederholungen aus der Kirchengeschichte.

b. Für die evangelischen Schüler: Römerbrief. Augustana. — Wiederholungen aus der Kirchengeschichte. Ferner Wiederholung einzelner Kirchenlieder und im Anschluß daran Mittheilungen über die Geschichte des Kirchenliedes.

Deutsch. 3 Stdn. Lectüre: Das Nibelungenlied und Anderes aus Schauenburg und Hoche, Band 1. Ferner Oden von Klopstock, einzelne Gedichte von Goethe und Schiller. Dramen wie Lessings Nathan, Torquato Tasso von Goethe, die Braut von Messina von Schiller. Sonstige Prosa aus Schauenburg und Hoche, Thl. 2. — Im Anschluß an die Lectüre Mittheilungen über die Entwickelung der deutschen Litteratur. — Monatliche Aufsätze. Freie Vorträge. In Verbindung hiermit stilistische Erörterungen.

Latein. 5 Stdn. Lectüre. Im Sommer: Livius, Ende des 27. und Anfang des 28. Buches; Virgil, erste Hälfte des 2. Buches. Im Winter: Livius, 21. Buch, und Virgil, 3. Buch. — Im Anschluß an die Lectüre Besprechung ausgewählter Kapitel aus der Grammatik und Stilistik.

Französisch. 4 Stdn. Lectüre: Dramen aus der klassischen Periode und der neueren Zeit, wie Athalie von Racine, le Misanthrope von Molière, Zaïre oder Mérope von Voltaire, ferner le Diplomate von Scribe, l'Honneur et l'Argent von Ponsard, Mademoiselle de la Seiglière von Jul. Sandeau u. s. w. Ferner Prosa und Poesie aus Ploetz' Manuel (z. B. von Corneille, Pascal, Mad. de Sévigné, Mad. de Maintenon, Bossuet, Boileau, J.-J. Rousseau, Buffon, Sedaine, Beaumarchais, Mirabeau, P.-L. Courier, Guizot, Lamartine, Alfr. de Vigny, Dumas, Nisard). Im Anschluß an die Lectüre Einiges über die Entwickelung der franz Litteratur. — Wiederholung der Grammatik nach der Syntaxe von Ploetz; namentlich die Lehren von den Pronoms, den Conjonctions, den Participes, dem Infinitif und der Stellung des Adjectif werden durchgenommen und durch Uebersetzung der betreffenden Stücke aus dem Uebungsbuche desselben Verfassers eingeübt. — Alle vier Wochen ein Aufsatz oder eine größere Uebersetzung aus einem deutschen Schriftsteller.

Englisch. 4 Stdn. Durchnahme und Einübung besonders wichtiger Theile der Grammatik zur Wiederholung. Uebersetzung ausgewählter Abschnitte aus Archenholtz' „Geschichte des siebenjährigen Krieges" und Scribe's „Le verre d'eau." — Lectüre: Shakespeare, „King Richard II", prosaische Stücke und Gedichte aus Herrigs British Authors (im Sommer); Sheridan, „The Rivals", und die Gedichte von Byron aus Herrigs Handbuch (im Winter). — Mittheilungen über hervorragende Schriftsteller Englands. — Sprechübungen. — Extemporalien. — Alle vier Wochen ein Aufsatz oder eine größere Uebersetzung.

Geschichte. 2 Stdn. Mittlere und neuere Geschichte. Von Rudolf von Habsburg bis zum Tode Friedrichs des Großen. Dazu Repetitionen aus der alten Geschichte.

Geographie und Naturgeschichte. 2 Stdn. Im Sommersemester: Die Elemente der Geologie und Geognosie, mit Berücksichtigung der Petrefakten. Das geologische Alter des Menschengeschlechtes. Die verschiedenen Menschenracen. Hypothesen über den Urzustand der Erde. — Während der übrigen Zeit des Schuljahres: Elemente der empirischen Psychologie (16 Stdn.); geeignete Abschnitte aus der Physiologie des Menschen (20 Stdn.). Die Meeresströmungen; die Winde; das Wichtigste aus der Meteorologie.

Chemie. 2 Stdn. Im Sommer: ein Theil der schweren Metalle; im Winter: Einleitung in die organische Chemie, die Kohlenhydrate, Proteinsubstanzen, chemische Physiologie der Thiere, Gährung und Fäulniß, die leimgebenden Substanzen, die Fette. — Die praktischen Uebungen im Laboratorium, welche ein Theil der Primaner in 2—3 Stunden wöchentlich betreibt, haben die Einrichtung, daß jeder der Theilnehmer im ersten Jahre seines Aufenthaltes in Prima und im Beginne des zweiten Jahres mit Darstellung von Präparaten, von leichteren zu schwierigeren fortschreitend, so wie mit einzelnen Versuchen beschäftigt wird, darauf die Reactionen auf die einzelnen Basen und Säuren durchnimmt und endlich qualitative Analysen, zum Theil Bestimmungen von Mineralien mit Hülfe des Löthrohrs macht.

Physik. 2 Stdn. Bei vorzugsweise mathematischer Behandlung in einem Jahre: Ausgewählte Abschnitte aus der Wärmelehre. Akustik. Mechanik. — Im andern Jahre: Optik. Wiederholung und weitere Ausführung einzelner Theile der Lehre vom Magnetismus und der Electricität.

Mathematik. 4 Stdn. Im Sommer: Hauptsätze aus der Theorie der Gleichungen; binomische Gleichungen; Gleichungen höherer Grade. — Die Elemente der neueren Geometrie. — Im Winter: Anwendung der Algebra und Trigonometrie zur Lösung planimetrischer Aufgaben. Analytische Geometrie, einschl. der allgemeinen Theorie der Curven zweiten Grades. — Gleichungen des zweiten Grades mit zwei Unbekannten.

Zeichnen. 2 Stdn. Im Sommer: Perspective. -- Im Winter: Orthogonal-Projection der von Ebenen begrenzten Körper, ihrer Durchschnitte mit Ebenen und ihrer gegenseitigen Durchdringungsfiguren

Turnen. 2 Stdn. Mit Obersecunda vereinigt.

Unterricht außerhalb der gewöhnlichen Schulzeit.

Der israelische Religionsunterricht wird in zwei Abtheilungen gegeben. Die untere Abtheilung umfaßt die Schüler der drei unteren Klassen der Realschule und der höheren Bürgerschule; ihr Unterrichtspensum wird in einem dreijährigen Cyclus durchgenommen. Die obere Abtheilung besteht aus Schülern der mittleren und oberen Klassen von beiden Anstalten; ihr Unterrichtscyclus ist vierjährig. Im Schuljahre 1877/78 war der Unterrichtsstoff:

Abtheilung II. 2 Stdn.

Im Sommerhalbjahr: Biblische Geschichte vom Tode Mosis bis zum Tode Sauls. Erlernung von Bibelversen. Festcyclus. — Im Winterhalbjahr: Biblische Geschichte vom Tode Josephs bis zum Tode Mosis. Erlernung von Bibelversen. Erläuterung der zehn Gebote. Sittengesetze.

Abtheilung I. 2 Stdn.

(So lange der Cursus der zweiten Abtheilung noch nicht erschöpft ist): Im Sommerhalbjahr: Biblische Geschichte vom Tode Salomos bis Esra. Einiges über den Abschluß des alttestamentlichen Kanons. Lehre vom Prophetismus. — Im Winterhalbjahr: Biblische Geschichte vom Tode Josuas bis zur Theilung des Reiches. Allgemeine Einleitung zur Offenbarungslehre. Erläuterung der zehn Gebote. Bibelkunde.

Um in der lateinischen Sprache weiter gefördert zu werden, ist ein zweistündiger facultativer Unterricht eingerichtet worden. In diesem wird aus Cäsar und Cicero gelesen, die Grammatik wiederholt und tiefer begründet und im Anschluß an Lectüre und Grammatik das Uebersetzen ins Lateinische mündlich und schriftlich geübt.

Für den facultativen italienischen Unterricht bestanden im Sommerhalbjahre drei, im Winterhalbjahre zwei Abtheilungen.

A. Sommerhalbjahr.

Abtheilung III. 2 Stdn.

Regeln und Uebungssätze über die Formenlehre, nach Sauers Grammatik. Gegen Schluß: Lectüre der Anekdoten sowie leichterer Stücke aus Sauers Lesebuch.

Abtheilung II. 2 Stdn.

Regeln und Beispiele über die gesammte Syntax. — Lectüre einzelner Abschnitte aus Manzoni, I promessi sposi und Torquato Tasso, La Gerusalemme liberata. — Sprechübungen.

Abtheilung I. 2 Stdn.

Lectüre: Schluß von Dante, Inferno, Goldoni, il vero amico, einige inni sacri von Manzoni.

B. Winterhalbjahr.

Abtheilung II. 2 Stdn.

Regeln und Beispiele über die Formenlehre und die wichtigsten syntaktischen Abschnitte, nach Sauers Grammatik. Lectüre ausgewählter Stücke aus Sauers Lesebuch.

Abtheilung I. 2 Stdn.

Regeln und Beispiele über die Syntax, nach Sauers Grammatik. — Lectüre ausgewählter Abschnitte aus Eberts Handbuch der italienischen National-Literatur; zuletzt Dante: La divina Commedia, mit Auswahl. — Sprechübungen.

Für den facultativen spanischen Unterricht bestand im Sommersemester eine Abtheilung. — Fortsetzung der Syntax nach Kappes, Lehr- und Uebungsbuch der spanischen Sprache. — Lectüre ausgewählter Stücke aus dem Lesebuch von Hogermann und Uhlemann, zuletzt aus Cervantes, Don Quijote. 2 Stdn.

Zu Michaelis wurde eine zweite Abtheilung eröffnet, in welcher die „kleine spanische Vorschule von Kotzenberg" durchgenommen wurde. 2 Stdn.

Ueber die chemischen Uebungen von Primanern ist oben berichtet worden.

Ferner besteht, für Untersecunda, ein facultativer Rechenunterricht (2 Stdn.). Unterrichtspensum: Uebungen zur Erlangung größerer Fertigkeit im Rechnen (Rechenvortheile, abgekürzte Operationen). Gold- und Silberrechnung, Münz- und Wechselrechnung.

Den Schülern der oberen Klasse ist Gelegenheit geboten, sich außer den obligatorischen Stunden noch in einem zweistündigen facultativen Unterricht im Freihandzeichnen zu üben.

Gesang-Unterricht außer der Schulzeit.

a. Chorgesang in der höheren Bürgerschule. 2 Stdn. Zwei- und dreistimmige Gesänge aus Erks Sängerhain.

b. Chorgesang in der Realschule. 2 Stdn. Gemischte Chöre aus den Erk'schen Sammlungen; zuweilen wird auch anderer Singstoff benutzt.

c. Gesang in Quarta der Realschule. 1 Stde. Fortsetzung der Uebungen der Quinta.

Lehrpläne der verschiedenen Schulen.

1. Vorschule.

a) Sommer-Halbjahr 1877.

Klassen:	I M.	I O.	II M.	II O.	III M.	III O.	Summe der Stunden.
Duckweiler, Ordin. von I M. und III M.	14 { Deutsch. Rechnen. Gesang.				12 { Lesen. Schreiben. Anschauen. Rechnen.		26.
Bastian, Ordin. von I O. und II O.	2 Biblische Geschichte. (kath.)	12 { Deutsch. Rechnen.	1 Biblische Geschichte. (kath.)	11 { Deutsch. Rechnen. Gesang.			26.
Günther, Ordin. von II M.	2 Biblische Geschichte. (evang.) 6 { Schreiben 4. Turnen 2.		2 Biblische Geschichte. (evang.) 16 { Rechnen Lesen. Anschauen. Dictat. Schönschreiben. Gesang. Turnen.				26.
Lehmann, Ordin. von III O.		2 Turnen.		6 { Schreiben. Turnen.	2 Turnen.	12 { Lesen. Schreiben. Anschauen. Rechnen.	22.
Reinhold, Bürgerschullehrer.		4 Schreiben, 2 Gesang.					6.
Sonnenschein, kath. Religionslehrer.	2 Religion.		1 Religion.		1 Religion.		4.
Summa	22 (24).	22 (24).	18 (19).	18 (19).	14 (15).	14 (15).	

b) Winter-Halbjahr 1877/78.

Klassen:	I O.	I M.	II O.	II M.	III O.	III M.	Summe der Stunden.
Duckweiler, Ordin. von I M.	2 Biblische Geschichte (kath.)	5 Rechnen. 4 Lesen. 4 Schreiben. 2 Grammatik. 2 Dictat. 2 Gesang. 1 Turnen.		4 Schreiben.			26.
Bastian, Ordin. von I O.	4 Rechnen. 4 Lesen. 4 Schreiben. 2 Gram. 2 Dictat. 2 Gesang.		1 Biblische Geschichte. (kath.) 4 Schreiben.		1 Biblische Geschichte. (kath.)		25.
Günther, Ordin. von II M. und III. M.	2 Biblische Geschichte. (evang.)		1 Biblische Geschichte (evang.)	12 { Rechnen. Lesen. Gram. Dictat. Anschauen. Gesang.		11 { Lesen. Schreiben. Anschauen	26.
Lehmann, Ordin. von II O. und III O.			9 { Lesen. Gram. Dictat. Gesang. Turnen.		1 Biblische Geschichte. (evang) 1 Turnen. 11 { Lesen Schreiben. Anschauen. Rechnen		22.
Rosenberg, Bürgerschullehrer.	1 Turnen.		4 Rechnen.	1 Turnen.			6.
Sonnenschein, kath. Religionslehrer.	2 Religion.		1 Religion.				3.
Summa	24.	24.	19.	19.	14.	14.	

2. Höhere Bürgerschule.

a) Sommer-Halbjahr 1877.

Klassen:	I.	II.	III.	IV.	V M.	V O.	VI M.	VI O.	Facultativ.	Summe der Stunden.
Dr. Lackemann.		8 { Mathem. Rechnen Naturg.	8 { Mathem Rechnen. Naturg	2 Rechnen.			4 Rechnen.			22.
Dr. Burkardt, Ordin. von II.		13 { Deutsch Französisch. Englisch. Geschichte.			2 Geographie.		7 Französisch			22.
Dr. Buckendahl, Ordin. von IV.		2 Turnen. 4 { Physik. Chemie.		9 { Deutsch. Geometrie. Naturg.	4 Rechnen.					19.
Dr. Tönnies, Ordin. von V. M.			12 { Französisch Geschichte. Geographie.		12 { Deutsch. Französisch.					22.
Dr. Litt, Ordin. von III.		2 Geographie	7 { Deutsch Englisch.	2 Turnen. 11 { Französisch. Geschichte. Geogr.						22.
Rambke, Ordin. von V. O.						15 { Deutsch. Französisch. Geschichte. Turnen.				15.
Backhaus, Ordin. von VI. M.		(2 Religion. evang.)			2 Religion. (evang) 6 { Schreiben. Geschichte. Naturg.	4 { Geographie Naturg.	2 Religion. (evang.) 9 { Deutsch. Geschichte. Geographie Naturg.			25.
Rosenberg, Ordin. von VI. O.						8 { Rechnen. Schreiben. Gesang.	5 { Schreiben. Gesang.	9 { Heimathsk. Rechnen. Gesang.		22.
Reinhold.				2 Schreiben. 1 Gesang.	2 Schreiben			16 { Deutsch. Französisch. Geschichte. Schreiben.	2 Chorgesang.	23.
Sonnenschein, kath. Religionslehrer.		2 Religion.			2 Religion		2 Religion.			6.
Dr. Wedell, israel. Religionslehrer.		2 Religion.				2 Religion.				4.
Party.		2 Zeichnen.		2 Zeichnen.		2 Zeichnen.	2 Zeichnen.			8.
Lehmann, Vorschullehrer.							2 Turnen.	2 Turnen.		4.
Summa		33.	31.	31.	31.	31.	31.	29.	2.	

Bürgerschule.

b) Winter-Halbjahr 1877.

Klassen:	I.	II.	III.	IV.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Facultativ.	Summe der Stunden.
Dr. Lackemann.	8 Mathem. Rechnen. Naturg.	8 Mathem. Rechnen. Naturg.				6 Rechnen. Naturg.				22.
Dr. Burkardt, Ordin. von II.	14 Deutsch. Französisch. Englisch. Geschichte.							7 Französisch.		21.
Dr. Buckendahl, Ordin. von III.	4 Physik. Chemie.	4 Physik. Chemie.	8 Mathem. Rechnen. Naturg.	6 Mathem. Rechnen.						22.
Dr. Tönnies, Ordin. von IV.		8 Französisch. Geschichte. Geographie.	4 Englisch.	10 Französisch. Deutsch.						22.
Dr. Litt, Ordin. von II.		7 Deutsch Englisch.	10 Französisch. Geschichte. Geogr.	4 Geschichte. Geogr.						21.
Rambke, Ordin. von V. O.					15 Deutsch. Französisch. Geschichte. Turnen.	2 Turnen.		5 Deutsch. Geschichte.		22.
Backhaus, Ordin. von V. M.			3 Deutsch.	2 Religion. 4 Rechnen. Schreiben.	4 Geographie Naturg.	2 Religion. 7 Deutsch. Geschichte. Geographie		2 Religion.		24.
Rosenberg, Ordin. von VI. M.					8 Rechnen. Schreiben. Gesang.			12 Rechnen. Schreiben. Gesang. Turnen.		20.
Reinhold, Ordin. von VI. O.				1 Gesang.		4 Schreiben. Gesang.	16 Deutsch. Rechnen. Schreiben. Gesang. Turnen	3 Heimathskunde.	2 Chorgesang.	26.
Sonnenschein, kath. Religionslehrer.	2 Religion.		2 Religion.			2 Religion.		2 Religion.		8.
Dr. Wedell, israel. Religionslehrer.	2 Religion.			2 Religion.						4.
Hoffmann.	2 Zeichnen.		2 Zeichnen.		2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.			10.
Lehmann, Vorschullehrer.	2 Turnen.		2 Turnen.							4.
Hagelüken, commissarischer Lehrer.						7 Französisch.	10 Französisch. Geschichte. Geographie			17.
Höhndorf, Realschullehrer.	2 Religion.									2.
Summa	32.	33.	31.	31.	31.	30.	30.	29.	2.	

3. Realschule I. O.

a) Sommer-Halbjahr 1877.

Klassen:	I.	IIa.	IIb, Coet. M.	IIb, Coet. O.	IIIa, Coet. M.	IIIa, Coet. O.	IIIb, Coet. M.
Ostendorf, Director	5 Latein						
Dr. Hanisch, Ord. von I	4 Französisch	2 Geschichte	4 Latein 2 Geschichte				5 Deutsch Geschichte
Dr. Stammer	8 Chemie Mathem. Geom. Zeichn.	2 Chemie	2 Chemie 2 Turnen	2 Chemie	2 Turnen		
Dr. Lynch	2 Geographie Naturgesch.	3 Geographie Naturgesch.		3 Geographie Naturgesch.		4 Geographie Naturgesch.	
Dr. Rothert, Ordin. von IIa.	5 Deutsch Geschichte	2 Religion 7 Deutsch Latein					2 Geographie
Dr. Mink, Ordin. von IIIb. M.		8 Französisch Englisch					12 Latein Französisch Englisch
Bischoff.	2 Physik	6 Physik Mathem.	6 Physik Mathem.				6 Mathem. Rechnen
Dr. Hölscher, Ordin. von IIb. M.	4 Englisch.		12 Deutsch Französisch Englisch Geographie				
Brand, Ordin. von IIIa. M.					10 Deutsch Latein Geschichte		
Dr. Jansen.			2 Naturgeschichte		10 Geogr. Nat. Physik Mathematik Rechnen		2 Naturgeschichte.
Ahrend.						7 Physik Mathematik Rechnen	
Dr. Horn, Ordin. von IIIa. O.				4 Latein 2 Geschichte		9 Deutsch Latein Geschichte	
Dr. Limpen.	2 Religion.	2 Religion.			2 Religion.		2 Reli-
Hühndorf, Ordin. von V. M.	2 Religion.		2 Religion.		2 Religion.		2 Reli-
Hahn, Ordin. von IV. M					8 Französisch Englisch		
Rahberg, Ordin. von IV. O.						8 Französisch Englisch	
Dr. Eisenberger, Ordin. von IIIb. O.				6 Physik Mathematik			
Dr. Marré, Ordin. von IIb. O.				7 Deutsch Französisch			
Dr. Sirter, Ordin. von V. O.							
Knecht, Ordin. von VI. O.				4 Englisch.			
Schroeder, Ordin. von VI. M							2 Turnen
Wolff.		2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.
Eichelsheim, techn. Turnlehrer.	2 Turnen.						
Dr. Sudendahl, Bürgerschullehrer.							
Rombé, Bürgerschullehrer.							
Backhaus, Bürgerschullehrer.							
Rotenberg, Vorschullehrer.							
Summa	34.	34.	34.	34.	34.	34.	33.

Klassen:	IIIb, Coet. O.	IV, Coet. M.	IV, Coet. O.	V, Coet. M.	V, Coet. O.	VI, Coet. M.	VI, Coet. O.	Ausserordentlicher Unterricht für obere Klassen.	Summe der Stunden.
Ostendorf, Director									5.
Dr. Hanisch, Ord. von I		2 Geographie							19.
Dr. Stammer								2 Chemische Uebungen.	20.
Dr. Lynch	4 Geographie Naturgesch.		4 Geographie Naturgesch.						20.
Dr. Rothert, Ordin. von IIa.		2 Religion.						2 Latein.	20.
Dr. Mink, Ordin. von IIIb. M.									20.
Bischoff.									20.
Dr. Hölscher, Ordin. von IIb. M.								2 Ital. II. 2 Ital. III.	20.
Brand, Ordin. von IIIa. M.						12 Deutsch Latein Geschichte			22.
Dr. Jansen.		6 Naturgesch. Geometrie		2 Naturgeschichte.					22.
Ahrend.			6 Geometrie Rechnen.		6 Naturgesch. Rechnen.		2 Heimathskunde.		22.
Dr. Horn, Ordin. von IIIa. O.		6 Latein.							21.
Dr. Limpen.	gion.	2 Religion.		2 Religion.		2 Religion.		2 Ital. I 2 Spanisch.	19.
Hühndorf, Ordin. von V. M.	gion.			11 Deutsch Französisch Geschichte		3 Religion.			22.
Hahn, Ordin. von IV. M		10 Deutsch Französisch Geschichte		2 Schreiben.		2 Schreiben.			22.
Rahberg, Ordin. von IV. O.			12 Deutsch Latein Geschichte. Turnen.		2 Turnen.				22.
Dr. Eisenberger, Ordin. von IIIb. O.	6 Mathematik Rechnen			4 Latein.			4 Rechnen.		22.
Dr. Marré, Ordin. von IIb. O.	6 Deutsch Latein.				6 Französisch.				21.
Dr. Sirter, Ordin. von V. O.	10 Französisch. Englisch Geschichte.				11 Deutsch Latein Geschichte				21
Knecht, Ordin. von VI. O.			6 Französisch.				12 Deutsch Latein Geschichte.		22.
Schroeder, Ordin. von VI. M		2 Rechnen 2 Turnen.		8 Geographie. Rechnen Turnen		10 Geographie. Naturgesch. Rechnen Turnen.		2 Chorgesang.	26.
Wolff.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.			24.
Eichelsheim, techn. Turnlehrer.	2 Turnen.								4.
Dr. Sudendahl, Bürgerschullehrer.							4 Schreiben. 2 Gesang.		6.
Rombé, Bürgerschullehrer.				2 Religion. 2 Geographie.			2 Turnen.		6.
Backhaus, Bürgerschullehrer.				1 Gesang. 2 Schreiben.					3.
Rotenberg, Vorschullehrer.		1 Schreiben. 1 Gesang.	1 Schreiben.			1 Schreiben 2 Gesang.			6.
Summa	34.	34.	34.	34.	34.	32.	30.	14.	

Real-schule.

b) Winter-Halbjahr 1877/78.

Klassen:	I.	IIa.	IIb, Coet. O.	IIb, Coet. M.	III a, Coet. O.	III a, Coet. M.	IIIb, Coet. O.	IIIb, Coet. M.	IV, Coet. O.	IV, Coet. M.	V, Coet. O.	V, Coet. M.	VI, Coet. O.	VI, Coet. M.	Facultativer Unterricht für obere Klassen.	Summa der Stunden.
Dr. Honigsheim, commissarischer Dirigent und Ordin. von I.	4 Französisch.	2 Geschichte.	2 Geschichte.													8.
Dr. Stammer.	8 Chemie. Math. Geometrie. Zeichnen.	2 Chemie.	2 Chemie. 2 Turnen.	2 Chemie.	2 Turnen.										2 chemische Uebungen.	20.
Dr. Lyck.	2 Geographie. Naturgesch.	Geographie. Naturgesch.	3 Geographie. Naturgesch.		4 Geographie. Naturgesch.		4 Geographie. Naturgesch.		4 Geographie. Naturgesch.							20.
Dr. Rothert, Ordin. von IIa.	5 Deutsch. Geschichte.	9 Deutsch. Latein. Religion.					2 Reli-	gion. 2 Geographie.							2 Latein.	20.
Dr. Mink, Ordin. von IIIa. M.		8 Französisch. Englisch.				12 Latein. Französisch. Englisch.										20.
Vierhoff.	2 Physik.	6 Physik. Mathematik.		6 Physik. Mathematik.				6 Rechnen. Mathematik.								20.
Dr. Hölscher, Ordin. von IIIb. M.	4 Englisch.							12 Latein. Französisch. Englisch.							2 Ital. II. 2 Ital. III.	20.
Brand, Ordin. von IIb. M.	5 Latein.			12 Deutsch. Latein. Geschichte. Geographie.			4 Latein.									21.
Dr. Jansen.						6 Mathematik. Rechnen. Physik.		2 Naturgesch.		6 Geometrie. Naturgesch.	6 Rechnen. Naturgesch.	2 Naturgesch.				22.
Ahrend.					7 Mathematik. Rechnen. Physik.	2 Naturgesch.			6 Rechnen. Mathem.				2 Naturgesch.	4 Heimathskunde.		21.
Dr. Kreis, Ordin. von V. M.			4 Latein.	8 Französisch. Englisch.								11 Deutsch. Französisch. Geschichte.				22.
Dr. Flegen.	2 Religion.	2 Religion			2 Religion		Reli-	gion	2 Religion.		2 Religion.		2 Religion.		2 Ital. I. 2 Spanisch.	19.
Schlundorf, Ordin. von IV. M.	2 Religion.		2 Religion		2 Religion				2 Religion.	9 Deutsch. Französisch. Geschichte.			3 Religion.			20.
Walberg, Ordin. von IV. O.					8 Französisch. Englisch.				11 Deutsch. Latein. Geschichte. Turnen.		2 Turnen.					21.
Dr. Gimmberger, Ordin. von V. O.			6 Physik. Mathematik.				6 Mathematik. Rechnen.				10 Deutsch. Latein. Geschichte.					22.
Dr. Braun, Ordin. von IIIa. O.					9 Deutsch. Latein. Geschichte.	7 Deutsch. Geschichte. Geographie.				6 Latein.						22.
Dr. Moers, Ordin. von IIb. O.			7 Deutsch. Französisch.				3 Deutsch.				6 Französisch.	6 Latein.				22.
Dr. Winter, Ordin. von IIIb. O.							10 Französisch. Englisch. Geschichte.							14 Deutsch. Latein. Geschichte.		22.
Norde, Ordin. von VI. O.			4 Englisch.						6 Französisch.				12 Deutsch. Latein. Geschichte.			22.
Schneider, Ordin. von VI. M.									1 Gesang. 1 Schreiben.	2 Rechnen. 1 Schreiben.		6 Geographie. Rechnen. Turnen.		2 Gesang. 4 Rechnen. 3 Schreiben. 2 Turnen.	2 Chorgesang.	26.
Breslau.								2 Turnen.		2 Turnen.	2 Religion 1 Gesang. 2 Geographie. 1 Schreiben.	2 Schreiben.	2 Geographie. 3 Schreiben. 2 Gesang. 4 Rechnen. 2 Turnen.			26.
Wolff.		2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.			24.
Eichelsheim, städt. Turnlehrer.	2 Turnen.						2 Turnen.									4.
Hagelüken, commissarischer Lehrer.								5 Deutsch. Geschichte.								5.
Buchholz, Bürgerschullehrer.										2 Geographie.						2.
Summa	34.	34.	34.	34.	34.	33.	33.	33.	33.	33.	33.	33.	32.	30.	14.	

B. Themata zu den freien schriftlichen Arbeiten.

In Ober-Secunda:

Deutsch.

1. a) Was verdankt Deutschland Preußen? — b) Ist der Patrotismus eine Beschränktheit? — c) Ein Vergleich zwischen Uhlands „Lied eines Armen" und Chamissos „Der Bettler und sein Hund." — 2. Wie faßt Uhland in seinem „Graf Eberhard II., der Rauschebart" diesen Helden auf? — 3. Begräbnis eines Armen. — 4. Was bezweckt Lessing mit der Einführung des Riccaut de la Marliniere in „Minna von Barnhelm?" (Clausurarbeit.) — 5. Ueber die verheerenden und wohlthätigen Wirkungen der Kriege. — 6. a) Gedankengang von Uhlands Ballade „Des Sängers Fluch". — b) Vergleich der Gärten des Apothekers und des Wirthes in „Hermann und Dorothea." — 7. a) Was uns trösten soll in Leiden und Verlusten. — b) Was macht uns Schillers Leben so ergreifend? — 8. Inwiefern ist Dienstfertigkeit der Hauptcharacterzug Dorotheens? — 9. a) Vergleich zwischen Hermann und dem ersten Bräutigam Dorotheens. — b) Folgen der Eroberung Constantinopels. — 10. Weshalb durfte Göthe Hermann (in Hermann und Dorothea) einmal eine lächerliche Rolle spielen lassen? (Klassenarbeit.)

In Prima:

Deutsch.

1. a) Alkestis und der arme Heinrich. — b) Character der Gudrun. — 2. Spezifisch temporärer Gehalt in Lessings „Minna von Barnhelm." — 3. Wohl unglückselig ist der Mann, der unterläßt das, was er kann, und unterfängt sich, was er nicht versteht; kein Wunder, daß er zu Grunde geht! — 4. Des Lebens Müh' lehrt uns allein des Lebens Güter schätzen. — 5. Mortimer, oder: Wie sieht ein Schwärmer aus? — 6. a) Die Klopstockische Lyrik. — b) Die Klopstockische und Götheſche Lyrik. — 7. Was ermöglichte Friedrich dem Großen den glücklichen Ausgang des siebenjährigen Krieges? — 8. Orest und Hamlet. — 9. Werner Stauffacher und Wilhelm Tell. — 10. a) Zweck des Riccaut in Lessings „Minna von Barnhelm." (Abiturientenaufsatz.) — b) Heilig sei dir der Tag, doch schätze das Leben nicht höher — Als ein anderes Gut, und alle Güter sind trüglich. (Clausurarbeit.)

Französisch.

1 a. Les Vêpres siciliennes. b. Une tentative d'enlèvement. — 2. Gustave Adolphe en Allemagne. — 3. Prise de Rome par les Gaulois. — 4. Thème. — 5. Mucius Scévola. — 6. Fondation de Rome. — 7. a. Discours d'Annibal à ses soldats avant la bataille du Tésin. — 8. Thème. — 9. Crésus, roi de Lydie (Klassenarbeit). 10. Expédition de Darius contre les Scythes. — 11. Les guerres de Charlemagne contre les Saxons.

Englisch.

1. King Richard II. — 2. The Hussite War. — 3. The exploits of Hannibal from the taking of Saguntum to the battle of Cannae (Abiturientenaufsatz). — 4. A translation (Clausurarbeit für die übrigen Primaner). — 5. Life of Sheridan. — 6. The story of Macbeth. — 7. The Schmalkaldian War. — 8. Oliver Cromwell. — 9. A translation (Abiturientenarbeit). — 10. An analysis of a speech in Titus Livius.

C. Aufgaben zu den schriftlichen Abiturienten-Arbeiten

zu Michaelis 1877.

1. Die Lehre von der Rechtfertigung, ihre biblische Begründung und ihre geschichtliche Entwickelung (Evang.). — 2. Die Hauptlehrpunkte der katholischen Gnadenlehre und ihre Gegensätze (Kathol.). 3. Des Lebens Mühe lehrt uns allein der Lebens Güter schätzen. — 4. The exploits of Hannibal from the taking of Saguntum to the battle of Cannae 5. Eine Uebersetzung ins Französische. — 6. a. Auf horizontaler Bahn liegen 2 Kugeln von a_1 (40) und a_2 (50) Kilogr. Gewicht in d_1 (198) Meter Entfernung von einander. Diese Kugeln werden durch 2 Kräfte b_1 (8 Kilogr.) und b_2 (10 Kilogr.) gegen einander bewegt, und zwar wirkt die Kraft b_1 an der Kugel a_1 während t_1 (4) und die Kraft b_2 an der Kugel a_2 während t_2 (6) Secunden. Nach welcher Zeit werden die Kugeln den Abstand d_2 (10) Meter haben? ($g = 10$ m.; die Reibung bleibt unberücksichtigt) — b. Ein Körper, dessen Ausdehnungscoefficient 0,00006 ist, erleidet beim Eintauchen in eine Flüssigkeit bei 12° einen Gewichtsverlust von $448,_{12}$ gr., während er in derselben Flüssigkeit bei 50° an Gewicht

442,305 gr. verliert. Wie groß ist der Ausdehnungscoefficient der Flüssigkeit, und wie groß würde der Gewichtsverlust des Körpers bei 0° sein? — c. Die Hauptgrundzüge der Photographie. — Wie viel Silber vom Feingehalt 885 ist erforderlich um 1k Höllenstein zu erzeugen, und welches Volumen Stickoxyd entsteht dabei, wenn alle Salpetersäu re zu Stickoxyd reducirt wird? (Ag = 108, Cu = 63,3 N = 14.) — 7a. Algebra: Eine der Wurzeln der Gleichung: $x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 37x - 78 = 0$ ist $2 + 3\sqrt{-1}$; welches sind die andern Wurzeln? — b. Elementargeometrie: Durch den Durchschnittspunkt zweier Kreise eine Gerade so zu legen, daß ihre von den Kreisen abgeschnittenen Stücke in einem gegebenen Verhältnisse stehen. — c. Trigonometrie: In jedem Dreieck ist: $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} + \mathrm{tg}\frac{\beta}{2}\,\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2} + \mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = 1$. — d. Stereometrie. An drei gegebene Kugeln die gemeinschaftliche Tangentialebene zu legen. Andeutung der Lösung durch darstellende Geometrie.

II. Verfügungen des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums.

29. Mai 1877. Mittheilung eines Erlasses des Herrn Cultusministers durch welchen bei den betreffenden höhern Lehranstalten in der Ausübung des Rechtes, ein Zeugniß der wissenschaftlichen Befähigung für den einjährig freiwilligen Heerdienst auf Grund eines Conferenzbeschlusses zu ertheilen, die erforderliche Strenge möglichst gesichert werden soll. Damit auch jeder Schein einer ungerechtfertigten Nachsicht bei der Zuerkennung dieser wichtigen Berechtigung vermieden werde, wird vor allem gefordert, daß dieselbe mit der nämlichen Strenge und nach denselben Grundsätzen erfolge, nach welchen über die Versetzung der Schüler in die höhere Klasse entschieden wird. Der Beschluß über die Zuerkennung des Berechtigungszeugnisses darf nicht früher gefaßt werden, als in dem Monate, in welchem der einjährige Besuch der 2., bezw. der 1. Klasse der betreffenden Schule abgeschlossen wird. (Diese Bestimmung ist später modifizirt worden, s. u. 31. Januar 1878). Alle beim Unterrichte des Bewerbers betheiligten Lehrer haben dabei ihre Stimme abzugeben. Das über die Verhandlung geführte Protokoll muß die Begründung der Zuerkennung vollständig ersichtlich machen, und zwar unter ausdrücklicher Bezugnahme auf den vollständigen Inhalt der Schulzeugnisse des letzten Jahres. Es ist in den Fällen, wo die Schüler nach Erwerbung des Zeugnisses die Schule zu verlassen beabsichtigen, ein besonderes Protokoll zu führen; in dem allgemeinen Conferenzprotokoll ist an der entsprechenden Stelle eine Verweisung auf jenes besondere Protokoll zu geben. Den Schülern, welche die Schule auch nach der Erwerbung jener Berechtigung weiter besuchen wollen, ist der Berechtigungsschein zugleich mit dem Schulzeugnisse auszustellen und einzuhändigen. Solche Schüler bedürfen bei einer erst später eintretenden Anwendung dieses Zeugnisses nur noch einer Bescheinigung des Directors über ihre sittliche Führung in der dazwischen liegenden Zeit. Die Concepte sämmtlicher Berechtigungszeugnisse müssen, wie bisher, in einem besondern Bande aufbewahrt werden. Für eine etwaige spätere Abschrift ist die Schule ermächtigt, eine Gebühr von 3 Mark zu fordern. (Doch s. u.).

30. Juni. Betrifft die Veränderung der Uebersicht über die von den Directionen der höhern Lehranstalten einzusendenden periodischen Berichte und Nachweisungen.

24. Juli. Das Ministerium der geistlichen rc. Angelegenheiten macht darauf aufmerksam, daß das deutsche Gewerbemuseum eine Anzahl näher bezeichneter Nachbildungen antiker Säulenkapitäle behufs Abgabe an andere Unterrichtsanstalten zu bestimmtem Preise hat vervielfältigen lassen.

8. August. Es wird auf das bei Schöningh in Paderborn zu dem Preise von 5 Mark erschienene Werk: Einleitung in das Nibelungenlied von Richard von Muth, aufmerksam gemacht.

9. August. Nähere Erläuterung einiger Bestimmungen der Verfügung vom 29. Mai, betreffend die Ertheilung des Berechtigungszeugnisses zum einjährigen Dienste. Die Gebühren für ein Duplikat werden von 3 Mark auf 50 Pfennige herabgesetzt.

22. August. Betrifft u. a. die Verlegung des Termins für die Einreichung des Nachweises über die von den Lehrern ertheilten Privatstunden, so wie des Termins für den Nachweis über das Probejahr der Schulamtscandidaten.

7. September. Der Oberlehrer Dr. Honigsheim wird ermächtigt, interimistisch die Directorialgeschäfte der Real- und höhern Bürgerschule wahrzunehmen.

22. September und 15. October. Betrifft veränderte Einrichtung der Frequenzübersichten.

8. November. Es soll an allen höhern Schulen die etwa noch vorkommende unmathematische Bezeichnungsweise der Division, nach der beispielsweise der Quotient $4 : 12 = 3$ gesetzt wird, beseitigt und die richtige $(12 : 4 = 3)$ eingeführt werden.

14. November. Die Anschaffung der neuen kritischen Ausgabe Herders von Bernhard Zuphan für die Schulbibliotheken wird empfohlen.

10. December. Die Lehrer an den höhern Schulen werden an die Allerhöchste Kabinetsordre vom 21. November 1835, die Amtsverschwiegenheit der öffentlichen Beamten betreffend, erinnert. „Ueberhaupt aber werden wir", heißt es am Schlusse der Verfügung, „von den an unsern höhern Lehranstalten wirkenden Männern erwarten, daß sie Mittheilungen über Verhältnisse und Vorgänge innerhalb ihrer Schule und ihres Collegiums, deren Besprechung durch das Publikum die Gefahr einseitiger und mißzuverstehender Deutung mit sich führen würde, auch ohne hierfür auf die Pflicht der Verschwiegenheit hingewiesen zu sein, aus eigenem Takt unterlassen werden."

12. December. Zur Vermeidung von Rohheiten und wüstem Lärm wird die gehörige Beaufsichtigung der Schuljugend auf dem Spielplatze, so wie namentlich beim Beginn und am Ende der Pausen empfohlen.

13. December. Die Zusammenstellung der abgekürzten Bezeichnungen der neuen Maaße und Gewichte wird der Direction übersandt und dabei besonders auf die drei vom Bundesrath in dieser Angelegenheit ins Auge gefaßten Punkte aufmerksam gemacht: „Uebereinstimmung im Gebrauch der abgekürzten Bezeichnungen, Beschränkung derselben auf den engern Bereich des wirklichen Erfordernisses, endlich eine solche Schreibweise der benannten Zahlen, durch welche der decimale Charakter des neuen Systems zu voller Geltung gelangt." Zugleich wird den Rechenlehrern die Benutzung der Schrift: Das Münz-, Maaß- und Gewichtssystem im Rechenunterricht von Dr. Kallins, Oldenburg 1877, empfohlen, in der ein Verfahren dargestellt ist, welches im elementaren Rechenunterricht zu zweckmäßiger Einführung in das neue System angewendet werden kann.

20. December. An das Königliche Provinzialschulcollegium sollen von nun an 6 Exemplare des Schulprogrammes unmittelbar nach Schluß des Schuljahrs eingesandt werden.

5. Januar 1878. Mittheilung eines Erlasses des Cultusministeriums, daß die Turnlehrerprüfung in Berlin in diesem Jahre am 25. und 26. März Statt finden werde.

31. Januar. Mit Bezug auf den Ministerialerlaß vom 29. Mai 1877, betreffend die Ertheilung des militärischen Qualifikationszeugnisses, wird ausdrücklich erklärt, daß, wenn es dort heißt: Der Beschluß über die Zuerkennung des Zeugnisses darf nicht früher gefaßt werden, als in dem Monate, in welchem der einjährige Besuch der zweiten Klasse abgeschlossen wird, hierdurch nicht der Kalendermonat, sondern die Zeitdauer eines Monats bezeichnet ist. „Bei Ertheilung des Zeugnisses darf an der Zeitdauer des von dem Schüler zu erfordernden Schulbesuches nicht mehr, als höchstens der Zeitraum eines Monats (30 Tage) fehlen."

23. Februar. Genehmigung der Entlassung des Herrn Dr. Burkardt und der dadurch nothwendig gewordenen Veränderung des Lectionsplans der höhern Bürgerschule.

III. Chronik der Schulen.

1. Das Schuljahr begann Dinstag den 24. August, nachdem am Tage vorher die Aufnahmeprüfungen Statt gefunden hatten. Aus dem Lehrer-Collegium der Realschule waren, wie schon im Programm des vorigen Jahres angedeutet worden ist, die ordentlichen Lehrer Dr. Heuer und Erk ausgeschieden; statt des erstern trat der Realschullehrer August Noelle von Essen ein. Ueber seine frühern Lebensumstände hat er Folgendes mitgetheilt:

August Hermann Noelle, geboren am 27. April 1851 zu Heßler bei Bochum, besuchte zuerst die höhere Bürgerschule zu Bochum, später das Gymnasium zu Wetzlar und verließ letzteres zu Michaelis 1869 mit dem Zeugniß der Reife. Er studirte dann zu Greifswald und Berlin alte und neuere Sprachen, bekleidete danach mehrere Privatstellungen, theils um sich im Unterrichten praktisch zu üben, theils um sich die erforderliche Gewandtheit im mündlichen Gebrauche der französischen und englischen Sprache anzueignen. Ostern 1875 wurde er als Hülfslehrer an der Realschule zu Essen angestellt und hielt an dieser Anstalt von Ostern 1876 bis 1877 das Probejahr ab; die Prüfung pro facultate docendi bestand er im November 1876. Nachdem er zu Ostern 1877 als ordentlicher Lehrer an unserer Realschule eingetreten war, erfolgte seine Bestätigung unter dem 10. August 1877.

Gleichzeitig trat an der Bürgerschule Herr Backhaus seine Stelle an, über dessen Lebensumstände das vorige Programm berichtet hat. An die Vorschule waren die beiden Herren Lehmann und Rosenberg berufen worden, von denen der erstere nach seinem Eintritt auch einen Theil des Turnunterrichtes an der Bürgerschule ertheilt hat. Der letztere hat dagegen provisorisch das ganze Jahr hindurch größtentheils an der Bürgerschule unterrichtet. Ueber ihre frühern Lebensverhältnisse wird hier Folgendes mitgetheilt, wie sie es selbst aufgesetzt haben:

a. August Hermann Lehmann, geboren am 9. Februar 1853 zu Bahnsdorf bei Herzberg im Regierungsbezirk Merseburg, besuchte von Michaelis 1868 an die Präparandenanstalt zu Elsterwerda und von 1870 bis 1873 das dortige Königliche Lehrerseminar. Nach bestandener Prüfung wurde er als Lehrer zu Cröllwitz bei Merseburg angestellt, wo er drei Jahre blieb. Im Winter 1876 und 1877 war er Zögling der Centralturnanstalt zu Berlin, von wo er nach bestandener Turnlehrer-Prüfung an die hiesige Vorschule berufen wurde.

b. Bernhard Rosenberg, geboren am 16. Juli 1848 zu Niederemmel, Kreis Berncastel, besuchte anfangs die Volksschule seines Geburtsortes, dann von Ostern 1865 bis Ostern 1867 eine dort zur Ausbildung von künftigen Volksschullehrern eingerichtete Privatanstalt und bestand im April 1867 zu Trier die Lehrerprüfung. Hierauf wurde er Lehrer zu Noviand und später zu Merl. Die letztere Stelle verließ er im Juli 1870, um als Freiwilliger den Feldzug gegen Frankreich mitzumachen. Nach Beendigung desselben war er bis zum Februar 1872 Lehrer zu Bergerhof und darauf bis zum April 1877 an einer hiesigen Volksschule angestellt. Im März 1873 hatte er zu Kempen die vorschriftsmäßige zweite Lehrerprüfung bestanden. Im April 1877 legte er zu Koblenz die Prüfung für Lehrer an Mittelschulen ab. Zu derselben Zeit erfolgte seine Anstellung als Lehrer an der hiesigen Vorschule.

3. Da der für den ausgeschiedenen Herrn Erk gewählte Herr Streblow aus Neumünster (s. unten) erst im Herbste eintreten konnte, so mußte seine Vertretung im Sommer größtentheils durch Heranziehung von Lehrkräften der Bürgerschule besorgt werden, wie dies die vorstehend gegebene Uebersicht über die Verwendung der Lehrkräfte zeigt. Konnte der Unterricht so ohne wesentliche Störung den Sommer hindurch fortgeführt werden, so traf die Anstalt kurze Zeit nach dem Beginn der Herbstferien ein ähnlicher harter und ebenso unerwarteter Schlag, wie der, über den wir vor 7½ Jahren im Programme zu berichten hatten. Wie damals, am 7. October 1870, der erste Director der Anstalt, Franz Heinen, gleich im Anfange des Schuljahres durch einen plötzlichen Tod dahingerafft wurde, so starb nicht minder unerwartet sein Nachfolger, Director Ostendorf, nicht lange nach dem Anfange der Herbstferien, am 31. August des vorigen Jahres in Halle an der Saale an den Folgen einer Operation, die so glücklich von Statten gegangen war, daß niemand auf einen so schlimmen Ausgang gefaßt sein konnte. Die Leiche wurde nach Lippstadt gebracht, wo der Verstorbene mehr als 20 Jahre hindurch als Director der von ihm gegründeten Realschule gewirkt hatte. An der Beerdigung konnte mit Rücksicht auf die Zeit und den Ort derselben nur eine Anzahl der Lehrer der verschiedenen Collegien, die hier unter der Leitung des Hingeschiedenen gestanden hatten, als Vertreter der Gesammtheit sich betheiligen. Den Grabhügel wird bald ein durch die Pietät von Schülern und Freunden errichtetes Denkmal schmücken.

Der Ruf, den der Hingeschiedene in der pädagogischen Welt erworben hat, ist weit über die Grenzen unserer Provinz hinausgegangen; es würde denselben schmälern heißen, wenn wir versuchen wollten, in dem engen uns hier zugewiesenen Raume die Wirksamkeit und die Verdienste des Verstorbenen auf dem Gebiete des Unterrichts- und Erziehungswesens zu schildern. Indem wir daher darauf aufmerksam machen, daß bald eine ausführliche Schilderung seines Lebens und Wirkens von berufener Freundeshand in dem pädagogischen Archive (herausgegeben von Krumme) zu erwarten steht, beschränken wir uns hier auf eine gedrängte Darstellung seines äußern Lebensganges:

Julius Ostendorf wurde am 2. April 1823 zu Soest geboren, besuchte das dortige Gymnasium und bezog 1840 die Universität Bonn, so wie später Halle. Im Jahre 1845 bestand er zu Münster die Prüfung pro facultate docendi, hielt von 1845 bis 1846 zu Soest das Probejahr ab und wurde nach kurzer commissarischer Wirksamkeit am Gymnasium zu Wesel zum ordentlichen Lehrer daselbst ernannt. Ostern 1850 wurde er an die höhere Stadtschule zu Lippstadt berufen, die sich zu einer Realschule entwickeln sollte, und im Juli 1877 ihm die Directorstelle dieser Anstalt, die mittlerweile als eine zu Entlassungsprüfungen berechtigte Realschule anerkannt worden war, übertragen. Nach zwei- und zwanzigjähriger Thätigkeit an derselben trat er zu Ostern 1872 das Directorat der hiesigen Realschule an und leitete außerdem bald auch commissarisch die von ihm ins Leben gerufene höhere Bürgerschule, deren Vollendung er nicht erleben sollte. Außer einer ziemlich bedeutenden Anzahl von Programm-Abhandlungen, z. B. die Leibesübungen an der Realschule zu Lippstadt, 1857, Beiträge zur Realschulfrage, 1859 und 1872, Aufsätze über den neusprachlichen Unterricht an der Realschule zu Lippstadt, sind unter anderen nachfolgende Schriften von ihm erschienen:

Die Vorbildung für das Lehramt an Realschulen, Stettin bei Th. von der Nahmer, 1870. — Zur Concentration des Unterrichtes (im pädagogischen Archiv 1871.) — Ueber das nationale Kaiserthum der Hohenzollern, 1873. — Volksschule, Bürgerschule und höhere Schule, Düsseldorf bei Schaub, 1872. — Das höhere Schulwesen unseres Staates, Düsseldorf bei L. Voß & Comp. — Die Umgestaltung des hiesigen Volksschulwesens, Düsseldorf, 1876, u. s. w.

Da der so unvermuthet Verstorbene keinerlei Vorarbeiten für den Lections- und Stundenplan hatte machen können, die beide nun wesentlicher Umänderungen bedurften, da ferner noch eine Lehrkraft gewonnen werden mußte, um den durch seine Stellvertretung entstehenden Ausfall von Unterrichtsstunden zu decken, so wurde, um die für diese Geschäfte nöthige Zeit zu gewinnen, mit Genehmigung des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums der Anfang des Wintersemesters um eine Woche hinausgeschoben, so daß dasselbe erst am 27. September begann.

3. An diesem Tage trat statt des zu Ostern ausgeschiedenen Herrn Erk Herr Streblow in das Lehrercollegium ein; am 1. October verließ uns auch Herr Hahn, um, wie dies im Programme des verflossenen Jahres im voraus berichtet worden ist, seine neue Stellung an der städtischen Realschule zu Braunschweig anzutreten; bei uns wurde er ersetzt durch Herrn Dr. Braun, der inzwischen von Iserlohn hierher berufen worden war. Die außerdem durch die Stellvertretung des Directors, sowie durch Einrichtung einer neuen Klasse an der höheren Bürgerschule nothwendig gewordene Vermehrung der Lehrkräfte wurde durch die Berufung des commissarischen Lehrers Herrn Hagelüken aus Münstereifel bewirkt, der früher an der höhern Bürgerschule zu Limburg gewirkt, darauf längere Zeit zum Behufe seiner wissenschaftlichen Ausbildung sich in England aufgehalten und daselbst auch an verschiedenen Anstalten unterrichtet hatte. Ueber die frühern Lebensverhältnisse der Herren Streblow und Braun wird nach ihren Angaben das Nachstehende mitgetheilt:

a. Karl Streblow, geboren 1846 zu Landsberg an der Warthe, besuchte in Folge mehrfacher Versetzungen seines Vaters die Bürgerschulen von Küstrin, Müncheberg und Zeelow, darauf von Michaelis 1863 an drei Jahre lang das Lehrerseminar zu Neuzelle. Nach bestandener Prüfung war er nach einander an mehrern Volksschulen, hierauf an der Bürgerschule zu Landsberg angestellt, und machte 1869 ein halbes Jahr lang den Cursus der Central-Turnanstalt zu Berlin durch. Im Juli 1870 wurde er zu den Fahnen einberufen und nahm im Leibgrenadier-Regiment am Feldzuge gegen Frankreich Theil. Zuletzt war er von Ostern 1872 bis Michaelis 1877 an der Realschule zu Neumünster in Holstein angestellt.

b. Dr. Reinhold Braun, geboren am 12. Januar 1849 zu Großglogau, besuchte bis Ostern 1869 das Gymnasium zu Görlitz und nach bestandener Abiturienten-Prüfung die Universitäten Leipzig, Berlin und Greifswald, um sich dem Studium der Philologie zu widmen. Im August 1873 wurde er zu Greifswald zum Doctor der Philosophie promovirt und bestand in demselben Jahre daselbst die Prüfung pro facultate docendi. Von Michaelis 1873 bis 1874 hielt er sein Probejahr an der Realschule zu Iserlohn ab und wirkte nach seiner definitiven Anstellung an derselben Anstalt noch bis zum Herbste 1877.

4. Das Curatorium der beiden Anstalten besteht, wie im verflossenen Jahre, aus dem Oberbürgermeister Becker als Vorsitzenden, den Stadtverordneten G. Herzfeld, W. Pfeiffer, Dr. Reinartz und O. Windscheid, ferner den Bürgermitgliedern G. Bloem, dem evangelischen Pfarrer und Consistorialrath Natorp, dem katholischen Pfarrer Nottebaum und dem Architekten Riffart.

5. Die höhere Bürgerschule, die im Herbste 1872 eröffnet worden war, ist nunmehr im Herbste des verflossenen Jahres durch Hinzufügung der obersten Klasse (Prima) vollständig geworden. Das Curatorium beschloß daher, wie dies bei der Gründung der Schule bestimmt worden war, die Anstalt von der Realschule, deren Director bis dahin auch ihr Leiter gewesen war, völlig zu trennen und einen eigenen Rector für sie zu ernennen, der zugleich die Leitung der für beide Anstalten gemeinsamen Vorschule zu übernehmen hätte. Da es sich indessen als unthunlich erwies, den letztern schon gleich im Anfang des Semesters zu wählen, so mußte auch von der zuerst gehegten Absicht, die Trennung der Anstalten schon im Herbste durchzuführen, abgestanden werden; dieselbe wird demnach erst zu Ostern Statt finden.

Zum Director der Realschule wurde in der Sitzung der Stadtverordneten-Versammlung vom 20. November 1877 Dr. Karl Böttcher, bisher Director der Realschule der reformirten Gemeinde zu Hamburg, gewählt, dessen Bestätigung durch Allerhöchste Kabinets-Ordre vom 22. Dezember 1877 erfolgte. Seiner Erklärung zufolge wird derselbe zu Anfang des Sommersemesters die Leitung der Anstalt übernehmen können.

Die Wahl des Rectors der Bürgerschule fand in der Stadtverordneten-Versammlung vom 4. Dezember 1877 Statt und fiel auf den hiesigen Realschul-Oberlehrer Hugo Viehoff, der somit zu Ostern aus dem Collegium der Realschule ausscheiden wird; die Bestätigung desselben erfolgte durch Ministerial-Rescript vom 22. Januar 1878. Ueber seine frühern Lebensumstände hat das Programm des Jahres 1868 berichtet; unserer Schule gehört er seit dem 1. October 1867 an; am 30. September 1872 wurde er zum Oberlehrer befördert.

An der Realschule wurde der bis dahin provisorisch beschäftigte Lehrer Dr. Moers durch Verfügung des Kgl. Provinzial-Schul-Collegiums zu Coblenz vom 17. Dezember 1877 und an der Bürgerschule ebenso Herr Dr. Litt durch Verfügung derselben Behörde vom 7. Januar 1878, auf den Vorschlag des Curatoriums definitiv angestellt. Die definitive Anstellung des Herrn Dr. Vietor an der Realschule und des Herrn Ramble an der höhern Bürgerschule ist höhern Orts beantragt.

6. Auf den Wunsch des Curatoriums unterzog der Königliche Provinzial-Schulrath Dr. Höpfner während dreier Tage, am 4., 5. und 6. Dezember des verflossenen Jahees, die Bürgerschule, hauptsächlich die beiden obersten Klassen

derselben, einer eingehenden Revision, die insbesondere den Zweck hatte, zu ermitteln, in wie weit die Anstalt dem Herrn Minister der geistlichen ꝛc. Angelegenheiten zur Verleihung von Berechtigungen zu empfehlen sei. Nachdem der Herr Commissar die Räumlichkeiten der Anstalt besichtigt und dem Unterrichte in den verschiedensten Gegenständen beigewohnt hatte, versammelte er die Lehrer zu einer Conferenz, in welcher er ihnen seine Wahrnehmungen und Beobachtungen mittheilte und daran anknüpfend über die Ziele, welche die Schule anzustreben habe, so wie über die Mittel, durch welche diese zu erreichen seien, über die Methodik und die Lehrbücher sich aussprach. Namentlich betonte er, daß für das Französische und das Deutsche möglichst bald eine Vermehrung der Lehrstunden in Prima erfolgen müsse, damit die gegenwärtigen Schüler der Klasse befähigt würden, im Herbste die Abiturienten-Prüfung zu bestehen. In Folge davon wurden gleich nachher dem Französischen 6, dem Deutschen 4 Stunden in dieser Klasse zugewiesen, während der Turn-Unterricht in derselben bis auf weiteres ausfällt. Endlich empfahl er den Wegfall der Wechselcöten, die bis jetzt für die beiden untersten Klassen eingerichet sind, so wie die Verlegung des Anfangs des Schuljahres auf Ostern.

Demgemäß wurde bald darauf in einer Sitzung des Curatoriums auf den Antrag des gegenwärtigen und des künftigen Dirigenten diese Umlegung des Schuljahres, die allerdings nur allmälig ins Leben treten kann, so wie der Wegfall der Michaeliscöten der Sexta und Quinta von Ostern an beschlossen und den Schülern dieser Klassen, wie deren Eltern, zu Weihnachten mitgetheilt, daß auch zu Ostern eine Versetzung in die nächsthöhere Klasse Statt finden werde, jedoch nur für diejenigen Schüler, die in allen Unterrichtsgegenständen genügende Leistungen aufzuweisen hätten, während die andern mindestens noch ein Jahr in der betreffenden Klasse bleiben müßten.

7. Nicht lange nachher ging im Lehrercollegium der Bürgerschule abermals eine Veränderung vor sich, indem der ordentliche Lehrer Dr. Burkardt einem Rufe der Königlichen Regierung zu Cöln folgte, um die commissarische Verwaltung der Schulinspectorstelle für die Kreise Mülheim und Wipperfürth zu übernehmen. Da sein baldiger Eintritt gewünscht wurde, so entließ das Curatorium auf seinen Antrag ihn mit dem 11. Februar aus seiner Stellung an der hiesigen Anstalt, an der er seit Herbst 1875 thätig gewesen war. Weil es aber nicht anging, die erledigte Stelle noch im Laufe des Semesters zu besetzen, so übernahmen die Collegen gegen Remuneration seine Unterrichtsstunden bis zum Ende des Semesters, wobei der Stundenplan allerdings eine wesentliche Umgestaltung erfahren mußte. Es war namentlich darauf Bedacht zu nehmen, daß die Lehrer, welche die Vertretung des Herrn Dr. Burkardt in Prima übernahmen, ihren Unterricht auch während des kurzen Sommersemesters werden fortzuführen haben, damit nicht diese Klasse, die zu Michaelis die erste Abiturientenprüfung an der Schule zu bestehen haben wird, unter dem wiederholten Wechsel der Lehrer zu sehr leide.

8. Durch den Tod hat die erste Klasse der Vorschule am 7. Februar dieses Jahres einen braven Schüler, Gustav Elfes, verloren.

9. Am 10. März 1877 fand die mündliche Abiturienten-Prüfung des Primaners Stephan Glaser Statt, dessen schriftliche Prüfungsarbeiten im vorigjährigen Programm angegeben worden sind. Zum Königlichen Commissar dabei war der Director der Anstalt ernannt worden; Delegirter des Curatoriums war Herr Riffart. Der Abiturient, geboren zu Düsseldorf, 19¾ Jahr alt, 10½ Jahr auf der Schule, 2½ Jahr in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife mit dem Prädikate „Genügend“. Er hat darauf die Universität Bonn bezogen, um Mathematik und Naturwissenschaften zu studiren.

Eine zweite Abiturientenprüfung wurde am 7. April abgehalten, bei der wiederum der Director der Anstalt als Königlicher Commissar fungirte; der Delegirte des Curatoriums war der Fabrikbesitzer G. Herzfeld. Die 7 Abiturienten waren:

1. Friedrich Bloem aus Düsseldorf, evangelisch, 17 Jahre alt, 8 Jahre auf der Schule, 2 Jahre in Prima;
2. Theodor Lupp aus Düsseldorf, katholisch, 19 Jahre alt, 10 Jahre auf der Schule, 2 Jahre in Prima;
3. Wilhelm Luther aus Düsseldorf, evangelisch, 17½ Jahr alt, 9 Jahre auf der Schule, 2 Jahre in Prima;
4. Wilhelm Mulvany aus Düsseldorf, katholisch, 19¾ Jahre alt, 10 Jahre auf der Schule, 2 Jahre in Prima;
5. Friedrich Pels-Leusden aus Münster, evangelisch, 18¾ Jahre alt, 2 Jahre auf der Schule und zwar in Prima;
6. Johann Schnock aus Kaiserswerth, katholisch, 20½ Jahr alt, 3½ Jahr auf der Schule, 2 Jahre in Prima;
7. Karl Steinike aus Düsseldorf, katholisch, beinahe 18 Jahre alt, 9 Jahre auf der Schule, 2 Jahre in Prima.

Steinike wurde von der mündlichen Prüfung entbunden und erhielt das Prädikat „Gut.“ Die sechs andern wurden nach abgelegter Prüfung ebenfalls für reif befunden, und Bloem erhielt das Prädikat „Gut“, die übrigen „Genügend.“ Bloem und Lupp haben sich dem Kaufmannstande gewidmet; Luther bereitet sich für die Abiturientenprüfung am Gymnasium vor; die 4 andern besuchen polytechnische Schulen, um theils das Bau-, theils das Maschinenfach zu studiren.

10. Am 29. April empfingen 13 katholische Zöglinge der Realschule, so wie 17 der höheren Bürgerschule, unter Theilnahme ihrer älteren Mitschüler und mehrerer Lehrer, die erste heilige Communion, nachdem sie von ihren Religionslehrern, Herrn Dr. Lingen und Herrn Kaplan Sonnenschein, in besondern Unterrichtsstunden dazu vorbereitet worden waren.

11. Am 15. August veranstaltete der Gesangchor der Realschule unter Leitung seines Gesanglehrers Herrn Schröter in der Aula eine öffentliche Aufführung der von A. Romberg componirten Schillerschen Glocke. Ein zahlreiches Publikum war dabei anwesend und erfreute sich an der wohlgelungenen Leistung.

11. An dem festlichen Empfang, den unsere Stadt bei Gelegenheit der vorigjährigen Herbstmanöver am 5. September Sr. Majestät dem Kaiser bereitete, betheiligten sich die drei Anstalten in der Weise, daß die Schüler, welche sich in der Stadt befanden, so wie manche, die trotz der Ferien von außen hereingekommen waren, in Begleitung einer Anzahl von Lehrern, festlich geschmückt unter Vortragen von Fahnen und Wappenschildern, die mit sinnigen Denksprüchen versehen waren, in dem Festzuge sich aufstellten und demselben bis zur Tonhalle folgten.

12. Das Geburtsfest Sr. Majestät des Kaisers und Königs wurde in diesem Jahre in folgender Art gefeiert: Am 21. März hielten die Ordinarien der Sexten und Quinten der Real- und höhern Bürgerschule an ihre Schüler in den einzelnen Klassen eine Ansprache über die Bedeutung des Festtages. An diesem selbst um 9 Uhr Vormittags fand eine gemeinsame Feier der sämmtlichen Klassen der Vorschule Statt, die in Gesängen und Vorträgen der Schüler, so wie in einer Ansprache des Lehrers Duckweiler bestand. Die übrigen Klassen der Real- und Bürgerschulen versammelten sich um 12 Uhr zu der üblichen öffentlichen Feier, bei welcher Herr Dr. Aretz die Festrede hielt; ihren Inhalt bildete das Jugendleben des Kaisers.

13. Aus dem Aulafonds ist, dem Beschlusse des Curatoriums vom 18. Juli vorigen Jahres zufolge, einem ehemaligen Schüler ein jährliches Stipendium von 150 Mark zur Fortsetzung seiner Studien bewilligt worden.

14. Schließlich glauben wir hier dankend erwähnen zu müssen, daß der Fabrikbesitzer Herr Rudolf Lupp zu dem Wittwen-Unterstützungsfonds der Realschule die Summe von 300 Mark geschenkt hat.

15. Ferien hatten die Schulen, der Verfügung vom 20. Januar 1874 gemäß, zu Ostern 15 Tage; zu Pfingsten 4 Tage, zu Weihnachten 15 Tage; die Herbstferien dagegen wurden aus dem oben angegebenen Grunde um eine Woche verlängert und dauerten demnach vom 19. August bis zum 27. September.

IV. Statistische Nachrichten.

Die Schülerzahl betrug im Sommer in der Realschule 367, nämlich 7 in Ia, 14 in Ib, 15 in IIa, 19 in IIb O, 26 in IIb M, 18 in IIIa O, 26 in IIIa M, 30 in IIIb O, 24 in IIIb M, 41 in IV O, 26 in IV M, 31 in V O, 30 in V M, 25 in VI O, 35 in VI M; von diesen waren evangelisch 225, katholisch 137, israelitisch 15, Auswärtige 44, Ausländer 7. In der Bürgerschule waren 167 Schüler, nämlich 7 in II, 19 in III, 11 in IV, 26 in V O, 32 in V M, 40 in VI O, 32 in VI M; von diesen waren evangelisch 76, katholisch 84, israelitisch 7 — Auswärtige 14, Ausländer 1. In der Vorschule waren im Ganzen 226 Schüler, nämlich 52 in I O, 52 in I M, 39 in II O, 44 in II M, 25 in III O, 14 in III M, unter ihnen evangelisch 117, katholisch 101, israelitisch 8 — Auswärtige 3, Ausländer 3. — Im Winter waren in der Realschule 379 Schüler, nämlich 4 in Ia, 15 in Ib, 14 in IIa, 23 in IIb O, 25 in IIb M, 18 in IIIa O, 23 in IIIa M, 24 in IIIb O, 24 in IIIb M, 40 in IV O, 27 in IV M, 36 in V O, 27 in V M, 37 in VI O, 42 in VI M; von diesen waren evangelisch 224, katholisch 137, israelitisch 18 — Auswärtige 43, Ausländer 10. — Die Bürgerschule zählte 172 Schüler, nämlich 7 in I, 12 in II, 11 in III, 23 in IV, 26 in V O, 25 in V M, 34 in VI O, 34 in VI M, unter ihnen 80 evangelisch, 84 katholisch, 8 israelitisch — Auswärtige 14, Ausländer 1. In der Vorschule befanden sich 219 Schüler, nämlich 52 in I O, 55 in I M, 38 in II O, 28 in II M, 27 in III O, 19 in III M, der Confession nach 114 Evangelische, 93 Katholische, 12 Israeliten — Auswärtige 4, Ausländer 3. Abgegangen sind am Ende des Sommersemesters aus der Realschule 42 (7 Abiturienten), aus der Bürgerschule 25, aus der Vorschule 7 (außer 33, die auf die Realschule und 13, die auf die Bürgerschule gingen). Neu aufgenommen wurden im Sommer auf die Realschule 31 (15 aus der Vorschule), auf die Bürgerschule 29, (unter ihnen 13 aus der Vorschule), auf die Vorschule 62. Im Winter wurden auf die Realschule neu aufgenommen 53 (33 aus der Vorschule), auf die Bürgerschule 32 (unter ihnen 11 aus der Vorschule), auf die Vorschule 45.

V. Unterrichts- und Lehrmittel.

Von den Sammlungen steht die naturgeschichtliche unter Aufsicht des Oberlehrers Dr. Czech, der chemische Apparat unter der des Oberlehrers Dr. Stammer, das physikalische Kabinet unter der des Oberlehrers Biehoff, der geographische Apparat unter der des Dr. Czech, die Notensammlung (seit Abgang des Lehrers Erk) unter der des Lehrers Schröter; die Bibliotheken stehen unter Aufsicht des Dr. Stammer.

Diese Sammlungen sind theils aus den etatsmäßigen Mitteln der Anstalten, theils aus Lesevereinen der Lehrer, theils durch Schenkungen vermehrt worden.

Es sind hinzugekommen:

1. Für Naturgeschichte.

a. Durch Ankauf: Eine Rothdrossel, eine Gabelweihe und ein Wanderfalk.

b. Durch Schenkung: Von Herrn Fabrikbesitzer Dahl ein Zapfen von Pinus Coulteri aus Californien von Herrn Dr. Czech eine große Wandtafel mit den Abbildungen der Kaffee- und Theepflanze; von dem Untertertianer v. Laer ein ausgestopfter Psittacus pullarius; von dem Quartaner Bennertz Krokodilzähne; von dem Quintaner Fettweis ein Salamander; von dem Sextaner Bewer ein Schneckengehäuse (Murex); von dem Untersecundaner Uellner einige einheimische Fische.

Angeschafft wurden zwei kleine Schränke zur Aufnahme von Mineralien und Petrefacten, ferner eine kleine Wandtafel zur Veranschaulichung der in der Gartenkunst sogenannten Veredlung der Bäume und Sträucher.

2. Für Geographie.

a. Durch Ankauf: Schauenburg, Flußwandkarte von Deutschland; Chavanne, Wandkarte von Afrika; einige Blätter (Sectionen) der großen geognostischen Karte Rheinland-Westfalens von Dechen; Stülpnagel, Wandkarte des deutschen Reiches.

b. Durch Schenkung: Von Herrn Oberlehrer Dr. Czech: Möhls Wandkarte von Deutschland; von Herrn Oberlehrer Dr. Rothert eine Wandkarte der ganzen Erde von Berghaus.

3. Für Chemie.

Angeschafft wurden außer den Chemikalien und den nothwendigen Ergänzungen unter Anderm: eine Mafte'sche Glühlampe; eine Pincette mit Platinspitzen; ein Petroleumprober; eine Wasserstrahl-Luftpumpe nach Fischer nebst den zugehörigen Apparaten; drei Lampen zum Beleuchten bei den Arbeiten der Schüler; ein Dialysator; ein eisernes Stativ mit Dreifuß, drei Doppelmuffe neuerer Construction; eine dreischenklige Glasröhre mit Hähnen; ein Gasöfchen nach Hempel; eine Bunsensche Tauchbatterie von vier Elementen.

4. Für Physik.

Auch in diesem Jahre wurden aus den etatsmäßigen Mitteln nur kleinere Anschaffungen gemacht und die Kosten für Reparaturen bestritten.

Von dem Ungenannten wurden auch in diesem Jahre 30 Mark geschenkt, wovon 15 dem physikalischen Kabinette, 15 dem chemischen Laboratorium zugewiesen wurden.

5. Lehrer-Bibliothek.

Aus der hinterlassenen Bibliothek des verstorbenen Directors wurden angekauft unter Anderm: Wirth, Geschichte der Deutschen und der deutschen Staaten, Zimmermann, Bauernkrieg, Barthold, Geschichte des großen Krieges, Schultheß, Geschichtskalender, 14 Bde., K. Schmidt, Geschichte der Pädogogik, Goedecke, Geschichte der deutschen Dichtung, Parnasso italiano.

Außerdem wurden angeschafft: Köpp, Lehrmittel-Katalog, Mushacke, Schulkalender, Ellendt, Katalog für Schülerbibliotheken, Lipschitz, Analysis, Heumann, Anleit. zum Experimentiren. Ferner die Fortsetzungen folgender Werke: Generalstabswerk über den Krieg 1870—71, Grimm's Wörterb.; mittelniederdeutsches Wörterb.; v. Fehling, chemisches Wörterb.; Heeren und Karmarsch, technisches Wörterb.; Sachs, deutsch-franz. Wörterb.; Brehm, Thierleben; Grau, Bibelwerk; Spruners histor. Atlas; Centralblatt für die Unterrichtsverwaltung; Zeitschrift für preuß. Gesch. und Alterthumskunde; Poggendorff, Annalen; Zeitung für das höhere Unterrichtswesen; Schulgesetzsammlung; Centralorgan von Strack; deutsche Blätter für erziehenden Unterricht; Rheinische Blätter.

Aus den Lesevereinen der Schule: Magazin f. d. Literatur des Auslandes; Zarncke, liter. Centralbl.; Globus; Krumme, Pädagog. Archiv; Neue Jahrbücker für Philol. und Pädag.; Herrig, Archiv f. neuere Sprachen; Deutsche Rundschau; Grunert-Hoppe, Archiv; Hoffmann, Zeitschr. f. mathemat. und naturw. Unterricht; Preußische Jahrbücher: Revue des deux mondes; Pick, Monatshefte.

6. Schüler-Bibliothek.

Angeschafft wurden: Eger, der Naturaliensammler, Barth und Niederley, Beschäftigungsbuch, Elm, Papparbeiter (2 Ex.); Weinland, Rulaman; Oppel, Kapitän Mago; Berthelot, chemische Synthese; Dixon, das heil. Land; Brown, Apachenland; Külb, Pintos Reise; Hayes, Polarmeer; Bickmore, ostindischer Archipel, und andere, über welche im nächsten Programme berichtet werden soll.

Die Sammlung von Schulbüchern für unbemittelte Schüler wurde durch Geschenke von Schülern und Ankauf aus der Bibliothek des verstorbenen Directors um 37 Bände vermehrt. Allen genannten und nicht genannten Schenkgebern sprecken wir hiermit im Namen der Schule unsern wärmsten Dank aus.

An dem von der Teubner'schen Buchhandlung eingerichteten Programmentausch betheiligt sich die Anstalt in der Weise, daß sie die sämmtlichen Programme der Anstalten bezieht, welche sich diesem Austausche angeschlossen haben; außerdem findet mit mehrern andern Anstalten ein Privat-Austausch der Programme Statt.

VI. Handwerker-Fortbildungsschule.

In Folge des Mangels an Theilnahme, über den schon im vorigen Programm geklagt wurde, hat der Unterricht in der Fortbildungsschule in allen Gegenständen, mit Ausnahme des Zeichnens, aufgegeben werden müssen. Letzteres dagegen erfreut sich einer immer noch steigenden Theilnahme. Die Schüler, deren Zahl im Winter durchgehends etwa 200 betrug, wurden an jedem Sonntagmorgen von 9 bis 12 Uhr in vier Abtheilungen von dem Maler Partz (später Metzger), dem Inspector Holthausen und den Herren Sudhaus und Tannert unterrichtet.

Bemerkungen über das folgende Schuljahr.

Das neue Schuljahr beginnt für die Realschule, die höhere Bürgerschule und die Vorschule am Montag den 6. Mai. Die Anmeldung neuer Schüler wird auf Freitag den 3. Mai von 10 bis 1 Uhr erbeten; für die Realschule findet sie in deren Aula, für die Bürger- und Vorschule im Conferenzzimmer dieser Anstalten Statt. Die Aufnahmeprüfungen für alle 3 Anstalten beginnen am Samstag den 4. Mai um 8 Uhr Morgens. Bei der Anmeldung ist ein Abgangszeugniß der vorher besuchten Schule und ein Impfschein oder, wenn der betreffende Schüler das zwölfte Lebensjahr zurückgelegt hat, eine Bescheinigung über geschehene Wiederimpfung vorzulegen.

Der Unterricht in der Handwerkerfortbildungsschule fängt am Sonntag nach Ostern wieder an; Anmeldungen dazu sind bei dem Rector der höhern Bürgerschule, Herrn Viehoff, zu machen.

Die ersten Sätze der neuen Geometrie

als

Pensum der Prima einer Realschule I. Ordnung

von

Dr. W. Stammer,

Oberlehrer.

Wissenschaftliche Beilage

zum

Osterprogramm der Realschule I. Ordnung

zu

Düsseldorf.

Hofbuchdruckerei von L. Voß u. Co. in Düsseldorf.

1878. Progr. Nr. 392.

Daß der Unterricht der Mathematik in der Prima der Realschule sich auch über die neuere (synthetische, projektivische) Geometrie zu erstrecken habe, ist wohl eine ausgemachte Sache. In so fern der Unterricht in Prima die Vorbereitung für die höhern Lehranstalten ins Auge fassen muß, darf er den genannten Zweig der Mathematik um so weniger unberücksichtigt lassen, als er nicht blos ein selbständiges Ganzes bildet, sondern auch seine Lehren und Methoden in den übrigen Zweigen vielfach zur Geltung kommen. Auch abgesehen hiervon bilden die Methoden und Anschauungen der neuern Geometrie zugleich einen würdigen Schluß des mathematischen Unterrichts und ein ausgezeichnetes Mittel zur Entwickelung des mathematischen Denkens. Weil aber dieses Denken schon eine gewisse Schulung erfahren haben muß, bevor man dem Schüler das vollständige Verständniß der neuern Geometrie zumuthen darf, so dürfte es sich nicht empfehlen, den Unterricht der neuern Geometrie in einer frühern Klasse als der Prima zu beginnen. Da indeß dieser Unterricht erst seit verhältnißmäßig kurzer Zeit in die Realschule eingeführt und meines Wissens kaum ein passender Leitfaden für Schüler herausgegeben worden ist, so erscheint es sehr wünschenswerth, wenn die Lehrer der Mathematik sich gegenseitig ihre Ansichten und Erfahrungen mittheilen, damit die Grenzen allmählich festgestellt werden, innerhalb deren sich der Unterricht auf der Realschule zu bewegen hat, und sich so eine Auswahl von Sätzen und Entwickelungen ergebe, welche sich für den Zweck eignen. Ich glaube daher keine überflüssige Arbeit zu unternehmen, wenn ich, wie es auch schon von einigen Kollegen geschehen ist, als Programm-Abhandlung eine kurze Uebersicht der Anfänge der neuern Geometrie gebe, wie ich sie seit einigen Jahren an unserer Anstalt gelehrt habe. Viel Neues erwarte man nicht auf den nachfolgenden Blättern; meine Absicht war, das Vorhandene zu sichten und zu ordnen, um es dem Zwecke dienlich zu machen. An einzelnen Stellen habe ich zur Vervollständigung und Verbindung Eigenes hinzugefügt, im Uebrigen aber hauptsächlich folgende Werke benutzt:

Steiner, Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander, Berlin 1832.
Schröter, Die Theorie der Kegelschnitte (nach Steiner). Leipzig 1867.
Geiser, Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung (nach Steiner). Leipzig 1867.
Geiser, Einleitung in die synthetische Geometrie, Leipzig 1869.
Fiedler, Darstellende Geometrie, Leipzig 1871.
Blumberger, Grundzüge einiger Theorien aus der neuern Geometrie. Halle 1858.

Uebungsaufgaben zur Anwendung des Gelernten habe ich nur wenige eingestreut, da die geringe Zeit, welche auf die häuslichen Arbeiten verwendet werden kann, hinlänglich durch die vollständige Ausarbeitung der nur angedeuteten Beweise in Anspruch genommen wird. Eine größere Anzahl von Lehrsätzen ohne Beweise und Aufgaben ohne Lösungen, aber mit hinreichenden Andeutungen enthält der II. Theil der Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie von Gandtner und Junghans §. 11—28; auch Fiedler's darstell. Geom. 14—22; 24—36; Steiner, Entwickelung 21. S. ferner Stoll, Anfangsgründe der neuern Geometrie. Bensheim 1872.

Die Kenntnisse, welche der Unterricht voraussetzt, sind die für die Aufnahme in die Prima einer preußischen Realschule I. Ordnung vorgeschriebenen. Es gehört dazu unter Andern auch die Bekanntschaft mit der Bedeutung der Vorzeichen und des Unendlichen in der Geometrie. Alle im Folgenden aufgestellten Sätze durchzunehmen, dazu wird sich wohl selten hinreichende Zeit finden: es muß jedem Kollegen überlassen bleiben, je nach Umständen eine geeignete Auswahl zu treffen.

Wenn ich, entgegen der Ansicht Fiedler's und Anderer, nicht vom Raume ausgehe, sondern unabhängig davon mit den ebenen Gebilden beginne, so geschieht es, weil ich nicht einsehe, warum die projektivischen Eigenschaften in der Ebene nicht eine selbständige Behandlung erfahren sollen. Der Zusammenhang dieser Lehren mit der räumlichen Anschauung wird übrigens an unserer Anstalt dadurch gewahrt, daß sie in demselben Jahre in Prima vorkommen, für welches die Beendigung der Stereometrie sowie im Zeichenunterrichte die Perspektive vorgeschrieben sind.

Zum Schlusse möge mir noch eine Bemerkung gestattet sein, obwohl sie eigentlich nicht hierher gehört. Wenn diese Abhandlung, entgegen dem bei wissenschaftlichen Veröffentlichungen immer mehr sich verbreitenden Gebrauche, nicht mit lateinischen Buchstaben gedruckt erscheint, so liegt der Grund darin, daß ich es eines Deutschen unwürdig finde, auch nur den kleinsten Theil deutschen Wesens, deutscher Eigenthümlichkeit preis zu geben. Die Gründe, welche man für die Abschaffung der deutschen Schrift ins Feld führt, können mich nicht überzeugen. Die Rücksicht auf das Ausland, welches, so lange der deutsche Name in der Geschichte genannt wird, unserm Vaterlande nichts weniger als Wohlwollen bewiesen hat, darf uns nicht bestimmen, selbst wenn man nicht zugeben müßte, daß wer die Schwierigkeiten der deutschen Sprache überwunden hat, wahrlich nicht vor der ganz unbedeutenden Schwierigkeit der Schrift zurückschrecken wird: ich erinnere an den die griechische Sprache beginnenden Quartaner des Gymnasiums. Den historischen Gründen gegenüber darf man wohl die Frage aufwerfen, was in der Welt denn eigentlich die Berechtigung seiner Existenz nachgewiesen hat, wenn man der deutschen Schrift nach mehr als dreihundertjährigem Bestehen plötzlich die Existenzberechtigung abstreiten will. Wie wenig übrigens die Vertreter der historischen Gründe von der Bedeutung derselben überzeugt sind, beweisen sie selbst dadurch, daß sie zu gleicher Zeit in der Orthographie den historischen Boden gänzlich zu verlassen vorschlagen und sich allein auf den heutigen Stand der Aussprache berufen. In der Behauptung die wissenschaftlichen Werke müßten mit dem schlechten Beispiele der Verachtung der deutschen Schriftzeichen vorgehen, könnte man wohl versucht sein, ein gutes Stück Autoren-Eitelkeit zu vermuthen, welche einerseits nach der bekannten Vorliebe des Deutschen für das Fremde in dem fremden Gewande der lateinischen Buchstaben einen Ausdruck größerer Gelehrsamkeit erblickt, anderseits sich mit der Hoffnung schmeichelt, daß auch der eine oder andere Ausländer das gedruckte Werk eines geneigten Blickes würdigen dürfte.

Wie wenig endlich Grund vorhanden ist, den Druckern und Verlegern zu liebe die lateinische Schrift zur alleinigen Herrschaft zu bringen, beweist unter Anderm die Bereitwilligkeit, mit welcher der Drucker dieser Abhandlung meinen Wünschen entgegengekommen ist.

1. Erklärungen.

Die geometrischen Grundgebilde (einfachen Systeme) sind die Punktreihe und das Strahlenbüschel.

Unter Punktreihe versteht man die getrennten oder stetig auf einander folgenden Punkte einer geraden Linie, welche der Träger der Reihe heißt.

Unter dem Strahlenbüschel versteht man die sämmtlichen durch einen Punkt einer Ebene gehenden und in der Ebene liegenden unbegrenzten geraden Linien. Der gemeinsame Punkt heißt Mittelpunkt des Büschels.

Die einzelnen Punkte und Strahlen heißen die Elemente der Gebilde.

Anharmonisches Verhältniß (Doppelschnittsverhältniß, Doppelverhältniß) von vier Punkten, A, B, C, D, einer Punktreihe ist der Werth des Quotienten, den man erhält, wenn man das Verhältniß der Abstände zweier der Punkte von einem dritten durch das Verhältniß der Abstände derselben beiden Punkte von dem vierten dividirt, stets unter Berücksichtigung des Vorzeichens, das von der Richtung abhängt, in welcher der Abstand gemessen wird. Da die vier Punkte in verschiedener Weise zusammengestellt werden können, so liefern dieselben vier Punkte ebenso viele verschiedene Doppelverhältnisse. Eines derselben ist

$$\frac{AC}{BC} : \frac{AD}{BD},$$

welches man auch kurz durch (ABCD) bezeichnet.

In diesem Falle sind A und B, ebenso C und D, zugeordnete Punkte.

Das anharmonische Verhältniß von vier Strahlen a, b, c, d, eines Strahlenbüschels erhält man, wenn man die Abstände von je zwei Punkten durch die Sinus der von je zwei Strahlen eingeschlossenen Winkel ersetzt, unter Berücksichtigung der von der Drehungsrichtung abhängigen Vorzeichen der Winkel und demnach auch der Sinus, also z. B.

$$\frac{\sin\,(ac)}{\sin\,(bc)} : \frac{\sin\,(ad)}{\sin\,(bd)} = (abcd)$$

2. Verschiedene Werthe des Doppelverhältnisses von vier Punkten.

a) Sind die vier Punkte gegeben, so lassen sie sich auf 24 verschiedene Weisen zu einem Doppelverhältnisse verbinden. Da aber diese Verhältnisse zu je vieren denselben Werth haben, so gibt es im Ganzen nur 6 verschiedene Werthe.*) Bezeichnet man einen dieser Werthe mit k, so sind die andern $\frac{1}{k}$, $1-k$, $\frac{1}{1-k}$, $\frac{k-1}{k}$, $\frac{k}{k-1}$. Ist also der Werth eines der möglichen Verhältnisse bekannt, so kann man daraus alle übrigen erhalten.

Aufg. 1. Die 24 Zusammenstellungen zu bilden.

2. Zu beweisen, daß

$$(ABCD) = (BADC) = (CDAB) = (DCBA).$$

3. Den Werth irgend eines der Doppelverhältnisse aus dem eines andern abzuleiten.

b) Sind die Punkte veränderlich, so denken wir uns zwei davon, A, B, fest und einen dritten D beweglich. Dann nimmt das Verhältniß AD : BD alle möglichen negativen Werthe von 0 bis $-\infty$ an, während D sich von A nach B bewegt. Geht D von B aus in derselben Richtung weiter bis ins Unendliche, so wird $AD:BD = 1 + \frac{AB}{BD}$, und das Verhältniß nimmt ab von $+\infty$ bis 1; nähert sich dann D, aus dem Unendlichen kommend, auf der andern Seite dem A, so sind sowohl AD als BD negativ; ihr Verhältniß bleibt positiv und nimmt weiter ab von 1 bis 0. Während also D die ganze gerade Linie durchläuft, nimmt das Verhältniß AD:BD der Reihe nach alle mögliche Werthe von $-\infty$ bis $+\infty$ an, aber jeden Werth nur einmal.**) Bei vier Punkten denkt man sich drei fest, nämlich A, B, C; dann erscheint das anharmonische Verhältniß als das Produkt des festen Verhältnisses $\frac{AC}{BC}$ mit dem veränderlichen $\left(1 : \frac{BD}{AD}\right)$. Hieraus geht hervor, daß man auch hier durch Bewegung des vierten Punktes D für das anharmonische Verhältniß alle Werthe von $-\infty$ bis $+\infty$ erhält, aber jeden nur einmal, was den in der Folge sehr wichtigen Satz liefert:

Zu drei Punkten einer Punktreihe läßt sich immer ein vierter, aber nur **einer** finden, der mit den gegebenen ein bestimmtes anharmonisches Verhältniß bildet.

Aufg. 1. Algebraischer Beweis des Satzes, indem man den Abstand des vierten Punktes von einem der gegebenen als Unbekannte ansieht.

2. Den vierten Punkt durch Konstruktion zu finden, wenn der Werth des anharmonischen Verhältnisses als Verhältniß zweier Strecken gegeben ist.

Unter den besondern Werthen, welche das anharmonische Verhältniß annehmen kann, sind die Werthe -1 und $+1$ hervorzuheben. Soll $(ABCD) = -1$, so ist $AC:BC = -(AD:BD)$; die Reihenfolge der Punkte muß daher entweder ACBD oder ADBC sein: die vier Punkte (ebenso die vier Strahlen) heißen harmonische.

---

*) Schröter §. 6.

**) Es ist hier wohl der Ort, den Schüler darauf aufmerksam zu machen, daß es auf einer Geraden nur einen unendlich fernen Punkt gibt und daß $+\infty = -\infty$. Die letztere Behauptung kommt schon in der Trigonometrie vor, insofern $\operatorname{tg}\frac{\pi}{2} = \pm\infty$. Eine Art von Vorstellung liefert die Betrachtung eines Kreises, dessen Radius ins Unendliche wächst während sein Mittelpunkt ins Unendliche rückt. Läßt man aber den Mittelpunkt unverändert, so gewinnt man die Vorstellung davon, daß alle unendlich entfernten Punkte der Ebene auf einer Geraden liegen, eine Behauptung, welche übrigens im Laufe des Unterrichts mehrfach bewiesen wird. Indessen ist auch wiederholt zu betonen, daß manche Begriffe, (wie imaginäre Punkte und Linien) keiner Anschauung fähig sind und daher einfach als Ergebnisse und Ausdrücke der analytischen Behandlung betrachtet werden müssen.

Der Bedingung $(ABCD) = +1$ dagegen kann nur dadurch Genüge geleistet werden, daß entweder D auf C oder B auf A fällt, daß also zwei zugeordnete Punkte auf einander fallen.

3. Verbindet man vier Punkte einer Punktreihe mit einem außerhalb liegenden Punkte, so ist das anharmonische Verhältniß der vier entstandenen Strahlen gleich dem der vier Punkte; oder: Wird ein Strahlenbüschel von einer Transversalen geschnitten, so ist das anharmonische Verhältniß von vier Durchschnittspunkten gleich dem der entsprechenden Strahlen.

Beweis entweder durch Konstruktion der Sinus, indem man von A und B Senkrechte auf c und d fällt; oder mit Hülfe der Sätze über das Verhältniß der Inhalte zweier Dreiecke.

Dieser Satz gestattet alle Lehren über Punktreihen auf die Strahlenbüschel zu übertragen, ohne besondere Beweise, welche sonst dadurch umständlich würden, daß $\sin(\alpha + \beta)$ nicht gleich $\sin\alpha + \sin\beta$ ist.

4. Unter der Verwandtschaft zweier vollständigen Systeme von Punkten und Geraden (wozu im Raume noch die Ebenen kommen) versteht man eine solche Abhängigkeit des einen Systems von dem andern, daß jedem Elemente des einen Systems ein oder mehrere bestimmte Elemente des andern und ebenso jedem Elemente des zweiten Systems ein oder mehrere Elemente des ersten entsprechen. Wenn im Besondern das Entsprechen eindeutig ist, das heißt, wenn jedem Elemente nur ein Element entspricht, so heißen die Systeme projektivisch. Die Verwandtschaft der Projektivität kann eine zwiefache sein, insofern entweder dem Punkte ein Punkt und der Geraden eine Gerade oder dem Punkte eine Gerade und der Geraden ein Punkt entspricht. Im ersten Falle wird die Verwandtschaft mit dem Namen Kollineation, im zweiten mit Reciprocität bezeichnet.

5. Lehrsatz. Wenn jedem Punkte des ersten Systems **ein** Punkt des zweiten **und** jedem Punkte des zweiten Systems **ein** Punkt des ersten entsprechen soll, so muß auch jeder Geraden in dem einen der beiden Systeme **eine** bestimmte Gerade im andern entsprechen.

Beweis. Bewegt sich der Punkt A des Systems I stetig, d. h. beschreibt er eine Linie a, so muß auch der entsprechende Punkt A′ die entsprechende Linie a′ beschreiben; den beiden Geraden a, b des Systems I entsprechen die Linien a′, b′. Da der Durchschnittspunkt von a und b der den beiden Geraden gemeinschaftliche Punkt ist, so muß ihm ein Punkt entsprechen, der zugleich a′ und b′ angehört, d. h. ihr Durchschnittspunkt. Da aber dem einzigen Durchschnittspunkt von a **und** b nur ein Punkt entsprechen darf, so dürfen sich auch a′, b′ nur in einem Punkte schneiden, d. h. sie müssen ebenfalls gerade sein. Dieser Beweis lehrt zugleich, daß allgemein bei zwei kollinearen Gebilden der Verbindungslinie zweier Punkte die Verbindungslinie der entsprechenden Punkte und dem Durchschnittspunkt zweier Geraden der Durchschnittspunkt der entsprechenden Geraden entspricht.

Ebenso läßt sich beweisen, daß wenn jedem Punkt des einen der beiden Systeme **eine** Gerade des andern entsprechen soll, umgekehrt auch jeder Geraden **ein** Punkt entspricht. Beschreibt nämlich ein Punkt A irgend eine Linie durch stetige Bewegung, so bewegt sich auch die entsprechende Gerade a′ stetig, d. h. sie dreht sich entweder um einen Punkt oder umhüllt eine Kurve, welche sie in jeder ihrer Lagen berührt. Dem Durchschnittspunkte zweier Geraden entspricht daher die gemeinschaftliche Tangente der beiden Kurven. Da aber zwei Kurven mehr als eine gemeinschaftliche Tangente haben, so kann der Bedingung, daß dem Durchschnittspunkte nur eine Gerade entsprechen darf, nur dann Genüge geschehen, wenn die jede der beiden Kurven in einen Punkt zusammenschrumpft. Es muß also jeder der beiden Geraden ein Punkt entsprechen. Hieraus folgt ganz allgemein, daß dem Durchschnittspunkt zweier Geraden die Verbindungslinie der entsprechenden Punkte, und umgekehrt, entspricht.

Die Verwandtschaft der Kollineation dient dazu, um Sätze, welche für einen bestimmten Fall bewiesen sind, auf andere Fälle auszudehnen; mit Hülfe der Reciprocität dagegen bildet man aus jedem Satze, der sich dazu eignet, einen zweiten, indem man Gerade an die Stelle der Punkte und Punkte an die Stelle der Geraden setzt. Um diese Vervielfätigung der Sätze ausführen zu können, muß man die Eigenschaften kennen, welche übertragbar sind, das heißt, welche, wenn sie für ein System bewiesen sind, auch für die verwandten Systeme gelten. Nach dem eben Gesagten sind es folgende:

Liegen in einem Systeme mehrere Punkte in einer Geraden, so liegen in den kollinearen Systemen die entsprechenden Punkte ebenfalls in einer Geraden, und im reciproken Systeme schneiden sich die entsprechenden Geraden in einem Punkte.

Schneiden sich in einem Systeme mehrere Gerade in einem Punkt, so thun das auch die entsprechenden Geraden der kollinearen Systeme; die entsprechenden Punkte des reciproken Systems liegen auf einer Geraden.

Sind zwei Systeme einem dritten projektivisch, so sind sie auch unter sich projektivisch. Denn dem Elemente A' des ersten Systems entspricht das Element A''' des dritten und diesem das Element A'' des zweiten, also entsprechen sich auch A' und A''.

Verschiedene Fälle!

Von andern Eigenschaften muß die Uebertragbarkeit erst untersucht werden. Dazu gehört

6. Das anharmonische Verhältniß.

Sollen die Punkte einer Punktreihe den Punkten einer andern Punktreihe eindeutig entsprechen, so muß zu jedem Punkte der entsprechende sich konstruiren lassen. Die Lagen der beiden Punkte müssen also von einander abhängig sein, oder mit andern Worten, es muß sich eine Gleichung aufstellen lassen zwischen dem Abstande des Punktes A von einem festen Punkte M der Punktreihe I und dem Abstande des Punktes A' von einem festen Punkte M' der Punktreihe II. Bezeichnet man die beiden Abstände mit x und x' und bedenkt man, daß wegen der Bedingung des eindeutigen Entsprechens die höhern Potenzen von x und x' nicht vorkommen dürfen, so ist die allgemeinste Form der Gleichung, welche die gegenseitige Abhängigkeit der beiden Abstände ausdrückt, $ax x' + bx + cx' + d = o$.

Hier sind die Größen a, b, c, d entweder konstant oder müssen von x und x' abhängig sein. In letzterem Falle müssen sie solche Funktionen von x und x' sein, daß dadurch keine höhern Potenzen dieser beiden Buchstaben in die Gleichung gelangen, so daß also auch nach Ersetzung der Koeffizienten durch die Funktionen von x und x' die Gleichung ihre Form behält. Wir dürfen also stets die Koeffizienten a, b, c, d als Konstante betrachten.

Nimmt man 4 Paare entsprechender Punkte mit den Abständen x_1, x_1'; x_2, x_2'; x_3, x_3'; x_4, x_4', so gilt die obige Gleichung unverändert für jedes Paar. Subtrahirt man die Gleichungen paarweise von einander und bedenkt, daß

$x_3 x_3' - x_1 x_1' = x_3' (x_3 - x_1) + x_1 (x_3' - x_1')$, so erhält man Gleichungen von der Form

$$\frac{x_3 - x_1}{x_3' - x_1'} (a x_3' + b) + a x_1 + c = o.$$

Durch weitere geeignete Behandlung erhält man schließlich:

$$\frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} = \frac{x_3' - x_1'}{x_3' - x_2'} : \frac{x_4' - x_1'}{x_4' - x_2'};$$

d. h. das anharmonische Verhältniß von irgend vier Punkten der einen Punktreihe ist gleich dem der vier entsprechenden Punkte der andern Reihe.

Mit Hülfe der Sätze der §§. 3 und 5 folgt hieraus der allgemeinere Lehrsatz:

Sind zwei Grundgebilde projektivisch, so ist das anharmonische Verhältniß von irgend vier Elementen des einen Gebildes gleich dem der vier entsprechenden des andern.

Da ferner zufolge des §. 2 zu drei Elementen das vierte eindeutig gefunden wird, wenn das anharmonische Verhältniß gegeben ist, so kann dieser Lehrsatz jetzt auch als Definition für die projektivische Beziehung aufgestellt werden. Ferner: Wenn drei Paare entsprechender Elemente (drei Elemente des einen Systems und die drei ihnen entsprechenden des andern) gegeben sind, so ist dadurch die Art des Entsprechens (die Abhängigkeit der beiden Systeme von einander) vollständig bestimmt; denn man kann jedes Paar entsprechender Elemente als die zu den drei festen gehörigen vierten betrachten.

Wenn auch jetzt schon hieraus ein Mittel abgeleitet werden kann, zu jedem Elemente des einen Systems das entsprechende des andern zu finden, so soll diese Aufgabe doch noch verschoben werden, bis uns bequemere Mittel zu Gebote stehn.

Aus dem Gesagten folgt weiter:

Wenn bei drei Paar gegebenen Punkten zwei Abstände der einen Reihe in demselben Verhältnisse stehen, wie die entsprechenden Abstände der andern Reihe so ist das Verhältniß von je zwei entsprechenden Strecken konstant: die beiden Reihen sind ähnlich.

Sind hierbei zwei Strecken gleich den ihnen entsprechenden, so sind sämmtliche entsprechende Strecken gleich: — gleiche oder kongruente Reihen.

Schließen drei Strahlen eines Strahlenbüschels dieselben Winkel ein, wie die entsprechenden Strahlen des projektivischen Strahlenbüschels, so sind sämmtliche entsprechende Winkel gleich: — gleiche, kongruente Strahlenbüschel.

7. Besondere Elemente. Der unendlich entfernte Punkt und das Paar rechtwinklig auf einander stehender Strahlen.

Den unendlich entfernten Punkt der ersten Punktreihe bezeichnen wir mit Q und den der zweiten mit R'. Diese beiden Punkte können sich nur dann entsprechen, wenn die Systeme ähnlich sind, d. h. wenn $AC : BC = A'C' : B'C'$. In allen andern Fällen sind Q' und R die den beiden unendlich entfernten Punkten entsprechenden Punkte; sie werden Gegenpunkte genannt.

Mit Rücksicht auf (2) ist dann

$$\frac{AQ}{BQ} = \frac{A'R'}{B'R'} = 1, \text{ woraus folgt}$$

$AR \,.\, A'Q' = BR \,.\, B'Q'$; mithin, da A und B unabhängig von einander sind, allgemein:

$$AR \,.\, A'Q' = \text{const.}$$

Dieses konstante Produkt der Abstände zweier entsprechenden Punkte von den Gegenpunkten heißt die Potenz der projektivischen Beziehung und bietet ein bequemes Mittel, alle Paare entsprechender Punkte zu konstruiren, wenn statt irgend drei Paar entsprechender Punkte ein Punktepaar A, A') und die beiden Gegenpunkte gegeben sind; denn in der That hat man auch hier 3 Paar entsprechende Punkte. Durch die Punkte Q, R und Q,' R' wird jede Punktreihe in zwei Theile getheilt, die sich gegenseitig entsprechen, nämlich $R \infty = \infty Q'$ und $\infty R = Q' \infty$. Nehmen wir die beiden Punktepaare A, A' und B, B' hinzu, so sind die beiden durch die Fig. 1 angedeuteten Fälle zu unterscheiden.

I. R liegt zwischen A und B; dann liegt Q' zwischen B' und A'.

II. R liegt außerhalb der Strecke AB, dann liegt auch Q' außerhalb A'B' und zwar nach entgegengesetzter Seite hin. Es läßt sich das leicht zeigen, wenn man die beiden Punktreihen, von A und A' beginnend in der Richtung nach rechts durchläuft und mit einander vergleicht.

Wählt man den unendlich entfernten Punkt Q zum dritten Punkte einer Reihe von vier Punkten, so hat man für das anharmonische Verhältniß

$$(A'B'Q'D') = (ABQD) = \frac{BD}{AD},$$

wodurch also das Doppelverhältniß $(A'B'Q'D')$ auf ein einfaches $BD : AD$ zurückgeführt wird.

Die Stelle der unendlich entfernten Punkte und der Gegenpunkte nehmen bei projektivischen Strahlenbüscheln die Schenkel entsprechender rechten Winkel ein. Daß es immer ein Paar, aber nur ein Paar, entsprechender rechten Winkel gibt, soll später (10, II) gezeigt werden. Bezeichnen wir ihre Schenkel mit s, t und s', t', so ist zu beweisen, daß

$$\text{tang}\,(a\,t) \,.\, \text{tang}\,(a'\,s') = \text{const.} = \frac{1}{\text{tang}\,(a\,s)\;\text{tang}\,(a'\,t')}.$$

Man untersuche die beiden Strahlenbüschel in Bezug auf die Lage von s, t ebenso wie die Punktreihen.

8. Die Paare entsprechender gleicher Strecken und entsprechender gleicher Winkel.

Die Frage nach deren Existenz wird am einfachsten mit Hülfe der Gegenpunkte und der Rechtwinkelpaare beantwortet. Setzt man die Bedingung $AB = A'B'$ in die Gleichung

$$AR \, . \, A'Q' = BR \, . \, B'Q'$$

ein, so erhält man

$$RB = Q'A'; \; RA = Q'B'$$

für beide Fälle der Fig 1.

Sind demnach die Gegenpunkte und die Punkte $A\,A'$ als die Anfangspunkte gleicher Strecken gegeben, so erhält man (Fig. 2) die Strecken selbst, indem man $RB_1 = RB = Q'A'$ und $Q'B' = Q'B'_1 = RA$ macht. Unter Berücksichtigung der Bemerkung in (7) sind dann die gleichen Strecken $AB_1 = A'B_1'$ und $AB = A'B'$. Es ist zur Erklärung der Figur zu bemerken, daß hier die Reihenfolge der Punkte der beiden Reihen entgegengesetzte Richtung hat.

Es ist also bewiesen, daß jeder Punkt der einen Punktreihe und sein entsprechender Punkt der andern Reihe zweimal als Anfangspunkt gleicher entsprechenden Strecken auftreten, daß es mithin zweimal unendlich viele Paare solcher Strecken gibt. Die Paare gleicher Strecken zerfallen in zwei Gruppen der Art, daß die beiden sich entsprechenden Paare der ersten Gruppe die Gegenpunkte R, Q' enthalten, während bei der zweiten Gruppe die Gegenpunkte außerhalb der beiden sich entsprechenden Strecken liegen. Dieses Ergebniß scheint im Widerspruch mit dem früher (6. Ende) über kongruente Punktreihen Gesagten zu stehen. Der Widerspruch verschwindet aber, wenn man bedenkt, daß die die Gegenpunkte einschließenden Strecken nur scheinbar gleich und entsprechend sind; gleich sind nur die Abstände ihrer Endpunkte, während in Wirklichkeit von den entsprechenden Strecken die eine endlich und die andere unendlich ist.

Aehnliches gilt für die Strahlenbüschel.

9. Perspektivische Lage.

Erklärungen. Eine Punktreihe und ein Strahlenbüschel befinden sich in perspektivischer Lage, wenn die Strahlen durch die ihnen entsprechenden Punkte gehn und umgekehrt die Punkte auf den entsprechenden Strahlen liegen.

Zwei Punktreihen sind in perspektivischer Lage, wenn sie zu demselben Strahlenbüschel perspektivisch liegen, wenn also sämmtliche Verbindungslinien von je zwei entsprechenden Punkten durch einen und denselben Punkt (Mittelpunkt des Strahlenbüschels, Projektionspunkt) gehn.

Zwei Strahlenbüschel sind in perspektivischer Lage, wenn sie zu derselben Punktreihe perspektivisch liegen, wenn also die Durchschnittspunkte von je zwei entsprechenden Strahlen sich in einer Geraden befinden.

Jede andere Lage der Gebilde heißt schiefe Lage.

Bedeutung dieser Bezeichnung, von der perspektivischen Abbildung hergenommen?

Folgerungen und Aufgaben:

I. Sind ein Strahlenbüschel und eine Punktreihe projektivisch, so lassen sie sich in perspektivische Lage bringen. Bedenkt man nämlich, daß die gegenseitige Abhängigkeit durch 3 Paare entsprechender Elemente vollständig bestimmt ist (6), so ergeben sich zwei Lösungen:

a) Man konstruirt einen Punkt O so, daß die von ihm nach den drei Punkten A, B, C gezogenen Strahlen Winkel einschließen, welche den Winkeln (a b), (b c) des gegebenen Strahlenbüschels gleich sind, daß also das Strahlenbüschel (O. A B C) dem gegebenen (a b c) kongruent ist. Verbindet man denn O mit irgend einem Punkte D der Punktreihe, so ist

$$(O.\ ABCD) = (ABCD);$$

aber nach der Voraussetzung $\quad (abcd) = (ABCD);$

also auch $\quad (O.\ ABCD) = (abcd).$

Daraus folgt, daß wenn man das gegebene Strahlenbüschel mit den Strahlen a, b, c auf das konstruirte legt, auch die Strahlen d und O D sich decken, d. h. daß die beiden Strahlenbüschel kongruent sind.

b) In ähnlicher Weise kann man die Punktreihe auf das Strahlenbüschel legen. — Konstruktion?

Diese Lösungen enthalten den Satz:

II. Fallen drei Punkte einer Punktreihe auf die ihnen entsprechenden Punkte eines projektivischen Strahlenbüschels, so befinden sich die beiden Grundgebilde in perspektivischer Lage.

III. Zwei projektivische Punktreihen befinden sich in perspektivischer Lage, wenn die Verbindungslinien von drei Paar entsprechenden Punkten sich in einem Punkte schneiden. Heißt nämlich der Punkt

O und verbindet man denselben mit einem vierten Punkte D der ersten Reihe, so schneidet diese Verbindungslinie den Träger der andern Reihe in einem Punkte D'; dann ist

$$(ABCD) = (O.\ ABCD) = (A'B'C'D').$$

Mithin entspricht D' dem Punkte D, und da es nur einen vierten Punkt D' zu dem gegebenen Verhältniß (ABCD) gibt, so geht also die Verbindungslinie D'D durch O.

IV. Da bei drei Paar Punkten zweier Reihen die angegebene Bedingung stets erfüllt wird, wenn irgend zwei entsprechende Punkte, z. B. A, A' auf einander fallen, so folgt, daß man zwei projektivische Punktreihen in perspektivische Lage bringen kann, indem man sie so legt, daß in dem Durchschnittspunkte ihrer Träger zwei entsprechende Punkte auf einander liegen. Der Mittelpunkt des gemeinschaftlichen Strahlenbüschels ist der Schnittpunkt von BB' mit CC'.

V. Ebenso liegen zwei projektivische Strahlenbüschel perspektivisch, wenn die Durchschnittspunkte von 3 Paar entsprechenden Strahlen in einer Geraden liegen; jeder Punkt dieser Geraden, welche darum der perspektivische Durchschnitt der beiden Büschel heißt, ist der Schnittpunkt von zwei entsprechenden Strahlen.

VI. Zwei Strahlenbüschel befinden sich demnach in perspektivischer Lage, wenn irgend zwei entsprechende Strahlen auf einanderfallen, also wenn in der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte zwei entsprechende Strahlen vereinigt sind. Um daher zwei projektivische Büschel in perspektivische Lage zu bringen, braucht man nur das zweite um seinen Mittelpunkt um den Winkel zu drehen, den derjenige Strahl des ersten, welcher durch den Mittelpunkt des zweiten geht, mit dem ihm entsprechenden Strahle bildet.

VII. Während bei zwei projektivischen Punktreihen die Richtung der Reihenfolge keinen Unterschied ausmacht, da man die eine der beiden Geraden nur um 180° zu drehen braucht; ist bei den Strahlenbüscheln die Richtung der Drehung (Aufeinanderfolge der Strahlen) wohl zu beachten. Ist nämlich die Drehungsrichtung bei beiden Büscheln dieselbe (gleichlaufende Strahlenbüschel), so liegen bei der perspektivischen Lage die beiden Mittelpunkte auf derselben Seite des perspektivischen Durchschnitts; bei ungleichlaufenden Büscheln aber auf verschiedenen Seiten. Wenn man indeß nur 3 Strahlenpaare betrachtet, so ändert sich die Drehungsrichtung, wenn man statt eines der Strahlen seine Verlängerung nimmt.

10. Betrachtet man zwei projektivische Grundgebilde in der perspektivischen Lage, so kann man die früher (7. 8.) besprochenen Eigenschaften auf einfachere Weise beweisen.

I. Bei zwei projektivischen Punktreihen erhält man die Gegenpunkte R und Q' als Durchschnittspunkte jedes der beiden Träger mit dem zu dem andern parallelen Strahle des gemeinsamen Strahlenbüschels.

II. Bei zwei projektivischen Strahlenbüscheln ist die gegenseitige Abhängigkeit vollkommen bestimmt durch die beiden Mittelpunkte O, O' und die als perspektivischer Durchschnitt dienende Gerade g. Beschreibt man einen Kreis der durch O und O' geht und dessen Mittelpunkt auf g liegt, so schließen die nach seinen Durchschnittspunkten S, T mit der Geraden g gezogenen Strahlen s, t und s', t' rechte Winkel ein. Diese Strahlen sind also die Schenkel der entsprechenden rechten Winkel; es gibt mithin immer ein Paar, aber nur ein Paar, solcher entsprechenden rechten Winkel.

III. Aufgabe. Mit Hülfe dieser Konstruktionen die Sätze über diese besondern Punkte und Strahlen, sowie über die entsprechenden gleichen Strecken an der Figur zu beweisen.

IV. Aufgabe. Konstruktion von Paaren entsprechender gleichen Winkel entweder mit Hülfe der entsprechenden rechten Winkel oder mit Hülfe von beliebigen durch O und O' gehenden Kreisen und des Satzes von der Gleichheit des Peripherienwinkel.*) Man erhält auch hier zwei Systeme gleicher Winkel, wenn man den Nebenwinkel zu Hülfe nimmt und statt des einen Mittelpunktes den Punkt benutzt, welcher zu ihm symmetrisch liegt in Bezug auf den perspektivischen Durchschnitt.

11. Anwendungen.

I. Zu drei Punkten A, B, C, die in gerader Linie liegen, einen vierten D zu konstruiren, der mit ihnen ein durch das Verhältniß zweier Strecken AB' : B'C' bestimmtes Doppelverhältniß bildet.**) Die Fig. 3 gibt die Lösung an.

---

*) Schröter, §. 13 Ende.
**) Fiedler §. 16, 4.

II. Liegen (Fig. 4) zwei Dreiecke ABC, A′B′C′ so, daß die Verbindungslinien AA′, BB′, CC′ ihrer Ecken durch denselben Punkt gehen, so liegen die Schnittpunkte der entsprechenden Seiten, AB mit A′B′, BC mit B′C′, CA mit C′A′ auf einer Geraden, und umgekehrt.

Beweis.*) Die Figur ergibt

$$(\gamma\,BAD) = (\gamma\,B'A'D')$$

Darum sind auch die Strahlenbüschel, welche durch diese Punkte gehn und C und — C′ zu Mittelpunkten haben, projektivisch, und zwar in perspektivischer Lage, weil die Strahlen CD und C′D′ zusammenfallen. Dann liegen aber die Durchschnittspunkte der entsprechenden Strahlen in einer Geraden. Umkehrung?

Anderer Beweis:**) Verbindet man α, β, γ noch mit O, so sind diese drei Punkte die Mittelpunkte von Strahlenbüscheln, welche je zwei der durch O gehenden Geraden projektivisch machen. Die Strahlenbüschel sind aber in perspektivischer Lage, mithin fallen in den Verbindungslinien der Mittelpunkte je zwei entsprechende Strahlen zusammen u. s. w.

12. Aufgabe. Wenn die projektivische Beziehung zweier Punktreihen durch drei Paar entsprechende Punkte gegeben ist, so sollen alle übrigen Paare entsprechender Punkte durch Konstruktion gefunden werden.

Am einfachsten und bequemsten führt man die Aufgabe wohl in der Weise aus, daß man die beiden Punktreihen nach (9, IV) in perspektivische Lage bringt, d. h. daß man durch einen der drei Punkte der ersten Punktreihe, etwa A, eine beliebige Gerade zieht, auf derselben die Strecken A′B′, B′C′ abträgt u. s. w. Dann muß man die erhaltenen Punkte der Geraden wieder auf den ursprünglichen Träger der zweiten Punktreihe abtragen. Um dies zu vermeiden, wendet man folgende Konstruktion an, welche ohne Hülfe des Zirkels blos mittels des Lineals ausgeführt wird:

Sind die Punkte A, B, C und A′, B′, C′ gegeben, so nimmt man (Fig. 5) auf der Verbindungslinie AA′ zwei Punkte O, O′ als Mittelpunkte zweier Strahlenbüschel an, deren Strahlen durch die gegebenen Punkte gehen. Diese Strahlenbüschel sind projektivisch in perspektivischer Lage. Ihre entsprechenden Strahlen schneiden sich also auf einer Geraden $\alpha\beta\gamma$. Um daher zu dem Punkte D den entsprechenden D′ zu bestimmen, verbindet man O mit D und den Durchschnitt der Verbindungslinie mit $\beta\gamma$ mit O′ Die letzte Verbindungslinie schneidet den Träger der zweiten Punktreihe in dem Punkte D′, welcher D entspricht.

Eine dritte Lösung geschieht mittels zweier kongruenten Strahlenbüschel, so daß die Strahlen eines jeden von ihnen durch die Punkte einer der Punktreihen gehn.

Legt man bei der zweiten Lösung die Mittelpunkte O, O′ auf die Punkte A, A′, so erhält man die Fig. 6, in welcher auch die Gegenpunkte konstruirt sind. In dem Durchschnittspunkte F sind zwei Punkte M, N′ vereinigt, die sich nicht entsprechen. Ihre entsprechenden sind der Konstruktion gemäß die Punkte M′, N, in denen die beiden gegebenen Träger der Punktreihen von dem perspektivischen Durchschnitte $\beta\gamma$ geschnitten werden. Da die Punkte M′, N, also auch die Gerade $\beta\gamma$, von der Lage der Mittelpunkte der Strahlenbüschel unabhängig sind, so folgt, daß auch der Durchschnittspunkt α von BC′ mit B′C auf $\beta\gamma$ liegen muß, woraus ein Lehrsatz folgt, der scheinbar ohne Beziehung zur ursprünglichen Aufgabe steht. Welcher?***) — Konstruktion entsprechender gleicher Strecken! Konstruktion der Gegenpunkte!

13. Ganz in gleicher Weise und mit denselben Folgerungen wird die Aufgabe gelöst, zwei projektivische Strahlenbüschel zu konstruiren, wenn drei Paar entsprechende Strahlen gegeben sind. (Vgl. 5.) Den Punkten A, A′ der vorigen Aufgabe entsprechen die Strahlen a, a′ (Fig. 7), dem perspektivischen Durchschnitt $\beta\gamma$ entspricht jetzt der Punkt P, in welchem die Verbindungslinie der Durchschnittspunkte (ab′) und (a′b) die Verbindungslinie der Punkte (ac′) und (a′c) schneidet. Durch diesen Durchschnittspunkt geht auch die Gerade (bc′, b′c.)

Um aber auch die den Gegenpunkten entsprechenden Rechtwinkelpaare zu finden, muß man die Strahlenbüschel durch Drehung des einen von ihnen erst in perspektivische Lage bringen.****)

*) Schröter, §. 11.
**) Steiner, systemat. Entw. 21.
***) Fiedler §. 17. Steiner, system. Entw. 24.
****) Fiedler, §. 18.

14. Harmonische Eigenschaften.

Da dieselben in den gewöhnlichen Lehrbüchern der Planimetrie eine Stelle gefunden haben, so erscheint es überflüssig, sie in der vorliegenden Sammlung von Sätzen einzeln aufzuführen. Als die in der Folge zur Verwendung kommenden sollen hier nur genannt werden:

1) Der Satz von dem Punkte welcher den Abstand zweier zugeordneten Punkte halbirt.

2) Wenn ein Strahl eines harmonischen Büschels den Winkel zweier andern Strahlen halbirt, so bildet der erste mit seinem zugeordneten einen rechten Winkel, und umgekehrt.

3) Zieht man durch die Ecke eines Dreiecks eine Gerade nach der Mitte der gegenüberliegenden Seite und eine Parallele zu derselben, so bilden diese beiden Geraden mit den beiden in der Ecke zusammenstoßenden Seiten ein harmonisches Büschel.

4) Die harmonische Beziehung wird durch die Projektion nicht verändert, d. h. sind vier Elemente eines Gebildes harmonische, so sind die vier entsprechenden Elemente des projektivischen Gebildes ebenfalls harmonisch. (2. 6.)

Die Beweise aller Sätze werden ganz bedeutend vereinfacht, wenn man sie auf die Lehre vom anharmonischen Verhältnisse gründet. Als Beispiel hierfür möge der Beweis zu dem obigen zweiten Satze angeführt werden:

Bekanntlich bilden die zwei Seiten eines Dreiecks, und die Halbirungslinien des von ihnen eingeschlossenen Winkels und seines Nebenwinkels ein harmonisches Strahlenbüschel; oder: Wenn ein Strahl c eines Büschels den von den Strahlen a und b eingeschlossenen Winkel halbirt und der vierte Strahl d auf c senkrecht steht, so sind die vier Strahlen harmonische. Da nun bei harmonischen Gebilden das anharmonische Verhältniß den bestimmten Werth (—1) hat und bei gegebenem Werthe des anharmonischen Verhältnisses zu drei gegebenen Elementen nur ein viertes gehört, so folgt: Stehn die Strahlen b und d auf einander senkrecht und zieht man den beliebigen Strahl a, so genügt der Forderung der Strahl c, wenn Winkel (bc) = (ab); also muß b den Winkel (ac) halbiren, wenn die vier Strahlen harmonische sein sollen.

15. Aufeinander liegende Gebilde; Doppelpunkte.

Legt man zwei projektivische Punktreihen auf einander, so können zwei verschiedene Fälle eintreten, je nachdem die Punktreihen in dieser Lage gleichlaufend oder ungleichlaufend sind.

Es soll untersucht werden, ob es Doppelpunkte gibt, d. h. ob es vorkommt, daß irgend zwei entsprechende Punkte auf einander fallen.

Die Fig. 8. I zeigt den Fall, wo die Punkte in den beiden Reihen in entgegengesetzter Richtung auf einander folgen. In der obern Reihe bewege sich der Punkt X von links nach rechts, während in der untern der entsprechende Punkt X' sich von rechts nach links bewegt. Liegt X im Unendlichen, so fällt X' auf Q'. Während X' sich nach links bis ins Unendliche fortbewegt, beschreibt X die Strecke aus dem Unendlichen bis R, wobei die Punkte sich einmal begegnen müssen. Kommt dann X' aus dem Unendlichen von rechts her wieder zurück bis Q', während X den Weg von R ins Unendliche macht, so muß eine zweite Begegnung statt finden. Bei ungleichlaufender Lage gibt es also immer zwei Doppelpunkte, so daß die Strecke Q'R zwischen ihnen liegt.

Verfährt man ebenso in dem Falle, wo die Punkte X und X' sich (Fig. 8, II) in derselben Richtung bewegen, so erkennt man sofort, daß es außerhalb der Strecke Q'R keine Doppelpunkte geben kann. Bewegt sich also X' von Q' an so rasch, daß es von X nicht zwischen Q' und R eingeholt wird, so gibt es überhaupt keinen Doppelpunkt. Wird es aber einmal eingeholt, so bleibt es also augenblicklich gegen X zurück; damit dann aber X' ins Unendliche gelange, während X erst auf R fällt, muß X wieder von X' überholt werden: es gibt mithin noch einen zweiten Doppelpunkt zwischen Q' und R. Es kann aber auch vorkommen, daß schon von der ersten Begegnung an die Bewegung von X langsamer und die von X' rascher wird, daß also die beiden Doppelpunkte aufeinander fallen. Bei gleichlaufenden Punktreihen gibt es also keine oder zwei getrennte oder zwei zusammenfallende (d. h. einen) Doppelpunkt.

Mehr als zwei Doppelpunkte kann es überhaupt nicht geben, weil sonst die Reihen kongruent wären und alle Punkte auf ihre entsprechenden fielen.

Aufgabe.*) Genauere Untersuchung der möglichen Fälle mit Hülfe der Gleichung

$$RX.\,Q'X' = \text{const.}$$

Die Untersuchung kann endlich auch auf algebraischem Wege geführt werden. Bezeichnet man nämlich mit x, x' die Abstände der (beweglichen) entsprechenden Punkte X, X' von irgend einem Punkte M (in welchem also zwei nicht entsprechende Punkte zusammenfallen) der Geraden, auf der die beiden Punktreihen liegen, so ist (6):

$$axx' + bx + cx' + d = 0.$$

Damit die Punkte auf einander fallen, muß $x' = x$, mithin

$$ax^2 + (b + c)\,x + d = 0,$$

$$x = \frac{1}{2a}\left[-\,(b + c) \pm \sqrt{(b + c)^2 - 4\,ad}\right],$$

so daß die Existenz der Doppelpunkte von dem Werthe von $(b + c)^2 - 4\,ad$ abhängt. Dieser Ausdruck läßt sich auch schreiben:

$$w = (b-c)^2 + 4\,(bc-ad).$$

Um anderseits die gleiche oder entgegengesetzte Richtung der Aufeinanderfolge der Punkte auszudrücken, denken wir uns den Punkt X um die kleine Größe h fortbewegt, während X' die Strecke h' beschreibt. Es muß dann also auch sein:

$$a\,(x + h)\,(x' + h') + b\,(x + h) + c\,(x' + h') + d = 0,$$

daraus

$$a\,h' + a\,x\,\frac{h'}{h} + a\,x' + b + c\,\frac{h'}{h} = 0.$$

Läßt man hierin das h', also auch das h, sich der Null nähern, so verschwindet das erste Glied, und es wird an der Grenze:

$$\frac{h'}{h} = -\,\frac{ax' + b}{ax + c} = -\,\frac{bc - ad}{(ax + c)^2}.$$

Da nun die beiden Lagen dadurch charakterisirt sind, daß h und h' entweder verschiedene oder gleiche Vorzeichen haben, so sind die Punktreihen ungleichlaufend oder gleichlaufend, je nachdem

$$bc - ad \gtrless 0,$$

was, mit dem Werthe von w verglichen, zu dem früher gefundenen Ergebnisse führt. Die beiden Doppelpunkte fallen zusammen, wenn

$$(b + c)^2 = 4\,ad.$$

Zu bemerken ist noch, daß die Differenz $bc-ad$ nie Null sein kann, denn sonst zerfiele die erste Seite der Gleichung zwischen x und x' in zwei lineare Faktoren, so daß man für x und x' nur je einen bestimmten Werth erhielte.

16. Konstruktion der Doppelpunkte P, P'*) Es seien (Fig. 9) A, A'; B, B'; C, C' drei Paare entsprechender Punkte von zwei auf einander liegenden projektivischen Punktreihen. Verbindet man dann diese Punkte mit dem beliebigen Punkte M irgend eines in der Ebene liegenden Kreises und verlängert die Verbindungslinie bis zu den Durchschnittspunkten $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ mit der Peripherie, so erhält man zwei projektivische Strahlenbüschel. Diese sind aber nach den Sätzen über die Peripheriewinkel (nöthigenfalls unter Berücksichtigung der Nebenwinkel) kongruent den Strahlenbüscheln, welche man erhält, wenn man einerseits β' mit α, β, γ und anderseits β mit α', β', γ' verbindet. Die beiden neuen Strahlenbüschel mit den Mittelpunkten β, β' sind demnach ebenfalls projektivisch und zwar in perspektivischer Lage wegen der zusammenfallenden Strahlen $\beta\beta'$ und $\beta'\beta$. Die Verbindungslinie der Durchschnittspunkte E und F, d. h. $(\beta'\alpha, \beta\alpha')$ und $(\beta'\gamma, \beta\gamma')$ ist mithin der perspektivische Durchschnitt, welcher daher auch, ähnlich wie in (12), dazu dienen kann, um zu jedem Punkte D den entsprechenden D' zu konstruiren. Zu dem Ende zieht man DM δ, verbindet δ mit β' und den Durch-

*) Schröter, §. 14.
*) Schröter, §. 15.

schnittspunkt von $\beta'\delta$ und EF mit β, verlängert diese Verbindungslinie bis zur Peripherie in δ' und zieht δ'MD′. Sollen die beiden entsprechenden Punkte D und D′ auf einander fallen, so muß auch δ' auf δ zu liegen kommen, was nur in den Durchschnittspunkten von EF mit der Peripherie stattfindet. Bedenkt man, daß die beiden Strahlenbüschel β^1 und β zugleich mit den Punktreihen ungleichlaufend oder gleichlaufend sind, und beachtet man das früher Gesagte über die Lage des perspektivischen Durchschnitts in Bezug auf die Mittelpunkte der Strahlenbüschel, so liefert die Konstruktion die Bestätigung der früher erhaltenen Ergebnisse über die Existenz der Doppelpunkte.

17. Anwendungen der vorhergehenden Konstruktion.

I. Nimmt man statt β' und β die Punkte α' und α zu Mittelpunkten der Strahlenbüschel, so wird der perspektivische Durchschnitt bestimmt durch die Punkte E und G, d. h. $(\alpha'\beta, \alpha\beta')$ und $(\alpha'\gamma, \alpha\gamma')$. Da aber die zwei Doppelpunkte dieselben bleiben müssen, so geht die Gerade EG durch dieselben beiden Punkte der Peripherie wie EF, d. h. die drei Punkte E, F, G liegen auf einer Geraden. Dieser Satz ist nichts Anderes als der unter dem Namen Pascal'sches Sechseck bekannte Lehrsatz.*)

II. Die Konstruktion des vorigen §. bietet ein Mittel die schöne Aufgabe zu lösen: Zu zwei Vielecken von gleicher Seitenzahl ein drittes von ebenso vielen Seiten zu konstruiren, dessen Ecken auf den Seiten (oder ihren Verlängerungen) des einen der gegebenen Vielecke und dessen Seiten (oder deren Verlängerungen) durch die Ecken des andern gehen.

Gegeben (Fig. 10.) die Vierecke ABCD und A′B′C′D′; die Ecken des dritten Vierecks $A_1B_1C_1D_1$ sollen auf den Seiten von ABCD liegen, und die Seiten des dritten Vierecks sollen durch A′, B′, C′, D′ gehn.

Auflösung.**) Verbindet man beliebige Punkte M_1, N_1, P_1 der Seite BC mit dem Punkte B′ und verlängert die Verbindungslinien bis zu ihren Schnittpunkten M_2, N_2, P_2 mit CD so erhält man zwei projektivische Punktreihen in perspektivischer Lage. Verbindet man die drei erhaltenen Punkte mit C und verfährt in ähnlicher Weise weiter unter Benutzung der Ecken D′ und A′ als Mittelpunkte von Strahlenbüscheln, so erhält man schließlich auf der Seite BC die Punktreihe M_5, N_5, P_5, welche mit den zuerst angenommenen Punkten auf derselben Seite des Vierecks ABCD projektivisch ist, so daß also diese Seite der gemeinsame Träger zweier auf einander liegenden projektivischen Punktreihen wird. Die gesuchte Ecke B_1 ist offenbar nichts Anderes als einer der Doppelpunkte dieser Reihen, weil nur dann das Viereck geschlossen ist. Die Aufgabe hat demnach keine, eine oder zwei Lösungen.

18. Aufeinanderliegende Strahlenbüschel; Doppelstrahlen.

Legt man zwei Strahlenbüschel so aufeinander, daß die beiden Mittelpunkte zusammenfallen, so finden ganz dieselben Beziehungen statt wie bei zwei auf einander liegenden Punktreihen. Die Untersuchung kann entweder in derselben Weise, wie in den vorigen §§. geführt werden, oder, was einfacher ist, man schneidet die beiden Strahlenbüschel durch eine Gerade, welche als zwei zusammenfallende Gerade erscheint, wodurch nach §. 3 die Sätze über die Strahlenbüschel unmittelbar aus denen über die Punktreihen abgelesen werden können.

19. Aufeinander liegende Gebilde; Involution.***)

Es können zwei projektivische Punktreihen in besondern Fällen so aufeinander liegen, daß von den unendlich vielen Paaren entsprechender gleichen Strecken ein Paar AB, A′B′ verkehrt auf einander fällt (Fig. 11), so daß also A′ auf B; B′ auf A zu liegen kommt. Dem Punkte C der ersten Punktreihe entspricht der Punkt C′, welcher mit einem vierten Punkte D der ersten Reihe zusammenfällt. Den entsprechenden Punkt D′ findet man dann durch die Gleichung (A′B′C′D′) = (ABCD).

---

*) Schröter, §. 15.
**) Steiner, System. Entw. §. 25.
Ders. Konstruktionen S. 91.
***) Schröter, §. 16.

Anm. Obgleich sich beim Unterrichte schwerlich die Zeit finden dürfte zu einer erschöpfenden Behandlung der Involution, so mußte sie doch der Vollständigkeit wegen mit aufgenommen werden, auch wegen ihrer Bedeutung für die Theorie der Kurven.

d. h.
$$\frac{A'C'}{B'C'} : \frac{A'D'}{B'D'} = \frac{AC}{BC} : \frac{AD}{BD}.$$
Die Figur ergibt aber
$$\frac{AD}{BD} = \frac{B'C'}{A'C'},$$
also ist
$$\frac{A'D'}{B'D'} = \frac{BC}{AC}.$$
Da auch die Vorzeichen übereinstimmen, so lehrt diese Gleichung, daß D′ auf C fällt. Da ferner der Punkt C ganz willkürlich ist, so haben wir den Satz: Wenn bei zwei aufeinander liegenden Punktreihen irgend zwei entsprechende gleiche Strecken verkehrt auf einander liegen, so fallen alle entsprechenden gleichen Strecken verkehrt auf einander. Hieraus folgt, daß, da die unendlichen Strecken gleich sind, insbesondere Q′ auf R fallen muß, wie übrigens auch die Gleichung
$$(A'B'Q'R') = (ABQR)$$
verlangt. Zwei projektivische Punktreihen werden daher in die bezeichnete Lage gebracht, indem man die Träger so auf einander legt, daß die Gegenpunkte Q′ und R auf einander fallen.

Da sämmtliche gleiche Strecken verkehrt auf einander liegen, so sind in dieser Lage die beiden Punktreihen eigentlich immer ungleichlaufend. Je zwei entsprechende Punkte liegen dann immer entweder beide zwischen den Punkten A und B oder beide außerhalb der Strecke AB. Der Punkt (RQ′,) liegt außerhalb jedes Paares zusammenfallender Strecken. Erweitert man aber nach der Bemerkung am Ende von (8) den Begriff der gleichen Strecken dahin, daß nur die Abstände ihrer Endpunkte gleich zu sein brauchen, während die eine Strecke endlich, die andere unendlich ist, so können auch die beiden Reihen gleichlaufend sein, wie Fig. 12 zeigt. In diesem Falle muß daher der Punkt (RQ′) stets zwischen je zwei entsprechenden Punkten liegen, und von zwei entsprechenden Punkten fällt immer der eine zwischen A und B, der andere außerhalb AB. Es entspricht hier ARB nicht A′B′ sondern A′ ∞ B′. Die Reihenfolge ist ADRBC∞ und A′D′∞B′C′Q′.

Ein solches Paar aufeinander liegender Punktreihen wird Punktsystem (involutorische Punktreihe) genannt; die Punkte AB′ und BA′ heißen zugeordnete Punkte, der Punkt M oder Q′R Mittelpunkt des Systems. Wenn der Mittelpunkt zwischen zwei zugeordneten Punkten liegt (gleichlaufende Reihe) wird das System elliptisch im entgegengesetzten Falle hyperbolisch, genannt.

Wenn die projektivische Beziehung zwischen den beiden Punktreihen nicht anderweitig gegeben ist, so wird das Punktsystem vollständig bestimmt durch zwei Paare zugeordneter Punkte, denn jedes neue Punktpaar EF läßt sich betrachten als EF′ und E′F.

Im Folgenden sollen die Paare zugeordneter Punkte mit A und A_1; B und B_1 u. s. w. bezeichnet werden, so daß also A mit A'_1 und A_1 mit A′ zusammenfällt.

20. Konstruction des Punktsystems.

Sind zwei Paare zugeordneter Punkte A und A_1, B und B_1 gegeben, so ist zunächst der Mittelpunkt M zu bestimmen.

Die Gleichung
$$MA.\ MA_1 = MB.\ MB_1,$$
liefert
$$MA_1 : MB = A_1B_1 : AB,$$
wonach M leicht gefunden wird. Hat man M, so konstruirt man die übrigen Paare zugeordneter Punkte mittels des Sehnen- oder Sekantensatzes.

Eine andere Lösung der Aufgabe*) erhält man, indem man durch A und A_1 einen beliebigen Kreis legt, ebenso durch B und B_1, welcher den ersten in N und N′ schneidet; die Verbindungslinie NN′ trifft die Punktreihe in M. Jeder andere Kreis, der durch N und N′ geht, schneidet den Träger des Punktsystems in zwei zugeordneten Punkten. Die Lage der Punkte B und B′ in Bezug auf A und A_1

*) Schröter, §. 16.

entscheidet, welcher der beiden in (19) unterschiedenen Fälle eintritt. Diese Konstruktion läßt sich auch als Lehrsatz aussprechen: Die Kreise, welche durch zwei feste Punkte gehn, bestimmen auf jeder beliebigen Transversalen eine involutorische Punktreihe.

21. Eigenschaften der involutorischen Punktreihe.

I. Stellt man die Punkte eines Punktsystems derart zu zwei Reihen zusammen, daß von je zwei zugeordneten Punkten jeder einer andern Reihe angehört, so sind nach der Erklärung die beiden Punktreihen projektivisch. Dabei können wieder je zwei zugeordnete Punkte mit einander vertauscht werden; denn betrachtet man das Punktepaar $C C_1$, so kann man es ebensogut als $C C'$ wie als $C'_1 C$ auffassen: im ersten Falle gehört C zur ersten und C_1 zur zweiten, im andern Falle C zur zweiten und C_1 zur ersten Reihe.

II. Jede Punktreihe, welche mit einem Punktsystem projektivisch ist, ist selbst wieder ein Punktsystem. Denn die beiden Punktreihen, aus denen das erste Punktsystem besteht, bleiben auch nach der Projektion unter einander in der projektivischen Beziehung (5, letzter Absatz), und da außerdem je zwei zusammenfallende Punkte ebenfalls wieder aufeinander zu liegen kommen, so bleibt die Grundeigenschaft des Punktsystems bestehn.

22. Involution von sechs Punkten. Da ein Punktsystem durch zwei Paare zugeordneter Punkte vollständig bestimmt ist und man mittels dieser Bestimmung zu jedem fünften Punkte den ihm zugeordneten auf eindeutige Weise findet, so folgt, daß zwischen je sechs Punkten, welche drei Paare zugeordneter darstellen sollen, eine Abhängigkeit statt finden muß. Man spricht daher von sechs Punkten in Involution oder einer Involution von sechs Punkten.

Die eine dieser Abhängigkeiten ist durch die Eigenschaft des Mittelpunktes begründet; man sagt daher:

Sechs Punkte A und A_1, B und B_1, C und C_1 bilden eine Involution, wenn sich ein Punkt M so finden läßt, daß

$$MA_1 . MA_1 = MB_1 . MB_1 = MC_1 . MC_1$$

Der zweite Ausdruck der Abhängigkeit beruht auf der Gleichheit des anharmonischen Verhältnisses zweier projektivischen Punktreihen. Betrachtet man nämlich AA_1BC als die vier Punkte einer Punktreihe, so sind nach der ursprünglichen Definition $A_1AB_1C_1$ die ihnen entsprechenden der projektivischen Reihe; daher

$$(AA_1BC) = (A_1AB_1C_1),$$

woraus folgt

$$AB . AB_1 : AC . AC_1 = A_1B . A_1B_1 : A_1C . A_1C_1.$$

Ebenso ist

$$(ABB_1C) = (A_1B_1BC_1); \ (ABCC_1) = (A_1B_1C_1C),$$

woraus man die weitern zwei Gleichungen ableitet

$$BA . BA_1 : BC . BC_1 = B_1A . B_1A_1 : B_1C . B_1C_1$$
$$CA . CA_1 : CB . CB_1 = C_1A . C_1A_1 : C_1B . C_1B_1$$

Jede dieser Gleichungen dient ebenfalls als Definition der Involution.

Durch andere Zusammenstellung der anharmonischen Verhältnisse, so daß eine Strecke auf beiden Seiten an derselben Stelle vorkommt und man also durch dieselbe dividiren kann, erhält man ein drittes System von Gleichungen.

Aus der Gleichung z. B.

$$(AB\,CA_1) = (A_1B_1\,C_1A)$$

folgt (wenn man von den Vorzeichen absieht)

$$AB . B_1C_1 . CA_1 = A_1B_1 . BC . C_1A.$$

Da nun nach dem früher Gesagten in der Gleichung zwischen zwei anharmonischen Verhältnissen je zwei zugeordnete Punkte mit einander vertauscht werden können, so kann das auch in der letztern Gleichung geschehen. Man erhält daraus noch folgende drei Gleichungen

$$AB . B_1C . C_1A_1 = A_1B_1 . BC_1 . CA,$$
$$AB_1 . BC_1 . CA = A_1B . B_1C . C_1A_1,$$
$$A_1B . B_1C_1 . CA = AB_1 . BC . C_1A_1.$$

Um zu zeigen, daß umgekehrt die Beziehung zwischen sechs Punkten, welche durch eine der entwickelten Gleichungen ausgedrückt wird, nichts Anderes enthält, als was die ursprüngliche Definition des Punktsystems aussagt; ist zunächst zu bemerken, daß, sowie die Gleichungen aus der Gleichstellung zweier anharmonischen Verhältnisse abgeleitet worden, umgekehrt aus jeder der Gleichungen wiederum eine Gleichung von der Form

$$(AA_1BC) = (A_1AB_1C_1)$$

hergeleitet wird, so daß wir nur den Zusammenhang dieser Gleichung mit der ursprünglichen Definition zu untersuchen haben. Diese Gleichung sagt aber aus, daß die sechs Punkte zwei projektivische Punktreihen bilden, in denen zwei gleiche entsprechende Strecken AA_1 verkehrt auf einander fallen, was die Definition des Punktsystems ist.

Um indeß die Existenz des Punktsystems noch strenger nachzuweisen, muß gezeigt werden, daß auch B und B_1 (ebenso wie C und C_1) die Endpunkte auf einander fallender entsprechenden Strecken sind. Zu dem Ende kann man die gegebene projektivische Beziehung der vier Paar Punkte durch die Gleichung ausdrücken

$$(ABA_1C) = (A_1B_1AC_1).$$

Schreibt man die Gleichung vollständig hin, dividirt durch AA_1 und multiplizirt mit BB_1, so erhält man nach einiger Umformung:

$$(ABB_1C) = (A_1B_1BC_1).$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Punktreihen sind mit den vorigen identisch geblieben, weil sie mit denselben die Elemente ABC und $A_1B_1C_1$ gemein haben; außerdem aber gibt die Gleichung die zugeordneten Punkte BB_1 als die Endpunkte entsprechender gleichen Strecken zu erkennen.

23. Strahlensysteme, (involutorische Strahlenbüschel) lassen sich wie die Punktsysteme behandeln oder auf dieselben zurückführen. Zu bemerken ist hier, daß die Schenkel der entsprechenden rechten Winkel verkehrt auf einander fallen.

24. Vollständige geradlinige Gebilde.

Zwei projektivische Gebilde, aus Punkten und Geraden zusammengesetzt, können bekanntlich in der Verwandtschaft der Kollineation oder der Reciprocität stehn.

Zur Feststellung des Entsprechens reichen jetzt nicht mehr drei Paare entsprechender Elemente hin, sondern es sind dazu vier Paare erforderlich, und zwar dürfen dabei weder drei Punkte in einer Geraden liegen, noch drei Gerade durch einen Punkt gehn. Es tritt daher das Viereck gewissermaßen als Grundfigur auf. Man unterscheidet das vollständige Vierseit und das vollständige Viereck, welche gegen einander als reciproke Figuren angesehen werden können.

Ein vollständiges Vierseit (Fig. 13) entsteht, wenn vier in der Ebene liegende Gerade a, b, c, d, bis zu ihren gegenseitigen Durchschnittspunkten verlängert werden. Das vollständige Vierseit hat demnach drei Paar gegenüberliegende Ecken, nämlich die Durchschnittspunkte ab und cd, ac und bd, ad und bc. Die drei Geraden, welche je zwei Gegenecken verbinden, sind die Diagonalen. Das vollständige Vierseit umfaßt drei einfache Vierecke, nämlich ein gewöhnliches, eines mit einspringender Ecke und ein überschlagenes (zwei Scheiteldreiecke.)

Ein vollständiges Viereck (Fig. 14) entsteht, wenn vier in einer Ebene liegende Punkte A, B, C, D zu je zweien durch gerade Linien verbunden werden. Das vollständige Viereck hat demnach drei Paare von Gegenseiten, nämlich AB und CD, AC und BD, AD und BC.

Die drei Durchschnittspunkte der Gegenseiten heißen Diagonalpunkte. Es zerfällt in drei einfache Vierecke, nämlich ein gewöhnliches und zwei überschlagene.

25. Eigenschaften des vollständigen Vierseits und des vollständigen Vierecks.

In der Fig. 15, welche man sowohl als vollständiges Vierseit, wie als vollständiges Viereck ansehen darf, je nachdem man von den Seiten AB, BC, CD, DA, oder von den Ecken A, B, C, D ausgeht, kann man die Geraden BF und AF betrachten einmal als geschnitten von den Strahlen des Strahlenbüschels, dessen Mittelpunkt E ist, und das andremal als geschnitten von dem Strahlenbüschel mit dem Mittelpunkte P. Daher hat man die beiden Gleichungen

$$(ADNF) = (BCMF)$$
$$(ADNF) = (CBMF).$$

Mithin
$$(BCMF) = (CBMF) = \frac{1}{(BCMF)}$$
Also $(BCMF) = +1$.
Da nach (2) das obere Zeichen nicht stattfinden kann, so gilt das untere, also
$$(BCMF) = -1,$$
d. h. die Punkte B, M, C, F sind harmonische, mithin auch die vier Strahlen durch E, und die Punkte A P C P'. Wir haben also die Sätze:

Im vollständigen Vierseit wird jede Diagonale durch ihre beiden Endpunkte und die beiden andern Diagonalen harmonisch getheilt.

Im vollständigen Viereck bilden in jedem Diagonalpunkte die beiden Seiten und die Verbindungslinien mit den beiden andern Diagonalpunkten ein harmonisches Strahlenbüschel.

Folgerungen: Der Satz bietet bekanntlich ein bequemes Mittel zu drei Punkten oder Strahlen den vierten harmonischen zu konstruiren.

Da EN der einzige vierte harmonische Strahl zu EA, ED, EF ist, so folgt, daß wenn man von einem beliebigen Punkt F von EF je zwei Gerade FA, FB zieht und die Durchschnittspunkte derselben mit den zwei festen Geraden EA, ED kreuzweise verbindet, die Durchschnittspunkte P dieser Verbindungslinien sämmtlich in einer Geraden liegen, die durch E geht.

Dies bietet ein Mittel zur Lösung der Aufgabe: Einen Punkt (P) mit dem Durchschnittspunkt (E) zweier Geraden zu verbinden, ohne diesen Durchschnittspunkt zu benutzen.*)

Aufgabe I. Wenn drei Gerade und ein Punkt (drei Punkte und eine Gerade) gegeben sind, durch diesen Punkt eine Gerade so zu ziehen (auf der Geraden einen Punkt so zu bestimmen), daß der Punkt und die Durchschnittspunkte der Geraden mit den drei gegebenen Geraden vier harmonische Punkte bilden (— vier harmonische Strahlen —).

II. Liegen zwei vollständige Vierseite so, daß fünf Ecken des einen mit fünf Ecken des andern zu je zweien auf fünf durch einen Punkt gehenden Geraden liegen, so geht die Verbindungslinie der zwei sechsten Ecken durch denselben Punkt und die Durchschnittspunkte von je zwei entsprechenden Seiten liegen auf einer Geraden. — Beweis durch zweimalige Anwendung von. (11, II.)

26. Involution beim vollständigen Viereck und Vierseit.

Die sechs Seiten eines vollständigen Vierecks ABCD (Fig. 16) schneiden die Transversale MP in den Punken M, M_1, N, N_1, P, P_1. Betrachtet man dann A und B als Mittelpunkte von Strahlenbüscheln, deren Strahlen durch die sechs Punkte gehn und von den Geraden MP_1 und ED geschnitten werden, so hat man
$$(MM_1PN) = (EM_1CD),$$
$$(M_1MP_1N_1) = (M_1EDC).$$
Da aber, wie leicht erkannt wird,
$$(EM_1CD) = M_1EDC,$$
so ist also auch
$$(MM_1PN) = (M_1MP_1N_1);$$
das heißt (22. Ende): Die sechs Seiten eines vollständigen Vierecks schneiden jede Transversale in sechs Punkten, welche eine Involution bilden.

Ebenso gilt der reciproke Satz: Die Geraden, welche die sechs Ecken eines vollständigen Vierseits mit einem beliebigen Punkte der Ebene verbinden, bilden eine Involution von sechs Strahlen.

Diese beide Sätze geben ein einfaches Mittel, um zu fünf Elementen einer Involution das sechste zu finden. Konstruktion?

27. Verwandtschaft der vollständigen Systeme.

Es ist schon bemerlt worden (24), daß die Art des Entsprechens zwischen zwei Gebilden durch vier Paare entsprechender Elemente bestimmt wird. Es treten hier folgende Fälle auf:

*) Steiner, Systemat. Entw. 20.

I. System:	II. System:
a) vier Punkte;	vier Punkte oder vier Gerade;
b) drei Punkte und eine Gerade;	drei Punkte und eine Gerade (drei Gerade und ein Punkt);
c) zwei Punkte und zwei Gerade;	2 Punkte und 2 Gerade (2 Gerade und 2 Punkte).

Die fehlenden zwei Fälle bilden nur eine Vertauschung der beiden Systeme. Von den drei Fällen ist zunächst c, auszuschließen, denn derselbe ist zugleich unzureichend und einen Widerspruch enthaltend. Verlängert man nämlich die Verbindungslinie der beiden Punkte A, B bis zu den Durchschnitten C und D mit den Geraden c und d, so erhält man 4 Punkte in gerader Linie, denen die ebenso erhaltenen Punkte A', B', C', D, des zweiten Systems entsprechen müssen. Bei der ganz willkührlichen Annahme der Elementenpaare, werden aber die anharmonischen Verhältnisse der zwei Systeme von 4 Punkten in der Regel nicht gleich sein. Ebenso erhält man durch Verbindung der Punkte A, B mit dem Durchschnittspunkt von c und d vier Strahlen, deren anharmonisches Verhältniß im Allgemeinen nicht dem der entsprechenden Strahlen oder Punkte gleich sein wird. Anderseits reichen die gegebenen Elemente nicht hin, um zu jedem Elemente des einen Gebildes das entsprechende des andern zu finden.

Der Fall b) ist identisch mit a) denn nicht nur liefert die Gerade d mit den drei Geraden, welche die Punkte ABC unter einander verbinden, ein aus vier Geraden bestehendes Gebilde, sondern man erhält auch eine Zusammenstellung von 4 Punkten, von denen nicht drei in einer Geraden liegen, wenn man die Punkte A, B und die Durchschnittspunkte von d mit AC und BC herausnimmt.

Es bleibt hiernach nur der Fall bestehn, daß die Ecken eines Vierecks den Ecken eines andern Vierecks oder den Seiten eines Vierseits entsprechen sollen. Die Verbindungslinien der gegebenen Punkte und die Durchschnittspunkte der Geraden, dann die Durchschnittspunkte der neuen Geraden und die Verbindungslinien der neuen Punkte u. s. w. liefern immer wieder Paare von entsprechenden Elementen.

Um aber zu irgend einem Elemente das entsprechende zu konstruiren, bemerken wir zunächst, daß auf jeder der gegebenen Geraden durch die Durchschnitte mit den andern drei Punkte und ebenso durch jeden Punkt drei Strahlen bestimmt sind, denen drei bestimmte Elemente des andern Gebildes entsprechen, so daß man nach irgend einer der frühern Methoden*) zu jedem neuen Punkte einer der gegebenen Geraden oder zu jedem Strahle der durch einen der Punkte geht, das entsprechende Element als viertes im projektivischen Grundgebilde erhalten kann. Betrachtet man nun jede Gerade als bestimmt durch zwei Punkte, welche auf zwei der gegebenen Geraden liegen, und jeden Punkt als Durchschnitt zweier Strahlen, welche durch zwei der gegebenen Punkte gehn, so ist leicht einzusehn, wie man die Aufgabe praktisch lösen kann. — Daß die Lösung in einzelnen Fällen bedeutende Vereinfachung erfahren kann, liegt auf der Hand. —

28. Centrale Lage zweier kollinearen Gebilde. Indem wir uns vorläufig auf die Verwandtschaft der Kollineation beschränken und vorläufig die Beantwortung der Frage verschieben, ob sich irgend zwei gegebene kollineare Gebilde immer in die besondere Lage zu einander bringen lassen, betrachten wir zwei kollineare Systeme, welche so liegen, daß die Verbindungslinien von je zwei entsprechenden Punkten alle durch denselben Punkt (Kollineationscentrum) gehn.

Das Kollineationscentrum O (Fig. 17) ist ein sich selbst entsprechender Punkt, denn wäre er das nicht, so müßte ihm auf jedem durch O gehenden Strahle (projicirendem Strahle) ein anderer Punkt entsprechen, was gegen die Bedingung der Projektivität ist. Hieraus folgt, daß die projicirenden Strahlen ebenfalls sich selbst entsprechen, weil die Gerade, welche durch O und A bestimmt ist, mit der Geraden durch O und A' zusammenfällt; ferner daß außer dem Punkte O nur noch drei Paare entsprechender Punkte AA', BB', CC', welche auf drei Strahlen liegen, willkührlich gegeben sein dürfen.

Da die Gerade AB der Geraden A'B' entspricht, so entsprechen sich auch die Punkte MM', in denen diese Geraden von demselben Strahle durch O geschnitten werden; mithin ist der Durchschnitts-

*) Am einfachsten wohl, indem man die eine Punktreihe in perspektivische Lage mit der ihr entsprechenden bringt. (9, VI.)

punkt von A B, A′B,′ überhaupt von je zwei entsprechenden Geraden, ein sich selbst entsprechender Punkt. Daraus folgt weiter, daß die Gerade, welche die Durchschnittspunkte γ, α, d. h. (A B, A′B′) und (B C, B′C′) verbindet, sich selbst entspricht, und zwar so, daß jeder ihrer Punkte ein sich selbst entsprechender ist, weil sie von jedem Strahle durch O nur in einem Punkte getroffen wird. Außer dem Punkte O und den Punkten der Geraden $\alpha\gamma$ gibt es weiter keine sich selbst entsprechenden Punkte; denn gäbe es einen solchen Punkt P, so wäre auch jede Verbindungslinie von P mit einem Punkte von $\alpha\gamma$ eine Gerade, auf welcher jeder Punkt sich selbst entspräche, so daß also jeder Punkt der Ebene ein sich selbst entsprechender Punkt würde, mithin die beiden Systeme kongruent sein müßten.

Wir haben hiermit nicht blos einen neuen Beweis für den Satz (11, II) gefunden, sondern können jetzt auch den Satz aufstellen:

Wenn zwei kollineare Systeme so liegen, daß die Verbindungslinie von je zwei entsprechenden Punkten durch denselben Punkt gehn, so liegen die Durchschnittspunkte von je zwei entsprechenden Geraden sämmtlich auf derselben Geraden. Diese Gerade heißt die Kollineationsaxe, und die besondere Lage heißt kollineare oder centrale Lage.

Verlängert man die Geraden B C, B′C′ bis zu ihren Durchschnittspunkten C_1, C_1' mit O A′A so hat man auf diesem Strahle drei Paare entsprechender Punkte, nämlich A A′, $C_1 C_1'$ und O (für O O′). Man kann mithin auf diesem Strahle zu jedem Punkte seinen entsprechenden, insbesondere also auch die Gegenpunkte R, Q′ finden. Einfacher geschieht das durch Benutzung der Kollineationsaxe s. Um nämlich allgemein zu irgend einem Punkte P den entsprechenden P′ zu finden, verbindet man P mit einem der gegebenen Punkte A, den Durchschnittspunkt P′ der Verbindungslinie mit s mit A′ und schneidet die Verbindungslinie durch O P. Hieraus ersieht man, daß die Verwandtschaft vollständig bestimmt ist durch das Centrum O, die Axe s (welche für zwei Paar entsprechende Punkte gilt) und ein Paar entsprechende Punkte A A′.

Wendet man diese Konstruktion zur Auffindung des Punktes Q′ an, so konstruirt man, wenn O, s und A A′ gegeben sind, zuerst zwei entsprechende Punkte $B_1 B'$ (Fig. 19), indem man A′ und A mit einem Punkte von s verbindet und einen Strahl OS_2 zieht. Hierauf zieht man BE ‖ O A, verbindet E mit B′. Ebenso erhält man R wenn man E′ B′ ‖ O A′ zieht und E mit B verbindet. Aus der Betrachtung der entstandenen ähnlichen Dreiecke findet man leicht

$$\frac{OR}{OS_1} = \frac{OB}{OS} \cdot \frac{B'S_2}{BB'}\ ; \quad \frac{OQ'}{OS_1} = \frac{OB'}{OS_2} \cdot \frac{BS_2}{BB'}\ .$$

Da die Punkte B und B′ für die Gegenpunkte auf sämmtlichen Strahlen dienen können, so lehren uns diese Gleichungen, daß die Verhältnisse $\frac{OR}{OS_1}$ und $\frac{OQ'}{OS_1}$ für alle Strahlen dieselben sind, daß mithin alle Gegenpunkte der beiden Systeme auf zwei Parallen zur Kollineationsaxe liegen. Diese Parallelen heißen Gegenaxen und sollen mit q′ und r bezeichnet werden. Ferner findet man leicht, daß $OR + OQ' = OS_1$ oder $OR = S_1 Q'$ und $OQ' = S'R$; d. h. von den beiden Gegenaxen ist jede ebenso weit vom Kollineationscentrum, wie die andere von der Kollineationsaxe entfernt.

Daß die Gegenpunkte auf zwei Parallelen zur Kollineationsaxe liegen müssen, läßt sich auch folgendermaßen beweisen: Wäre die Verbindungslinie RR_1 zweier Gegenpunkte nicht parallel s, so schnitte sie dieselbe in einem Punkte T, durch welchen die der RR_1 entsprechenden Gerade $R'R_1'$ gehen müßte, was unmöglich ist, da R′ und R_1', also auch $R'R_1'$, im Unendlichen liegen; ebenso ist $RR_1 \parallel s$ u. s. w. Hiermit hängt zusammen, daß alle unendlich entfernten Punkte der Ebene in der einzigen unendlich entfernten Geraden liegen. Man erkennt jetzt, daß die Abhängigkeit der beiden Systeme von einander vollständig bestimmt ist durch das Kollineationscentrum, die Kollineationsaxe und eine der beiden Gegenaxen, ferner daß die beiden Gegenaxen entweder zwischen O und s liegen oder durch O und s getrennt werden. Im ersten Falle liegen je zwei entsprechende Punkte zu beiden Seiten von s, im zweiten Falle auf derselben Seite, oder sie werden durch s und O getrennt.

29. Aufg. I. Zu jedem Punkte den entsprechenden zu finden mit Hülfe von O, s, q′.

II. Anwendung der Lehre von den Doppelpunkten auf den Punkt O und die Punkte auf s.

III. Zu beweisen, daß (Fig. 18) $(O S_1 A A') = (O S_1 D D_1')$, $= (O S_2 B B')$, wenn $D D'$ mit $A A'$ auf demselben Strahle liegen. Das Doppelverhältniß $O S_2 A A'$, bleibt also dasselbe, wenn man auch die Punktepaare oder den Strahl ändert. Es ist das charakteristische Doppelverhältniß Δ der Kollineation, durch welches die Abhängigkeit gegeben wird.*)

IV. Zu beweisen, daß $\Delta = \frac{O R}{S_1 R} = \frac{S_1 Q'}{O Q'}$.

V. Wenn $\dot{\Delta} = -1$, so ist $(\dot{O} S A A') = O S A' A$; also Involution.

VI. Was von den beiden in jedem projecirenden Strahle auf einander liegenden Punktreihen gesagt worden, gilt auch von je zwei entsprechenden Strahlenbüscheln, welche ihren gemeinschaftlichen Mittelpunkt auf s haben.

VII. Anwendung auf die Perspektive.

Von den beiden kollinearliegenden Systemen läßt sich jedes als das perspektivische Abbild des andern betrachten. Zu dem Ende denkt man sich die Ebene, in welcher die perspektivisch abzubildende Figur liegt, um ihre Durchschnittslinie mit der Bildebene so lange gedreht, bis sie mit ihr zusammenfällt. Anderseits legt man durch das Auge eine Ebene parallel derselben Figurebene und dreht auch diese in derselben Richtung bis sie in die Bildfläche fällt; dann bleibt das Auge immer in der Verbindungslinie jedes Punktes mit seinem Bilde. Nach der Umlegung ist O das Auge, s die Durchschnittslinie der Bildfläche mit der gegebenen Ebene. Es darf nicht unerwähnt bleiben, daß die Perspektive nur einen besondern Fall der allgemeinen Central-Projektion bildet, insofern bei der perspektivischen Abbildung die Bildfläche sich stets zwischen dem Auge und dem abzubildenden Gegenstande befindet. Daß die kollineare Lage eine solche Beschränkung nicht erheischt und daher mit der Centralprojektion im allgemeinsten Sinne des Wortes zusammenfällt, ist einleuchtend.

VIII. Anwendung auf die Zeichnung der Durchschnittsfigur einer Pyramide mit einer Ebene.

30. Besondere Fälle der kollinearen Verwandtschaft.

I. Fällt O ins Unendliche, so liegen auch q' und r im Unendlichen; die projicirenden Strahlen sind parallel. Die Verwandtschaft heißt dann Affinität; die beiden Systeme sind affin. Dieser Fall tritt ein bei der Parallelprojektion und bei den ebenen Schnitten eines Prismas.

II. Die Kollineationsaxe liegt im Unendlichen; die entsprechenden Geraden werden parallel. Die Systeme sind ähnlich und ähnlich liegend.

III. Wenn O und s im Unendlichen liegen, sind die Systeme kongruent.

31. Aufgabe: Zwei kollineare Systeme in centrale Lage zu bringen.**)

Die beiden Systeme sind durch vier Paare entsprechender Punkte $A A'$, $B B'$, $C C'$, $D D'$ gegeben (Fig. 19); dann verlangt die Aufgabe, zwei Punkte $O' O$, zu finden, so daß die Verbindungslinien von O mit A, B, C, D dieselben Winkel unter einander bilden wie die Strahlen von O' nach A', B', C', D'. Zu dem Ende betrachtet man $A B$ und $A' B'$ als zwei projektivische Gerade in schiefer Lage und konstruirt (12. 27, Anm.) auf $A B$ den Gegenpunkt R und auf $A' B'$ den Gegenpunkt Q', ebenso auf $B C$ und $B' C'$ die Punkte R_1 und Q_1' dann sind $R R_1$ und $Q' Q_1'$ die beiden Gegenaxen. Betrachtet man ferner, daß man bei der kollinearen Lage das zu einer Geraden AB gehörige Q' erhält als Durchschnittspunkt von q' mit einem Strahle durch O parallel zu AB, so folgt, daß umgekehrt O auf der Geraden liegt, welche durch Q' gezogen wird und mit q' denselben Winkel bildet wie $A B$ mit q' (oder r). Man erhält also in dem zweiten Systeme den Punkt O' als Durchschnittspunkt der beiden Geraden, welche in den auf $A'B'$, $B'C'$ liegenden Punkten Q', Q_1' mit der bekannten Geraden q' dieselben Winkel bilden, wie $A B$, $B C$ im ersten Systeme mit r. Ebenso findet man im ersten Systeme O mit Hülfe der beiden auf $A B$ und $B C$ liegenden Punkte R, R_1. Um also die beiden Systeme in die verlangte Lage zu bringen, legt man das erste System so auf das zweite, daß O auf O' fällt und $r \parallel q'$ wird, d. h. man zieht $O' \mathfrak{R} \parallel B' A'$, $O' \mathfrak{R}_1 \parallel B' C'$ und macht $O' \mathfrak{R}$ gleich $O R$, also $\mathfrak{R} \mathfrak{R}_1 \parallel q'$.

*) Fiedler 20.

**) Fiedler 22. — Magnus, Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analyt. Geom. §. 13.

Darauf zieht man durch $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}_1$ die Geraden $\mathfrak{R}\mathfrak{B}$, $\mathfrak{R}_1\mathfrak{B}$, so daß sie mit $\mathfrak{R}\mathfrak{R}_1$ dieselben Winkel bilden wie BA und BC mit RR_1 u. s. w.

Hiermit ist indeß nur gezeigt, welche Bedingungen erfüllt werden müssen, wenn die durch die Vierecke bestimmten Systeme in die kollineare Lage gelangen sollen. Daß das aber wirklich erreicht wird, muß noch bewiesen werden. Zunächst folgt aus der Konstruktion, daß $O'\mathfrak{R}_1\,\mathfrak{B}\mathfrak{R} \cong O R_1 B R$, $O,Q',B,Q,' \sim \mathfrak{B}\mathfrak{R}O'\mathfrak{R}_1$, woraus man leicht ableitet, daß $O'B'\mathfrak{B}$ eine Gerade ist und daß $\mathfrak{R}\mathfrak{B} = RB$. Hieraus folgt, daß $\mathfrak{B}\mathfrak{R}$ und $B'Q'$ sich in perspektivischer Lage befinden, daß also wenn $\mathfrak{A}$ den Durchschnitt von $\mathfrak{B}\mathfrak{R}$ mit $O'A'$ bezeichnet, $\mathfrak{R}\mathfrak{A}.\ Q'A' = \mathfrak{R}\mathfrak{B}.\ Q'B'$. Es ist aber R im gegebenen ersten Viereck so konstruirt worden, daß $RB.\ Q'B' = RA.\ Q'A'$, mithin ist jetzt $\mathfrak{R}\mathfrak{A} = RA$ oder $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = AB$. Ebenso läßt sich beweisen, daß $\mathfrak{B}\mathfrak{E} = BE$, wenn $\mathfrak{E}$ der Durchschnitt von $\mathfrak{B}\mathfrak{R}$ mit $O'E'$ ist; ferner $\mathfrak{B}\mathfrak{C} = BC$, $\mathfrak{B}\mathfrak{F} = BF$. Da außerdem $\measuredangle\, \mathfrak{C}\mathfrak{B}\mathfrak{A} = CBA$ nach der Konstruktion, so kann man also die Vierecke $ABCD$ und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}$ so aufeinander legen, daß die Punkte $A\mathfrak{A}$, $B\mathfrak{B}$, $C\mathfrak{C}$, $E\mathfrak{E}$, $E\mathfrak{F}$ zusammenfallen, das heißt, daß fünf Ecken des ersten vollständigen Vierseits auf die von O' nach den entsprechenden Punkten des zweiten Vierseits gezogenen Strahlen zu liegen kommen; dann liegt nach (25, Aufg. II.) auch D auf $O'D'$ u. s. w. Hiermit ist also auch die **Möglichkeit** der kollinearen Lage allgemein bewiesen.*)

Diese Aufgabe gestattet vier verschiedene Lagen, je nach der Seite von q', nach welcher hin man die Winkel und das r abträgt. Sie ist nicht zu verwechseln mit der Aufgabe, den Punkt O' so zu konstruiren, daß **nur** die vier Ecken $ABCD$ auf die Strahlen von O' nach $A'B'C'D'$ fallen; denn diese Aufgabe liefert für O' als geometrischen Ort eine Kurve.

Um Irrthümer zu vermeiden, ist ausdrücklich zu bemerken, daß zwei Vierecke stets als kollineare Figuren betrachtet werden können, so daß **alle** gleichliegende Punkte sich entsprechen, daß es aber zur kollinearen **Lage** nicht hinreicht, wenn die 4 Ecken des einen Vierecks mit den 4 Ecken des andern auf vier durch einen Punkt gehenden Strahlen liegen. Will man daher zu dem Viereck $A'B'C'D'$ ein **beliebiges** anderes in kollinearer Lage zeichnen, so darf man nur drei Ecken, etwa $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ auf den Strahlen OA', OB', OC' willkührlich annehmen. Zur Konstruktion der vierten Ecke $\mathfrak{D}$ bestimmt man den Durchschnittspunkt E' von $A'B'$ und $D'C'$, zieht $O'E'$ und sucht den Durchschnittspunkt $\mathfrak{E}$ von $O'E'$ mit $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$; die Verbindungslinie $\mathfrak{E}\mathfrak{C}$ bestimmt dann auf $O'D'$ die gesuchte Ecke. Wenn man hierauf nicht achtet, befinden sich nur die 4 Paar Ecken, nicht aber die vollständigen Systeme in centraler Lage.

Aufgabe: An der Figur die Dualität zu erörtern.

32. **Reciproke Systeme.** Auch wenn zwei allgemeine Gebilde in der Verwandtschaft der Reciprocität stehn, lassen sie sich in eine besondere Lage zu einander bringen; doch gehört diese Untersuchung nicht mehr hierher, da sie mit der Lehre von den Kegelschnitten zusammenhängt.

33. **Krummlinige kollineare Systeme.** Bewegt sich in dem einen von zwei kollinearen Systemen ein Punkt so, daß er zugleich den Ort und die Richtung der Bewegung ändert, so beschreibt er eine Kurve; dann beschreibt sein entsprechender Punkt im andern Systeme ebenfalls eine Kurve. Ist die erste Kurve von der $n$ten Ordnung, d. h. wird sie von jeder Geraden in n Punkten geschnitten, so wird die zweite Kurve ebenfalls von jeder Geraden in n Punkten geschnitten, ist also auch von der $n$ten Ordnung. Einem Kegelschnitte (Kurve zweiter Ordnung) entspricht demnach ein Kegelschnitt. Fallen die zwei Durchschnittspunkte der ersten Kurve mit einer Geraden auf einander, so fallen auch die entsprechenden Durchschnittspunkte zusammen, d. h. der Tangente entspricht eine Tangente u. s. w. Liegen in dem einen Systeme drei Punkte in gerader Linie, so liegen die entsprechenden Punkte ebenfalls in einer Geraden ꝛc.

Es läßt sich beweisen, daß sich irgend zwei Kegelschnitte als kollineare und kollinearliegende Figuren betrachten lassen, daß also im Besondern jeder Kegelschnitt jedem Kreise kollinear verwandt ist. Da indeß der Beweis des allgemeinen Satzes die Lehre von den Kegelschnitten einschließt, so möge hier

---

*) Ein anderer Beweis für die Möglichkeit dieser Ausführung ist angedeutet (mit Hülfe der analytischen Geometrie) in **Magnus**, Sammlung von Aufgaben ꝛc. aus der analytischen Geometrie, §§. 11—13. **Stammer**, Lehrbuch der analitytschen Geometrie 152 flgde.

der elementare Beweis für die Verwandtschaft des Kreises mit jeder der bekannten Arten von Kegelschnitten angedeutet werden.*) Wird ein gerader Kegel von einer Ebene geschnitten, so kann man dem Kegel zwei Kugeln einbeschreiben, welche zugleich die Ebene berühren. Verbindet man die beiden Berührungspunkte mit irgend einem Punkte der Durchschnittskurve, so läßt sich aus der Eigenschaft des geraden Kegels leicht ableiten, daß die Summe oder Differenz der beiden Verbindungslinien konstant ist. Um eine Parabel zu erhalten, muß die scheidende Ebene einer Tangentralebene des Kegels parallel sein u. s. w. Die Verbindungslinie der beiden Berührungspunkte (Brennpunkte) ist demnach die Axe des Kegelschnitts. Hiernach liegen die Axe des Kegelschnitts und die Axe des Kegels in einer Ebene, welche auf der Ebene des Kegelschnitts senkrecht steht.

Benutzt man die letzte Eigenschaft und die Definition der Kegelschnitte durch die Eigenschaften ihrer Brennpunkte, so kann man umgekehrt beweisen, daß sich über jedem Kegelschnitte unendlich viele gerade Kegel konstruiren lassen und daß der geometrische Ort für die Spitzen eine Kurve ist in einer Ebene senkrecht zur Ebene des Kegelschnitts, dessen Axe die Durchschnittslinie der beiden Ebenen bildet. Die Kurve ist Ellipse, Parabel oder Hyperbel, jenachdem der gegebene Kegelschnitt eine Hyperbel, Parabel oder Ellipse war. Noch (29, VII) ist hiernach jeder Kegelschnitt mit einem Kreise kollinear verwandt und läßt sich betrachten als mit ihm in kollinearer (perspektivischer, centraler) Lage befindlich.

Aus dieser Bemerkung folgt, daß alle übertragbaren Eigenschaften des Kreises ohne weitern Beweis auch von allen Kegelschnitten gelten. Unter diese Eigenschaften gehören auch die von Pol und Polare.

34. Pol und Polare. Zieht man durch einen Punkt P in der Ebene eines Kreises beliebige Sekanten und bestimmt auf jeder von ihnen den vierten harmonischen Punkt zu P und den beiden Durchschnittspunkten der Sekante mit dem Kreise, so daß er dem Punkte P zugeordnet ist, so nennt man den geometrischen Ort der so bestimmten Punkte die **Polare von P in Bezug auf den Kreis.***)

Um diesen geometrischen Ort kennen zu lernen,**) bestimmen wir (Fig. 20) auf der durch den Mittelpunkt des Kreises gehenden Sekante den vierten harmonischen Punkt P_1, ebenso auf der beliebigen Sekante P B A den Punkt E und verbinden E mit P_1, ferner A mit den Endpunkten des Durchmessers und P_1 mit A und B. Dann bilden die Verbindungslinien von A mit P, G, P_1, H ein harmonischesBüschel, in welchem A G und A H senkrecht auf einander stehen, mithin $\measuredangle\, BAG = P_1AG$, folglich Bogen $GB = GL$ und $\measuredangle\, BP_1G = LP_1G$.

Da aber die Strahlen $(P_1 . PBEA)$ harmonische sind, so muß P_1E auf P_1M senkrecht stehn. Hieraus läßt sich unmittelbar erkennen, daß die Polare von P eine Gerade ist, welche im Punkte P_1 auf dem durch P gehenden Durchmesser senkrecht steht.

Die Konstruktion der Polare gibt die Fig. 21 an, in welcher N K oder p die Polare ist, denn die Geraden N C, C K, K D, D N bilden ein vollständiges Vierseit, in welchem C D, B A, K N die drei Diagonalen sind.

Aus diesen Entwickelungen lassen sich die bekannten Eigenschaften der Polaren bequem ableiten. Konstruirt man zu den verschiedenen Punkten von P die Polaren, so müssen diese sämmtlich den Pol P enthalten, weil er zu jedem Punkte von p der vierte harmonische Punkt ist, d. h. **beschreibt ein Punkt eine Gerade, so dreht sich seine Polare um den Pol der Geraden, und umgekehrt.**

35. Reciproke krummlinige Gebilde.

Gebild I.	Gebild II.
Der Punkt A bewegt sich, indem er Ort und Bewegungsrichtung ändert;	Die entsprechende Gerade a' bewegt sich in der Ebene fort unter gleichzeitiger Drehung;
der Punkt A beschreibt mithin eine Kurve;	die Gerade a' umhüllt bei ihrer Bewegung eine Kurve.

*) Geiser, Kegelschnitte §. 24.
*) Diese Definition ist hier gewählt worden, weil sie die allgemeinste ist und mit der Definition der Polaren bei Kurven höherer Ordnung übereinstimmt.
**) Geiser, Kegelschnitt, §. 6.

Gebild I.	Gebild II.
Einer Kurve als erzeugt durch stetige Bewegung eines Punktes entspricht	eine Kurve, welche von der Geraden in ihren verschiedenen Lagen berührt wird.
Jedem Punkte A der Kurve entspricht	eine Tangente a' der Kurve.
Liegen n Punkte in einer Geraden (Kurve nter Ordnung),	so schneiden sich n Tangenten in einem Punkte (Kurve nter Klasse).
Durchschnittspunkt der Kurve mit einer Geraden a (Punkt auf der Kurve und der Geraden.)	Tangente von dem Punkte A' an die Kurve (Gerade, welche zugleich Tongente der Kurve ist und den Punkt A' enthält).
Dreht sich eine Sekante um einen Durchschnittspunkt, bis ein zweiter Durchschnittspunkt auf den ersten fällt, so wird sie zur Tangente.	Bewegt sich ein Punkt auf einer Tangente, bis eine zweite von ihm an die Kurve gelegte Tangente mit der ersten zusammenfällt, so erhält man den Berührungspunkt.
Der Tangente a im Punkt A entspricht	der Berührungspunkt A' auf a'.

Hieraus erhellt, daß auch in Bezug auf krumme Linien das System I ganz in derselben Beziehung zum System II steht, wie System II zu I.

Da jeder Kegelschnitt von jeder Geraden in zwei Punkten geschnitten wird und sich anderseits an denselben von jedem Punkte zwei Tangenten legen lassen, so ist zu vermuthen, daß je zwei Kegelschnitte nicht bloß kollineare sondern auch reciproke Figuren sind.*)

36. Reciprocität beim Kreise.

Da zu jedem Pole eine bestimmte Polare und zu jeder Polare ein bestimmter Pol gehört, so stehen die Figuren, welche einerseits von einem Punkte und anderseits von seinen Polaren erzeugt werden, in der Verwandtschaft der Reciprocität.

Beschreibt der Punkt einen Kreis, so kann die Polare nur einen Kegelschnitt umhüllen, und umgekehrt: Bewegt sich eine Gerade so, daß sie einen Kreis mit dem Mittelpunkte K fortwährend berührt, so beschreibt ihr Pol in Bezug auf den festen Kreis mit dem Mittelpunkte M einen Kegelschnitt. Benutzt man die Eigenschaft der Kegelschnitte, daß die Fußpunkte der Perpendikel, welche von einem Brennpunkte auf seine Tangenten gefällt werden, ein Kreis ist, ferner die aus den harmonischen Eigenschaften folgende Gleichung $MP. Mp = r^2$, so findet man, daß M ein Brennpunkt des Kegelschnittes ist und MK auf seine Axe fällt.

Umgekehrt läßt sich auf demselben Wege beweisen, daß wenn man um einen Brennpunkt M eines Kegelschnittes einen Kreis beschreibt, die Polarfigur des Kegelschnittes in Bezug auf diesen Kreis wieder ein Kreis ist. Es läßt sich also zu jedem Kegelschnitt ein ihm reciproker Kreis finden; und da auch jeder Kegelschnitt mit einem Kreise kollinear verwandt ist, so folgt hieraus der am Ende des vorigen §. ausgesprochene Satz.**)

37. Erzeugung der Kegelschnitte.

Die elementaren Eigenschaften des Kreises und die Eigenschaften der Gegenpunkte reichen hin, um folgende beiden Sätze zu beweisen:***)

I. Die Durchschnittspunkte zweier festen Tangenten eines Kreises mit den übrigen Tangenten desselben Kreises bilden zwei projektivische Punktreihen. In dem Durchschnittspunkte der festen Tangenten fallen die sich nicht entsprechenden Endpunkte zweier gleichen Strecken auf einander, deren andere Endpunkte die Berührungspunkte sind; es sind das zwei Punkte, welche von den Gegenpunkten gleiche Abstände haben; da endlich Q' R durch den Mittelpunkt geht, so ist $\left(\frac{Q'R}{2}\right)^2 = AR.\ A'Q'$.

*) Geiser, Kegelschnitte §. 23.
**) Den vom Kreise unabhängigen Beweis gibt Schröter §. 23. Am einfachsten liefert ihn die analytische Geometrie.
***) Schröter §. 24. Fiedler 24.

II. Die Geraden, welche zwei feste Punkte auf der Peripherie des Kreises mit den übrigen Punkten der Peripherie verbinden, bilden zwei projektivische gleiche und gleichlaufende Strahlenbüschel.

Umkehrung. Die Geraden, welche die entsprechenden Punkte zweier projektivischen Punktreihen verbinden, umhüllen demnach einen Kreis, welcher die beiden Träger berührt, wenn 1) in dem Durchschnittspunkte der beiden Träger zwei (sich nicht entsprechende) Punkte vereinigt sind, welche gleiche Abstände von den Gegenpunkten haben, und 2) die beiden Träger so gegen einander geneigt sind, daß das Quadrat des halben Abstandes der Gegenpunkte gleich der Potenz der projektivischen Beziehung ist.*)

Die Durchschnittspunkte der entsprechenden Strahlen bei zwei projektivisch gleichen und gleichlaufenden Strahlenbüscheln liegen auf einem Kreise, der durch die Mittelpunkte geht.

Konstruirt man über dem Kreise einen Kegel und schneidet ihn durch Ebenen, so kann man diese Sätze nach Anleitung der früheren §§. für die Kegelschnitte erweitern und erhält dadurch die Kegelschnitte in doppelter Erzeugungsweise, nämlich einmal als umhüllt von den Geraden, welche die entsprechenden Punkte von zwei beliebigen projectivischen Punktreihen verbinden, — und dann als Ort der Durchschnittspunkte der entsprechenden Strahlen bei zwei beliebigen projektivischen Strahlenbüscheln. Es geht dies auch aus folgender Betrachtung hervor: Da nicht mehr als zwei Paar entsprechende Strahlen sich auf einer Geraden schneiden können, wenn die Strahlenbüschel in schiefer Lage sind, so wird die erzeugte Kurve von jeder Geraden nur in zwei Punkten geschnitten. Umgekehrt, soll eine Kurve, welche von jeder Geraden nur in zwei Punkten geschnitten wird, als Ort der Durchschnittspunkte entsprechender Strahlen erscheinen, so darf jedem Strahle des einen Strahlenbüschels nur ein Strahl des andern Büschels entsprechen u. s. w.

Die ausführliche Behandlung dieses Gegenstandes, der hier nicht weiter verfolgt werden kann, findet man bei Schröter §. 20 flgde. und Fiedler 24—36.

---

*) Schröter §. 24.

Fig.

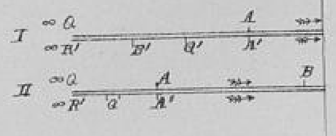


Fig. 4. (11π)

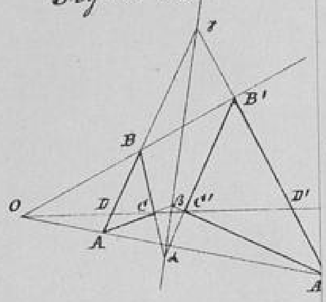


Fig. 7 (13

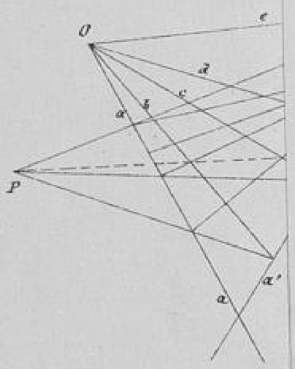


Fig. 10 (

Fig. 1 (7)

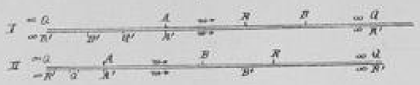


Fig. 2 (8)

Fig. 3 (11)

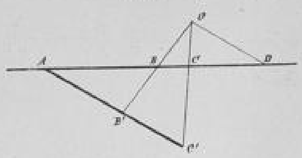


Fig. 4 (11a)

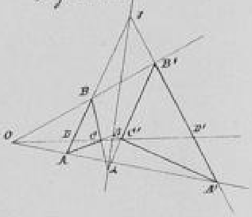


Fig. 5 (12)

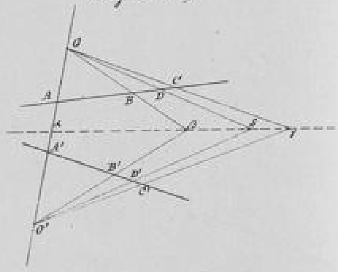


Fig. 6 (12)

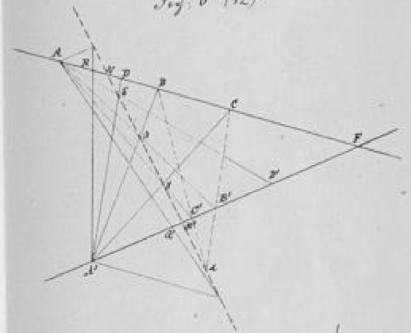


Fig. 7 (13)

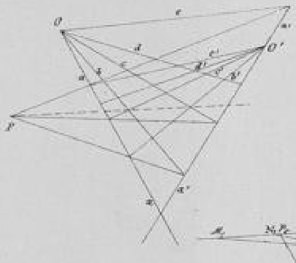


Fig. 8 (15)

Fig. 9 (16)

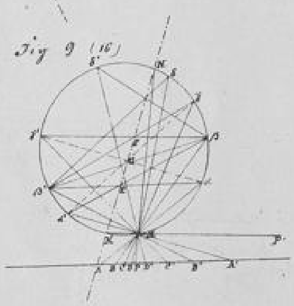


Fig. 10 (17)

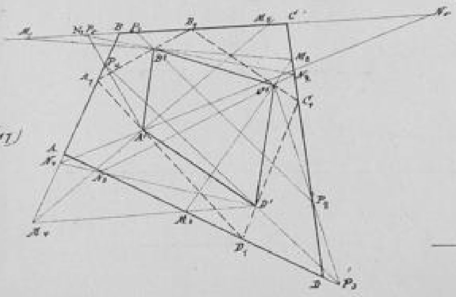


Fig. 11 (19)

Fig. 12 (19)

n übrigen
Winkel.
Schnittlinien
Schnittpunkte
e von den
ntrum des

und gleich-

man sich
Eckpunkte
einer Punkte
Schnittpunkte
e noch ein
auf einer
durch von
der Geraden
erscheinen,
ebenso u. s. w.
werden kann.

Fig 13 (24)

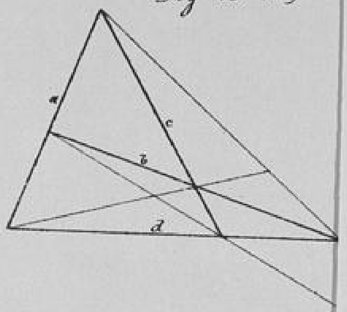
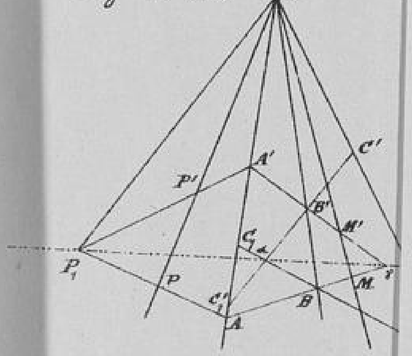


Fig. 17 (28)



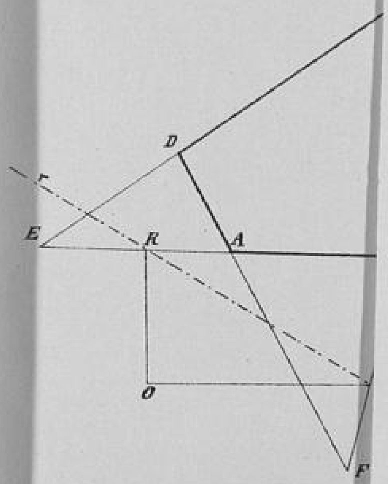


Fig. 13 (24)

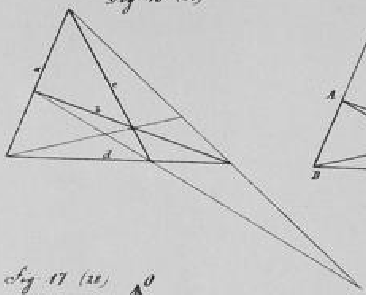


Fig. 14 (24)

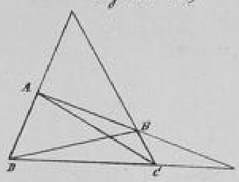


Fig. 15 (25)

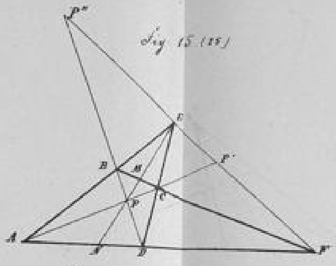


Fig. 16 (26)

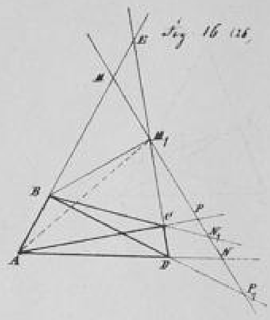


Fig. 17 (28)

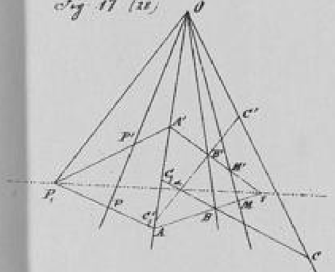


Fig. 18 (28)

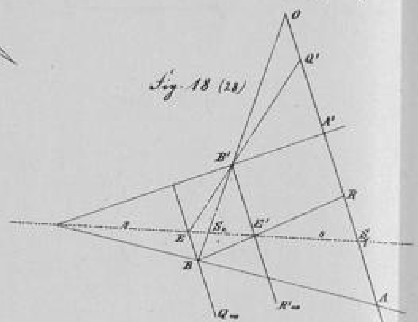
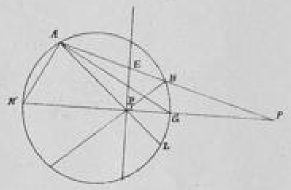


Fig. 20 (34)



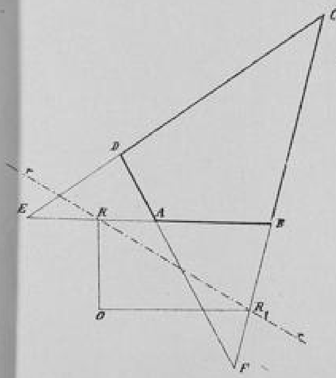


Fig. 19 (31)

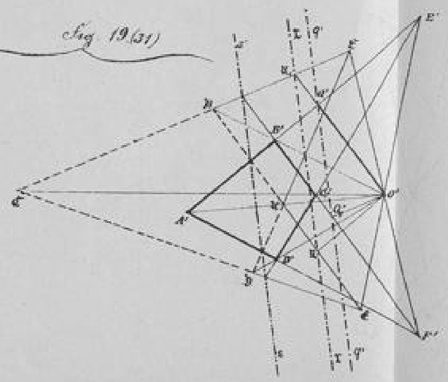


Fig. 21 (34)