

I. Polarisation und Doppelbrechung.

§ 407. Wir haben aus den Interferenzerscheinungen erkannt, dass das Licht in Schwingungen des Lichtäthers bestehe; dieselben lehrten aber nichts darüber, ob die Schwingungen longitudinale oder transversale seien. Dass sie transversal sind, beweisen vielmehr erst die Erscheinungen des polarisierten Lichtes, zu deren Besprechung wir nun übergehen.

Um die Erscheinungsweise des polarisierten Lichtes kennen zu lernen, sei zunächst folgender Versuch besprochen: Der Kalkspat, kohlenaurer Kalk, findet sich in Rhomboedern krystallisiert, oder lässt sich leicht in solche spalten. An einem solchen (Fig. 289) gibt es zwei Eckpunkte, in welchen drei stumpfe Winkel zusammenstossen. Ihre Verbindungslinie, oder vielmehr deren Richtung, heisst die krystallographische Hauptaxe des Krystalls. Wir lassen senkrecht auf die eine Fläche eines solchen Kalkspates einen Lichtstrahl fallen: dann finden wir, dass aus dem Krystall zwei Strahlen in verschiedener Richtung austreten. Der eine ist von seinem Wege nicht abgelenkt, wie wir es bei dem senkrechten Durchgang durch die planparallelen Flächen von vornherein erwarten; man nennt ihn den ordentlichen oder ordinären Strahl; der zweite Strahl aber ist gebrochen worden, er heisst der ausserordentliche oder extraordinäre Strahl. Drehen wir den Krystall um den einfallenden Strahl als Axe, so wird die Ablenkungsebene des extraordinären Strahls mitgedreht, und wir finden, dass derselbe stets abgelenkt ist in einer Ebene, die durch die Hauptaxe des Krystalls und die kurze Diagonale der Eintrittsfläche gelegt werden kann. Eine solche Ebene nennt man einen Hauptschnitt des Krystalls.

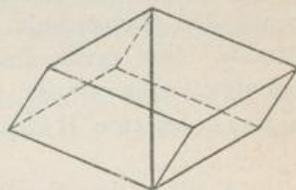


Fig. 289.

Wir bedecken jetzt die Austrittsfläche des Lichts am Krystall mit einem Blatt Papier, welches ein Loch hat, so dass wir nach Belieben nur den ordinären oder extraordinären Strahl austreten lassen können. Es trete der ordinäre Strahl aus und falle auf einen zweiten Krystall, der ebenso mit einem Blatt Papier versehen ist, so dass nur der ordinäre Strahl hindurch kann. Dann finden wir: der ordinäre Strahl des ersten Krystalls geht ungeschwächt als

ordinärer Strahl auch durch den zweiten, wenn die beiden Hauptschnitte parallel stehen; er geht gar nicht durch, wenn sie einen rechten Winkel bilden. Bei jedem anderen Winkel zwischen den Hauptschnitten geht nur ein Teil durch, so dass bei Drehen des zweiten Krystalls ganz kontinuierlicher Uebergang von Helligkeit zu Dunkelheit stattfindet.

Lassen wir dagegen den extraordinären Strahl aus dem ersten Kalkspat austreten, so geht derselbe ungeschwächt als ordinärer Strahl durch den zweiten Krystall, wenn die Hauptschnitte gekreuzt stehen, geht als ordinärer gar nicht durch, wenn sie parallel stehen.

Die aus dem ersten Krystall tretenden Strahlen zeigen somit ganz neue Eigenschaften, wir müssen bei ihnen rechts und links von oben und unten unterscheiden; liegt der erste Hauptschnitt etwa horizontal, so geht der Strahl durch den zweiten Krystall, wenn dessen Hauptschnitt auch horizontal steht, aber nicht, wenn er senkrecht steht.

Man bezeichnet einen solchen Strahl, der nach verschiedenen Seiten verschiedenes Verhalten zeigt, als polarisierten Strahl, und da die Seitlichkeit in Beziehung zum Hauptschnitt steht, sagt man, der ordinäre Strahl sei polarisiert im Hauptschnitt, nennt den Hauptschnitt die Polarisationssebene des ordinären Strahls. Der extraordinäre Strahl verhält sich ebenso wie der ordinäre, wenn wir ihn um 90° drehen; daher sagt man, er sei senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert.

§ 408. Diese Erscheinungen zwingen uns zur Annahme transversaler Lichtschwingungen. Rein longitudinale Schwingungen können sich unmöglich verschieden rings um den Strahl herum verhalten. Fänden die Schwingungen irgendwie geneigt gegen die Fortpflanzungsrichtung statt, so könnten wir sie in drei Komponenten, eine in Richtung des Strahls, zwei senkrecht dazu und zu einander, zerlegen. Wäre eine longitudinale Komponente überhaupt vorhanden, so müsste sie nach Passieren des ersten Krystalls auch bei allen Stellungen durch den zweiten gehen; da wir aber bei gekreuzter Lage völlige Dunkelheit finden, kann eine longitudinale Komponente nicht existieren, das Licht muss rein transversal schwingen.

Es könnte noch gleichzeitig in verschiedenen Ebenen senkrecht zum Strahl schwingen; dann wäre aber nicht einzusehen, warum

bei einer bestimmten Stellung der Hauptschnitte gar nichts hindurchgeht. Wir kommen so zum Schluss — den wir gleich noch streng beweisen werden —, dass im ordinären Strahl nur transversale Schwingungen in einer konstanten Ebene stattfinden. Einen solchen Strahl nennt man linear polarisiert. Auch der extraordinäre Strahl ist linear polarisiert, aber seine Polarisationsebene steht senkrecht zum Hauptschnitt.

Wir haben gefunden, dass die Ebene, in welcher die Lichtschwingungen im ordinären Strahl stattfinden, die Schwingungsebene, in irgend einer Beziehung zum Hauptschnitt, der Polarisationsebene, stehen muss, aber wir wissen nicht, ob beide zusammenfallen oder irgend einen Winkel mit einander bilden. Die Theorie zeigt, dass dies von den Annahmen abhängt, welche man über das Verhalten des Lichtäthers macht: Fresnel nahm an, dass der Lichtäther stets die gleiche Elasticität besitze, dagegen in verschiedenen Medien verschiedene Dichtigkeiten; daraus folgerte er: Schwingungsebene und Polarisationsebene stehen senkrecht zu einander. Danach würden also die Schwingungen des ordinären Strahls senkrecht zum Hauptschnitt, der Polarisationsebene, stattfinden, die des extraordinären im Hauptschnitt. Neumann nahm dagegen an, die Dichte des Lichtäthers sei konstant, seine Elasticität variabel; dann fallen Schwingungs- und Polarisationsebene zusammen.

Trotz vielfacher Versuche hat sich zwischen den beiden Theorien keine Entscheidung fällen lassen. Wir wollen uns an die Fresnelsche Auffassung halten.

§ 409. Den Beweis, dass linear polarisiertes Licht nur transversale Schwingungen in einer Ebene ausführt, lieferten Fresnel und Arago, indem sie experimentell fanden: zwei Strahlen mit gleicher Polarisationsebene interferieren wie gewöhnliches Licht; dagegen schwächen sich zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen, niemals, ihre Intensitäten summieren sich immer, welches auch der Phasenunterschied der Wellen sein mag.

Daraus lässt sich der Beweis folgendermassen führen: Es wird angenommen, dass sich die Lichtschwingungen wie alle anderen Schwingungen nach dem Satz vom Parallelogramm in Komponenten zerlegen lassen, in der Ebene oder im Raume. Zwei Strahlen mögen die Richtung OP verfolgen, ihre Schwingungen sollen in den be-

liebigen Richtungen OM und ON erfolgen. OM bilde mit den Koordinatenaxen die Winkel α, β, γ , ON die Winkel a, b, c . Die Wellen seien gegeben durch die Gleichungen (§ 393):

$$\rho = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \text{ und } \rho' = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d-\delta}{\lambda} \right), \text{ d. h.}$$

sie sollen die gleiche Wellenlänge, verschiedene Amplitude und den Phasenunterschied $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ haben.

Wir zerlegen die Schwingungen nach den Koordinatenrichtungen in je drei Komponenten:

$$\begin{aligned} x &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \alpha; & y &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \beta; \\ z &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \gamma \text{ und } x' = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d-\delta}{\lambda} \right) \cos a; \\ y' &= B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d-\delta}{\lambda} \right) \cos b; & z' &= B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d-\delta}{\lambda} \right) \cos c. \end{aligned}$$

Durch Addition der Komponenten für jede Koordinatenrichtung erhalten wir die Komponenten der resultierenden Bewegung, die wir X, Y, Z nennen wollen. So wird:

$$\begin{aligned} X &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \alpha + B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d-\delta}{\lambda} \right) \cos a \\ &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \alpha + B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a \\ &\quad + B \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) [A \cos \alpha \\ &\quad + B \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a] + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cdot B \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a, \end{aligned}$$

oder $X = C_x \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} + \frac{D_x}{\lambda} \right)$, wenn gesetzt wird:

$$C_x \cos 2\pi \frac{D_x}{\lambda} = A \cos \alpha + B \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a,$$

$$C_x \sin 2\pi \frac{D_x}{\lambda} = B \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos a.$$

Aus diesen beiden Substitutionsgleichungen folgt durch Quadrieren und Addieren:

$$C_x^2 = A^2 \cos^2 \alpha + B^2 \cos^2 a + 2AB \cos \alpha \cos a \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Auf gleiche Weise ergibt sich:

$$Y = C_y \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} + \frac{D_y}{\lambda} \right); Z = C_z \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} + \frac{D_z}{\lambda} \right),$$

wobei $C_y^2 = A^2 \cos^2 \beta + B^2 \cos^2 b + 2AB \cos \beta \cos b \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$

und $C_z^2 = A^2 \cos^2 \gamma + B^2 \cos^2 c + 2AB \cos \gamma \cos c \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$.

Nennen wir die Amplitude der resultierenden Bewegung R, so ist $R^2 = C_x^2 + C_y^2 + C_z^2$, also

$$R^2 = A^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) + B^2 (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c)$$

$$+ 2AB \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} (\cos \alpha \cos a + \cos \beta \cos b + \cos \gamma \cos c)$$

$$= A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} (\cos \alpha \cos a + \cos \beta \cos b + \cos \gamma \cos c).$$

Daraus würde folgen, dass die Amplitude der Resultante vom Phasenunterschiede δ abhängt; nach dem zweiten Fresnel-Arago'schen Gesetze ist aber für senkrecht zu einander polarisierte Strahlen stets $R^2 = A^2 + B^2$, also muss das dritte Glied im Ausdruck für

$R^2 = 0$ sein. Da aber weder A noch B noch $\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ für jeden

Wert von δ Null sind, muss $\cos \alpha \cos a + \cos \beta \cos b + \cos \gamma \cos c = 0$ sein. Dies ist die bekannte Bedingung dafür, dass OM und ON senkrecht zu einander stehen; dass sie auch senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung OP stehen, folgt dann aus dem ersten Satze: nach Drehung der einen Schwingungsebene um 90° sollen die Strahlen sich ganz verhalten wie gewöhnliches Licht, also z. B. sich

vernichten können, wenn sie $\frac{\lambda}{2}$ Phasenunterschied haben. Dies ist aber nur möglich, wenn beide Schwingungen jetzt zusammenfallen, folglich müssen sie vorher beide senkrecht zum Strahl gestanden haben.

§ 410. Es ist bewiesen, dass ein linear polarisierter Strahl nur Schwingungen in einer Ebene senkrecht zum Strahl ausführt. Da es möglich ist, natürliches Licht ohne Schwächung in zwei senkrecht zu einander polarisierte Strahlen zu zerlegen, kann auch das natürliche Licht nur transversale Schwingungen enthalten. Es kann sich daher vom linear polarisierten Licht nur dadurch unterscheiden, dass in ihm die Schwingungen nicht in einer Ebene,

sondern in allen möglichen, die durch den Strahl gelegt werden können, stattfinden. Wir können entweder annehmen, dass diese verschiedenen Schwingungen gleichzeitig stattfinden, oder besser, dass im natürlichen Licht die Polarisationsenebene fortwährend, viele millionenmal in der Sekunde, sich ändert.

Denkt man sich die im natürlichen Licht in jedem Moment gleichzeitig nach allen Richtungen stattfindenden oder sehr schnell gleichmässig nach allen Richtungen wechselnden Schwingungen in zwei zu einander senkrechte Komponenten zerlegt (Fig. 290), so erkennt man leicht, dass man es sich ersetzt denken kann durch

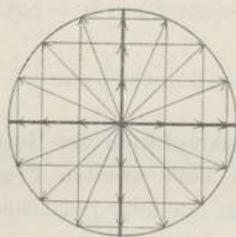


Fig. 290.

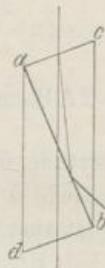


Fig. 291.

zwei gleich starke, senkrecht zu einander polarisierte Strahlenbündel, wobei wir als Polarisationsrichtungen jede beliebige zwei senkrechte Durchmesser nehmen können.

§ 411. Bevor wir die einzelnen Fälle besprechen, in welchen ein Lichtstrahl linear polarisiert wird, wollen wir eine Vorrichtung erwähnen, die zur Erkennung dieses Zustandes benutzt wird, das Nicolsche Prisma, oder kurz der Nicol: ein Kalkspatrhoeder wird so geschliffen, dass bei d und c (Fig. 291) Winkel von 68° entstehen; dann wird es längs der Linie ab durchgesägt, so dass $\sphericalangle cab = 89^\circ 17'$ ist; die beiden Hälften werden mit Kanadabalsam, dessen Brechungsexponent gleich dem des extraordinären Strahls im Kalkspat ist, wieder zusammengekittet. Fällt ein natürlicher Lichtstrahl etwa parallel cb auf, so wird er, wie wir in § 404 sahen, in den ordinären und extraordinären linear polarisierten Strahl gespalten, welche verschieden stark gebrochen werden. Der extraordinäre Strahl geht unabgelenkt in den Krystall, durch die Balsamschicht, und tritt aus. Der ordinäre Strahl dagegen wird stärker gebrochen, fällt sehr schräg auf die Balsamschicht, und wird an ihr

total reflektiert (§ 350), so dass er an die geschwärzte Seitenfläche des Krystals kommt und hier absorbiert wird. Durch das Nicol geht also nur der extraordinäre Strahl durch, welcher senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert ist, also im Hauptschnitt schwingt.

Fällt linear polarisiertes Licht, dessen Schwingungsrichtung und Amplitude PP_1 sei (Fig. 292), auf ein Nicol, dessen Hauptschnitt NN_1 mit PP_1 den $\sphericalangle \alpha$ bilde, so wird das Licht in zwei Komponenten: $AO = OP \cos \alpha$ und $BO = OP \sin \alpha$ zerlegt. Nur die erste Komponente, die im Hauptschnitt schwingt, wird durchgelassen, die Intensität des austretenden Lichtes ist also proportional dem \cos des $\sphericalangle \alpha$. Drehen wir das Nicol, so geht in einer Stellung — $NN_1 \parallel PP_1$ — alles Licht durch; dann ist die Schwingungsebene des beobachteten Lichtes parallel dem Hauptschnitt des Nicol, also bekannt. Drehen wir weiter, so wird das Licht immer schwächer, nach Drehung um 90° ist Dunkelheit vorhanden; bei noch weiterem Drehen nimmt die Intensität wieder zu, bei 180° haben wir volle Helligkeit u. s. w.

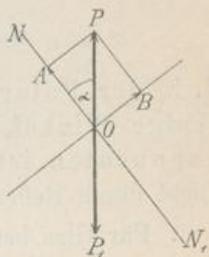


Fig. 292.

Von auffallendem natürlichem Lichte dagegen wird bei jeder Stellung des Nicol die Hälfte durchgelassen werden, da es nach allen denkbaren Richtungen schwingt. Ein Gemisch von natürlichem und linear polarisiertem Licht endlich wird bei Drehen des Nicol Helligkeitsunterschiede zeigen, aber bei keiner Stellung wird völlige Dunkelheit eintreten, weil zwar das polarisierte Licht völlig abgeschnitten werden kann, aber nicht das natürliche.

§ 412. Malus beobachtete 1810 zufällig, dass einmal von einem Spiegel reflektiertes natürliches Licht sich nicht nach allen Richtungen ein zweites Mal reflektieren lasse, sondern dass dies ohne Lichtschwächung nur möglich sei, wenn die Einfall- oder Reflexionsebenen der beiden Spiegel parallel stehen. Das einmal reflektierte Licht erweist sich bei Untersuchung mit einem Nicol als teilweise polarisiert in der Einfallsebene, also als senkrecht zu ihr, d. h. parallel der Glasfläche schwingend. Solches Licht wird also nur dann vollständig reflektiert, wenn die zweite Spiegelfläche auch parallel den Schwingungen steht.

Das einmal reflektierte Licht ist im allgemeinen nur teilweise polarisiert; es fand sich aber, dass es vollständig linear polarisiert

wird, wenn es unter einem bestimmten Einfallswinkel auffällt, dessen Grösse von der reflektierenden Substanz abhängt. Man nennt diesen Winkel den Polarisationswinkel.

Brewster erkannte, dass der Einfallswinkel der Polarisationswinkel p ist, bei welchem der reflektierte und gebrochene Strahl einen rechten Winkel mit einander bilden.

Dann ergänzen sich (Fig. 293) auch der Einfallswinkel und der Brechungswinkel β zu 90° , also wird die Gleichung

$$n = \frac{\sin p}{\sin \beta} = \frac{\sin p}{\sin (90 - p)} = \operatorname{tg} p,$$

d. h. der Polarisationswinkel einer Substanz ist derjenige Winkel, dessen Tangente gleich dem Brechungsexponenten ist. Da n von der Farbe abhängt, kann weisses Licht durch Reflexion nie völlig polarisiert werden.

Für Glas beträgt der Polarisationswinkel etwa 60° .

§ 413. Die besprochene Erscheinung gilt für die Reflexion an allen durchsichtigen Medien. Bei diesen wird aber nur ein Teil des auffallenden Lichtes reflektiert, ein anderer, und zwar der grössere Teil dringt ein und wird gebrochen. Wenn nun im reflektierten Licht ein Teil polarisiert ist, so ist es klar, dass, wie Arago experimentell fand, im gebrochenen Licht eine genau gleiche Menge polarisierten Lichtes vorhanden sein muss, aber senkrecht zu jener, d. h. senkrecht zur Einfallsebene polarisiert; denn die polarisierte Menge des reflektierten Lichtes ist die eine Komponente, d. h. die Hälfte (§ 410) einer bestimmten Menge natürlichen Lichtes, die andere Hälfte findet sich im gebrochenen Licht. So erklärt sich das experimentelle Ergebnis, dass bei senkrecht auffallendem Licht der durchgehende Strahl unpolarisiert ist, die Menge des senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtes mit dem Einfallswinkel wächst und ein Maximum erreicht, wenn der Polarisationswinkel erreicht ist. Das durchgehende Licht ist aber niemals ganz polarisiert, da stets mehr Licht gebrochen als reflektiert wird.

Lassen wir aber ein Lichtbündel unter dem Polarisationswinkel durch eine ganze Anzahl paralleler Glasplatten gehen, durch einen sog. Plattensatz, so wird an jeder Grenzfläche ein in der Einfallsebene polarisierter Bruchteil reflektiert, das durchgehende Licht also von dieser Schwingungskomponente immer mehr gereinigt, so dass aus 10 bis 20 Platten fast nur noch in der Einfallsebene

schwingendes Licht austritt. Der Plattensatz lässt sich daher wie ein Nicol benutzen.

Der Malussche Versuch erklärt sich nun leicht; einmal reflektiertes Licht ist teilweise oder auch ganz polarisiert; fällt es auf eine zweite Glasplatte, so wird es vollständig reflektiert, wenn beide Einfallsebenen parallel sind. Bilden sie aber den $\sphericalangle \alpha$, so können wir die Schwingungen in zwei Komponenten zerlegen; nur die mit $\cos \alpha$ multiplizierte Komponente wird in der zweiten Einfallsebene polarisiert sein, also reflektiert werden; stehen endlich die Einfallsebenen senkrecht zu einander, so hat das ankommende polarisierte Licht gar keine Komponente, welche reflektiert werden könnte.

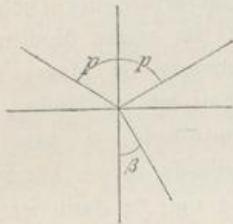


Fig. 293.

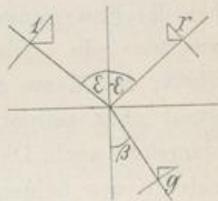


Fig. 294.

ebene polarisiert sein, also reflektiert werden; stehen endlich die Einfallsebenen senkrecht zu einander, so hat das ankommende polarisierte Licht gar keine Komponente, welche reflektiert werden könnte.

§ 414. Fresnel, dem wir hauptsächlich die Ausbildung der Undulationstheorie verdanken, hat die bei der Reflexion und Brechung eintretenden Erscheinungen theoretisch abgeleitet, indem er von folgenden Annahmen ausging:

1. Die kinetische Energie eines Strahles bleibt unverändert bei seiner Zerlegung in einen reflektierten und gebrochenen Strahl.
2. Die Lichtschwingungen lassen sich nach dem Satze vom Parallelogramm in Komponenten zerlegen.
3. In der Grenzfläche zweier Medien machen die Aethertheilchen beider Medien identische Schwingungen.
4. Der Aether besitzt in allen Medien die gleiche Elasticität, aber verschiedene Dichte.

Wir wollen untersuchen, was sich auf Grund dieser Annahmen ergibt, wenn linear polarisiertes Licht an die Grenzfläche zweier Medien kommt.

1. Das Licht sei senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, d. h. es schwinde in ihr. Die Amplitude des einfallenden Strahles sei 1,

die des reflektierten r , des gebrochenen g ; der Einfallswinkel sei ε , daher der Reflexionswinkel $-\varepsilon$, der Brechungswinkel β .

Wir zerlegen die Schwingungen in Komponenten parallel und senkrecht zur Grenzfläche. Nach der dritten Fresnelschen Annahme sollen in der Grenzfläche die parallelen Komponenten im ersten Medium gleich der im zweiten sein, also (Fig. 294)

$$1 \cdot \cos \varepsilon + r \cos (-\varepsilon) = g \cos \beta \quad \text{oder} \quad (1+r) \cos \varepsilon = g \cos \beta \quad (1)$$

Die Komponenten senkrecht zur Grenzfläche schwingen in verschiedenen Medien, also in Aether von verschiedener Dichte; hier muss daher die Bewegungsmenge (§ 52) im ersten Medium gleich der im zweiten sein. Die Bewegungsmenge ist Masse mal Geschwindigkeit; die Masse der Volumeinheit ist die Dichte, die Geschwindigkeit aber proportional der Amplitude, so dass wir für Bewegungsmenge auch Dichte mal Amplitude setzen können. Die Aetherdichte in den beiden Medien sei d und δ ; dann ist also

$$1 \cdot \sin \varepsilon \cdot d + r \sin (-\varepsilon) d = g \sin \beta \cdot \delta, \quad \text{oder} \quad (1-r) \sin \varepsilon = g \sin \beta \frac{\delta}{d}$$

In der Akustik (§ 201) ist erwähnt worden, dass die analytische Mechanik ergibt, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung proportional ist $\sqrt{\frac{e}{d}}$, wo e den elastischen Widerstand des Mediums, d seine Dichte bedeutet. Nennen wir daher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den beiden Medien v und v_1 , so ist $v : v_1 = \sqrt{\frac{e}{d}} : \sqrt{\frac{e}{\delta}}$ oder nach § 348:

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = n = \frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{\delta}{d}}, \quad \text{also} \quad \frac{\delta}{d} = \frac{\sin^2 \varepsilon}{\sin^2 \beta} = n^2 \quad (2)$$

Setzen wir dies oben ein, so ergibt sich

$$(1-r) \sin \varepsilon = g \sin \beta \frac{\sin^2 \varepsilon}{\sin^2 \beta}, \quad (1-r) \sin \beta = g \sin \varepsilon \quad (3)$$

Aus (1) und (3) folgt durch Elimination von g :

$$r = \frac{\sin \beta \cos \beta - \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta}, \quad r = -\frac{\operatorname{tg}(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tg}(\varepsilon + \beta)} \quad (4)$$

2. Das einfallende Licht sei in der Einfallsebene polarisiert, schwinde also senkrecht zu ihr, d. h. parallel der Grenzfläche, dann folgt aus der dritten Fresnelschen Annahme

$$1 + r = g \quad (5)$$

Wir müssen in diesem Fall die erste Fresnelsche Hypothese hinzunehmen, dass die kinetische Energie im ankommenden Strahl gleich der Summe der Energien im reflektierten und gebrochenen Strahl ist. Die kinetische Energie ist gleich der halben Masse mal Quadrat der Geschwindigkeit, die Masse aber gleich Volumen mal Dichte, die Geschwindigkeit proportional der Amplitude.

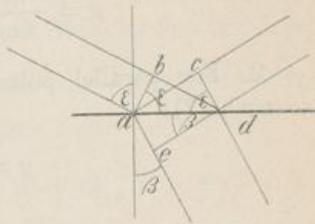


Fig. 295.

Sei in Fig. 295 a b eine Wellenfläche des ankommenden Bündels, d c eine solche des reflektierten, d e des gebrochenen. Von dem Augenblick an, wo das ankommende Bündel die Grenzfläche in a erreicht, bis zu dem, wo die Wellenfläche d erreicht, wird im ankommenden Bündel das Volumen a b d mal der senkrecht zur Zeichnung vorhandenen Tiefe t bewegt; im reflektierten Bündel das Volumen a c d . t, im gebrochenen a d e . t

$$a b d \text{ ist } \frac{\overline{a b} \cdot \overline{b d}}{2} = \frac{\overline{a d} \cos \varepsilon \cdot \overline{a d} \sin \varepsilon}{2} = \frac{\overline{a d}^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{2};$$

$$\text{ebenso } a d c = \frac{\overline{a d}^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{2}, \quad a d e = \frac{\overline{a d}^2 \sin \beta \cos \beta}{2}.$$

Die bewegten Massen sind folglich:

$$\frac{\overline{a d}^2 t \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cdot d}{2}, \quad \frac{\overline{a d}^2 t \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cdot d}{2}, \quad \frac{\overline{a d}^2 \cdot t \sin \beta \cos \beta \cdot \delta}{2},$$

und die erste Annahme ergibt:

$$\frac{\overline{a d}^2 t \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cdot d \cdot 1^2}{4} = \frac{\overline{a d}^2 t \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cdot d \cdot r^2}{4} + \frac{\overline{a d}^2 t \cdot \sin \beta \cos \beta \cdot \delta \cdot g^2}{4}$$

oder $(1 - r^2) \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cdot d = g^2 \sin \beta \cos \beta \delta$, oder nach (2)

$$(1 - r^2) \sin \beta \cos \varepsilon = g^2 \sin \varepsilon \cos \beta \quad \dots \quad (6)$$

Dividieren wir durch (5), setzen rechts noch $g = (1 + r)$, so folgt

$$r = - \frac{\sin (\varepsilon - \beta)}{\sin (\varepsilon + \beta)} \quad \dots \quad (7)$$

Wir haben damit die Amplituden r des reflektierten Bündels für beide Fälle gefunden, es sind noch die Amplituden des gebrochenen Strahles zu ermitteln:

1. Für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht ist nach (1) $g = (1 + r) \frac{\cos \varepsilon}{\cos \beta}$, oder wenn wir den Wert von r aus (4) einsetzen und umformen:

$$g = \frac{2 \sin \beta \cos \varepsilon}{\sin \beta \cos \beta + \sin \varepsilon \cos \varepsilon} \dots \dots \dots (8)$$

2. Für parallel polarisiertes Licht folgt aus (5) $g = 1 + r$, also nach (7):

$$g = \frac{2 \cos \varepsilon \sin \beta}{\sin (\varepsilon + \beta)} \dots \dots \dots (9)$$

§ 415. Aus den Amplituden lassen sich die Intensitäten ermitteln; sie sind dem Quadrat ersterer proportional, solange die Schwingungen im gleichen Medium stattfinden. Nennen wir also die Intensität des einfallenden Lichtes $J_e = 1$, so ist die des reflektierten $J_r = r^2$. Die Intensität des gebrochenen Lichtes J_g können wir dann nach der Annahme ermitteln, dass die Energie ungeändert bleibe, also $J_g = 1 - J_r = 1 - r^2$.

Die Annahme der Konstanz der Energie hat uns die Gleichung (6) geliefert: $1 - r^2 = \frac{\sin \varepsilon \cos \beta}{\sin \beta \cos \varepsilon} g^2$. Setzen wir dies ein, und die Werte von g aus (8) und (9), unterscheiden die Fälle, wo das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene und in ihr polarisiert ist, durch die Indices s und p , so erhalten wir

$$J_{s,e} = 1; J_{s,r} = \frac{\operatorname{tg}^2 (\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tg}^2 (\varepsilon + \beta)}; J_{s,g} = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\beta}{(\sin \beta \cos \beta + \sin \varepsilon \cos \varepsilon)^2};$$

$$J_{p,e} = 1; J_{p,r} = \frac{\sin^2 (\varepsilon - \beta)}{\sin^2 (\varepsilon + \beta)}; J_{p,g} = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\beta}{\sin^2 (\varepsilon + \beta)}.$$

Diese wichtigen Gleichungen lassen eine grosse Zahl von Schlüssen ziehen. Ist das einfallende Licht weder in der Einfallsebene noch senkrecht zu ihr polarisiert, sondern bildet seine Polarisationsebene P einen $\sphericalangle \alpha$ mit der Einfallsebene A — man sagt, das Licht ist unter dem Azimuth α gegen die Einfallsebene polarisiert —, so finden die Schwingungen senkrecht zu P , nach B statt (Fig. 296).

Ist die Amplitude des einfallenden Lichtes 1 , so zerlegen wir sie in zwei Komponenten: $BC = \sin \alpha$, die senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, und $BD = \cos \alpha$, die in der Einfallsebene

polarisiert ist. Jede Komponente folgt nun obigen Gleichungen, so dass die Intensität des reflektierten und gebrochenen Lichtes wird:

$$J_{nr} = \sin^2 \alpha J_{sr} + \cos^2 \alpha J_{pr} \quad \text{und} \quad J_{ng} = \sin^2 \alpha J_{sg} + \cos^2 \alpha J_{pg}.$$

Ist das einfallende Licht natürliches mit der Intensität 1, so betrachten wir es als bestehend aus zwei Bündeln mit der Intensität $\frac{1}{2}$, von denen eins in der Einfallsebene, das andere senkrecht dazu polarisiert ist (§ 410), erhalten also:

$$J_{nr} = \frac{1}{2} (J_{pr} + J_{sr}) \quad \text{und} \quad J_{ng} = \frac{1}{2} (J_{sg} + J_{pg}).$$

§ 416. Auch das Brewstersche Gesetz über den Polarisationswinkel ergibt sich leicht: es ist $J_{nr} = \frac{1}{2} J_{pr} + \frac{1}{2} J_{sr}$, wovon der erste Teil in der Einfallsebene polarisiert ist, der zweite senkrecht dazu. Wann ist das reflektierte Licht völlig in der Einfallsebene polarisiert? Offenbar wenn $J_{sr} = 0$ ist; aber $J_{sr} = \frac{\text{tg}^2(\varepsilon - \beta)}{\text{tg}^2(\varepsilon + \beta)}$; dies ist = 0, entweder für $\text{tg}(\varepsilon - \beta) = 0$, d. h. $\varepsilon = \beta$, d. h. wenn keine Brechung vorhanden, was hier keinen Sinn hat; oder für

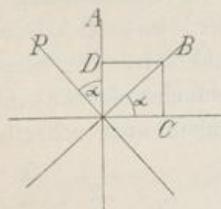


Fig. 296.

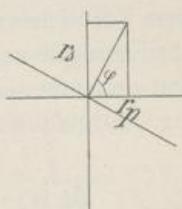


Fig. 297.

$\text{tg}(\varepsilon + \beta) = \infty$, d. h. $\varepsilon + \beta = 90^\circ$, also wenn der Einfallswinkel und Brechungswinkel sich zu 90° ergänzen, wie das Brewstersche Gesetz aussagt.

Wird Licht, welches unter dem Azimuth α gegen die Einfallsebene linear polarisiert ist, reflektiert, so wird dabei die Polarisationssebene gedreht. Denn die Amplituden der reflektierten Strahlen sind:

$$r_s = -\sin \alpha \frac{\text{tg}(\varepsilon - \beta)}{\text{tg}(\varepsilon + \beta)} \quad \text{und} \quad r_p = -\cos \alpha \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}.$$

Sie setzen sich zusammen zu einem linear polarisierten Strahl, dessen Azimuth wir φ nennen wollen. Dann ist (Fig. 297):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r_s}{r_p} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg} (\varepsilon - \beta) \sin (\varepsilon + \beta)}{\operatorname{tg} (\varepsilon + \beta) \sin (\varepsilon - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha \frac{\cos (\varepsilon + \beta)}{\cos (\varepsilon - \beta)}.$$

Da $\cos (\varepsilon + \beta) < \cos (\varepsilon - \beta)$, folgt $\operatorname{tg} \varphi < \operatorname{tg} \alpha$, also $\varphi < \alpha$, d. h. durch die Reflexion wird das Polarisationsazimuth verkleinert.

$$\text{Wir hatten: } r_p = -\frac{\sin (\varepsilon - \beta)}{\sin (\varepsilon + \beta)}, \quad r_s = -\frac{\operatorname{tg} (\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tg} (\varepsilon + \beta)}.$$

Ist daher die Gleichung des einfallenden Lichtes mit der Amplitude t für irgend eine Stelle vor dem Einfallspunkt

$$y = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

so wird für irgend eine Stelle nach der Reflexion

$$y' = -\frac{\sin (\varepsilon - \beta)}{\sin (\varepsilon + \beta)} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{x'}{\lambda} \right),$$

wo der Gangunterschied x' von der Lage der betrachteten Punkte des Strahles abhängt.

Ist das zweite Medium optisch dünner, so ist $\beta > \varepsilon$, das negative Vorzeichen von y' verschwindet. Ist aber das zweite Medium optisch dichter, so ist $\beta < \varepsilon$, die Verschiebung y' behält das negative Vorzeichen; das heisst aber: im reflektierten Strahl ist die Schwingungsbewegung der des ankommenden Strahles entgegengesetzt gerichtet, es hat eine Phasenänderung von einer halben Schwingung stattgefunden; denn wir können auch schreiben:

$$y' = +\frac{\sin (\varepsilon - \beta)}{\sin (\varepsilon + \beta)} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{x' + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \right).$$

Also die Fresnelschen Gleichungen ergeben die Thatsache, von der wir schon bei den Farben dünner Blättchen Gebrauch gemacht haben (§ 395), dass bei Reflexion an dichteren Medien die Phase des reflektierten Strahls um eine halbe Schwingung verzögert wird.

Wir können weiter den Fall der totalen Reflexion aus den Gleichungen ableiten: Ist das einfallende Licht von der Intensität 1 unter dem Azimuth α polarisiert, so ist die Intensität des reflektierten Lichtes (§ 415):

$$J_{rr} = \cos^2 \alpha \frac{\sin^2 (\varepsilon - \beta)}{\sin^2 (\varepsilon + \beta)} + \sin^2 \alpha \frac{\operatorname{tg}^2 (\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tg}^2 (\varepsilon + \beta)}.$$

Dies lässt sich durch Einführung des Brechungsexponenten $n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta}$ umformen in

$$J_{or} = \cos^2 \alpha \left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \cos \varepsilon} \right]^2 + \sin^2 \alpha \left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - n^2 \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + n^2 \cos \varepsilon} \right]^2.$$

Wird nun $\sin \varepsilon = n$ (§ 350), so werden beide Klammern zu 1, also $J_{or} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, d. h. alles Licht wird reflektiert.

Wird nun der Einfallswinkel ε noch grösser, so wird $\sin \varepsilon > n$, die Intensität daher imaginär, die Formeln verlieren ihre Bedeutung. Fresnel vermutete, dass die eine Komponente ins zweite Medium bis zu gewisser Tiefe eindringe und dadurch eine Verzögerung erleide; dann aber entsteht eine andere Art der Lichtbewegung, zu deren Betrachtung wir nun übergehen.

§ 417. Wir haben bisher Strahlen zusammengesetzt, die gleiche Schwingungsebene, verschiedene Phase hatten (§ 393); das ergab die Interferenzerscheinungen. Dann haben wir Strahlen zusammengesetzt, die verschiedene Schwingungsebenen, aber gleiche Phase hatten (z. B. § 416); wir erhielten linear polarisiertes Licht. Es erübrigt noch, Strahlen zusammen zu setzen, die verschiedene Schwingungsebene und verschiedene Phase haben (vgl. § 215). Wir wollen annehmen, die Schwingungsebenen stehen senkrecht zu einander.

Die Wellen seien gegeben durch: $x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} \right) = A \sin \psi$ und $y = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l'}{\lambda} \right) = B \sin (\psi - \alpha)$, wo $\alpha = 2\pi \frac{l' - l}{\lambda}$ der Phasenunterschied ist, der dem Gangunterschied $l' - l$ entspricht (§ 393). Aus den Gleichungen folgt:

$$\sin \psi = \frac{x}{A}, \quad \cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}};$$

$$\frac{y}{B} = \sin \psi \cos \alpha - \cos \psi \sin \alpha = \frac{x}{A} \cos \alpha - \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

$$\text{oder } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \alpha = \sin^2 \alpha.$$

Dies ist aber die Gleichung einer Ellipse; wenn daher zwei senkrecht zu einander polarisierte Strahlen mit einem Phasenunterschied in gleicher Richtung fortgehen, so beschreibt jeder Punkt des Lichtäthers im allgemeinen eine elliptische Bahn. So beschaffenes Licht nennt man elliptisch polarisiert.

Wir wollen als speziellen Fall annehmen, die Amplituden seien gleich, $B = A$, so wird die Gleichung:

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha = A^2 \sin^2 \alpha,$$

deren Bedeutung abhängt von α , dem Phasenunterschied.

Für $l' - l = 0$ wird $\alpha = 0$; $\cos \alpha = +1$; $\sin \alpha = 0$; die Gleichung wird $x^2 + y^2 - 2xy = 0$ oder $x = y$. Die Kurve ist eine gerade Linie im ersten und dritten Quadranten, unter 45° gegen die Axen.

Für $l' - l = \frac{\lambda}{4}$ wird $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = +1$; $x^2 + y^2 = A^2$, die Gleichung eines Kreises.

Für $l' - l = \frac{\lambda}{2}$ wird $\alpha = \pi$; $\cos \alpha = -1$; $\sin \alpha = 0$, $x^2 + y^2 + 2xy = 0$, oder $x = -y$, die Gleichung einer geraden Linie durch den zweiten und vierten Quadranten.

Für $l' - l = \frac{3\lambda}{4}$ wird $\alpha = \frac{3\pi}{2}$; $\cos \alpha = 0$, $\sin \alpha = -1$, $x^2 + y^2 = -A^2$, wieder die Gleichung eines Kreises.

Für $l' - l = \lambda$ wird $\alpha = 0$; $\cos \alpha = +1$; $\sin \alpha = 0$; $x^2 + y^2 - 2xy = 0$, $x = y$, wir sind wieder beim ersten Fall.

Für alle anderen Phasenunterschiede ist das Licht elliptisch polarisiert; beträgt aber der Gangunterschied ein Vielfaches einer halben Wellenlänge, so ist die Resultante linear polarisiert; beträgt der Gangunterschied ein ungerades Vielfache einer viertel Wellenlänge, und sind die Komponenten gleich stark, so entsteht eine kreisförmige Bewegung, das Licht heisst zirkular polarisiert. Sind in diesem letzten Falle die Amplituden nicht gleich gross, so haben wir auch jetzt elliptisch polarisiertes Licht, die Axen der Ellipse fallen aber zusammen mit den Polarisations-ebenen der Komponenten, während sie im allgemeinen schräg dagegen liegen.

Die Fig. 298 zeigt die Bewegung für den Fall, dass die beiden Komponenten gleich gross sind für Gangunterschiede, die um $\frac{\lambda}{8}$

wachsen. Für Gangunterschiede zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ findet die Bewegung in einer Richtung, etwa dem Sinne des Uhrzeigers, statt, für Gangunterschiede zwischen $\frac{\lambda}{2}$ und λ im entgegengesetzten Sinne.

§ 418. Fragen wir, wie elliptisch und zirkular polarisiertes Licht erkennbar sind, so ist klar, dass ein Nicol in jeder Stellung Teile davon durchlässt; bei zirkular polarisiertem Licht werden wir bei Drehung des Nicols stets die gleiche Helligkeit haben, es wirkt wie natürliches Licht. Bei elliptischer Polarisation werden wir ein Helligkeitsmaximum haben, wenn der Hauptschnitt des Nicol parallel

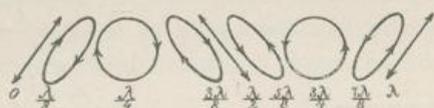


Fig. 298.

der grossen Axe der Ellipse steht, ein Minimum in dazu senkrechter Stellung; dieselbe Erscheinung bietet aber auch ein Gemisch von natürlichem und linear polarisiertem Lichte.

Wir müssen uns also nach anderen Hilfsmitteln umsehen, und wollen eines derselben hier beschreiben, obwohl es auf der Doppelbrechung der Krystalle beruht.

Wir haben schon vom Kalkspat (§ 407) gesehen, dass auffallendes Licht in zwei senkrecht zu einander polarisierte Komponenten zerfällt wird, welche verschieden gebrochen werden. Das beweist, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahles verschieden sind, d. h. ihre Wellenlängen sind verschieden (§ 349). Ganz ebenso verhält sich Quarz. Gehen daher durch eine Quarzplatte, deren Flächen parallel der Axe sind, die beiden Strahlen durch, so erhalten sie einen Gangunterschied, dessen Grösse von der Dicke der Platte abhängt.

Das elliptisch oder zirkular polarisierte Licht enthält zwei zu einander rechtwinkelig schwingende Komponenten, die einen Gangunterschied haben; lassen wir sie noch durch eine Quarzplatte gehen, so wird der Gangunterschied vermehrt oder vermindert, je nach der Stellung des Quarzes; hat er eine passende Dicke, so kann der Gangunterschied auf ein Vielfaches einer halben Welle gebracht werden, d. h. die Resultante in linear polarisiertes Licht verwandelt

werden, was bei einem Gemisch von natürlichem und linear polarisiertem oder rein natürlichem Lichte nicht der Fall ist.

Man benutzt hierzu den Babinetschen Kompensator, welcher aus zwei Quarzkeilen besteht (Fig. 299), deren Axe in den Flächen ab und cd liegt; aber liegt im oberen Keil die Axe $\parallel ab$, so liegt sie im unteren Keil senkrecht dazu. Daher geht der ordinäre Strahl, welcher den ersten Keil senkrecht zum Hauptschnitt schwingend passiert hat, durch den zweiten Keil als extraordinärer Strahl und umgekehrt. Im Quarz bewegt sich der ordinäre Strahl schneller als der extraordinäre; die Schwingung parallel ab wird also verzögert im ersten Keil, beschleunigt im zweiten Keil gegen



Fig. 299.

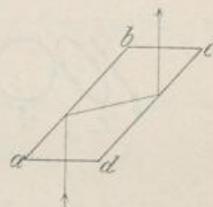


Fig. 300.

die Schwingung senkrecht zu ab . Geht also das Licht durch beide Keile an einer Stelle, wo sie gleich dick sind, so heben sich die Wirkungen beider auf. Verschiebt man aber von dieser Stellung die Keile nach der einen oder anderen Seite, so kann man eine der Komponenten beliebig verzögern. Kennt man die Dickenänderung der Keile, welche einer gemessenen Verschiebung entspricht — und sie ist durch den Keilwinkel gegeben —, kennt man ferner die Geschwindigkeit beider Strahlen im Quarz (deren Bestimmung siehe § 431), so kann man den Gangunterschied messen, der zu den Komponenten von elliptisch oder zirkular polarisiertem Licht hinzugefügt werden muss, um linear polarisiertes Licht zu erzeugen, es lässt sich daher der ursprüngliche Gangunterschied mittelst des Babinetschen Kompensators bestimmen.

§ 419. Elliptisch polarisiertes Licht tritt auf, wenn linear polarisiertes Licht von durchsichtigen Substanzen reflektiert wird unter einem Einfallswinkel, welcher grösser als der der totalen Reflexion ist. Zwischen den beiden reflektierten Komponenten, welche in der Einfallsebene und senkrecht zu ihr polarisiert sind, ist also ein Gangunterschied δ eingetreten, der 0 ist beim Winkel

der totalen Reflexion, wächst mit zunehmendem Einfallswinkel. Fresnel fand z. B., dass, wenn Licht in Glas unter dem Winkel von $54,5^\circ$ reflektiert wird, ein Gangunterschied von $\frac{1}{8} \lambda$ hervorgebracht wird; wird es zweimal unter diesem Winkel reflektiert, so wird daher der Gangunterschied $\frac{\lambda}{4}$. Ist das einfallende Licht linear polarisiert unter dem Azimuth 45° , so werden beide Komponenten auch gleich stark, dann bekommen wir also durch zweimalige Reflexion zirkular polarisiertes Licht. Fresnel stellte dazu das sog. Fresnelsehe Parallelepipedon (Fig. 300) aus Glas her, dessen Winkel bei a und c $54,5^\circ$ bilden; fällt daher auf die eine Fläche ad Licht senkrecht auf, welcher unter 45° gegen die Einfallsebene polarisiert ist, so verlässt es bc kreisförmig polarisiert. Lässt man es durch ein zweites Parallelepipedon gehen, so wächst der Phasenunterschied auf $\frac{\lambda}{2}$, das Licht ist wieder linear polarisiert, aber die Polarisationssebene steht senkrecht zu der des einfallenden Lichtes. Das Parallelepipedon kann daher auch zur Unterscheidung von zirkular polarisiertem und natürlichem Licht dienen.

Jamin wies später nach, dass bei jeder Reflexion an durchsichtigen Medien, auch unter kleinen Einfallswinkeln, die eine Schwingung verzögert wird gegen die andere, aber so wenig, dass die Beobachtung ausserordentlich schwierig ist. Dabei zeigte sich, dass einzelne Körper die der Einfallsebene parallel polarisierte Komponente verzögern, er nannte sie positive; andere verzögern die senkrechte Komponente, er nannte sie negative; einige, die neutralen, bringen gar keine Wirkung hervor. So sind nach Jamin

- positiv: Diamant, Flintglas, Kalkspat, Quarz, Alkohol;
- negativ: Alaun, Glycerin;
- neutral: Flussspat, Wasser.

§ 420. Einen zweiten Fall der elliptischen Polarisation bietet die Reflexion der Metalle, welche sich von der an durchsichtigen Substanzen schon äusserlich dadurch unterscheidet, dass der gebrochene Stahl absorbiert wird. Hier ist das reflektierte Licht nie linear polarisiert, auch wenn linear polarisiertes auffällt, sondern stets elliptisch polarisiert; es werden also zwei Komponenten mit Gangunterschied reflektiert, und zwar ist die senkrecht zur

Einfallsebene polarisierte Komponente verzögert. Die Intensität der Komponenten und der Phasenunterschied hängen vom Polarisationsazimuth und dem Einfallswinkel ab. Denjenigen Einfallswinkel, bei welchem der Gangunterschied $\frac{\lambda}{4}$ wird, nennt man die Hauptincidenz des betreffenden Metalls; ist dann noch das Azimuth passend gewählt, so dass die Komponenten möglichst gleich stark sind, so entsteht durch eine Reflexion zirkular polarisiertes Licht, durch zwei wieder linear polarisiertes.

Die Reflexion an Metallen und die verwandte an stark absorbierenden Medien ist namentlich von Brewster, Jamin, Quincke genauer untersucht worden. Die Erscheinungen sind sehr schwer zu verfolgen, da die augenblickliche Beschaffenheit der Oberfläche eine grosse Rolle spielt.

§ 421. Ausser der regelmässigen Reflexion an polierten Flächen kennen wir die diffuse an matten oder staubigen Flächen; auch diese bringt Polarisation hervor, indem jeder reflektierte Strahl polarisiert ist in der Ebene, die man durch den einfallenden und den diffus reflektierten Strahl legen kann.

So ist das diffuse Tageslicht polarisiert, da dasselbe durch Reflexion des Sonnenlichtes an dünnen Wasserbläschen und Staubteilchen, welche die Atmosphäre erfüllen, entsteht.

Die Polarisationsebene des Lichtes, welche von irgend einem Punkt des Himmels herkommt, ist die Ebene, welche man durch diesen Punkt, den Beobachter und die Sonne legen kann. Da letztere sich in 24 Stunden einmal herumdreht, thut dies auch die Polarisationsebene des Himmelslichtes, so dass man durch deren Bestimmung angenähert die Tageszeit bestimmen kann (Wheatstones Polaruhren). — Uebrigens finden sich am Himmel einige sog. neutrale Punkte, deren Licht unpolarisiert ist; wir wollen darauf nicht weiter eingehen.

§ 422. Die isotropen Körper sind dadurch charakterisiert, dass in ihnen nach allen Richtungen um jeden beliebigen Punkt die Molekeln in gleicher Weise gelagert sind, daher auch die gleichen Kräfte ausüben, also auch, was uns hier speziell interessiert, die gleichen Elastizitäten hervorrufen. Dagegen verhalten sich die anisotropen Körper anders: wenn wir von einem Punkt im Innern des Körpers nach verschiedenen Richtungen Linien gezogen denken, so sind z. B. die Widerstände gegen Dehnung ver-

schieden je nach der Richtung. Zu den anisotropen Körpern gehören vor allem die Krystalle des zweiten bis sechsten Systems (§ 94), welche mit bestimmten Richtungen bestimmte Eigenschaften der Elastizität verbinden. Wir können aber auch künstlich anisotrope Körper herstellen, z. B. indem wir Körper von zwei Seiten pressen oder dehnen, Gläser plötzlich kühlen u. s. w. In diesen Fällen sind aber die elastischen Eigenschaften nicht an bestimmte Richtungen, sondern an bestimmte Linien geknüpft, an einem bestimmten Punkte ist die Dichte ein Maximum, in einer bestimmten Linie die Spannung am kleinsten u. s. w. (§ 444).

Die optischen Erscheinungen zwingen uns zu der Annahme, dass der Lichtäther von den ponderablen Molekeln, zwischen die er gelagert ist, beeinflusst wird, und zwar bei anisotropen Körpern in der Weise, dass seine Elastizität gleichfalls in verschiedenen Richtungen verschieden ist. Wir haben oben gesehen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung abhängig ist von der Elastizität; daher müssen zwei Strahlen, deren Schwingungen in verschiedenen Ebenen ausgeführt werden, mit verschiedener Geschwindigkeit durch einen Krystall fortgehen, selbst wenn sie in gleicher Richtung verlaufen; der elastische Widerstand wird eben der transversalen Schwingung entgegengesetzt, nicht der Fortpflanzung.

Erfahrungsgemäss steht in den Krystallen die Schwingungsrichtung der sich am langsamsten fortpflanzenden Strahlen senkrecht zu der Schwingungsrichtung der sich am schnellsten fortpflanzenden. Fällt natürliches Licht auf den Krystall, so wird es in zwei senkrecht zu einander polarisierte Komponenten zerlegt, nach der Richtung der grössten und kleinsten Elastizität, so dass zwei Strahlen entstehen, welche sich mit der grössten und kleinsten möglichen Geschwindigkeit fortpflanzen. Da der Geschwindigkeit im zweiten Medium der Brechungsexponent umgekehrt proportional ist, so müssen die beiden Strahlen verschieden stark gebrochen werden, der schnellere weniger. Wir kommen so zu dem Resultat, welches wir schon beim Kalkspat kennen lernten (§ 407), dass auffallendes natürliches Licht in zwei senkrecht zu einander polarisierte, verschieden gebrochene Strahlen zerlegt wird, welche Erscheinung man Doppelbrechung nennt.

§ 423. Unter Hauptschnitt eines Kalkspats verstanden wir (§ 407) eine Ebene, welche durch die Axe und die kurze Diagonale

einer Seitenfläche des Rhomboeders gelegt werden kann. Lassen wir einen Strahl natürlichen Lichtes in einem Hauptschnitt auf einen Kalkspat fallen, unter allen möglichen Neigungen gegen die Axe, und bestimmen jedesmal die Brechungsexponenten der entstehenden Strahlen, so finden wir: der ordinäre Strahl, welcher im Hauptschnitt polarisiert ist, also senkrecht zu ihm oder auch zur Axe schwingt, hat stets denselben Brechungsexponenten $n_o = 1,654$ (für gelbes Licht). Der extraordinäre Strahl, der im Hauptschnitt schwingt, also in verschiedener Neigung gegen die Axe, je nach der Neigung des einfallenden Strahls gegen dieselbe, hat verschiedene Brechungsexponenten. Und zwar ist derselbe am kleinsten, $n_e = 1,483$, wenn der Strahl senkrecht zur Axe durchgeht, die Schwingungen also parallel der Axe erfolgen, er wächst, je kleiner der Winkel zwischen Axe und Strahl wird, und wird am grössten $n_e = 1,654 = n_o$, wenn der extraordinäre Strahl parallel der Axe durchgeht, seine Schwingungen also senkrecht zur Axe erfolgen, wie sie es beim ordinären Strahl stets thun.

In Richtung der Axe besitzen somit beide Strahlen identische Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, die Strahlen werden daher gar nicht getrennt, die Doppelbrechung existiert nicht in dieser Richtung. Eine Richtung des Krystals, in welcher keine Doppelbrechung eintritt, nennt man eine optische Axe des Krystals; da der Kalkspat und alle Krystalle des zweiten und dritten Systems eine derartige Richtung besitzen, heissen sie optisch einaxige Krystalle.

Was wir für eine durch die kurze Diagonale der Seitenfläche gelegte Ebene gefunden haben, gilt, wie der Versuch zeigt, für jede Ebene, welche durch die krystallographische oder die damit zusammenfallende optische Axe geht, wir können daher jede solche Ebene Hauptschnitt nennen. Alle Strahlen, die mit der Axe den gleichen Winkel bilden, verhalten sich gleich; um die Axe herum ist alles symmetrisch angeordnet.

§ 424. Unter Wellenfläche (§ 183) verstanden wir eine Fläche, welche durch die Endpunkte aller Linien geht, die von einem Wellencentrum nach allen Richtungen gezogen werden können, und deren Länge proportional der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der betreffenden Richtung gemacht wurde. Für isotrope Körper ist die Wellenfläche eine Kugel. In den Krystallen aber können sich in jeder Richtung Strahlen mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten be-

wegen, je nach der Schwingungsrichtung; folglich wird die Wellenfläche aus zwei Schalen bestehen müssen, einer für den ordinären, einer für den extraordinären Strahl.

Es wird genügen, wenn wir einen Schnitt dieser Schalen mit einem Hauptschnitt betrachten; denn da alles symmetrisch rings um die Axe ist, werden durch Rotation des Schnittes um die Axe die Flächen entstehen, welche daher Rotationsflächen sind.

Der Brechungsexponent des ordinären Strahls ist konstant, daher auch seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit; die Wellenfläche für ihn muss eine Kugel sein. Der Brechungsexponent des extraordinären

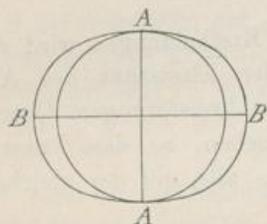


Fig. 301.

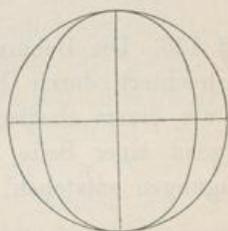


Fig. 302.

Strahls ist beim Kalkspat ein Minimum senkrecht zur Axe, in Richtung BB (Fig. 301), ein Maximum parallel der Axe, in Richtung AA. Also muss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit am grössten sein senkrecht zur Axe, am kleinsten, und zwar gleich der des ordinären Strahls, parallel der Axe, dazwischen hat sie allmählich abnehmende Werte. Die Messungen zeigen, dass der Schnitt eine Ellipse ist. Folglich ist die Wellenfläche des einaxigen Krystalls eine Kugel und ein abgeplattetes Rotationsellipsoid, die sich in der Rotationsaxe berühren.

Einaxige Krystalle, bei welchen der Brechungsexponent des extraordinären Strahls im allgemeinen kleiner ist als der des ordinären, wie beim Kalkspat, Turmalin, Smaragd, heissen negative oder repulsive Krystalle; bei anderen, z. B. Quarz, Eis, schwefelsaures Kali, ist der Brechungsexponent des extraordinären Strahls stets grösser als der des ordinären; sie heissen positive oder attraktive Krystalle. Ihre Wellenfläche ist durch Fig. 302 dargestellt.

Die Kenntnis der Wellenfläche gestattet nach dem Huygensschen Prinzip die Lichtbrechung in Krystallen ganz ebenso zu verfolgen, wie wir es früher (§ 340) für isotrope Körper machten:

sei in Fig. 303 BC die Grenze des Krystalls, AB die Richtung der Axe; es falle ein paralleles Bündel senkrecht auf, zwei Strahlen mögen in D und E treffen. Wir konstruieren um diese Punkte die Wellenflächen in der richtigen Stellung, d. h. die gemeinsame Rotationsaxe parallel der Krystallaxe, ziehen an die beiden Kreise und an die Ellipsen die gemeinsamen Tangenten FG und HJ, so sind DF und EG Strahlen des ordinären, DH und EJ solche des extraordinären Bündels.

Fällt das Licht schräg auf, so gibt Fig. 304 die ohne weiteres verständliche Konstruktion, wo wieder DF und EG Strahlen des ordentlichen, DH und EJ Strahlen des ausserordentlichen Bündels sind.

§ 425. Die Uebersicht über die Erscheinungen wird wesentlich erleichtert durch Betrachtung der Elastizität des Aethers. Wenn wir einem elastischen Stabe von kreisförmigem Querschnitt von irgend einer Seite einen Stoss geben, so dass transversale Schwingungen entstehen, so laufen sie alle mit der gleichen Ge-

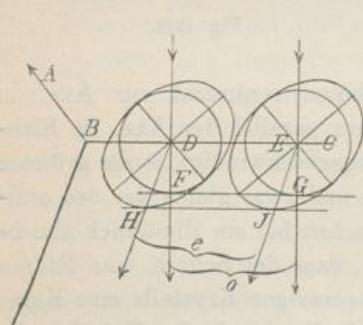


Fig. 303.

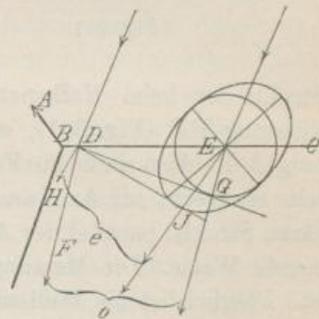


Fig. 304.

schwindigkeit längs des Stabes fort, da sein elastischer Widerstand nach allen Richtungen identisch ist. Nehmen wir aber einen Stab von elliptischem Querschnitt, so bietet er den grössten Widerstand gegen Verbiegung in der Ebene der grossen Axe, den kleinsten in der Ebene der kleinen Axe, in dazwischen liegenden Ebenen mittlere Widerstände; demnach ist auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit transversaler Schwingungen längs des Stabes verschieden je nach der Schwingungsrichtung. Der Versuch zeigt, dass bei einem seitlichen Stoss derselbe in zwei Komponenten nach den Ebenen der grossen und kleinen Axe zerlegt wird, so dass zwei transversale Wellen durch den Stab fortlaufen, die eine mit der möglichst grossen Ge-

schwindigkeit und Schwingungen in der Ebene der grossen Axe, die andere mit der kleinsten Geschwindigkeit und Schwingungen parallel der kleinen Axe.

Dasselbe muss bei Lichtschwingungen der Fall sein; wenn die Elastizität des Aethers nach verschiedenen Richtungen bekannt ist, muss die Zerlegung in zwei senkrecht zu einander polarisierte Strahlen sich ohne weiteres ergeben. Fresnel hat eine Hypothese aufgestellt, welche durch die Versuche vollkommen bestätigt wird; er nimmt an, die Elastizität des Aethers für Schwingungen parallel der Axe sei am grössten bei negativen Krystallen, am kleinsten bei positiven, die Elastizität für Schwingungen senkrecht zur Axe am kleinsten bei negativen, am grössten bei positiven Krystallen. Wir wollen nur negative Krystalle weiter betrachten; die grösste Elastizität sei proportional α^2 , die kleinste β^2 ; dann soll für Schwingungen, welche den $\sphericalangle \varphi$ mit der Axe bilden, die Elastizität proportional sein zu $\rho^2 = \alpha^2 \sin^2 \varphi + \beta^2 \cos^2 \varphi$; für gleichen Winkel φ rings um die Axe ist die Elastizität identisch. Denken wir uns von einem Punkte im Krystall nach allen Richtungen Linien gezogen, deren Länge wir proportional der Elastizität in der betreffenden Richtung machen, und legen wir durch die Endpunkte aller Linien eine Fläche, so entsteht eine geschlossene Schale, welche man die Elastizitätsfläche nennt. Wie die obigen Annahmen zeigen, ist dieselbe in unserem Fall, d. h. für einaxige Krystalle, eine Rotationsfläche mit der optischen Axe als Drehungsaxe, und wie die Gleichung für den Radiusvektor ρ^2 zeigt, ist es ein Rotationsellipsoid. Für negative Krystalle ist es ein verlängertes, für positive ein abgeplattetes Rotationsellipsoid.

Sei SM (Fig. 305) ein Strahl natürlichen Lichtes, der auf den Krystall fällt, dessen Fortpflanzungsverhältnisse im Krystall wir untersuchen wollen. Wir konstruieren die Elastizitätsfläche mit der Rotationsaxe AA parallel der optischen Axe. Durch den Mittelpunkt M legen wir senkrecht zu SM die Ebene, in welcher die Schwingungen stattfinden müssen; sie schneidet das Ellipsoid im allgemeinen in einer Ellipse BECD, deren grosse Axe BC, deren kleine DE ist. In Schwingungen parallel diesen Richtungen spaltet sich die ankommende Schwingung, es entstehen zwei Wellen mit verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Da die Axen senkrecht zu einander stehen, sind die Strahlen senkrecht zu einander polarisiert. — Es ist leicht zu übersehen, dass, wenn wir für verschiedene Richtungen von SM in der Ebene der Zeichnung die

entsprechenden dazu senkrechten Schnitte konstruieren, alle dieselbe kleine Axe DE gemeinsam haben, während die grosse Axe BC bei wachsendem Einfallswinkel wächst und gleich AA wird, wenn $SM \perp AA$ einfällt. Also von den beiden entstehenden Strahlen bewegt der eine sich stets unter gleicher Elastizität, daher mit gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit, der andere mit variabler.

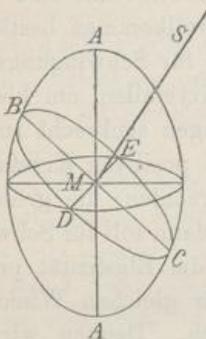


Fig. 305.

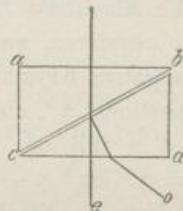


Fig. 306.

Fällt das Licht aber parallel AA auf, so wird der Schnitt ein Kreis, das Licht schwingt nach allen Richtungen gleich leicht, es tritt keine Doppelbrechung auf.

Wie sich aus der Elastizitätsfläche die Wellenfläche ergibt, ist leicht ersichtlich.

§ 426. Da die aus dem Krystall austretenden Lichtstrahlen polarisiert sind, bieten die Krystalle ein bequemes Mittel zur Herstellung polarisierten Lichtes. Der einfachste Apparat dazu ist das achromatisierte Kalkspatprisma: an ein Kalkspatprisma abc (Fig. 306), dessen brechende Kante parallel der Axe liegt, ist ein Glasprisma cbd gekittet, dessen Brechungsexponent gleich dem des extraordinären Strahls ist. Der extraordinäre Strahl e geht daher gerade durch, der ordinäre wird auf die Seite gelenkt. Man erhält so aber nur ein kleines völlig polarisiertes Gesichtsfeld. — Wesentlich besser ist daher das Nicolsche Prisma (§ 411). — Ein drittes Mittel bietet eine Turmalinplatte, deren Flächen parallel der Axe liegen. Der Turmalin besitzt die Eigentümlichkeit, bei nicht gar zu dünner Schicht den ordentlichen Strahl vollkommen zu absorbieren, so dass nur der ausserordentliche, dessen Schwingungen parallel der Axe erfolgen, austritt.

§ 427. Bei den einaxigen Krystallen war die Elastizität des Aethers nach verschiedenen Richtungen symmetrisch in Bezug auf die Axe, die Elastizitätsfläche ein Rotationsellipsoid. Offenbar ist das nicht der allgemeinste mögliche Fall, sondern die Elastizitätsfläche kann ein dreiaxiges Ellipsoid sein. Das ist in der That bei den optisch zweiachsigten Krystallen der Fall: die Erscheinungen werden bei ihnen so kompliziert, dass die Verhältnisse nicht empirisch erkannt, sondern zuerst theoretisch durch Fresnel, Cauchy und andere berechnet, dann experimentell bestätigt wurden.

Wir nehmen an, die Elastizitätsfläche sei ein dreiaxiges Ellipsoid; nennen wir die Länge der halben grössten Axe a^2 , die der mittleren b^2 , der kleinsten c^2 , so geben sie die Grösse der Elastizität in drei zu einander senkrechten Richtungen. In jeder anderen Richtung, welche mit diesen die Winkel α, β, γ bildet, ist dann die Grösse ρ^2 der Elastizität: $\rho^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma$.

Die Wellenfläche nimmt in diesem Fall eine sehr komplizierte Gestalt an; wir wollen die Schnitte konstruieren, welche sie mit

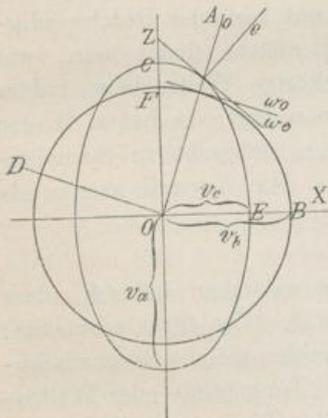


Fig. 307.

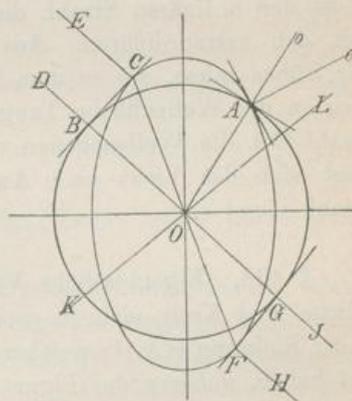


Fig. 308.

drei zu einander senkrechten Ebenen bildet, die wir durch die Axen der grössten, mittleren und kleinsten Elastizität legen können. Diese Richtungen seien OX, OY, OZ, die Schwingungen, die nach ihnen erfolgen, mögen sich fortpflanzen mit der Geschwindigkeit v_a, v_b, v_c , wo $v_a > v_b > v_c$.

Wir betrachten zuerst die Ebene durch OX und OZ, welche also die Richtung der grössten und kleinsten Elastizität enthält.

Wenn ein Strahl sich in der Richtung OX bewegt, können die Schwingungen in ihm nach OZ oder nach OY erfolgen, also mit kleinster oder mittlerer Elastizität; je nachdem hat er die Geschwindigkeit v_c oder v_b , kommt in der Zeiteinheit bis zu den Punkten E oder B. Bewegt sich ein Strahl nach OZ, so schwingt er längs OX oder OY, hat daher die grösste oder mittlere Geschwindigkeit v_a oder v_b , kommt bis C oder F. Bewegt er sich in einer anderen Richtung, z. B. OA, so schwingt er entweder nach OD, hat also eine Geschwindigkeit zwischen v_a und v_c , oder nach OY, hat also die Geschwindigkeit v_b . Wie auch der Strahl gehen möge, immer haben wir als eine mögliche Schwingungsrichtung OY, als Geschwindigkeit v_b , ein Teil des Schnittes muss ein Kreis mit dem Radius v_b sein. Die Radiivektoren des anderen Schnittes aber liegen zwischen $v_a > v_b$ und $v_c < v_b$, die Kurve ist eine Ellipse mit den Axen v_a und v_c .

Jeder den Krystall in der betrachteten Ebene durchdringende Strahl zerfällt somit in zwei Komponenten, die rechtwinklig zu einander polarisiert sind; die eine Komponente hat als Schnitt der Wellenfläche einen Kreis, also konstante Geschwindigkeit, sie bildet den ordinären Strahl, die andere mit variabler Geschwindigkeit den extraordinären. Aus der Wellenfläche findet man, wie wir früher sahen, die zu dem Strahl gehörige Wellenebene, indem man an die Wellenfläche Tangentialebenen legt; so hat z. B. der Strahl OA die Wellenebenen w_o und w_o' ; senkrecht zu ihnen bewegt sich das Licht nach Austritt aus dem Krystall weiter als Strahl o und e.

§ 428. Eigentümliche Verhältnisse entstehen dadurch, dass Ellipse und Kreis sich in vier Punkten A (Fig. 306) schneiden: zu der Richtung OA, in welcher beide Strahlen gleiche Geschwindigkeit haben, gehören der Figur nach zwei Tangential- oder Wellenebenen, in Wahrheit aber auf der Wellenfläche unendlich viele, so dass ein im Krystall die Richtung OA verfolgender Strahl bei seinem Austritt einen Strahlenkonus bildet, dessen Schnitt mit unserer Ebene die Strahlen A_o und A_o' sind. Man nennt diese Erscheinung äussere konische Refraktion.

Ferner gibt es vier Tangentialebenen, welche Kreis und Ellipse gemeinsam berühren, z. B. BC. Daraus folgt, dass der Strahl DB und EC nach demselben Punkte O des Krystalls gelangen. In Wahrheit berühren diese Tangentialebenen nicht nur in zwei Punkten,

sondern die Wellenfläche in einem Kreise; Strahlen, welche ausserhalb des Krystalls in der Richtung DB auffallen, werden im Krystall in den Konus BO, CO verwandelt; dies heisst innere konische Refraktion.

Verfolgen wir die Strahlen weiter, so verwandeln sie sich nach Austritt aus dem Krystall wieder in parallele Strahlen FH und GJ. Wenn daher auf einen Krystall in der Richtung DO ein Strahlenbündel auffällt, so verlässt es den Krystall als einfacher Strahl, es ist keine Doppelbrechung vorhanden. Da wir eine Richtung, in welcher keine Doppelbrechung vorhanden ist, eine optische Axe genannt haben, ist BG eine solche. Der Krystall hat offenbar zwei

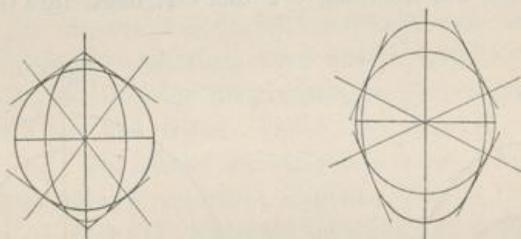


Fig. 309.

solche Richtungen BG und KL, er wird daher optisch zweiaxig genannt. Die beiden Axen liegen, wie wir sehen, in der Ebene der grössten und kleinsten Elastizität; sie wird auch optische Axenebene genannt.

Die Richtungen OA und die entsprechende zweite nennt man sekundäre optische Axen.

Auch unter den zweiaxigen Krystallen unterscheidet man positive und negative, je nachdem die Axe der mittleren Elastizität an Grösse näher der der grössten oder der der kleinsten Elastizität steht. Der betrachtete Schnitt hat in den beiden Fällen die Formen Fig. 309, im ersten Falle halbiert die Axe der kleinsten Elastizität den spitzen Winkel zwischen den Axen, den Axenwinkel, im zweiten Fall die Axe der grössten Elastizität. Die Halbierende des Axenwinkels nennt man die erste Mittellinie.

§ 429. Es bleiben uns noch die beiden anderen Querschnitte der Wellenfläche zu untersuchen. Wir betrachten die Ebene OX, OY (Fig. 310). Ein Strahl OX kann nach OY oder OZ schwingen, hat danach die Geschwindigkeit v_b oder v_c , kommt bis B oder C.

Der Strahl OY schwingt nach OX oder OZ , bewegt sich mit den Geschwindigkeiten v_a und v_c , kommt bis D oder E . Jeder andere in dieser Ebene verlaufende Strahl kann nach OZ schwingen, er hat dann die Geschwindigkeit v_c ; oder er schwingt in einer anderen Richtung in der Ebene, hat dann eine Geschwindigkeit zwischen v_a und v_b . Die Schnittkurve besteht also aus einem Kreis mit dem Radius v_c und einer ihn einschliessenden Ellipse mit den Axen v_a und v_b .

Betrachten wir endlich den Schnitt mit der Ebene OY und OZ , so ist stets eine mögliche Schwingung parallel OX , ihre Geschwindigkeit also v_a , während die andere Schwingung in der Ebene zwischen der Richtung OY und OZ liegt, ihre Geschwindig-

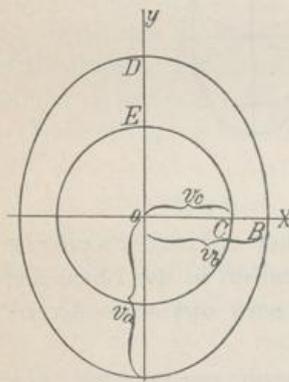


Fig. 310.

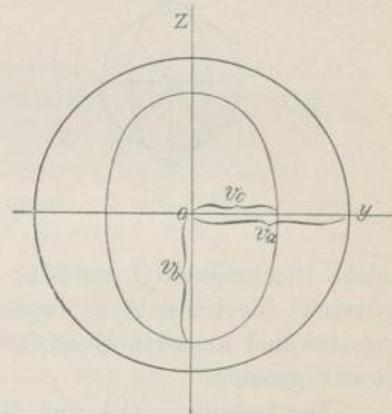


Fig. 311.

keit also zwischen v_b und v_c . Der Schnitt ist daher gebildet aus einer Ellipse mit den Axen v_b und v_c und einem sie umgebenden Kreise mit dem Radius v_a .

Die Kenntnis der drei Querschnitte gibt noch kein Bild von der Wellenfläche; es zeigt sich aber, dass zu ihrer Konstruktion nur die Grössen v_a , v_b , v_c nötig sind oder die ihnen umgekehrt proportionalen drei Brechungsexponenten. Bei roher Beschreibung der Wellenfläche kann man sagen, sie bestehe aus zwei Schalen, welche im grossen und ganzen ähnliche konzentrische dreiaxige Ellipsoide sind; aber das äussere Ellipsoid ist an vier Punkten trichterförmig eingedrückt, das innere darunter herausgedrückt, so dass sich beide Flächen in vier Punkten berühren.

§ 430. Die Gestalt der Elastizitätsfläche bedingt allein das Verhalten der Körper: ein dreiaxiges Ellipsoid gibt zweiaxige Krystalle; ist die mittlere Axe näher der grössten oder kleinsten, so ist der Krystall positiv oder negativ. Wird die mittlere Elastizitätsaxe gleich der grössten oder kleinsten, so wird die Elastizitätsfläche ein abgeplattetes oder verlängertes Rotationsellipsoid, der Krystall ist einaxig positiv oder negativ. Werden endlich alle drei Axen gleich, so wird die Elastizitätsfläche eine Kugel, wir haben einen isotropen Körper. Wie man sieht, sind alle Möglichkeiten damit erschöpft.

§ 431. Zu bemerken ist noch, dass die Wellenfläche nur für eine Farbe gilt, da von der Farbe v abhängt, dass daher für verschiedene Farben die optischen Axen andere Lage haben. Es gibt auch Krystalle, in denen die Elastizitätsachsen für verschiedene Farben verschiedene Lage und Grösse haben, so dass der Krystall für einzelne einaxig, für andere zweiaxig sein kann. Auf diese komplizierten Fälle können wir nicht eingehen.

Die Wellenfläche ist bekannt, sobald v_a, v_b, v_c gegeben sind; man erhält sie aus den drei Brechungsexponenten n_a, n_b, n_c . Es werden zu deren Bestimmung Prismen aus dem Krystall geschliffen, deren Kanten parallel den drei Elastizitätsachsen stehen. Haben wir z. B. ein Prisma parallel OX , und bestimmen für verschiedene Einfallswinkel die Brechungsexponenten der beiden austretenden Strahlen, so finden wir einen konstanten Exponenten n_a , den anderen variabel zwischen n_c und n_b , somit ist n_a gefunden.

Da in Richtung einer Elastizitätsaxe im Krystall zwei senkrecht zu einander — nämlich parallel zu den beiden anderen Axen — polarisierte Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortgehen, so kann man Platten, welche senkrecht zu einer Axe geschnitten sind, benutzen, um einen bekannten Gangunterschied zwischen beiden Komponenten zu erzeugen. So enthält Glimmer in seinen natürlichen Oberflächen die Axe der grössten und mittleren Elastizität, Gips die der grössten und kleinsten Elastizität. Ein Blättchen Glimmer von der Dicke $0,0043 \text{ mm}$, oder ein Gipsblättchen von $0,0151 \text{ mm}$ bringen einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge für gelbes Licht hervor, werden daher Viertel-Undulations-Blättchen genannt, sie werden viel benutzt zur Erzeugung und Untersuchung zirkular oder elliptisch polarisierten Lichtes.

§ 432. Wenn linear polarisiertes Licht auf eine Krystallplatte fällt, wird es im allgemeinen in zwei rechtwinkelige Komponenten zerlegt, welche bei ihrem Austritt aus dem Krystall einen Gangunterschied haben. Lassen wir sie durch ein Nicol oder einen ähnlichen Apparat gehen, so geht von jeder Komponente im allgemeinen wieder nur ein Teil durch, der z. B. beim Nicol im Hauptschnitt schwingt. Diese beiden Teile haben also gleiche Schwingungsebene und Phasendifferenz, müssen interferieren und sich schwächen oder stärken. Die Vorrichtung, welche das auffallende Licht polarisiert, z. B. auch ein Nicol, wird Polarisator genannt, das zweite Nicol (oder Turmalin, oder Plattensatz) Analysator.

Dabei entsteht ein wesentlicher Unterschied, ob die beiden Nicols parallel oder gekreuzt stehen: Sei in der ersten Fig. 312 N_1 die Schwingungsrichtung des aus dem Polarisator austretenden

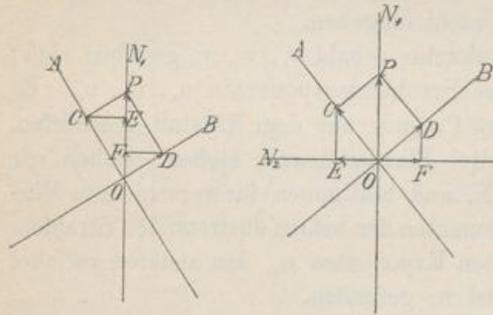


Fig. 312.

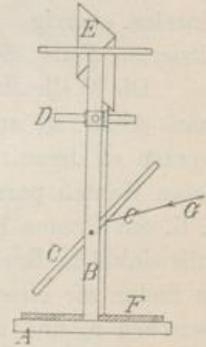


Fig. 313.

Lichtes, OP die Amplitude; seien OA und OB die Schwingungsrichtungen, welche der Krystall durchlässt. Dann wird OP zerlegt in die Komponenten OC und OD . Ist ON_1 auch die Schwingungsrichtung, die der Analysator durchlässt, so wird von CO die Komponente OE , von OD die OF austreten. Diese Komponenten liegen nach gleicher Seite. Wenn dagegen, wie in der zweiten Figur, der Analysator N_2 unter rechtem Winkel gegen N_1 steht, so entstehen die Komponenten OE und OF , die nach entgegengesetzten Seiten liegen. Wenn daher bei dem durch die Platte hervorgebrachten Phasenunterschied zwischen OC und OD die Komponenten sich addieren würden bei parallelen Nicols, werden sie sich subtrahieren bei gekreuzten Nicols, diese fügen gewissermassen

einen Phasenunterschied einer halben Schwingung hinzu im Vergleich zu parallelen Nicols.

Man verwendet zwei Arten der Untersuchung, indem man paralleles oder konvergentes Licht durch die Platte gehen lässt. Zu ersterer Methode benutzt man meist den Nöremberg'schen Polarisationsapparat (Fig 313): Auf einem Fussbrett A sind zwei Säulen B befestigt; zwischen ihnen dreht sich die Axe einer Glasplatte C. Darüber befindet sich, von der einen Säule getragen, eine zweite horizontale Glasplatte D, die als Träger der Krystallplatten dient; endlich ist oben ein drehbares Nicolsches Prisma E, der Analysator, angebracht. Auf dem Brett A ist ein Spiegel F befestigt. Fällt von G her Tageslicht auf C, so kann es bei richtiger Neigung von C unter dem Polarisationswinkel, d. h. vollständig polarisiert, nach F reflektiert werden. Da es senkrecht auffällt, wird es wieder reflektiert, geht durch G durch und wird durch den Nicol E durchgelassen oder nicht, je nach dessen Stellung.

Zur Beobachtung in konvergentem Licht dient das sog. Polarisationsmikroskop (Fig. 314):

Der Spiegel A reflektiert das Tageslicht in den Apparat; es wird durch die beiden Linsen B und D auf die Oeffnung eines Diaphragmas E konzentriert und beim Passieren des Nicols C polarisiert. Das Diaphragma liegt in der Brennweite einer sehr dicken (oder mehrerer) Linsen F, welche jeden von E ausgehenden Strahlenkegel in ein Bündel paralleler Strahlen verwandelt, welche nun die Krystallplatte G in allen möglichen Richtungen durchdringen; in der Figur sind drei solcher Bündel gezeichnet. Die Strahlen fallen auf eine dicke Linse H, die in ihrer Brennweite, im Diaphragma J, jedes parallele Bündel in einem Punkte vereinigt. Durch die Lupe K wird das in J entstehende Bild vergrößert; die Strahlen müssen aber noch den Analysator L passieren. Wie aus der Figur leicht ersichtlich, wird die Mitte des Bildes in J gebildet durch Strahlen, welche den Krystall senkrecht durchlaufen haben, die seitlichen Teile durch Strahlen, welche den Krystall in immer schrägerer

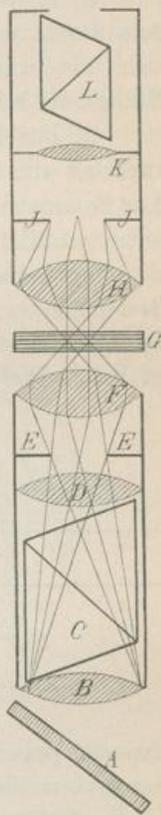


Fig. 314.

Richtung passiert haben, je mehr der betrachtete Punkt am Rande von J liegt. Wir übersehen so mit einem Blick die Interferenzen von Strahlen, die in verschiedenen Richtungen die Krystallplatte durchlaufen haben.

§ 433. Wir wollen untersuchen, welche Erscheinungen einaxige Platten bei dieser Beobachtungsweise zeigen müssen.

1. Die Flächen der planparallelen Platte stehen senkrecht zur optischen Axe.

a) In parallelem Licht gehen alle Strahlen parallel der Axe durch, es findet keine Doppelbrechung statt, die Platte verhält sich wie eine Glasplatte, d. h. bei parallelen Nicols haben wir Helligkeit, bei gekreuzten Dunkelheit.

b) Für Beobachtung in konvergentem Licht brauchen wir zunächst nur einen Hauptschnitt zu betrachten, da rings um die Axe Symmetrie herrscht. Es falle einfarbiges Licht auf, die Nicols sollen parallel stehen; Fig 315 zeigt einen Hauptschnitt, der 45° mit der Schwingungsebene der Nicols bildet. In der Mitte des Gesichtsfeldes, A, erscheinen Strahlen, welche parallel der Axe durchgegangen sind, also keine Doppelbrechung erleiden; die Mitte ist hell. Weiter fort von der Mitte geht ein Strahl C etwas geneigt durch, der doppelt gebrochen wird

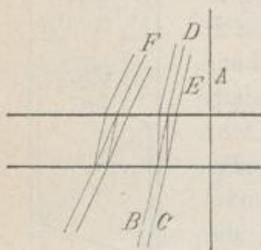


Fig. 315.

in den ordinären Strahl D und den extraordinären E; beide haben gleiche Helligkeit, da sie senkrecht zum Hauptschnitt und in ihm schwingen, also beide 45° mit der Schwingungsebene des auffallenden Lichtes bilden. Es existiert daneben ein anderer Strahl B, dessen extraordinärer Bestandteil auch in der Richtung D austritt, so dass von D zwei senkrecht zu

einander polarisierte, gleich starke Strahlen mit einem bestimmten Gangunterschied ausgehen, von welchen durch den Analysator je die Hälfte durchgelassen wird. Diese Hälften müssen interferieren. Sei bei der betrachteten Neigung der Strahlen gegen die Axe und der Dicke der Platte der Gangunterschied zwischen o und e gerade $\frac{\lambda}{2}$ der benutzten Farbe, so vernichten sich die

Strahlen, der Richtung D entspricht im Bilde eine dunkle Stelle. Gehen wir noch mehr an den Rand des Bildes, so werden dort

Strahlen vereinigt, die auch gleiche Intensität, aber wachsenden Gangunterschied haben, da sie immer schräger durch die Platte gehen, ihre Wege in ihr also länger werden. Ist bei zunehmender Neigung der Gangunterschied λ geworden, so haben wir wieder einen hellen Punkt, etwa der Richtung F entsprechend, dann wird er $\frac{3\lambda}{2}$, es herrscht wieder Dunkelheit u. s. w. So bekommen wir abwechselnd Lichtmaxima und -minima, zwischen welchen ein allmählicher Uebergang stattfindet.

Wir haben den Hauptschnitt betrachtet, der 45° mit der Schwingungsebene des Nicols bildet; er ist dadurch ausgezeichnet, dass die Komponenten o und e gleich stark sind, also völlige Dunkelheit eintreten kann. In den anderen Hauptschnitten ist für gleiche Neigung der Strahlen derselbe Gangunterschied vorhanden, es wird also auf Kreisen rings um die Mitte abwechselnd Verstärkung und Schwächung eintreten; da aber je nach der Richtung des Hauptschnitts der ordinäre oder extraordinäre Strahl stärker ist, werden die Minima nicht 0 sein können. Fassen wir einen

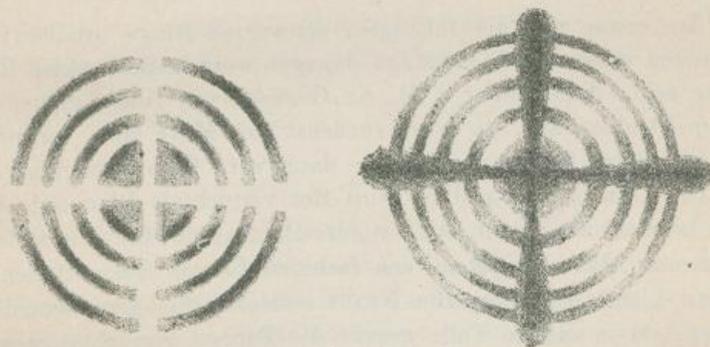


Fig. 316.

Hauptschnitt ins Auge, der parallel dem Polarisator steht, so wird das aus dem Polarisator kommende Licht im Krystall überhaupt nicht in zwei Komponenten zerlegt, sondern geht ganz als extraordinärer Strahl durch, welche Neigung es auch haben mag; ebenso geht es ungeschwächt durch den parallelen Analysator. In dieser Richtung ist also die ordinäre Komponente Null, im Bilde müssen wir eine helle Linie sehen.

Im Hauptschnitt, der senkrecht zum Polarisator steht, ist umgekehrt die extraordinäre Komponente Null, das Licht geht ganz

als ordinärer Strahl durch und auch durch den Analysator, wir haben auch in dieser Richtung eine helle Linie.

Die Gesamterscheinung, die wir sehen müssen, ist also ein System von dunklen und hellen Ringen der benutzten Farbe, durchzogen von einem hellen Kreuz, dessen Arme parallel und senkrecht zu den Nicols stehen. Die dunklen Ringe sind ganz schwarz unter 45° gegen die Kreuzarme, werden nach diesen hin allmählich heller. Drehen wir den Krystall in seiner Ebene, so bleibt alles unverändert.

Drehen wir den Analysator um 90° , d. h. stellen wir die Nicols gekreuzt, so ist, wie wir § 428 sahen, die Wirkung so, als ob wir einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ zwischen den Komponenten zufügen. Wo wir bisher Helligkeit hatten, tritt also Dunkelheit ein und umgekehrt, wir haben wieder helle und dunkle Ringe, durchzogen von einem schwarzen Kreuz (Fig. 316).

Für Licht von kleinerer Wellenlänge wird schon bei geringerer Neigung der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$ werden, wir werden näher der Axe den ersten und die folgenden schwarzen Ringe erhalten; für Farbe von grösserer Wellenlänge dagegen werden die dunklen Ringe weiter sein. Fällt daher z. B. ein Gemisch von roten, gelben und blauen Strahlen auf, so wird zunächst der Mitte Blau vernichtet, Rot mit etwas Gelb herrscht vor; dann wird Gelb vernichtet, Rot und Blau sind übrig, endlich wird Rot vernichtet, Blau mit etwas Gelb herrscht vor; dann wird wieder Blau vernichtet u. s. w. Wir bekommen also ein System von farbigen Ringen bei auffallendem weissen Licht; bei gekreuzten Nicols entstehen die komplementären Farben, da in diesem Falle gerade die Farben vernichtet werden, die im anderen bestehen bleiben.

Die Ringe liegen desto dichter neben einander, je schneller mit zunehmender Neigung der Gangunterschied wächst, d. h. je dicker die Platte ist, und je grösser der Geschwindigkeitsunterschied zwischen dem ordinären und extraordinären Strahle ist, je stärker doppelbrechend der Krystall ist.

Man nennt die Linien mit gleicher Farbe isochromatische Kurven.

§ 434. 2. Die Flächen der Platte sind parallel der Axe oder schräg gegen sie geneigt:

a) In parallelem Licht: sei die Dicke der Platte so gross, dass zwischen den Komponenten ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ des benutzten einfarbigen Lichtes zwischen e und o eintritt; seien die Nicols parallel. Liegt die Axe der Platte parallel den Nicols, so geht alles Licht unzerlegt durch den Apparat, wir haben volle Helligkeit; wird aber die Platte gedreht, so wird das Licht des Polarisators in zwei Komponenten zerlegt, die sich (bei Durchgang durch den Analysator) desto mehr schwächen, je mehr ihre Intensität gleich gross war. Ist die Platte um 45° gedreht, so ist also volle Dunkelheit, die bei Weiterdrehen wieder abnimmt, bis bei 90° wieder volle Helligkeit vorhanden ist.

Sind die Nicols gekreuzt, so herrscht Dunkelheit, wenn die Richtung der Axe parallel einem der Nicols steht, unter 45° die grösste Helligkeit.

Ist die Platte so dick, dass sie für eine bestimmte Farbe den Gangunterschied λ hervorbringt, so muss gerade das Umgekehrte eintreten; bei parallelen Nicols wird diese Farbe am hellsten sein, wenn die Axenrichtung 45° mit den Nicols bildet, bei gekreuzten Nicols wird sie unter 45° vernichtet werden.

Geht weisses Licht durch die Platte, so wird für eine Farbe der Gangunterschied $\frac{2n+1}{2}\lambda$, für eine andere $\frac{2n+2}{2}\lambda$, für eine dritte $\frac{2n+3}{2}\lambda$ sein u. s. w.; es werden einzelne Farben vernichtet werden, andere nicht, so dass eine Mischfarbe entsteht, die bei parallelen und gekreuzten Nicols komplementär ist. Drehen wir eine solche Platte zwischen den Nicols, so wechselt nur die Helligkeit zwischen einem Maximum und 0; lassen wir die Platte unverändert liegen und drehen den Analysator, so ändert sich die Farbe, verwandelt sich nach Drehung um 90° jedesmal in die komplementäre.

Ist die Platte nicht ganz genau gleich dick, so zeigen verschiedene Stellen verschiedene Interferenzfarben.

Ist die Platte sehr dick oder ihre Doppelbrechung sehr stark, so werden so viele gleichmässig über das Spektrum verteilte Farben ausgelöscht, dass der Rest sich wieder zu Weiss mischt; man nennt es Weiss höherer Ordnung. Untersucht man solches Weiss durch ein Spektroskop, so erhält man kein kontinuierliches Spektrum,

sondern dasselbe durchzogen von zahlreichen schwarzen Streifen, entsprechend den ausgelöschten Farben.

b) In konvergentem Licht zeigen nur sehr dünne Platten Interferenzfarben, und zwar in der Mitte dieselben, wie in parallelem Licht. Mit zunehmender Neigung wird die Weglänge der Strahlen grösser, aber nicht immer gleichzeitig der Gangunterschied; wenn sich die Strahlen durch Neigung der Axe nähern, nimmt ihre Geschwindigkeitsdifferenz ab, also auch ihr Gangunterschied trotz wachsender Weglänge. In einer zu dieser Richtung senkrechten wird die Geschwindigkeitsdifferenz konstant bleiben, also mit wachsender Weglänge der Gangunterschied zunehmen; in dazwischenliegenden Richtungen wird beides sich aufheben, der Gangunterschied konstant bleiben. Es lässt sich zeigen, dass isochromatische Kurven entstehen, welche zu Hyperbeln gehören.

§ 435. Bei den zweiaxigen Krystallen werden die Erscheinungen so verwickelt, dass wir uns mit oberflächlicher Darlegung begnügen müssen:

1. In parallelem Licht bleibt eine senkrecht zu einer Axe geschnittene Platte in jeder Stellung hell oder dunkel, je nachdem die Nicols parallel oder gekreuzt stehen, da keine Doppelbrechung vorhanden. Schräg gegen eine Axe geschnitten zerlegt die Platte die Strahlen in zwei Komponenten, muss also die Erscheinungen der einaxigen Krystalle zeigen.

2. In konvergentem Licht zeigen senkrecht zu einer optischen Axe geschnittene Platten helle und dunkle Ringe, die aber elliptisch sind; parallel der Axenebene geschnittene Platten zeigen Hyperbeln, wie die einaxigen Krystalle.

Von praktischer Wichtigkeit sind nur die Platten, die senkrecht zur ersten Mittellinie geschnitten sind. Ist der Winkel zwischen den optischen Axen klein, wie z. B. bei Salpeter, Topas, Zucker, so sieht man bei einfarbigem Licht um Punkte, welche den parallel den Axen durchgehenden Strahlen entsprechen, abwechselnd helle und dunkle Lemniskaten. Sind die Nicols gekreuzt, die optische Axenebene parallel einem Nicol, so ist ausserdem ein schwarzes Kreuz vorhanden, dessen einer Arm, der durch die Pole geht, dunkler und schärfer begrenzt ist als der andere. Bei Drehen des Krystalls verwandelt sich das Kreuz in eine Hyperbel (Fig. 317).

Diese Erscheinung lässt sich ebenso erklären, wie wir es für die einaxigen Krystalle genauer durchgeführt haben: Die Strahlen, welche die Pole bilden, sind nicht doppelt gebrochen, da sie parallel den Axen durchgehen, also muss es bei gekreuzten Nicols hier dunkel sein. Wenn weiter die Axenebene parallel einem Nicol steht, z. B. dem Polarisator, so geht dessen Licht ganz als extraordinärer Strahl durch, wird aber durch den Analysator nicht durchgelassen, also muss Dunkelheit in der Axenebene, der Linie durch die Pole, herrschen. In der dazu senkrechten Richtung schwingendes Licht könnte durch den Analysator und den Krystall gehen, geht aber

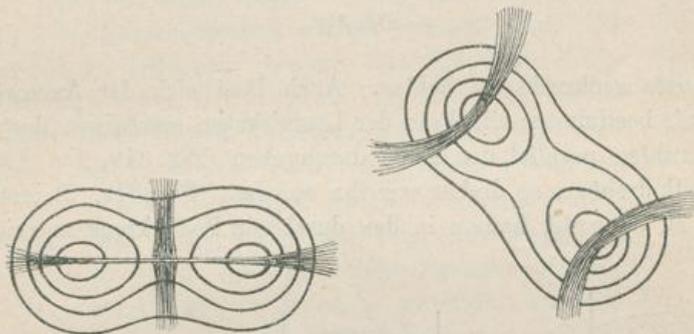


Fig. 317.

durch den Polarisator gar nicht durch; damit ist das dunkle Kreuz erklärt. — Gehen wir von einem Brennpunkt nach der Seite, so haben wir dort immer zwei Komponenten vereinigt, die Gangunterschied besassen; die Grösse des Gangunterschiedes ist aber abhängig von der Richtung, in welcher wir uns vom Brennpunkt entfernen, nämlich am kleinsten in Richtung nach der anderen Axe, am grössten senkrecht dazu. So entstehen als isochromatische Kurven, welche Punkte mit gleichem Gangunterschied verbinden, die Lemniskaten. Je dicker die Platte, desto enger werden die Kurven.

Fällt weisses Licht auf, so wird die Erscheinung viel verwickelter; für jede Farbe entsteht ein Lemniskatensystem; da aber die Axen für verschiedene Farben verschieden sind (§ 431), so sind die Lemniskaten in den verschiedenen Farben nicht homopolar, sondern schneiden sich (Fig. 318). Auch die dunklen Hyperbeln werden dann farbig gesäumt, um so mehr, je verschiedener die Axen für verschiedene Farben liegen. Man nennt dies Dispersion der Axen.

§ 436. Diese Erscheinungen sind wichtig, weil sie die Natur eines Körpers, ob isotrop, ein- oder zweiaxig, erkennen lassen, und die Lage der Elastizitätsachsen zu bestimmen gestatten. Sehen wir z. B. ein symmetrisch liegendes Lemniskatenbild, so wissen wir: der Krystall ist zweiaxig, die Axe des Mikroskops ist parallel einer Elastizitätsaxe, die zweite senkrecht zu ihr im Mittelpunkt des Bildes,

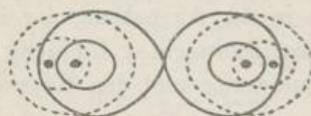


Fig. 318.

die dritte senkrecht zu beiden. Auch lässt sich der Axenwinkel dadurch bestimmen: die Pole der Lemniskaten erscheinen dort, wo die Strahlen parallel den Axen durchgehen (Fig. 319, 1). Ist der Krystall drehbar, so drehen wir ihn so, dass (Fig. 319, 2) erst der eine Pol, dann der andere in den durch ein Fadenkreuz markierten

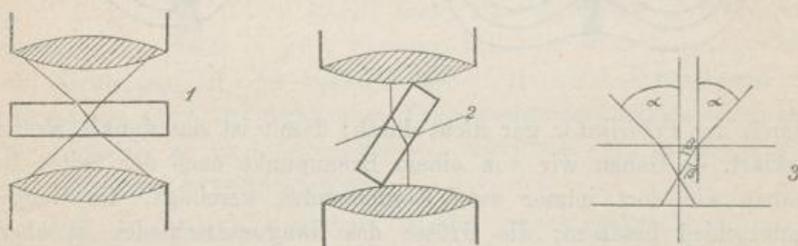


Fig. 319.

Mittelpunkt des Gesichtsfeldes kommt. Die Drehung gibt uns den sog. scheinbaren Axenwinkel 2α (Fig. 319, 3); daraus ergibt sich aber der wahre, 2β sehr leicht, denn $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_v$, gleich dem mittleren Hauptbrechungsindex.

§ 437. Geht weisses Licht durch einen durchsichtigen Körper, so werden alle Farben gleich stark, oder einzelne stärker absorbiert, so dass das austretende Licht farbig ist. Ist der Körper isotrop, so ist es einerlei, in welcher Richtung die Strahlen durchgehen, nicht aber bei Krystallen; bei ihnen hängt von der Schwingungsrichtung die Absorption ab. Geht bei einem einaxigen Krystall

Licht parallel der Axe durch, so schwingt es stets senkrecht zur Axe; das in dieser Richtung schwingende Licht trete mit der Farbe A aus. Geht Licht senkrecht zur Axe durch, so schwingt ein Teil senkrecht zur Axe, tritt mit der Farbe A aus, ein anderer Teil schwingt parallel der Axe, er habe die Farbe B. Während dann parallel der Axe Licht mit der Farbe A austritt, hat es senkrecht zur Axe die Mischfarbe $A + B$, die von A verschieden sein kann. Man nennt diese Erscheinung Dichroismus. Bei den zweiachsigern Krystallen mit drei verschiedenen Elastizitätsrichtungen gibt es natürlich drei mögliche Farben A, B, C; man beobachtet stets ein Gemisch von zweien, wodurch die Verschiedenheit weniger deutlich wird. Um sie sicher zu erkennen, benutzt man die dichroskopische Lupe von Haidinger, Fig. 320. Sie besteht aus einer Linse A und Kalkspatrhomboeder B in einer Fassung, welche unten bei L ein kleines viereckiges Loch hat, während oben bei O die Oeffnung zum Durchsehen ist. Man sieht infolge der Doppelbrechung zwei Bilder von L, welche die beiden Schwingungen getrennt enthalten; die Länge von B ist so gewählt, dass die Bilder sich gerade berühren, wobei ein kleiner Farbenunterschied schon deutlich wird.



Fig. 320.

§ 438. Der Quarz zeigt die Eigenschaften eines positiven einaxigen Krystalls, daneben aber noch eine besondere Eigentümlichkeit: lässt man einfarbiges, z. B. durch ein Nicol N_1 linear polarisiertes Licht parallel der Axe durchgehen, und setzt dahinter ein zum ersten gekreuztes zweites Nicol N_2 , so sollte Dunkelheit herrschen, da parallel der Axe keine Doppelbrechung stattfindet. Das ist aber nicht der Fall, sondern wir müssen N_2 um einen gewissen Winkel drehen, um vollständige Dunkelheit zu erhalten. Dies beweist, dass das Licht nach Durchgang durch den Quarz auch noch linear polarisiert ist, aber in einer anderen Ebene, der Quarz hat die Polarisationssebene gedreht. Man findet unter den Quarzen solche, die die Polarisationssebene im Sinne des Uhrzeigers, rechts herum, oder entgegengesetzt, links herum, drehen, und nennt sie Rechtsquarze und Linksquarze.

Die Untersuchung zeigt, dass der Winkel, um welchen die Polarisationssebene gedreht wird, proportional der Dicke der durchlaufenden Quarzschicht ist, und von der Wellenlänge des Lichtes

abhängt, nämlich dem Quadrat der Wellenlänge nahezu umgekehrt proportional ist (genauer nach Stefan für 1 mm Plattendicke:

$$\sphericalangle \alpha = \frac{816}{\lambda^2} - 1,75,$$

wobei die Wellenlängen in Zehntausendstel-Millimetern gemessen sind). Die Drehung durch 1 mm Quarz beträgt für Licht, welches den Fraunhoferschen Linien entspricht, in Graden:

| B | D | E | F | G | H |
|-------|------|------|------|------|-------|
| 15,03 | 21,7 | 27,5 | 32,5 | 42,4 | 51,0. |

Fällt daher weisses polarisiertes Licht auf den Quarz, so wird dasselbe in seine Farben zerlegt und fächerförmig ausgebreitet; ist in Fig. 321 N_1 die Richtung des ersten Nicols, so wird nach Durchgang durch einen Rechtsquarz rotes Licht in der Richtung R

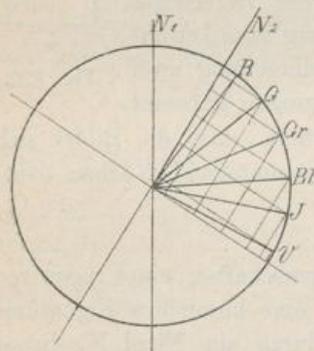


Fig. 321.

schwingen, gelbes nach G u. s. w. Der Quarz wirkt also auf weisses Licht depolarisierend, ein zweites Nicol kann nie Dunkelheit geben. Steht z. B. sein Hauptschnitt nach N_2 , so wird von rotem Licht fast alles durchgelassen, Gelb und Grün noch stark, Blau und Violett sehr schwach; das Licht ist also rötlich. Drehen wir N_2 rechts herum, so wird allmählich Grün vollständig durchgelassen, noch später Blau. Man erkennt also den Rechtsquarz daran, dass bei Drehung

des Analysators rechts herum die durchgelassenen Farben in der üblichen Reihenfolge der Spektralfarben folgen, während beim Linksquarz Blau, Grün, Rot folgen.

Ist die Quarzplatte dick, 10 mm oder mehr, so liegen die verschiedenen Farben nach allen Richtungen im Kreise herum und mehrere über einander: z. B. ist bei 10 mm H um 510° gedreht, bildet also mit N_1 den Winkel 150° , während B um 155° gedreht ist, Rot und Violett liegen also über einander. So entsteht völlige Depolarisation und Weiss höherer Ordnung.

§ 439. Zur Erklärung dieser Erscheinung bemerkt Fresnel folgendes: jeder linear polarisierte Strahl kann betrachtet werden

als Resultante zweier zirkular polarisierter, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen; denn:

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$= \left[\frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \right) \right]$$

$$+ \left[\frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - \frac{a}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \right) \right].$$

Stellt die positiv und negativ hinzugefügte Grösse eine Schwingung senkrecht zu der y-Axe dar, so sind die Ausdrücke in den eckigen Klammern entgegengesetzt zirkular polarisierte Strahlen.

Wenn wir nun annehmen, im Quarz trete parallel der Axe eine solche Zerlegung ein, die beiden Komponenten bewegten sich aber mit verschiedener Geschwindigkeit weiter, so muss eine Drehung der Polarisationssebene resultieren; schwingt das auffallende Licht längs AB (Fig. 322), bewegt sich die zirkulare Schwingung rechts herum schneller, so dass sich beide etwa in C treffen, so haben wir nach Durchgang durch den Quarz die Schwingungsebene CD. —

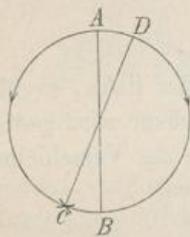


Fig. 322.

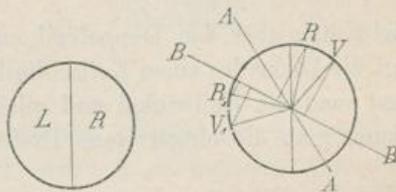


Fig. 323.

Fresnel hat auch den experimentellen Nachweis für die Richtigkeit der Hypothese liefern können, indem er durch Brechung die beiden zirkularen Komponenten trennte.

§ 440. Diese Eigenschaft des Quarzes wird zu mehreren Apparaten benutzt:

1. Der Biquarz besteht aus zwei an einander gekitteten halbkreisförmigen Platten von Rechtsquarz und Linksquarz (Fig. 323). Fällt unter AA schwingendes Licht auf, so wird es durch beide

Hälften als farbige Fächer RV und R_1V_1 nach verschiedenen Seiten gedreht. Steht davor ein Nicol BB , so lässt er von R_1 mehr durch als von R , die linke Platte L erscheint röter als die rechte. Nur wenn BB parallel oder senkrecht zu AA steht, sind beide Hälften des Biquarzes gleich gefärbt. Da das Auge für Gleichheit der Färbung an einander stossender Flächen sehr empfindlich ist, kann man BB sehr genau einstellen und so die Schwingungsrichtung AA viel genauer finden, als wenn man das Nicol BB nur auf grösste Dunkelheit stellte. Besonders empfindlich ist die Methode, wenn der Biquarz $3,75\text{ mm}$ dick ist, weil die kleinste Abweichung des Analysators von der normalen Stellung die dabei entstehende Mischfarbe, die sog. *teinte sensible*, deutlich auf der einen Hälfte rot, auf der anderen blau färbt.

2. Der Rotationskompensator dient dazu, Drehung der Polarisationssebene aufzuheben oder zu messen. Er besteht (Fig. 324) aus zwei Quarzkeilen von Rechts- und Linksquarz. Lässt man Licht gerade in der Mitte, wo die Keile gleich dick sind, durchgehen, so wird die Polarisationssebene erst nach rechts, dann ebenso viel nach links gedreht, der Kompensator ist wirkungslos. Ver-



Fig. 324.

schiebt man aber den Doppelkeil nach rechts oder links, so überwiegt die Dicke des einen Keils, die Polarisationssebene wird gedreht. Kennt man die Keilwinkel und misst die Grösse der Verschiebung, so kann man die eingetretene Drehung berechnen.

§ 441. Der Quarz zeigt die Rotationspolarisation nur in Richtung der Axe. Es gibt noch eine ganze Anzahl Körper, welche die gleiche Fähigkeit besitzen; von einaxigen Krystallen wären z. B. Zinnober und Benzil zu nennen. Aber auch Krystalle des regulären Systems, welche nicht doppelbrechend sind, drehen die Polarisationssebene, und zwar beim Durchgang in jeder Richtung, z. B. chlorsaures und bromsaures Natron. Ferner gibt es eine grosse Menge von Flüssigkeiten, welche drehen (man nennt sie aktive Flüssigkeiten), z. B. Lösungen von Rohrzucker, Dextrin, Kampher, Zitronenöl, Terpentinöl, Weinsäure, weinsaure Salze u. s. w. Die Drehung ist auch hier proportional der Dicke

der Schicht, ausserdem aber der Konzentration. Terpentinöl und Kampher drehen sogar als Dampf. Manche Substanzen drehen rechts oder links, wie der Quarz; so gibt es zwei isomere Arten von Weinsäure, die rechts und links drehen, und zwei ebenso drehende Reihen von Salzen bilden; beide Weinsäuren kommen aber auch gemischt vor als die isomere Traubensäure, welche nicht dreht, inaktiv ist. Die drehenden Krystalle zeigen vielfach unsymmetrische, sog. hemiedrische Flächen, aus deren Lage man erkennen kann, ob sie rechts oder links drehen.

§ 442. Die Rotationspolarisation ist technisch von grosser Wichtigkeit, da sie benutzt wird, den Zuckergehalt von Lösungen zu bestimmen; füllt man die Lösung stets in dasselbe Rohr von gegebener Länge, so ist ja die Drehung dem Zuckergehalt proportional, dieser lässt sich daher aus jener berechnen. Man hat daher verschiedene Apparate, sog. Saccharimeter, konstruiert, welche die Drehung möglichst genau messen lassen sollen.

Das älteste Instrument ist das Saccharimeter von Soleil (Fig. 325); *c* ist ein Nicol, welches das einfallende Licht polarisiert, *d* ein Biquarz, *f* ein Rotationskompensator, der mittelst Mikrometerschraube verschoben werden kann, *g* ein Nicol, *h* ein kleines

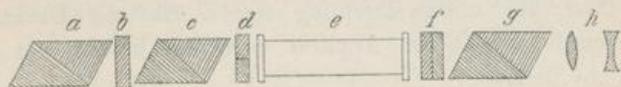


Fig. 325.

Fernrohr, welches auf *d* eingestellt ist. *f* wird auf 0 gestellt, so dass es keine Drehung bewirkt, dann *g* so gedreht, dass beide Hälften des Biquarzes gleich gefärbt sind, dann steht *g* \parallel *c*. Nun wird die Röhre *e* mit Zuckerlösung eingelegt; dadurch wird die Polarisationsebene gedreht, der Kompensator muss verschoben werden, um die Drehung zurückzunehmen, bis der Biquarz wieder gleich gefärbt ist. Die nötige Verschiebung wird an der Mikrometerschraube abgelesen, und gibt den Zuckergehalt, nachdem einmal für eine bekannte Lösung der Wert der Verschiebung bestimmt ist. — Da die Zuckerlösungen häufig durch Verunreinigungen gefärbt sind, ist noch ein Nicol *a* und Quarzplatte *b* vor *c* gesetzt; je nach Stellung dieser Teile gegen *c* (§ 438) fällt verschiedenfarbiges Licht auf *c*, wodurch man die Färbung der Lösung kompensieren kann.

Etwa zehnmal empfindlicher ist das Polaristrobometer von Wild (Fig. 326): a ist das Nicol, welches das einfallende Licht polarisiert, es sitzt drehbar in einer Kreisteilung; b ist die Zucker-
röhre; c, eine sog. Savartsche Platte, besteht aus Kalkspat-
platten, deren Endflächen 45° mit der optischen Axe bilden und
deren Hauptschnitte senkrecht zu einander stehen. Solche Platten
zeigen zwischen zwei Nicols durch Interferenz isochromatische Kurven,
parallele Linien, und zwar am stärksten, wenn die Schwingungs-
ebene des einfallenden Lichtes mit dem Hauptschnitt des ersten
Kalkspats Winkel von 0° oder 90° bildet; die Streifen verschwinden,
wenn der Winkel 45° beträgt. d ist ein Fernrohr, e der Analysator.

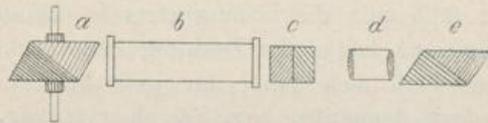


Fig. 326.

a wird so gestellt, dass ohne Zuckerlösung die Interferenzstreifen verschwinden; legt man b ein, so ist die Ebene des auf c fallenden Lichtes gedreht, die Streifen erscheinen; durch Drehung von a können sie zum Verschwinden gebracht werden, was sich sehr genau machen lässt; die nötige Drehung von a gibt die Drehung der Polarisations-ebene. Dieser Apparat wird am besten mit gelbem Natriumlicht benutzt.

Noch neuer sind die sog. Halbschattenapparate, welche von Jellet und Laurent angegeben wurden; ihre Beschreibung würde uns zu weit führen.

§ 443. Die Doppelbrechung und Polarisation durch die Krystalle ist zur Konstruktion von Photometern benutzt worden, die wir noch besprechen müssen. Eine Skizze des Wildschen Photometers gibt Fig. 327. Die beiden Lichtquellen befinden sich in A und B; von ihnen ausgehende Strahlen fallen auf die rechtwinkligen Glasprismen C und D, werden an der Hypotenusenfläche total reflektiert, ebenso noch einmal von den Prismen E und F, so dass wir nun zwei dicht an einander stossende helle Flächen a und b, je von einer Lichtquelle mit natürlichem Licht beleuchtet haben. Das Nicol G lässt von beiden die Hälfte durch. Die beiden Lichtbündel fallen nun auf das Kalkspatrhomboeder H, welches jedes

in ein ordinäres und ein extraordinäres Bündel spaltet; sie sind gleich stark, wenn der Hauptschnitt des Kalkspats 45° mit dem des Nicols bildet. Die Dicke des Kalkspats ist so gewählt, dass das ordinäre Bündel b_0 von b gerade mit dem extraordinären a_0 von a zusammenfällt, so dass die Fläche c von zwei senkrecht zu einander polarisierten Lichtbündeln beleuchtet ist. Sind sie gleich hell, so erscheint c von natürlichem Licht beleuchtet. Ist aber b_0 nicht gleich a_0 , so kann man durch Drehen des Nicols G die eine Komponente schwächen, die andere stärken, bis sie gleich sind; aus dem Drehungswinkel lässt sich leicht das ursprüngliche Helligkeitsverhältnis berechnen. Um deutlich zu erkennen, ob die Bündel

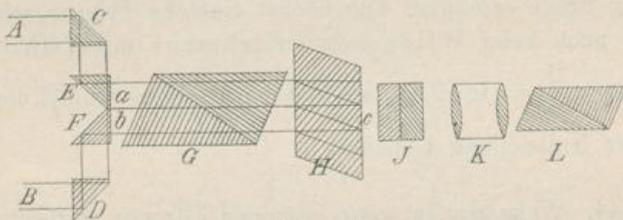


Fig. 327.

gleich hell sind, d. h. ob von c natürliches Licht ausgeht, ist dahinter eine Savartsche Platte J (§ 442), ein Fernrohr K und ein Nicol L aufgestellt. Sobald c noch eine Spur polarisierten Lichtes aussendet, sieht man die Interferenzstreifen, die verschwinden, sobald $b_0 = a_0$ ist.

Es sei noch das Glansche Photometer beschrieben, welches nicht nur die Gesamtintensität zweier Lichtquellen, sondern auch die Intensität der einzelnen Farben zu vergleichen gestattet. A (Fig. 328) ist ein Spalt, durch dessen untere Hälfte das Licht

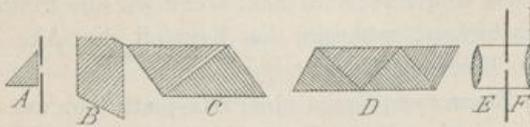


Fig. 328.

der einen Lichtquelle frei eintritt, während die obere Hälfte durch ein total reflektierendes Prisma bedeckt ist, welches die Strahlen der zweiten Quelle hineinwirft. Beide Bündel gehen nun durch

ein Kalkspatrhomboeder B, welches so dick ist, dass die zwei entstehenden Bilder über einander liegen und sich gerade berühren; die untere Hälfte des oberen ordinären Bildes enthält Licht vom freien Spalt, die obere Hälfte des unteren extraordinären Bildes Licht vom reflektierenden Prisma; diese beiden Bündel sind senkrecht zu einander polarisiert. Sie gehen nun durch das Nicol C, welches gestattet, durch Drehung das eine oder andere zu schwächen oder zu stärken. Die Strahlen gehen noch durch das Prisma à vision directe (§ 367) D und ein kleines Fernrohr E; in demselben sieht man zwei Spektren über einander von den verschiedenen Lichtquellen, kann durch die Schieber F beliebige Stellen abgrenzen, das andere Licht abblenden und nun durch Drehung von B gleiche Helligkeit an der betrachteten Stelle erzeugen. Die höchst einfache Theorie zeigt, dass hier wie auch beim Wildschen Instrument das Verhältnis der Intensitäten: $\frac{I_1}{I_2} = \operatorname{tg}^2 \alpha$ ist, wenn α den Drehungswinkel des Nicols aus seiner Nullstellung bedeutet.

§ 444. Wenn wir in sonst isotropen Körpern ungleiche Spannung nach verschiedenen Richtungen erzeugen, so werden sie doppelbrechend. Diese künstliche Doppelbrechung zeigen z. B. gepresste Glasstücke, schnell gekühltes Glas, ungleich eintrocknende Schichten, z. B. von Gelatine, Fischaugen u. s. w. Sie unterscheidet sich von der natürlichen Doppelbrechung sehr wesentlich dadurch, dass die Elastizität in bestimmten Linien verschieden ist, nicht in bestimmten Richtungen (§ 422). Wenn wir z. B. einen Querschnitt eines cylindrischen Glasstabes durch einen umgelegten und stark gespannten Draht von allen Seiten zusammenpressen, so zeigt er im Polarisationsmikroskop das schwarze Kreuz und Ringe der einaxigen Krystalle. Aber die Axe liegt hier wirklich in der Mitte des Stabes, das Bild verschiebt sich, wenn wir die Platte sich selbst parallel verschieben, während im Krystall die Axe keine Linie, sondern eine Richtung ist.

Durch Zusammenpressen einer Glasplatte von zwei Seiten kann man auch zweiaxige Krystalle nachahmen. Kundt hat gezeigt, dass Glasplatten, durch welche tönende longitudinale Schwingungen gehen, doppelbrechend werden.