

wir erhalten ein Bild des Gegenstandes. Dasselbe ist leicht zu konstruieren; in der Fig. 241 ist die Konstruktion des Bildes eines Pfeils für den Konkav- und Konvexspiegel ausgeführt. Der Pfeil ist A B. Von B aus geht unter anderen der Strahl B D durch das Centrum des Spiegels, fällt also senkrecht auf, wird in sich zurückreflektiert, in B D muss also das Bild von B liegen. Von B aus geht auch der der Axe parallele Strahl B E, welcher nach der Reflexion durch den Brennpunkt F gehen muss. Also muss das Bild von B im Durchschnittspunkt dieser beiden Strahlen, in B₁ liegen; ebenso findet man das Bild von A in A₁, von J in K.

Die Grösse des Bildes im Vergleich zum Gegenstand ergibt sich leicht aus der Figur $\frac{JB}{KB_1} = \frac{CJ}{CK} = \frac{D-r}{r-d} = \frac{D}{d}$ (nach dem früheren [§ 345] bei kleiner Oeffnung). Also Gegenstandsgrösse und Bildgrösse verhalten sich wie die Abstände beider vom Spiegel. Das Bild kann daher grösser oder kleiner sein, als der Gegenstand. Immer ist das reelle Bild umgekehrt (siehe Figur), das virtuelle aufrecht.

C. Brechung des Lichtes (Dioptrik).

§ 348. Wir haben schon das Brechungsgesetz, welches zuerst von Snell gefunden wurde, abgeleitet (§ 340).

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{Const} = n,$$

wo ε den Einfallswinkel, β den Brechungswinkel, v_1 und v_2 die Lichtgeschwindigkeit im ersten und zweiten Medium bedeuten. Tritt der Lichtstrahl aus dem Vakuum mit der Geschwindigkeit v_0 , in das Medium 1 mit der Geschwindigkeit v_1 , so ist

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = \frac{v_0}{v_1} = n_1.$$

n_1 heisst der absolute Brechungs-Exponent oder -Quotient oder -Index des Mediums. Ist er für ein zweites Medium n_2 , so ist

$$\frac{v_0}{v_2} = n_2, \text{ also } \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}, \text{ d. h. die Lichtgeschwindigkeiten}$$

in zwei Medien verhalten sich umgekehrt, wie ihre absoluten Brechungsexponenten. Der Versuch zeigt, dass die absoluten Brechungsexponenten stets grösser als 1 sind, d. h. dass v_0 den grössten möglichen Wert hat.

Unter Brechungsexponent schlechtweg versteht man gewöhnlich den gegen Luft; derselbe werde mit n bezeichnet, der absolute Brechungsexponent der Luft mit n_L , der absolute des Mediums mit n_1 , so ist:

$$n_L = \frac{v_0}{v_L}; \quad n_1 = \frac{v_0}{v_1}; \quad n = \frac{v_L}{v_1} = \frac{n_1}{n_L}; \quad \text{also } n_1 = n_L n.$$

n_L ist für 0° und 760 mm gleich $1,00029$.

§ 349. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist $v = m\lambda$ oder $= \frac{\lambda}{T}$, wo m die Schwingungszahl, T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge bedeutet. Wir finden nun, dass v in verschiedenen Medien verschieden ist, also muss für einen Strahl λ sich von Substanz zu Substanz ändern. Nennen wir daher die Wellenlänge eines Strahles im Vakuum und in zwei Substanzen: $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$, so ist,

$$v_0 = \frac{\lambda_0}{T}, \quad v_1 = \frac{\lambda_1}{T}, \quad v_2 = \frac{\lambda_2}{T}, \quad \text{also } n_1 = \frac{v_0}{v_1} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}, \quad n_2 = \frac{v_0}{v_2} = \frac{\lambda_0}{\lambda_2}$$

$$\text{also } \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1},$$

oder die Wellenlänge eines Strahles ändert sich proportional der Geschwindigkeit oder umgekehrt proportional dem Brechungsexponenten.

Der Brechungsexponent, für den Uebergang des Lichtes aus einem Medium 1 in ein Medium 2 ist:

$$n_{1,2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Beim umgekehrten Gang des Strahles aber

$$n_{2,1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Während also im Vakuum ein Strahl in der Zeit t den Weg w_0 durchläuft, legt er in derselben Zeit im Medium 1 den Weg $w_1 = w_0 \frac{v_1}{v_0} = w_0 \frac{1}{n_1}$ zurück. Also ist $w_1 n_1 = w_0$. Dies nennt man die aufs Vakuum reduzierte Länge des Strahles. Ebenso kann man den Weg w_1 , welchen ein Strahl in einem Medium 1 zurücklegt, reduzieren auf ein Medium 2, d. h. berechnen,

welchen Weg w_2 der Strahl in derselben Zeit im Medium 2 zurücklegen würde; es ist

$$w_1 : w_2 = v_1 : v_2 = n_2 : n_1, \text{ also } w_2 = \frac{n_1}{n_2} w_1 = n_{1,2} w_1.$$

Die Summe aller von einem Strahl durchlaufenen Strecken, jede multipliziert mit dem absoluten Brechungsexponenten des betreffenden Mediums, heisst nach v. Helmholtz die optische Länge dieses Strahles. Das Brechungsgesetz lässt sich mit Hilfe dieses Begriffs so aussprechen: Der Strahl legt einen solchen gebrochenen Weg zwischen zwei Punkten verschiedener Medien zurück, dass seine optische Länge ein Minimum ist.

§ 350. Die Gleichung $\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = n = \frac{v_1}{v_2}$ lehrt, dass $n > 1$,

sobald der Lichtstrahl sich im ersten Medium schneller bewegt als im zweiten; man nennt dann das erste Medium optisch dünner, als das zweite. Geht aber der Strahl in umgekehrter Richtung, so ist das zweite Medium dünner, dann ist $n < 1$. Wir schreiben dann $\sin \varepsilon = n \sin \beta$. Hier kann $\sin \varepsilon$ alle Werte zwischen 0 und 1 annehmen, wenn der Einfallswinkel ε von 0° bis 90° wächst; es muss also einen Winkel ε geben, für welchen $\sin \varepsilon = n$ wird; dann gibt die Gleichung $\sin \beta = 1$, d. h. $\beta = 90^\circ$, d. h. der gebrochene Strahl wird gar nicht mehr in das zweite Medium eintreten, sondern wird ganz reflektiert, während bei allen kleineren Einfallswinkeln nur ein Teil des Lichtes reflektiert, der andere Teil gebrochen wird. Man nennt diesen Winkel ε , für den $\sin \varepsilon = n$ ist, den Winkel der totalen Reflexion. Es ist z. B. für Wasser — Luft: $n = \frac{3}{4}$, für $\varepsilon = 48^\circ$, 5 wird $\beta = 90^\circ$. Sieht man also von einem Punkte a (Fig. 242) aus unter Wasser in die Höhe, so gehen die Sehstrahlen nur zum Teil aus dem Wasser heraus; man sieht nur in einem kreisrunden Feld bb die Gegenstände über dem Wasser, rund herum aber die Gegenstände auf dem Boden des Wassers durch total reflektierte Strahlen.

§ 351. Geht ein Strahl durch eine von parallelen Ebenen begrenzte Schicht, eine planparallele Platte, eines Mediums hindurch, so wird seine Richtung nicht geändert, sondern er nur sich selbst parallel verschoben. Denn im Punkt a (Fig. 243) haben wir: $\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$,

im Punkt b: $\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \beta_1} = \frac{v_2}{v_1}$; da aber $\beta = \varepsilon_1$ ist, folgt $\varepsilon = \beta_1$. Die Verschiebung ist dabei: $ac = ab \sin (\beta_1 - \varepsilon_1)$; wenn d die Dicke der Platte bezeichnet, so ist $ae = d = ab \cos \beta = ab \cos \varepsilon_1$, also $ac = d \frac{\sin (\beta_1 - \varepsilon_1)}{\cos \varepsilon_1} = d \sin \varepsilon_1 \left(1 - \frac{1}{n} \frac{\cos \beta_1}{\cos \varepsilon_1} \right)$.

§ 352. Ist ein durchsichtiger Körper so geschliffen, dass sich an ihm zwei Ebenen befinden, die sich unter einem Winkel schneiden, so heisst er ein optisches Prisma, die Schnittlinie heisst die brechende Kante des Prisma, der Winkel, den die Ebenen

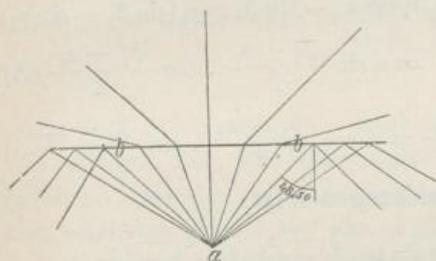


Fig. 242.

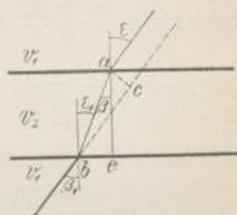


Fig. 243.

bilden, heisst der brechende Winkel des Prisma. Ein senkrecht auf der Kante stehender Schnitt heisst ein Hauptschnitt. Sei in Fig. 244 ABC ein solcher, der brechende Winkel ist γ . Sei

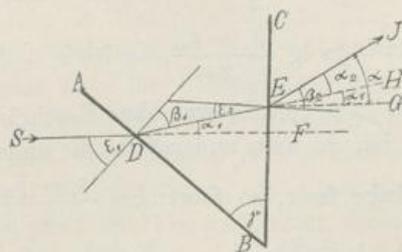


Fig. 244.

SD ein auffallender Strahl, so wird er gebrochen nach DE, dabei abgelenkt um den Winkel α_1 . In E trifft er wieder eine Grenze, wird abermals gebrochen nach EJ, dabei abgelenkt um α_2 . Die ganze Ablenkung ist (wenn wir EG \parallel DF ziehen)

$$\sphericalangle JEG = \alpha = \alpha_1 + \alpha_2.$$

Nun haben wir aus $\triangle DBE$: $\gamma + (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \varepsilon_2) = 180^\circ$,
 also $\gamma = \beta_1 + \varepsilon_2$; $\alpha_1 = \varepsilon_1 - \beta_1$; $\alpha_2 = \beta_2 - \varepsilon_2$,
 also $\alpha = \varepsilon_1 - \beta_1 + \beta_2 - \varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \beta_2 - \gamma$.

Daraus erkennt man, dass die Ablenkung sich ändert mit dem Einfallswinkel. Es gibt einen Winkel, für den sie ein Minimum ist, nämlich wenn $\varepsilon_1 = \beta_2$; dann ist auch $\beta_1 = \varepsilon_2$, DBE wird ein gleichschenkeliges Dreieck. Dies lässt sich so beweisen: α ist am kleinsten, wenn $\varepsilon_1 + \beta_2$, oder auch $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2}$ am kleinsten ist. Nun gilt, wenn wir den Brechungsexponent des Prisma n nennen: $\sin \varepsilon_1 = n \sin \beta_1$; $\sin \beta_2 = n \sin \varepsilon_2$, also:

$\sin \varepsilon_1 + \sin \beta_2 = n (\sin \beta_1 + \sin \varepsilon_2)$; $\sin \varepsilon_1 - \sin \beta_2 = n (\sin \beta_1 - \sin \varepsilon_2)$
 oder: $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} \cos \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} = n \sin \frac{\beta_1 + \varepsilon_2}{2} \cdot \cos \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2}$ (A)

$$\text{und } \cos \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} \sin \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} = n \cos \frac{\beta_1 + \varepsilon_2}{2} \cdot \sin \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2}.$$

Durch Division beider Gleichungen folgt:

$$\text{tg } \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} \text{ tg } \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2} = \text{tg } \frac{\beta_1 + \varepsilon_2}{2} \text{ tg } \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2}.$$

Nun zeigt die Figur, dass $\varepsilon_1 + \beta_2 > \beta_1 + \varepsilon_2$, folglich

$\text{tg } \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} > \text{tg } \frac{\beta_1 + \varepsilon_2}{2}$, daher muss nach letzter Gleichung entweder $\text{tg } \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} > \text{tg } \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2}$ sein, oder beide gleich 0.

Ist $\text{tg } \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} > \text{tg } \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2}$, so ist $\varepsilon_1 - \beta_2 > \beta_1 - \varepsilon_2$.

Setzt man $\beta_1 > \varepsilon_2$ voraus, was ohne Beschränkung der Allgemeinheit gestattet ist, da man andernfalls die umgekehrte Richtung des Strahles ins Auge fasst, so folgt: $\cos \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} > \cos \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2}$,

folglich nach (A) $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} > n \sin \frac{\beta_1 + \varepsilon_2}{2}$, oder da $\beta_1 + \varepsilon_2 = \gamma$,
 $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} > n \sin \frac{\gamma}{2}$.

Ist dagegen $\text{tg } \frac{\varepsilon_1 - \beta_2}{2} = \text{tg } \frac{\beta_1 - \varepsilon_2}{2} = 0$, so ist $\varepsilon_1 = \beta_2$,
 $\beta_1 = \varepsilon_2$, also nach (A) $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}$. Folglich erhält man

für $\varepsilon_1 = \beta_2, \beta_1 = \varepsilon_2$ den kleinsten möglichen Wert von $\sin \frac{\varepsilon_1 + \beta_2}{2}$, also auch von α . Strahlen, die in dieser Richtung das Prisma durchdringen, nennt man im Minimum der Ablenkung befindlich.

§ 353. Die gewöhnlich benutzte Methode zur Bestimmung des Brechungsexponenten fester Körper beruht auf diesem Fall.

Ist $\varepsilon_1 = \beta_2, \beta_1 = \varepsilon_2$, so wird $\alpha = 2\varepsilon_1 - \gamma$, $\varepsilon_1 = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ und $\gamma = 2\beta_1$,

also $\beta_1 = \frac{\gamma}{2}$. Daher wird $n = \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \beta_2}$ zu $n = \frac{\sin \frac{\alpha + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$. Die Formel

zeigt, dass wir n erhalten, wenn wir γ und α bestimmen können. Wie ersteres mit dem Goniometer geschieht, ist in § 343 angegeben. Dasselbe Instrument dient auch, um α zu bestimmen: man setzt das Prisma auf den Teilkreis so, dass der aus C austretende Strahl möglichst wenig abgelenkt wird, dreht das Fernrohr F so, dass der Strahl hineinfällt und liest seine Stellung ab. Dann nimmt man das Prisma fort, dreht das Fernrohr, bis der unabgelenkte Strahl hineinfällt und liest seine Stellung am Teilkreis ab. Die Differenz der Ablesungen gibt α .

Der Brechungskoeffizient von Flüssigkeiten wird bestimmt, indem man dieselben in Hohlprismen aus Glas füllt; die planparallelen Glaswände wirken dabei nicht ablenkend (§ 351). — Sehr zweckmässig benutzt man für Flüssigkeiten den Fall der totalen Reflexion: Bringt man unter ein Prisma abc (Fig. 245) einen Tropfen T der Flüssigkeit, lässt einen Strahl AB auffallen, der gebrochen wird nach BC, so tritt der Strahl im allgemeinen in der Richtung CF aus. Ist aber das Prisma optisch dichter, d. h. stärker brechend als die Flüssigkeit, so wird bei bestimmter Einfallsrichtung und für bestimmten Winkel ϑ das Licht total reflektiert werden nach CD und nach Brechung nach DE austreten. Durch Beobachtung des Austrittswinkels ε lässt sich der Brechungsexponent der Flüssigkeit finden. Denn nennen wir den gewöhnlichen Brechungskoeffizienten des Prisma n_1 , den gesuchten der Flüssigkeit n_2 , den von Prisma zu Flüssigkeit n , so ist $n_1 = \frac{v}{v_2}$, wo v die Lichtge-

schwindigkeit in Luft bedeutet, $n_2 = \frac{v}{v_2}$, $n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$. Bei der totalen Reflexion ist $\sin \vartheta = n = \frac{n_2}{n_1}$, also $n_2 = n_1 \sin \vartheta$. Aus $\triangle cCD$ folgt:

$$\vartheta = \gamma + \beta, \text{ also } n_2 = n_1 \sin(\gamma + \beta),$$

wo sich β ergibt aus $\sin \varepsilon = n_1 \sin \beta$. Kennen wir also den brechenden Winkel γ des Prisma, seinen Brechungsexponenten n_1 und beobachten ε , so ist n_2 zu berechnen. — Nach diesem Prinzip sind verschiedene Apparate konstruiert, die in sehr bequemer Weise die Bestimmung ausführen lassen.

Die Brechungsexponenten der Gase lassen sich auch in Hohlprismen bestimmen, besser aber mit dem später zu erwähnenden Jaminschen Interferenz-Apparat (§ 397).

Wie wir später ausführlich zu besprechen haben, zeigt sich, dass der Brechungsexponent von der Schwingungszahl des Lichtstrahls, oder was dasselbe ist, von seiner Farbe abhängt. In den folgenden Tabellen¹⁾ sind einige Resultate für gelbes Licht zusammengestellt, und zwar ist, ausser für die Gase, der Brechungsexponent gegen Luft gegeben, für Gase der absolute Brechungsexponent.

Eis	1,309	Steinsalz	1,544
Alaun	1,456	Flintglas	1,6—2,0
Crown Glas	1,534	Borbleiglas	2,130
Quarz	1,544	Diamant	2,420
Bernstein	1,547	Bleichromat	2,926
Wasser	1,333	Schwefelsäure	1,440
Essig	1,347	Olivenöl	1,469
Aether	1,359	Leinöl	1,485
Alkohol	1,363	Kanadabalsam	1,532
Salzsäure	1,401	Kassiaöl	1,600
Salpetersäure	1,410	Schwefelkohlenstoff	1,636
Wasserstoff	1,000143	Kohlenoxyd	1,000340
Sauerstoff	1,000272	Kohlensäure	1,000454
Luft	1,000295	Schweflige Säure	1,000665
Stickstoff	1,000300	Chlor	1,000772

Diese Zahlen beziehen sich auf 0° und 760 mm Druck.

¹⁾ Ausführlicheres siehe in Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen, Berlin 1894.

Der Brechungsexponent nimmt mit steigender Temperatur bei den meisten Körpern ab, bei den Gläsern zu, aber in sehr verschiedener Weise. Für Gase ist nach Biot und Arago die brechende Kraft $(n^2 - 1)$ oder auch $(n - 1)$ der Dichte proportional.

§ 354. Von besonderer Wichtigkeit ist die Brechung des Lichtes durch gekrümmte Flächen, und zwar durch sphärische Flächen, da diese fast allein benutzt werden. Sei in Fig. 246 MN eine kugelförmige Grenzfläche zwischen den Medien 1 und 2 mit den ab-

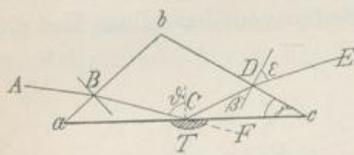


Fig. 245.

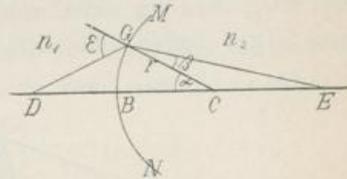


Fig. 246.

soluten Brechungsexponenten n_1 und n_2 . Sei C der Krümmungsmittelpunkt der Fläche, r ihr Radius. In D befinde sich ein leuchtender Punkt, von welchem unter anderen ein Strahl DG unter dem Einfallswinkel ε die Fläche trifft. Er werde nach GE gebrochen unter dem $\sphericalangle \beta$, so ist $\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$. Alle von D ausgehenden Strahlen, die unter demselben $\sphericalangle \varepsilon$ die Fläche treffen, vereinigen sich in E, dieses ist also ein Bild von D. — Nennen wir $DB = D$, $EB = d$. Wir haben nach der Fig. 246

$$\frac{DC}{DG} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \alpha}; \quad \frac{EC}{EG} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}; \quad \frac{DC}{EG} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \text{ oder}$$

$$n_2 \frac{EC}{EG} = n_1 \frac{DC}{DG}.$$

Beschränken wir uns, wie bei den Spiegeln, auf den Fall, dass α sehr klein ist, so können wir setzen: $DG = D$, $EG = d$, $EC = d - r$, $DC = D + r$; dann ist

$$n_1 \frac{D+r}{D} = n_2 \frac{d-r}{d} \text{ oder } \frac{n_1}{D} + \frac{n_2}{d} = \frac{n_2 - n_1}{r}.$$

In dieser Gleichung kommt der Winkel α nicht mehr vor, d. h. alle Strahlen, die von D ausgehen, vereinigen sich durch Brechung in E.

Leuchtender Punkt und Bildpunkt heissen konjugierte Punkte; sie können ihre Stelle mit einander vertauschen.

Genau dieselbe Gleichung gilt auch für den Fall, dass die Strahlen nach der Brechung divergent sind, oder dass die brechende Fläche konkav ist, nur sind für diese Fälle d oder d und r negativ zu rechnen (vgl. § 343).

§ 355. Wir gehen nun zu dem praktisch allein wichtigen Fall über, dass wir einen von zwei Kugelflächen begrenzten Körper, eine Linse haben, die auf beiden Seiten von demselben Medium

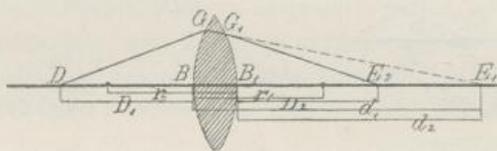


Fig. 247.

umgeben ist. Der Brechungsexponent des Mediums sei n_1 , der der Linse n_2 . D sei der leuchtende Punkt, r_1 der Krümmungsradius der ersten Fläche. Sei $DB = D_1$. Durch Brechung an der ersten Fläche würden die Strahlen nach E_1 gelangen, wenn das Medium der Linse so weit reichte, und ist $BE_1 = d_1$, so wäre nach dem vorigen Paragraphen $\frac{n_1}{D_1} + \frac{n_2}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1}$. Durch die Brechung an der zweiten Fläche mit dem Krümmungsradius r_2 werden aber die Strahlen abermals gebrochen, so dass sie sich in E_2 vereinigen. Betrachten wir E_2G_1 als einfallenden Strahl, $E_1G_1G_2$ als den gebrochenen, nennen demnach $E_2B_1 = D_2$, und $E_1B_1 = -d_2$ (da die Strahlen nach der Brechung divergent bleiben), so wird dieselbe Gleichung des vorigen Paragraphen für die zweite Brechung:

$$\frac{n_1}{D_2} - \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_2 - n_1}{r_2}.$$

Wir wollen die Rechnung nur für einen vereinfachten Fall durchführen, nämlich annehmen, die Linse sei so dünn, dass wir ihre Dicke gegen den Abstand des Bildes vernachlässigen können;

dann ist $d_2 = d_1$ zu setzen, und die Gleichungen für die beiden Brechungen werden:

$$\frac{n_1}{D_1} + \frac{n_2}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} \quad \text{und} \quad \frac{n_1}{D_2} - \frac{n_2}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_2}.$$

addieren wir beide, so folgt:

$$\frac{n_1}{D_1} + \frac{n_1}{D_2} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

oder
$$\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Ist der leuchtende Punkt D unendlich weit entfernt, d. h. fallen parallele Strahlen auf, so wird $D_1 = \infty$, $\frac{1}{D_1} = 0$. Nennen wir in diesem Falle D_2 , den Abstand des Vereinigungspunktes paralleler Strahlen von der Linse, f , so wird also die Gleichung

$$\frac{1}{D_2} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Man nennt f die Brennweite der Linse, den Punkt, in welchem die parallelen Strahlen sich vereinigen, den Brennpunkt. Ist $D_2 = \infty$, so wird ebenso $\frac{1}{D_1} = \frac{1}{f}$, d. h. die Brennweite der Linse ist dieselbe auf beiden Seiten. Führen wir f in obige Gleichung ein, so wird sie

$$\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein für beliebig gestaltete Linsen, welche als unendlich dünn betrachtet werden können; für eine ebene Fläche ist nur das betreffende $r = \infty$ zu setzen, für konkave Flächen r negativ zu nehmen.

§ 356. Die Gleichung für die Linse hat obige einfache Gestalt dadurch angenommen, dass wir die Dicke der Linse vernachlässigten. Auch ohne dies Hilfsmittel lässt sich die Rechnung streng durchführen. Um diese Rechnung zu vereinfachen, sind von Gauss sog. Kardinalpunkte für jedes optische centrierte System eingeführt worden; unter letzterem versteht man eine Reihe von verschiedenen Medien, durch lauter sphärische Flächen von einander geschieden, deren Krümmungsmittelpunkte sämtlich auf einer geraden Linie, der Axe des Systems, liegen. Wir müssen uns hier mit der Angabe der Kardinalpunkte begnügen:

1. Die Brennpunkte sind die Vereinigungspunkte der Strahlen, die im ersten oder letzten Mittel parallel der Axe verlaufen. Ebenen durch die Brennpunkte senkrecht zur Axe heissen Brennebenen.

2. Die Hauptpunkte und die durch sie gelegten Hauptebenen sind dadurch definiert, dass der eine das Bild des anderen ist und die in den Hauptebenen liegenden Bilder gleich gross und gleich gerichtet sind.

3. Die Knotenpunkte sind so gelegen, dass jeder Strahl, der vor der Brechung durch den ersten geht, nach der Brechung parallel zu seiner ersten Richtung durch den zweiten geht.

§ 357. Man unterscheidet unter den Linsen (Fig. 248): 1. Bikonvexe, 2. plankonvexe und 3. konkavkonvexe. Diese drei Arten sind in der Mitte dicker als am Rande, sie machen auffallende Strahlen konvergenter und heissen auch Sammellinsen.

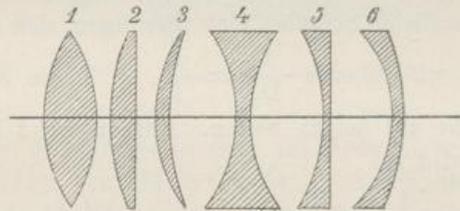


Fig. 248.

Ferner hat man 4. bikonkave, 5. plankonkave und 6. konvexkonkave, welche in der Mitte dünner sind, Strahlen divergenter machen und Zerstreungslinsen heissen.

Die durch die Linse gehende Linie, welche die Krümmungsmittelpunkte der beiden Flächen enthält, heisst die Axe der Linse, der zur Axe senkrechte Durchmesser der Linse heisst ihre Oeffnung.

Für Glaslinsen in Luft ist $n_2 > n_1$. Daraus folgt, dass $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ positiv oder negativ wird, je nach dem Vorzeichen der r . Bei 1. ist r_1 und r_2 positiv, bei 2. r_1 positiv, $\frac{1}{r_2} = 0$, bei 3. r_1 positiv, r_2 negativ, aber $\frac{1}{r_1} > \frac{1}{r_2}$; in diesen Fällen wird daher f positiv, d. h. die Sammellinsen haben reelle (vgl. § 345) Brennpunkte. Ebenso leicht ist zu übersehen, dass

für die Zerstreuungslinsen f negativ wird, sie also virtuelle Brennpunkte besitzen.

§ 358. Da jeder Punkt eines vor einer Sammellinse liegenden Gegenstandes einen konjugierten Bildpunkt jenseits der Linse hat, so ergibt sich, dass die Linsen Bilder entwerfen. Ihre Lage ist leicht durch Konstruktion zu finden: Ist AB der Gegenstand, so geht von B unter anderen der der Axe parallele Strahl BC aus,

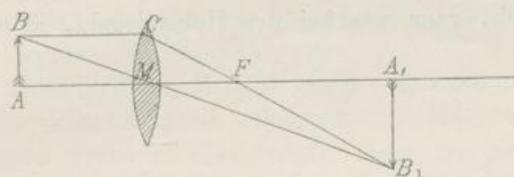


Fig. 249.

der nach der Brechung durch den Brennpunkt F gehen muss. Von B geht auch ein Strahl durch die Mitte M der Linse; da dieser parallele Stücke der brechenden Fläche trifft, geht er unabgelenkt weiter. Das Bild von B muss im Schnittpunkt dieser beiden Strahlen, in B_1 , liegen, A_1B_1 ist also das Bild von AB . Die Formel $\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} = \frac{1}{f}$ lässt, ganz ebenso wie bei den Hohlspiegeln, leicht übersehen, wie die Lage des Bildes sich ändert bei Änderung des Gegenstandes. Rückt der Gegenstand aus dem Unendlichen heran, so rückt das reelle umgekehrte verkleinerte Bild aus dem Brennpunkt in die Ferne. Für $D_1 = 2f$ wird auch $D_2 = 2f$, d. h. ein in der doppelten Brennweite liegender Gegenstand hat sein gleichgrosses Bild auch in der doppelten Brennweite. Rückt der Gegenstand bis zum Brennpunkt, so rückt das Bild bis in die Unendlichkeit, es ist jetzt vergrössert. Fällt aber der Gegenstand zwischen Brennpunkt und Linse (Fig. 250), so werden die gebrochenen Strahlen CF und BM divergent, sie schneiden sich rückwärts verlängert in B_1 . Wir haben also jetzt ein aufrechtes, vergrössertes, virtuelles Bild.

Die Zerstreuungslinsen liefern, wie die Konstruktion in Fig. 251 zeigt, stets ein aufrechtes, verkleinertes, virtuelles Bild, wo auch der Gegenstand liegen mag.

Die Grösse des durch Linsen erzeugten Bildes ergibt sich sehr leicht aus der Fig. 249. Nennen wir die Grösse von Bild und

Gegenstand L_1 und L_2 , ihre Abstände von der Linse D_1 und D_2 , so ist $\frac{L_1}{L_2} = \frac{D_1}{D_2}$, die Grössen verhalten sich, wie die Abstände von der Linse.

§ 359. Wir haben bei Ableitung der Linsenformel die vereinfachende Annahme gemacht, der $\sphericalangle \alpha$ (§ 354) sei sehr klein. Ist das nicht der Fall, so treffen sich nicht alle Strahlen, die von einem Punkte der Axe ausgehen, wieder in einem Punkte, sondern schneiden sich, ganz wie bei den Hohlspiegeln, in einer Fläche,

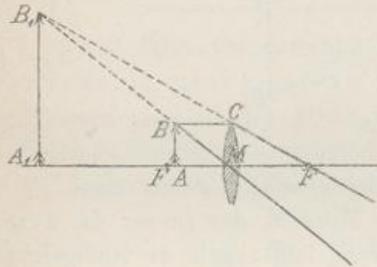


Fig. 250.

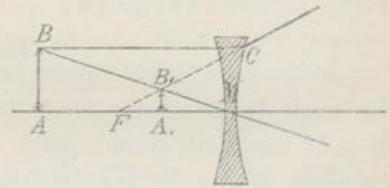


Fig. 251.

deren Schnitt mit einer Ebene durch die Axe, der Ebene der Zeichnung Fig. 252, die Brennlinie oder diakaustische Linie genannt wird. Während also die Centralstrahlen sich alle im Punkte A vereinen, schneiden sich die Randstrahlen in B; es ist

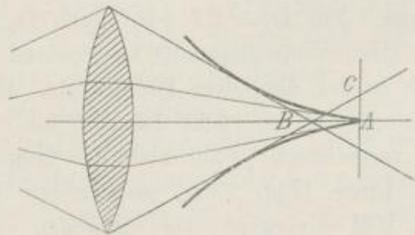


Fig. 252.

klar, dass dadurch kein scharfes Bild des Punktes zu stande kommen kann, eine Ebene in A würde einen hellen Punkt A, umgeben von einem dunkleren Kreise mit dem Radius AC, zeigen. Man bezeichnet diese Erscheinung als sphärische Aberration der Strahlen, die Strecken AB und AC als die sphärische Längen-

und Seitenabweichung der Linse. Die Theorie zeigt, dass diese Seitenabweichung der dritten Potenz der Oeffnung proportional, dem Quadrat der Brennweite umgekehrt proportional ist.

Wir können eine Linse von bestimmtem Material und bestimmter Brennweite noch sehr verschieden gestalten, indem wir die eine Seite immer flacher, die andere desto gewölbter machen. Es lässt sich zeigen, dass bei solchen Linsen die sphärische Aberration verschieden gross ist, und es lässt sich die Linse bester Form berechnen, für welche die Aberration am kleinsten wird. Vollkommen lässt sie sich beseitigen durch Kombination zweier Linsen; ein solches System heisst aplanatisch.

Noch einen anderen Mangel zeigen die Linsen. Wir haben bisher immer stillschweigend vorausgesetzt, dass wir es nur mit Licht von einer Farbe zu thun haben, denn nur dann haben wir einen konstanten Brechungsexponenten. Dagegen wird blaues Licht viel stärker gebrochen als gelbes oder gar rotes. Das weisse Licht enthält aber, wie wir sehen werden, Strahlen von allen Farben. Sendet also der leuchtende Punkt weisses Licht aus, so werden davon die blauen Strahlen am stärksten gebrochen, es entsteht ein blaues Bild am nächsten der Linse, etwas weiter ein grünes, dann ein gelbes, endlich ein rotes; an jeder Stelle, wo wir das Bild auffangen, erhalten wir nur eine Farbe scharf, herum Kreise in den anderen Farben.

Man nennt dies chromatische Aberration. Wie wir später (§ 367) sehen werden, lässt sich auch dieser Mangel beseitigen, indem wir zwei Linsen aus verschiedenen Glassorten vereinigen. Ein solches Paar nennt man eine achromatische Linse.

§ 360. Wir wollen nun die Apparate besprechen, bei welchen die Linsen hauptsächlich benutzt werden.

1. Die Lupe. Die Grösse eines Gegenstandes schätzen wir nach dem Schwinkel, d. h. dem Winkel, den die von den Rändern des Gegenstandes kommenden Strahlen mit dem Auge bilden. Wir würden daher den kleinsten Gegenstand beliebig gross sehen können, wenn wir ihn beliebig nah ans Auge bringen könnten. Ein normalsichtiges Auge sieht aber Gegenstände nicht deutlich, wenn sie näher als im sog. Nahepunkt, etwa 10 *cm*, liegen.

Die sehr nahen, daher unter grossem Schwinkel, aber auch ganz unscharf erscheinenden Gegenstände in die deutliche Sehweite, d. h. die Entfernung, in welcher wir ohne Anstrengung

deutlich sehen, etwa 25 cm (§ 446), zu rücken, ist Aufgabe der Lupe, einer einfachen Sammellinse von kurzer Brennweite, $FM = f$, innerhalb deren der Gegenstand AB liegt. Die Wirkung dieser Linse ist schon in § 358 besprochen; es entsteht ein aufrechtes, virtuelles Bild A_1B_1 , dessen Entfernung $A_1M = D_2$ von $AM = D_1$ abhängt. Die Linse wird so gehalten, dass für das dicht an der Linse befindliche Auge O die Strecke OA_1 die deutliche Sehweite

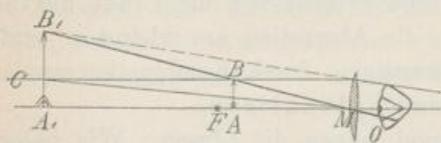


Fig. 253.

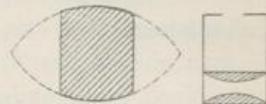


Fig. 254.

ist. Die Strecke OM können wir vernachlässigen, das Auge uns in M denken; dann würde, wenn wir $A_1C = AB$ machen, der Gegenstand in der deutlichen Sehweite unter dem Winkel CMA_1 erscheinen, nach Einschalten der Lupe unter dem Winkel B_1MA_1 .

Die Vergrößerung ist: $m = \frac{B_1A_1}{BA} = \frac{A_1M}{AM} = \frac{D_2}{D_1}$. Es gilt aber

für diesen Fall, wo D_2 negativ ist, nach dem früheren die Gleichung:

$\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} = \frac{1}{f}$ oder $\frac{D_2}{D_1} - 1 = \frac{D_2}{f}$. Also ist die Vergrößerungszahl der Lupe $m = \frac{D_2}{D_1} = 1 + \frac{D_2}{f}$. D_2 ist aber in diesem

Fall die deutliche Sehweite; nennen wir sie w , so ist $m = 1 + \frac{w}{f}$.

Je kleiner f , desto grösser ist also m . Für sehr kleines f muss aber die Linse sehr stark gekrümmt sein, was sphärische Aberration hervorruft; man benutzt daher entweder nur Centralstrahlen, wie

in der ersten der in Fig. 254 abgebildeten Lupen, wo überhaupt nur der mittlere Teil der Linse vorhanden ist; oder besser setzt man zwei weniger stark gekrümmte Linsen dicht hinter einander, die Fraunhofer'sche Lupe.

Da die deutliche Sehweite für verschiedene Augen verschieden gross ist, ist die Einstellung der Lupe für sie verschieden, ebenso die Vergrößerung. Je kurzsichtiger das Auge ist, desto schwächer vergrössert die Lupe.

§ 361. 2. Die Camera obscura ist in ihrer einfachsten Form ein Kasten, in dessen Vorderwand sich ein kleines Loch

befindet, während die Hinterwand durch eine matte Glasscheibe gebildet wird. Hier entstehen durch die das Loch passierenden Strahlen Bilder der vor der Kamera liegenden Gegenstände, die aber sehr lichtschwach sind, wenn das Loch klein ist, unscharf, wenn dasselbe gross ist. Daher war es ein grosser Fortschritt, als an Stelle des Lochs eine Linse gesetzt wurde.

Seit die Photographie die Kamera zur Entwerfung der Bilder auf den lichtempfindlichen Platten benutzt, sind die benützten Linsensysteme, Objektive, ausserordentlich vervollkommenet und mannigfaltig gestaltet worden, je nach dem Zweck, dem sie dienen sollen. Sie müssen aplanatisch, achromatisch, möglichst lichtstark sein, ein grosses Gesichtsfeld liefern. Die Lichtstärke wird hauptsächlich

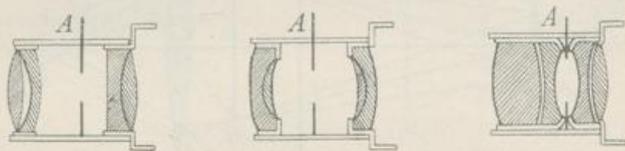


Fig. 255.

bei den Porträtobjekten betont, deren erstes von Petzwal berechnet, von Voigtländer hergestellt wurde. Nicht ganz so lichtstark, aber besser aplanatisch, sind die Objektive von Steinheil, der sog. Aplanat und der lichtstärkere Antiplanet. In der obenstehenden Figur 255 sind die Querschnitte dieser 3 Objektive gegeben. Bei A lassen sich Blenden einschieben, d. h. Platten mit verschieden grossen kreisrunden Oeffnungen, wodurch man sich mehr oder weniger auf die Centralstrahlen beschränken kann. Dadurch wird das Bild schärfer, aber auch lichtschwächer. In neuester Zeit sind sehr vorzügliche Objektive von Zeiss hergestellt, die sog. Anastigmaten.

Es sei hier auch die allerdings nicht auf Linsenwirkung beruhende Camera lucida erwähnt, die dazu dient, Gegenstände bequem zu zeichnen. Die Form von Wollaston zeigt Fig. 256.

P ist ein Prisma, welches vor das Auge A geschoben wird, so dass die Hälfte der Pupille davon verdeckt wird, während die andere Hälfte auf das Papier BB blickt. In P werden die vom

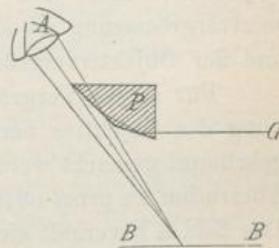


Fig. 256.

Gegenstand G ausgehenden Strahlen zweimal total reflektiert und gelangen dann ins Auge, welches daher gleichzeitig das Papier und den Bleistift und den Gegenstand sieht, der leicht nachgezeichnet wird.

§ 362. Das Mikroskop wird benutzt, wenn man stärkere Vergrößerung haben will, als mit der Lupe zu erreichen ist. Es besteht aus zwei Linsensystemen, dem Objektiv und dem Okular.

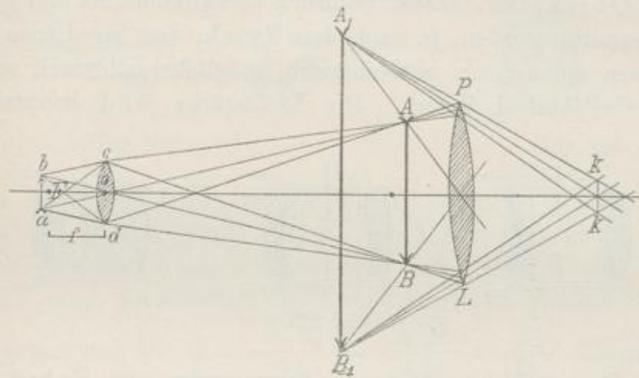


Fig. 257.

Das Objektiv O von kleiner Brennweite f entwirft von dem nahe dem Brennpunkt F gelegenen Gegenstände ab ein umgekehrtes, vergrößertes, reelles Bild AB , welches durch das Okular PL , eine Lupe, betrachtet und daher abermals vergrößert wird. Die Gesamtvergrößerung ist also das Produkt aus der Okularvergrößerung und der Objektivvergrößerung.

Für starke Vergrößerungen wird fast ausschliesslich die Wirkung des Objektivs herangezogen, weil sonst das Okular zu stark gekrümmt gemacht werden müsste, wodurch entweder die sphärische Aberration zu gross oder das brauchbare Gesichtsfeld zu klein wird. Das Bild AB verhält sich nämlich anders, als wenn AB ein leuchtender Gegenstand wäre. In letzterem Falle würden z. B. von B Strahlen nach allen Richtungen ausgehen und PL treffen, ein Bild von B würde entstehen, auch wenn nur die Mitte von PL vorhanden wäre; hier aber ist B durch einzelne bestimmte Strahlen, das Bündel cB , dB gebildet, welche PL allein bei L treffen; decken wir daher den Rand der Linse, so fiele B und B_1 fort. Dadurch ist grosse Oeffnung des Okulars erfordert, kleiner Krümmungsradius und starke Vergrößerung durch dasselbe ausgeschlossen.

Alle Strahlen, welche durch das Objektiv kommen, werden durch das Okular schliesslich in einem Kreise k , dem Okularkreise, gesammelt, der nichts anderes ist, als ein Bild des Objektivs O . In diesen Kreis muss das Auge gebracht werden, und wir haben möglichste Helligkeit, wenn der Okularkreis gleich der

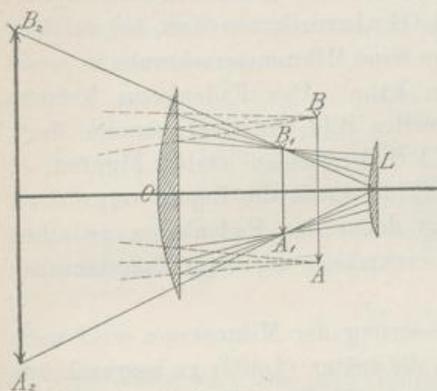


Fig. 258.

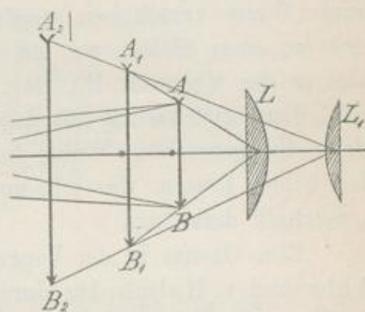


Fig. 259.

Pupillenöffnung ist. Es lässt sich zeigen — worauf wir nicht eingehen wollen —, dass die Helligkeit schnell abnimmt bei wachsender Vergrößerung.

Die Objektive mit sehr kurzer Brennweite sind stets aus mehreren achromatischen Linsen, 2, 3 oder 4, hergestellt. Noch mehr, namentlich in Bezug auf die Helligkeit, ist durch die sog. Immersionssysteme erreicht worden, bei welchen zwischen Objekt und Objektiv eine stärker als Luft brechende Flüssigkeit, Oel, Glycerin u. s. w., gebracht wird.

Die Okulare werden ebenfalls aus zwei Linsen zusammengesetzt, und zwar sind zwei Konstruktionen üblich:

Beim Huygensschen oder Campanischen Okular (Fig. 258) fängt die erste Linse, das sog. Kollektivglas C , die vom Objektiv kommenden Strahlen, welche das Bild AB erzeugen würden, vorher auf, macht sie konvergenter, so dass das kleinere Bild A_1B_1 entsteht. Dies wird dann durch die zweite Linse, die Lupe L , vergrößert betrachtet, so dass es in A_2B_2 erscheint. Durch diese Einrichtung wird das Gesichtsfeld vergrößert.

Beim Ramsdenschen Okular (Fig. 259) dagegen wirken die beiden Linsen als Lupen: ist AB das vom Objektiv entworfene Bild, so vergrößert die erste Linse L dasselbe zu A_1B_1 ; dies liegt

noch innerhalb des Brennpunktes von L_1 , so dass es abermals vergrössert wird zu $A_2 B_2$.

Das Ramsdensche Okular hat folgenden Vorzug: es kommt sehr häufig vor, dass man die Lage bestimmter Punkte des Bildes fixieren muss, oder Abstände zwischen Punkten messen muss. Dazu dient das Fadenkreuz, welches aus zwei sich kreuzenden Spinnwebfäden hergestellt ist, oder das Okularmikrometer, bei welchem ein solches Fadenkreuz durch eine feine Mikrometerschraube in messbarer Weise verschoben werden kann. Das Fadenkreuz befindet sich an einer Stelle, wo ein reelles Bild des Gegenstandes liegt, also in der Ebene $A_1 B_1$, resp. AB der beiden letzten Figuren; es wird dann gleichzeitig mit dem Bilde durch die Lupen vergrössert. Beim Huygensschen Okular liegt daher das Fadenkreuz zwischen den beiden Linsen, was sehr unzweckmässig ist, beim Ramsdenschen ausserhalb derselben.

Eine Grenze in der Vergrösserung der Mikroskope wird nach Abbe und v. Helmholtz durch die später (§ 399) zu besprechende Beugung der Lichtstrahlen gezogen. Nach v. Helmholtz' Rechnung ist die Grösse der kleinsten wahrnehmbaren Distanz etwa $\frac{1}{4000}$ mm, was mit der praktisch gefundenen Grenze gut übereinstimmt.

§ 363. Das Fernrohr, welches im Anfang des 17. Jahrhunderts zuerst konstruiert wurde, besteht ebenfalls aus Objektiv und Okular. Ersteres ist stets eine achromatische Linse, letzteres dagegen kann verschieden konstruiert sein: beim astronomischen Fernrohr ist es eine Lupe, welche das vom Objektiv L entworfene umgekehrte, verkleinerte reelle Bild $A_1 B_1$ vergrössert in $A_2 B_2$ zu sehen gestattet; es wird als Lupe das Huygenssche oder Ramsdensche Okular genommen. Die Vergrösserung ist leicht zu bestimmen: AB würde dem unbewaffneten Auge unter dem Sehwinkel $ALB = B_1 L A_1$ erscheinen, das Bild $A_2 B_2$ hat den Sehwinkel $B_2 l A_2 = B_1 l A_1$. Folglich ist die Vergrösserungszahl $p = \frac{\sphericalangle B_1 l A_1}{\sphericalangle B_1 L A_1} = \frac{Lm}{lm}$ (für kleine Winkel, wie sie allein benutzt werden). Nun ist Lm nahezu die Brennweite F des Objektivs, da nur entfernte Gegenstände betrachtet werden, die ihr Bild dicht am Brennpunkt erzeugen; ebenso ist lm fast gleich der Brennweite f des Okulars, entsprechend der Benutzung der Lupen; also ist nahezu

$p = \frac{F}{f}$; die Länge des Fernrohres ist $= F + f$. Es lässt sich zeigen, dass die Helligkeit ungefähr proportional der Fläche des Objektivs, umgekehrt dem Quadrat der Vergrößerung ist. Ueber 900fache Vergrößerung geht man selten hinaus.

Beim terrestrischen Fernrohr hat das Okular noch die Aufgabe, das Bild umzukehren, so dass es wieder dem Gegenstand

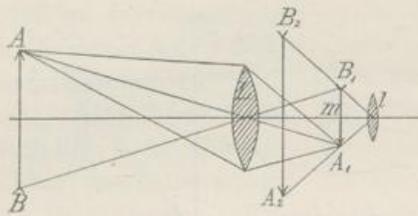


Fig. 260.

gleich gerichtet ist. Die jetzt übliche Form zeigt Fig. 261. AB ist das vom Objektiv entworfene Bild, welches innerhalb der Brennweite von 1 liegt; dadurch bleiben die z. B. von A weiter gehenden Strahlen divergenter. Die Strahlen passieren die Axe durch eine

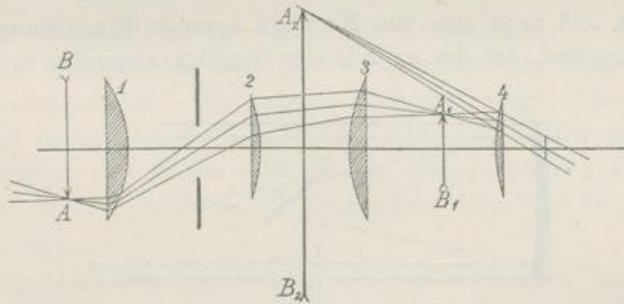


Fig. 261.

Blende, fallen auf 2, welches sie schwach konvergent macht, dann auf 3, welches sie vereinigt, so dass das aufrechte Bild A_1B_1 entsteht, welches durch die Lupe 4 vergrößert in A_2B_2 erscheint.

Das Holländische oder Galileische Fernrohr benutzt als Okular eine Konkavlinse. Es ist lichtstärker, hat kleineres Gesichtsfeld, ist billiger und kürzer und wird daher zu Theatergläsern und Feldstechern benutzt. Bevor das durch das Objektiv O entworfene umgekehrte Bild AB zu stande kommt, treffen die Strahlen

die Bikonkavlinse, welche sie divergent macht und ein vergrössertes, virtuelles, im Vergleich zum Objekt aufrechtes Bild $A_1 B_1$ erzeugt. Hier ist die Länge des Fernrohres $F - f$, die Vergrößerung ebenfalls $\frac{F}{f}$.

Es seien hier auch die Spiegelfernrohre genannt. Die durch Hohlspiegel entworfenen Bilder sind zwar lichtschwächer als die

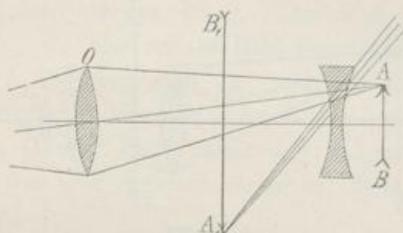


Fig. 262.

Linsensbilder, sie haben aber den grossen Vorzug, frei von chromatischer Aberration zu sein, und sind daher viel zur Konstruktion von Fernrohren benutzt worden, namentlich zu der Zeit, als man chromatische Linsen noch nicht herzustellen verstand.

Fig. 263 zeigt eine von Newton benutzte Einrichtung: S ist der Hohlspiegel, der die auffallenden Strahlen vereinigt, so dass sie

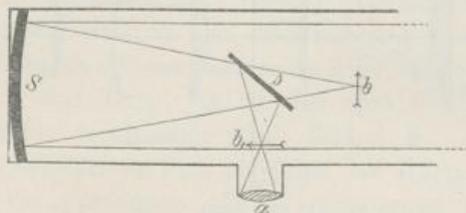


Fig. 263.

das Bild b liefern würden. Sie treffen aber vorher den kleinen ebenen Spiegel s , der sie um 90° ablenkt, so dass das Bild in b_1 zu stande kommt; es wird durch die Lupe a vergrössert betrachtet. — Es gibt noch verschiedene andere Konstruktionen, die alle den Zweck haben, das Bild an eine zur Beobachtung bequemere Stelle zu bringen, als der Brennpunkt des Spiegels ist, wo es direkt erzeugt würde.

§ 364. Es sind noch einige Wirkungen der Lichtbrechung in der Atmosphäre zu erwähnen. Sei S ein Stern, Sa ein von ihm ausgehender Strahl, der bei a in die Atmosphäre tritt. Dieselbe nimmt von oben nach unten an Dichte zu, wir können sie uns in eine Anzahl Schichten von konstanter Dichte geteilt denken. An jeder Grenzfläche wird der Strahl etwas stärker gebrochen, er beschreibt also eine Kurve $SabcdA$, und infolge davon erscheint der Stern in der Richtung $Ad = AS_1$, während er in der Richtung AP liegt, wenn $AP \parallel aS$ ist. $\sphericalangle PAZ = \alpha$ heisst die wahre, $\sphericalangle S_1AZ = \beta$ die scheinbare Zenithdistanz, und $\delta = \alpha - \beta$ die astronomische Refraktion. Wären alle Schichten eben und parallel, so würde der Strahl so gebrochen, als ginge er direkt aus dem ersten Medium, dem Vakuum, in das letzte. Im ersten Medium ist der Brechungsindex $= 1$, der Einfallswinkel $= \alpha$, im letzten

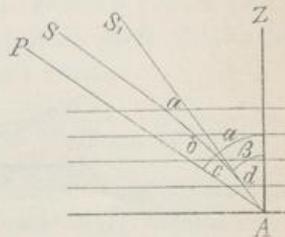


Fig. 264.

ist n_0 und β , also $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_0$, oder $\sin(\beta + \delta) = 1,000294 \sin \beta$, woraus sich δ für jeden Winkel β berechnen lässt.

In Wahrheit ist die Rechnung verwickelter, da die Luftschichten Kugelschalen sind und der Einfluss der Temperatur zu berücksichtigen ist. Die genaue Rechnung zeigt, dass für am Horizont befindliche Gestirne $\delta > 34'$ wird, d. h. nahe gleich dem Durchmesser von Sonne oder Mond; diese sind uns also noch sichtbar durch Refraktion, wenn sie schon unter den Horizont gesunken sind.

Eine ähnliche Erscheinung tritt natürlich auch bei Strahlen innerhalb der Atmosphäre auf; dadurch erscheint eine Bergspitze von unten gesehen höher. Man nennt dies terrestrische Refraktion.

Endlich ist die Luftspiegelung oder Fata morgana zu erwähnen, welche durch totale Reflexion in den Luftschichten zustande kommt. Wird in heissen Ländern die Bodenfläche so stark erhitzt, dass die untersten Luftschichten für kurze Zeit heisser und dünner sind als die oberen, so kann ein von dem Punkte a ausgehender und durch terrestrische Refraktion allmählich horizontaler gemachter Strahl schliesslich bei c total reflektiert werden, so dass

