Ein longitudinal tönender Stab kann aber auch an einem Ende eingeklemmt sein, dann liegt hier jedenfalls ein Knoten, am anderen Ende ein Bauch; er gibt so den tiefsten Ton, den er überhaupt geben kann, seine Länge ist $= \frac{\lambda}{4}$. Es können aber auch im Innern noch 1, 2, 3 . . . Knoten entstehen, dann ist seine Länge gleich $\frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}$ u. s. w.

Der an beiden Enden freie und der an einem Ende eingeklemmte Stab entspricht also ganz der offenen und gedackten Pfeife.

Ein Stab kann endlich auch noch an beiden Enden gehalten werden, z. B. eine Saite, welche gerieben auch longitudinal schwingt. Dieser Fall ist indes praktisch ohne Bedeutung.

In festen Körpern hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v der longitudinalen Wellen von dem Widerstand gegen Dehnung, also vom Elasticitätsmodul E ab. Wir können setzen: $v = \sqrt{\frac{E}{d}}$, so dass man den Elasticitätsmodul auch mit Hülfe der Kundtschen Staubfiguren ermitteln kann.

C. Transversale Schwingungen.

§ 202. Die festen Körper allein besitzen Widerstand gegen Formänderung, welcher transversale Schwingungen bedingt. Wir wollen solche zuerst an festen Körpern untersuchen, bei welchen eine Dimension vorherrscht, an Drähten oder Saiten. Bei denselben wird der Widerstand gegen Biegung nur dann genügend gross, wenn sie gespannt sind; also müssen beide Enden fest sein.

Die einfachste Weise, nach der eine Saite schwingen kann, ist in Fig. 142 dargestellt. Wir denken uns die Saite in der Mitte gefasst und auf die Seite gezogen. Dadurch wird sie gedehnt und verbogen, die Elasticität sucht sie zurückzuziehen. Lassen wir sie los, so kehrt sie mit wachsender Geschwindigkeit in die Gleichgewichtslage zurück, überschreitet infolge von Trägheit dieselbe mit abnehmender Geschwindigkeit, kehrt wieder um u. s. w. So schwingt sie zwischen den beiden Grenzlagen a und b hin und her, die Enden A und A_1 der Saiten bleiben dabei an ihrer Stelle, wir können sie Knoten nennen, während die Mitte B die grösste Geschwindigkeit besitzt, also einen Bauch repräsentiert.

Wir wollen die Zeit, die nötig ist, damit jeder Punkt eine ganze Schwingung ausführt, T nennen. Wir können aber die Saite auch in anderer Weise anregen (Fig. 143). Wir lenken nur die halbe Saite B ab, etwa indem wir den Punkt B einen Moment festhalten. Dann wird von dem ausgebogenen Stück ein Zug auf das andere ausgeübt, wodurch letzteres auch in die Höhe gezogen

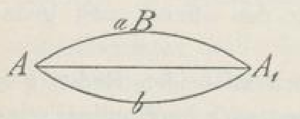
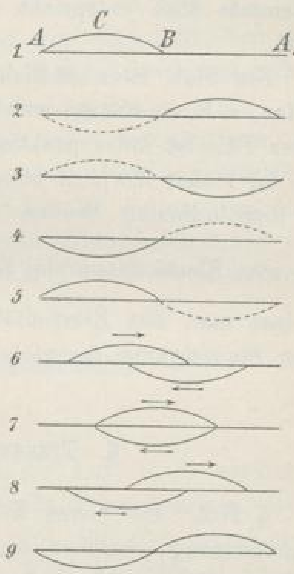


Fig. 142.



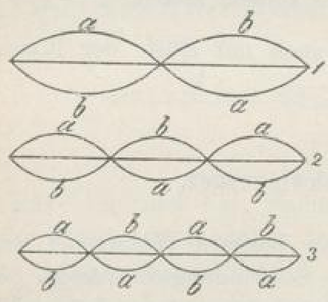


Fig. 144.

Fig. 143.

wird, sobald wir B frei lassen. Es schwingt dann das verbogene Stück abwärts, das andere aufwärts, die ganze Verbiegung AB läuft auf der Saite nach dem anderen Ende A_1, während durch die weitere Abwärtsbewegung bei AB eine Ausbauchung nach unten entstanden ist (Fig. 143, 2). Nun wird die zuerst erzeugte Ausbiegung an A_1 reflektiert und läuft mit umgekehrter Phase nach A zurück, wobei sie nach einiger Zeit die Lage Fig. 143, 3 hat, während das Stück AB in derselben Zeit in die gestrichelt gezeichnete Lage übergegangen ist. Die ursprüngliche Ausbiegung läuft dann nach A zurück, die zweite oben entstandene nach A_1 (Fig 143, 4), beide werden reflektiert, und wir erhalten Fig. 143, 5.

Nun ist die ursprüngliche Ausbiegung wieder in ihrer ersten Lage, und zu dieser ganzen Veränderung ist dieselbe Zeit T verbraucht, die bei der vorher besprochenen Anregung der Saite zu einer Schwingung notwendig war. Man erkennt aber, dass jetzt in dieser Zeit jeder Punkt, z. B. der C, zwei ganze Schwingungen ausgeführt hat, die Schwingungsdauer ist also $T_1 = \frac{T}{2}$ geworden. Ebenso erkennt man leicht, dass in der Mitte der Saite durch Interferenz der beiden auf ihr fortlaufenden Ausbiegungen ein Knotenpunkt entstehen muss, wo dauernd keine Verschiebung vorhanden ist, da beide Wellen gleich grosse, aber entgegengesetzte Verschiebungen hervorzubringen suchen. Die Figuren 143,6 bis 143,9 geben die Wellen in verschiedenen Momenten und beweisen dies. Mit der Schwingungsdauer ist also auch die Wellenlänge halbiert, wie es sein muss, da stets $\frac{\lambda}{T} = v$ ist.

Die Saite schwingt jetzt zwischen den Grenzlagen, die durch Fig. 144, 1 dargestellt sind; ihre Länge ist $\frac{2\lambda}{2}$. Ebenso kann die Saite bei passender Anregung mit 2, 3, 4 . . . Knoten im Innern schwingen (Fig. 144, 2, 3), dann ist ihre Länge $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$ u. s. w.

Die Schwingungen der Saiten gehen so schnell vor sich, die Amplituden sind so klein, dass man im allgemeinen das Schwingen nur am gehörten Ton erkennt, und daran, dass an den Stellen der Bäuche die Saite unscharf erscheint, an den Knoten aber scharf. An einem langen, mit Sand gefüllten Gummischlauch oder einer schwach gespannten Drahtspirale kann man dagegen alle verschiedenen Schwingungsformen leicht erzeugen und beobachten.

Die Gesetze der Saitenschwingungen werden studiert an dem sog. Monochord, einem Holzkasten, auf dessen Deckel das eine Ende der Saite befestigt ist, während das andere Ende über einen Steg, eine scharfe Holzkante, welche die andere Begrenzung der schwingenden Saite bildet, dann über eine Rolle geht und eine Schale trägt, in welche Gewichte gelegt werden, so dass die Saite beliebig gespannt werden kann. So findet man, dass die Schwingungszahl des tiefsten Tones der Saite 1. umgekehrt proportional der Länge L der Saite, 2. proportional der Wurzel aus dem spannenden Gewicht P, 3. umgekehrt proportional der Dicke D, 4. umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dichte s des Materials, also

$$n_0 = \frac{1}{L D} \sqrt{\frac{P}{s}}.$$

Schwingt die Saite mit 1, 2, 3 . . . m Knoten im Innern, so ist die Schwingungszahl n das 2, 3, 4 (m + 1)fache von n_0, also allgemein

$$n = \frac{m+1}{L D} \sqrt{\frac{P}{s}},$$

wo m die Zahl der inneren Knoten angibt.

§ 203. Die verschiedenen möglichen Töne können wir durch zahlreiche Mittel bei einer Saite hervorrufen: 1. dadurch, dass wir einen Punkt der Saite festhalten, während wir sie anregen; es entsteht dann eine solche Schwingung, dass der festgehaltene Punkt ein Knotenpunkt wird. 2. Durch Verbindung der Saite mit einem tönenden Körper, wenn die Länge oder Spannung der Saite passend ist. Setzen wir z. B. den Stiel einer tönenden Stimmgabel auf die Saite, so findet man leicht eine Stelle, bei deren Berührung die Saite laut tönt; dann ist die Länge der Saite zwischen der berührten Stelle und dem einen Ende so beschaffen, dass die Saite den Ton der Gabel erzeugen kann. Wir können auch direkt das eine Ende der Saite an die Zinke einer tönenden Gabel anknüpfen; je nach der Spannung der Saite schwingt sie mit 0, 1, 2 . . . Knoten im Innern. Diese sehr schöne Methode rührt von Melde her. 3. Können wir die verschiedenen Schwingungen erzeugen, indem wir die Saite an verschiedenen Stellen anregen, durch Zupfen, Schlagen, Reissen mit einem Stift, Streichen mit dem Bogen. Die Anregungsstelle wird stets ein Bauch der Bewegung. So entsteht bei Anregung in der Mitte hauptsächlich der tiefste Ton, bei Anregung in $\frac{1}{4}$ kommt der zweite deutlich zum Vorschein u. s. w.

§ 204. Wenn wir eine Saite irgendwie anregen, so kommt niemals eine einzige Schwingung zu stande, sondern es sind gleichzeitig eine ganze Anzahl von Tönen vorhanden, ausser dem Grundton eine Anzahl harmonischer Obertöne, da die Saite nur solche gibt. Welche Obertöne und in welcher Stärke sie vorhanden sind, das hängt von der Art und dem Ort der Anregung ab. Das ungeübte Ohr wird keinen grossen Unterschied der Klangfarbe wahrnehmen, ob man die Saite in $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{8}$ u. s. w. ihrer Länge reisst, und doch sind die begleitenden Obertöne in diesen Fällen ganz andere.

Man kann die Verhältnisse leicht in folgender von v. Helmholtz angegebener Weise studieren: Man rege eine Saite an irgend einer Stelle an, z. B. in $\frac{1}{4}$; es entstehen dann alle Schwingungen, welche hier keinen Knoten haben, und besonders stark die, welche hier einen Bauch haben, also der Grundton n, der erste Oberton 2n, der zweite 3n, dagegen nicht der dritte 4n, dann noch höhere. Gleich nach dem Anschlagen berühre man die Saite an irgend einer anderen Stelle, z. B. in der Mitte; dadurch werden alle Schwingungen gedämpft, die an der Berührungsstelle einen Bauch haben, es bleiben die, die dort einen Knoten haben. Im vorigen Beispiel würden z. B. gedämpft werden n, 3n, 5n ... Wie man sieht, würde nur 2n stark bestehen bleiben, und man kann so diesen Ton isolieren aus dem Klange und nachweisen, dass er darin vorhanden war. In ähnlicher Weise kann man mit allen Obertönen verfahren. Man kann so die Existenz von 14—20 Obertönen im Saitenklange nachweisen.

Bei den verschiedenen Instrumenten werden die Saiten ganz verschieden angeregt: die Harfe wird gezupft, die Violine mit dem Bogen gestrichen, das Klavier mit einem breiten weichen Hammer geschlagen, die Zither mit scharfem Stift gerissen. Von der Gestalt, welche die bei der Anregung deformierte Saite hat, hängen die Obertöne ab, denn diese Gestalt muss sich ja in eine Reihe von Sinusschwingungen zerlegen lassen (§§ 184 und 189). Je schärfere Ecken die Saite bildet, desto höhere Obertöne sind stark vorhanden, was der Klangfarbe etwas Scharfes, Metallisches gibt; darum klingt der Zitherton viel schärfer und härter als der Klavierton.

Wir müssen uns hier mit diesen kurzen Bemerkungen begnügen[1]).

§ 205. Bei transversal schwingenden Stäben oder Platten können die Enden frei oder fest sein, aber immer muss ein Punkt

[1]) Ausführliches siehe in v. Helmholtz, Tonempfindungen, Braunschweig bei Vieweg.

gehalten werden, welcher dann einen Knotenpunkt bildet. Den tiefsten Ton, welchen ein Stab geben kann, erhält man, wenn sein eines Ende Knoten, das andere der benachbarte Bauch ist (Fig. 145).

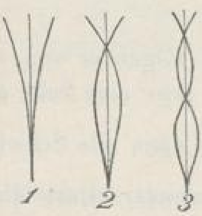


Fig. 145.

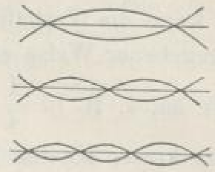


Fig. 146.

Es können sich aber auch 1, 2, 3 ... Knoten im Innern des Stabes bilden (Fig. 144, 2, 3).

Theorie[1]) und Versuch zeigen, dass für einen Stab von rechteckigem Querschnitt die Schwingungszahl des tiefsten Tones ist:

$$n = 0{,}28 \, \frac{D}{L^2} \sqrt{\frac{E}{s}},$$

wo D die Dicke, L die Länge, E den Elasticitätsmodul, s das spezifische Gewicht des Stabes bedeutet. Die Breite ist also ohne Einfluss.

Der Stab kann auch an beiden Enden fest sein, doch wird dieser Fall musikalisch kaum benutzt.

Endlich können beide Enden frei sein; dann sind im Innern mindestens 2 Knoten vorhanden, oder 3, 4 u. s. w. (Fig. 146). Bei dem tiefsten Ton liegen die Knoten um $\frac{1}{5}$ der Stablänge von den Enden entfernt. Die höheren Töne sind nicht harmonisch zum tiefsten.

In dieser Art werden Stäbe musikalisch bei der Glas-, Holz- und Stahl-Harmonika benutzt.

§ 206. Die wichtigste Anwendung finden solche Stäbe als Stimmgabeln. Bei dem tiefsten Ton liegen die Knoten um $\frac{1}{5}$ der Stablänge von den Enden nur, wenn der Stab durchweg die

[1]) Das vollständigste theoretische Lehrbuch aller akustischen Erscheinungen ist Rayleigh, On sound.

gleiche Dicke hat. Lassen wir dagegen den Stab nach der Mitte hin dicker werden (Fig. 147), so rücken die Knoten immer weiter zusammen, und die unharmonischen Obertöne werden immer schwerer erzeugt. Einen solchen Stab können wir auch biegen, so dass beide Hälften einander parallel werden, ohne an den Schwingungsgesetzen etwas zu ändern; damit haben wir aber eine Stimmgabel, bei welcher durch den Stiel die Mitte so verdickt ist, dass die Knoten des tiefsten Tones ganz dicht zusammen liegen. In Fig 148 sind die Grenzlagen der Mittellinie bei übertriebener Amplitude angegeben. Die

Fig. 147.

Fig. 148.

höheren Töne können bei ihr durch hartes Anschlagen wohl hervorgebracht werden, aber nur schwach. Besonders verstärkt wird der Grundton noch dadurch, dass man die Gabel auf den Deckel eines vorn offenen Kastens, des Resonanzkastens, schraubt, dessen Länge gleich $\frac{\lambda}{4}$ des Grundtons der Gabel ist. Dann wird die Bewegung des Gabelfusses durch den Deckel auf die Luft des Kastens übertragen, und diese kommt in stehende Schwingungen, welche den Gabelton sehr kräftig und rein geben. Physikalisch und praktisch sind die Stimmgabeln so wichtig, weil sie wirklich nur einen Ton, nicht einen Klang geben, und weil sie so gestatten, stets einen Ton von derselben Schwingungszahl zu erzeugen.

Erwähnenswert ist die von v. Helmholtz erfundene elektromagnetische Stimmgabel (Fig. 149). A ist die Gabel, zwischen ihren Zinken befinden sich durch einen Arm gehalten ein Stück weichen Eisens B, welches von einer Drahtspule C umgeben ist. An der einen Zinke ist ein Platinstift D angelötet, welcher bei ruhender Gabel gerade die Oberfläche vom Quecksilber in dem Näpfchen E berührt. Der galvanische Strom eines Elementes F wird zum Stiel der Gabel geführt, fliesst durch sie und D zum Quecksilber, geht von hier zur Spule C und zurück zum Element. Der Strom verwandelt das Eisenstück B in einen Elektromagnet, der die Zinken anzieht; dadurch wird D aus dem Quecksilber gehoben, der Strom unterbrochen, der Elektromagnetismus in B verschwindet, die Zinken schwingen aus einander. Sofort taucht D wieder ein, der Strom ist geschlossen, die Zinken werden angezogen u. s. w., kurz, die Gabel kommt in kräftige Schwingungen, welche beliebig lange in gleicher Weise unterhalten werden.

§ 207. Dünne transversalschwingende Metallblätter, die an einem Ende befestigt sind, werden zu den Zungenpfeifen benutzt. Man unterscheidet durchschlagende und aufschlagende Zungen. Fig. 150 zeigt von beiden einen Querschnitt: zu dem

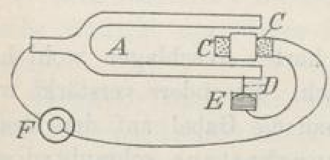


Fig. 149.

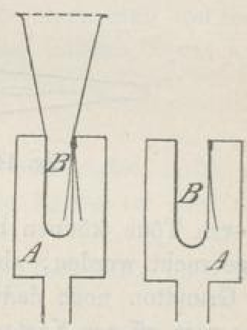


Fig. 150.

Windkasten A kommt die Luft aus dem Gebläse; sie kann von hier nach aussen nur entweichen durch das in den Deckel eingesetzte Röhrchen B. Von demselben ist eine Seite weggenommen, die dadurch entstehende Oeffnung aber durch die Zunge, ein oben dickeres und hier befestigtes Metallblatt, verschlossen. Bei den durchschlagenden Zungen ist dieselbe etwas kleiner als die Oeffnung. Durch den im Windkasten erzeugten Ueberdruck wird die Zunge nach B hinein gebogen, so dass die Luft durch B abströmen kann. Dadurch lässt der Druck nach, die Zunge schwingt zurück und durch Trägheit nach der entgegengesetzten Seite, wobei ein zweiter Luftstoss austritt; dann schwingt sie wieder zurück, die Bewegung wird durch den Luftdruck befördert u. s. w. — Die aufschlagende Zunge dagegen ist etwas grösser als die Oeffnung von B, die Zunge schwingt daher nur bis an B heran und zurück.

Diese Zungen haben einen viel schärferen, unangenehmen Klang. Der Ton der Zungen allein ist ein sehr schwacher; man setzt daher auf B ein langes Rohr und die Zunge dient dann nur dazu, in diesem stehende Schwingungen zu erzeugen. Der Ton und Klang hängt daher sehr wesentlich von dem aufgesetzten Rohr ab.

Auch bei vielen Blasinstrumenten, z. B. Klarinette, Fagott, Oboe, dienen zungenartig schwingende Rohrblätter oder Strohhalme dazu, die stehenden Schwingungen im eigentlichen Instrument zu erzeugen.

§ 208. Endlich sind zu erwähnen die sog. membranösen Zungen. Spannen wir über die Oeffnung eines Rohres zwei Kautschukmembranen, so dass ihre Ränder sich in der Mitte der Rohröffnung gerade berühren, und blasen durch die andere Rohröffnung Luft ein, so biegen sich die beiden Membranen aus einander, zwischen ihren Rändern entsteht ein Spalt, durch welchen die Luft austritt. Dadurch hört der Druck auf, die Membranränder schwingen zusammen, es entsteht wieder Druck, der sie aus einander treibt u. s. w., kurz, sie kommen in Schwingungen; es entsteht so ein Ton, dessen Schwingungszahl von der Spannung der Membranen abhängt, mit ihr steigt.

Einem solchen Apparat genau entsprechend ist der menschliche Kehlkopf eingerichtet: zwei membranöse Zungen lassen zwischen sich einen Spalt, die Stimmritze, deren Ränder durch die sog. Stimmbänder gebildet sind. Die Stimmbänder sind an Knorpeln angewachsen, welche durch Muskeln entfernt oder genähert werden können; dadurch lässt sich die Spannung der Stimmbänder beliebig regulieren. Durch die Luftröhre wird aus den Lungen die Luft durch die Stimmritze gepresst und Schwingungen der Stimmbänder erzeugt.

Eine andere Art membranöser Zungen bilden die menschlichen Lippen, wenn sie Posaune, Horn, Trompete u. s. w. anblasen. Sie werden stark gespannt, zwischen ihnen der Luftstrom ausgetrieben, wodurch sie in Schwingungen geraten, gerade wie die Stimmbänder. Sie dienen also als Mundstück für das Blasinstrument, in welchem stehende Schwingungen erzeugt werden, welche ihrerseits die Schwingungen der Lippen regulieren.

§ 209. Ganz wie Stäbe und nach denselben Gesetzen können auch Platten transversal schwingen, aber hier sind beide Dimensionen der Platte gleich berechtigt, es können in beiden Schwingungen auch gleichzeitig stattfinden. Da nun noch die beiden Schwingungen mit gleichen oder verschiedenen Phasen vorkommen können und in jeder Richtung beliebige Obertöne, so ist die Mannigfaltigkeit der möglichen Schwingungsformen ausserordentlich gross. Chladni hat eine Methode gefunden, sie sichtbar zu machen; streut man auf die Platte Sand, bringt sie zum Tönen, so wird der Sand von den Bäuchen fortgeschleudert und sammelt sich an den Knotenlinien. Es entstehen so die Chladnischen Klangfiguren. Als Beispiel wollen wir eine rechteckige Platte nehmen: sie gibt ihren tiefsten Ton bei freien Rändern, wenn Knotenlinien in $\frac{1}{5}$ ihrer Breite vom Rande (§ 205) entstehen. Dieselben können liegen wie in Fig 151, 1 oder 2. Die in der Fig. mit + und —

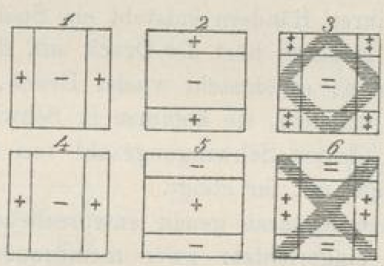


Fig. 151.

bezeichneten Stellen schwingen immer in entgegengesetzter Richtung. Nun kann die Schwingung 1 zugleich mit 2 vorkommen, dann bildet sich 3; es entsteht die schraffiert gezeichnete Knotenlinie, welche durch die 4 Schnittpunkte der Knotenlinien der einzelnen Schwingungen geht und durch die Felder, die entgegengesetztes Vorzeichen haben, da in diesen die Stellen liegen, welche mit gleicher Amplitude nach entgegengesetzten Richtungen schwingen. Es kann aber auch die Phase von 2 um eine halbe Schwingung verschieden sein; dann haben wir als Komponenten die Schwingungen 4 und 5, welche die durch 6 angedeutete Resultante erzeugen.

Wie quadratische Platten können auch kreisförmige oder anders begrenzte schwingen. Bei den kreisförmigen entstehen als Knotenlinien entweder 2, 3, 4 . . . konzentrische Kreise, oder 2, 3, 4 . . . Durchmesser oder auch wieder eine Vereinigung beider.

Die Zahl der möglichen Schwingungsformen solcher Platten, namentlich wenn sie dünn sind, ist ausserordentlich gross, sie können fast jede beliebige Schwingung ausführen.

Den Platten verwandt sind gespannte Membranen, wie sie bei der Kesselpauke und Trommel benutzt werden, nur bildet der Rand hier stets eine Knotenlinie. Genau so, wie wir von den Stäben zu den Stimmgabeln übergehen könnten, kommen wir von Platten durch Verdickung in der Mitte und Biegung zu den Glocken, so dass nichts weiter darüber zu sagen ist.

D. Resonanz, Interferenz.

§ 210. Wenn wir einem schwingungsfähigen Körper, z. B. einem Pendel, einen ganz schwachen Stoss geben, so kann es dadurch in unmerklicher Weise bewegt werden. Wenn wir aber nach je einer Schwingungsdauer die schwachen Stösse in derselben Richtung wiederholen, so wird ihre Wirkung sich allmählich summieren und das Pendel kann in kräftige Schwingungen geraten. So kann ein Kind die schwerste Kirchenglocke läuten dadurch, dass es in passendem Rhythmus an dem Strick zieht und allmählich die Amplitude vergrössert. Die Stösse brauchen nicht bei jeder Schwingung zu erfolgen; auch wenn man nur jede zweite oder dritte u. s. w. Schwingung verstärkt, erreicht man, wenn auch schwächer, das gleiche. Wenn dagegen die Stösse in irgend einem anderen, wenn auch wenig verschiedenen Tempo erfolgen, so wird die Bewegung des schwingenden Körpers bald befördert, bald verhindert werden und kräftige Schwingungen können nicht auftreten. Dieselbe Erscheinung wird sehr häufig bei akustischen Bewegungen beobachtet; sie wird hier Mitschwingen oder Resonanz genannt. Wenn wir auf dem Monochord eine zweite mit der ersten gleich gestimmte Saite aufspannen und streichen die erste an, dämpfen sie gleich darauf, so hört man, dass die zweite tönt. Aber die erste Saite muss genau ebensoviel Schwingungen machen wie die zweite, allenfalls halb so viel oder drittel so viel. Wenn wir ebenso zwei genau gleich gestimmte Stimmgabeln mit den offenen Seiten ihrer Resonanzkästen gegen einander kehren, streichen die eine an und dämpfen sie kurz darauf, so tönt die zweite, weil zuerst die Luft des zweiten Resonanzkastens ins Mitschwingen gekommen ist, und diese Schwingungen durch den Deckel auf die Gabel übertragen worden sind.