Abschnitt IV.

Wellenbewegung, Akustik.

A. Wellenbewegung.

§ 178. Ausser der ungeordneten Bewegung der kleinsten Teilchen, welche die Wärmeerscheinungen hervorbringen, können geordnete Bewegungen vorhanden sein, welche dadurch charakterisiert sind, dass benachbarte Teile ähnliche Bewegungen ausführen, um so ähnlichere, je näher die Teilchen sind. Solche Bewegungen entstehen durch Schwingung eines ersten Punktes; wir wollen daher diese zuerst betrachten.

Es sei in Fig. 125 eine Anzahl von Molekeln gegeben. Eines derselben, z. B. a, wird sich in seiner Gleichgewichtslage a befinden, für welche die Anziehungs- und Abstossungskräfte aller benachbarten sich das Gleichgewicht halten. Nun werde aber a ein Stoss erteilt, in der Richtung des Pfeils. Es erhält dadurch eine bestimmte Geschwindigkeit; dieselbe muss aber kleiner werden, weil a sich gegen die wirkenden Kräfte bewegt; a kommt also schliesslich in irgend einem Punkte b zur Ruhe, aber die Bewegung muss sich sofort umkehren, und sich in eine beschleunigte Geschwindigkeit nach a hin verwandeln, da fortdauernd die Anziehung wirkt. So kommt a in der Gleichgewichtslage a, wo die Kräfte nicht mehr wirken, mit einer Geschwindigkeit an — und zwar mit derselben, mit welcher es fortgegangen war, nur entgegengesetzt gerichtet — und muss sich infolge der Trägheit weiter bewegen. Weil die Anziehungskräfte entgegenwirken, nimmt die Geschwindigkeit ab, a kommt bis zu einem Punkt c, so dass ab = ac, kehrt wieder

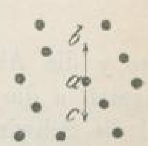

Fig. 125.

um u. s. w. Die Bewegung, welche das Teilchen ausführt, nennt man eine Schwingung, es ist eine periodische Bewegung, d. h. eine solche, die sich in einer gleichen Zeit regelmässig wiederholt. Eine solche Bewegung ist z. B. auch die Pendelschwingung, welche in der That den gleichen Gesetzen folgt.

Man erkennt leicht, dass die Dauer einer Schwingung von den Kräften abhängt, die das Teilchen in der Gleichgewichtslage halten, also nur von der Natur des Mediums, nicht aber von der Art des Stosses, die nur die Grösse der Ablenkung a b bedingt.

Die Strecke a b, die äusserste Entfernung, bis zu welcher der Punkt sich aus der Gleichgewichtslage entfernt, heisst die Amplitude der Schwingung; die Zeit T, welche zum Durchlaufen der ganzen Schwingung a b a c a nötig ist, heisst die Schwingungsdauer, das Reciproke davon, $\frac{1}{T} = n$, welches angibt, wie viele Schwingungen in der Sekunde erfolgen, die Schwingungszahl.

Der Bewegungszustand in einem gegebenen Moment wird bestimmt durch die Grösse und Richtung der Geschwindigkeit und durch die Lage des Teilchens; er heisst die Phase der Bewegung. Während einer ganzen Schwingung durchläuft das Teilchen also alle möglichen Phasen.

Die analytische Mechanik lehrt, dass eine solche Schwingung dargestellt wird durch die Gleichung

$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

wo y die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage zur Zeit t bedeutet, a die Amplitude, t die variable, von 0 an wachsende Zeit, T die Schwingungsdauer. Dass diese Gleichung wirklich die Bewegung darstellt, lässt sich leicht erkennen; für $t = 0$, d. h. zu Anfang, wird der $\sin = 0$, also $y = 0$, der Punkt ist in der Gleichgewichtslage. Nach $\frac{1}{4}$ Schwingung, $t = \frac{T}{4}$, wird $\sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$, $y = a$, und bis hierher ist der sin, also auch y gewachsen. Wächst t weiter, so nimmt der sin wieder ab, für

$$t = \frac{T}{2} \text{ ist } \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \pi = 0,$$

also $y = 0$, der Punkt ist wieder in der Gleichgewichtslage.

Für $t = \frac{3}{4}T$ wird $\sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \frac{3}{2}\pi = -1$, $y = -a$, d. h. der Punkt befindet sich auf der anderen Seite möglichst weit abgelenkt. Für $t = T$ wird $\sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin 2\pi = 0$, $y = 0$, es ist eine ganze Schwingung vollendet. Die Gleichung gibt also in der That die nach T periodische Bewegung wieder.

Wir können uns von der Bewegung und von der Gleichung in folgender Weise graphisch ein Bild machen (Fig. 126). Wir

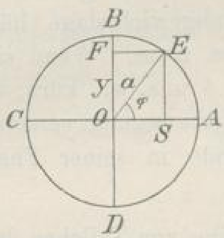

Fig. 126.

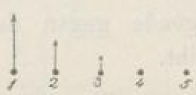

Fig. 127.

zeichnen einen Kreis mit dem Radius a, denken uns von A aus einen Punkt mit der konstanten Geschwindigkeit $\frac{2\pi}{T}$ auf dem Kreise rotierend; dann ist seine Umlaufszeit $= T$. Dann führt der Fusspunkt F eines Lotes, welches wir von dem rotierenden Punkte E auf BD fällen, die Schwingung aus. Ist nämlich für die Rotation AE die Zeit t verbraucht, so ist $\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$, $FO = ES = y$. Aus $\triangle OES$ folgt $\frac{y}{a} = \sin \varphi$, $y = a \sin \varphi = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

Die Phase ist definiert durch das Argument des sin, so dass die Phase von 0 bis 2π während einer Schwingung wächst, und dass die Phasendifferenz von einer halben Schwingung gleich einer Differenz von π im mathematischen Ausdruck ist.

§ 179. Die betrachtete Schwingung eines Punktes geht aber nun nicht ohne Störung der Nachbarpunkte vor sich. Denken wir uns eine ganze Reihe von Punkten (Fig. 127), zunächst in einer geraden Linie verteilt, und dem ersten einen solchen Stoss gegeben. Das Teilchen 2 lag in der Reihe, weil es von 1 und 3 und den anderen Nachbarn hier festgehalten wurde; sobald aber 1 sich nach oben bewegt, findet auf 2 ein Zug in dieser Richtung statt und es beginnt sich in gleicher Richtung zu bewegen. So erlangt es allmählich Geschwindigkeit, welche noch vorhanden ist, wenn 1 den weitesten Punkt seiner Bahn erreicht hat und umgekehrt. Daher bewegt sich 2 noch kurze Zeit weiter, erreicht dieselbe Amplitude wie 1, kehrt um u. s. w. Das Teilchen 2 muss also die gleiche Schwingung ausführen wie 1, nur werden alle Phasen etwas später erreicht; um wie viel später, das hängt von den zwischen den Teilchen wirkenden Kräften ab; es ist klar, dass, je grösser der Widerstand gegen eine Verschiebung ist, d. h. je grösser die Kraft ist, welche die Teilchen in der Gleichgewichtslage hält, desto schneller 2 der Bewegung von 1 folgen muss. Wenn sich 2 bewegt, so folgt wieder etwas später 3, 4 u. s. w., kurz, die ganze Reihe der Teilchen wird in Schwingungsbewegung versetzt, wobei jedes folgende gegen das vorhergehende in seiner Phase etwas zurückbleibt.

Es sei in Fig. 128 eine solche Reihe von Teilchen dargestellt. 1 habe gerade eine ganze Schwingung vollendet, befinde sich in

Fig. 128.

der Ruhelage, um im nächsten Augenblick wieder nach oben zu schwingen, was der Pfeil andeutet. Dann ist 2 noch nicht ganz in der Ruhelage, 3 noch weniger u. s. w. Während einer Schwingung von 1 wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Teilchen, in der Figur dem 17., fortgepflanzt haben, die folgenden sind noch in Ruhe. Die Teilchen zwischen 1 und 17 haben dann alle möglichen Phasen gleichzeitig neben einander, welche 1 bei einer Schwingung nach einander durchläuft; sie liegen auf einer Kurve, welche man *Welle* nennt. Man unterscheidet hier das *Wellenthal* 1—9 und den *Wellenberg* 9—17. Die Strecke 1—17, um welche sich die Bewegung während einer Schwingung fortpflanzt, heisst die *Wellenlänge* λ. Die Wellenlänge kann man auch definieren als den Abstand zweier Punkte mit gleicher Phase. Ist die Schwingungszahl des ersten Teilchens n, d. h. macht es in der Sekunde n Schwingungen, so wird sich die Bewegung in einer Sekunde um $n\lambda$ fortpflanzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ist daher

$$v = n\lambda = \frac{\lambda}{T}, \text{ da } n = \frac{1}{T}.$$

Die Gleichung für die Wellenbewegung ist leicht aus der für die Schwingung abzuleiten. Befinde sich irgend ein Punkt um die Strecke x vom Anfangspunkt der Bewegung, dem Wellencentrum, entfernt, so wird er dieselbe Schwingung ausführen wie der erste Punkt, aber um eine Zeit t' in seiner Phase gegen jenen zurückstehen, welche sich aus der Entfernung und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ergibt zu $t' = \frac{x}{v}$. Also ist die Bewegung gegeben durch

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t - t'}{T}\right) = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right)$$
$$= a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

da $vT = \lambda$. Die Gleichung lässt die Lage jedes Teilchens der Welle für beliebige Zeit t und beliebigen Abstand x berechnen. Sie ist periodisch, sowohl nach der Zeit, da nach jeder Schwingung jedes Teilchen wieder dieselbe Lage hat, als auch nach dem Raum, da in Abständen von je einer Wellenlänge die Teilchen sich identisch bewegen. Man erkennt das daraus, dass, sobald wir t um T oder x um λ wachsen lassen, das Argument des sin um 2π wächst, also der sin und somit y denselben Wert erhalten.

Diese Gleichung stellt eine sog. Sinuskurve dar.

Wie man bei zwei Schwingungen von der Phasendifferenz zweier Punkte spricht, die in Teilen einer ganzen Schwingung ausgedrückt wird, so spricht man bei zwei Wellen von ihrem Gangunterschied; man versteht darunter die Differenz zweier Punkte ausgedrückt durch die Wellenlänge. Zwei Punkte mit gleicher Phase haben z. B. den Gangunterschied $n\lambda$, wo n gleich 0 oder irgend einer ganzen Zahl ist; zwei Punkte mit entgegengesetzter Phase haben den Gangunterschied $\left(\frac{2n+1}{2}\right)\lambda$, wo wieder n gleich 0 oder einer ganzen Zahl ist.

§ 180. Die Amplitude des ersten (und der folgenden) Teilchen einer Welle hängt ab von der Stärke des Stosses, der die Geschwindigkeit bedingt. Bei den meisten Schwingungen, mit denen wir es hier zu thun haben, sind die Amplituden ausserordentlich klein; in einem solchen Falle kann man immer annehmen, dass die Kraft, welche ein abgelenktes Teilchen nach der Gleichgewichtslage zurückzieht, der Ablenkung proportional wächst. Wenn daher ein Punkt infolge eines doppelt so starken Stosses doppelt so weit aus der Gleichgewichtslage schwingt, so zieht ihn die doppelte Kraft zurück, er erhält die doppelte Geschwindigkeit, und durchläuft daher die doppelte Amplitude in genau derselben Zeit wie die einfache, d. h. die Schwingungsdauer ist unabhängig von der Amplitude. Auch beim Pendel, bei Torsionsschwingungen u. s. w. fanden wir, dass die Kraft proportional der Ablenkung ist, und dass daraus von der Amplitude unabhängige Schwingungsdauer folgt. Wie beim Pendel gilt das aber nur für sehr kleine Amplitude.

Da nun $v = \frac{\lambda}{T}$, so folgt, dass auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unabhängig von der Amplitude ist.

§ 181. Die betrachteten Bewegungen können in zwei verschiedenen Arten stattfinden, je nach den Kräften, welche die Teilchen in die Gleichgewichtslage zurücktreiben. Wir haben gesehen (§ 61), dass die verschiedenen Körper zwei fundamentale elastische Widerstände besitzen, den Widerstand gegen Formänderung oder Schiebung, und den Widerstand gegen Volumänderung. Diese beiden Arten von Widerständen bringen verschiedene Wellen hervor.

Es ist leicht ersichtlich, dass die bisher betrachtete Bewegung, durch welche die Teilchen zwischen den benachbarten hin und her geschoben werden, keine Volumänderung hervorbringt, sondern nur eine Schiebung; Widerstand gegen Schiebung besitzen aber nur die starren Körper, nur in ihnen allein wird daher diese Wellenbewegung entstehen können, nicht in Gasen und Flüssigkeiten. Diese Wellenbewegung ist dadurch charakterisiert, dass die einzelnen Teilchen senkrecht zu der Richtung hin und her schwingen, in welcher sich die Welle fortpflanzt; man nennt dies Transversalschwingung und transversale Wellen. Dieselben beruhen also auf dem Widerstand gegen Formänderung und sind nur bei festen Körpern möglich.

(Scheinbar im Widerspruch hiermit stehen die transversalen Wellen auf den Wasseroberflächen; dieselben sind eine Wirkung der Schwere und folgen ganz anderen Gesetzen; wir werden auf sie am Schluss des Abschnittes [§ 222] zurückkommen.)

Der Widerstand gegen Volumänderung bringt, wie wir gleich sehen werden, ebenfalls Schwingungen und Wellen hervor; bei diesen findet aber die Schwingung in Richtung der Wellenfortpflanzung statt; solche Schwingungen nennt man longitudinale. Da der Widerstand gegen Volumänderung allen Aggregatzuständen gemeinsam ist, so werden longitudinale Wellen in festen, flüssigen und gasförmigen Körpern möglich sein.

§ 182. Die Entstehung der longitudinalen Wellen erklärt sich folgendermassen: Wir denken uns in einer Röhre, die z. B. mit Luft gefüllt sei, an einer Stelle A auf irgend eine Weise eine Verdichtung hervorgebracht. Infolge des höheren Druckes strömt die Luft von dieser Stelle nach beiden Seiten ab mit abnehmender Geschwindigkeit; denn an der Stelle A nimmt der treibende Druck ab, dagegen entsteht nun in den benachbarten Schichten durch das Zuströmen der Luft ein höherer Druck, der entgegenwirkt. Die Luft kommt in A zur Ruhe, wenn hier der normale Druck herrscht. Inzwischen hat sich aber in den benachbarten Schichten dasselbe wiederholt: Hier war durch das Zufliessen ein höherer Druck entstanden, der sich wieder nach der benachbarten Schicht ausgleicht, indem der Ueberschuss an Luft abfliesst. Kurz, es entsteht eine Verdichtung, welche mit konstanter Geschwindigkeit durch die Röhre von A fortläuft. In derselben Richtung, von A fort, bewegen sich dabei alle Luftteilchen.

Genau dasselbe tritt ein, wenn wir in A plötzlich eine Verdünnung hervorbringen; dann strömt von den benachbarten Schichten Luft zu, sie werden dadurch verdünnt, woher von den weiter abliegenden Schichten nach ihnen Luft strömt u. s. w. Es wird also eine Verdünnung von A nach beiden Seiten durch die Röhre fortlaufen, während die einzelnen Luftteilchen sich entgegengesetzt, nach A hin, bewegen.

Während bei der transversalen Bewegung durch einen einzigen Stoss Schwingungen erzeugt werden, deren Schwingungszahl durch die Beschaffenheit des schwingenden Körpers bedingt ist, werden also bei der longitudinalen Bewegung durch einen Stoss keine Schwingungen erregt, sondern nur eine Welle, welche nach allen Richtungen fortläuft. Schwingungen kommen erst zu stande, wenn periodische Störungen des Gleichgewichts stattfinden, und die Schwingungszahl hängt allein von der Periode der Störungen ab.

Denken wir uns nämlich nun in der Röhre einen Stempel mit der Amplitude a hin und her schwingend, so wird er auf der einen Seite, vor sich, eine Verdichtung erzeugen, beim Rückgang auf derselben Seite eine Verdünnung, und dasselbe tritt bei jeder Hin- und Herbewegung ein. Es laufen daher nun in regelmässigen Abständen von einander Verdichtung und Verdünnung durch die Luftsäule fort, wobei die einzelnen Luftteilchen rückwärts und vorwärts schwingen, je nachdem eine Verdichtung vor oder hinter ihnen liegt. Jedesmal, wenn der Stempel eine ganze Schwingung vollführt hat, ist in der Welle alles im gleichen Zustande, es hat eine Schwingung auch der Luftteilchen stattgefunden, die Bewegung hat sich um eine Wellenlänge fortgepflanzt. Die Teilchen schwingen dabei in Richtung der Fortpflanzung, d. h. wir haben longitudinale Schwingungen.

Während die Schwingungszahl nur von der Art der Anregung, also in unserem Beispiel von der Geschwindigkeit des Stempels, abhängt, ist die Wellenlänge, also auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, von der Natur des Mediums bedingt. Je grösser der Widerstand gegen Verdichtung ist, desto schneller wird eine solche sich nach den Seiten ausgleichen, desto weiter wird während einer Schwingung die Verdichtungswelle fortlaufen, d. h. desto grösser wird die Wellenlänge. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird also in festen und flüssigen Körpern grösser sein müssen als in Gasen, da in jenen der Widerstand gegen Kompression grösser ist als in diesen.

Wir können diese Bewegung ebenso durch eine Sinuskurve darstellen, wie die transversalen Schwingungen, wenn wir als Ordinaten an jeder Stelle die Grösse der Verschiebung eines Teilchens aus seiner normalen Lage auftragen, etwa die Verschiebungen vorwärts in Richtung der Fortpflanzung der Welle als positiv oberhalb der x-Axe, die Verschiebungen rückwärts als negativ unterhalb der x-Axe. Dann werden die Punkte, wo die Sinuskurve die x-Axe schneidet, die Stellen des Druckmaximums und -Minimums angeben, und zwar haben wir ein Maximum, wenn die Ordinaten an der Stelle von positiv zu negativ übergehen, ein Minimum, wenn sie von negativ zu positiv übergehen.

Es gilt also auch für eine longitudinale Welle die Gleichung:

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Wir können nach dem Besprochenen jede Welle, die in einer der genannten Weisen entstanden ist, durch eine Sinuskurve darstellen, und die Wirkung eines schwingenden Punktes kurz so bezeichnen, dass wir sagen, es werden von ihm aus Sinuskurven mit konstanter Geschwindigkeit, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, vorwärts geschoben. Wenn wir dabei bisher nur eine oder zwei Richtungen ins Auge gefasst haben, so ist das nur zur Vereinfachung geschehen; in Wahrheit gehen Wellen nach allen möglichen Richtungen aus, sie füllen den ganzen Raum rings um das Wellencentrum.

§ 183. Es gibt für alle Wellenbewegungen zwei wichtige Gesetze, deren erstes das Huygenssche Prinzip genannt wird. Wir müssen dazu erst noch einen Begriff definieren, den der Wellenfläche. Rings um ein Wellencentrum herum können wir Punkte finden, in denen die gleiche Phase herrscht, oder genauer gesagt der gleiche Phasenunterschied gegen das Centrum; wenn wir durch alle diese Punkte eine Fläche legen, so heisst dieselbe Wellenfläche. In einem homogenen isotropen Körper, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach allen Richtungen identisch ist, ist die Wellenfläche stets eine Kugel um das Wellencentrum; in krystallinischen Körpern dagegen, was namentlich für die Optik wichtig ist, sind die Elasticitäten nach verschiedenen Richtungen verschieden, daher auch die Geschwindigkeiten, und die Wellenfläche wird eine Fläche vierten Grades.

Das Huygenssche Prinzip sagt nun aus, dass wir jeden Punkt einer Welle als neues Wellencentrum betrachten können — weil er ebenso wie das eigentliche Wellencentrum schwingt und nach allen Richtungen Wellen erregen muss — und dass die Wirkung eines Wellencentrums auf einen entfernten Punkt dieselbe ist, wie die irgend einer Wellenfläche jenes Centrums.

Dies Gesetz erweist sich namentlich in der Optik als fruchtbar; aber auch in der Akustik erklärt es z. B. folgenden Vorgang: Sei A (Fig. 129) ein Wellencentrum, BC eine feste Wand und D ein Punkt; wir wollen die Wirkung von A auf D finden. Eine direkte Welle AD existiert nicht, da die Wand sie verhindert; man könnte also annehmen, in D würde nichts von der Bewegung bemerkbar werden. Ziehen wir aber die Wellenfläche EBF, welche B berührt, so sollen wir nach dem Huygensschen Prinzip die Wirkung aller ihrer Punkte auf D an Stelle der Wirkung von A setzen können, und man sieht, dass jeder Punkt des Stückes BE Wellen nach D hinsendet, dass also D in der That durch A in Bewegung versetzt wird. Die Welle geht also scheinbar um die Ecke B herum, was man **Beugung** nennt; in der Optik werden wir ausführlich auf die daraus resultierenden Erscheinungen eingehen. Für die Akustik ergibt sich, dass man „um die Ecke" hören kann, d. h. dass zwischen uns und die Schallquelle feste Wände geschoben werden können, ohne dass der Schall verschwindet.

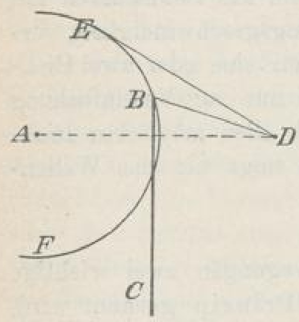

Fig. 129.

§ 184. Das zweite wichtige Gesetz heisst das **Prinzip von der Koexistenz oder von der Superposition kleiner Bewegungen.** Dasselbe sagt aus, dass, wenn zwei oder mehrere Wellenzüge denselben Weg gleichzeitig durchlaufen, so dass jedem Punkte verschiedene Bewegungen erteilt werden, die wahre Bewegung jedes Punktes gefunden wird, indem man die einzelnen Bewegungen nach dem Parallelogrammsatze vereinigt.

Wir betrachten zunächst nur Fälle, in denen die Verschiebungen der Wellen alle einander parallel sind; dieser Fall ist für longitudinale Wellen der einzig mögliche und daher akustisch der wichtigere. In diesem Fall ergibt der Parallelogrammsatz als Resultante einfach die **algebraische Summe** der Komponenten. Die Zusammensetzung solcher Wellen zu einer einzigen nennt man **Interferenz** der Wellen. Durch einige graphische Beispiele wird die Bedeutung am leichtesten ersichtlich. In Fig. 130, 1 sind zwei gestrichelt gezeichnete Wellen von gleicher Wellenlänge, gleicher Phase, aber verschiedener Amplitude gegeben. Man erhält die resultierende Bewegung (ausgezogen gezeichnet), indem man an jeder Stelle die Summe der Ordinaten bildet. Es findet sich eine Welle von gleicher Wellenlänge, Phase, aber grösserer Amplitude, als beide Komponenten. In 2 sind zwei Wellen von gleichem λ, gleicher Amplitude, einem Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$ gegeben; die Resultante ist eine Welle von gleichem λ, anderer Phase, anderer Amplitude. In 3 sind zwei Wellen von gleichem λ, verschiedener Amplitude, einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ gegeben; die Resultante ist eine Welle von gleichem λ, der Phase der stärkeren Komponente und einer Amplitude gleich der Differenz der komponierenden Amplituden. In 4 endlich sind die Komponenten von gleicher Wellenlänge, gleicher Amplitude, aber $\frac{1}{2}\,\lambda$ Gangunterschied; die Resultante wird eine gerade Linie, d. h. es tritt gar keine Bewegung ein, die beiden komponierenden Wellen vernichten sich, da die

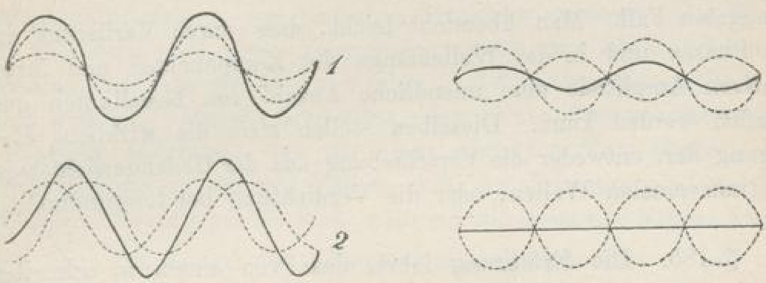

Fig. 130.

eine jeden Punkt so weit nach oben zu verschieben sucht, wie die andere nach unten. Dies ist ein besonders wichtiger Fall der Interferenz.

Ebenso wie wir Wellen von gleicher Wellenlänge zusammengesetzt haben, können wir auch von verschieden langen die Resul-

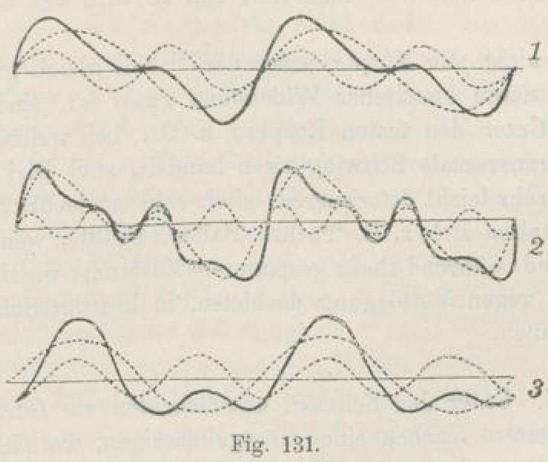

Fig. 131.

tante bilden. In Fig. 131 sind einige Beispiele gegeben. In 1 sind zwei Wellen zusammengesetzt, deren Wellenlängen sich wie

$1 : \frac{1}{2}$ verhalten, und deren Phasen im Beginn übereinstimmen. In 2 ist dazu noch die Welle mit $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge hinzugefügt; in 3 sind wieder nur die Wellen mit $\lambda = 1$ und $\lambda = \frac{1}{2}$ vereinigt, aber die Phase der zweiten um $\frac{1}{4}$ ihrer Schwingung verschoben gegen den ersten Fall. Man übersieht leicht, dass durch Variierung in den Phasen und in der Wellenlänge der Komponenten und ihrer relativen Amplitude eine unendliche Anzahl von Resultanten geschaffen werden kann. Dieselben stellen stets die wirkliche Bewegung dar, entweder die Verschiebung aus der Gleichgewichtslage bei transversalen Wellen, oder die Verdichtung bei longitudinalen.

§ 185. Die Erfahrung lehrt, dass von einem in schneller Schwingung befindlichen Körper Schall ausgeht. Ausser dem tönenden Körper und dem empfindenden Ohre muss aber noch ein den Schall vermittelndes, d. h. der Wellenbewegung fähiges Medium dazwischen vorhanden sein. Der Versuch zeigt, das nur die ponderable Materie deren fähig ist, nicht aber der sonst überall vorhandene Lichtäther. Schliessen wir eine Glocke in ein evakuiertes Gefäss, so kann man den Klöppel anschlagen sehen, ohne irgend einen Ton zu hören; lässt man Luft ein, so wird der Klang lauter und lauter.

Aber nicht alle Körper leiten den Schall gleich gut, sondern diejenigen, deren elastischer Widerstand gross ist, sind besonders geeignet. Unter den festen Körpern z. B., bei welchen es sich meist um transversale Schwingungen handelt, sind Blei und Kautschuk, die sehr leicht deformierbar sind, sehr schlechte Schallleiter; ebenso verhalten sich z. B. Tücher, Saiten, Drähte, wenn sie nicht gespannt sind, während sie in gespanntem Zustande, wo sie grösseren Widerstand gegen Verbiegung darbieten, in kräftige Schwingungen geraten können.

§ 186. Unter den Schallen unterscheiden wir Geräusche und Klänge. Erstere machen einen unregelmässigen, wechselnden Eindruck; hierher gehören das Rauschen eines Wasserfalls, das Plätschern des Springbrunnens, das Rasseln, Poltern u. s. w. Beim Klang dagegen haben wir eine ganz bestimmte, kontinuierliche

Empfindung. Wir können den Klang als eine periodische, d. h. sich in gleichen Zeitabschnitten regelmässig wiederholende Bewegung definieren, das Geräusch als eine nichtperiodische; letzteres entsteht durch zahlreiche, fortwährend wechselnde, nur kurz andauernde Klänge. Wir haben daher nur letztere zu untersuchen.

§ 187. Jeder Klang entspricht einer periodischen Bewegung, wie wir sie kennen gelernt haben als entstehend durch Zusammensetzung, Interferenz, von einfachen Sinusschwingungen. Der Klang ist also auch noch etwas Zusammengesetztes, wir können ihn analysieren, und wie wir sehen werden (§ 189), thut das geübte Ohr dies wirklich. Den Komponenten, den reinen Sinusschwingungen, entspricht dasjenige, was wir einen einzelnen Ton nennen, der allerdings nur in seltenen Fällen, z. B. von Stimmgabeln, von Resonatoren hervorgebracht wird, während wir meist nur Klänge hören.

Bei den Tönen und Klängen unterscheiden wir:

1. Die Tonhöhe. Es lässt sich durch Versuche leicht zeigen, dass dieselbe von der Länge der Periode, von der Schwingungszahl abhängt, mit letzterer zunimmt. Klemmen wir z. B. das eine Ende eines Stahlstabes ein, biegen das andere auf die Seite und lassen es dann los, so macht der Stab Schwingungen (§ 88). Ist der Stab lang, so können wir sie mit dem Auge verfolgen, wir hören dann nur ein tiefes Summen. Verkürzen wir den Stab immer mehr, so sehen wir, wie seine Schwingungen immer schneller werden; schliesslich sehen wir sie einzeln nicht mehr, wir hören aber einen Klang, der immer höher ansteigt. Savart hat ein Zahnrad benutzt; lässt man an dessen Zähnen etwa ein Stück Karton schleifen, so wird dasselbe durch jeden vorübergehenden Zahn gehoben, fällt in die nächste Lücke, wird wieder gehoben, kurz, es wird in Schwingungen versetzt; die Schwingungszahl ist gleich der Zahl der in der Sekunde vorbeigehenden Zähne. Dreht man das Rad langsam, so hört man nur ein Summen, dreht man schneller, so entwickelt sich ein allerdings sehr unreiner Klang, dessen Tonhöhe aber deutlich steigt mit wachsender Schnelligkeit.

Am deutlichsten kann man diesen Nachweis führen und gleichzeitig die jeder Tonhöhe entsprechende Schwingungszahl bestimmen mit Hülfe der von Cagniard de la Tour (1818) zuerst angegebenen, dann von Dove und v. Helmholtz sehr wesentlich verbesserten Sirene. Fig. 132 gibt einen Querschnitt. A ist ein Windkasten, in welchen durch einen Balg Luft eingetrieben werden kann.

Er ist durch einen Deckel B verschlossen; in diesem befinden sich auf einem Kreise angeordnet in gleichen Abständen Löcher, sagen wir im ganzen 10, durch welche der Wind nach aussen entweichen kann. Dicht über dem Deckel befindet sich eine Scheibe C, welche mit der Axe D in den Pfannen E und F laufen kann. Die Scheibe hat genau zum Deckel symmetrische Löcher; wenn daher die Scheibenlöcher gerade über den Deckellöchern stehen, kann die Luft ausströmen; wird aber die Scheibe etwas weiter gedreht, so verschliesst sie die Deckellöcher. Es ist klar, dass bei einer ganzen Umdrehung der Scheibe 10mal alle Löcher geöffnet sind, also 10mal die Luft austreten kann. Durch die ausströmende Luft selbst wird nun die Scheibe in Umlauf gesetzt; dazu sind die Löcher in Deckel und Scheibe nicht senkrecht, sondern schräge gebohrt, und zwar in entgegengesetzten Richtungen (Fig. 133). Der aus dem Deckelloch austretende Luftstrom trifft auf die schräge Fläche des Scheibenloches, gibt ihr einen Stoss, und so kommt die Scheibe in Rotation. Dreht sich die Scheibe etwa 10mal in der Sekunde, so finden 100 Luftstösse statt; man hört dann einen Ton, dessen Tonhöhe 100 Schwingungen entspricht. Läuft die Scheibe schneller, so steigt der Ton. Wollen wir die Schwingungszahl bestimmen, welche irgend einer Tonhöhe entspricht, so brauchen wir die Scheibe nur so schnell laufen zu lassen, dass der Ton vorhanden ist, und dann die Zahl n der Umdrehungen in der Sekunde zu bestimmen; dann ist 10 n die Schwingungszahl. Um n bestimmen zu können, ist der obere Teil der Axe eine Schraube G; seitlich davon befindet sich ein Zahnrad H, welches herangeschoben werden kann und dann von der Schraube gedreht wird. Das Zahnrad trägt auf der Rückseite einen Zeiger, der die Zahl der Umdrehungen zählt. Mit H ist ein zweites Zahnrad J verbunden, welches nach jedem hundertsten Zahn von H um einen Zahn weitergeht, also ebenso die Hunderter der Umdrehungen zählt. Man kann nun, wenn die Sirene den gewünschten Ton gibt, das Zählwerk einschieben bei Beginn einer Minute, am Ende derselben ausschalten, die Zahl der Umdrehungen ablesen und durch Division mit 60 die Zahl der Umdrehungen in der Sekunde, n, ermitteln. Bei den komplizierteren Sirenen ist nicht eine Lochreihe

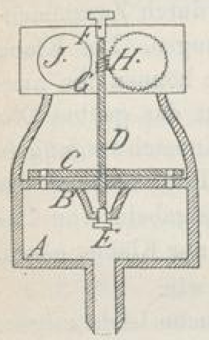

Fig. 132.

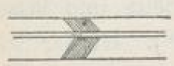

Fig. 133.

vorhanden, sondern Deckel und Scheibe tragen deren meist 4 konzentrisch angeordnete, mit 8, 10, 12, 16 Löchern; die Lochreihen des Deckels können dabei noch einzeln geöffnet oder verschlossen werden, so dass man jede beliebige Reihe allein benutzen kann.

Es hat sich feststellen lassen, dass das menschliche Ohr nicht jede beliebige Zahl von Schwingungen als Ton empfindet. Es sind etwa 30 Schwingungen nötig, ehe wir von einem Ton sprechen können; zwischen 20000 und 30000 Schwingungen in der Sekunde hört die Unterscheidbarkeit in der Tonhöhe auf, während die Hörbarkeit bei verschiedenen Individuen sehr verschieden begrenzt ist und zwischen 30000 und 60000 liegt. Musikalisch werden nur Töne bis zu etwa 5000 Schwingungen benutzt.

§ 188. Wir unterscheiden ferner die Klänge nach der Tonstärke oder Intensität. Der Schall wirkt auf unser Ohr durch seine lebendige Kraft; die Schallstärke setzen wir proportional zu derselben, oder zu dem Quadrat der mittleren Schwingungsgeschwindigkeit eines Teilchens. Letztere hängt aber ab von der Amplitude, und so können wir auch sagen, die Intensität ist proportional dem Quadrat der Amplitude. Es ergibt sich daraus leicht, wie die Intensität mit der Entfernung von der Schallquelle abnimmt: Dem Wellencentrum wird bei der Anregung eine gewisse Menge Energie mitgeteilt; dieselbe findet sich, wenn Wellen nach allen Seiten dadurch erzeugt werden, in jedem Augenblick auf der Wellenfläche in gleicher Grösse vor. Da nun die Wellenfläche, eine Kugel, an Oberfläche allmählich wächst, und zwar proportional zum Quadrat des Radius, so muss die auf die Flächeneinheit entfallende Energie proportional zum Quadrat des Radius abnehmen. Also können wir sagen, die Intensität nimmt proportional dem Quadrat der Entfernung ab. Das gilt aber nur für allseitige Ausbreitung des Schalles; erzeugen wir etwa Wellen in Röhren, so kann sich die Energie nicht nach allen Seiten zerstreuen, der Schall bleibt auf weite Strecken intensiv. Dies wird z. B. bei den Sprachrohren benutzt. Vereinigt man gar Wellen von grossem Querschnitt auf kleineren, z. B. durch kegelförmiges Rohr, so kann die Intensität zunehmen, was bei den Hörrohren benutzt wird.

§ 189. Klänge können sich endlich durch ihre Klangfarbe unterscheiden. Der gleiche Ton, von der menschlichen Stimme, der Violine, dem Klavier u. s. w. angegeben, ist ganz verschieden, und diese Verschiedenheit bezeichnen wir als Klangfarbe. Dieselbe ist bedingt durch die Gestalt der Kurve, welche den Klang darstellt. Wir können unendlich viele verschiedene periodische Kurven von gleicher Periode, d. h. Tonhöhe zeichnen, jede repräsentiert eine andere Klangfarbe. Als Beispiel mögen die Resultanten in Fig. 131, 1 und 2 dienen. Wie wir dort gesehen haben, entstehen diese Kurven durch Zusammensetzung verschiedener einfacher Sinusschwingungen, einfacher Töne. Wir können daher sagen, ein Klang sei aus verschiedenen Tönen zusammengesetzt, und je nach der Zahl und Schwingungszahl der Komponenten wird die Klangfarbe eine andere.

Es hat Fourier nachgewiesen, dass man jede beliebige periodische Funktion der Zeit mathematisch darstellen kann als eine Summe von Sinusfunktionen. Mathematisch kann man die Funktion auch noch auf viele andere Arten in periodische Summanden zerlegen; aber diese Zerlegung nach der sog. Fourierschen Reihe in Sinusschwingungen ist physikalisch allein von grösster Bedeutung, weil unser Ohr gerade diese Zerlegung ausführt. Wie wir später sehen werden, ist ein musikalisch geübtes aufmerksames Ohr im stande, aus einem Klang die einzelnen Komponenten herauszuhören; noch leichter ist dies, wenn man es mit Resonatoren versieht. — Zu bemerken ist noch, dass nach v. Helmholtz die Kurven Fig. 131, 1 und 3, keine verschiedene Klangfarbe repräsentieren; es kommt also nur auf die Komponenten an, nicht auf den Phasenunterschied zwischen ihnen.

B. Longitudinale Schwingungen.

§ 190. Wir wollen uns zunächst mit den longitudinalen Wellen beschäftigen. Die erste Frage ist die nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Wir haben schon erwähnt, dass dieselbe vom Widerstand abhängt, der bei einer gewissen Deformation geleistet wird (§§ 179 und 182). Newton hat zuerst aus der Mechanik den Satz abgeleitet, dass in Gasen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit proportional sei der Wurzel aus dem Verhältnis zwischen einer Druckänderung zu der Dichtigkeitsänderung, welche sie hervorbringt. Wächst in einem Gase der Druck von p auf $p\ (1 + x)$, so wächst nach dem Mariotteschen Gesetz die Dichte von d auf $d\ (1 + x)$; der Druckänderung $p\,x$ entspricht also die Dichteänderung $d\,x$.