A. Flüssige Körper.

§ 62. Wir wollen uns zunächst mit den Flüssigkeiten beschäftigen, und zwar mit den Erscheinungen, welche dieselben darbieten, wenn sie in Ruhe sind, mit der Hydrostatik.

Die Flüssigkeiten haben grossen Widerstand gegen Volumänderung. Er ist so gross, dass sich eine Kompressibilität lange Zeit überhaupt nicht nachweisen liess. Die Versuche wurden dadurch erschwert, dass wir die Flüssigkeiten in Gefässe einschliessen müssen, welche unter dem hohen Druck ihre Form ändern oder springen. Erst Oerstedt gelang es, durch Konstruktion seines Piezometers diese Schwierigkeiten zu überwinden und sicher nachzuweisen, dass Flüssigkeiten kompressibel sind. Das Piezometer ist in Fig. 60 dargestellt; es besteht aus einem starken Glasgefäss A, auf welches ein Deckel fest aufgeschraubt wird, welcher eine kleine Druckpumpe mit T-förmig durchbohrtem Hahn enthält, so dass man Wasser in das Gefäss pressen kann. A wird ganz mit Wasser gefüllt; auf seinem Boden steht ein Schälchen mit Quecksilber und in dieses wird das eigentliche Kompressionsgefäss B mit seiner Spitze eingetaucht. Dasselbe besteht aus einem birnen- oder kugelförmigen Glasgefäss, an welches eine sehr enge Glasröhre angeschmolzen ist. B wird vor dem Einsetzen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. Alkohol, gefüllt. Pressen wir nun mit der Pumpe P Wasser in das Gefäss, so entsteht hier ein grösserer Druck, der auf das Quecksilber in der Schale wirkt und dasselbe in die Kapillare hineinzutreiben sucht, wodurch der Druck auch auf den in B befindlichen Alkohol übertragen wird. Das Gefäss B erfährt also von aussen und innen den gleichen Druck. Ist der Alkohol kompressibel, so nimmt er ein kleineres Volumen ein, d. h. Quecksilber steigt in die enge Röhre; die Volumabnahme ist direkt gleich dem Volumen des eindringenden Quecksilbers. Der Versuch zeigt, dass in der That alle Flüssigkeiten kompressibel sind.

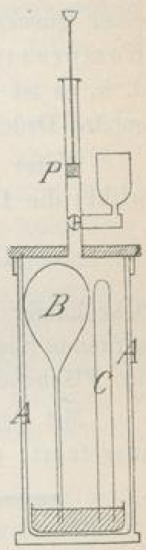

Fig. 60.

Im Piezometer steht noch ein Rohr C, welches mit Luft gefüllt ist; es ist ein Manometer (siehe § 106), und dient dazu, den Druck, der im Apparat herrscht, zu bestimmen.

Wir messen aber so nicht die wahre Volumabnahme; denn auch die Gefässwände von B werden zusammengedrückt, der innere freie Raum wird grösser und wir beobachten in Wahrheit die Summe aus der Volumabnahme der Flüssigkeit und der Volumzunahme des Gefässraumes. Erst Regnault lehrte die Ausdehnung des Gefässraumes zu bestimmen, so dass man danach die wahre Kompressibilität berechnen kann. Es zeigt sich, dass die Volumabnahme v nahezu proportional ist dem anfänglichen Volumen V und dem Druck p: $v = \alpha V p$, also $\alpha = \frac{v}{V.p}$. Der Druck wird hierbei gewöhnlich nach Atmosphären, d. h. dem Druck einer Quecksilbersäule von 760 *mm* Höhe gemessen. α heisst der Kompressibilitätskoeffizient, es ist $\alpha = v$ für $V = 1$, $p = 1$, d. h. es ist die Volumverringerung der Volumeinheit für 1 Atmosphäre Druckzunahme.

Unter Druck verstehen wir eine Kraft, die auf eine Fläche wirkt; die Dimension eines Druckes wird daher sein:

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}].$$

Sehr häufig aber wird auch die ganze auf eine Fläche gleichmässig wirkende Kraft als Druck bezeichnet, und davon noch obiger Druck pro Flächeneinheit unterschieden.

Mit dem Regnaultschen Apparat sind Versuche von Grassi ausgeführt; er fand

Flüssigkeit	Temp.	α
Wasser	0°	0,000050
Alkohol	7°	0,000085
Aether	0°	0,000120
Chloroform	8°	0,000063
Quecksilber	0°	0,000003
Glas	—	0,0000022

α erweist sich von der Temperatur abhängig; bei allen Flüssigkeiten nimmt α mit der Temperatur zu, nur bei Wasser nimmt es zunächst ab (bis etwa 50°), um dann auch zu steigen.

Folgende Tabelle gibt einige Zahlen von Amagat:

Alkohol: 0^0 $\alpha = 0{,}0000959$ | Aether: 0^0 $\alpha = 0{,}0001470$
20^0 $\alpha = 0{,}0001118$ | 20^0 $\alpha = 0{,}0004764$

Wasser: 0^0 $\alpha = 0{,}0000511$
10^0 $\alpha = 0{,}0000483$
50^0 $\alpha = 0{,}0000449$
70^0 $\alpha = 0{,}0000462$
100^0 $\alpha = 0{,}0000478$

Ferner nimmt bei allen Flüssigkeiten die Kompressibilität ab mit steigendem Druck. So findet Amagat den Koeffizienten bei 0^0:

	Wasser	Alkohol	Aether
1— 500 Atm. . . .	0,0000475	0,0000769	0,0001072
500—1000 „ . . .	0,0000416	0,0000566	0,0000708
1000—1500 „ . . .	0,0000358	0,0000485	0,0000537
1500—2000 „ . . .	0,0000324	0,0000358	0,0000452
2000—2500 „ . . .	0,0000292	0,0000331	0,0000371
2500—3000 „ . . .	0,0000261	0,0000284	0,0000317

Wie die Zahlen zeigen, sind die Volumänderungen bei den gewöhnlich vorkommenden Drucken so klein, dass wir sie vernachlässigen, die Flüssigkeiten als inkompressibel betrachten können.

§ 63. Die zweite charakteristische Eigenschaft der Flüssigkeiten ist ihr geringer Widerstand gegen Formänderung; aus derselben ergibt sich die wichtige Folgerung, dass durch das Innere einer Flüssigkeitsmasse jeder Druck nach allen Seiten übertragen wird. Ist in Fig. 61 A der Querschnitt eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes mit durch Stempel verschlossenen Ansatzröhren, 1, 2, 3, 4, und pressen wir den einen Stempel mit dem Druck p hinein, so wird von der stärker gepressten Stelle sofort Flüssigkeit nach den schwächer gepressten hinüberfliessen, bis überall der gleiche Druck herrscht. Dieser Druck wird also überall von der Flüssigkeit normal zur Oberfläche ausgeübt. Denken wir uns in der Flüssigkeit eine beliebig gerichtete Fläche, oder einen Körper, so erleiden auch diese denselben stets normalen Druck p. Einen so beschaffenen Druck nennt man einen hydrostatischen Druck; derselbe ist also von konstanter Grösse und durchweg normal zur

Oberfläche. Sind die Querschnitte der Stempel q_1, q_2 ..., so müssen wir auf den Stempel 1 die Kraft pq_1 ausüben; dann drücken die anderen mit den Kräften pq_2, pq_3 ... nach aussen; die Kräfte sind also den Querschnitten proportional.

Wir sind dadurch im stande, durch eine kleine Kraft einen grossen Druck auszuüben; dies wird bei der hydraulischen oder hydrostatischen Presse benutzt. Fig. 62 skizziert deren Prinzip: Zwei feste Cylinder A und B sind durch die Röhre C mit einander verbunden. In ihnen bewegen sich wasserdicht Stempel mit den Querschnitten q und Q. Drücken wir den kleinen Stempel mit der

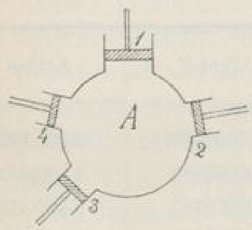

Fig. 61.

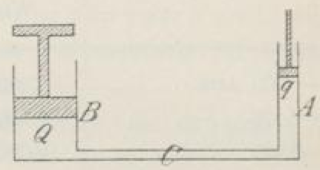

Fig. 62.

Kraft p pro Flächeneinheit herunter, so brauchen wir die Kraft pq, wofür der grosse Stempel mit der Kraft pQ heraufgetrieben wird; die Kraft wird im Verhältnis von q:Q vergrössert. In Wahrheit ist A eine Druckpumpe, so dass beim Heben von q neues Wasser eingesaugt, beim Herunterdrücken der Stempel Q weiter gehoben wird.

Die hydraulischen Pressen werden vielfach in der Technik benutzt, um mit grosser Kraft Körper zusammenzupressen, sie zu heben u. s. w. Sie sind den Schraubenpressen ausserordentlich überlegen dadurch, dass sie ohne Reibung arbeiten, während bei Ueberwindung sehr grosser Widerstände die Reibung der Schraube in der Mutter sehr viel Kraft unnütz verbraucht.

Arbeit wird auch durch diese Pressen nicht gewonnen; sinkt der Stempel q um h, so wird das Flüssigkeitsvolumen $v = hq$ aus A verdrängt; dadurch nimmt das Volumen in B um v zu, der Stempel Q steigt um H, so dass $s = QH$. Die Verschiebungsstrecken verhalten sich also umgekehrt wie die Querschnitte, und das Produkt aus Kraft mal Strecke ist auf beiden Seiten gleich.

§ 64. Aus der leichten Beweglichkeit der Flüssigkeitsteilchen folgt, dass eine freie Oberfläche nur dann im Gleichgewicht sein kann, wenn sie senkrecht zur wirkenden Kraft steht, weil nur dann die Kraft keine Bewegung der Teilchen mehr hervorzubringen strebt. Ist die einzige Kraft die Schwere, so stellt sich die Oberfläche horizontal ein.

Es ist früher aus diesem Grunde angenommen worden, die Oberfläche der Meere bilde eine Kugel, — wenn wir vom elliptischen Querschnitt, den die Erde infolge ihrer Rotation besitzt, absehen, — d. h. ein Lot zur Meeresfläche würde stets den Erdmittelpunkt treffen, und derselbe würde von der Oberfläche überall gleich weit entfernt sein. Neuere Messungen und Ueberlegungen stellen dies aber in Frage: Die Kontinente, namentlich die, welche steil aus dem Meere aufsteigen, müssen das Wasser stark anziehen, die Richtung des Lotes wesentlich ablenken (§ 30). Da das Lot die Richtung der Kraft angibt, muss die Wasserfläche senkrecht zu ihr stehen; das Meeresniveau würde also vom freien Ozean aus nach den Küsten hin in die Höhe steigen, sich vom Erdmittelpunkt entfernen. Man hat berechnet, dass die Höhendifferenz mehrere hundert Meter betragen kann.

§ 65. Flüssigkeiten erzeugen durch ihr Gewicht in ihrem Innern einen Druck. Denken wir uns in der Tiefe h unter dem freien Niveau, wo ein Druck = 0 herrsche, eine horizontale Fläche, deren Querschnitt q sei, so hat diese das Gewicht der auf ihr

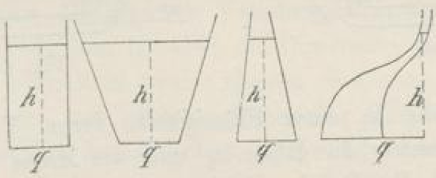

Fig. 63.

ruhenden Flüssigkeit zu tragen. Das Volumen derselben ist hq; nennen wir die Masse der Volumeinheit der Flüssigkeit d, so ist das Gewicht, welches auf die Fläche q drückt: hq dg; die Flächeneinheit hat daher den Druck h d g zu tragen. In jeder Flüssigkeitsschicht herrscht also ein hydrostatischer Druck h dg, welcher der Tiefe h proportional zunimmt. Ruht auf der Oberfläche noch der Druck p pro Flächeneinheit, so überträgt sich derselbe durch die Flüssigkeit, und wir haben im Innern den Druck p + h d g.

Es ergibt sich daraus eine eigentümlich aussehende Folgerung für den Druck auf den Boden eines Gefässes mit Flüssigkeit. In Fig. 63 sind vier Gefässe von verschiedener Form, aber gleicher

Bodengrösse q, und bis zu derselben Höhe h mit Flüssigkeit gefüllt dargestellt. In allen diesen Fällen hat der Boden den gleichen Druck hqdg auszuhalten, obgleich das Gewicht der Flüssigkeit in den Gefässen sehr verschieden ist. Der hydrostatische Druck in einer Schicht der Flüssigkeit hängt aber nur von der Höhe der Drucksäule, h, ab, nicht vom Querschnitt derselben, und den Druck auf eine feste Fläche, z. B. den Boden, erhalten wir dann immer, indem wir den Inhalt der Fläche mit dem Druck in der betreffenden Schicht multiplizieren.

§ 66. Haben wir zwei mit einander verbundene aufrechte Röhren, die mit Flüssigkeit gefüllt sind, so heisst ein solches System kommunizierende Röhren. Wenn in denselben Flüssigkeit in Ruhe sein soll, so muss in einer gemeinsamen Schicht E (Fig. 64) der Druck überall der gleiche sein. Haben wir links über dieser

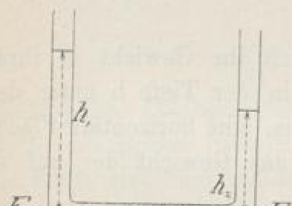

Fig. 64.

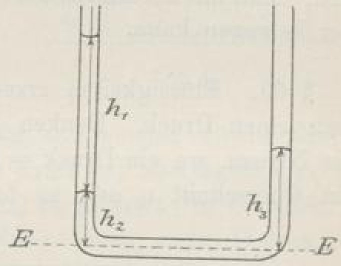

Fig. 65.

Schicht die Höhe h_1 einer Flüssigkeit, deren Volumeinheit die Masse d_1 hat, rechts die Höhe h_2 und die Masse der Volumeinheit d_2, so sind die Drucke: $h_1\,d_1\,g$ und $h_2\,d_2\,g$. Diese müssen gleich sein:

$$h_1\,d_1 = h_2\,d_2.$$

Diese Gleichung heisst das Gesetz der kommunizierenden Röhren. Ist die Flüssigkeit in beiden Schenkeln identisch, so ist $d_1 = d_2$, also auch $h_1 = h_2$, d. h. in kommunizierenden Röhren steht dieselbe Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch. Anders ist es, wenn wir verschiedene Flüssigkeiten auf beiden Seiten haben: sei in Fig. 65 in das Rohr zuerst Quecksilber eingefüllt, dann in den einen Schenkel noch eine zweite Flüssigkeit. Deren Gewicht drückt das Quecksilber herunter, hebt es im anderen Schenkel. In der Schicht E müssen wieder die Drucke auf beiden Seiten gleich gross sein, also $h_1\,d_1 + h_2\,d_2 = h_3\,d_2$, oder $h_1\,d_1 = (h_3 - h_2)\,d_2$,

d. h. die Gewichte der Volumeinheit verhalten sich umgekehrt, wie die Höhen, wenn wir diese von der niedrigeren Oberfläche der schwereren Flüssigkeit an messen.

§ 67. Die Grösse, welche wir bisher die Masse der Volumeinheit genannt haben, ist sehr wichtig; sie wird auch Dichte oder gewöhnlich spezifisches Gewicht genannt. Wir finden die Dichte d eines Körpers, indem wir seine Masse m durch sein Volumen v dividieren; wir haben also die Gleichung

$$d = \frac{m}{v}, \text{ woraus noch folgt } m = d\,v \text{ und } v = \frac{m}{d}.$$

Danach ist die Dimension der Dichte $d = \frac{[M]}{[L^3]} = [ML^{-3}]$.

Es lässt sich aber das spezifische Gewicht auch definieren als das Verhältnis der Masse eines beliebigen Volumens eines Körpers zu der Masse des gleichen Volumens Wasser von 4°. Dass diese Definition mit der obigen für die Dichte identisch ist, ergibt sich daraus, dass das Kubikcentimeter Wasser von 4° die Masse von 1 *g* enthält, das dem Körper gleiche Volumen Wasser also so viel Gramm Masse enthält, als der Körper Kubikcentimeter einnimmt. Wir erhalten daher das gleiche Resultat, ob wir die Masse des Körpers durch die Zahl der Kubikcentimeter seines Volumens dividieren oder durch Anzahl Gramm des gleichen Volumens Wasser.

Nach dieser Definition ist aber die Dimension des spezifischen Gewichtes als das Verhältnis zweier Massen eine reine Zahl, welche angibt, eine wie viel mal grössere Masse der Körper besitzt, als Wasser. Die Dimension des spezifischen Gewichts scheint also eine andere, als die der Dichte. Im absoluten Maßsystem nehmen wir aber die Masse der Volumeinheit des Wassers als Einheit der Masse, d. h. $[L^3] = [M]$, daher wird auch die Dimension der Dichte $[ML^{-3}]$ im absoluten Maßsystem eine reine Zahl, in Uebereinstimmung mit dem spezifischen Gewicht.

Das spezifische Gewicht wird am genauesten bestimmt mittelst der Pyknometer, kleiner gut verschliessbarer Fläschchen. Fig. 66 stellt ein solches dar, bei welchem der eingeschliffene Stöpsel als Thermometer gestaltet ist; seitlich ist noch eine ebenfalls verschliessbare Kapillare angeschmolzen, damit die Flüssigkeit sich bei Temperaturänderung während der Wägung ausdehnen kann. Wir wiegen das Pyknometer leer, das Gewicht sei a, wir füllen es sorgfältig ganz voll mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, das

Gewicht sei b, wir füllen es mit Wasser (von 4^0), das Gewicht sei c. Dann ist $b - a$ das Gewicht der Flüssigkeit, die das Fläschchen füllt, $c - a$ das Gewicht des gleichen Volumens Wasser, also $d = \frac{b - a}{c - a}$.

Das Pyknometer ist auch das beste Instrument zur Bestimmung des spezifischen Gewichts fester Körper.

Das Fläschchen wiege leer a, mit Wasser gefüllt b; wir trocknen es und füllen es mit Stücken des Körpers, es wiege c. Bei dieser Wägung sind leere Zwischenräume zwischen den Stücken; diese füllen wir jetzt ganz mit Wasser, das Gewicht sei e. Dann ist $b - a$ das Gewicht des Wassers, welches das Fläschchen ganz füllt, $c - a$ das Gewicht des Körpers, $e - c$ das Gewicht des Wassers, welches neben dem festen Körper ins Pyknometer geht, also $b - a - (e - c)$ das Gewicht des vom Körper verdrängten Wassers, welches ihm natürlich an Volum gleich ist; folglich $d = \frac{c - a}{b + c - a - e}$.

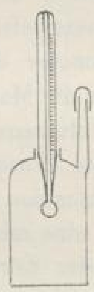
Fig. 66.

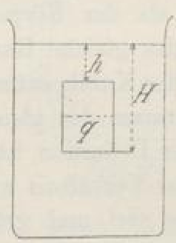

Fig. 67.

§ 68. Eine zweite Methode, das spezifische Gewicht zu bestimmen, beruht auf dem archimedischen Prinzip: dasselbe sagt aus, dass ein jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper so viel von seinem Gewicht verliert, als die durch ihn verdrängte Flüssigkeit wiegt. Der Beweis dieses Satzes ist leicht zu geben. Sei der Körper (Fig. 67) zunächst ein Cylinder vom Querschnitt q. Seine Masse sei m, so ist sein Gewicht mg, welches nach unten zieht. Er sei ganz untergetaucht; dann drückt von allen Seiten das Wasser normal auf seine Oberfläche. Der Druck von den Seiten ist aber für Bewegung unwirksam, da er von allen Seiten gleich und entgegengesetzt ist. Es bleibt nur der Druck auf den oberen und unteren Querschnitt zu betrachten. Liege die obere Fläche um h, die untere um H unter der Oberfläche der Flüssigkeit, deren spezifisches Gewicht d sei. Dann wirkt von oben die Kraft q h d g abwärts, von unten die Kraft q H d g aufwärts. Im ganzen wirken also auf den Cylinder nach abwärts:

$$m g + q h d g - q H d g = m g - q (H - h) d g = m g - v d g,$$

wenn wir mit v das Volumen des Cylinders, also auch der verdrängten Flüssigkeit bezeichnen. Das Gewicht m g des Körpers erscheint also verringert um v d g, das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. — Da wir uns jeden Körper als aus unendlich dünnen Cylindern zusammengesetzt denken können, gilt der Satz für jede Körperform. — Die Gewichtsverringerung nennt man den Auftrieb; er ist also eine Folge des hydrostatischen Druckes.

Nach diesem Satz lässt sich das spezifische Gewicht eines festen Körpers leicht bestimmen: wir hängen ihn mittelst eines möglichst dünnen Fadens (Platindraht, Kokonfaden) an der Wage auf, wiegen ihn in Luft, sein Gewicht sei a; dann wiegen wir ihn zum zweitenmal, während er in einem untergesetzten Gefäss mit Wasser hängt; es finde sich das kleinere Gewicht b; dann ist a — b das Gewicht des verdrängten Wassers, also $d = \frac{a}{a - b}$.

Dieselbe Methode ist für Flüssigkeiten brauchbar: wir hängen an der Wage einen sog. Tauchkörper (z. B. ein Stück Glas oder zweckmässiger ein kleines Thermometer) auf, wiegen ihn in Luft, das Gewicht sei a, dann in Wasser hängend, das Gewicht sei b, endlich in der zu bestimmenden Flüssigkeit hängend, das Gewicht sei c. Dann ist a — c das Gewicht der durch den Tauchkörper verdrängten, ihm an Volumen gleichen Flüssigkeit, a — b das Gewicht des gleichen Volumens Wasser, also $d = \frac{a - c}{a - b}$.

§ 69. Bei allen Bestimmungen des spezifischen Gewichts, zum Teil auch bei den gewöhnlichen Wägungen, ist noch folgendes zu beachten:

1. Das Gewicht des Körpers soll verglichen werden mit dem des gleichen Volumens Wasser von 4° C. Man wird fast nie wirklich Wasser von 4° zur Verfügung haben, sondern von irgend einer anderen Temperatur, welche beobachtet werden muss; man ersieht dann aus Tabellen über die Dichte des Wassers bei verschiedenen Temperaturen, wie viel das gleiche Volumen Wasser bei 4° gewogen haben würde, und dieser Wert ist zur Rechnung zu verwenden.

2. Wenn wir in Luft wiegen, verdrängt der Körper und ebenso die Gewichtsstücke Luft. Nach dem archimedischen Prinzip werden sie dadurch erleichtert um das Gewicht der verdrängten Luft. Um das wahre Gewicht zu erhalten, muss man die Wägung auf den luftleeren Raum reduzieren. Das geschieht so: Sei Mg das wahre Gewicht des Körpers, S sein spezifisches Gewicht, mg das wahre Gewicht der Gewichtsstücke, s ihr spezifisches Gewicht. Dann ist (§ 67) das Volumen des Körpers:

$$V = \frac{M}{S}, \text{ der Gewichtsstücke } v = \frac{m}{s}.$$

Ist λ die Dichte der Luft, so verliert der Körper $V\lambda g$, die Gewichtsstücke $v\lambda g$, und mit diesem Verlust sind ihre Gewichte gleich;

$$Mg - V\lambda g = mg - v\lambda g \text{ oder } M - \frac{M}{S}\lambda = m - \frac{m}{s}\lambda.$$

$$M\left(1 - \frac{\lambda}{S}\right) = m\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right), \text{ woraus } M = m\,\frac{1 - \frac{\lambda}{s}}{1 - \frac{\lambda}{S}}, \text{ oder}$$

$$M = m\left(1 + \frac{\lambda}{S} - \frac{\lambda}{s}\right),$$ wenn wir höhere Potenzen von λ vernachlässigen; das ist erlaubt, da λ sehr klein ist: $\lambda = 0{,}0012$ im Mittel. Bei sehr genauen Wägungen muss λ für den besonderen Fall berechnet werden aus Luftdruck, Temperatur, Feuchtigkeitsgehalt der Luft. — Wie man sieht, ist die Korrektion desto grösser, je verschiedener das spezifische Gewicht von Körper und Gewichtsstücken ist, wird 0, wenn beide aus der gleichen Substanz bestehen.

§ 70. In der folgenden Tabelle sind die spezifischen Gewichte einiger fester und flüssiger Körper zusammengestellt, welche sich auf 0^0 beziehen:

Iridium	22,42	Natrium	0,98
Platin	21,50	Schwerspat	4,47
Gold	19,32	Flintglas (schwer)	3,60—3,90
Blei	11,37	Glas	2,50—2,70
Silber	10,53	Granit	2,50—2,90
Kupfer	8,92	Kalkstein	2,40—2,80
Eisen	7,86	Diamant	3,52
Zinn	7,29	Steinkohlen	1,23—1,51
Zink	7,15	Kochsalz	2,08
Aluminium	2,60	Kupfervitriol	2,21

Ebenholz	1,19	Salpetersäure	1,51
Eichenholz	0,95	Salzsäure	1,28
Lindenholz	0,56	Wasser (4°)	1,00
Kork	0,24	Olivenöl	0,915
		Terpentinöl	0,872
Quecksilber	13,55	Alkohol abs.	0,792
Schwefelsäure . . .	1,84	Schwefeläther . . .	0,736

§ 71. Wenn wir in eine Flüssigkeit einen Körper untertauchen, welcher spezifisch leichter ist als die Flüssigkeit, so würde der Auftrieb grösser sein als das Gewicht des Körpers; der Körper würde negatives Gewicht haben, scheinbar von der Erde abgestossen werden; daher taucht ein Teil des Körpers auf, derselbe schwimmt; er nimmt dabei eine solche Lage ein, dass sein ganzes Gewicht gerade gleich dem der verdrängten Flüssigkeit ist, weil dann die Schwere ihn nicht mehr zu verschieben sucht. Ist also V das Volumen des festen Körpers, S sein spezifisches Gewicht, v sein eintauchendes Volumen, s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, so ist stets $VS = vs$. Derselbe Körper wird also in verschiedenen Flüssigkeiten um so tiefer einsinken, je leichter sie sind. Haben wir für eine zweite Flüssigkeit v_1 und s_1, so ist:

$$VS = vs = v_1 s_1, \text{ also } \frac{v}{v_1} = \frac{s_1}{s}.$$

Fig. 68.

Darauf beruhen die Aräometer, Instrumente, welche schnell das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit ohne Wage bestimmen lassen. Sie bestehen aus einem weiteren Glasteil, A, welcher unten in B etwas Quecksilber enthält, damit der Apparat aufrecht schwimmt; daran ist oben eine enge Röhre C, der Stiel, geschmolzen; der ganze Apparat ist mit Luft gefüllt. Die Quecksilbermasse in B wird meist benutzt, um ein Thermometer zu bilden, welches gleich die Temperatur der Flüssigkeit anzeigt, da mit derselben das spezifische Gewicht sich ändert. Man bringt ihn in Wasser, bezeichnet die Stelle, bis zu welcher er eintaucht, mit 1,00, dem spezifischen Gewicht des Wassers. Wir nennen dies eingetauchte Volumen v. Dann bringt man auf dem Stiele eine Teilung derart an, dass das Volumen bis zu diesen Strichen

$$\frac{v}{1{,}01};\ \frac{v}{1{,}02};\ \frac{v}{1{,}03} \ldots \text{ resp. } \frac{v}{0{,}99};\ \frac{v}{0{,}98};\ \frac{v}{0{,}97} \text{ u. s. w.}$$

beträgt. Taucht dann in einer Flüssigkeit das Aräometer z. B. bis zu dem Teilstrich ein, welcher $\frac{v}{1{,}03}$ entspricht, so haben wir, wenn wir das spezifische Gewicht des Wassers $s = 1$, das der Flüssigkeit s_1 nennen:

$$v\,s = \frac{v}{1{,}03}\,s_1, \quad \text{also} \quad s_1 = 1{,}03\,s = 1{,}03;$$

wir schreiben also an die so gebildeten Teilstriche 1,01; 1,02 . . . 0,99; 0,98 . . .; man liest direkt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ab an dem Teilstrich, bis zu welchem das Instrument eintaucht.

Solche Instrumente werden namentlich in der Technik gebraucht, um z. B. den Gehalt von wässerigem Alkohol an absolutem Alkohol zu erfahren, welcher durch das spezifische Gewicht angegeben wird. Dann gibt die Teilung meist direkt diesen Gehalt an, man nennt das Instrument dann Alkoholometer; ebenso hat man Alaunspindeln, Salzspindeln u. s. w., die direkt den Salzgehalt einer Lösung ablesen lassen.

§ 72. Die bisher besprochenen Erscheinungen erleiden einige Aenderungen durch Kräfte, welche zwischen den kleinsten Teilchen der Körper wirken. Für unsere Augen scheinen die festen und flüssigen Körper aus kontinuierlicher Masse zu bestehen, so dass in ihnen keine Stelle frei von Masse ist. Aber eine grosse Reihe physikalischer Vorgänge, wozu namentlich die Wärmeerscheinungen gehören, zwingen uns anzunehmen, dass alle Körper aus durch Zwischenräume getrennten Partikeln bestehen, welche in fortwährender Bewegung begriffen sind. Die kleinsten denkbaren Teilchen nennt man Molekeln oder Moleküle; gehören dieselben einer chemischen Verbindung an, so müssen sie noch kleinere Teile der Elemente enthalten, welche man Atome nennt. Zwischen den Molekeln müssen zweierlei Kräfte thätig sein: anziehende und abstossende; wir sehen ja, dass ein Körper sowohl der Kompression als der Dehnung Widerstand leistet, was eben eine Folge der abstossenden und anziehenden Kräfte ist. Die Molekeln sind so klein, — man kann ihren Durchmesser angenähert berechnen, er beträgt einige Milliontel Millimeter —, dass wir selbst mit den besten Mikroskopen nicht im stande sein können, sie zu sehen, so dass in der Annahme eines solchen Körperbaues kein Widerspruch mit der Erfahrung liegt.

Beide Kräfte müssen mit der Entfernung zweier Molekeln von einander abnehmen; wir kennen leider nicht das Gesetz, nach welchem diese Abnahme stattfindet, aber es lässt sich zeigen, dass die Anziehung langsamer abnehmen muss als die Abstossung, weil sonst kein Gleichgewichtszustand existieren könnte. Fig. 69 erläutert dies: wir stellen graphisch die Kräfte dar in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung. Auf der x-Axe tragen wir die Entfernung, auf der y-Axe die Grösse der Kraft auf. Dann stelle die Kurve a die Aenderung der Anziehung, b die der Abstossung dar; die Kurven schneiden sich in c, d. h. für die Entfernung o d sind die Kräfte gleich, in diesen Abstand begeben sich die Molekeln, wenn keine äusseren Kräfte wirken; nähern wir sie, so überwiegt b, die Abstossung, entfernen wir sie, so überwiegt a, die Anziehung, d. h. es ergibt sich ein Widerstand sowohl gegen Kompression als gegen Dilatation. Die Abstossung ist wahrscheinlich nur eine Wirkung der Wärme; wir kommen darauf zurück (§ 157).

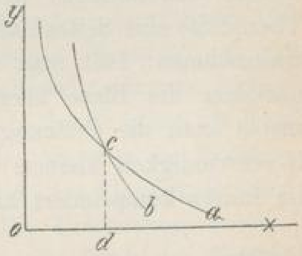

Fig. 69.

§ 73. Wir wollen zunächst Wirkungen besprechen, welche die anziehenden Kräfte bei Flüssigkeiten hervorbringen. Im Innern einer Flüssigkeit ist jedes Molekel von anderen gleichartigen allseitig umgeben, welche anziehend wirken; es nimmt eine solche Lage ein, dass alle anziehenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Ein Molekel in der Oberfläche aber verhält sich anders: es ist nur auf der Flüssigkeitsseite von anderen umgeben, welche es hineinziehen; die Molekel auf der anderen Seite, welche ersteren das Gleichgewicht halten, fehlen. Die Folge muss sein, dass in der Oberfläche die Molekel stärker nach innen gezogen werden, so, als ob von aussen ein normaler Druck auf sie wirke. Haben wir eine kugelförmig begrenzte Flüssigkeitsmasse, so ist dieser Druck radial, die Oberfläche sucht sich zusammenzuziehen, es ist in der Oberfläche eine Spannung vorhanden, wie in einem aufgeblasenen Kautschukballon. Man bezeichnet diese Anziehungskraft zwischen gleichen Teilchen, welche die Oberflächenspannung hervorbringt, als Kohäsion.

Eine Folge dieser Spannung ist, dass jede kleine Flüssigkeitsmasse, z. B. Regentropfen, die Gestalt einer Kugel annimmt, weil dann bei gegebenem Volumen die Oberfläche am kleinsten ist. Besonders deutlich macht sich die Spannung kenntlich bei dünnen Flüssigkeitshäuten, wie man sie z. B. aus Seifenlösung erhalten kann. Die höchst interessanten Versuche von Plateau, auf die wir nicht näher eingehen können, zeigen, dass stets, wenn eine solche Haut zwischen gegebenen Grenzen hergestellt wird, sie eine Fläche mit kleinster Oberfläche bildet.

Wie Flüssigkeitstropfen, so nehmen daher auch Flüssigkeitsblasen (Seifenblasen) Kugelgestalt an. Wenn wir mittelst einer Thonpfeife eine Seifenblase blasen, so kann man die Spannung leicht wahrnehmen: hält man nämlich die Oeffnung bei a (Fig. 70) zu, nachdem die Blase hergestellt ist, so behält diese ihre Grösse; macht man die Oeffnung frei, so wird die Blase mit wachsender Geschwindigkeit kleiner. Durch ihre Spannung wird also die Luft im Innern komprimiert und aus a ausgetrieben. Wir können daraus auch die Spannung berechnen: sei die Blase halbkugelförmig, der Radius r; er ist identisch mit dem Radius der Pfeifenkopfmündung. Die Spannung greift rings am Rande der Pfeife an, also an einer Länge $2 r \pi$. Nennen wir die Spannung pro Längeneinheit T, so ist ihre Grösse $2 r \pi T$. Dadurch wird die Luft in der Pfeife komprimiert, es entsteht im Querschnitt der Pfeifenöffnung, deren Fläche $r^2 \pi$ ist, ein Druck p, also die Kraft $r^2 \pi p$. Dieselbe hält der Spannung das Gleichgewicht:

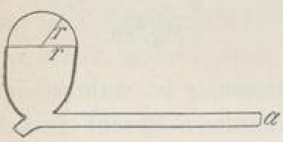

Fig. 70.

$$2 r \pi T = \pi r^2 p, \quad T = \frac{r}{2} p, \quad p = \frac{2T}{r}.$$

Der Druck im Innern einer kugelförmigen Blase ist also umgekehrt proportional zum Radius, er kann daher bei kleinem Radius sehr gross werden. Ist die Blase keine Kugel, so hängt der Druck von den Hauptkrümmungsradien r_1 und r_2 ab; die Theorie zeigt, dass dann $p = T\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$. T heisst die Kohäsionskonstante. Die Dimension der Kohäsionskonstante ergibt sich aus der Gleichung:

$$T = \frac{rp}{2} = \text{Länge} \times \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = L \frac{mg}{L^2}; \quad \frac{T}{g} = [M L^{-1}],$$

oder

$$T = \frac{\text{Grammgewicht}}{\text{Länge}}.$$

§ 74. Wie zwischen gleichen Flüssigkeitsteilchen, so besteht auch zwischen Flüssigkeiten und festen Körpern oder anderen Flüssigkeiten eine Anziehung; sie wird Adhäsion genannt. Für Körper, die von einer Flüssigkeit benetzt werden, ist die Adhäsion grösser als die Kohäsion der Flüssigkeit; denn tauchen wir z. B. einen Glasstab in Wasser und ziehen ihn nass heraus, so ist das ein Beweis dafür, dass die Wasserteilchen vom Stabe fester gehalten werden, als von den anderen Wasserteilchen.

Auf dieser Thatsache, dass durch Adhäsion die Flüssigkeit an einem festen Körper ganz festgehalten wird, beruht eine Methode zur Bestimmung der Kohäsionskonstante. Wenn wir aus einer engen Röhre vom Radius r Tropfen langsam fallen lassen, so überwindet im Moment des Abfallens die Schwere des Tropfens die Kraft, welche ihn bis dahin gehalten hat. Dies ist aber die Kohäsion; denn an der Röhre sitzt zunächst ganz fest eine Flüssigkeitsschicht und erst an dieser hängt der Tropfen. Die Kohäsionsspannung T wirkt dabei rings am Umfang der Röhre, die Kraft der Kohäsion ist also $2 r \pi T$. Ist m die Masse des Tropfens, so ist m g sein Gewicht, also $2 r \pi T = m g$. Dadurch, dass wir einige Tropfen auffangen und wiegen und den Radius r der Röhre messen, können wir also T bestimmen. So hat man gefunden:

Für Wasser	$T = 8{,}253$	$\frac{\text{Milligrammgewicht}}{\text{Millimeter}}$
„ Olivenöl	$T = 3{,}274$	„
„ Alkohol	$T = 2{,}599$	„
„ Quecksilber . . .	$T = 55{,}030$	„

Bei den meisten Erscheinungen, die wir beobachten, wirken Adhäsion und Kohäsion zusammen. Tauchen wir eine benetzbare Platte in eine Flüssigkeit (Fig. 71), so werden die dicht über der Flüssigkeitsfläche liegenden Wandteilchen anziehend wirken, die Flüssigkeit wird in die Höhe gezogen. In der dadurch gekrümmten Oberfläche wirkt dann auch die Kohäsion, endlich sucht die Schwere die Teilchen herunterzuziehen. Unter der Wirkung dieser drei Kräfte, der Schwere, der Adhäsion, der Kohäsion, bildet, wie die Theorie zeigt, jede Flüssigkeit einen ganz bestimmten Winkel, den Randwinkel ϑ, mit der Wand. Man findet, dass $\cos \vartheta = \frac{A}{T}$, wo A die gleich zu definierende Adhäsionskonstante ist, T die Kohäsionskonstante.

Besonders auffallend wird die Wirkung der Kräfte in engen Röhren, sog. Kapillarröhren. Wenn wir eine solche in Flüssigkeit tauchen, so wird in ihr durch Adhäsion rings am Rande Flüssigkeit in die Höhe gezogen; dadurch entsteht eine konkave Flüssigkeitsoberfläche. In solcher wirkt aber die Kohäsion, welche die Fläche möglichst klein, also eben zu machen sucht; in der Mitte der Röhre wird die Flüssigkeit daher auch in die Höhe gezogen. Sofort zieht aber die Adhäsion den Rand wieder höher, die Kohäsion lässt die Mitte folgen, und so steigt die Flüssigkeit, bis das Gewicht der zu tragenden Säule zu gross wird. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit s, ihre Höhe h, der Radius der Röhre r, so ist das Volumen der getragenen Säule $r^2 \pi h$, ihr Gewicht $s r^2 \pi h g$. Dies wird getragen durch die rings am Rande der Röhre wirkende Adhäsionskraft. Nennen wir deren Grösse pro Längeneinheit A, so ist also $2 r \pi A = s r^2 \pi h g$, daraus $A = \frac{r s h g}{2}$, $h = \frac{2A}{s r g}$. Die Steighöhe h ist also umgekehrt proportional zum Durchmesser, sie wird sehr gross in engen Röhren. Aus der Steighöhe lässt sich A berechnen, seine Dimension ist identisch mit der von T, denn: $2 r \pi A =$ Gewicht der Flüssigkeitssäule $= m g$, also $\frac{A}{g} = \frac{m}{r} = [M L^{-1}]$, oder $A = \frac{\text{Gewicht}}{\text{Länge}}$.

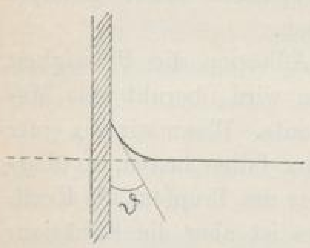
Fig. 71.

Bei nicht benetzenden Flüssigkeiten ist die Kohäsion grösser, als die Adhäsion; dann steigt die Flüssigkeit nicht auf, sondern wird hinuntergedrückt, es tritt eine Depression auf. Der wichtigste Fall dieser Art findet sich bei Quecksilber. Auch hier gilt ein ähnliches Gesetz, die Depression wächst mit abnehmendem Durchmesser; die folgende Tabelle gibt die ungefähre Grösse der Depression in Röhren:

Durchmesser	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20 *mm*
Depression	4,56	2,04	1,15	0,69	0,42	0,26	0,16	0,10	0,06	0,04 *mm*

§ 75. Wir gehen nun über zu der Bewegung der Flüssigkeiten, der Hydrodynamik.

Eins der wichtigsten Gesetze folgt aus der Inkompressibilität der Flüssigkeiten: Fliesst eine solche durch eine Röhre von variablem Querschnitt, und ist stationärer Zustand eingetreten, d. h. fliesst in gleichen Zeiten die gleiche Menge hindurch, so muss durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit die gleiche Menge fliessen; denn flösse z. B. durch a mehr zu, als durch b abfliesst, so würde sich in dem Raume zwischen a und b allmählich die Flüssigkeit vermehren, was wegen der Inkompressibilität unmöglich ist. Also fliesst durch alle Querschnitte das gleiche Volumen $m = al = bl_1$. l und l_1 sind aber die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Flüssigkeit in

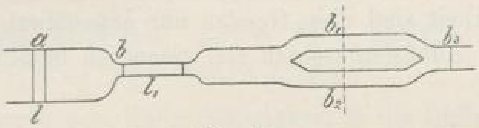

Fig. 72.

den Querschnitten bewegt; daher folgt aus Gleichung: $l : l_1 = b : a$: die Geschwindigkeit ist an jeder Stelle umgekehrt proportional zum Querschnitt. Dies gilt auch für verzweigte Röhrensysteme; immer ist, wenn wir die Querschnitte $b, b_1, b_2 \ldots$, die Geschwindigkeiten $v, v_1, v_2 \ldots$ nennen (Fig. 72),

$$bv = b_1 v_1 + b_2 v_2 = b_3 v_3 \ldots$$

§ 76. Wenn an der Seite oder am Boden eines gefüllten Gefässes ein Loch vorhanden ist, oder eine Röhre angesetzt ist, so fliesst die Flüssigkeit aus mit einer Geschwindigkeit, welche von dem Druck der über ihr ruhenden Flüssigkeitssäule, von dem hydrostatischen Druck, in der Ebene der Oeffnung abhängt. Das Torricellische Theorem sagt aus, dass die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

ist, wo g die Erdacceleration, h die Höhe der Drucksäule bedeutet. Diese Gleichung kann man so ableiten: In Wahrheit fliesst das der Oeffnung benachbarte Wasser aus, es wird ersetzt durch die nächst höhere Schicht, diese wieder durch die höhere u. s. w. Aber das Resultat ist, dass oben eine Wassermenge verschwindet, unten dieselbe abfliesst; wir können also den Vorgang so betrachten, als fiele das Wasser von der obersten Schicht direkt bis zur Oeffnung.

Fällt die Wassermasse m um die Höhe h, so verliert sie dabei die potentielle Energie mhg. Als Aequivalent dafür tritt eine lebendige Kraft $\frac{1}{2} mv^2$ auf, so dass $mgh = \frac{1}{2} mv^2$; daraus folgt

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Also die Geschwindigkeit unter einer Druckhöhe h, oder einem hydrostatischen Drucke mgh, ist gerade so gross, als ob die Flüssigkeit durch diese Höhe frei herabgefallen wäre. Wir haben mehrfach gesehen (z. B. § 37), dass die lebendige Kraft gerade ausreicht, um den Körper wieder so hoch zu heben, als er heruntergefallen ist. Danach sollte ein Springbrunnen so hoch reichen, als das Wasserniveau ist, welches ihn speist.

In Wahrheit sind diese Gesetze nur angenähert richtig; durch Kohäsion und Adhäsion werden sie wesentlich modifiziert, wie wir sehen werden.

§ 77. Wenn Flüssigkeit in einer Röhre mit der Geschwindigkeit v fliesst, so würde dies entsprechen der Wirkung einer Drucksäule h, die aus der Gleichung $v = \sqrt{2gh}$ sich ergibt zu $h = \frac{v^2}{2g}$. Man nennt h die **Geschwindigkeitshöhe** der betreffenden Stelle. Nun haben wir gesehen, dass, wenn die Röhre an einer Stelle enger wird, die Geschwindigkeit wächst. Es lässt sich aus dem Satz von der Erhaltung der Energie leicht ableiten, dass, wenn die Geschwindigkeit wächst, der hydrostatische Druck an der Stelle abnehmen muss: Die Energie, welche eine Flüssigkeit besitzt, ist teils gegeben durch den hydrostatischen Druck, der potentielle Energie ist, teils durch die kinetische Energie der Geschwindigkeit; die Summe beider kann sich nicht ändern. Denken wir uns ein Wasserreservoir mit einem horizontalen Ablaufrohr von variablem Querschnitt. Das Rohr sei an seiner Mündung zunächst durch einen Hahn verschlossen, so herrscht im ganzen Rohr der gleiche hydrostatische Druck oder potentielle Energie mgH, wenn H die Höhe des freien Niveaus über der Mündung ist. Oeffnen wir nun den Hahn, so erhalte das Wasser in einem weiten Querschnitt die Geschwindigkeit v_1, in einem engen die grössere v_2. Dann muss nach dem Satz von der Erhaltung der Energie sein

$$mgH = mgh_1 + \frac{1}{2} mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2} mv_2^2$$

wo h_1 und h_2 die Höhen der Drucksäulen repräsentieren, die dem Druck im strömenden Wasser entsprechen.

Daraus folgt:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2).$$

Also der hydrostatische Druck nimmt ab um den Druckwert der Geschwindigkeitszunahme. Nennen wir die Geschwindigkeitshöhen von v_1 und v_2: H_1 und H_2, so können wir ja auch schreiben:

$$h_1 - h_2 = H_2 - H_1 \quad \text{oder} \quad h_1 + H_1 = h_2 + H_2 = H,$$

d. h. an jeder Stelle ist die Summe aus hydrostatischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe konstant, und zwar gleich der Druckhöhe, unter welcher die ruhende Flüssigkeit stand.

Man nennt den Druck, der in einer strömenden Flüssigkeit herrscht, den hydrodynamischen Druck.

Fliesst durch eine Röhre Flüssigkeit in die Luft aus, so muss hier Atmosphärendruck in der Flüssigkeit herrschen; ist weiter zurück der Querschnitt kleiner, also die Geschwindigkeit grösser, so muss der Druck an dieser Stelle kleiner sein. Machen wir daher an einer solchen Stelle ein Loch in die Röhrenwand, so wird nicht etwa Flüssigkeit ausspritzen, sondern es wird im Gegenteil Luft eintreten, da der äussere Druck grösser ist; man nennt die Druckdifferenz, durch welche Luft eingesaugt wird, negativen Druck. Darauf beruhen die Wasserluftpumpen; Fig. 73 stellt eine solche aus Glas hergestellte Pumpe in halber natürlicher Grösse dar. Sie besteht aus einem Glasgefäss a, in welches eine Seitenröhre b mündet; ausserdem ist von unten eine Röhre c eingeschmolzen, von oben eine Röhre d, welche enger als c ist und in der Oeffnung von c mündet. Durch b fliesst Wasser unter hohem Druck, d. h. mit grosser Geschwindigkeit ein; um auszufliessen muss es durch den sehr engen kreisförmigen Spalt zwischen d und c hindurch, um dann durch c abzufliessen. An dieser Stelle wird also der Querschnitt der Leitung sehr viel kleiner, die Geschwindigkeit sehr viel grösser, der Druck sehr

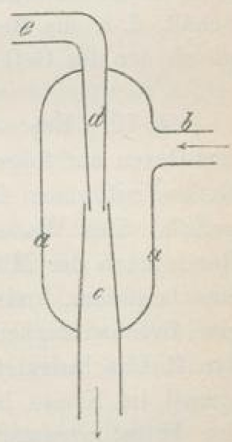

Fig. 73.

viel kleiner; es wird daher aus der Oeffnung von d Luft in das Wasser eingesaugt, und verbinden wir das Ende e der Röhre d mit geschlossenen Gefässen, so wird aus diesen die Luft herausgesaugt.

§ 78. In ruhender Flüssigkeit, die sich in einem Gefäss befindet, ist der Druck auf die Gefässwand nach allen Seiten in jeder Schicht gleich; gegenüberliegende Stellen der Wand erleiden also einen gleichen und entgegengesetzten Druck, das Gefäss bleibt daher in Ruhe. Machen wir aber an einer Stelle ein Loch in die Wand, so dass die Flüssigkeit ausfliesst, so hört hier der Druck auf; auf der gegenüberliegenden Seite der Wand besteht er aber noch fort, das Gefäss muss sich also bewegen (wenn es beweglich aufgehängt ist) in der dem austretenden Wasser entgegengesetzten Richtung. Man bezeichnet dies als den Rückstoss oder die Reaktion des Wassers. Wir können dasselbe aus dem Prinzip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes ableiten: fliesst ein Teil des Wassers nach vorn, so muss sich die übrige Masse nach hinten bewegen, so dass der Schwerpunkt unveränderte Lage behält, d. h. die Bewegungsmenge des ausfliessenden Wassers muss gleich der des Gefässes sein.

§ 79. Eine eigentümliche Bewegung tritt in Flüssigkeiten und Gasen auf folgende Weise ein: denken wir uns ein kreisrundes Gefäss mit einem Loch in der Mitte des Bodens und mit Wasser gefüllt. Das Wasser aus der Mitte fliesst ab, wofür anderes vom Rande nach der Mitte strömt. Wir geben dem Wasser am Rande eine langsame, kreisende Bewegung, wir erteilen einem Teilchen m eine Geschwindigkeit $v = \omega r$ (wo ω die Winkelgeschwindigkeit, r den Radius bedeutet), etwa, indem wir die Hand eintauchen und einmal im Kreise herumführen. Nun strömen die Teilchen nach der Mitte, r nimmt ab; da die lebendige Kraft der Bewegung, $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = c$, konstant bleiben muss, ist $\omega = \frac{c}{r}$, also die Winkelgeschwindigkeit wächst umgekehrt zum Radius; in der Mitte entsteht daher eine ausserordentlich schnelle Wirbelbewegung; durch sie wird eine so grosse Centrifugalkraft hervorgerufen, dass die Teilchen von der Axe fortgeschleudert werden und ein hohler, trichterförmiger Raum in der Mitte entsteht.

Ganz derselbe Vorgang findet sich in der Atmosphäre; wir wollen diese Erscheinung hier gleich anschliessen. Es finde sich irgendwo ein aufsteigender Luftstrom, der z. B. entsteht, wenn eine Stelle der Erdoberfläche infolge ihrer Beschaffenheit sich durch die Sonnenstrahlen stärker erhitzt; es muss dann für die abströmende Luft unten von allen Seiten neue zuströmen. Hat nun diese zuströmende Luft eine schwache rotierende Bewegung, welche z. B. durch verschieden gerichtete Winde hervorgebracht werden kann, so muss die Rotationsgeschwindigkeit wachsen, je näher die Luft dem Centrum kommt. Es entstehen so aufsteigende Wirbel; in ihrem Centrum wird durch die Centrifugalkraft ein luftverdünnter Raum erzeugt, der alle unter ihm liegenden beweglichen Gegenstände, Staub, Wasser u. s. w., aufsaugt und in die Höhe hebt. So entstehen die sog. W a s s e r h o s e n. In kolossalen Dimensionen bilden sich diese Wirbelstürme häufig in bestimmten Gegenden der Erde; das Centrum schreitet über grosse Strecken Landes fort und richtet unermesslichen Schaden an, indem es Wälder und Städte abrasiert; ganze Eisenbahnzüge sind hoch in die Luft gehoben und weit fortgetragen worden. Man nennt diese Wirbel T a i f u n e oder C y k l o n e n.

§ 80. Wie bei ruhenden, so werden auch bei bewegten Flüssigkeiten die Erscheinungen durch die Molekularanziehung modifiziert. Wenn zwei Schichten sich an einander vorbeibewegen, so suchen sich die Molekeln festzuhalten; dadurch wird die schneller bewegte Schicht verzögert, die langsamer bewegte mit fortgerissen, beschleunigt. Man bezeichnet diese Erscheinung als R e i b u n g, und zwar unterscheidet man: ä u s s e r e R e i b u n g, die vorhanden, wenn Flüssigkeit an einer festen Wand entlang strömen soll, und i n n e r e R e i b u n g, wenn zwei Schichten derselben Flüssigkeit auf einander einwirken.

Die äussere Reibung ist für benetzende Flüssigkeiten als unendlich gross zu betrachten, d. h. an einer festen Wand entlang strömt die Flüssigkeit gar nicht, sondern sie wird ganz festgehalten, und erst die weiter abstehenden Schichten der Flüssigkeit strömen an der festgehaltenen entlang. So haben wir nur die innere Reibung, die sich hier geltend macht, zu betrachten.

Die innere Reibung ist eine Kraft, welche den Geschwindigkeitsunterschied zwischen benachbarten Flächen zu beseitigen sucht; sie ist proportional der Grösse der berührenden Flächen, proportional (nach Newtons Annahme, welche durch die Erfahrung bestätigt wird) dem Geschwindigkeitsunterschied, endlich abhängig von der Natur der Flüssigkeit. Der Proportionalitätsfaktor wird Reibungskonstante genannt.

Um dies durch eine Gleichung auszudrücken, nehmen wir an, wir hätten eine Flüssigkeitsschicht, deren Grundfläche F sei, deren Höhe h; die unterste Schicht liege fest, die oberste habe die Geschwindigkeit v. Denken wir uns die ganze Masse in h horizontale Schichten von der Einheit der Dicke zerlegt, so ist der Geschwindigkeitsunterschied zwischen je zwei benachbarten $\frac{v}{h}$. Folglich ist nach Obigem die Kraft der Reibung: $K = \eta F \frac{v}{h}$. Für $F = 1$, $v = 1$, $h = 1$ wird $\eta = K$, d. h. die Reibungskonstante ist gleich der Kraft zwischen zwei Flächen von 1 *qcm*, die in 1 *cm* Entfernung sich mit dem Geschwindigkeitsunterschied $= 1 \frac{cm}{sec}$ bewegen. Die Dimension des Koeffizienten ergibt sich aus obiger Gleichung:

$$\text{Kraft} = m\,g = \eta \frac{F\,v}{h}, \quad \frac{\eta}{g} = \frac{m\,h}{F\,v} = \frac{M \,.\, L}{L^2 \frac{L}{T}} = [M\,T\,L^{-2}].$$

Die Wirkung der Reibung wird namentlich deutlich, wenn Flüssigkeiten durch enge Röhren, Kapillaren, strömen; sie äussert sich als Geschwindigkeits- und Druckabnahme. Für cylindrische Röhren lässt sich die Wirkung theoretisch ermitteln und ist in Uebereinstimmung mit dem von Poiseuille experimentell gefundenen Resultat, dass die in der Zeiteinheit ausfliessende Menge V gegeben ist durch $V = \frac{\pi P R^4}{8 \eta L}$, wo P den Druck darstellt, unter welchem die Flüssigkeit ausfliesst, R den Radius der Röhre, L ihre Länge. Diese Gleichung wird hauptsächlich benutzt, um Reibungskoeffizienten zu bestimmen.

Es zeigt sich, dass dieselben mit wachsender Temperatur abnehmen, so ist für Wasser

$$\text{bei } 0^0 \frac{\eta}{g} = 0{,}0001816 \frac{mg\,sec}{mm^2}$$

$$\text{„ } 20^0 \frac{\eta}{g} = 0{,}0001029 \frac{mg\,sec}{mm^2}.$$

§ 81. Es ist noch eine Wirkung der Molekularkräfte zu besprechen, welche Bewegung der Flüssigkeit hervorbringt. Wenn wir Oel und Wasser zusammen schütteln, so trennen sie sich doch sofort wieder; wenn wir dagegen Wasser und Alkohol sorgfältig über einander schichten, was sich wegen des verschiedenen spezifischen Gewichtes ausführen lässt, so finden wir sie doch nach einiger Zeit gemischt. Dies rührt daher, dass im ersten Fall die Anziehung von zwei Oelmolekeln unter einander und von zwei Wassermolekeln unter einander grösser ist, als die Anziehung zwischen einem Oel- und einem Wassermolekel. Im zweiten Fall dagegen ziehen sich die ungleichartigen Molekeln stärker an, und daher tritt zuerst in der Grenzfläche eine Mischung ein, die sich allmählich über die ganze Flüssigkeit erstreckt; Gleichgewicht ist erst erreicht, wenn die Mischung überall gleichartig ist. Auch jede Auflösung eines festen Körpers in einem Lösungsmittel beruht auf solcher Anziehung: bringen wir ein Salzstück in Wasser, so zieht zuerst die benachbarte Wasserschicht Salzteilchen in sich und sättigt sich, ebenso verfahren die benachbarten Schichten, bis schliesslich die Lösung überall gleich konzentriert ist. Diese Bewegung nennt man *Diffusion*. Die Fortbewegung der Salz- oder Flüssigkeitsteilchen ist eine Folge des *Konzentrationsunterschiedes* benachbarter Schichten. Unter *Konzentration* versteht man das Verhältnis des Gelösten zum Ganzen, sie wird also immer durch einen echten Bruch dargestellt. Die Versuche zeigen, dass der Diffusionsstrom proportional ist dem Konzentrationsunterschied benachbarter Schichten, der Grösse der Berührungsfläche und einer Konstanten, welche von der Natur der Substanzen abhängt. Aendert sich daher auf die Länge l die Konzentration um e, also auf die Einheit der Entfernung um $\frac{e}{l}$, so geht in der Zeiteinheit durch den Querschnitt q die Salzmenge: $w = kq\frac{e}{l}$. k heisst *Diffusionskoeffizient*. Er hängt übrigens noch von der Temperatur ab.

Es kommt ein komplizierterer Fall vor, dass zwei Flüssigkeiten sich durch eine dritte hindurch mischen. Wir können dem spezifischen Gewicht entsprechend Chloroform, Wasser, Aether über einander schichten; man findet dann, dass nach längerem Stehen der Aether fast vollständig durch das Wasser hindurch zum Chloroform gegangen ist, wodurch die Wasserschicht in die Höhe gehoben wird. Diese Erscheinung erklärt sich so: Chloroform und Aether ziehen sich an, mischen sich in jedem Verhältnis; Aether und Wasser aber mischen sich wenig, Wasser kann nur kleine Mengen Aether aufnehmen. Vom Chloroform endlich nimmt Wasser noch weniger auf. Das Wasser ist nun auf der einen Seite in Berührung mit Aether; die Grenzschicht sättigt sich mit Aether, der sich dann durch die ganze Wasserschicht verbreitet. Sobald er aber an die andere Grenze kommt, wird er vom Chloroform dem Wasser entzogen, wofür neuer Aether nachströmt, u. s. w. Es entsteht ein Aetherstrom durch das Wasser hindurch, dessen Geschwindigkeit von der Aufnahmefähigkeit des Wassers für Aether bedingt ist. Ganz ebenso geht in entgegengesetzter Richtung ein Chloroformstrom zum Aether, aber ein sehr viel schwächerer, da das Wasser weniger Chloroform aufnimmt. Die Bewegung hört erst auf, wenn über und unter dem Wasser Aether und Chloroform in gleicher Mischung vorhanden sind.

Mit dieser verwandt ist folgende Erscheinung: wenn man in eine tierische Membran (Schweinsblase) Flüssigkeit füllt, so geht dieselbe durch die Membran nicht hindurch; sobald sich aber zu beiden Seiten der Membran verschiedene Flüssigkeiten befinden, geht von beiden ein verschieden starker Strom zur anderen Flüssigkeit, so dass das Volumen der einen ab-, das der anderen zunimmt. Man nennt dies Osmose, und spricht von einem endosmotischen und einem exosmotischen Strom.

Jolly hat folgende Versuche gemacht: ein flaches Gefäss, dessen Boden durch eine Membran gebildet war, wurde auf fliessendem Wasser schwimmen gelassen. Hinein kam eine bekannte Menge Salzlösung und festes Salz; dann tritt durch die Membran Wasser hinein, während Salzlösung austritt. Nach einiger Zeit wurde bestimmt, wie viel Wasser eingetreten, wie viel Salz ausgetreten war. Als endosmotisches Aequivalent bezeichnet Jolly das Gewicht des Wassers, welches sich gegen 1 g Salz ausgetauscht hat. So fand er dasselbe für

Kochsalz	4,30
Schwefelsaures Natron .	11,05
Schwefelsaures Kali . .	12,76
Schwefelsaure Magnesia .	11,65
Zucker	7,25
Alkohol	4,22.

Die Erscheinung erklärt sich durch Versuche Ludwigs: er wog eine Membran trocken, in Wasser gequollen und in Salzwasser gequollen; dabei fand sich, dass die Membran mehr Wasser aufnimmt, als Salzwasser. Die Membran spielt also ganz dieselbe Rolle, wie im vorigen Falle die Wasserschicht zwischen Chloroform und Aether. Ganz ähnlich wie tierische Membranen verhalten sich Scheidewände aus Pergamentpapier, porösem Thon, Holz u. s. w. In der Grösse der Durchgangsfähigkeit der Substanzen durch solche Membranen zeigen sich enorme Unterschiede. Graham fand, dass alle Substanzen, welche nicht krystallisieren, wie Leim, Albumin, Dextrin, Kieselsäurehydrat u. s. w., welche Graham Colloide nannte, im Gegensatz zu den Krystalloiden, sehr viel weniger hindurchgehen, als die Krystalloide. Dies wird in der Technik vielfach zur Trennung beider Körperarten benutzt und Dialyse genannt.

§ 82. Es lassen sich Scheidewände zwischen Flüssigkeiten herstellen, welche nur die eine von ihnen hindurch lassen. Man nennt sie semipermeable Membranen; eine solche kann z. B. aus einer dünnen Schicht von Ferrocyankupfer auf einer porösen Porzellanzelle gebildet werden. Sie lässt Wasser hindurch, nicht Salzlösung. Füllt man solche Zelle mit einer wässerigen Salzlösung, verschliesst sie durch einen Pfropfen, in welchem eine Röhre steckt, und taucht sie in Wasser, so dringt von aussen durch die Osmose Wasser ein. Dadurch steigt die Flüssigkeit in der Röhre, und es wird im Innern der Zelle ein hydrostatischer Druck entstehen, welchen man osmotischen Druck genannt hat. Derselbe hängt von der Konzentration der Flüssigkeit und der Temperatur ab. Es hat sich gezeigt, dass der Druck gerade so gross ist, als der Druck wäre, welchen das Salz in Gasform in dem Raum der Zelle ausüben würde. Nach der Regel von Avogadro (§ 137) enthält nun ein Kubikcentimeter von allen gasförmigen Substanzen bei gleicher Temperatur und Druck gleich viel Molekeln, d. h. die Gewichte eines Kubikcentimeters der verschiedenen Gase sind dem Molekulargewicht proportional. Lösen wir daher etwa in einem Liter Wasser äquimolekulare Mengen verschiedener Salze, d. h. so viel Gramm, als das Molekulargewicht beträgt, so würden dieselben in Gasform alle denselben Druck erzeugen, also geben sie in der Lösung denselben osmotischen Druck. Lösen wir dagegen von verschiedenen Substanzen je etwa 1 *g*, so sind die osmotischen Drucke dem Molekulargewicht umgekehrt proportional. Die Beobachtung dieses Druckes gibt also ein Mittel, Molekulargewichte zu bestimmen.

Wie bei Gasen ändert sich der Druck mit der Temperatur nach dem Gay-Lussacschen Gesetz, d. h. die Druckänderungen sind proportional den Temperaturänderungen, und der Proportionalitätsfaktor ist für alle Körper identisch, nämlich = 0,00367 (vgl. § 124).

B. Starre Körper.

§ 83. Die starren oder festen Körper sind dadurch charakterisiert, dass sie grossen Widerstand gegen Formänderung und grossen Widerstand gegen Volumänderung zeigen.

Obgleich ihr Widerstand gegen Volumänderung noch grösser ist als bei Flüssigkeiten, lässt sich doch nachweisen, dass sie kompressibel sind, und der Kompressibilitätskoeffizient bestimmen. Dies geschieht mittelst des Piezometers (§ 62). Bringen wir in das birnförmige Gefäss ein bekanntes Volumen eines festen Körpers und füllen den Rest des Gefässes mit einem bekannten Wasservolumen, und beobachten die Volumverringerung des ganzen Inhalts bei Kompression, so lässt sich die Volumabnahme des Wassers berechnen. Bringt man diese Volumverringerung von der ganzen beobachteten in Abzug, so gibt der Rest die Volumabnahme des festen Körpers. So findet man, dass auch hier die Volumabnahme v proportional dem Druck p (gemessen in Atmosphären), dem Volumen V und einem von der Substanz abhängigen Koeffizienten α ist, also $v = \alpha p V$;

$$\alpha = \frac{v}{Vp}$$

heisst der Koeffizient der Kompressibilität; er ist gleich der Verringerung der Volumeinheit durch Druckzunahme um eine Atmosphäre. Es ist nach Amagat α für

Glas	0,00000220
Kupfer	0,00000086
Messing	0,00000095
(Wasser	0,0000503).

Der Widerstand C gegen Kompression ist α umgekehrt proportional, also $C = \frac{1}{\alpha}$.

§ 84. Die festen Körper haben grossen Widerstand gegen Formänderung. Die einfachste Formänderung ist die sog. Schiebung oder Scherung, durch welche (Fig. 74) der Körper abcd