Abschnitt IV.

Wellenbewegung, Akustik.

A. Wellenbewegung.

§ 178. Ausser der ungeordneten Bewegung der kleinsten Teilchen, welche die Wärmeerscheinungen hervorbringen, können g e o r d n e t e B e w e g u n g e n vorhanden sein, welche dadurch charakterisiert sind, dass benachbarte Teile ähnliche Bewegungen ausführen, um so ähnlichere, je näher die Teilchen sind. Solche Bewegungen entstehen durch Schwingung eines ersten Punktes; wir wollen daher diese zuerst betrachten.

Es sei in Fig. 125 eine Anzahl von Molekeln gegeben. Eines derselben, z. B. a, wird sich in seiner Gleichgewichtslage a befinden, für welche die Anziehungs- und Abstossungskräfte aller benachbarten sich das Gleichgewicht halten. Nun werde aber a ein Stoss erteilt, in der Richtung des Pfeils. Es erhält dadurch eine bestimmte Geschwindigkeit; dieselbe muss aber kleiner werden, weil a sich gegen die wirkenden Kräfte bewegt; a kommt also schliesslich in irgend einem Punkte b zur Ruhe, aber die Bewegung muss sich sofort umkehren, und sich in eine beschleunigte Geschwindigkeit nach a hin verwandeln, da fortdauernd die Anziehung wirkt. So kommt a in der Gleichgewichtslage a, wo die Kräfte nicht mehr wirken, mit einer Geschwindigkeit an — und zwar mit derselben, mit welcher es fortgegangen war, nur entgegengesetzt gerichtet — und muss sich infolge der Trägheit weiter bewegen. Weil die Anziehungskräfte entgegenwirken, nimmt die Geschwindigkeit ab, a kommt bis zu einem Punkt c, so dass a b = a c, kehrt wieder

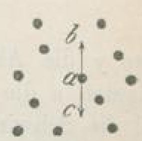

Fig. 125.

um u. s. w. Die Bewegung, welche das Teilchen ausführt, nennt man eine **Schwingung**, es ist eine **periodische** Bewegung, d. h. eine solche, die sich in einer gleichen Zeit regelmässig wiederholt. Eine solche Bewegung ist z. B. auch die Pendelschwingung, welche in der That den gleichen Gesetzen folgt.

Man erkennt leicht, dass die Dauer einer Schwingung von den Kräften abhängt, die das Teilchen in der Gleichgewichtslage halten, also nur von der Natur des Mediums, nicht aber von der Art des Stosses, die nur die Grösse der Ablenkung a b bedingt.

Die Strecke a b, die äusserste Entfernung, bis zu welcher der Punkt sich aus der Gleichgewichtslage entfernt, heisst die **Amplitude** der Schwingung; die Zeit T, welche zum Durchlaufen der **ganzen Schwingung** a b a c a nötig ist, heisst die **Schwingungsdauer**, das Reciproke davon, $\frac{1}{T} = n$, welches angibt, wie viele Schwingungen in der Sekunde erfolgen, die **Schwingungszahl**.

Der Bewegungszustand in einem gegebenen Moment wird bestimmt durch die Grösse und Richtung der Geschwindigkeit und durch die Lage des Teilchens; er heisst die **Phase** der Bewegung. Während einer ganzen Schwingung durchläuft das Teilchen also alle möglichen Phasen.

Die analytische Mechanik lehrt, dass eine solche Schwingung dargestellt wird durch die Gleichung

$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

wo y die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage zur Zeit t bedeutet, a die Amplitude, t die variable, von 0 an wachsende Zeit, T die Schwingungsdauer. Dass diese Gleichung wirklich die Bewegung darstellt, lässt sich leicht erkennen; für $t = 0$, d. h. zu Anfang, wird der $\sin = 0$, also $y = 0$, der Punkt ist in der Gleichgewichtslage. Nach $\frac{1}{4}$ Schwingung, $t = \frac{T}{4}$, wird $\sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$, $y = a$, und bis hierher ist der sin, also auch y gewachsen. Wächst t weiter, so nimmt der sin wieder ab, für

$$t = \frac{T}{2} \text{ ist } \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \pi = 0,$$

also $y = 0$, der Punkt ist wieder in der Gleichgewichtslage.

Für $t = \frac{3}{4}T$ wird $\sin 2\pi\frac{t}{T} = \sin\frac{3}{2}\pi = -1$, $y = -a$, d. h. der Punkt befindet sich auf der anderen Seite möglichst weit abgelenkt. Für $t = T$ wird $\sin 2\pi\frac{t}{T} = \sin 2\pi = 0$, $y = 0$, es ist eine ganze Schwingung vollendet. Die Gleichung gibt also in der That die nach T periodische Bewegung wieder.

Wir können uns von der Bewegung und von der Gleichung in folgender Weise graphisch ein Bild machen (Fig. 126). Wir

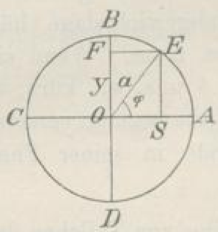

Fig. 126.

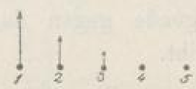

Fig. 127.

zeichnen einen Kreis mit dem Radius a, denken uns von A aus einen Punkt mit der konstanten Geschwindigkeit $\frac{2\pi}{T}$ auf dem Kreise rotierend; dann ist seine Umlaufszeit $= T$. Dann führt der Fusspunkt F eines Lotes, welches wir von dem rotierenden Punkte E auf BD fällen, die Schwingung aus. Ist nämlich für die Rotation AE die Zeit t verbraucht, so ist $\varphi = 2\pi\frac{t}{T}$, $FO = ES = y$. Aus $\triangle OES$ folgt $\frac{y}{a} = \sin\varphi$, $y = a\sin\varphi = a\sin 2\pi\frac{t}{T}$.

Die Phase ist definiert durch das Argument des sin, so dass die Phase von 0 bis 2π während einer Schwingung wächst, und dass die Phasendifferenz von einer halben Schwingung gleich einer Differenz von π im mathematischen Ausdruck ist.

§ 179. Die betrachtete Schwingung eines Punktes geht aber nun nicht ohne Störung der Nachbarpunkte vor sich. Denken wir uns eine ganze Reihe von Punkten (Fig. 127), zunächst in einer geraden Linie verteilt, und dem ersten einen solchen Stoss gegeben. Das Teilchen 2 lag in der Reihe, weil es von 1 und 3 und den anderen Nachbarn hier festgehalten wurde; sobald aber 1 sich nach oben bewegt, findet auf 2 ein Zug in dieser Richtung statt und es beginnt sich in gleicher Richtung zu bewegen. So erlangt es allmählich Geschwindigkeit, welche noch vorhanden ist, wenn 1 den weitesten Punkt seiner Bahn erreicht hat und umgekehrt. Daher bewegt sich 2 noch kurze Zeit weiter, erreicht dieselbe Amplitude wie 1, kehrt um u. s. w. Das Teilchen 2 muss also die gleiche Schwingung ausführen wie 1, nur werden alle Phasen etwas später erreicht; um wie viel später, das hängt von den zwischen den Teilchen wirkenden Kräften ab; es ist klar, dass, je grösser der Widerstand gegen eine Verschiebung ist, d. h. je grösser die Kraft ist, welche die Teilchen in der Gleichgewichtslage hält, desto schneller 2 der Bewegung von 1 folgen muss. Wenn sich 2 bewegt, so folgt wieder etwas später 3, 4 u. s. w., kurz, die ganze Reihe der Teilchen wird in Schwingungsbewegung versetzt, wobei jedes folgende gegen das vorhergehende in seiner Phase etwas zurückbleibt.

Es sei in Fig. 128 eine solche Reihe von Teilchen dargestellt. 1 habe gerade eine ganze Schwingung vollendet, befinde sich in

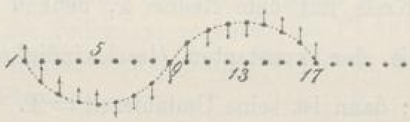

Fig. 128.

der Ruhelage, um im nächsten Augenblick wieder nach oben zu schwingen, was der Pfeil andeutet. Dann ist 2 noch nicht ganz in der Ruhelage, 3 noch weniger u. s. w. Während einer Schwingung von 1 wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Teilchen, in der Figur dem 17., fortgepflanzt haben, die folgenden sind noch in Ruhe. Die Teilchen zwischen 1 und 17 haben dann alle möglichen Phasen gleichzeitig neben einander, welche 1 bei einer Schwingung nach einander durchläuft; sie liegen auf einer Kurve, welche man Welle nennt. Man unterscheidet hier das Wellenthal 1—9 und den Wellenberg 9—17. Die Strecke 1—17, um welche sich die Bewegung während einer Schwingung fortpflanzt, heisst die Wellenlänge λ. Die Wellenlänge kann man auch definieren als den Abstand zweier Punkte mit gleicher Phase. Ist die Schwingungszahl des ersten Teilchens n, d. h. macht es in der Sekunde n Schwingungen, so wird sich die Bewegung in einer Sekunde um $n\lambda$ fortpflanzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ist daher

$$v = n\lambda = \frac{\lambda}{T}, \text{ da } n = \frac{1}{T}.$$

Die Gleichung für die Wellenbewegung ist leicht aus der für die Schwingung abzuleiten. Befinde sich irgend ein Punkt um die Strecke x vom Anfangspunkt der Bewegung, dem Wellencentrum, entfernt, so wird er dieselbe Schwingung ausführen wie der erste Punkt, aber um eine Zeit t' in seiner Phase gegen jenen zurückstehen, welche sich aus der Entfernung und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ergibt zu $t' = \frac{x}{v}$. Also ist die Bewegung gegeben durch

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t - t'}{T}\right) = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right)$$
$$= a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

da $vT = \lambda$. Die Gleichung lässt die Lage jedes Teilchens der Welle für beliebige Zeit t und beliebigen Abstand x berechnen. Sie ist periodisch, sowohl nach der Zeit, da nach jeder Schwingung jedes Teilchen wieder dieselbe Lage hat, als auch nach dem Raum, da in Abständen von je einer Wellenlänge die Teilchen sich identisch bewegen. Man erkennt das daraus, dass, sobald wir t um T oder x um λ wachsen lassen, das Argument des sin um 2π wächst, also der sin und somit y denselben Wert erhalten.

Diese Gleichung stellt eine sog. Sinuskurve dar.

Wie man bei zwei Schwingungen von der Phasendifferenz zweier Punkte spricht, die in Teilen einer ganzen Schwingung ausgedrückt wird, so spricht man bei zwei Wellen von ihrem Gangunterschied; man versteht darunter die Differenz zweier Punkte ausgedrückt durch die Wellenlänge. Zwei Punkte mit gleicher Phase haben z. B. den Gangunterschied $n\lambda$, wo n gleich 0 oder irgend einer ganzen Zahl ist; zwei Punkte mit entgegengesetzter Phase haben den Gangunterschied $\left(\frac{2n+1}{2}\right)\lambda$, wo wieder n gleich 0 oder einer ganzen Zahl ist.

§ 180. Die Amplitude des ersten (und der folgenden) Teilchen einer Welle hängt ab von der Stärke des Stosses, der die Geschwindigkeit bedingt. Bei den meisten Schwingungen, mit denen wir es hier zu thun haben, sind die Amplituden ausserordentlich klein; in einem solchen Falle kann man immer annehmen, dass die Kraft, welche ein abgelenktes Teilchen nach der Gleichgewichtslage zurückzieht, der Ablenkung proportional wächst. Wenn daher ein Punkt infolge eines doppelt so starken Stosses doppelt so weit aus der Gleichgewichtslage schwingt, so zieht ihn die doppelte Kraft zurück, er erhält die doppelte Geschwindigkeit, und durchläuft daher die doppelte Amplitude in genau derselben Zeit wie die einfache, d. h. die Schwingungsdauer ist unabhängig von der Amplitude. Auch beim Pendel, bei Torsionsschwingungen u. s. w. fanden wir, dass die Kraft proportional der Ablenkung ist, und dass daraus von der Amplitude unabhängige Schwingungsdauer folgt. Wie beim Pendel gilt das aber nur für sehr kleine Amplitude.

Da nun $v = \frac{\lambda}{T}$, so folgt, dass auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unabhängig von der Amplitude ist.

§ 181. Die betrachteten Bewegungen können in zwei verschiedenen Arten stattfinden, je nach den Kräften, welche die Teilchen in die Gleichgewichtslage zurücktreiben. Wir haben gesehen (§ 61), dass die verschiedenen Körper zwei fundamentale elastische Widerstände besitzen, den Widerstand gegen Formänderung oder Schiebung, und den Widerstand gegen Volumänderung. Diese beiden Arten von Widerständen bringen verschiedene Wellen hervor.

Es ist leicht ersichtlich, dass die bisher betrachtete Bewegung, durch welche die Teilchen zwischen den benachbarten hin und her geschoben werden, keine Volumänderung hervorbringt, sondern nur eine Schiebung; Widerstand gegen Schiebung besitzen aber nur die starren Körper, nur in ihnen allein wird daher diese Wellenbewegung entstehen können, nicht in Gasen und Flüssigkeiten. Diese Wellenbewegung ist dadurch charakterisiert, dass die einzelnen Teilchen senkrecht zu der Richtung hin und her schwingen, in welcher sich die Welle fortpflanzt; man nennt dies Transversalschwingung und transversale Wellen. Dieselben beruhen also auf dem Widerstand gegen Formänderung und sind nur bei festen Körpern möglich.

(Scheinbar im Widerspruch hiermit stehen die transversalen Wellen auf den Wasseroberflächen; dieselben sind eine Wirkung der Schwere und folgen ganz anderen Gesetzen; wir werden auf sie am Schluss des Abschnittes [§ 222] zurückkommen.)

Der Widerstand gegen Volumänderung bringt, wie wir gleich sehen werden, ebenfalls Schwingungen und Wellen hervor; bei diesen findet aber die Schwingung in Richtung der Wellenfortpflanzung statt; solche Schwingungen nennt man longitudinale. Da der Widerstand gegen Volumänderung allen Aggregatzuständen gemeinsam ist, so werden longitudinale Wellen in festen, flüssigen und gasförmigen Körpern möglich sein.

§ 182. Die Entstehung der longitudinalen Wellen erklärt sich folgendermassen: Wir denken uns in einer Röhre, die z. B. mit Luft gefüllt sei, an einer Stelle A auf irgend eine Weise eine Verdichtung hervorgebracht. Infolge des höheren Druckes strömt die Luft von dieser Stelle nach beiden Seiten ab mit abnehmender Geschwindigkeit; denn an der Stelle A nimmt der treibende Druck ab, dagegen entsteht nun in den benachbarten Schichten durch das Zuströmen der Luft ein höherer Druck, der entgegenwirkt. Die Luft kommt in A zur Ruhe, wenn hier der normale Druck herrscht. Inzwischen hat sich aber in den benachbarten Schichten dasselbe wiederholt: Hier war durch das Zufliessen ein höherer Druck entstanden, der sich wieder nach der benachbarten Schicht ausgleicht, indem der Ueberschuss an Luft abfliesst. Kurz, es entsteht eine Verdichtung, welche mit konstanter Geschwindigkeit durch die Röhre von A fortläuft. In derselben Richtung, von A fort, bewegen sich dabei alle Luftteilchen.

Genau dasselbe tritt ein, wenn wir in A plötzlich eine Verdünnung hervorbringen; dann strömt von den benachbarten Schichten Luft zu, sie werden dadurch verdünnt, woher von den weiter abliegenden Schichten nach ihnen Luft strömt u. s. w. Es wird also eine Verdünnung von A nach beiden Seiten durch die Röhre fortlaufen, während die einzelnen Luftteilchen sich entgegengesetzt, nach A hin, bewegen.

Während bei der transversalen Bewegung durch einen einzigen Stoss Schwingungen erzeugt werden, deren Schwingungszahl durch die Beschaffenheit des schwingenden Körpers bedingt ist, werden also bei der longitudinalen Bewegung durch einen Stoss keine Schwingungen erregt, sondern nur eine Welle, welche nach allen Richtungen fortläuft. Schwingungen kommen erst zu stande, wenn periodische Störungen des Gleichgewichts stattfinden, und die Schwingungszahl hängt allein von der Periode der Störungen ab.

Denken wir uns nämlich nun in der Röhre einen Stempel mit der Amplitude a hin und her schwingend, so wird er auf der einen Seite, vor sich, eine Verdichtung erzeugen, beim Rückgang auf derselben Seite eine Verdünnung, und dasselbe tritt bei jeder Hin- und Herbewegung ein. Es laufen daher nun in regelmässigen Abständen von einander Verdichtung und Verdünnung durch die Luftsäule fort, wobei die einzelnen Luftteilchen rückwärts und vorwärts schwingen, je nachdem eine Verdichtung vor oder hinter ihnen liegt. Jedesmal, wenn der Stempel eine ganze Schwingung vollführt hat, ist in der Welle alles im gleichen Zustande, es hat eine Schwingung auch der Luftteilchen stattgefunden, die Bewegung hat sich um eine Wellenlänge fortgepflanzt. Die Teilchen schwingen dabei in Richtung der Fortpflanzung, d. h. wir haben longitudinale Schwingungen.

Während die Schwingungszahl nur von der Art der Anregung, also in unserem Beispiel von der Geschwindigkeit des Stempels, abhängt, ist die Wellenlänge, also auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, von der Natur des Mediums bedingt. Je grösser der Widerstand gegen Verdichtung ist, desto schneller wird eine solche sich nach den Seiten ausgleichen, desto weiter wird während einer Schwingung die Verdichtungswelle fortlaufen, d. h. desto grösser wird die Wellenlänge. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird also in festen und flüssigen Körpern grösser sein müssen als in Gasen, da in jenen der Widerstand gegen Kompression grösser ist als in diesen.

Wir können diese Bewegung ebenso durch eine Sinuskurve darstellen, wie die transversalen Schwingungen, wenn wir als Ordinaten an jeder Stelle die Grösse der Verschiebung eines Teilchens aus seiner normalen Lage auftragen, etwa die Verschiebungen vorwärts in Richtung der Fortpflanzung der Welle als positiv oberhalb der x-Axe, die Verschiebungen rückwärts als negativ unterhalb der x-Axe. Dann werden die Punkte, wo die Sinuskurve die x-Axe schneidet, die Stellen des Druckmaximums und -Minimums angeben, und zwar haben wir ein Maximum, wenn die Ordinaten an der Stelle von positiv zu negativ übergehen, ein Minimum, wenn sie von negativ zu positiv übergehen.

Es gilt also auch für eine longitudinale Welle die Gleichung:

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Wir können nach dem Besprochenen jede Welle, die in einer der genannten Weisen entstanden ist, durch eine Sinuskurve darstellen, und die Wirkung eines schwingenden Punktes kurz so bezeichnen, dass wir sagen, es werden von ihm aus Sinuskurven mit konstanter Geschwindigkeit, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, vorwärts geschoben. Wenn wir dabei bisher nur eine oder zwei Richtungen ins Auge gefasst haben, so ist das nur zur Vereinfachung geschehen; in Wahrheit gehen Wellen nach allen möglichen Richtungen aus, sie füllen den ganzen Raum rings um das Wellencentrum.

§ 183. Es gibt für alle Wellenbewegungen zwei wichtige Gesetze, deren erstes das Huygenssche Prinzip genannt wird. Wir müssen dazu erst noch einen Begriff definieren, den der Wellenfläche. Rings um ein Wellencentrum herum können wir Punkte finden, in denen die gleiche Phase herrscht, oder genauer gesagt der gleiche Phasenunterschied gegen das Centrum; wenn wir durch alle diese Punkte eine Fläche legen, so heisst dieselbe Wellenfläche. In einem homogenen isotropen Körper, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach allen Richtungen identisch ist, ist die Wellenfläche stets eine Kugel um das Wellencentrum; in krystallinischen Körpern dagegen, was namentlich für die Optik wichtig ist, sind die Elasticitäten nach verschiedenen Richtungen verschieden, daher auch die Geschwindigkeiten, und die Wellenfläche wird eine Fläche vierten Grades.

Das Huygenssche Prinzip sagt nun aus, dass wir jeden Punkt einer Welle als neues Wellencentrum betrachten können — weil er ebenso wie das eigentliche Wellencentrum schwingt und nach allen Richtungen Wellen erregen muss — und dass die Wirkung eines Wellencentrums auf einen entfernten Punkt dieselbe ist, wie die irgend einer Wellenfläche jenes Centrums.

Dies Gesetz erweist sich namentlich in der Optik als fruchtbar; aber auch in der Akustik erklärt es z. B. folgenden Vorgang: Sei A (Fig. 129) ein Wellencentrum, BC eine feste Wand und D ein Punkt; wir wollen die Wirkung von A auf D finden. Eine direkte Welle AD existiert nicht, da die Wand sie verhindert; man könnte also annehmen, in D würde nichts von der Bewegung bemerkbar werden. Ziehen wir aber die Wellenfläche EBF, welche B berührt, so sollen wir nach dem Huygensschen Prinzip die Wirkung aller ihrer Punkte auf D an Stelle der Wirkung von A setzen können, und man sieht, dass jeder Punkt des Stückes BE Wellen nach D hinsendet, dass also D in der That durch A in Bewegung versetzt wird. Die Welle geht also scheinbar um die Ecke B herum, was man **Beugung** nennt; in der Optik werden wir ausführlich auf die daraus resultierenden Erscheinungen eingehen. Für die Akustik ergibt sich, dass man „um die Ecke" hören kann, d. h. dass zwischen uns und die Schallquelle feste Wände geschoben werden können, ohne dass der Schall verschwindet.

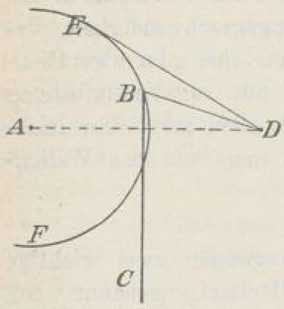

Fig. 129.

§ 184. Das zweite wichtige Gesetz heisst das **Prinzip von der Koexistenz oder von der Superposition kleiner Bewegungen**. Dasselbe sagt aus, dass, wenn zwei oder mehrere Wellenzüge denselben Weg gleichzeitig durchlaufen, so dass jedem Punkte verschiedene Bewegungen erteilt werden, die wahre Bewegung jedes Punktes gefunden wird, indem man die einzelnen Bewegungen nach dem Parallelogrammsatze vereinigt.

Wir betrachten zunächst nur Fälle, in denen die Verschiebungen der Wellen alle einander parallel sind; dieser Fall ist für longitudinale Wellen der einzig mögliche und daher akustisch der wichtigere. In diesem Fall ergibt der Parallelogrammsatz als Resultante einfach die **algebraische Summe** der Komponenten. Die Zusammensetzung solcher Wellen zu einer einzigen nennt man **Interferenz** der Wellen. Durch einige graphische Beispiele wird die Bedeutung am leichtesten ersichtlich. In Fig. 130, 1 sind zwei gestrichelt gezeichnete Wellen von gleicher Wellenlänge, gleicher Phase, aber verschiedener Amplitude gegeben. Man erhält die resultierende Bewegung (ausgezogen gezeichnet), indem man an jeder Stelle die Summe der Ordinaten bildet. Es findet sich eine Welle von gleicher Wellenlänge, Phase, aber grösserer Amplitude, als beide Komponenten. In 2 sind zwei Wellen von gleichem λ, gleicher Amplitude, einem Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$ gegeben; die Resultante ist eine Welle von gleichem λ, anderer Phase, anderer Amplitude. In 3 sind zwei Wellen von gleichem λ, verschiedener Amplitude, einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ gegeben; die Resultante ist eine Welle von gleichem λ, der Phase der stärkeren Komponente und einer Amplitude gleich der Differenz der komponierenden Amplituden. In 4 endlich sind die Komponenten von gleicher Wellenlänge, gleicher Amplitude, aber $\frac{1}{2}$ λ Gangunterschied; die Resultante wird eine gerade Linie, d. h. es tritt gar keine Bewegung ein, die beiden komponierenden Wellen vernichten sich, da die

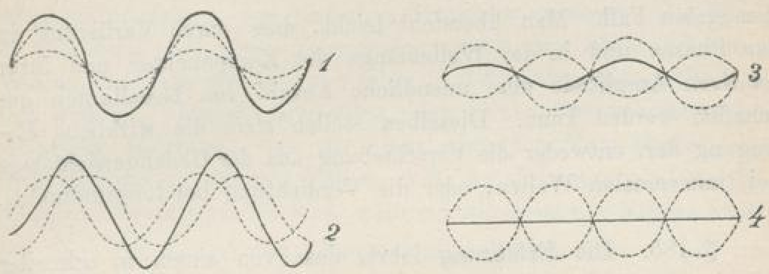

Fig. 130.

eine jeden Punkt so weit nach oben zu verschieben sucht, wie die andere nach unten. Dies ist ein besonders wichtiger Fall der Interferenz.

Ebenso wie wir Wellen von gleicher Wellenlänge zusammengesetzt haben, können wir auch von verschieden langen die Resul-

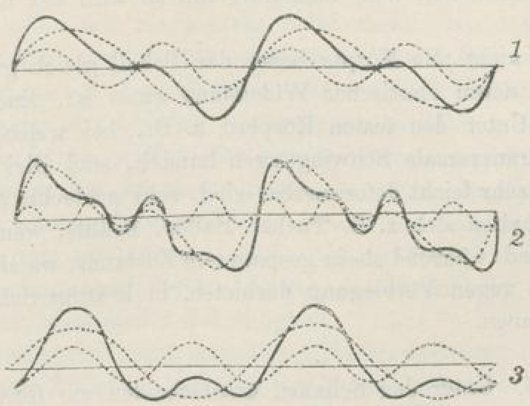

Fig. 131.

tante bilden. In Fig. 131 sind einige Beispiele gegeben. In 1 sind zwei Wellen zusammengesetzt, deren Wellenlängen sich wie

$1 : \frac{1}{2}$ verhalten, und deren Phasen im Beginn übereinstimmen. In 2 ist dazu noch die Welle mit $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge hinzugefügt; in 3 sind wieder nur die Wellen mit $\lambda = 1$ und $\lambda = \frac{1}{2}$ vereinigt, aber die Phase der zweiten um $\frac{1}{4}$ ihrer Schwingung verschoben gegen den ersten Fall. Man übersieht leicht, dass durch Variierung in den Phasen und in der Wellenlänge der Komponenten und ihrer relativen Amplitude eine unendliche Anzahl von Resultanten geschaffen werden kann. Dieselben stellen stets die wirkliche Bewegung dar, entweder die Verschiebung aus der Gleichgewichtslage bei transversalen Wellen, oder die Verdichtung bei longitudinalen.

§ 185. Die Erfahrung lehrt, dass von einem in schneller Schwingung befindlichen Körper **Schall** ausgeht. Ausser dem tönenden Körper und dem empfindenden Ohre muss aber noch ein den Schall vermittelndes, d. h. der Wellenbewegung fähiges Medium dazwischen vorhanden sein. Der Versuch zeigt, das nur die ponderable Materie deren fähig ist, nicht aber der sonst überall vorhandene Lichtäther. Schliessen wir eine Glocke in ein evakuiertes Gefäss, so kann man den Klöppel anschlagen sehen, ohne irgend einen Ton zu hören; lässt man Luft ein, so wird der Klang lauter und lauter.

Aber nicht alle Körper leiten den Schall gleich gut, sondern diejenigen, deren elastischer Widerstand gross ist, sind besonders geeignet. Unter den festen Körpern z. B., bei welchen es sich meist um transversale Schwingungen handelt, sind Blei und Kautschuk, die sehr leicht deformierbar sind, sehr schlechte Schallleiter; ebenso verhalten sich z. B. Tücher, Saiten, Drähte, wenn sie nicht gespannt sind, während sie in gespanntem Zustande, wo sie grösseren Widerstand gegen Verbiegung darbieten, in kräftige Schwingungen geraten können.

§ 186. Unter den Schallen unterscheiden wir Geräusche und Klänge. Erstere machen einen unregelmässigen, wechselnden Eindruck; hierher gehören das Rauschen eines Wasserfalls, das Plätschern des Springbrunnens, das Rasseln, Poltern u. s. w. Beim Klang dagegen haben wir eine ganz bestimmte, kontinuierliche

Empfindung. Wir können den Klang als eine periodische, d. h. sich in gleichen Zeitabschnitten regelmässig wiederholende Bewegung definieren, das Geräusch als eine nichtperiodische; letzteres entsteht durch zahlreiche, fortwährend wechselnde, nur kurz andauernde Klänge. Wir haben daher nur letztere zu untersuchen.

§ 187. Jeder Klang entspricht einer periodischen Bewegung, wie wir sie kennen gelernt haben als entstehend durch Zusammensetzung, Interferenz, von einfachen Sinusschwingungen. Der Klang ist also auch noch etwas Zusammengesetztes, wir können ihn analysieren, und wie wir sehen werden (§ 189), thut das geübte Ohr dies wirklich. Den Komponenten, den reinen Sinusschwingungen, entspricht dasjenige, was wir einen einzelnen Ton nennen, der allerdings nur in seltenen Fällen, z. B. von Stimmgabeln, von Resonatoren hervorgebracht wird, während wir meist nur Klänge hören.

Bei den Tönen und Klängen unterscheiden wir:

1. Die Tonhöhe. Es lässt sich durch Versuche leicht zeigen, dass dieselbe von der Länge der Periode, von der Schwingungszahl abhängt, mit letzterer zunimmt. Klemmen wir z. B. das eine Ende eines Stahlstabes ein, biegen das andere auf die Seite und lassen es dann los, so macht der Stab Schwingungen (§ 88). Ist der Stab lang, so können wir sie mit dem Auge verfolgen, wir hören dann nur ein tiefes Summen. Verkürzen wir den Stab immer mehr, so sehen wir, wie seine Schwingungen immer schneller werden; schliesslich sehen wir sie einzeln nicht mehr, wir hören aber einen Klang, der immer höher ansteigt. Savart hat ein Zahnrad benutzt; lässt man an dessen Zähnen etwa ein Stück Karton schleifen, so wird dasselbe durch jeden vorübergehenden Zahn gehoben, fällt in die nächste Lücke, wird wieder gehoben, kurz, es wird in Schwingungen versetzt; die Schwingungszahl ist gleich der Zahl der in der Sekunde vorbeigehenden Zähne. Dreht man das Rad langsam, so hört man nur ein Summen, dreht man schneller, so entwickelt sich ein allerdings sehr unreiner Klang, dessen Tonhöhe aber deutlich steigt mit wachsender Schnelligkeit.

Am deutlichsten kann man diesen Nachweis führen und gleichzeitig die jeder Tonhöhe entsprechende Schwingungszahl bestimmen mit Hülfe der von Cagniard de la Tour (1818) zuerst angegebenen, dann von Dove und v. Helmholtz sehr wesentlich verbesserten Sirene. Fig. 132 gibt einen Querschnitt. A ist ein Windkasten, in welchen durch einen Balg Luft eingetrieben werden kann.

Er ist durch einen Deckel B verschlossen; in diesem befinden sich auf einem Kreise angeordnet in gleichen Abständen Löcher, sagen wir im ganzen 10, durch welche der Wind nach aussen entweichen kann. Dicht über dem Deckel befindet sich eine Scheibe C, welche mit der Axe D in den Pfannen E und F laufen kann. Die Scheibe hat genau zum Deckel symmetrische Löcher; wenn daher die Scheibenlöcher gerade über den Deckellöchern stehen, kann die Luft ausströmen; wird aber die Scheibe etwas weiter gedreht, so verschliesst sie die Deckellöcher. Es ist klar, dass bei einer ganzen Umdrehung der Scheibe 10mal alle Löcher geöffnet sind, also 10mal die Luft austreten kann. Durch die ausströmende Luft selbst wird nun die Scheibe in Umlauf gesetzt; dazu sind die Löcher in Deckel und Scheibe nicht senkrecht, sondern schräge gebohrt, und zwar in entgegengesetzten Richtungen (Fig. 133). Der aus dem Deckelloch austretende Luftstrom trifft auf die schräge Fläche des Scheibenloches, gibt ihr einen Stoss, und so kommt die Scheibe in Rotation. Dreht sich die Scheibe etwa 10mal in der Sekunde, so finden 100 Luftstösse statt; man hört dann einen Ton, dessen Tonhöhe 100 Schwingungen entspricht. Läuft die Scheibe schneller, so steigt der Ton. Wollen wir die Schwingungszahl bestimmen, welche irgend einer Tonhöhe entspricht, so brauchen wir die Scheibe nur so schnell laufen zu lassen, dass der Ton vorhanden ist, und dann die Zahl n der Umdrehungen in der Sekunde zu bestimmen; dann ist 10 n die Schwingungszahl. Um n bestimmen zu können, ist der obere Teil der Axe eine Schraube G; seitlich davon befindet sich ein Zahnrad H, welches herangeschoben werden kann und dann von der Schraube gedreht wird. Das Zahnrad trägt auf der Rückseite einen Zeiger, der die Zahl der Umdrehungen zählt. Mit H ist ein zweites Zahnrad J verbunden, welches nach jedem hundertsten Zahn von H um einen Zahn weitergeht, also ebenso die Hunderter der Umdrehungen zählt. Man kann nun, wenn die Sirene den gewünschten Ton gibt, das Zählwerk einschieben bei Beginn einer Minute, am Ende derselben ausschalten, die Zahl der Umdrehungen ablesen und durch Division mit 60 die Zahl der Umdrehungen in der Sekunde, n, ermitteln. Bei den komplizierteren Sirenen ist nicht eine Lochreihe

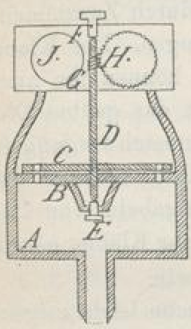

Fig. 132.


Fig. 133.

vorhanden, sondern Deckel und Scheibe tragen deren meist 4 konzentrisch angeordnete, mit 8, 10, 12, 16 Löchern; die Lochreihen des Deckels können dabei noch einzeln geöffnet oder verschlossen werden, so dass man jede beliebige Reihe allein benutzen kann.

Es hat sich feststellen lassen, dass das menschliche Ohr nicht jede beliebige Zahl von Schwingungen als Ton empfindet. Es sind etwa 30 Schwingungen nötig, ehe wir von einem Ton sprechen können; zwischen 20000 und 30000 Schwingungen in der Sekunde hört die Unterscheidbarkeit in der Tonhöhe auf, während die Hörbarkeit bei verschiedenen Individuen sehr verschieden begrenzt ist und zwischen 30000 und 60000 liegt. Musikalisch werden nur Töne bis zu etwa 5000 Schwingungen benutzt.

§ 188. Wir unterscheiden ferner die Klänge nach der *Tonstärke* oder *Intensität*. Der Schall wirkt auf unser Ohr durch seine lebendige Kraft; die Schallstärke setzen wir proportional zu derselben, oder zu dem Quadrat der mittleren Schwingungsgeschwindigkeit eines Teilchens. Letztere hängt aber ab von der Amplitude, und so können wir auch sagen, die Intensität ist proportional dem Quadrat der Amplitude. Es ergibt sich daraus leicht, wie die Intensität mit der Entfernung von der Schallquelle abnimmt: Dem Wellencentrum wird bei der Anregung eine gewisse Menge Energie mitgeteilt; dieselbe findet sich, wenn Wellen nach allen Seiten dadurch erzeugt werden, in jedem Augenblick auf der Wellenfläche in gleicher Grösse vor. Da nun die Wellenfläche, eine Kugel, an Oberfläche allmählich wächst, und zwar proportional zum Quadrat des Radius, so muss die auf die Flächeneinheit entfallende Energie proportional zum Quadrat des Radius abnehmen. Also können wir sagen, die Intensität nimmt proportional dem Quadrat der Entfernung ab. Das gilt aber nur für allseitige Ausbreitung des Schalles; erzeugen wir etwa Wellen in Röhren, so kann sich die Energie nicht nach allen Seiten zerstreuen, der Schall bleibt auf weite Strecken intensiv. Dies wird z. B. bei den *Sprachrohren* benutzt. Vereinigt man gar Wellen von grossem Querschnitt auf kleineren, z. B. durch kegelförmiges Rohr, so kann die Intensität zunehmen, was bei den *Hörrohren* benutzt wird.

§ 189. Klänge können sich endlich durch ihre *Klangfarbe* unterscheiden. Der gleiche Ton, von der menschlichen Stimme, der Violine, dem Klavier u. s. w. angegeben, ist ganz verschieden, und diese Verschiedenheit bezeichnen wir als Klangfarbe. Dieselbe ist bedingt durch die Gestalt der Kurve, welche den Klang darstellt. Wir können unendlich viele verschiedene periodische Kurven von gleicher Periode, d. h. Tonhöhe zeichnen, jede repräsentiert eine andere Klangfarbe. Als Beispiel mögen die Resultanten in Fig. 131, 1 und 2 dienen. Wie wir dort gesehen haben, entstehen diese Kurven durch Zusammensetzung verschiedener einfacher Sinusschwingungen, einfacher Töne. Wir können daher sagen, ein Klang sei aus verschiedenen Tönen zusammengesetzt, und je nach der Zahl und Schwingungszahl der Komponenten wird die Klangfarbe eine andere.

Es hat Fourier nachgewiesen, dass man jede beliebige periodische Funktion der Zeit mathematisch darstellen kann als eine Summe von Sinusfunktionen. Mathematisch kann man die Funktion auch noch auf viele andere Arten in periodische Summanden zerlegen; aber diese Zerlegung nach der sog. Fourierschen Reihe in Sinusschwingungen ist physikalisch allein von grösster Bedeutung, weil unser Ohr gerade diese Zerlegung ausführt. Wie wir später sehen werden, ist ein musikalisch geübtes aufmerksames Ohr im stande, aus einem Klang die einzelnen Komponenten herauszuhören; noch leichter ist dies, wenn man es mit Resonatoren versieht. — Zu bemerken ist noch, dass nach v. Helmholtz die Kurven Fig. 131, 1 und 3, keine verschiedene Klangfarbe repräsentieren; es kommt also nur auf die Komponenten an, nicht auf den Phasenunterschied zwischen ihnen.

B. Longitudinale Schwingungen.

§ 190. Wir wollen uns zunächst mit den longitudinalen Wellen beschäftigen. Die erste Frage ist die nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Wir haben schon erwähnt, dass dieselbe vom Widerstand abhängt, der bei einer gewissen Deformation geleistet wird (§§ 179 und 182). Newton hat zuerst aus der Mechanik den Satz abgeleitet, dass in Gasen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit proportional sei der Wurzel aus dem Verhältnis zwischen einer Druckänderung zu der Dichtigkeitsänderung, welche sie hervorbringt. Wächst in einem Gase der Druck von p auf $p\,(1+x)$, so wächst nach dem Mariotteschen Gesetz die Dichte von d auf $d\,(1+x)$; der Druckänderung $p\,x$ entspricht also die Dichteänderung $d\,x$.

Danach würde sich ergeben: $v = \sqrt{\frac{p\,x}{d\,x}} = \sqrt{\frac{p}{d}}$. Die Dichte d hängt von Druck und Temperatur ab; es ist (§ 125)

$$d = \frac{d_0\,p}{(1+\alpha t)\,p_0}, \quad \text{also} \quad v = \sqrt{\frac{p \cdot p_0 \cdot (1+\alpha t)}{p \cdot d_0}} = \sqrt{\frac{p_0\,(1+\alpha t)}{d_0}}.$$

Hier bedeutet p_0 den Normaldruck, d. h. den Druck, welchen eine Quecksilbersäule von 76 *cm* Höhe ausübt, also

$$p_0 = 76 \times 13{,}6 \times g.$$

Rechnet man für atmosphärische Luft danach v aus, z. B. für $t = 0^0$, so findet man $v = 280 \frac{m}{sec}$. Diese Zahl stimmt aber durchaus nicht mit dem Experiment, welches $332{,}5 \frac{m}{sec}$ ergeben hat. Newton konnte den Widerspruch nicht aufklären, das gelang erst Laplace.

Man darf nämlich nicht das Mariottesche Gesetz zu Grunde legen, um die einer Dichtigkeitsänderung entsprechende Druckänderung zu berechnen, da dies nur für konstante Temperatur gilt; die Schallschwingungen sind aber so schnell, dass wir einen adiabatischen Prozess (§ 160) vor uns haben; infolge davon wird an den verdichteten Stellen der Druck noch stärker steigen durch Temperaturerhöhung, an den verdünnten noch mehr sinken durch Temperaturerniedrigung; daraus folgt, dass der Schall sich schneller fortpflanzen muss. Die mechanische Wärmetheorie lehrt nun, dass für solche Fälle, statt der Mariotteschen Gleichung: $\frac{p}{p_0} = \frac{d}{d_0}$ zu setzen ist $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{d}{d_0}\right)^k$, wo k das Verhältnis der spezifischen Wärmen (§ 148) bedeutet.

Die Gleichung zeigt, dass für eine adiabatische Aenderung das Verhältnis zwischen Druckzunahme und Dichtezunahme k mal so gross ist, wie bei isothermer Aenderung. Also erhalten wir: $v = \sqrt{k\,\frac{p_0\,(1+\alpha t)}{d_0}}$, was mit der experimentellen Messung vorzüglich übereinstimmt. — Diese Gleichung wird viel benutzt, um aus der gemessenen Schallgeschwindigkeit k zu berechnen (vgl. § 149). Die Gleichung zeigt, dass die Schallgeschwindigkeit unabhängig vom Druck ist, was alle Versuche bestätigen, aber abhängt von der

Temperatur. Man kann für ungefähre Rechnung pro Grad Celsius eine Zunahme von 1 *m* rechnen, also bei mittlerer Temperatur die Schallgeschwindigkeit gleich 350 $\frac{m}{sec}$ nehmen.

§ 191. Die experimentelle Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in freier Luft ist sehr häufig ausgeführt, zuerst wohl von der Florentiner Akademie (1660), dann von der Pariser Akademie (1739). Im letzteren Falle fand sich für trockene Luft von 0°: 332 $\frac{m}{sec}$. Die Versuche wurden so ausgeführt, dass in entfernten Stationen 2 Beobachter und Kanonen aufgestellt wurden. Auf der einen Station wurde ein Schuss abgefeuert, von der zweiten Station aus die Zeit gemessen, die zwischen dem Sehen des aufblitzenden Pulvers und dem Hören des Knalles verging. Dann wurde in Station 2 geschossen, in 1 beobachtet u. s. w. Die Beobachtung in entgegengesetzten Richtungen ist nötig, da sich zeigte, dass die Luftbewegung durch Wind von Einfluss ist; die ganze schwingende Luftmasse wird mit der Windgeschwindigkeit forttransportiert, so dass diese sich zur eigentlichen Schallgeschwindigkeit positiv oder negativ addiert. Nimmt man daher das Mittel aus 2 Beobachtungen, die in entgegengesetzter Richtung ausgeführt sind, so ist der Einfluss des Windes eliminiert.

Die nächste genaue Messung geschah 1822 wieder durch die Pariser Akademie, woran sich Humboldt, Gay-Lussac und Arago beteiligten; sie ergab 331,05 $\frac{m}{sec}$. Eine der sorgfältigsten Bestimmungen wurde dann 1823 durch Moll, van Beck und Kuytenbrouwer ausgeführt; es ergab sich 332,77. Ferner erhielten: Benzenberg 333,02, Bravais 332,37. Der Mittelwert dieser Bestimmung ist etwa 332,3 $\frac{m}{sec}$ für trockene Luft bei 0°.

In den Jahren 1862 und 1863 hat dann Regnault eine grosse sehr sorgfältige Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in neugelegten Wasserleitungsröhren in Paris ausgeführt, wobei er Pistolenschüsse als Schallquelle benutzte. Er erhielt den viel kleineren Wert 330,5 $\frac{m}{sec}$. Aber die Regnaultsche Bestimmungsweise leidet an mehreren Fehlern: 1. ist die Schallgeschwindigkeit in Röhren kleiner als im freien Raume, da die schwingenden Luftteilchen sich an den Wänden reiben und die Wände einen, wenn auch kleinen Teil der durch die Dichtigkeitsänderungen hervorgebrachten Temperaturänderungen durch Leitung ausgleichen, der Prozess also nicht ganz adiabatisch ist. v. Helmholtz, dann Kirchhoff haben diesen Einfluss theoretisch untersucht; sie finden, dass die Schallgeschwindigkeit v_1 eines Tones von der Schwingungszahl n in einem Rohr vom Radius r mit der Geschwindigkeit v im freien Raum zusammenhängt nach der Gleichung

$$v_1 = v\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}\right),$$ wo γ eine Konstante bedeutet.

Diese Gleichung ist auch experimentell bestätigt worden. 2. Dürfen Pistolenschüsse nicht als Schallquelle verwendet werden; durch die ausgeschleuderten Explosionsgase entsteht eine sehr stürmische Bewegung, die mit den ∞ kleinen Schwingungen eines Tones nichts gemein hat. Theoretisch ist zuerst von Riemann nachgewiesen worden, dass dabei die Verdichtungen schneller laufen als die Verdünnungen, also sozusagen ein Branden der Wellen wie im Meere eintritt. Auch experimentell ist die Unregelmässigkeit der Fortpflanzung eines Kanonenknalles sogar in freier Luft nachgewiesen; ungleich stärker tritt der Fehler natürlich in Röhren auf [1]).

§ 192. Sehr viel schwieriger zu bestimmen ist die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten. Bei diesen wird die Gleichung: $v = \sqrt{C\frac{1}{s}}$, wo C den Widerstand gegen Volumänderung, d. h. den reciproken Wert des Kompressibilitätskoeffizienten, s die Dichte bedeutet. Für Wasser berechnet sich daraus, da $s = 1$, $C = 20\,000$ nach § 60: $v = 1418 \frac{m}{sec}$. Colladon und Sturm haben im Genfersee Versuche angestellt, indem unter Wasser eine Glocke angeschlagen, gleichzeitig oben Pulver entzündet wurde, während ein zweiter Beobachter aus der Entfernung mit einem unter Wasser

[1]) Die neueren Geschütze geben den Kugeln eine Geschwindigkeit, welche grösser ist, als die Schallgeschwindigkeit, mehr als 500 $\frac{m}{sec}$ erreicht. Die fliegende Kugel spielt dabei die Rolle einer Schallquelle, indem sie die Luft durchbricht, und es kann daher der erste Schall einen seitlich von der Schussrichtung stehenden Beobachter viel eher erreichen, als ihn infolge der normalen Schallgeschwindigkeit der eigentliche Knall beim Abfeuern erreichen könnte.

endigenden Hörrohr beobachtete. Sie fanden 1435 $\frac{m}{sec}$. Die Methoden für andere Gase und feste Körper werden wir später (§ 196 und § 201) kennen lernen.

§ 193. Solange die Welle in demselben Medium fortgeht, bleibt sie bis auf die Intensität unverändert. Wenn sie dagegen an die Grenzfläche eines zweiten Mediums gelangt, welches andere Elasticität besitzt, so geht nur ein Teil der Welle weiter, ein anderer Teil geht in das erste Medium zurück, es tritt eine reflektierte Welle auf. Je grösser der Unterschied der Elasticitäten ist, desto stärker ist die Reflexion.

Die Reflexion findet in verschiedener Weise statt, je nachdem das zweite Medium dichter oder dünner ist als das erste. Wir können hier zum Vergleich den elastischen Stoss zweier Kugeln (§ 91) heranziehen: Stösst eine Kugel gegen eine gleiche ruhende, so gibt sie die ganze Energie ab, die zweite allein bewegt sich weiter und kann die Energie an eine dritte u. s. w. übertragen. Das ist der Fall der Fortpflanzung in einem homogenen Medium. Stösst dagegen eine Kugel gegen eine von anderer Grösse — und wir können die Molekeln an der Grenzfläche zweier Medien als solche Kugeln betrachten —, so behält die stossende Kugel einen Teil ihrer Energie. Sie dient als Wellencentrum für eine zurücklaufende Welle, während die gestossene Kugel eine weiterlaufende Welle im zweiten Medium erregt.

Ist die gestossene Kugel kleiner, so schwingt die stossende in ihrer ursprünglichen Richtung weiter, d. h. in der reflektierten Welle sind die Teilchen stets nach derselben Seite verschoben, wie in der ankommenden. Ist die gestossene Kugel aber grösser, d. h. ist das zweite Medium dichter, so prallt das stossende Teilchen zurück, es kehrt seine Bewegung um. Wenn das letzte Teilchen der ankommenden Welle sich etwa vorwärts bewegte (positive Ordinate, § 182), so bewegt es sich in der reflektierten Welle rückwärts (negative Ordinate); es entsteht eine reflektierte Welle, welche eine halbe Schwingung Phasendifferenz gegen die ankommende besitzt.

Wir wollen zunächst den ersten Fall graphisch untersuchen. Es stelle Fig. 134, 1 den an der Wand A eben ankommenden Kopf einer Welle dar; wie wir wissen, wird die weitere Bewegung dargestellt, indem wir uns die Wellenkurve allmählich nach rechts verschoben denken. Daraus erkennt man, dass das Grenzteilchen im nächsten Moment nach unten verschoben werden würde. Das Gleiche geschieht also auch in der reflektierten Welle. 2 stellt den

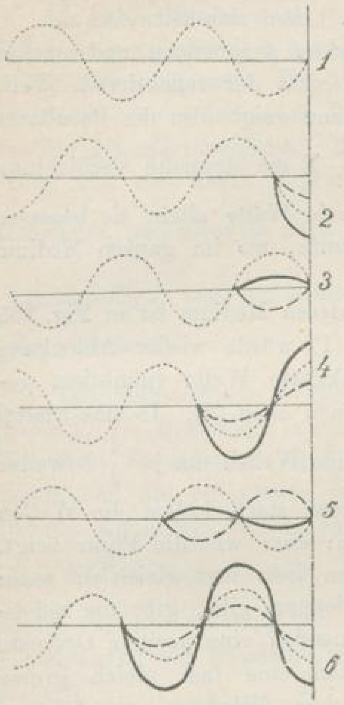

Fig. 134.

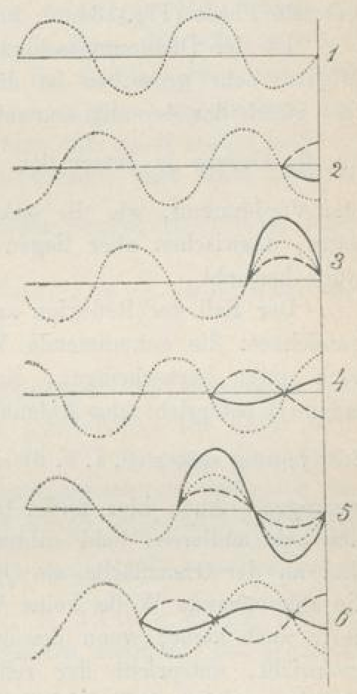

Fig. 135.

Zustand $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später dar: die ankommende Welle hat sich um $\frac{1}{4}\lambda$ vorwärts geschoben, die reflektierte (gestrichelt gezeichnet) ist um $\frac{1}{4}\lambda$ zurückgelaufen. 3, 4, 5, 6 zeigen den Zustand je um $\frac{1}{4}$ Schwingung später; jedesmal sind die ankommende und die reflektierte Welle um $\frac{1}{4}\lambda$ in ihren Richtungen weiter gegangen.

Wie man erkennt, sind nach einiger Zeit im ganzen ersten Medium zwei Wellen vorhanden, welche nun interferieren müssen.

In Fig. 134 ist das Resultat der Interferenz ausgezogen gezeichnet; in Intervallen von je $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer haben die Wellen gleiche Phase (Fig. 134, 2, 4, 6), verstärken sich also, oder entgegengesetzte Phase (Fig. 134, 3, 5), d. h. heben sich teilweise auf.

Ist der Dichteunterschied zwischen dem ersten und zweiten Medium sehr gross, so ist die Intensität der reflektierten Welle fast gleich der der ankommenden; dann zeigt also die Resultante an der Grenze in Intervallen von $\frac{1}{2}$ T die doppelte Verdichtung und Verdünnung, wie die ankommende Welle allein sie besessen hätte, dazwischen aber liegen Momente, wo im ganzen Medium Ruhe herrscht.

Der Fall der Reflexion am dichteren Medium ist in Fig. 135 gezeichnet: die ankommende Welle (1) würde wieder Ablenkung nach unten hervorbringen, die reflektierte Welle (punktiert gezeichnet) entspricht also Ablenkung nach oben (2). Je eine viertel Schwingung später (3, 4, 5, 6) sind beide Wellen um je $\frac{1}{4}$ λ weiter gegangen. Auch hier findet Interferenz statt, indem die Wellen sich bald addieren, bald subtrahieren; aber wie die Figur zeigt, sind an der Grenzfläche die Ordinaten stets fast gleich 0; wenn die ankommende Welle keine Verschiebung gibt, gibt die reflektierte auch keine; wenn der ankommenden eine positive Ordinate entspricht, entspricht der reflektierten eine fast gleich grosse negative, so dass beide sich fast aufheben. Wir kommen auf diesen Fall gleich noch ausführlicher zurück.

§ 194. Die Schallwellen oder Schallstrahlen werden nach demselben Gesetz reflektiert, wie Lichtstrahlen (vgl. § 340), d. h. bei nicht senkrechtem Auffallen auf die Grenzfläche bildet der reflektierte Strahl mit dem Lot auf der Grenzfläche denselben Winkel wie der ankommende Strahl. Damit ankommende Strahlen stark reflektiert werden, muss die Grenzfläche eine ebene oder regelmässig gekrümmte Fläche sein, sonst tritt unregelmässige Reflexion nach allen Seiten, diffuse Reflexion ein. Ebenso muss der Dichteunterschied möglichst gross sein, und das zweite Medium muss überhaupt im stande sein, Schwingungen auszuführen. Starke Reflexion der in Luft fortgehenden Schallwellen nennt man Echo. Wo es störend wirkt, wie in Theatern, Konzertsälen, sucht man es zu beseitigen, indem man die Wände durch Nischen, Säulen, Pilaster uneben macht, oder nicht gespannte, daher nicht schwingungsfähige Draperien anbringt.

§ 195. Einen ganz besonders wichtigen Fall bildet die Reflexion von Luftwellen am dichteren Medium. Derselbe ist schon in Fig. 135 dargestellt, Fig. 136 gibt ihn ausführlicher, wobei die Amplitude der reflektierten Welle ebenso gross angenommen ist, wie die der ankommenden. Es ist hier eine nach rechts laufende Welle und eine durch Reflexion entstandene, nach links laufende gezeichnet, und zwar je nach $\frac{1}{8}$ Schwingungsdauer, d. h. in jeder folgenden Figur sind die beiden Wellen um je $\frac{\lambda}{8}$ nach rechts und links verschoben.

Die ankommende Welle ist punktiert, die reflektierte gestrichelt, die Resultante ausgezogen gezeichnet. Die Figur zeigt folgendes: Es entstehen Stellen K, wo fortdauernd die ankommende und die reflektierte Welle entgegengesetzte Ordinaten von gleicher Amplitude haben, sich also durch Interferenz vernichten. Diese Stellen liegen um je $\frac{\lambda}{2}$ aus einander. Dazwischen liegen Stellen B, an welchen zur Zeit 0, T, 2 T u. s. w. die positive Verschiebung ein Maximum ist, allmählich abnimmt, ein negatives Maximum wird zur Zeit $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{2}$ u. s. w., dann wieder zunimmt zum positiven Maximum. Auch diese Stellen sind je um $\frac{1}{2}\lambda$ von einander entfernt.

So haben wir in Fig. 136, 1 bei K_1, K_3, K_5 ein Druckminimum, bei K_2 und K_4 ein Druckmaximum. Infolge davon strömt die Luft, wie die Pfeile es andeuten, vom Druckmaximum K_2 nach K_1 und K_3 durch B_1 und B_2 hindurch, ebenso von K_4 nach K_3 und K_5 hin. Dadurch gleicht sich der Druck allmählich aus (Fig. 2), wird endlich überall gleich (Fig. 3). Da aber bis zu diesem Augenblick der Druck beschleunigend gewirkt hat, besitzen die Luftteilchen noch Geschwindigkeit und strömen infolge von Trägheit noch weiter. Daher beginnt nun in K_1, K_3, K_5 die Bildung eines Maximums, in K_2 und K_4 die eines Minimums; wir sehen diese in

4 oder 5 anwachsen. Da aber von 3 an die entstehende Druckdifferenz der Bewegung der Teilchen entgegenwirkt, nimmt ihre Geschwindigkeit ab, sie ist 0 geworden in 5, und nun kehrt sich die Bewegung um; die Luft strömt wieder durch B_1 bis B_4, bis

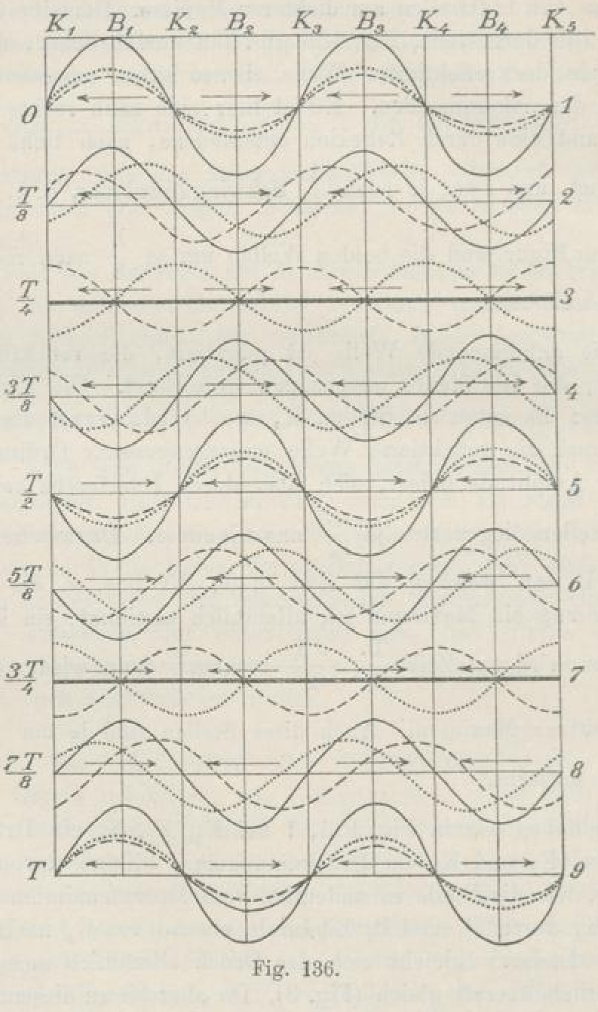

Fig. 136.

in 7 überall normaler Druck hergestellt ist, worauf infolge des Weiterströmens der Luft wegen Trägheit in K_2 und K_4 wieder ein Maximum entsteht, welches in 9 resp. 1 erreicht ist. Nun beginnt derselbe Vorgang von neuem.

Wie man sieht, zerfällt die ganze Luftmenge sozusagen in Schichten von der Dicke $\frac{\lambda}{2}$ zwischen je zwei Stellen K, und in jeder solchen Schicht strömt die Luft hin und her, aber nie aus einer Schicht in die andere. An den Stellen K findet Druckwechsel statt, aber kein Hindurchströmen, kein Geschwindigkeitswechsel. Sie heissen Knoten. An den Stellen B findet kein Druckwechsel statt, wohl aber Geschwindigkeitswechsel, sie heissen Bäuche. Die beschriebene Bewegung heisst stehende Schwingung.

Da durch die Knoten K hindurch keine Bewegung stattfindet, ist es klar, dass wir in diesen Stellen eine feste Scheidewand anbringen könnten, ohne die stehenden Schwingungen zu stören; da andererseits in den Bäuchen B kein Ueber- oder Unterdruck entsteht, so kann hier freie Kommunikation mit der äusseren, ruhenden Luft stattfinden. Findet sich daher die stehende Schwingung in einem Rohre, so kann in jedem Knoten das Rohr verschlossen sein, in jedem Bauch offen endigen oder hier ein Loch haben.

§ 196. Von Kundt ist eine für die Akustik ungemein fruchtbare Methode angegeben worden, stehende Schwingungen sichtbar zu machen. Bringt man in ein Rohr, in welchem stehende Schwingungen auf irgend eine Art erzeugt werden, leicht bewegliche Teilchen, z. B. Korkpulver, Lykopodiumsamen oder dgl., so werden sie aus den Bäuchen durch die hin und her gehenden Luftströme allmählich fortgefegt und in den Knoten angesammelt. Misst man den Abstand solcher Häufchen, so erhält man mit sehr grosser Genauigkeit die halbe Wellenlänge des betreffenden Tones. Noch zweckmässiger für genaue Messungen ist folgendes Verfahren: Man verteilt den Staub in einer Linie längs des Rohres, legt dasselbe dann so, dass diese Staublinie sich nicht an der tiefsten Stelle, sondern an der Seite befindet, der Staub also Neigung hat, herunter zu fallen. Erzeugt man jetzt die stehenden Schwingungen, so bleibt der Staub in den Knoten liegen, in den Bäuchen fällt er herunter und bildet halbkreisförmig begrenzte Figuren. Man nennt sie Kundtsche Staubfiguren. Ihre Benutzung werden wir nachher besprechen (§ 201); hier sei nur erwähnt, dass man die Schallgeschwindigkeit in der Röhre bestimmen kann, indem man die aus den Staubfiguren sich ergebende Wellenlänge mit der Schwingungszahl des Tones multipliziert. Füllt man die Röhre mit verschiedenen Gasen, so kann man auch in ihnen die Schallgeschwindigkeit ermitteln. So fand Wüllner die Geschwindigkeit in folgenden Gasen, die in Luft gleich 1 gesetzt:

Luft	Sauerstoff	Wasserstoff	Kohlenoxyd
1	0,9524	3,8123	1,0158

Kohlensäure	Stickoxydul	Ammoniak	Aethylen
0,7812	0,7823	1,2534	0,9518

§ 197. Bevor wir auf die Methoden eingehen, stehende Schwingungen zu erzeugen, wie sie bei den musikalischen Instrumenten benutzt werden, wollen wir erst näher die Bezeichnung der Töne und ihre musikalischen Beziehungen besprechen.

Wenn wir auf der Sirene oder sonst mit einem Instrument, bei welchem wir die Schwingungszahl des Tones ermitteln können, 2 beliebige Töne hervorbringen, so zeigt sich, dass ihr Zusammenklang entweder einen angenehmen oder unangenehmen Eindruck aufs Ohr macht. Je nachdem nennt man sie konsonant oder dissonant. Untersucht man, wovon Konsonanz und Dissonanz abhängen, so findet man, dass sie durch das Verhältnis der beiden Schwingungszahlen, ihr sog. Intervall bedingt sind. Am weichsten klingen 2 Töne, deren Schwingungszahlen sich wie 1 : 2 verhalten, den höheren nennt man die Oktave des unteren, des Grundtones oder der Prim. Dann klingen am besten die Töne, deren Schwingungszahlen sich wie 2 : 3 verhalten; der höhere heisst die Quinte; dann wie 3 : 4, der höhere heisst Quart; dann 4 : 5, der höhere heisst Terz; dann 3 : 5, der höhere heisst Sexte. Schlechter endlich, aber auch noch musikalisch benutzt, sind Töne, die sich wie 8 : 9 (Sekunde) und wie 8 : 15 (Septime) verhalten. Nennen wir den Grundton C, so können wir folgende Tabelle aufstellen, welche alle genannten Töne bis zur Oktave enthält:

C	D	E	F	G	A	H	c
ut	re	mi	fa	sol	la	si	ut
Prim	Sekunde	Terz	Quart	Quint	Sext	Septime	Oktave
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

In der ersten Zeile steht die deutsche Bezeichnung des Tones, in der zweiten die italienische, in der dritten der Name des Tones in Bezug auf den Grundton, in der vierten das Intervall zwischen dem Ton und dem Grundton, oder das Verhältnis ihrer Schwingungszahlen.

Die besten Konsonanzen entsprechen also den einfachsten Zahlenverhältnissen. Diese Thatsache war schon den Griechen bekannt, und ihre Erklärung hat mannigfache philosophische Spekulationen veranlasst, ist aber erst von v. Helmholtz richtig gegeben worden (§ 214).

Eine Reihe von Tönen, wie obige, zwischen Grundton und Oktave heisst Tonleiter, und die obige, aus 8 Tönen bestehend, wird die diatonische Tonleiter genannt.

Das Intervall zwischen je 2 folgenden Tönen der diatonischen Tonleiter ist in der fünften Zeile gegeben; dasselbe ist verschieden; 3mal kommt das Intervall $\frac{9}{8}$, das Intervall eines grossen ganzen Tones, vor, 2mal das $\frac{10}{9}$, das eines kleinen ganzen Tones, 2mal das $\frac{16}{15}$, das eines grossen halben Tones. Für unsere Musik werden an den Stellen, wo das Intervall einen ganzen Ton beträgt, neue Töne — also deren 5 — eingeschoben mit dem Intervall eines kleinen halben Tones $\frac{25}{24}$, so dass die Tonleiter 12 Töne enthält. Das kann nun geschehen entweder, indem man vom tieferen Ton, z. B. C, um $\frac{25}{24}$ aufwärts geht: der so gebildete Ton heisst Cis; oder indem man vom höheren um das Intervall $\frac{24}{25}$ abwärts geht; dann heisst der Ton Des. Ebenso liegt zwischen D und E: Dis oder Es, zwischen F und G: Fis oder Ges u. s. w. Die so gebildete Tonleiter heisst die chromatische.

Die Töne Cis und Des, Dis und Es u. s. w. sind nicht identisch, liegen aber sehr dicht neben einander. Ihre Unterscheidung lässt sich bei Streichinstrumenten, der Stimme u. dergl. durchführen, nicht aber bei Instrumenten mit fester Stimmung, wie das Klavier, die Orgel u. s. w. sie besitzen. Bei diesen werden nicht nur diese beiden Töne vereinigt, sondern es wird das ganze Intervall der Tonleiter in 12 ganz gleiche Teile geteilt; die Grösse dieses Intervalls x ist leicht zu finden: es muss, 12mal mit sich selbst multipliziert, das Intervall der Oktave, also 2 geben, also

$$2 = x^{12}, \quad x = \sqrt[12]{2} = 1{,}059\,463.$$

So erhält man die nach gleichschwebender Temperatur gestimmte Tonleiter mit folgenden Tönen und Schwingungszahlen, die des Grundtones $= 1$ gesetzt:

Prim	Kleine Sekunde	Grosse Sekunde	Kleine Terz
1	1,05946	1,12246	1,18921

Grosse Terz	Quart	Verminderte Quint	Quint	Kleine Sext
1,25992	1,33484	1,41421	1,49831	1,58740

Grosse Sext	Kleine Septime	Grosse Septime	Oktave
1,68179	1,78100	1,88775	2,0000

Bei dieser Tonleiter sind also eigentlich ausser den Oktaven des Grundtons alle Töne unrein gestimmt, die Konsonanzen sind nie ganz rein, aber die Stimmung ist für die praktische Benutzung die bequemste, weil man bei ihr von einer Tonart in die andere übergehen kann.

Was nun die absoluten Schwingungszahlen der Töne betrifft, so ist der tiefste musikalisch benutzte Ton der der 16füssigen Orgelpfeifen, der 16 Schwingungen in der Sekunde entspricht; er wird aber nicht selbständig, sondern nur zur Vertiefung höherer Töne gebraucht. Er heisst das zweigestrichene grosse C, $\underline{\underline{C}}$ oder Subkontra-C. Die Oktave mit 32 Schwingungen heisst das eingestrichene oder Contra-C, $\underline{C}$. 64 Schwingungen entsprechen dem grossen C, 128 dem kleinen c, 256 dem eingestrichenen kleinen c, $\bar{c}$, 512 dem zweigestrichenen $\bar{\bar{c}}$ u. s. w. Diese Stimmung, bei welcher die Schwingungszahlen der c Potenzen von 2 sind, heisst die physikalische Stimmung. In der Praxis wird sie nicht angewendet; hier ist vielmehr das $\bar{a}$, die Sexte von $\bar{c}$, der Ton, welcher der Stimmung zu Grunde gelegt wird. Nach der physikalischen Stimmung ist $\bar{a} = \bar{c} \cdot \frac{5}{3} = 426{,}627$; statt dessen sind für das $\bar{a}$ in verschiedenen Ländern Zahlen zwischen 430 und 450 üblich gewesen, 1885 ist auf einem internationalen Kongress zu Wien 435 als gesetzlich angenommen worden, d. h. $\bar{c} = 261$.

Zu erwähnen ist noch, dass in Frankreich halbe Schwingungen als Schwingung gezählt werden — wie auch wir es bei Pendelschwingungen thun —, dem Normal-$\bar{a}$ werden also dort 870 Schwingungen zugeschrieben.

Die Reihe der Töne, deren Schwingungszahlen der Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5, 6 ... entsprechen, wird harmonische Tonreihe genannt, die höheren heissen harmonische Obertöne des Grundtones.

§ 198. Wir wenden uns jetzt zur Besprechung der verschiedenen Methoden, stehende Schwingungen hervorzubringen. Sollen Töne musikalisch benutzt werden, so müssen sie kräftig sein und beliebig lange Zeit ausgehalten werden können. Dadurch, dass bei stehenden Schwingungen die ankommenden Wellen reflektiert werden, ihre Energie nur teilweise nach aussen verloren geht, sich also gewissermaßen summiert, werden sie musikalisch sehr brauchbar. Wir müssen nur mit dem Rohr, in welchem sie sich bilden, noch eine Quelle verbinden, welche die ankommenden Wellen fortdauernd bildet, und die nach aussen verloren gehende Energie ersetzt.

Die einfachste Art, stehende Schwingungen in einem kurzen Röhrchen zu erzeugen, ist, dass man quer über dessen Oeffnung bläst (pfeifen auf einem Schlüssel). Die Wirkung ist die, dass etwas Luft von oben in die Pfeife dringt, eine Verdichtung erzeugt wird, die nach unten läuft, reflektiert wird u. s. w. Sobald oben eine Verdünnung ist, wird von der vorbeigeblasenen Luft ein Teil eingesaugt, es entsteht wieder eine Verdichtung, die Luft wird ausgetrieben. So werden die stehenden Schwingungen unterhalten. Es bildet sich dabei eine Schwingung, ein Ton, der von der Länge des Röhrchens abhängt: ist dasselbe oben offen, unten geschlossen, so muss sich oben ein Bauch, unten ein Knoten befinden (§ 195). Dieselben müssen mindestens um $\frac{\lambda}{4}$ entfernt sein, d. h. der tiefste Ton, der entstehen kann, ist ein solcher, dass seine Wellenlänge 4mal so lang als die Länge des Röhrchens ist. Es kann sich aber auch im Innern der Pfeife noch ein Knoten bilden (Fig. 137), also am unteren Ende ein Knoten, dann ein Bauch, dann ein Knoten, in der Oeffnung ein Bauch. Die Länge der Pfeife ist dann $\frac{3}{4}\lambda$, d. h. die Wellenlänge des Tones ist $\frac{4}{3}$ von der Länge der Pfeife. Ebenso kann die Pfeife $\frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}$ u. s. w. der Wellenlänge des Tones sein (siehe Fig. 137). Dasselbe Röhrchen kann daher Töne geben, deren Schwingungszahlen sich verhalten wie $1:3:5:7:9\ldots$ Die Pfeife gibt also ausser dem Grundton eine Reihe von harmonischen Obertönen, welche den ungeraden Zahlen entsprechen.

Ist dagegen das untere Ende auch offen, so müssen an beiden Enden Bäuche liegen. Dieselben müssen mindestens $\frac{1}{2}\lambda$ aus einander liegen, können aber auch $\frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ (siehe Fig. 138) entfernt sein, indem sich im Innern Knoten bilden. Das Röhrchen kann also Töne geben, deren Schwingungszahlen sich wie $1:2:3:4:5\ldots$ verhalten, also die ganze Reihe der harmonischen Obertöne. Der tiefste Ton des offenen Röhrchens ist die Oktave des tiefsten Tones des unten geschlossenen Röhrchens, denn im ersten Fall ist die Rohrlänge $\frac{\lambda}{2}$, im zweiten $\frac{\lambda}{4}$.

§ 199. Genau dieselben Verhältnisse finden wir bei den Orgelpfeifen wieder, nur ist hier die Art der Anregung eine etwas andere. Der durch einen Blasebalg gelieferte Luftstrom tritt zu-

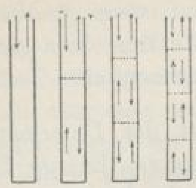

Fig. 137.

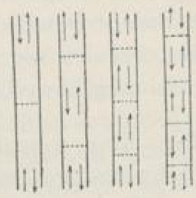

Fig. 138.

nächst in die sog. Kammer A (Fig. 139). Von hier kann er nur entweichen durch einen schmalen Spalt, die Ritze B. Strömt er aus, so trifft er in Form eines schmalen, blattförmigen Stromes gegen die Lippe C, wird an ihr gebrochen und kann teils in das Innere der Pfeife, teils durch das Auge D nach aussen gelangen. Wird nun durch die zuerst in die Pfeife dringende Luft eine Verdichtung erzeugt, so entstehen stehende Schwingungen, welche bei D einen Bauch haben. Hier strömt die Luft also bald aus, bald ein, und je nachdem wird das aus der Ritze B austretende Luftblatt bald aus der Pfeife herausgelenkt, bald hineingezogen, wodurch in den passenden Momenten jedesmal die Verdichtung verstärkt wird. So unterhält der Luftstrom die Schwingungen, welche andererseits seine Bewegung regulieren.

Fig. 139.

Die Pfeife kann oben geschlossen sein: dann haben wir eine sog. gedackte Pfeife. Sie kann eine Reihe von Tönen geben, deren Schwingungszahlen sich verhalten wie die Reihe der ungeraden Zahlen (siehe vorigen Paragraphen). Ist die Pfeife oben offen, so haben wir eine offene Pfeife; sie kann eine Reihe von Tönen geben, deren Schwingungszahlen sich verhalten wie die Reihe der ganzen Zahlen. Man kann diese verschiedenen Töne durch verschieden starkes Anblasen leicht erzeugen; je grösser der Druck der Luft im Balg, desto höhere Töne werden erzeugt.

Es sei hier gleich bemerkt, dass, wenn wir eine Pfeife anblasen, nicht einer der möglichen Töne allein entsteht, sondern daneben, wenn auch schwächer, eine ganze Anzahl der Obertöne.

Die besprochenen Erscheinungen sind nur angenähert richtig behandelt. Die Erfahrung stimmt mit dieser Rechnung um so mehr, je enger die Pfeife im Vergleich zu ihrer Länge ist. Die Bewegung an den offenen Enden ist eine unregelmässige, wodurch eine Korrektion zur Pfeifenlänge nötig wird [1]).

Ganz andere Gesetze treten daher auf, wenn die Pfeifen sehr kurz werden, bei den sog. kubischen Pfeifen; hier gehören die verschiedenen möglichen Töne nicht der harmonischen Tonreihe an.

§ 200. Eine wesentlich andere Art der Unterhaltung der stehenden Schwingungen oder der Zuführung von Energie findet sich bei der sog. chemischen Harmonika. Im Innern einer beiderseitig offenen vertikalen Röhre wird ein kleines Gasflämmchen angebracht, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ der Röhrenlänge vom unteren Ende entfernt. Es seien in dem Rohre stehende Schwingungen, wenn auch ganz schwach vorhanden. Ueber der Flamme befindet sich irgend einer der Knotenpunkte. Im Moment, wo hier eine Verdichtung vorhanden ist, wird der Druck noch erhöht dadurch, das die Flamme die Luft erhitzt. Die Verdichtung breitet sich nach unten aus; dadurch kommt die Brenneröffnung in eine Schicht mit höherem Druck als vorher, es fliesst weniger Gas aus, die Flamme brennt viel kleiner. Während sich also im Knoten eine Verdünnung bildet, wird dies dadurch befördert, dass die Erwärmung geringer wird. Nun breitet sich die Verdünnung nach unten aus, im Knoten beginnt sich wieder eine Verdichtung zu bilden; die Verdünnung kommt an die Stelle der Brenneröffnung, das Gas strömt stärker aus, die grössere Flamme erhitzt das verdichtete Gas im Knoten u. s. w. Hier werden also die Verdichtungen und Verdünnungen auch verstärkt, aber nicht durch Zufuhr oder Entziehung neuer Luft, wie bei den Orgelpfeifen, sondern durch passende Erwärmung und Abkühlung. Die Flamme gerät dabei in Vibrationen, brennt abwechselnd hoch und niedrig, allerdings in so schnellem Wechsel, dass man es mit dem Auge nicht erkennen kann. Betrachtet man aber ihr Bild in einem schnell rotierenden spiegelnden Prisma, so erscheinen ihre zeitlich nach einander vorhandenen Formen räumlich neben einander und man sieht eine Reihe von Flammenzacken (§ 218).

---

[1]) Siehe Versuche darüber von Wertheim, Ann. de chim. et de phys. (3) 23 und 31. Die Theorie ist gegeben durch v. Helmholtz, Crelles Journ. 57.

Damit die Flamme kräftig wirke, muss sie sich an geeigneter Stelle befinden und von passender Grösse sein. Die Flamme kann nur schon vorhandene Schwingung verstärken, nicht sie erzeugen; es sind aber in einem Luftraum immer alle möglichen Bewegungen ganz schwach vorhanden, so dass die Flamme gewöhnlich sofort das Tönen hervorruft. Macht man aber die Flamme etwas kleiner oder grösser, als günstig ist, so beginnt das Tönen nicht von selbst; sobald man aber dann in der Nähe des Rohres den richtigen Ton angibt, wodurch auch im Rohre die Schwingungen kräftig entstehen, genügt auch die schwächere Flamme und das Rohr beginnt zu tönen.

Es gibt noch eine Reihe anderer Arten, stehende Schwingungen zu erzeugen; sie beruhen auf Transversalschwingungen fester Körper, wir werden sie später besprechen.

§ 201. Feste Körper können ebenfalls longitudinale Schwingungen ausführen, da sie ebenfalls Widerstand gegen Volumänderung besitzen. Jede durch den Stab laufende Welle wird dabei an den Enden reflektiert, und durch Interferenz bilden sich im Stabe stehende Schwingungen. Haben wir einen festen Stab, so muss derselbe irgendwo gehalten werden, damit er schwinge; er sei zunächst an den Enden frei, in der Mitte festgeklemmt. Dann ist die Mitte jedenfalls ein Knoten, denn sie kann sich nicht hin und her bewegen. Wir können den Stab zum Tönen bringen, indem wir ihn mit einem feuchten Lappen oder mit durch Kolophonium klebrig gemachtem Lappen in seiner Längsrichtung reiben. Er wird dabei vom Lappen gefasst, etwas komprimiert (wenn wir nach der Mitte hin reiben), bis sein Widerstand zu gross wird, dann springt er vorwärts, über die Gleichgewichtslage hinaus, zieht sich dann wieder zusammen. In diesem Moment fasst der Lappen wieder, verstärkt die Kompression u. s. w. Es ist klar, dass dabei die Enden des Stabes die Rolle von Bäuchen spielen, sie schwingen in der Längsrichtung des Stabes hin und her, ohne dass in ihnen Verdichtung oder Verdünnung vorhanden wäre. Der tiefste Ton, welchen der Stab geben kann, ist vorhanden, wenn nur in der Mitte ein Knoten vorhanden ist, an den Enden die nächsten Bäuche; dann ist seine Länge gleich $\frac{2\lambda}{4}$ des entstehenden Tones. Er kann

Fig. 140.

aber auch mit 2 Knoten in $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ seiner Länge schwingen (siehe Fig. 140), wenn er hier festgehalten wird, dann ist seine Länge gleich $\frac{4}{4}\lambda$ des Tones; oder er schwingt mit 3 Knoten, dann ist er $= \frac{6}{4}\lambda$ u. s. w.

Dies wird benutzt, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in festen Körpern zu bestimmen. Ein z. B. in $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ seiner Länge eingeklemmter Stab, der gerieben wird und tönt, hat nach obigem die Länge λ. Wenn wir also noch die Schwingungszahl n des entstehenden Tones bestimmen, so haben wir $v = n\lambda$. Wir können n mit der Sirene finden; besser aber benutzt man die Kundtschen Staubfiguren (§ 196): A sei (Fig. 141) der Stab, dessen eines Ende hineingeschoben ist in B, eine weitere Glasröhre, die Staub enthält, und an ihrem hinteren Ende durch einen verschiebbaren Stöpsel verschlossen ist. Reibt man den Stab, so schwingt

Fig. 141.

sein Ende hin und her, dadurch wird die Luft in B verdichtet und verdünnt, es entstehen in B stehende Schwingungen, wenn dessen Länge passend ist, d. h. wenn sich für den betreffenden Ton bei C gerade ein Knoten befindet. Wird der Stöpsel passend eingestellt, so entstehen sofort die Staubfiguren, deren Länge λ_1 dem Tone mit der Schwingungszahl n in Luft entspricht. Nun ist $n\lambda_1 = v_1 = 332{,}5$ = der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft, also $n = \frac{v_1}{\lambda_1}$, folglich wenn l die Länge des Stabes ist, $v = nl = \frac{l v_1}{\lambda_1}$.

Nach diesen und anderen Methoden haben sich folgende Geschwindigkeiten ergeben, die in Luft = 1 gesetzt:

Blei	4,3	Eisen	15,1
Gold	6,4	Messing	15,3
Silber	8,1	Glas	15,3
Kupfer	11,2	Holz	10—18

Ein longitudinal tönender Stab kann aber auch an einem Ende eingeklemmt sein, dann liegt hier jedenfalls ein Knoten, am anderen Ende ein Bauch; er gibt so den tiefsten Ton, den er überhaupt geben kann, seine Länge ist $= \frac{\lambda}{4}$. Es können aber auch im Innern noch 1, 2, 3 . . . Knoten entstehen, dann ist seine Länge gleich $\frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}$ u. s. w.

Der an beiden Enden freie und der an einem Ende eingeklemmte Stab entspricht also ganz der offenen und gedackten Pfeife.

Ein Stab kann endlich auch noch an beiden Enden gehalten werden, z. B. eine Saite, welche gerieben auch longitudinal schwingt. Dieser Fall ist indes praktisch ohne Bedeutung.

In festen Körpern hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v der longitudinalen Wellen von dem Widerstand gegen Dehnung, also vom Elasticitätsmodul E ab. Wir können setzen: $v = \sqrt{\frac{E}{d}}$, so dass man den Elasticitätsmodul auch mit Hülfe der Kundtschen Staubfiguren ermitteln kann.

C. Transversale Schwingungen.

§ 202. Die festen Körper allein besitzen Widerstand gegen Formänderung, welcher transversale Schwingungen bedingt. Wir wollen solche zuerst an festen Körpern untersuchen, bei welchen eine Dimension vorherrscht, an Drähten oder Saiten. Bei denselben wird der Widerstand gegen Biegung nur dann genügend gross, wenn sie gespannt sind; also müssen beide Enden fest sein.

Die einfachste Weise, nach der eine Saite schwingen kann, ist in Fig. 142 dargestellt. Wir denken uns die Saite in der Mitte gefasst und auf die Seite gezogen. Dadurch wird sie gedehnt und verbogen, die Elasticität sucht sie zurückzuziehen. Lassen wir sie los, so kehrt sie mit wachsender Geschwindigkeit in die Gleichgewichtslage zurück, überschreitet infolge von Trägheit dieselbe mit abnehmender Geschwindigkeit, kehrt wieder um u. s. w. So schwingt sie zwischen den beiden Grenzlagen a und b hin und her, die Enden A und A_1 der Saiten bleiben dabei an ihrer Stelle,

wir können sie Knoten nennen, während die Mitte B die grösste Geschwindigkeit besitzt, also einen Bauch repräsentiert.

Wir wollen die Zeit, die nötig ist, damit jeder Punkt eine ganze Schwingung ausführt, T nennen. Wir können aber die Saite auch in anderer Weise anregen (Fig. 143). Wir lenken nur die halbe Saite B ab, etwa indem wir den Punkt B einen Moment festhalten. Dann wird von dem ausgebogenen Stück ein Zug auf das andere ausgeübt, wodurch letzteres auch in die Höhe gezogen

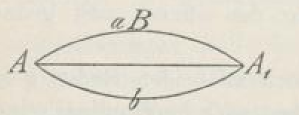

Fig. 142.

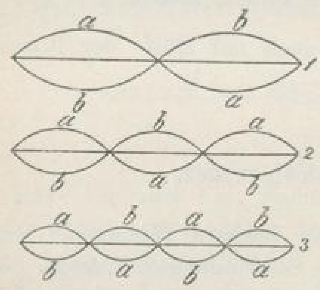

Fig. 144.

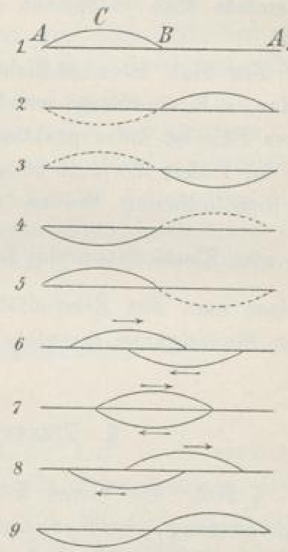

Fig. 143.

wird, sobald wir B frei lassen. Es schwingt dann das verbogene Stück abwärts, das andere aufwärts, die ganze Verbiegung AB läuft auf der Saite nach dem anderen Ende A_1, während durch die weitere Abwärtsbewegung bei AB eine Ausbauchung nach unten entstanden ist (Fig. 143, 2). Nun wird die zuerst erzeugte Ausbiegung an A_1 reflektiert und läuft mit umgekehrter Phase nach A zurück, wobei sie nach einiger Zeit die Lage Fig. 143, 3 hat, während das Stück AB in derselben Zeit in die gestrichelt gezeichnete Lage übergegangen ist. Die ursprüngliche Ausbiegung läuft dann nach A zurück, die zweite oben entstandene nach A_1 (Fig 143, 4), beide werden reflektiert, und wir erhalten Fig. 143, 5.

Nun ist die ursprüngliche Ausbiegung wieder in ihrer ersten Lage, und zu dieser ganzen Veränderung ist dieselbe Zeit T verbraucht, die bei der vorher besprochenen Anregung der Saite zu einer Schwingung notwendig war. Man erkennt aber, dass jetzt in dieser Zeit jeder Punkt, z. B. der C, zwei ganze Schwingungen ausgeführt hat, die Schwingungsdauer ist also $T_1 = \frac{T}{2}$ geworden. Ebenso erkennt man leicht, dass in der Mitte der Saite durch Interferenz der beiden auf ihr fortlaufenden Ausbiegungen ein Knotenpunkt entstehen muss, wo dauernd keine Verschiebung vorhanden ist, da beide Wellen gleich grosse, aber entgegengesetzte Verschiebungen hervorzubringen suchen. Die Figuren 143,6 bis 143,9 geben die Wellen in verschiedenen Momenten und beweisen dies. Mit der Schwingungsdauer ist also auch die Wellenlänge halbiert, wie es sein muss, da stets $\frac{\lambda}{T} = v$ ist.

Die Saite schwingt jetzt zwischen den Grenzlagen, die durch Fig. 144, 1 dargestellt sind; ihre Länge ist $\frac{2\lambda}{2}$. Ebenso kann die Saite bei passender Anregung mit 2, 3, 4 . . . Knoten im Innern schwingen (Fig. 144, 2, 3), dann ist ihre Länge $\frac{3\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}$ u. s. w.

Die Schwingungen der Saiten gehen so schnell vor sich, die Amplituden sind so klein, dass man im allgemeinen das Schwingen nur am gehörten Ton erkennt, und daran, dass an den Stellen der Bäuche die Saite unscharf erscheint, an den Knoten aber scharf. An einem langen, mit Sand gefüllten Gummischlauch oder einer schwach gespannten Drahtspirale kann man dagegen alle verschiedenen Schwingungsformen leicht erzeugen und beobachten.

Die Gesetze der Saitenschwingungen werden studiert an dem sog. Monochord, einem Holzkasten, auf dessen Deckel das eine Ende der Saite befestigt ist, während das andere Ende über einen Steg, eine scharfe Holzkante, welche die andere Begrenzung der schwingenden Saite bildet, dann über eine Rolle geht und eine Schale trägt, in welche Gewichte gelegt werden, so dass die Saite beliebig gespannt werden kann. So findet man, dass die Schwingungszahl des tiefsten Tones der Saite 1. umgekehrt proportional der Länge L der Saite, 2. proportional der Wurzel aus dem spannenden Gewicht P, 3. umgekehrt proportional der Dicke D, 4. umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dichte s des Materials, also

$$n_0 = \frac{1}{LD}\sqrt{\frac{P}{s}}.$$

Schwingt die Saite mit 1, 2, 3 . . . m Knoten im Innern, so ist die Schwingungszahl n das 2, 3, 4 (m + 1)fache von n_0, also allgemein

$$n = \frac{m+1}{LD}\sqrt{\frac{P}{s}},$$

wo m die Zahl der inneren Knoten angibt.

§ 203. Die verschiedenen möglichen Töne können wir durch zahlreiche Mittel bei einer Saite hervorrufen: 1. dadurch, dass wir einen Punkt der Saite festhalten, während wir sie anregen; es entsteht dann eine solche Schwingung, dass der festgehaltene Punkt ein Knotenpunkt wird. 2. Durch Verbindung der Saite mit einem tönenden Körper, wenn die Länge oder Spannung der Saite passend ist. Setzen wir z. B. den Stiel einer tönenden Stimmgabel auf die Saite, so findet man leicht eine Stelle, bei deren Berührung die Saite laut tönt; dann ist die Länge der Saite zwischen der berührten Stelle und dem einen Ende so beschaffen, dass die Saite den Ton der Gabel erzeugen kann. Wir können auch direkt das eine Ende der Saite an die Zinke einer tönenden Gabel anknüpfen; je nach der Spannung der Saite schwingt sie mit 0, 1, 2 . . . Knoten im Innern. Diese sehr schöne Methode rührt von Melde her. 3. Können wir die verschiedenen Schwingungen erzeugen, indem wir die Saite an verschiedenen Stellen anregen, durch Zupfen, Schlagen, Reissen mit einem Stift, Streichen mit dem Bogen. Die Anregungsstelle wird stets ein Bauch der Bewegung. So entsteht bei Anregung in der Mitte hauptsächlich der tiefste Ton, bei Anregung in $\frac{1}{4}$ kommt der zweite deutlich zum Vorschein u. s. w.

§ 204. Wenn wir eine Saite irgendwie anregen, so kommt niemals eine einzige Schwingung zu stande, sondern es sind gleichzeitig eine ganze Anzahl von Tönen vorhanden, ausser dem Grundton eine Anzahl harmonischer Obertöne, da die Saite nur solche gibt. Welche Obertöne und in welcher Stärke sie vorhanden sind, das hängt von der Art und dem Ort der Anregung ab. Das ungeübte Ohr wird keinen grossen Unterschied der Klangfarbe wahrnehmen, ob man die Saite in $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{8}$ u. s. w. ihrer Länge reisst, und doch sind die begleitenden Obertöne in diesen Fällen ganz andere.

Man kann die Verhältnisse leicht in folgender von v. Helmholtz angegebener Weise studieren: Man rege eine Saite an irgend einer Stelle an, z. B. in $\frac{1}{4}$; es entstehen dann alle Schwingungen, welche hier keinen Knoten haben, und besonders stark die, welche hier einen Bauch haben, also der Grundton n, der erste Oberton 2n, der zweite 3n, dagegen nicht der dritte 4n, dann noch höhere. Gleich nach dem Anschlagen berühre man die Saite an irgend einer anderen Stelle, z. B. in der Mitte; dadurch werden alle Schwingungen gedämpft, die an der Berührungsstelle einen Bauch haben, es bleiben die, die dort einen Knoten haben. Im vorigen Beispiel würden z. B. gedämpft werden n, 3n, 5n ... Wie man sieht, würde nur 2n stark bestehen bleiben, und man kann so diesen Ton isolieren aus dem Klange und nachweisen, dass er darin vorhanden war. In ähnlicher Weise kann man mit allen Obertönen verfahren. Man kann so die Existenz von 14—20 Obertönen im Saitenklange nachweisen.

Bei den verschiedenen Instrumenten werden die Saiten ganz verschieden angeregt: die Harfe wird gezupft, die Violine mit dem Bogen gestrichen, das Klavier mit einem breiten weichen Hammer geschlagen, die Zither mit scharfem Stift gerissen. Von der Gestalt, welche die bei der Anregung deformierte Saite hat, hängen die Obertöne ab, denn diese Gestalt muss sich ja in eine Reihe von Sinusschwingungen zerlegen lassen (§§ 184 und 189). Je schärfere Ecken die Saite bildet, desto höhere Obertöne sind stark vorhanden, was der Klangfarbe etwas Scharfes, Metallisches gibt; darum klingt der Zitherton viel schärfer und härter als der Klavierton.

Wir müssen uns hier mit diesen kurzen Bemerkungen begnügen [1]).

§ 205. Bei transversal schwingenden Stäben oder Platten können die Enden frei oder fest sein, aber immer muss ein Punkt

[1]) Ausführliches siehe in v. Helmholtz, Tonempfindungen, Braunschweig bei Vieweg.

gehalten werden, welcher dann einen Knotenpunkt bildet. Den tiefsten Ton, welchen ein Stab geben kann, erhält man, wenn sein eines Ende Knoten, das andere der benachbarte Bauch ist (Fig. 145).

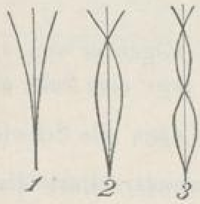

Fig. 145.

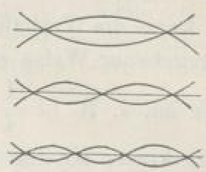
Fig. 146.

Es können sich aber auch 1, 2, 3 ... Knoten im Innern des Stabes bilden (Fig. 144, 2, 3).

Theorie[1]) und Versuch zeigen, dass für einen Stab von rechteckigem Querschnitt die Schwingungszahl des tiefsten Tones ist:

$$n = 0{,}28 \frac{D}{L^2} \sqrt{\frac{E}{s}},$$

wo D die Dicke, L die Länge, E den Elasticitätsmodul, s das spezifische Gewicht des Stabes bedeutet. Die Breite ist also ohne Einfluss.

Der Stab kann auch an beiden Enden fest sein, doch wird dieser Fall musikalisch kaum benutzt.

Endlich können beide Enden frei sein; dann sind im Innern mindestens 2 Knoten vorhanden, oder 3, 4 u. s. w. (Fig. 146). Bei dem tiefsten Ton liegen die Knoten um $\frac{1}{5}$ der Stablänge von den Enden entfernt. Die höheren Töne sind nicht harmonisch zum tiefsten.

In dieser Art werden Stäbe musikalisch bei der Glas-, Holz- und Stahl-Harmonika benutzt.

§ 206. Die wichtigste Anwendung finden solche Stäbe als **Stimmgabeln**. Bei dem tiefsten Ton liegen die Knoten um $\frac{1}{5}$ der Stablänge von den Enden nur, wenn der Stab durchweg die

---

[1]) Das vollständigste theoretische Lehrbuch aller akustischen Erscheinungen ist Rayleigh, On sound.

gleiche Dicke hat. Lassen wir dagegen den Stab nach der Mitte hin dicker werden (Fig. 147), so rücken die Knoten immer weiter zusammen, und die unharmonischen Obertöne werden immer schwerer erzeugt. Einen solchen Stab können wir auch biegen, so dass beide Hälften einander parallel werden, ohne an den Schwingungsgesetzen etwas zu ändern; damit haben wir aber eine Stimmgabel, bei welcher durch den Stiel die Mitte so verdickt ist, dass die Knoten des tiefsten Tones ganz dicht zusammen liegen. In Fig 148 sind die Grenzlagen der Mittellinie bei übertriebener Amplitude angegeben. Die

Fig. 147.

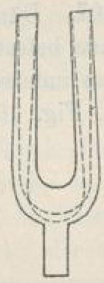

Fig. 148.

höheren Töne können bei ihr durch hartes Anschlagen wohl hervorgebracht werden, aber nur schwach. Besonders verstärkt wird der Grundton noch dadurch, dass man die Gabel auf den Deckel eines vorn offenen Kastens, des Resonanzkastens, schraubt, dessen Länge gleich $\frac{\lambda}{4}$ des Grundtons der Gabel ist. Dann wird die Bewegung des Gabelfusses durch den Deckel auf die Luft des Kastens übertragen, und diese kommt in stehende Schwingungen, welche den Gabelton sehr kräftig und rein geben. Physikalisch und praktisch sind die Stimmgabeln so wichtig, weil sie wirklich nur einen Ton, nicht einen Klang geben, und weil sie so gestatten, stets einen Ton von derselben Schwingungszahl zu erzeugen.

Erwähnenswert ist die von v. Helmholtz erfundene elektromagnetische Stimmgabel (Fig. 149). A ist die Gabel, zwischen ihren Zinken befinden sich durch einen Arm gehalten ein Stück weichen Eisens B, welches von einer Drahtspule C umgeben ist. An der einen Zinke ist ein Platinstift D angelötet, welcher bei ruhender Gabel gerade die Oberfläche vom Quecksilber in dem Näpfchen E berührt. Der galvanische Strom eines Elementes F wird zum Stiel der Gabel geführt, fliesst durch sie und D zum Quecksilber, geht von hier zur Spule C und zurück zum Element. Der Strom verwandelt das Eisenstück B in einen Elektromagnet, der die Zinken anzieht; dadurch wird D aus dem Quecksilber gehoben, der Strom unterbrochen, der Elektromagnetismus in B verschwindet, die Zinken schwingen aus einander. Sofort taucht D wieder ein, der Strom ist geschlossen, die Zinken werden angezogen u. s. w., kurz, die Gabel kommt in kräftige Schwingungen, welche beliebig lange in gleicher Weise unterhalten werden.

§ 207. Dünne transversalschwingende Metallblätter, die an einem Ende befestigt sind, werden zu den Zungenpfeifen benutzt. Man unterscheidet durchschlagende und aufschlagende Zungen. Fig. 150 zeigt von beiden einen Querschnitt: zu dem

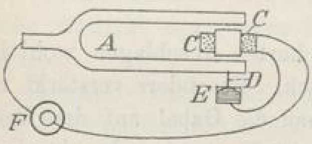

Fig. 149.

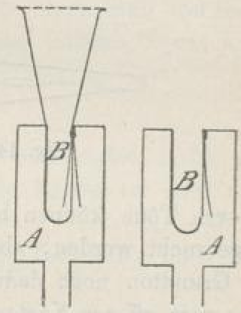

Fig. 150.

Windkasten A kommt die Luft aus dem Gebläse; sie kann von hier nach aussen nur entweichen durch das in den Deckel eingesetzte Röhrchen B. Von demselben ist eine Seite weggenommen, die dadurch entstehende Oeffnung aber durch die Zunge, ein oben dickeres und hier befestigtes Metallblatt, verschlossen. Bei den durchschlagenden Zungen ist dieselbe etwas kleiner als die Oeffnung. Durch den im Windkasten erzeugten Ueberdruck wird die Zunge nach B hinein gebogen, so dass die Luft durch B abströmen kann. Dadurch lässt der Druck nach, die Zunge schwingt zurück und durch Trägheit nach der entgegengesetzten Seite, wobei ein zweiter Luftstoss austritt; dann schwingt sie wieder zurück, die Bewegung wird durch den Luftdruck befördert u. s. w. — Die aufschlagende Zunge dagegen ist etwas grösser als die Oeffnung von B, die Zunge schwingt daher nur bis an B heran und zurück.

Diese Zungen haben einen viel schärferen, unangenehmen Klang. Der Ton der Zungen allein ist ein sehr schwacher; man setzt daher auf B ein langes Rohr und die Zunge dient dann nur dazu, in diesem stehende Schwingungen zu erzeugen. Der Ton und Klang hängt daher sehr wesentlich von dem aufgesetzten Rohr ab.

Auch bei vielen Blasinstrumenten, z. B. Klarinette, Fagott, Oboe, dienen zungenartig schwingende Rohrblätter oder Strohhalme dazu, die stehenden Schwingungen im eigentlichen Instrument zu erzeugen.

§ 208. Endlich sind zu erwähnen die sog. membranösen Zungen. Spannen wir über die Oeffnung eines Rohres zwei Kautschukmembranen, so dass ihre Ränder sich in der Mitte der Rohröffnung gerade berühren, und blasen durch die andere Rohröffnung Luft ein, so biegen sich die beiden Membranen aus einander, zwischen ihren Rändern entsteht ein Spalt, durch welchen die Luft austritt. Dadurch hört der Druck auf, die Membranränder schwingen zusammen, es entsteht wieder Druck, der sie aus einander treibt u. s. w., kurz, sie kommen in Schwingungen; es entsteht so ein Ton, dessen Schwingungszahl von der Spannung der Membranen abhängt, mit ihr steigt.

Einem solchen Apparat genau entsprechend ist der menschliche Kehlkopf eingerichtet: zwei membranöse Zungen lassen zwischen sich einen Spalt, die Stimmritze, deren Ränder durch die sog. Stimmbänder gebildet sind. Die Stimmbänder sind an Knorpeln angewachsen, welche durch Muskeln entfernt oder genähert werden können; dadurch lässt sich die Spannung der Stimmbänder beliebig regulieren. Durch die Luftröhre wird aus den Lungen die Luft durch die Stimmritze gepresst und Schwingungen der Stimmbänder erzeugt.

Eine andere Art membranöser Zungen bilden die menschlichen Lippen, wenn sie Posaune, Horn, Trompete u. s. w. anblasen. Sie werden stark gespannt, zwischen ihnen der Luftstrom ausgetrieben, wodurch sie in Schwingungen geraten, gerade wie die Stimmbänder. Sie dienen also als Mundstück für das Blasinstrument, in welchem stehende Schwingungen erzeugt werden, welche ihrerseits die Schwingungen der Lippen regulieren.

§ 209. Ganz wie Stäbe und nach denselben Gesetzen können auch Platten transversal schwingen, aber hier sind beide Dimensionen der Platte gleich berechtigt, es können in beiden Schwingungen auch gleichzeitig stattfinden. Da nun noch die beiden Schwingungen mit gleichen oder verschiedenen Phasen vorkommen können und in jeder Richtung beliebige Obertöne, so ist die Mannigfaltigkeit der möglichen Schwingungsformen ausserordentlich gross. Chladni hat eine Methode gefunden, sie sichtbar zu machen; streut man auf die Platte Sand, bringt sie zum Tönen, so wird der Sand von den Bäuchen fortgeschleudert und sammelt sich an den Knotenlinien. Es entstehen so die Chladnischen Klangfiguren. Als Beispiel wollen wir eine rechteckige Platte nehmen: sie gibt ihren tiefsten Ton bei freien Rändern, wenn Knotenlinien in $\frac{1}{5}$ ihrer Breite vom Rande (§ 205) entstehen. Dieselben können liegen wie in Fig 151, 1 oder 2. Die in der Fig. mit + und —

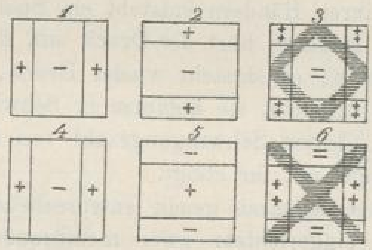

Fig. 151.

bezeichneten Stellen schwingen immer in entgegengesetzter Richtung. Nun kann die Schwingung 1 zugleich mit 2 vorkommen, dann bildet sich 3; es entsteht die schraffiert gezeichnete Knotenlinie, welche durch die 4 Schnittpunkte der Knotenlinien der einzelnen Schwingungen geht und durch die Felder, die entgegengesetztes Vorzeichen haben, da in diesen die Stellen liegen, welche mit gleicher Amplitude nach entgegengesetzten Richtungen schwingen. Es kann aber auch die Phase von 2 um eine halbe Schwingung verschieden sein; dann haben wir als Komponenten die Schwingungen 4 und 5, welche die durch 6 angedeutete Resultante erzeugen.

Wie quadratische Platten können auch kreisförmige oder anders begrenzte schwingen. Bei den kreisförmigen entstehen als Knotenlinien entweder 2, 3, 4 . . . konzentrische Kreise, oder 2, 3, 4 . . . Durchmesser oder auch wieder eine Vereinigung beider.

Die Zahl der möglichen Schwingungsformen solcher Platten, namentlich wenn sie dünn sind, ist ausserordentlich gross, sie können fast jede beliebige Schwingung ausführen.

Den Platten verwandt sind gespannte Membranen, wie sie bei der Kesselpauke und Trommel benutzt werden, nur bildet der Rand hier stets eine Knotenlinie. Genau so, wie wir von den Stäben zu den Stimmgabeln übergehen könnten, kommen wir von Platten durch Verdickung in der Mitte und Biegung zu den Glocken, so dass nichts weiter darüber zu sagen ist.

D. Resonanz, Interferenz.

§ 210. Wenn wir einem schwingungsfähigen Körper, z. B. einem Pendel, einen ganz schwachen Stoss geben, so kann es dadurch in unmerklicher Weise bewegt werden. Wenn wir aber nach je einer Schwingungsdauer die schwachen Stösse in derselben Richtung wiederholen, so wird ihre Wirkung sich allmählich summieren und das Pendel kann in kräftige Schwingungen geraten. So kann ein Kind die schwerste Kirchenglocke läuten dadurch, dass es in passendem Rhythmus an dem Strick zieht und allmählich die Amplitude vergrössert. Die Stösse brauchen nicht bei jeder Schwingung zu erfolgen; auch wenn man nur jede zweite oder dritte u. s. w. Schwingung verstärkt, erreicht man, wenn auch schwächer, das gleiche. Wenn dagegen die Stösse in irgend einem anderen, wenn auch wenig verschiedenen Tempo erfolgen, so wird die Bewegung des schwingenden Körpers bald befördert, bald verhindert werden und kräftige Schwingungen können nicht auftreten. Dieselbe Erscheinung wird sehr häufig bei akustischen Bewegungen beobachtet; sie wird hier Mitschwingen oder Resonanz genannt. Wenn wir auf dem Monochord eine zweite mit der ersten gleich gestimmte Saite aufspannen und streichen die erste an, dämpfen sie gleich darauf, so hört man, dass die zweite tönt. Aber die erste Saite muss genau ebensoviel Schwingungen machen wie die zweite, allenfalls halb so viel oder drittel so viel. Wenn wir ebenso zwei genau gleich gestimmte Stimmgabeln mit den offenen Seiten ihrer Resonanzkästen gegen einander kehren, streichen die eine an und dämpfen sie kurz darauf, so tönt die zweite, weil zuerst die Luft des zweiten Resonanzkastens ins Mitschwingen gekommen ist, und diese Schwingungen durch den Deckel auf die Gabel übertragen worden sind.

Sobald man aber die eine Gabel ewas verstimmt, etwa durch Aufsetzen von Wachsklümpchen auf ihre Zinken, hört die Resonanz auf.

Besonders leicht tritt die Resonanz ein, wenn die Schwingungsenergie, d. h. die Masse des resonierenden Körpers, klein ist, also bei Luft, die in stehende Schwingungen gerät. Solche Luftsäulen beginnen sehr laut zu tönen, sobald aussen der ihnen entsprechende Ton angegeben wird. Wenn man über ein hohes cylindrisches Glasgefäss eine angeschlagene Stimmgabel ohne Resonanzkasten hält, so hört man im allgemeinen den Ton kaum. Giesst man aber langsam Wasser in das Gefäss, wodurch man die Länge der Luftsäule verkürzt, so findet man einen Punkt, wo die Luft sehr stark tönt. Misst man dann die Länge der Luftsäule, so findet man, dass sie $\frac{\lambda}{4}$, oder $\frac{3\lambda}{4}$, oder $\frac{5\lambda}{4}$ u. s. w. des Tones ist.

Dieses Hülfsmittel ist von v. Helmholtz mit grossem Erfolg zur Untersuchung von Klängen verwandt worden.

Kugelförmige Luftmassen (kubische Pfeifen) geben ausser dem Grundton unharmonische Obertöne (§ 199). v. Helmholtz hat eine Reihe Hohlkugeln von Messingblech hergestellt, welche die Reihe der Töne als Grundton besitzen. Sie haben eine weite Oeffnung A (Fig. 152) und eine enge B. Letztere wird in das Ohr gesteckt. Sobald nun in einem äusseren Klang der Eigenton des Resonators vorhanden ist, wenn auch so schwach, dass man ihn sonst nicht hört, so wird er allein durch den Resonator verstärkt und man hört ihn sehr deutlich, während der Resonator stumm bleibt, sobald der Ton im Klange nicht vorhanden ist.

§ 211. Eine Reihe wichtiger Erscheinungen wird durch Interferenz der Wellen hervorgebracht.

Als erster Fall seien die Stimmgabeln erwähnt; hier schwingen beide Zinken, jede erzeugt Wellen. An jeder Stelle des Raumes um die Gabel treffen sich Wellen von gleichem λ, gleicher Amplitude; wo sie einen Phasenunterschied von $\frac{1}{2}$ Wellenlänge haben, vernichten sie sich. Durch Rechnung lässt sich finden, dass von der Gabel 4 Linien ausgehen, in deren Punkten dies der Fall ist (Fig. 153); sie bilden eine Hyperbel. Geht man um die Gabel herum, oder dreht sie vor dem Ohr einmal um, so hört man daher bei 4 Stellungen nichts von dem Ton, dazwischen hört man ihn.

§ 212. Viel wichtiger ist der Fall, wo zwei Wellen von nahezu gleicher Schwingungszahl zusammen kommen. Wir wollen uns zuerst graphisch ein Bild davon machen, was geschehen muss: Es seien in Fig. 154 zwei Wellen (punktiert gezeichnet) von 8 und 9 Schwingungen in der Sekunde gegeben, welche auf demselben Wege fortlaufen. Anfangs sollen ihre Phasen übereinstimmen, dann verstärken sie sich, und wir hören also einen kräftigen Ton, ihre Resultante hat grosse Amplitude. Da aber die eine Schwingung schneller

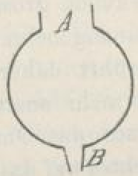

Fig. 152.

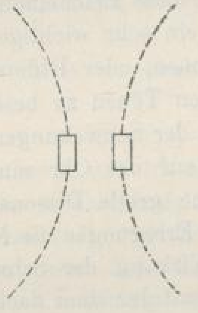
Fig. 153.


Fig. 154

ist als die andere, so eilt die Phase dieser Welle vor, nach $\frac{1}{2}$ Sekunde hat die eine Welle 4 Schwingungen, die andere $4\frac{1}{2}$ gemacht; die Phasen sind also entgegengesetzt, die Wellen vernichten sich. Von da an kommen sich die Phasen wieder näher, um nach 1 Sekunde wieder genau zu koinzidieren. Wie man aus der Gestalt der Resultante erkennt, wird also im Laufe jeder Sekunde durch Interferenz die Amplitude einmal ausserordentlich geschwächt, die Intensität nimmt also ab und zu.

Es ist leicht zu erkennen, dass jede beliebige zwei Wellen, deren Schwingungszahl um 1 verschieden ist, sich in der Sekunde 1mal aufheben müssen. Sind die Schwingungszahlen um 2 verschieden, so wird das gleiche 2mal in der Sekunde eintreten; denn haben sie etwa 100 und 102 Schwingungen, so wird nach

25 Schwingungen des ersten Tones der zweite $25\frac{1}{2}$ gemacht haben, sie werden sich vernichten. Bei 50 und 51 Schwingungen koinzidieren sie wieder, bei 75 und $76\frac{1}{2}$ vernichten sie sich, am Ende der Sekunde, bei 100 und 102 verstärken sie sich. Wir finden also, dass zwei Töne mit den Schwingungszahlen n und n + m keinen gleichmässig intensiv verlaufenden Klang erzeugen können, sondern einen mit ab- und zunehmender Stärke, und zwar wird er m-mal in der Sekunde, d. h. so oft, als die Differenz der Schwingungszahlen angibt, sehr schwach oder 0 werden.

Man bezeichnet diese Erscheinungen als Schwebungen oder Stösse. Sie bilden ein sehr wichtiges Hülfsmittel, um zwei Töne genau gleich zu stimmen, oder Differenzen der Schwingungszahlen zwischen nahe gleichen Tönen zu bestimmen.

Wenn die Zahl der Schwebungen in der Sekunde gross wird, so ist die Wirkung auf das Ohr eine höchst unangenehme, wir empfinden sie als eine grelle Dissonanz. Das rührt daher, dass alle intermittierenden Erregungen die Nerven viel mehr anstrengen, als dauernde. Die Wirkung der Schwebungen auf das Ohr lässt sich etwa vergleichen mit der eines flackernden Lichtes auf das Auge.

Werden die Schwebungen sehr häufig in der Sekunde, so hören sie auf, bemerkbar zu sein; bei tiefen Tönen wird diese Grenze viel eher erreicht, als bei hohen, wo nach v. Helmholtz noch 132 Stösse empfunden werden.

§ 213. Es war schon lange bekannt, dass beim Zusammenklingen zweier Töne, deren Schwingungszahlen zu verschieden sind, als dass Schwebungen hörbar wären, ein dritter Ton entsteht, dessen Schwingungszahl gleich der Differenz der Schwingungszahlen der Grundtöne ist, oder gleich der Zahl der Schwebungen, welche vorhanden sein könnten. Man nennt diese Töne nach dem ersten Beobachter Tartinische Töne. Nach dem Vorgange von Young erklärte man sie als entstanden aus den Schwebungen. Erst v. Helmholtz machte auf das Widersinnige dieser Erklärung aufmerksam, dass das m-malige Stark- und Schwachwerden eines bestimmten Tones von n Schwingungen einen Ton von m Schwingungen erzeugen solle, und gab die richtige Erklärung. Wir haben bisher stets das Prinzip von der Superposition kleiner Bewegungen (§ 184) benutzt, nach welchem man die Resultante zweier Bewegungen einfach durch Addition der Komponenten erhält. v. Helmholtz machte nun darauf aufmerksam, dass, wenn die Bewegungen nicht klein sind, die Zusammensetzung nach der Theorie viel kompliziertere Resultate ergibt: ausser der gewöhnlichen Resultante erhält man noch einen Ton, dessen Schwingungszahl gleich der Differenz der Schwingungszahlen der Komponenten ist, und viel schwächer noch einen Ton, dessen Schwingungszahl gleich der Summe jener beiden ist. v. Helmholtz nannte diese Töne Kombinationstöne, den ersten Differenzton — es ist das der alte Tartinische Ton —, den zweiten Summationston. Haben wir also z. B. zwei starke Töne von 300 und 400 Schwingungen, so entstehen ausserdem der Differenzton mit 100 und der Summationston mit 700 Schwingungen.

Die Richtigkeit dieser Theorie ist dann auch experimentell bestätigt worden.

§ 214. Wir können nun den Grund für Konsonanz derjenigen Töne, deren Schwingungszahlen im Verhältnis kleiner ganzer Zahlen stehen (§ 198), erkennen. Werden die beiden Töne angegeben, so sind im allgemeinen noch eine grosse Zahl harmonischer Obertöne bei beiden vorhanden, ferner die Kombinationstöne der Grundtöne, eventuell der Obertöne. Zwischen dieser ganzen Masse von Tönen darf niemals eine kleine Zahl von Schwebungen eintreten, wenn die Töne konsonant klingen sollen.

Werden etwa von offenen Pfeifen Grundton und Oktave gegeben, so verhalten sich ihre Schwingungszahlen wie 1 : 2. Die Obertöne sind dann: 2, 3, 4 . . . einerseits, 4, 6, 8 . . . andererseits, die Differenz je zweier Töne ist also nie kleiner als 1, die Schwingungszahl des Grundtons. Dies ist daher die vollkommenste Konsonanz.

Nehmen wir zwei Töne, welche die Quinte bilden: 2 : 3, so sind die Obertöne: 4, 6, 8, 10 . . . und 6, 9, 12, 15 . . . Hier ist die kleinste mögliche Differenz 1, die Hälfte der Schwingungen des Grundtons, also auch noch eine Zahl, die viel zu gross ist, um hörbare Schwebungen zu geben. Z. B. für die Töne 256 und 384 wäre die kleinste mögliche Schwebungszahl 128.

Betrachten wir dagegen die Septime, wobei sich die Schwingungszahlen verhalten wie 8 : 15, so sind die Obertöne: 16, 24, 32 . . . und 30, 45, 60 . . . Hier bildet z. B. der zweite Grundton 15 mit dem ersten Oberton des ersten Grundtons 16 die Schwebungen 1, deren Anzahl $\frac{1}{8}$ der Schwingungszahl des Grundtons sind. Haben wir also etwa die Töne 256 und 480, so geben sie 32 Schwebungen, welche stören und die Konsonanz der Septime unvollkommen machen. Diese Verhältnisse sind erst durch v. Helmholtz aufgeklärt worden.

§ 215. Es sind noch einige Methoden zu erwähnen, welche dazu dienen, Schwingungen zu untersuchen. Die erste Methode, die von Lissajous eingeführt wurde, beruht auf der Kombination zweier rechtwinkelig zu einander stattfindender Schwingungen. Es sei also eine Welle gegeben, $x = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right)$, welche horizontal schwingt, und eine zweite $y = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l'}{\lambda}\right)$, welche vertikal schwingt. Wir betrachten einen Punkt, der von beiden in Bewegung gesetzt wird, und untersuchen die resultierende Bewegung. Die obigen Gleichungen drücken aus, dass Schwingungszahl, also auch Wellenlänge beider Bewegungen identisch ist, aber Amplitude und Phase verschieden. Wir schreiben einfacher:

$$x = a \sin \psi, \quad y = b \sin (\psi - \alpha),$$

wo $\psi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right)$ und $\alpha = 2\pi\, \frac{l' - l}{\lambda}$ der Phasenunterschied ist.

Es folgt: $\sin \psi = \frac{x}{a}$, $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}$

$$\frac{y}{b} = \sin(\psi - \alpha) = \sin\psi \cos\alpha - \cos\psi \sin\alpha = \frac{x}{a} \cos\alpha - \sin\alpha \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}$$

$$\text{oder } \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \frac{2xy}{ab} \cos\alpha = \sin^2\alpha.$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse, welche also im allgemeinen vom Punkte durchlaufen wird. Wir wollen die Gleichung vereinfachen, indem wir annehmen $a = b$, so erhalten wir

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos\alpha = a^2 \sin^2\alpha.$$

Diese Gleichung stellt verschiedene Kurven dar, je nach dem Wert von α, dem Phasenunterschied. Im allgemeinen ist es die Gleichung einer Ellipse; aber für den Phasenunterschied $\alpha = 0$, $l' = l$ wird $\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = 0$, also die Gleichung

$$x^2 + y^2 - 2xy = 0, \quad (x - y)^2 = 0, \quad x = y.$$

Dies ist die Gleichung einer geraden Linie durch den ersten und dritten Quadranten. Dieselben Werte erhält cos α und sin α, wenn $\alpha = 2\pi$, $4\pi \ldots$, also wenn der Phasenunterschied 0 oder eine ganze Anzahl von Schwingungen ist. Wächst der Phasenunterschied von 0 aus, so erhalten wir eine Ellipse, deren grosse Axe durch den ersten und dritten Quadranten geht. Ist der Phasenunterschied $\frac{1}{4}$ Schwingung geworden, $l' - l = \frac{\lambda}{4}$, so ist $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\cos\alpha = 0$, $\sin\alpha = 1$; die Gleichung wird $x^2 + y^2 = a^2$, die Gleichung eines Kreises mit dem Radius a. Wächst die Phasendifferenz noch mehr, so erhalten wir wieder eine Ellipse, deren grosse Axe aber im zweiten und vierten Quadranten liegt. Ist $l' - l = \frac{\lambda}{2}$ geworden, so ist $\alpha = \pi$, $\cos\alpha = -1$, $\sin\alpha = 0$, die Gleichung

$$x^2 + y^2 + 2xy = 0,\ (x + y)^2 = 0,\ x = -y,$$

eine gerade Linie unter 45° gegen die Axen im zweiten und vierten Quadranten. Für $l' - l = \frac{3\lambda}{4}$ erhalten wir wieder einen Kreis, und für $l' - l = \lambda$ wie oben besprochen wieder die schräge Linie durch den ersten und dritten Quadranten. In dem allgemeinen Fall, wo a nicht gleich b, treten nur statt der Kreise Ellipsen mit vertikaler und horizontaler Axe auf; für $l' - l = \frac{\lambda}{2}$ bilden dann die geraden Linien nicht Winkel von 45° mit den Axen.

Wie man sieht, hängt die gesehene Kurve nur von der Phasendifferenz ab, und wenn wir die Phase der einen Komponente kennen, können wir die der anderen aus der Resultante ableiten.

Die Zusammensetzung zweier Schwingungen lässt sich in verschiedener Weise machen: es seien z. B. 2 Stimmgabeln, oder eine Gabel und eine Zungenpfeife die tönenden Körper. Wir bringen an beiden kleine leichte Spiegel an, oder polieren ein Stück der Oberfläche; stellen wir sie dann so auf, dass die eine in horizontaler Ebene schwingt, die andere in vertikaler, lassen dann einen Lichtstrahl auf den ersten Spiegel fallen so, dass er nach dem zweiten reflektiert wird und von da auf einen Schirm, so werden dem Strahle beide Bewegungen mitgeteilt und er beschreibt die besprochene Resultante auf dem Schirme. Die von dem Strahle beschriebenen Kurven heissen Lissajoussche Kurven.

Für andere Fälle, z. B. zur Beobachtung einer schwingenden Saite, hat v. Helmholtz das Vibrationsmikroskop konstruiert.

Die eine Zinke einer elektromagnetischen Stimmgabel (§ 206) trägt das Objektiv eines Mikroskops, dessen Rohr und Okular an einem besonderen Stativ befestigt ist. Schwingt die Gabel und betrachtet man durch das Mikroskop einen ruhenden hellen Punkt, so erscheint derselbe wegen der Schwingung des Objektives als gerade Linie — er schwingt scheinbar hin und her. Schwingt dagegen der Punkt senkrecht zu der Schwingungsrichtung des Objektives, so sieht man ihn die Lissajousschen Figuren beschreiben. Dieses Instrument hat in v. Helmholtz' Händen wichtige Resultate geliefert.

Wir haben oben zwei gleiche Schwingungszahlen zusammengesetzt und eine Ellipse erhalten; man kann natürlich auch andere Töne kombinieren, dann erhält man kompliziertere Figuren, z. B. bei Grundton und Oktave eine 8-artige Kurve.

§ 216. Von Wichtigkeit ist noch eine andere Benutzung dieser Kurven. Haben wir zwei Schwingungen, deren Schwingungszahlen nicht ganz, sondern nur fast gleich sind, so ändert sich, wie wir bei den Schwebungen gesehen haben, ihr Phasenunterschied fortwährend. Die bei ihrer Kombination entstehende Lissajoussche Kurve kann also nicht konstant bleiben, sondern muss nach einander alle jene Formen annehmen, die wir besprochen haben. In Fig. 156 ist z. B. ein Bild gegeben von dem Wege, den der Lichtstrahl der Lissajousschen Figur bei fast gleicher Schwingungszahl durchläuft; der Pfeil gibt den Weg an: die gerade Linie im zweiten und vierten Quadranten öffnet sich zu einer Ellipse, die immer grössere kleine Axe erhält, während gleichzeitig die grosse Axe immer senkrechter wird. Aus der senkrecht stehenden Ellipse oder dem Kreise wird darauf wieder eine schmalere Ellipse im ersten und dritten Quadranten, die sich endlich zu einer geraden Linie zusammenzieht. Von hier an wird derselbe Weg in umgekehrter Richtung durchlaufen, bis wieder die gerade Linie im zweiten und vierten Quadranten vorhanden ist. Die ganze Reihe von Verwandlungen geschieht in der Zeit, wo die eine Bewegung der anderen um eine Schwingung vorauseilt, also in derselben Zeit, wo für das Ohr eine Schwebung stattfinden würde. Wenn nun die Schwebungen sehr selten sind, alle paar Sekunden deren eine

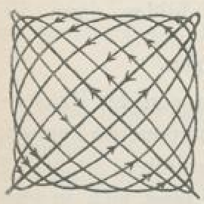

Fig. 155.

stattfindet, so hört man sie nicht mehr; aber dann gerade kann man sie nach dieser Methode sehen. Man kann auf diese Weise z. B. zwei Stimmgabeln ausserordentlich genau gleich stimmen, da man einen Unterschied von einer Schwingung auf mehrere Minuten noch bequem sehen kann.

§ 217. Zusammensetzung zweier Schwingungen lässt sich auch auf graphischem Wege erreichen, wenigstens in einzelnen Fällen. Versieht man eine Zinke einer Stimmgabel mit einer elastischen Spitze (Metallblättchen, Schweinsborste), und zieht diese, während die Gabel schwingt, über eine berusste Unterlage fort, so schreibt die Spitze in den Russ eine Sinuskurve. Befestigt man aber die Schreibfläche an der Zinke einer zweiten ebenfalls schwingenden Gabel, so wird die Kombination beider Schwingungen aufgeschrieben. Dabei können die Gabeln parallel oder senkrecht zu einander stehen.

§ 218. Endlich ist noch die Methode der manometrischen Flammen von König zu erwähnen: Die Schallwellen werden an die Hinterwand B einer Kapsel A (Fig. 156) geleitet; B ist aus

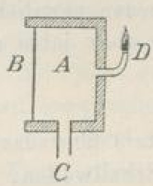

Fig. 156.

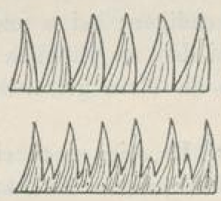

Fig. 157.

einer Membran gebildet, welche die Schwingungen der Luftwellen mitmacht. In die Kapsel tritt durch C Leuchtgas, welches durch eine Brenneröffnung D austritt und angezündet wird. Schwingt die Membran in die Kapsel hinein, so wird Gas herausgedrängt, die Flamme brennt höher, bei der entgegengesetzten Membranschwingung niedriger. Betrachtet man sie in einem rotierenden Spiegel (§ 200), so erscheint die Flamme zu einem Band ausgezogen, welches durch Flammenzacken gebildet ist. In Fig. 157 ist z. B. das Bild skizziert, welches erscheint, wenn in einem Fall nur der Grundton, im zweiten auch noch dessen Oktave, aber schwächer vorhanden ist.

§ 219. Wir haben schon besprochen, wie die Töne der menschlichen Sprache hervorgebracht werden (§ 208). Oberhalb der Stimmritze befindet sich die Mundhöhle, welcher durch verschieden weite Oeffnung des Mundes und verschiedene Stellung der Zunge verschiedene Formen gegeben werden können. Sie spielt für die menschliche Sprache dieselbe Rolle, wie die Ansatzröhren an den Zungenpfeifen; es entstehen stehende Schwingungen, welche je nach der Gestalt des Mundes einzelne der durch die Stimmritze hervorgebrachten Töne kräftig hörbar machen. Die Gestalt der Mundhöhle setzt sich im allgemeinen aus zwei Teilen zusammen, aus einem tiefer gelegenen weiten Teile, und aus dem zwischen Zunge und Gaumen gelegenen röhrenförmigen. Beide Teile geben verschiedene Töne.

Die Vokale unterscheiden sich nur durch diese Töne. Nach v. Helmholtz entspricht für Männerstimme und norddeutsche Aussprache

dem A: b_2; dem O: b_1; dem U: f;
dem Ae: b_1 und g_3; dem Ei: f_1 und b_4; dem J: f und d_4.

Die Konsonanten entstehen durch Geräusche wie die Zischlaute, das H, das R, oder auch durch die Art, wie die Klänge beginnen und endigen; bei b und p z. B. werden plötzlich die Lippen geöffnet, bei dem m plötzlich geschlossen, aber dabei der Luft ein Weg durch die Nase gelassen u. s. w.

§ 220. Es seien noch ein paar Worte[1]) über das Gehör hinzugefügt; das äussere Ohr sammelt die Schallwellen, welche den Abschluss desselben, das Trommelfell, in Schwingung versetzen. Vom Trommelfell werden die Schwingungen durch drei kleine Knochen, Hammer, Ambos und Steigbügel, auf das eigentlich hörende Organ übertragen. Dasselbe besteht aus sehr kompliziert gestalteten Höhlungen im Felsenbein, dem Labyrinth, welches sich aus drei Teilen zusammensetzt: dem Vorhof, drei Bogengängen, welche verschiedene Teile des Vorhofs mit einander verbinden, und der Schnecke. Die ganze Höhlung ist mit wässeriger Flüssigkeit gefüllt, in ihr endigen die Gehörnerven in verschiedenartigen Gebilden, teils steifen Härchen, teils gespannten Fasern (Cortische Fasern), welche alle sehr schwingungsfähig sind. Das

[1]) Ausführlicheres siehe in v. Helmholtz, Tonempfindungen.

Labyrinth hat zwei durch Membranen verschlossene Oeffnungen, die Fenster. In das eine passt gerade der Steigbügel, so dass bei der Schwingung des Trommelfells durch die Gehörknöchelchen die Bewegung auf die Flüssigkeit des Labyrinths übertragen wird. Dabei werden auch jene schwingungsfähigen Nervenendigungen in Schwingung geraten, und zwar, wenn wir annehmen, dass sie verschieden gespannt und verschieden dick sind — wie es in der That der Fall ist —, nur einzelne, deren Eigenton der vorhandenen Schwingung entspricht. Dadurch werden die Nerven gereizt und der Ton kommt uns zum Bewusstsein.

§ 221. Auf der Fähigkeit der Platten und Membranen, so ziemlich alle möglichen Schwingungen ausführen zu können (§ 209), beruht ein interessantes Instrument, der Phonograph von Edison, der im stande ist, die menschliche Sprache aufzuschreiben und zu reproduzieren. Man spricht in ein kurzes Rohr hinein, welches dazu dient, die Schallwellen zu konzentrieren. Dasselbe ist am anderen Ende durch eine dünne Platte von Glas verschlossen, an deren Mitte eine Metallspitze befestigt ist; sie ruht auf einer Walze, die bei den neueren Apparaten aus Wachs besteht. Sie wird durch ein Uhrwerk langsam gedreht und gleichzeitig verschoben, so dass die ruhende Spitze eine Spirale hineinzeichnet. Spricht man nun in den Schallbecher, so macht die Platte und Spitze die Luftschwingungen mit, die Spitze gräbt also in das Wachs eine diesen Schwingungen genau entsprechende Kurve.

Bringt man dann die Spitze wieder an den Anfang der eingegrabenen Kurve, dreht die Walze mit derselben Geschwindigkeit wie vorher, so wird die Spitze gezwungen, genau dieselben Bewegungen auszuführen, wie die waren, durch welche sie jene Kurve eingrub. Also wird auch die Platte dieselben Schwingungen machen, und sie wird Luftschwingungen erzeugen, welche die vorher hineingerufenen Worte reproduzieren.

Eine andere sehr wichtige Benutzung der schwingenden Platten, beim Telephon, werden wir bei der Elektrizität besprechen (§ 326).

§ 222. Die Tonhöhe einer Wellenbewegung, welche an unser Ohr gelangt, hängt ab von der Zahl der Schwingungen, welche per Sekunde das Ohr treffen. Daraus ergibt sich die eigentümliche Folgerung, dass wir einen Ton höher oder tiefer hören können, als er wirklich ist, sobald Schallquelle und Beobachter sich gegen einander bewegen.

Von einer Schallquelle gehe eine Bewegung mit der Schwingungszahl n, der Schwingungsdauer T aus, der Beobachter befinde sich in beliebiger Entfernung, dann wird nach je T Sekunden eine Verdichtung von der Schallquelle abgehen, dieselben werden in den gleichen Zwischenräumen den Beobachter treffen und er wird den Ton n hören. Nun entferne sich aber die Schallquelle mit der Geschwindigkeit a vom Beobachter. Zwischen dem Abgang je zweier Verdichtungen wird sich die Quelle um aT entfernt haben, die der Schall noch ausser der ursprünglichen Entfernung zu durchlaufen hat. Ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit v, so ist die dazu nötige Zeit $\frac{aT}{v}$; die Schwingungsdauer T wird daher zu

$$T + \frac{a}{v}\,T = T\left(1 + \frac{a}{v}\right).$$

Nähert sich dagegen die Schallquelle, so wird die Schwingungsdauer $T\left(1 - \frac{a}{v}\right)$. Der Ton wird also erhöht bei Annäherung, vertieft bei Entfernung. Man bezeichnet diese Thatsache als das Dopplersche Prinzip. Man hat leicht Gelegenheit, diese Thatsache experimentell zu beobachten, wenn eine pfeifende Lokomotive vorbeifährt; dann schlägt scheinbar der Ton beim Vorbeifahren plötzlich um.

E. Wasserwellen.

§ 223. Da Flüssigkeiten nur Widerstand gegen Volumänderung besitzen, so sollten in ihnen nur longitudinale Wellen existieren. Das ist auch der Fall im Innern der Flüssigkeiten; an ihrer Oberfläche dagegen finden wir auch transversale Bewegung, die bekannten Wellen auf Wasserflächen. Dieselben sind aber prinzipiell verschieden von den bisherigen; während diese alle ihre Entstehung inneren Kräften, der Elasticität, verdanken, entstehen die Wasserwellen durch äussere Kräfte, nämlich die Schwere.

Wenn wir bei einer Wasserfläche ein Teilchen erheben, lassen es dann los, so wird es durch die Schwere heruntergezogen, erhält Geschwindigkeit und sinkt daher tiefer, als dem Gleichgewicht entspricht. Dabei verdrängt es die rings benachbarten Teilchen, die

gehoben werden, dann wieder sinken und die Bewegung wieder an ihre Nachbarn übertragen. Jedes einmal bewegte Teilchen gerät in Schwingungen, die allmählich durch die Reibung vernichtet werden. Gleichzeitig entstehen kreisförmige Wellen, die mit abnehmender Intensität nach allen Seiten aus einander laufen. Die Bewegung der Teilchen ist nicht eine rein transversale, sie schwingen nicht in senkrechten geraden Linien hin und her, sondern in Kreisen oder Ellipsen, vielfach auch in nicht geschlossenen Kurven, wobei dann die ganze Wassermenge fortwandert. Nach der Tiefe zu nimmt die Amplitude ab und verschwindet endlich ganz.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wasserwellen hängt zunächst von der Höhe der Welle, der Amplitude ab und wächst mit ihr. Daher läuft die Welle immer langsamer weiter, je mehr sie sich von der Erregungsstelle entfernt. Weiter ist die Geschwindigkeit um so kleiner, je weniger tief das Wasser ist, wegen der Reibung, die die Schwingungsbewegung verzögert. In der Ostsee beobachtet man Wellen von $2\frac{1}{2}\,m$ Höhe, im Mittelmeer von $6\,m$, im Atlantischen Ozean von $20\,m$ und mehr; letztere bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von etwa $10\,\frac{m}{sec}$ weiter, und nach der Tiefe erstreckt sich die Bewegung bis auf mehr als $100\,m$.

Wenn der Wind auf die Wellen wirkt, so werden die Wellenkämme stärker beschleunigt, sie holen die Thäler ein und kippen über; dasselbe tritt ein, wenn die Welle an den Strand läuft, weil hier die Thäler durch Reibung am Meeresgrund stärker verzögert werden.

Die allgemeinen Gesetze aller Wellenbewegungen, das Huyghenssche Prinzip und das Prinzip von der Superposition, gelten auch hier. Man kann das letzterem Prinzipe gehorchende schöne Schauspiel oft beobachten, wie verschiedene Wellenzüge über einander fortlaufen, sich durchkreuzen. — Durch Reflexion und Interferenz bilden sich auch hier stehende Wellen.