

## Abschnitt II.

### Allgemeine Physik der Ponderabilien.

§ 61. Wenn wir die verschiedenen in der Natur vorkommenden Körper betrachten, so können wir drei grosse Klassen unterscheiden. Die Unterschiede derselben bestehen in der verschiedenen Grösse des Widerstandes, welchen die Klassen Aenderungen der Körpergestalt entgegensetzen. Es gibt zwei Arten solcher Aenderungen: wir können das Volumen ändern oder die Form ändern. Die drei Klassen, welche man als Aggregatzustände bezeichnet, sind folgendermassen zu definieren:

1. Die starren oder festen Körper zeigen grossen Widerstand gegen Formänderung und grossen Widerstand gegen Volumänderung.

2. Die flüssigen Körper haben grossen Widerstand gegen Volumänderung, kleinen Widerstand gegen Formänderung; wir können Wasser ohne Widerstand aus einem Glase in eine Flasche oder Schale füllen, die Hand eintauchen u. s. w., trotzdem dabei die Form geändert wird.

3. Die gasförmigen Körper haben kleinen Widerstand gegen Formänderung und kleinen Widerstand gegen Volumänderung.

Diese drei Klassen sind nicht streng geschieden, es gibt vielmehr alle Zwischenstufen. So zeigt z. B. Blei einen mässigen Widerstand gegen Formänderung, noch kleiner ist derselbe bei gequollener Gelatine oder Gallerten, sie stehen also zwischen der ersten und zweiten Klasse. Ebenso bilden z. B. stark verdichtete Gase eine Zwischenstufe zwischen der zweiten und dritten Klasse.

## A. Flüssige Körper.

§ 62. Wir wollen uns zunächst mit den Flüssigkeiten beschäftigen, und zwar mit den Erscheinungen, welche dieselben darbieten, wenn sie in Ruhe sind, mit der Hydrostatik.

Die Flüssigkeiten haben grossen Widerstand gegen Volumänderung. Er ist so gross, dass sich eine Kompressibilität lange Zeit überhaupt nicht nachweisen liess. Die Versuche wurden dadurch erschwert, dass wir die Flüssigkeiten in Gefässe einschliessen müssen, welche unter dem hohen Druck ihre Form ändern oder springen. Erst Oerstedt gelang es, durch Konstruktion seines Piezometers diese Schwierigkeiten zu überwinden und sicher nachzuweisen, dass Flüssigkeiten kompressibel sind. Das Piezometer ist in Fig. 60 dargestellt; es besteht aus einem starken Glasgefäss A, auf welches ein Deckel fest aufgeschraubt wird, welcher eine kleine Druckpumpe mit T-förmig durchbohrtem Hahn enthält, so dass man Wasser in das Gefäss pressen kann. A wird ganz mit Wasser gefüllt; auf seinem Boden steht ein Schälchen mit Quecksilber und in dieses wird das eigentliche Kompressionsgefäss B mit seiner Spitze eingetaucht. Dasselbe besteht aus einem birnen- oder kugelförmigen Glasgefäss, an welches eine sehr enge Glasröhre angeschmolzen ist. B wird vor dem Einsetzen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. Alkohol, gefüllt. Pressen wir nun mit der Pumpe P Wasser in das Gefäss, so entsteht hier ein grösserer Druck, der auf das Quecksilber in der Schale wirkt und dasselbe in die Kapillare hineinzutreiben sucht, wodurch der Druck auch auf den in B befindlichen Alkohol übertragen wird. Das Gefäss B erfährt also von aussen und innen den gleichen Druck. Ist der Alkohol kompressibel, so nimmt er ein kleineres Volumen ein, d. h. Quecksilber steigt in die enge Röhre; die Volumabnahme ist direkt gleich dem Volumen des eindringenden Quecksilbers. Der Versuch zeigt, dass in der That alle Flüssigkeiten kompressibel sind.

Im Piezometer steht noch ein Rohr C, welches mit Luft gefüllt ist; es ist ein Manometer (siehe § 106), und dient dazu, den Druck, der im Apparat herrscht, zu bestimmen.

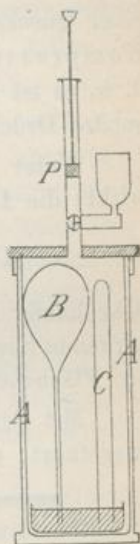


Fig. 60.

Wir messen aber so nicht die wahre Volumabnahme; denn auch die Gefässwände von B werden zusammengedrückt, der innere freie Raum wird grösser und wir beobachten in Wahrheit die Summe aus der Volumabnahme der Flüssigkeit und der Volumzunahme des Gefässraumes. Erst Regnault lehrte die Ausdehnung des Gefässraumes zu bestimmen, so dass man danach die wahre Kompressibilität berechnen kann. Es zeigt sich, dass die Volumabnahme  $v$  nahezu proportional ist dem anfänglichen Volumen  $V$  und dem Druck  $p$ :  $v = \alpha V p$ , also  $\alpha = \frac{v}{V \cdot p}$ . Der Druck wird hierbei gewöhnlich nach Atmosphären, d. h. dem Druck einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe gemessen.  $\alpha$  heisst der Kompressibilitätskoeffizient, es ist  $\alpha = v$  für  $V = 1$ ,  $p = 1$ , d. h. es ist die Volumverringerng der Volumeinheit für 1 Atmosphäre Druckzunahme.

Unter Druck verstehen wir eine Kraft, die auf eine Fläche wirkt; die Dimension eines Druckes wird daher sein:

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{[\text{MLT}^{-2}]}{[\text{L}^2]} = [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}].$$

Sehr häufig aber wird auch die ganze auf eine Fläche gleichmässig wirkende Kraft als Druck bezeichnet, und davon noch obiger Druck pro Flächeneinheit unterschieden.

Mit dem Regnaultschen Apparat sind Versuche von Grassi ausgeführt; er fand

Flüssigkeit	Temp.	$\alpha$
Wasser . . . . .	0°	0,000050
Alkohol . . . . .	7°	0,000085
Aether . . . . .	0°	0,000120
Chloroform . . . . .	8°	0,000063
Quecksilber . . . . .	0°	0,000003
Glas . . . . .	—	0,0000022

$\alpha$  erweist sich von der Temperatur abhängig; bei allen Flüssigkeiten nimmt  $\alpha$  mit der Temperatur zu, nur bei Wasser nimmt es zunächst ab (bis etwa 50°), um dann auch zu steigen.

Folgende Tabelle gibt einige Zahlen von Amagat:

Alkohol: $0^\circ \alpha = 0,0000959$	Aether: $0^\circ \alpha = 0,0001470$
$20^\circ \alpha = 0,0001118$	$20^\circ \alpha = 0,0004764$
Wasser: $0^\circ \alpha = 0,0000511$	
$10^\circ \alpha = 0,0000483$	
$50^\circ \alpha = 0,0000449$	
$70^\circ \alpha = 0,0000462$	
$100^\circ \alpha = 0,0000478$	

Ferner nimmt bei allen Flüssigkeiten die Kompressibilität ab mit steigendem Druck. So findet Amagat den Koeffizienten bei  $0^\circ$ :

	Wasser	Alkohol	Aether
1— 500 Atm. . . .	0,0000475	0,0000769	0,0001072
500—1000 „ . . .	0,0000416	0,0000566	0,0000708
1000—1500 „ . . .	0,0000358	0,0000485	0,0000537
1500—2000 „ . . .	0,0000324	0,0000358	0,0000452
2000—2500 „ . . .	0,0000292	0,0000331	0,0000371
2500—3000 „ . . .	0,0000261	0,0000284	0,0000317

Wie die Zahlen zeigen, sind die Volumänderungen bei den gewöhnlich vorkommenden Drucken so klein, dass wir sie vernachlässigen, die Flüssigkeiten als inkompressibel betrachten können.

§ 63. Die zweite charakteristische Eigenschaft der Flüssigkeiten ist ihr geringer Widerstand gegen Formänderung; aus derselben ergibt sich die wichtige Folgerung, dass durch das Innere einer Flüssigkeitsmasse jeder Druck nach allen Seiten übertragen wird. Ist in Fig. 61 A der Querschnitt eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes mit durch Stempel verschlossenen Ansatzröhren, 1, 2, 3, 4, und pressen wir den einen Stempel mit dem Druck  $p$  hinein, so wird von der stärker gepressten Stelle sofort Flüssigkeit nach den schwächer gepressten hinüberfließen, bis überall der gleiche Druck herrscht. Dieser Druck wird also überall von der Flüssigkeit normal zur Oberfläche ausgeübt. Denken wir uns in der Flüssigkeit eine beliebig gerichtete Fläche, oder einen Körper, so erleiden auch diese denselben stets normalen Druck  $p$ . Einen so beschaffenen Druck nennt man einen hydrostatischen Druck; derselbe ist also von konstanter Grösse und durchweg normal zur

Oberfläche. Sind die Querschnitte der Stempel  $q_1, q_2 \dots$ , so müssen wir auf den Stempel 1 die Kraft  $p q_1$  ausüben; dann drücken die anderen mit den Kräften  $p q_2, p q_3 \dots$  nach aussen; die Kräfte sind also den Querschnitten proportional.

Wir sind dadurch im stande, durch eine kleine Kraft einen grossen Druck auszuüben; dies wird bei der hydraulischen oder hydrostatischen Presse benutzt. Fig. 62 skizziert deren Prinzip: Zwei feste Cylinder A und B sind durch die Röhre C mit einander verbunden. In ihnen bewegen sich wasserdicht Stempel mit den Querschnitten  $q$  und  $Q$ . Drücken wir den kleinen Stempel mit der

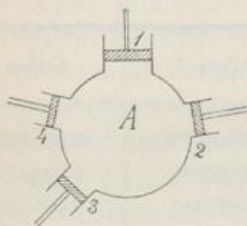


Fig. 61.

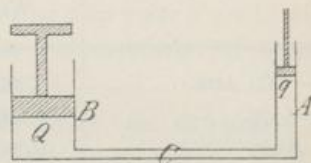


Fig. 62.

Kraft  $p$  pro Flächeneinheit herunter, so brauchen wir die Kraft  $p q$ , wofür der grosse Stempel mit der Kraft  $p Q$  heraufgetrieben wird; die Kraft wird im Verhältnis von  $q:Q$  vergrössert. In Wahrheit ist A eine Druckpumpe, so dass beim Heben von  $q$  neues Wasser eingesaugt, beim Herunterdrücken der Stempel  $Q$  weiter gehoben wird.

Die hydraulischen Pressen werden vielfach in der Technik benutzt, um mit grosser Kraft Körper zusammenzupressen, sie zu heben u. s. w. Sie sind den Schraubenpressen ausserordentlich überlegen dadurch, dass sie ohne Reibung arbeiten, während bei Ueberwindung sehr grosser Widerstände die Reibung der Schraube in der Mutter sehr viel Kraft unnütz verbraucht.

Arbeit wird auch durch diese Pressen nicht gewonnen; sinkt der Stempel  $q$  um  $h$ , so wird das Flüssigkeitsvolumen  $v = h q$  aus A verdrängt; dadurch nimmt das Volumen in B um  $v$  zu, der Stempel  $Q$  steigt um  $H$ , so dass  $s = QH$ . Die Verschiebungsstrecken verhalten sich also umgekehrt wie die Querschnitte, und das Produkt aus Kraft mal Strecke ist auf beiden Seiten gleich.

§ 64. Aus der leichten Beweglichkeit der Flüssigkeitsteilchen folgt, dass eine freie Oberfläche nur dann im Gleichgewicht sein kann, wenn sie senkrecht zur wirkenden Kraft steht, weil nur

dann die Kraft keine Bewegung der Teilchen mehr hervorzubringen strebt. Ist die einzige Kraft die Schwere, so stellt sich die Oberfläche horizontal ein.

Es ist früher aus diesem Grunde angenommen worden, die Oberfläche der Meere bilde eine Kugel, — wenn wir vom elliptischen Querschnitt, den die Erde infolge ihrer Rotation besitzt, absehen, — d. h. ein Lot zur Meeresfläche würde stets den Erdmittelpunkt treffen, und derselbe würde von der Oberfläche überall gleich weit entfernt sein. Neuere Messungen und Ueberlegungen stellen dies aber in Frage: Die Kontinente, namentlich die, welche steil aus dem Meere aufsteigen, müssen das Wasser stark anziehen, die Richtung des Lotes wesentlich ablenken (§ 30). Da das Lot die Richtung der Kraft angibt, muss die Wasserfläche senkrecht zu ihr stehen; das Meeresniveau würde also vom freien Ozean aus nach den Küsten hin in die Höhe steigen, sich vom Erdmittelpunkt entfernen. Man hat berechnet, dass die Höhendifferenz mehrere hundert Meter betragen kann.

§ 65. Flüssigkeiten erzeugen durch ihr Gewicht in ihrem Innern einen Druck. Denken wir uns in der Tiefe  $h$  unter dem freien Niveau, wo ein Druck  $= 0$  herrsche, eine horizontale Fläche, deren Querschnitt  $q$  sei, so hat diese das Gewicht der auf ihr

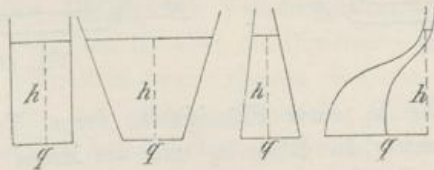


Fig. 63.

ruhenden Flüssigkeit zu tragen. Das Volumen derselben ist  $hq$ ; nennen wir die Masse der Volumeinheit der Flüssigkeit  $d$ , so ist das Gewicht, welches auf die Fläche  $q$  drückt:  $hq dg$ ; die Flächeneinheit hat daher den Druck  $h dg$  zu tragen. In jeder Flüssigkeitsschicht herrscht also ein hydrostatischer Druck  $h dg$ , welcher der Tiefe  $h$  proportional zunimmt. Ruht auf der Oberfläche noch der Druck  $p$  pro Flächeneinheit, so überträgt sich derselbe durch die Flüssigkeit, und wir haben im Innern den Druck  $p + h dg$ .

Es ergibt sich daraus eine eigentümlich aussehende Folgerung für den Druck auf den Boden eines Gefäßes mit Flüssigkeit. In Fig. 63 sind vier Gefäße von verschiedener Form, aber gleicher

Bodengrösse  $q$ , und bis zu derselben Höhe  $h$  mit Flüssigkeit gefüllt dargestellt. In allen diesen Fällen hat der Boden den gleichen Druck  $h q d g$  auszuhalten, obgleich das Gewicht der Flüssigkeit in den Gefässen sehr verschieden ist. Der hydrostatische Druck in einer Schicht der Flüssigkeit hängt aber nur von der Höhe der Drucksäule,  $h$ , ab, nicht vom Querschnitt derselben, und den Druck auf eine feste Fläche, z. B. den Boden, erhalten wir dann immer, indem wir den Inhalt der Fläche mit dem Druck in der betreffenden Schicht multiplizieren.

§ 66. Haben wir zwei mit einander verbundene aufrechte Röhren, die mit Flüssigkeit gefüllt sind, so heisst ein solches System kommunizierende Röhren. Wenn in denselben Flüssigkeit in Ruhe sein soll, so muss in einer gemeinsamen Schicht  $E$  (Fig. 64) der Druck überall der gleiche sein. Haben wir links über dieser

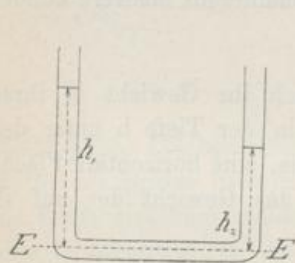


Fig. 64.

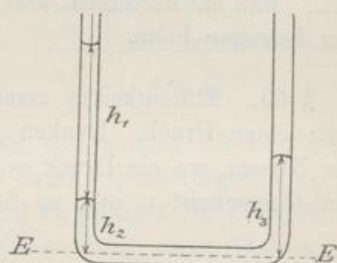


Fig. 65.

Schicht die Höhe  $h_1$  einer Flüssigkeit, deren Volumeinheit die Masse  $d_1$  hat, rechts die Höhe  $h_2$  und die Masse der Volumeinheit  $d_2$ , so sind die Drucke:  $h_1 d_1 g$  und  $h_2 d_2 g$ . Diese müssen gleich sein:

$$h_1 d_1 = h_2 d_2.$$

Diese Gleichung heisst das Gesetz der kommunizierenden Röhren. Ist die Flüssigkeit in beiden Schenkeln identisch, so ist  $d_1 = d_2$ , also auch  $h_1 = h_2$ , d. h. in kommunizierenden Röhren steht dieselbe Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch. Anders ist es, wenn wir verschiedene Flüssigkeiten auf beiden Seiten haben: sei in Fig. 65 in das Rohr zuerst Quecksilber eingefüllt, dann in den einen Schenkel noch eine zweite Flüssigkeit. Deren Gewicht drückt das Quecksilber herunter, hebt es im anderen Schenkel. In der Schicht  $E$  müssen wieder die Drucke auf beiden Seiten gleich gross sein, also  $h_1 d_1 + h_2 d_2 = h_3 d_2$ , oder  $h_1 d_1 = (h_3 - h_2) d_2$ ,

d. h. die Gewichte der Volumeinheit verhalten sich umgekehrt, wie die Höhen, wenn wir diese von der niedrigeren Oberfläche der schwereren Flüssigkeit an messen.

§ 67. Die Grösse, welche wir bisher die Masse der Volumeinheit genannt haben, ist sehr wichtig; sie wird auch Dichte oder gewöhnlich spezifisches Gewicht genannt. Wir finden die Dichte  $d$  eines Körpers, indem wir seine Masse  $m$  durch sein Volumen  $v$  dividieren; wir haben also die Gleichung

$$d = \frac{m}{v}, \text{ woraus noch folgt } m = dv \text{ und } v = \frac{m}{d}.$$

Danach ist die Dimension der Dichte  $d = \frac{[M]}{[L^3]} = [ML^{-3}]$ .

Es lässt sich aber das spezifische Gewicht auch definieren als das Verhältnis der Masse eines beliebigen Volumens eines Körpers zu der Masse des gleichen Volumens Wasser von 4°. Dass diese Definition mit der obigen für die Dichte identisch ist, ergibt sich daraus, dass das Kubikcentimeter Wasser von 4° die Masse von 1 *g* enthält, das dem Körper gleiche Volumen Wasser also so viel Gramm Masse enthält, als der Körper Kubikcentimeter einnimmt. Wir erhalten daher das gleiche Resultat, ob wir die Masse des Körpers durch die Zahl der Kubikcentimeter seines Volumens dividieren oder durch Anzahl Gramm des gleichen Volumens Wasser.

Nach dieser Definition ist aber die Dimension des spezifischen Gewichtes als das Verhältnis zweier Massen eine reine Zahl, welche angibt, eine wie viel mal grössere Masse der Körper besitzt, als Wasser. Die Dimension des spezifischen Gewichtes scheint also eine andere, als die der Dichte. Im absoluten Maßsystem nehmen wir aber die Masse der Volumeinheit des Wassers als Einheit der Masse, d. h.  $[L^3] = [M]$ , daher wird auch die Dimension der Dichte  $[ML^{-3}]$  im absoluten Maßsystem eine reine Zahl, in Uebereinstimmung mit dem spezifischen Gewicht.

Das spezifische Gewicht wird am genauesten bestimmt mittelst der Pyknometer, kleiner gut verschliessbarer Fläschchen. Fig. 66 stellt ein solches dar, bei welchem der eingeschliffene Stöpsel als Thermometer gestaltet ist; seitlich ist noch eine ebenfalls verschliessbare Kapillare angeschmolzen, damit die Flüssigkeit sich bei Temperaturänderung während der Wägung ausdehnen kann. Wir wiegen das Pyknometer leer, das Gewicht sei  $a$ , wir füllen es sorgfältig ganz voll mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, das



Gewicht sei  $b$ , wir füllen es mit Wasser (von  $4^{\circ}$ ), das Gewicht sei  $c$ . Dann ist  $b - a$  das Gewicht der Flüssigkeit, die das Fläschchen füllt,  $c - a$  das Gewicht des gleichen Volumens Wasser, also

$$d = \frac{b - a}{c - a}.$$

Das Pyknometer ist auch das beste Instrument zur Bestimmung des spezifischen Gewichts fester Körper.

Das Fläschchen wiege leer  $a$ , mit Wasser gefüllt  $b$ ; wir trocknen es und füllen es mit Stücken des Körpers, es wiege  $c$ . Bei dieser Wägung sind leere Zwischenräume zwischen den Stücken; diese füllen wir jetzt ganz mit Wasser, das Gewicht sei  $e$ . Dann ist  $b - a$  das Gewicht des Wassers, welches das Fläschchen ganz füllt,  $c - a$  das Gewicht des Körpers,  $e - c$  das Gewicht des Wassers, welches neben dem festen Körper ins Pyknometer geht, also  $b - a - (e - c)$  das Gewicht des vom Körper verdrängten Wassers, welches ihm natürlich an Volum gleich ist; folglich  $d = \frac{c - a}{b + c - a - e}$ .



Fig. 66.

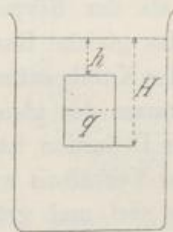


Fig. 67.

§ 68. Eine zweite Methode, das spezifische Gewicht zu bestimmen, beruht auf dem archimedischen Prinzip: dasselbe sagt aus, dass ein jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper so viel von seinem Gewicht verliert, als die durch ihn verdrängte Flüssigkeit wiegt. Der Beweis dieses Satzes ist leicht zu geben. Sei der Körper (Fig. 67) zunächst ein Cylinder vom Querschnitt  $q$ . Seine Masse sei  $m$ , so ist sein Gewicht  $mg$ , welches nach unten zieht. Er sei ganz untergetaucht; dann drückt von allen Seiten das Wasser normal auf seine Oberfläche. Der Druck von den Seiten ist aber für Bewegung unwirksam, da er von allen Seiten gleich und entgegengesetzt ist. Es bleibt nur der Druck auf den oberen und unteren Querschnitt zu betrachten. Liege die obere Fläche um  $h$ ,

die untere um  $H$  unter der Oberfläche der Flüssigkeit, deren spezifisches Gewicht  $d$  sei. Dann wirkt von oben die Kraft  $qhdg$  abwärts, von unten die Kraft  $qHdg$  aufwärts. Im ganzen wirken also auf den Cylinder nach abwärts:

$$mg + qhdg - qHdg = mg - q(H-h)dg = mg - vdg,$$

wenn wir mit  $v$  das Volumen des Cylinders, also auch der verdrängten Flüssigkeit bezeichnen. Das Gewicht  $mg$  des Körpers erscheint also verringert um  $vdg$ , das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. — Da wir uns jeden Körper als aus unendlich dünnen Cylindern zusammengesetzt denken können, gilt der Satz für jede Körperform. — Die Gewichtsverringerung nennt man den Auftrieb; er ist also eine Folge des hydrostatischen Druckes.

Nach diesem Satz lässt sich das spezifische Gewicht eines festen Körpers leicht bestimmen: wir hängen ihn mittelst eines möglichst dünnen Fadens (Platindraht, Kokonfaden) an der Wage auf, wiegen ihn in Luft, sein Gewicht sei  $a$ ; dann wiegen wir ihn zum zweitenmal, während er in einem untergesetzten Gefäss mit Wasser hängt; es finde sich das kleinere Gewicht  $b$ ; dann ist  $a - b$

das Gewicht des verdrängten Wassers, also  $d = \frac{a}{a-b}$ .

Dieselbe Methode ist für Flüssigkeiten brauchbar: wir hängen an der Wage einen sog. Tauchkörper (z. B. ein Stück Glas oder zweckmässiger ein kleines Thermometer) auf, wiegen ihn in Luft, das Gewicht sei  $a$ , dann in Wasser hängend, das Gewicht sei  $b$ , endlich in der zu bestimmenden Flüssigkeit hängend, das Gewicht sei  $c$ . Dann ist  $a - c$  das Gewicht der durch den Tauchkörper verdrängten, ihm an Volumen gleichen Flüssigkeit,  $a - b$  das Gewicht des gleichen Volumens Wasser, also  $d = \frac{a-c}{a-b}$ .

§ 69. Bei allen Bestimmungen des spezifischen Gewichts, zum Teil auch bei den gewöhnlichen Wägungen, ist noch folgendes zu beachten:

1. Das Gewicht des Körpers soll verglichen werden mit dem des gleichen Volumens Wasser von  $4^{\circ}$  C. Man wird fast nie wirklich Wasser von  $4^{\circ}$  zur Verfügung haben, sondern von irgend einer anderen Temperatur, welche beobachtet werden muss; man ersieht dann aus Tabellen über die Dichte des Wassers bei verschiedenen Temperaturen, wie viel das gleiche Volumen Wasser bei  $4^{\circ}$  gewogen haben würde, und dieser Wert ist zur Rechnung zu verwenden.

2. Wenn wir in Luft wiegen, verdrängt der Körper und ebenso die Gewichtsstücke Luft. Nach dem archimedischen Prinzip werden sie dadurch erleichtert um das Gewicht der verdrängten Luft. Um das wahre Gewicht zu erhalten, muss man die Wägung auf den luftleeren Raum reduzieren. Das geschieht so: Sei  $Mg$  das wahre Gewicht des Körpers,  $S$  sein spezifisches Gewicht,  $mg$  das wahre Gewicht der Gewichtsstücke,  $s$  ihr spezifisches Gewicht. Dann ist (§ 67) das Volumen des Körpers:

$$V = \frac{M}{S}, \text{ der Gewichtsstücke } v = \frac{m}{s}.$$

Ist  $\lambda$  die Dichte der Luft, so verliert der Körper  $V\lambda g$ , die Gewichtsstücke  $v\lambda g$ , und mit diesem Verlust sind ihre Gewichte gleich;

$$Mg - V\lambda g = mg - v\lambda g \text{ oder } M - \frac{M}{S}\lambda = m - \frac{m}{s}\lambda.$$

$$M \left(1 - \frac{\lambda}{S}\right) = m \left(1 - \frac{\lambda}{s}\right), \text{ woraus } M = m \frac{1 - \frac{\lambda}{s}}{1 - \frac{\lambda}{S}}, \text{ oder}$$

$$M = m \left(1 + \frac{\lambda}{S} - \frac{\lambda}{s}\right), \text{ wenn wir höhere Potenzen von } \lambda \text{ vernachlässigen;}$$

das ist erlaubt, da  $\lambda$  sehr klein ist:  $\lambda = 0,0012$  im Mittel. Bei sehr genauen Wägungen muss  $\lambda$  für den besonderen Fall berechnet werden aus Luftdruck, Temperatur, Feuchtigkeitsgehalt der Luft. — Wie man sieht, ist die Korrektur desto grösser, je verschiedener das spezifische Gewicht von Körper und Gewichtsstücken ist, wird 0, wenn beide aus der gleichen Substanz bestehen.

§ 70. In der folgenden Tabelle sind die spezifischen Gewichte einiger fester und flüssiger Körper zusammengestellt, welche sich auf  $0^\circ$  beziehen:

Iridium . . . . .	22,42	Natrium . . . . .	0,98
Platin . . . . .	21,50	Schwerspat . . . . .	4,47
Gold . . . . .	19,32	Flintglas (schwer) . . . . .	3,60—3,90
Blei . . . . .	11,37	Glas . . . . .	2,50—2,70
Silber . . . . .	10,53	Granit . . . . .	2,50—2,90
Kupfer . . . . .	8,92	Kalkstein . . . . .	2,40—2,80
Eisen . . . . .	7,86	Diamant . . . . .	3,52
Zinn . . . . .	7,29	Steinkohlen . . . . .	1,23—1,51
Zink . . . . .	7,15	Kochsalz . . . . .	2,08
Aluminium . . . . .	2,60	Kupfervitriol . . . . .	2,21

Ebenholz . . . . .	1,19	Salpetersäure . . . . .	1,51
Eichenholz . . . . .	0,95	Salzsäure . . . . .	1,28
Lindenholz . . . . .	0,56	Wasser (4°) . . . . .	1,00
Kork . . . . .	0,24	Olivenöl . . . . .	0,915
		Terpentinöl . . . . .	0,872
Quecksilber . . . . .	13,55	Alkohol abs. . . . .	0,792
Schwefelsäure . . . . .	1,84	Schwefeläther . . . . .	0,736

§ 71. Wenn wir in eine Flüssigkeit einen Körper untertauchen, welcher spezifisch leichter ist als die Flüssigkeit, so würde der Auftrieb grösser sein als das Gewicht des Körpers; der Körper würde negatives Gewicht haben, scheinbar von der Erde abgestossen werden; daher taucht ein Teil des Körpers auf, derselbe schwimmt; er nimmt dabei eine solche Lage ein, dass sein ganzes Gewicht gerade gleich dem der verdrängten Flüssigkeit ist, weil dann die Schwere ihn nicht mehr zu verschieben sucht. Ist also  $V$  das Volumen des festen Körpers,  $S$  sein spezifisches Gewicht,  $v$  sein eintauchendes Volumen,  $s$  das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, so ist stets  $VS = vs$ . Derselbe Körper wird also in verschiedenen Flüssigkeiten um so tiefer einsinken, je leichter sie sind. Haben wir für eine zweite Flüssigkeit  $v_1$  und  $s_1$ , so ist:

$$VS = vs = v_1s_1, \text{ also } \frac{v}{v_1} = \frac{s_1}{s}.$$

Darauf beruhen die Aräometer, Instrumente, welche schnell das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit ohne Wage bestimmen lassen. Sie bestehen aus einem weiteren Glasteil,  $A$ , welcher unten in  $B$  etwas Quecksilber enthält, damit der Apparat aufrecht schwimmt; daran ist oben eine enge Röhre  $C$ , der Stiel, geschmolzen; der ganze Apparat ist mit Luft gefüllt. Die Quecksilbermasse in  $B$  wird meist benutzt, um ein Thermometer zu bilden, welches gleich die Temperatur der Flüssigkeit anzeigt, da mit derselben das spezifische Gewicht sich ändert. Man bringt ihn in Wasser, bezeichnet die Stelle, bis zu welcher er eintaucht, mit 1,00, dem spezifischen Gewicht des Wassers. Wir nennen dies eingetauchte Volumen  $v$ . Dann bringt man auf dem Stiele eine Teilung derart an, dass das Volumen bis zu diesen Strichen

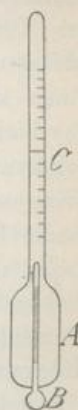


Fig. 68.

$$\frac{v}{1,01}; \frac{v}{1,02}; \frac{v}{1,03} \dots \text{ resp. } \frac{v}{0,99}; \frac{v}{0,98}; \frac{v}{0,97} \text{ u. s. w.}$$

beträgt. Taucht dann in einer Flüssigkeit das Aräometer z. B. bis zu dem Teilstrich ein, welcher  $\frac{v}{1,03}$  entspricht, so haben wir, wenn wir das spezifische Gewicht des Wassers  $s = 1$ , das der Flüssigkeit  $s_1$  nennen:

$$v s = \frac{v}{1,03} s_1, \text{ also } s_1 = 1,03 s = 1,03;$$

wir schreiben also an die so gebildeten Teilstriche 1,01; 1,02 . . . 0,99; 0,98 . . .; man liest direkt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ab an dem Teilstrich, bis zu welchem das Instrument eintaucht.

Solche Instrumente werden namentlich in der Technik gebraucht, um z. B. den Gehalt von wässrigem Alkohol an absolutem Alkohol zu erfahren, welcher durch das spezifische Gewicht angegeben wird. Dann gibt die Teilung meist direkt diesen Gehalt an, man nennt das Instrument dann Alkoholometer; ebenso hat man Alaunspindeln, Salzspindeln u. s. w., die direkt den Salzgehalt einer Lösung ablesen lassen.

§ 72. Die bisher besprochenen Erscheinungen erleiden einige Aenderungen durch Kräfte, welche zwischen den kleinsten Teilchen der Körper wirken. Für unsere Augen scheinen die festen und flüssigen Körper aus kontinuierlicher Masse zu bestehen, so dass in ihnen keine Stelle frei von Masse ist. Aber eine grosse Reihe physikalischer Vorgänge, wozu namentlich die Wärmeercheinungen gehören, zwingen uns anzunehmen, dass alle Körper aus durch Zwischenräume getrennten Partikeln bestehen, welche in fortwährender Bewegung begriffen sind. Die kleinsten denkbaren Teilchen nennt man Molekeln oder Moleküle; gehören dieselben einer chemischen Verbindung an, so müssen sie noch kleinere Teile der Elemente enthalten, welche man Atome nennt. Zwischen den Molekeln müssen zweierlei Kräfte thätig sein: anziehende und abstossende; wir sehen ja, dass ein Körper sowohl der Kompression als der Dehnung Widerstand leistet, was eben eine Folge der abstossenden und anziehenden Kräfte ist. Die Molekeln sind so klein, — man kann ihren Durchmesser angenähert berechnen, er beträgt einige Milliontel Millimeter —, dass wir selbst mit den besten Mikroskopen nicht im stande sein können, sie zu sehen, so dass in der Annahme eines solchen Körperbaues kein Widerspruch mit der Erfahrung liegt.

Beide Kräfte müssen mit der Entfernung zweier Molekeln von einander abnehmen; wir kennen leider nicht das Gesetz, nach welchem diese Abnahme stattfindet, aber es lässt sich zeigen, dass die Anziehung langsamer abnehmen muss als die Abstossung, weil sonst kein Gleichgewichtszustand existieren könnte. Fig. 69 erläutert dies: wir stellen graphisch die Kräfte dar in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung. Auf der  $x$ -Axe tragen wir die Entfernung, auf der  $y$ -Axe die Grösse der Kraft auf. Dann stelle die Kurve  $a$  die Aenderung der Anziehung,  $b$  die der Abstossung dar; die Kurven schneiden sich in  $c$ , d. h. für die Entfernung  $od$  sind die Kräfte gleich, in diesen Abstand begeben sich die Molekeln, wenn keine äusseren Kräfte wirken; nähern wir sie, so überwiegt  $b$ , die Abstossung, entfernen wir sie, so überwiegt  $a$ , die Anziehung, d. h. es ergibt sich ein Widerstand sowohl gegen Kompression als gegen Dilatation. Die Abstossung ist wahrscheinlich nur eine Wirkung der Wärme; wir kommen darauf zurück (§ 157).

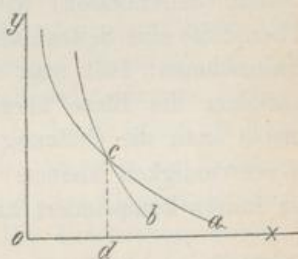


Fig. 69.

§ 73. Wir wollen zunächst Wirkungen besprechen, welche die anziehenden Kräfte bei Flüssigkeiten hervorbringen. Im Innern einer Flüssigkeit ist jedes Molekel von anderen gleichartigen allseitig umgeben, welche anziehend wirken; es nimmt eine solche Lage ein, dass alle anziehenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Ein Molekel in der Oberfläche aber verhält sich anders: es ist nur auf der Flüssigkeitsseite von anderen umgeben, welche es hineinziehen; die Molekel auf der anderen Seite, welche ersteren das Gleichgewicht halten, fehlen. Die Folge muss sein, dass in der Oberfläche die Molekel stärker nach innen gezogen werden, so, als ob von aussen ein normaler Druck auf sie wirke. Haben wir eine kugelförmig begrenzte Flüssigkeitsmasse, so ist dieser Druck radial, die Oberfläche sucht sich zusammenzuziehen, es ist in der Oberfläche eine Spannung vorhanden, wie in einem aufgeblasenen Kautschukballon. Man bezeichnet diese Anziehungskraft zwischen gleichen Teilchen, welche die Oberflächenspannung hervorbringt, als Kohäsion.

Eine Folge dieser Spannung ist, dass jede kleine Flüssigkeitsmasse, z. B. Regentropfen, die Gestalt einer Kugel annimmt, weil

dann bei gegebenem Volumen die Oberfläche am kleinsten ist. Besonders deutlich macht sich die Spannung kenntlich bei dünnen Flüssigkeitshäuten, wie man sie z. B. aus Seifenlösung erhalten kann. Die höchst interessanten Versuche von Plateau, auf die wir nicht näher eingehen können, zeigen, dass stets, wenn eine solche Haut zwischen gegebenen Grenzen hergestellt wird, sie eine Fläche mit kleinster Oberfläche bildet.

Wie Flüssigkeitstropfen, so nehmen daher auch Flüssigkeitsblasen (Seifenblasen) Kugelgestalt an. Wenn wir mittelst einer Thonpfeife eine Seifenblase blasen, so kann man die Spannung leicht wahrnehmen: hält man nämlich die Oeffnung bei a (Fig. 70) zu, nachdem die Blase hergestellt ist, so behält diese ihre Grösse; macht man die Oeffnung frei, so wird die Blase mit wachsender Geschwindigkeit kleiner. Durch ihre Spannung wird also die Luft im Innern komprimiert und aus a ausgetrieben. Wir können daraus

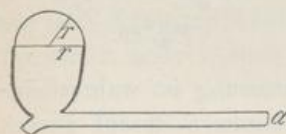


Fig. 70.

auch die Spannung berechnen: sei die Blase halbkugelförmig, der Radius  $r$ ; er ist identisch mit dem Radius der Pfeifenkopfmündung. Die Spannung greift rings am Rande der Pfeife an, also an einer Länge  $2r\pi$ . Nennen wir die Spannung pro Längeneinheit  $T$ , so ist ihre Grösse  $2r\pi T$ . Dadurch wird die Luft in der Pfeife komprimiert, es entsteht im Querschnitt der Pfeifenöffnung, deren Fläche  $r^2\pi$  ist, ein Druck  $p$ , also die Kraft  $r^2\pi p$ . Dieselbe hält der Spannung das Gleichgewicht:

$$2r\pi T = \pi r^2 p, \quad T = \frac{r}{2} p, \quad p = \frac{2T}{r}.$$

Der Druck im Innern einer kugelförmigen Blase ist also umgekehrt proportional zum Radius, er kann daher bei kleinem Radius sehr gross werden. Ist die Blase keine Kugel, so hängt der Druck von den Hauptkrümmungsradien  $r_1$  und  $r_2$  ab; die Theorie zeigt, dass dann  $p = T \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ .  $T$  heisst die Kohäsionskonstante.

Die Dimension der Kohäsionskonstante ergibt sich aus der Gleichung:

$$T = \frac{rp}{2} = \text{Länge} \times \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = L \frac{mg}{L^2}; \quad \frac{T}{g} = [ML^{-1}],$$

oder 
$$T = \frac{\text{Grammgewicht}}{\text{Länge}}.$$

§ 74. Wie zwischen gleichen Flüssigkeitsteilchen, so besteht auch zwischen Flüssigkeiten und festen Körpern oder anderen Flüssigkeiten eine Anziehung; sie wird Adhäsion genannt. Für Körper, die von einer Flüssigkeit benetzt werden, ist die Adhäsion grösser als die Kohäsion der Flüssigkeit; denn tauchen wir z. B. einen Glasstab in Wasser und ziehen ihn nass heraus, so ist das ein Beweis dafür, dass die Wasserteilchen vom Stabe fester gehalten werden, als von den anderen Wasserteilchen.

Auf dieser Thatsache, dass durch Adhäsion die Flüssigkeit an einem festen Körper ganz festgehalten wird, beruht eine Methode zur Bestimmung der Kohäsionskonstante. Wenn wir aus einer engen Röhre vom Radius  $r$  Tropfen langsam fallen lassen, so überwindet im Moment des Abfallens die Schwere des Tropfens die Kraft, welche ihn bis dahin gehalten hat. Dies ist aber die Kohäsion; denn an der Röhre sitzt zunächst ganz fest eine Flüssigkeitsschicht und erst an dieser hängt der Tropfen. Die Kohäsionsspannung  $T$  wirkt dabei rings am Umfang der Röhre, die Kraft der Kohäsion ist also  $2r\pi T$ . Ist  $m$  die Masse des Tropfens, so ist  $mg$  sein Gewicht, also  $2r\pi T = mg$ . Dadurch, dass wir einige Tropfen auffangen und wiegen und den Radius  $r$  der Röhre messen, können wir also  $T$  bestimmen. So hat man gefunden:

Für Wasser . . . . .	$T = 8,253$	$\frac{\text{Milligrammgewicht}}{\text{Millimeter}}$
„ Olivenöl . . . . .	$T = 3,274$	„
„ Alkohol . . . . .	$T = 2,599$	„
„ Quecksilber . . . . .	$T = 55,030$	„

Bei den meisten Erscheinungen, die wir beobachten, wirken Adhäsion und Kohäsion zusammen. Tauchen wir eine benetzbare Platte in eine Flüssigkeit (Fig. 71), so werden die dicht über der Flüssigkeitsfläche liegenden Wandteilchen anziehend wirken, die Flüssigkeit wird in die Höhe gezogen. In der dadurch gekrümmten Oberfläche wirkt dann auch die Kohäsion, endlich sucht die Schwere die Teilchen herunterzuziehen. Unter der Wirkung dieser drei Kräfte, der Schwere, der Adhäsion, der Kohäsion, bildet, wie die Theorie zeigt, jede Flüssigkeit einen ganz bestimmten Winkel, den Randwinkel  $\vartheta$ , mit der Wand. Man findet, dass  $\cos \vartheta = \frac{A}{T}$ , wo  $A$  die gleich zu definierende Adhäsionskonstante ist,  $T$  die Kohäsionskonstante.



Besonders auffallend wird die Wirkung der Kräfte in engen Röhren, sog. Kapillarröhren. Wenn wir eine solche in Flüssigkeit tauchen, so wird in ihr durch Adhäsion rings am Rande Flüssigkeit in die Höhe gezogen; dadurch entsteht eine konkave Flüssigkeitsoberfläche. In solcher wirkt aber die Kohäsion, welche die Fläche möglichst klein, also eben zu machen sucht; in der

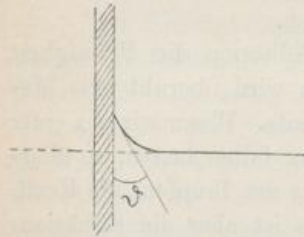


Fig. 71.

Mitte der Röhre wird die Flüssigkeit daher auch in die Höhe gezogen. Sofort zieht aber die Adhäsion den Rand wieder höher, die Kohäsion lässt die Mitte folgen, und so steigt die Flüssigkeit, bis das Gewicht der zu tragenden Säule zu gross wird. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit  $s$ , ihre Höhe  $h$ , der Radius der Röhre  $r$ , so ist das Volumen der getragenen Säule  $r^2 \pi h$ ,

ihr Gewicht  $sr^2 \pi hg$ . Dies wird getragen durch die rings am Rande der Röhre wirkende Adhäsionskraft. Nennen wir deren Grösse pro

Längeneinheit  $A$ , so ist also  $2r\pi A = sr^2 \pi hg$ , daraus  $A = \frac{rshg}{2}$ ,

$h = \frac{2A}{srg}$ . Die Steighöhe  $h$  ist also umgekehrt proportional zum

Durchmesser, sie wird sehr gross in engen Röhren. Aus der Steighöhe lässt sich  $A$  berechnen, seine Dimension ist identisch mit der von  $T$ , denn:  $2r\pi A = \text{Gewicht der Flüssigkeitssäule} = mg$ , also

$$\frac{A}{g} = \frac{m}{r} = [ML^{-1}], \text{ oder } A = \frac{\text{Gewicht}}{\text{Länge}}.$$

Bei nicht benetzenden Flüssigkeiten ist die Kohäsion grösser, als die Adhäsion; dann steigt die Flüssigkeit nicht auf, sondern wird hinuntergedrückt, es tritt eine Depression auf. Der wichtigste Fall dieser Art findet sich bei Quecksilber. Auch hier gilt ein ähnliches Gesetz, die Depression wächst mit abnehmendem Durchmesser; die folgende Tabelle gibt die ungefähre Grösse der Depression in Röhren:

Durchmesser	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20 mm
De- pression	4,56	2,04	1,15	0,69	0,42	0,26	0,16	0,10	0,06	0,04 mm

§ 75. Wir gehen nun über zu der Bewegung der Flüssigkeiten, der Hydrodynamik.

Eins der wichtigsten Gesetze folgt aus der Inkompressibilität der Flüssigkeiten: Fließt eine solche durch eine Röhre von variablem Querschnitt, und ist stationärer Zustand eingetreten, d. h. fließt in gleichen Zeiten die gleiche Menge hindurch, so muss durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit die gleiche Menge fließen; denn flösse z. B. durch  $a$  mehr zu, als durch  $b$  abfließt, so würde sich in dem Raume zwischen  $a$  und  $b$  allmählich die Flüssigkeit vermehren, was wegen der Inkompressibilität unmöglich ist. Also fließt durch alle Querschnitte das gleiche Volumen  $m = a l = b l_1$ .  $l$  und  $l_1$  sind aber die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Flüssigkeit in

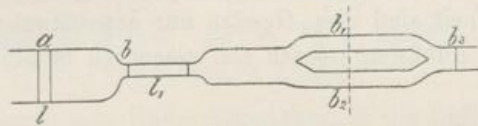


Fig. 72.

den Querschnitten bewegt; daher folgt aus Gleichung:  $l : l_1 = b : a$ : die Geschwindigkeit ist an jeder Stelle umgekehrt proportional zum Querschnitt. Dies gilt auch für verzweigte Röhrensysteme; immer ist, wenn wir die Querschnitte  $b, b_1, b_2 \dots$ , die Geschwindigkeiten  $v, v_1, v_2 \dots$  nennen (Fig. 72),

$$b v = b_1 v_1 + b_2 v_2 = b_3 v_3 \dots$$

§ 76. Wenn an der Seite oder am Boden eines gefüllten Gefäßes ein Loch vorhanden ist, oder eine Röhre angesetzt ist, so fließt die Flüssigkeit aus mit einer Geschwindigkeit, welche von dem Druck der über ihr ruhenden Flüssigkeitssäule, von dem hydrostatischen Druck, in der Ebene der Oeffnung abhängt. Das Torricellische Theorem sagt aus, dass die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

ist, wo  $g$  die Erdbeschleunigung,  $h$  die Höhe der Drucksäule bedeutet. Diese Gleichung kann man so ableiten: In Wahrheit fließt das der Oeffnung benachbarte Wasser aus, es wird ersetzt durch die nächst höhere Schicht, diese wieder durch die höhere u. s. w. Aber das Resultat ist, dass oben eine Wassermenge verschwindet, unten dieselbe abfließt; wir können also den Vorgang so betrachten, als fiele das Wasser von der obersten Schicht direkt bis zur Oeffnung.

Fällt die Wassermasse  $m$  um die Höhe  $h$ , so verliert sie dabei die potentielle Energie  $mgh$ . Als Aequivalent dafür tritt eine lebendige Kraft  $\frac{1}{2}mv^2$  auf, so dass  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ; daraus folgt

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Also die Geschwindigkeit unter einer Druckhöhe  $h$ , oder einem hydrostatischen Drucke  $mgh$ , ist gerade so gross, als ob die Flüssigkeit durch diese Höhe frei herabgefallen wäre. Wir haben mehrfach gesehen (z. B. § 37), dass die lebendige Kraft gerade ausreicht, um den Körper wieder so hoch zu heben, als er heruntergefallen ist. Danach sollte ein Springbrunnen so hoch reichen, als das Wasser-niveau ist, welches ihn speist.

In Wahrheit sind diese Gesetze nur angenähert richtig; durch Kohäsion und Adhäsion werden sie wesentlich modifiziert, wie wir sehen werden.

§ 77. Wenn Flüssigkeit in einer Röhre mit der Geschwindigkeit  $v$  fliesst, so würde dies entsprechen der Wirkung einer Drucksäule  $h$ , die aus der Gleichung  $v = \sqrt{2gh}$  sich ergibt zu  $h = \frac{v^2}{2g}$ .

Man nennt  $h$  die Geschwindigkeitshöhe der betreffenden Stelle. Nun haben wir gesehen, dass, wenn die Röhre an einer Stelle enger wird, die Geschwindigkeit wächst. Es lässt sich aus dem Satz von der Erhaltung der Energie leicht ableiten, dass, wenn die Geschwindigkeit wächst, der hydrostatische Druck an der Stelle abnehmen muss: Die Energie, welche eine Flüssigkeit besitzt, ist theils gegeben durch den hydrostatischen Druck, der potentielle Energie ist, theils durch die kinetische Energie der Geschwindigkeit; die Summe beider kann sich nicht ändern. Denken wir uns ein Wasserreservoir mit einem horizontalen Ablaufrohr von variablem Querschnitt. Das Rohr sei an seiner Mündung zunächst durch einen Hahn verschlossen, so herrscht im ganzen Rohr der gleiche hydrostatische Druck oder potentielle Energie  $mgH$ , wenn  $H$  die Höhe des freien Niveaus über der Mündung ist. Oeffnen wir nun den Hahn, so erhalte das Wasser in einem weiten Querschnitt die Geschwindigkeit  $v_1$ , in einem engen die grössere  $v_2$ . Dann muss nach dem Satz von der Erhaltung der Energie sein

$$mgH = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

wo  $h_1$  und  $h_2$  die Höhen der Drucksäulen repräsentieren, die dem Druck im strömenden Wasser entsprechen.

Daraus folgt:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2).$$

Also der hydrostatische Druck nimmt ab um den Druckwert der Geschwindigkeitszunahme. Nennen wir die Geschwindigkeitshöhen von  $v_1$  und  $v_2$ :  $H_1$  und  $H_2$ , so können wir ja auch schreiben:

$$h_1 - h_2 = H_2 - H_1 \quad \text{oder} \quad h_1 + H_1 = h_2 + H_2 = H,$$

d. h. an jeder Stelle ist die Summe aus hydrostatischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe konstant, und zwar gleich der Druckhöhe, unter welcher die ruhende Flüssigkeit stand.

Man nennt den Druck, der in einer strömenden Flüssigkeit herrscht, den hydrodynamischen Druck.

Fliesst durch eine Röhre Flüssigkeit in die Luft aus, so muss hier Atmosphärendruck in der Flüssigkeit herrschen; ist weiter zurück der Querschnitt kleiner, also die Geschwindigkeit grösser, so muss der Druck an dieser Stelle kleiner sein. Machen wir daher an einer solchen Stelle ein Loch in die Röhrenwand, so wird nicht etwa Flüssigkeit ausspritzen, sondern es wird im Gegenteil Luft eintreten, da der äussere Druck grösser ist; man nennt die Druckdifferenz, durch welche Luft eingesaugt wird, negativen Druck. Darauf beruhen die Wasserluftpumpen; Fig. 73 stellt eine solche aus Glas hergestellte Pumpe in halber natürlicher Grösse dar. Sie besteht aus einem Glasgefäss  $a$ , in welches eine Seitenröhre  $b$  mündet; ausserdem ist von unten eine Röhre  $c$  eingeschmolzen, von oben eine Röhre  $d$ , welche enger als  $c$  ist und in der Oeffnung von  $c$  mündet. Durch  $b$  fliesst Wasser unter hohem Druck, d. h. mit grosser Geschwindigkeit ein; um auszufließen muss es durch den sehr engen kreisförmigen Spalt zwischen  $d$  und  $c$  hindurch, um dann durch  $c$  abzufließen. An dieser Stelle wird also der Querschnitt der Leitung sehr viel kleiner, die Geschwindigkeit sehr viel grösser, der Druck sehr

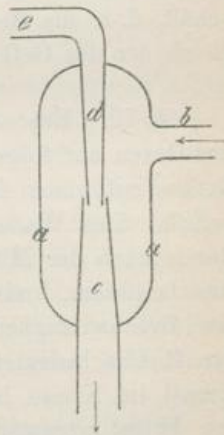


Fig. 73.

viel kleiner; es wird daher aus der Oeffnung von  $d$  Luft in das Wasser eingesaugt, und verbinden wir das Ende  $e$  der Röhre  $d$  mit geschlossenen Gefässen, so wird aus diesen die Luft herausgesaugt.

§ 78. In ruhender Flüssigkeit, die sich in einem Gefäss befindet, ist der Druck auf die Gefässwand nach allen Seiten in jeder Schicht gleich; gegenüberliegende Stellen der Wand erleiden also einen gleichen und entgegengesetzten Druck, das Gefäss bleibt daher in Ruhe. Machen wir aber an einer Stelle ein Loch in die Wand, so dass die Flüssigkeit ausfliesst, so hört hier der Druck auf; auf der gegenüberliegenden Seite der Wand besteht er aber noch fort, das Gefäss muss sich also bewegen (wenn es beweglich aufgehängt ist) in der dem austretenden Wasser entgegengesetzten Richtung. Man bezeichnet dies als den Rückstoss oder die Reaktion des Wassers. Wir können dasselbe aus dem Prinzip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes ableiten: fliesst ein Teil des Wassers nach vorn, so muss sich die übrige Masse nach hinten bewegen, so dass der Schwerpunkt unveränderte Lage behält, d. h. die Bewegungsmenge des ausfliessenden Wassers muss gleich der des Gefässes sein.

§ 79. Eine eigentümliche Bewegung tritt in Flüssigkeiten und Gasen auf folgende Weise ein: denken wir uns ein kreisrundes Gefäss mit einem Loch in der Mitte des Bodens und mit Wasser gefüllt. Das Wasser aus der Mitte fliesst ab, wofür anderes vom Rande nach der Mitte strömt. Wir geben dem Wasser am Rande eine langsame, kreisende Bewegung, wir erteilen einem Teilchen  $m$  eine Geschwindigkeit  $v = \omega r$  (wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,  $r$  den Radius bedeutet), etwa, indem wir die Hand eintauchen und einmal im Kreise herumführen. Nun strömen die Teilchen nach der Mitte,  $r$  nimmt ab; da die lebendige Kraft der Bewegung,  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = c$ , konstant bleiben muss, ist  $\omega = \frac{c}{r}$ , also die Winkelgeschwindigkeit wächst umgekehrt zum Radius; in der Mitte entsteht daher eine ausserordentlich schnelle Wirbelbewegung; durch sie wird eine so grosse Centrifugalkraft hervorgerufen, dass die Teilchen von der Axe fortgeschleudert werden und ein hohler, trichterförmiger Raum in der Mitte entsteht.

Ganz derselbe Vorgang findet sich in der Atmosphäre; wir wollen diese Erscheinung hier gleich anschliessen. Es finde sich irgendwo ein aufsteigender Luftstrom, der z. B. entsteht, wenn eine Stelle der Erdoberfläche infolge ihrer Beschaffenheit sich durch die Sonnenstrahlen stärker erhitzt; es muss dann für die abströmende Luft unten von allen Seiten neue zuströmen. Hat nun diese zuströmende Luft eine schwache rotierende Bewegung, welche z. B. durch verschieden gerichtete Winde hervorgebracht werden kann, so muss die Rotationsgeschwindigkeit wachsen, je näher die Luft dem Centrum kommt. Es entstehen so aufsteigende Wirbel; in ihrem Centrum wird durch die Centrifugalkraft ein luftverdünnter Raum erzeugt, der alle unter ihm liegenden beweglichen Gegenstände, Staub, Wasser u. s. w., aufsaugt und in die Höhe hebt. So entstehen die sog. Wasserhosen. In kolossalen Dimensionen bilden sich diese Wirbelstürme häufig in bestimmten Gegenden der Erde; das Centrum schreitet über grosse Strecken Landes fort und richtet unermesslichen Schaden an, indem es Wälder und Städte abrasiert; ganze Eisenbahnzüge sind hoch in die Luft gehoben und weit fortgetragen worden. Man nennt diese Wirbel Taifune oder Cyklonen.

§ 80. Wie bei ruhenden, so werden auch bei bewegten Flüssigkeiten die Erscheinungen durch die Molekularanziehung modifiziert. Wenn zwei Schichten sich an einander vorbeibewegen, so suchen sich die Molekeln festzuhalten; dadurch wird die schneller bewegte Schicht verzögert, die langsamer bewegte mit fortgerissen, beschleunigt. Man bezeichnet diese Erscheinung als Reibung, und zwar unterscheidet man: äussere Reibung, die vorhanden, wenn Flüssigkeit an einer festen Wand entlang strömen soll, und innere Reibung, wenn zwei Schichten derselben Flüssigkeit auf einander einwirken.

Die äussere Reibung ist für benetzende Flüssigkeiten als unendlich gross zu betrachten, d. h. an einer festen Wand entlang strömt die Flüssigkeit gar nicht, sondern sie wird ganz festgehalten, und erst die weiter abstehenden Schichten der Flüssigkeit strömen an der festgehaltenen entlang. So haben wir nur die innere Reibung, die sich hier geltend macht, zu betrachten.

Die innere Reibung ist eine Kraft, welche den Geschwindigkeitsunterschied zwischen benachbarten Flächen zu beseitigen sucht; sie ist proportional der Grösse der berührenden Flächen, proportional

(nach Newtons Annahme, welche durch die Erfahrung bestätigt wird) dem Geschwindigkeitsunterschied, endlich abhängig von der Natur der Flüssigkeit. Der Proportionalitätsfaktor wird Reibungskonstante genannt.

Um dies durch eine Gleichung auszudrücken, nehmen wir an, wir hätten eine Flüssigkeitsschicht, deren Grundfläche  $F$  sei, deren Höhe  $h$ ; die unterste Schicht liege fest, die oberste habe die Geschwindigkeit  $v$ . Denken wir uns die ganze Masse in  $h$  horizontale Schichten von der Einheit der Dicke zerlegt, so ist der Geschwindigkeitsunterschied zwischen je zwei benachbarten  $\frac{v}{h}$ . Folglich ist nach Obigem die Kraft der Reibung:  $K = \eta F \frac{v}{h}$ . Für  $F = 1$ ,  $v = 1$ ,  $h = 1$  wird  $\eta = K$ , d. h. die Reibungskonstante ist gleich der Kraft zwischen zwei Flächen von  $1 \text{ cm}^2$ , die in  $1 \text{ cm}$  Entfernung sich mit dem Geschwindigkeitsunterschied  $= 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  bewegen. Die Dimension des Koeffizienten ergibt sich aus obiger Gleichung:

$$\text{Kraft} = m g = \eta \frac{F v}{h}, \quad \eta = \frac{m h}{F v} = \frac{M \cdot L}{L^2 \frac{L}{T}} = [M T L^{-2}].$$

Die Wirkung der Reibung wird namentlich deutlich, wenn Flüssigkeiten durch enge Röhren, Kapillaren, strömen; sie äussert sich als Geschwindigkeits- und Druckabnahme. Für cylindrische Röhren lässt sich die Wirkung theoretisch ermitteln und ist in Uebereinstimmung mit dem von Poiseuille experimentell gefundenen Resultat, dass die in der Zeiteinheit ausfliessende Menge  $V$  gegeben ist durch  $V = \frac{\pi P R^4}{8 \eta L}$ , wo  $P$  den Druck darstellt, unter welchem die Flüssigkeit ausfliesst,  $R$  den Radius der Röhre,  $L$  ihre Länge. Diese Gleichung wird hauptsächlich benutzt, um Reibungskoeffizienten zu bestimmen.

Es zeigt sich, dass dieselben mit wachsender Temperatur abnehmen, so ist für Wasser

$$\begin{aligned} \text{bei } 0^\circ \quad \frac{\eta}{g} &= 0,0001816 \frac{m g \text{ sec}}{mm^2} \\ \text{„ } 20^\circ \quad \frac{\eta}{g} &= 0,0001029 \frac{m g \text{ sec}}{mm^2}. \end{aligned}$$

§ 81. Es ist noch eine Wirkung der Molekularkräfte zu besprechen, welche Bewegung der Flüssigkeit hervorbringt. Wenn wir Oel und Wasser zusammen schütteln, so trennen sie sich doch sofort wieder; wenn wir dagegen Wasser und Alkohol sorgfältig über einander schichten, was sich wegen des verschiedenen spezifischen Gewichtes ausführen lässt, so finden wir sie doch nach einiger Zeit gemischt. Dies rührt daher, dass im ersten Fall die Anziehung von zwei Oelmolekeln unter einander und von zwei Wassermolekeln unter einander grösser ist, als die Anziehung zwischen einem Oel- und einem Wassermolekel. Im zweiten Fall dagegen ziehen sich die ungleichartigen Molekeln stärker an, und daher tritt zuerst in der Grenzfläche eine Mischung ein, die sich allmählich über die ganze Flüssigkeit erstreckt; Gleichgewicht ist erst erreicht, wenn die Mischung überall gleichartig ist. Auch jede Auflösung eines festen Körpers in einem Lösungsmittel beruht auf solcher Anziehung: bringen wir ein Salzstück in Wasser, so zieht zuerst die benachbarte Wasserschicht Salzteilchen in sich und sättigt sich, ebenso verfahren die benachbarten Schichten, bis schliesslich die Lösung überall gleich konzentriert ist. Diese Bewegung nennt man Diffusion. Die Fortbewegung der Salz- oder Flüssigkeitsteilchen ist eine Folge des Konzentrationsunterschiedes benachbarter Schichten. Unter Konzentration versteht man das Verhältnis des Gelösten zum Ganzen, sie wird also immer durch einen echten Bruch dargestellt. Die Versuche zeigen, dass der Diffusionsstrom proportional ist dem Konzentrationsunterschied benachbarter Schichten, der Grösse der Berührungsfläche und einer Konstanten, welche von der Natur der Substanzen abhängt. Aendert sich daher auf die Länge  $l$  die Konzentration um  $e$ , also auf die Einheit der Entfernung um  $\frac{e}{l}$ , so geht in der Zeiteinheit durch den

Querschnitt  $q$  die Salzmenge:  $w = kq \frac{e}{l}$ .  $k$  heisst Diffusionskoeffizient. Er hängt übrigens noch von der Temperatur ab.

Es kommt ein komplizierterer Fall vor, dass zwei Flüssigkeiten sich durch eine dritte hindurch mischen. Wir können dem spezifischen Gewicht entsprechend Chloroform, Wasser, Aether über einander schichten; man findet dann, dass nach längerem Stehen der Aether fast vollständig durch das Wasser hindurch zum Chloroform gegangen ist, wodurch die Wasserschicht in die Höhe gehoben wird. Diese Erscheinung erklärt sich so: Chloroform und Aether



ziehen sich an, mischen sich in jedem Verhältnis; Aether und Wasser aber mischen sich wenig, Wasser kann nur kleine Mengen Aether aufnehmen. Vom Chloroform endlich nimmt Wasser noch weniger auf. Das Wasser ist nun auf der einen Seite in Berührung mit Aether; die Grenzschicht sättigt sich mit Aether, der sich dann durch die ganze Wasserschicht verbreitet. Sobald er aber an die andere Grenze kommt, wird er vom Chloroform dem Wasser entzogen, wofür neuer Aether nachströmt, u. s. w. Es entsteht ein Aetherstrom durch das Wasser hindurch, dessen Geschwindigkeit von der Aufnahmefähigkeit des Wassers für Aether bedingt ist. Ganz ebenso geht in entgegengesetzter Richtung ein Chloroformstrom zum Aether, aber ein sehr viel schwächerer, da das Wasser weniger Chloroform aufnimmt. Die Bewegung hört erst auf, wenn über und unter dem Wasser Aether und Chloroform in gleicher Mischung vorhanden sind.

Mit dieser verwandt ist folgende Erscheinung: wenn man in eine tierische Membran (Schweinsblase) Flüssigkeit füllt, so geht dieselbe durch die Membran nicht hindurch; sobald sich aber zu beiden Seiten der Membran verschiedene Flüssigkeiten befinden, geht von beiden ein verschieden starker Strom zur anderen Flüssigkeit, so dass das Volumen der einen ab-, das der anderen zunimmt. Man nennt dies Osmose, und spricht von einem endosmotischen und einem exosmotischen Strom.

Jolly hat folgende Versuche gemacht: ein flaches Gefäß, dessen Boden durch eine Membran gebildet war, wurde auf fließendem Wasser schwimmen gelassen. Hinein kam eine bekannte Menge Salzlösung und festes Salz; dann tritt durch die Membran Wasser hinein, während Salzlösung austritt. Nach einiger Zeit wurde bestimmt, wie viel Wasser eingetreten, wie viel Salz ausgetreten war. Als endosmotisches Äquivalent bezeichnet Jolly das Gewicht des Wassers, welches sich gegen 1 g Salz ausgetauscht hat. So fand er dasselbe für

Kochsalz . . . . .	4,30
Schwefelsaures Natron . . . . .	11,05
Schwefelsaures Kali . . . . .	12,76
Schwefelsaure Magnesia . . . . .	11,65
Zucker . . . . .	7,25
Alkohol . . . . .	4,22.

Die Erscheinung erklärt sich durch Versuche Ludwigs: er wog eine Membran trocken, in Wasser gequollen und in Salzwasser

gequollen; dabei fand sich, dass die Membran mehr Wasser aufnimmt, als Salzwasser. Die Membran spielt also ganz dieselbe Rolle, wie im vorigen Falle die Wasserschicht zwischen Chloroform und Aether. Ganz ähnlich wie tierische Membranen verhalten sich Scheidewände aus Pergamentpapier, porösem Thon, Holz u. s. w. In der Grösse der Durchgangsfähigkeit der Substanzen durch solche Membranen zeigen sich enorme Unterschiede. Graham fand, dass alle Substanzen, welche nicht krystallisieren, wie Leim, Albumin, Dextrin, Kieselsäurehydrat u. s. w., welche Graham Colloide nannte, im Gegensatz zu den Krystalloiden, sehr viel weniger hindurchgehen, als die Krystalloide. Dies wird in der Technik vielfach zur Trennung beider Körperarten benutzt und Dialyse genannt.

§ 82. Es lassen sich Scheidewände zwischen Flüssigkeiten herstellen, welche nur die eine von ihnen hindurch lassen. Man nennt sie semipermeable Membranen; eine solche kann z. B. aus einer dünnen Schicht von Ferrocyan Kupfer auf einer porösen Porzellanzelle gebildet werden. Sie lässt Wasser hindurch, nicht Salzlösung. Füllt man solche Zelle mit einer wässerigen Salzlösung, verschliesst sie durch einen Pfropfen, in welchem eine Röhre steckt, und taucht sie in Wasser, so dringt von aussen durch die Osmose Wasser ein. Dadurch steigt die Flüssigkeit in der Röhre, und es wird im Innern der Zelle ein hydrostatischer Druck entstehen, welchen man osmotischen Druck genannt hat. Derselbe hängt von der Konzentration der Flüssigkeit und der Temperatur ab. Es hat sich gezeigt, dass der Druck gerade so gross ist, als der Druck wäre, welchen das Salz in Gasform in dem Raum der Zelle ausüben würde. Nach der Regel von Avogadro (§ 137) enthält nun ein Kubikcentimeter von allen gasförmigen Substanzen bei gleicher Temperatur und Druck gleich viel Molekeln, d. h. die Gewichte eines Kubikcentimeters der verschiedenen Gase sind dem Molekulargewicht proportional. Lösen wir daher etwa in einem Liter Wasser äquimolekulare Mengen verschiedener Salze, d. h. so viel Gramm, als das Molekulargewicht beträgt, so würden dieselben in Gasform alle denselben Druck erzeugen, also geben sie in der Lösung denselben osmotischen Druck. Lösen wir dagegen von verschiedenen Substanzen je etwa 1 g, so sind die osmotischen Drucke dem Molekulargewicht umgekehrt proportional. Die Beobachtung dieses Druckes gibt also ein Mittel, Molekulargewichte zu bestimmen.

Wie bei Gasen ändert sich der Druck mit der Temperatur nach dem Gay-Lussacschen Gesetz, d. h. die Druckänderungen sind proportional den Temperaturänderungen, und der Proportionalitätsfaktor ist für alle Körper identisch, nämlich = 0,00367 (vgl. § 124).

### B. Starre Körper.

§ 83. Die starren oder festen Körper sind dadurch charakterisiert, dass sie grossen Widerstand gegen Formänderung und grossen Widerstand gegen Volumänderung zeigen.

Obgleich ihr Widerstand gegen Volumänderung noch grösser ist als bei Flüssigkeiten, lässt sich doch nachweisen, dass sie kompressibel sind, und der Kompressibilitätskoeffizient bestimmen. Dies geschieht mittelst des Piezometers (§ 62). Bringen wir in das birnförmige Gefäss ein bekanntes Volumen eines festen Körpers und füllen den Rest des Gefässes mit einem bekannten Wasservolumen, und beobachten die Volumverringerng des ganzen Inhalts bei Kompression, so lässt sich die Volumabnahme des Wassers berechnen. Bringt man diese Volumverringerng von der ganzen beobachteten in Abzug, so gibt der Rest die Volumabnahme des festen Körpers. So findet man, dass auch hier die Volumabnahme  $v$  proportional dem Druck  $p$  (gemessen in Atmosphären), dem Volumen  $V$  und einem von der Substanz abhängigen Koeffizienten  $\alpha$  ist, also  $v = \alpha p V$ ;

$$\alpha = \frac{v}{V p}$$

heisst der Koeffizient der Kompressibilität; er ist gleich der Verringerung der Volumeinheit durch Druckzunahme um eine Atmosphäre. Es ist nach Amagat  $\alpha$  für

Glas . . . . .	0,00000220
Kupfer . . . . .	0,00000086
Messing . . . . .	0,00000095
(Wasser . . . . .)	0,0000503).

Der Widerstand  $C$  gegen Kompression ist  $\alpha$  umgekehrt proportional, also  $C = \frac{1}{\alpha}$ .

§ 84. Die festen Körper haben grossen Widerstand gegen Formänderung. Die einfachste Formänderung ist die sog. Schiebung oder Scherung, durch welche (Fig. 74) der Körper  $abcd$

in die Form  $abef$  übergeführt wird; wir können uns den Körper in  $\infty$  dünne horizontale Schichten zerteilt denken, von welchen jede etwas gegen die vorige nach rechts verschoben wird, dann kommt obige Formänderung zu stande. Einer solchen Schiebung setzt also der Körper Widerstand entgegen, es ist eine Kraft nötig, um ihn so zu deformieren. Man nennt solche tangential an der Oberfläche angreifenden Kräfte: *scherende Kräfte*.

Es ist leicht einzusehen, dass die erforderliche Kraft proportional ist dem Querschnitt  $Q$  des Körpers, proportional der Strecke  $ce = s$ , um welche die oberste Schicht verschoben wird, umgekehrt proportional zur Höhe  $ac = b$  (denn bei doppelter Höhe ist für

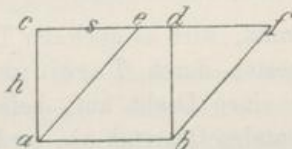


Fig. 74.



Fig. 75.

gleiches  $s$  jede Schicht nur halb so weit zu verschieben), endlich proportional einem Koeffizienten  $k$ , der von der speziellen Substanz abhängt, also  $\text{Kraft} = mg = k \frac{s}{h} Q$ .  $k$  ist gleich der Kraft für  $s = h = 1$  und  $Q = 1$ , d. h. der Widerstand gegen Schiebung ist gleich der Kraft, welche nötig ist, um bei einem Würfel von der Seitenlänge 1, dessen untere Fläche festgehalten wird, die obere Fläche um die Länge 1 zu verschieben. Die Dimension von  $k$  ergibt sich so:  $k = \frac{mg}{Q} \frac{h}{s} = \frac{mg}{L^2}$ . So ist nach Wertheim für

Eisen . . . . .	$k = 6706$	$\frac{\text{Kilogrammgewicht}}{\text{Quadratmillimeter}}$
Gussstahl . . . . .	$k = 7458$	"
Kupfer . . . . .	$k = 3672$	"
Glas . . . . .	$k = 2346$	"

Diese Zahlen sind nicht nach absolutem Maß gemessen, wie man sieht, sondern so, wie es in der Technik üblich ist, wo das Kilogramm als Krafteinheit dient (§ 18).  $k$  heisst Schiebungskoeffizient.

§ 85. Die Schiebung wird ganz rein beobachtet bei der Torsion oder Drillung. Wenn wir einen Stab oder Draht mit kreisförmigem Querschnitt haben, und ziehen auf seiner Oberfläche eine gerade Linie  $ab$  (Fig. 75) parallel der Axe, so verwandelt sich dieselbe bei Torsion in eine Schraubenlinie  $dc$ ; diese Form würde aber auch entstehen, wenn wir uns den Stab in  $\infty$  dünne Scheiben zerlegt denken, und jede gegen die vorige um ein kleines Stück verschoben, gedreht würde. Haben wir einen Draht von der Länge  $l$ , dem Radius  $r$ , halten das eine Ende fest, drehen das andere um den Winkel  $w$ , so ist nach der Theorie von Poisson das Drehungsmoment  $D$  der nötigen Kraft oder auch der Kraft, welche der Draht der Drehung entgegengesetzt:  $D = \frac{\pi}{2} k \frac{r^4}{l} w$ . Nach dieser Gleichung hat Werthheim  $k$  bestimmt, indem er ein bekanntes Drehungsmoment wirken liess und  $w$  maß.

Da  $k$  bei der Torsion vorkommt, wird es auch der Torsionsmodul genannt.  $k$  wird am besten durch Torsionsschwingungen bestimmt: Hängen wir einen Draht auf, befestigen an seinem unteren Ende einen horizontalen Querstab  $ab$ , tordieren den Draht und lassen ihn dann los, so beginnen Schwingungen; die Kraft  $D$  treibt den Draht in die untordierte Lage zurück, hier kommt er mit einer gewissen Geschwindigkeit an, welche ihn nach der entgegengesetzten Seite drillt, bis der sich entwickelnde Widerstand die Geschwindigkeit vernichtet hat; dann kehrt die Bewegung um u. s. w. Die Schwingungen verlaufen nun genau wie Pendelschwingungen: die Kraft  $D$  ist, wie obige Gleichung zeigt, proportional zu  $w$ , der Ablenkung, sie folgt also demselben Gesetz, welches wir beim Pendel fanden (§ 34). Daher ist die Schwingungsdauer unabhängig von dem Drehungswinkel und sie muss demselben Gesetze folgen, welches wir für Pendel fanden (§ 54):

$$T = \pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}},$$

wobei die Direktionskraft gleich der für die Ablenkung  $w = 1$  wirkenden Kraft  $D = D_1$  ist, also  $T = \pi \sqrt{\frac{S}{D_1}}$ . Wir lassen daher den Balken  $ab$  Querschwingungen machen und beobachten

$$T = \pi \sqrt{\frac{S}{D_1}};$$

dann hängen wir in a und b gleiche Gewichte  $q$  an, wodurch  $S$  um eine bekannte Grösse  $P$  vermehrt wird (vgl. § 55), und beobachten

$T_1 = \pi \sqrt{\frac{S+P}{D_1}}$ . Daraus folgt  $S = P \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}$  und dann:

$$\frac{\pi^2 S}{T^2} = D_1 = \frac{\pi}{2} k \frac{r^4}{l}, \text{ also } k = \frac{2\pi S l}{r^4 T^2}.$$

§ 86. Die Grössen  $C$  und  $k$ , welche den Widerstand gegen elastische Deformationen, d. h. gegen Volumänderung und gegen Formänderung messen, sind die fundamentalen Elastizitätskoeffizienten jeder Substanz. Sie hängen offenbar beide von den anziehenden und abstossenden Kräften zwischen den Molekeln ab, sie können daher auch nicht von einander unabhängig sein. Die Theorie von Poisson gibt  $5k = 3C = h$ , wenn wir  $3C = h$  nennen <sup>1)</sup>.

§ 87. Die elastischen Deformationen, welchen wir in der Praxis begegnen, sind meist gleichzeitige Form- und Volumänderungen. Der wichtigste Fall ist der der Verlängerung durch Zug. Wird ein an dem einen Ende befestigter Draht am anderen Ende belastet durch angehängte Gewichte, so dehnt er sich aus; und zwar ist die Verlängerung  $l$  proportional der Länge  $L$  des Drahtes, dem angehängten Gewichte  $P$ , einem von der Substanz abhängigen Koeffizienten  $\frac{1}{E}$ , endlich umgekehrt proportional dem Querschnitt  $Q$ , also  $l = \frac{1}{E} \frac{PL}{Q}$ , oder  $E = \frac{L}{l} \frac{P}{Q}$ .  $E$  heisst der Elastizitätsmodul der Substanz. Für  $Q = 1$  und  $l = L$  wird  $E = P$ , d. h. der Elastizitätsmodul ist gleich dem Gewicht, welches einen Draht von der Einheit des Querschnitts um seine eigene Länge verlängern würde, vorausgesetzt, dass eine solche Verlängerung möglich und das obige Gesetz so weit gültig wäre. Dies ist aber nicht der Fall; es zeigt sich, dass nur bis zu einer kleinen Be-

<sup>1)</sup> Zur Theorie der Elastizität, die sich nur mit Hülfe von höherer Mathematik behandeln lässt, vergleiche: Lamé, *Leçons sur la théorie de l'élasticité*, Paris 1866. Clebsch, *Theorie der Elasticität fester Körper*, Leipzig 1862. Kirchhoff, *Vorlesungen über mathematische Physik*, Leipzig 1876. W. Thomson, *Elasticity*, *Encycl. Brit.* Vol. 7, 1880. F. Neumann, *Vorlesungen über die Theorie der Elastizität*, Leipzig 1885. Poisson, *Mémoires de l'académie* 8.

lastung  $l$  proportional zu  $L$  ist und mit Wegnehmen des Gewichtes wieder verschwindet; man spricht daher von einer Elastizitätsgrenze, bis zu welcher das Gesetz gilt. Bei grösserer Belastung tritt dauernde Verlängerung auf, bei noch etwas grösserer reisst der Draht. Das zum Zerreißen nötige Gewicht für einen Draht von der Einheit des Querschnitts heisst dessen Tragfähigkeit  $p$ .

Die Dimension von  $E$  ist:  $E = \frac{L}{l} \frac{P}{Q} = \text{Kraft } [L^{-2}]$ .

Folgende Tabelle gibt einige Zahlen für den Elastizitätsmodul  $E$ , die Tragfähigkeit  $p$  und die Elastizitätsgrenze  $G$ , alles gemessen in Kilogrammgewicht und Millimeter:

	$E$	$p$	$G$
Blei . . . . .	1 800	2	0.2
Eisen . . . . .	19 000	60	30
Stahl . . . . .	21 000	80	35
Glas . . . . .	7 000	1	—
Kupfer . . . . .	12 400	40	12
Messing . . . . .	9 000	60	—
Platin . . . . .	17 000	30	20
Silber . . . . .	7 300	29	11
Fichte . . . . .	560	2	—
Buche . . . . .	980	4	2
Tanne . . . . .	1 110	4	2

Die Zahlen sind nur angenähert richtig, da sie sehr von der Oberfläche und Reinheit der Substanzen abhängen.  $E$  nimmt mit wachsender Temperatur ab; nur bei Eisen und Stahl wächst es, wenigstens bis zu  $200^\circ$ .

Mit der Verlängerung ist eine Verkleinerung des Querschnitts, eine Querkontraktion  $d$  und eine Aenderung des Volumens verbunden. Das Verhältnis  $\frac{d}{l} = \mu$  ist eine in der Elastizitätstheorie

wichtige Grösse. Nach Poisson ist  $E = \frac{3hk}{h+k}$  und  $\mu = \frac{h-2k}{2(h+k)}$ .

Setzt man hier  $h = 5k$  (§ 86), so folgt  $\mu = \frac{1}{4}$ . Die Poissonsche

Theorie geht aber von nicht ganz sicheren Hypothesen aus, und die Versuche ergeben, dass  $\mu$  zwischen  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{2}$  liegt. Letzterer Wert würde aus Poissons Formel folgen, für Substanzen, bei welchen  $k = 0$ , welche also keinen Widerstand gegen Schiebung haben; diesem Fall kommt z. B. Leimgallert nahe.

§ 88. Ein zweiter wichtiger Fall ist der der Biegung. Haben wir einen Stab, welcher an dem einen Ende fest, z. B. eingemauert, ist, dessen anderes Ende belastet wird, so biegt er sich. Ist der Querschnitt rechteckig, die Breite  $B$ , die Höhe  $H$ , die Länge  $L$ , ist  $E$  der Elastizitätsmodul,  $P$  das biegende Gewicht, so ist die Senkung des freien Endes, der sog. Biegungspfeil  $\lambda = \frac{4PL^3}{EBH^3}$ .

Also auch hier ist die Deformation  $\lambda$  proportional der wirkenden Kraft  $P$ ; ein solcher Stab muss daher, wenn er verbogen, dann

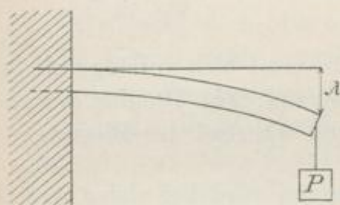


Fig. 76.

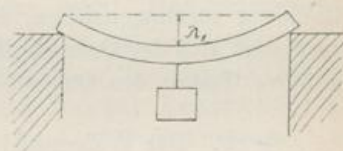


Fig. 77.

losgelassen wird, Schwingungen ausführen, deren Schwingungsdauer unabhängig von der Amplitude ist, gerade wie beim Pendel und beim tordierten Draht.

Liegt ein Balken an beiden Enden frei auf und wird in der Mitte belastet (Fig. 77), so ist das dasselbe, als ob wir den Balken in der Mitte festhielten, dagegen beide Enden mit der halben Kraft in die Höhe zögen; der Biegungspfeil jeder Hälfte,  $\lambda_1$ , der identisch mit der Durchbiegung des ganzen Balkens ist, ist also

$$\lambda_1 = \frac{4 \frac{P}{2} \left(\frac{L}{2}\right)^3}{EBH^3} = \frac{1}{16} \lambda.$$

Ist endlich der Stab an beiden Enden eingemauert, in der Mitte belastet (Fig. 78), so nimmt jedes Viertel die Gestalt an, als ob sein eines Ende festgehalten, das andere mit  $\frac{1}{2} P$  nach oben



oder unten gezogen würde. Die Senkung  $\lambda_2$  der Mitte ist dabei doppelt so gross als die Senkung jedes Viertels, also

$$\lambda_2 = 2 \cdot \frac{4 \frac{P}{2} \left(\frac{L}{4}\right)^3}{EBH^3} = \frac{1}{64} \lambda.$$

Der Vorgang bei der Biegung ist ein sehr komplizierter: die konvexe Seite des Balkens wird gedehnt, die konkave komprimiert; dazwischen muss also eine Schicht liegen, welche die ursprüngliche Länge beibehält, sie wird neutrale Schicht genannt. Die gedehnte Seite muss sich gleichzeitig in der zur Dehnung senkrechten

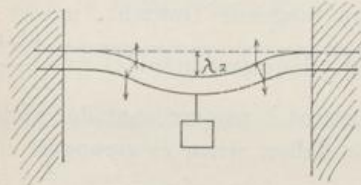


Fig. 78.

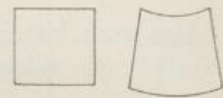


Fig. 79.

Richtung zusammenziehen, die verkürzte muss sich verlängern. So verändert sich der Querschnitt sehr bedeutend; Fig. 79 gibt die ungefähre Gestalt des Querschnitts vor und während der Biegung.

§ 89. Der Widerstand gegen Biegung wird bei vielen Apparaten benutzt; es seien folgende erwähnt:

1. Wagen, von der Form der Fig. 80.  $abc$  ist eine starke gebogene Feder aus Stahl; hält man sie an  $c$ , hängt an  $a$  Gewichte an, so biegt sie sich auf; die Verbiegung, welche an der Teilung  $ad$  abgelesen wird, ist proportional der wirkenden Kraft, dem angehängten Gewicht. In ähnlicher Weise werden Federn benutzt, um Kräfte, z. B. Zugkräfte, zu messen; man nennt sie dann Dynamometer.

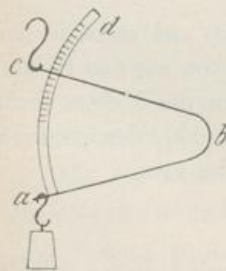


Fig. 80.

2. Federwagen: Hängt man an eine Spiralfeder Gewichte, so verlängert sie sich; es findet dabei sowohl Torsion als Biegung des Drahtes statt; da aber diese beiden Deformationen proportional der wirkenden Kraft sind, ist die Verlängerung proportional dem Gewicht und letzteres kann aus ersterer bestimmt werden.

3. Uhrfedern: Bei transportablen Uhren, den Taschenuhren, Chronometern, kann man nicht die Eigenschaft des Pendels benutzen, dass es in immer gleichen, von der Amplitude unabhängigen Zeiten eine Schwingung ausführt, da dasselbe vertikal hängen muss. Man gebraucht hier eine spiralig aufgerollte, sehr dünne Feder, deren eines Ende am Gehäuse, deren anderes an der Axe eines kleinen Schwungrades, der sog. Unruhe, befestigt ist. Dreht man daher das Rad, so wird die Feder auf- oder zugewickelt, verbogen; lässt man nun das Rad los, so dreht die Spannung der Feder es zurück, aber infolge der Trägheit über die Gleichgewichtslage hinaus, so dass die Feder nun in entgegengesetztem Sinn verbogen wird u. s. w. So entstehen Schwingungen der Unruhe, die mit Hilfe eines Echappements (Anker- oder Cylianderechappements) auf das Ablaufen des Uhrwerks ebenso regulierend wirken, wie die Schwingungen eines Pendels.

§ 90. In der Technik berücksichtigt man besonders die Festigkeit, d. h. die Kraft, welche bei einer Deformation von einem Körper noch ausgehalten werden kann. Man unterscheidet: absolute Festigkeit bei Beanspruchung auf Zerreißen; rückwirkende Festigkeit beim Zerdrücken (z. B. bei Pfeilern, Säulen); relative Festigkeit beim Biegen; Festigkeit der Torsion beim Drillen (z. B. bei Axen von Zahnrädern). Die Festigkeit ist sehr abhängig von der inneren und Oberflächenbeschaffenheit der Körper.

Wenn wir z. B. einen Stab biegen, so wird die konvexe Seite verlängert, die Molekeln kommen dadurch hier in weitere Entfernung, als ihrer normalen Lage entspricht, so dass sie schliesslich nicht mehr zusammenhalten, und an irgend einer schwächeren Stelle ihre Trennung, d. h. Bruch des Stabes, eintritt.

Wenn wir im stande sind, in der obersten Schicht die Molekeln im ungebogenen Zustande des Stabes in grössere Nähe zu bringen, als der normalen Lage entspricht, so werden wir den Stab stärker biegen können, bevor sie in die zum Bruch nötige Entfernung gelangen, der Stab wird weniger leicht brechen. Das können wir in der That in vielen Fällen durch plötzliches Abkühlen: wenn wir ein Stahlstück glühend machen, es dann langsam abkühlen lassen, so findet durch sein ganzes Innere eine gleichmässige Annäherung der Molekeln statt; tauchen wir aber den glühenden Stahl in eine Flüssigkeit, so wird die äusserste Schicht plötzlich abgekühlt, und

hier kommen die Molekeln in die der geringen Temperatur entsprechende Lage. Allmählich aber wird auch das Innere kalt, auch hier nähern sich die Molekeln; das ist aber nur möglich, indem sich auch die Oberfläche noch zusammenzieht, so dass sich hier die Molekeln dadurch in einer unnormalen grösseren Nähe befinden. Dadurch wird aber der Stahl fester und man bezeichnet dies Verfahren bekanntlich als Härten. Ein nachträgliches Erhitzen und langsames Abkühlen, das sog. Anlassen, macht den harten Stahl wieder weicher.

Auch Glas kann man auf diese Art widerstandsfähiger machen, und vor zwei Jahrzehnten ist Hartglas vielfach hergestellt. Die Oberfläche befindet sich aber dabei in unnormalem Zustand der Spannung, die Teilchen sind zu nah und suchen sich zu entfernen; entfernt man einige Teilchen der Oberfläche, z. B. durch Ritzen, so zerfällt der Zusammenhang der ganzen Oberfläche, das Hartglas verwandelt sich in einen Haufen kleinster Glassplitterchen. Mehrfach sind Gefässe aus Hartglas auch von selbst in dieser Weise explodiert, und daher hat man ihre Fabrikation wieder aufgegeben.

§ 91. Die Elastizität spielt eine Hauptrolle beim Stoss von Körpern. Seien zwei Kugeln gegeben, deren Massen  $M$  und  $m$ , welche sich in gleicher Richtung mit der Geschwindigkeit  $U$  und  $u$  bewegen. Die Geschwindigkeit  $U$  der hinteren Kugel sei grösser, so dass sie die vordere einholt, mit ihr zusammenstösst; wie ist die Bewegung der Kugeln nach dem Stoss?

Wir müssen zwei Fälle unterscheiden:

1. Die Kugeln seien ganz unelastisch (z. B. aus feuchtem Thon oder weichem Wachs); dann platten sich beim Stoss beide Kugeln ab infolge des Druckes der hinteren. Diese verliert eine Bewegungsmenge, die vordere gewinnt sie, nach dem Satz von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 52); schliesslich haben beide Kugeln die gleiche Endgeschwindigkeit  $v$ , mit der sie sich gemeinsam fortbewegen. Da die hintere Kugel ihre Geschwindigkeit von  $U$  in  $v$  ändert, verliert sie die Bewegungsmenge  $M(U - v)$ , ebenso gewinnt die andere  $m(v - u)$ ; also ist:

$$M(U - v) = m(v - u); \quad v = \frac{MU + mu}{M + m} \quad \dots \quad (1).$$

2. Seien die Kugeln vollkommen elastisch. Auch dann platten sich die Kugeln ab, die vordere gewinnt  $m(v - u)$ , die hintere ver-

liert  $M(U - v)$ , bis ihre Geschwindigkeiten gleich sind und gleich  $v$ . Nun kommt aber die durch die Abplattung entwickelte elastische Kraft zur Geltung, welche die Kugeln auseinandertreibt, also die vordere noch mehr beschleunigt, die hintere noch mehr verzögert; und zwar müssen dabei die Bewegungsmengen um dieselbe Grösse geändert werden, welche die Abplattung hervorgebracht hatte, also um  $M(U - v)$  und  $m(v - u)$ . So bekommen die Kugeln die Endgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} U^1 &= U - 2(U - v) = 2v - U \\ \text{und} \quad u^1 &= u + 2(v - u) = 2v - u \end{aligned} \quad (2).$$

Die gleichen Formeln gelten natürlich auch, wenn die Kugeln sich entgegenkommen, nur haben dann  $U$  und  $u$  entgegengesetztes Vorzeichen.

Wir wollen noch einige Spezialfälle betrachten:

1. Sind die Kugeln gleich gross,  $M = m$ , so wird (1):

$$v = \frac{m(U + u)}{2m} = \frac{U + u}{2}, \text{ also (2): } U^1 = u, \quad u^1 = U,$$

d. h. die Endgeschwindigkeit jeder Kugel ist gleich der Anfangsgeschwindigkeit der anderen, sie tauschen beim Stoss ihre Geschwindigkeiten aus.

2. Ist die gestossene Masse  $m$  sehr gross, so können wir  $M$  dagegen vernachlässigen; dann wird (1)

$$v = \frac{m u}{m} = u, \text{ also (2): } U^1 = 2u - U, \quad u^1 = 2u - u = u,$$

d. h. die gestossene Kugel ändert ihre Geschwindigkeit nicht, die stossende springt zurück, mit einer relativen<sup>1)</sup> Geschwindigkeit  $U - u$ .

Ist in diesem Falle die gestossene Kugel noch in Ruhe,  $u = 0$ , so wird  $U^1 = -U$ ,  $u^1 = 0$ , d. h. die stossende Kugel fliegt mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie ankam. Dies gilt z. B. für die Billardkugel und die Bande, welche wir als grosse ruhende Kugel betrachten können.

<sup>1)</sup> Unter relativer Bewegung versteht man die Ortsveränderung eines Körpers gegen einen bestimmten anderen, den man sich in Ruhe denkt, nicht aber gegen einen im absoluten Raum festen Punkt. Die relative Bewegung erhalten wir daher, wenn wir der wahren Bewegung die Bewegung des Vergleichskörpers negativ hinzufügen, wodurch dieser in Ruhe kommt. — In Wahrheit beobachten wir immer nur relative Bewegungen, da ein uns als ruhend erscheinender Punkt noch an der Bewegung der Erde teilnimmt.

3. Ist die gestossene Masse sehr klein gegen die stossende, so können wir  $m = 0$  setzen; dann wird (1)  $v = U$ , also (2):  $U^1 = U$ ,  $u^1 = 2U - u$ ; ist in diesem Falle endlich noch  $u = 0$ , so erhalten wir  $U^1 = U$ ,  $u^1 = 2U$ .

Es sei mit Rücksicht auf spätere Anwendungen ganz besonders auf den Unterschied zwischen den Fällen 2. und 3. hingewiesen: stösst die kleinere Masse gegen die grössere, so kehrt sich die Bewegungsrichtung der stossenden Masse um; stösst dagegen die grössere Masse gegen die kleinere, so behält die stossende Masse ihre Bewegungsrichtung bei.

Bisher haben wir angenommen, die Kugeln bewegten sich in derselben Linie, welche sich durch ihre Mittelpunkte im Momente der Berührung legen lässt. Der allgemeinere Fall ist der des schiefen Stosses, welcher sich ebenso einfach erledigen lässt: Seien in Fig. 81  $m$  und  $M$  die Kugeln im Momente der Berührung,  $ca = U$  und  $c_1 b = u$  ihre Geschwindigkeiten, welche mit der Centralen die Winkel  $w$  und  $w_1$  bilden. Wir zerlegen sie in Komponenten senkrecht und parallel der Centralen;  $U_1 = U \sin w$  und  $U_2 = U \cos w$ , und  $u_1 = u \sin w_1$ ,  $u_2 = u \cos w_1$ . Die Komponenten  $U_1$  und  $u_1$  wirken beim Stosse nicht mit, sie bewirken nur eine kleine Verschiebung der Abplattungsflächen an einander während des Stosses; sie werden also auch nicht verändert. Die Komponenten  $U_2$  und  $u_2$  dagegen verhalten sich gerade so wie beim centralen Stosse  $U$  und  $u$ . Ist z. B.  $M = m$ , so werden die Komponenten der Endgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} U_1^1 &= U \sin w & u_1^1 &= u \sin w_1 \\ U_2^1 &= u_2 = u \cos w_1 & u_2^1 &= U_2 = U \cos w. \end{aligned}$$

Sind die Anfangsgeschwindigkeiten  $u$  und  $U$  etwa gleich, so tritt beim schiefen Stoss eine Aenderung derselben ein, denn

$$\begin{aligned} U_1^1 &= u \sin w & u_1^1 &= u \sin w_1 \\ U_2^1 &= u \cos w_1 & u_2^1 &= u \cos w. \end{aligned}$$

Ist vor dem Stoss die eine Kugel in Ruhe,  $u = 0$ , und ist  $M_2^e = m$ , so werden die Endgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} U_1^1 &= U \sin w & u_1^1 &= u_1 = 0 \\ U_2^1 &= u_2 = 0 & u_2^1 &= U_2 = U \cos w. \end{aligned}$$

Also die stossende Kugel  $M$  bewegt sich nur in der Abplattungsfläche, die gestossene  $m$  nur senkrecht dazu; die Kugeln prallen unter rechtem Winkel aus einander.

Ist endlich die gestossene ruhende Kugel sehr gross gegen die stossende (Bande und Kugel), so haben wir

$$U_1^1 = U \sin w, \quad U_2^1 = -U \cos w = U \cos(\pi - w), \quad u_1^1 = u_2 = 0,$$

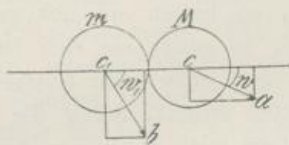


Fig. 81.

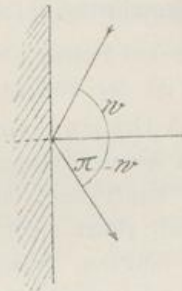


Fig. 82.

d. h. die stossende Kugel springt mit der gleichen Geschwindigkeit zurück, unter demselben Winkel gegen das Lot, unter welchem sie ankam, aber auf der anderen Seite des Lotes (Fig. 82).

§ 92. Lassen wir auf einen Körper eine Kraft wirken, welche ihn deformiert, biegt, drillt oder verlängert, so findet man, dass, nachdem die erste gesetzmässige Deformation schnell eingetreten ist, die Deformation noch in demselben Sinne sehr langsam weiter geht. Hängen wir z. B. an einen Draht ein Gewicht, so finden wir den Draht sofort verlängert; bestimmen wir seine Länge aber nach einer Stunde oder nach einem Tage wieder, so finden wir, dass er sich noch fortdauernd, aber immer langsamer verlängert. Nehmen wir das Gewicht wieder ab, so zieht sich der Draht sofort zusammen, aber eine sehr langsame, sehr kleine Verkürzung dauert noch lange an. Man nennt diese Erscheinung *elastische Nachwirkung*, sie kann manchmal die elastischen Vorgänge sehr komplizieren.

§ 93. Es sind noch einige Thatsachen zu besprechen, welche auf der Wirkung der Molekularkräfte beruhen:

1. Die Härte, d. h. der Widerstand der Körper gegen Ritzen, gegen das Herausreissen einzelner Teilchen aus der Oberfläche oder das Eindringen zwischen dieselben. Die Härte ist eine wenig definierbare Eigenschaft, da sie von der Beschaffenheit der Oberfläche, Kohäsion, Elastizität, Geschwindigkeit des ritzenden Körpers

abhängt. Wenn ein Körper einen zweiten ritzt, wird ersterer als der härtere bezeichnet; aber die Geschwindigkeit spielt eine wichtige Rolle: eine Messingscheibe wird auf der Drehbank von Stahl geschnitten; geben wir aber der Messingscheibe sehr grosse Umdrehungsgeschwindigkeit, so schneidet sie in die Stahlwerkzeuge ein.

Man hat trotzdem verschiedene Stufen der Härte unterschieden: Diamant ist der härteste Körper, Talk der weichste.

2. Adhäsion von Körpern an einander. Bringt man zwei möglichst ebene Platten zusammen, so halten sie sich mit einer gewissen Kraft fest, um so fester, je enger sie sich berühren. Diese Kraft rührt nicht nur davon her, dass beim Entfernen die Luft nur langsam zwischen die Platten strömt, daher der äussere Luftdruck sie zusammenpresst, sondern auch von einer Anziehung an den Berührungspunkten. Die Berührung in vielen Punkten wird meist verhindert durch Rauigkeit der Oberfläche, Politur vermehrt daher die Adhäsion. Weiter sind gewöhnlich die Oberflächen der festen Körper mit einer sehr dünnen Schicht verdichteter Gase überzogen, welche Schicht ebenfalls die Berührung hindert. Es lassen sich aber Glasplatten so eben polieren, dass sie erwärmt (wodurch die Gasschichten verringert werden) an einander gedrückt kaum mehr zu trennen sind.

Die Adhäsion wird viel grösser zwischen festen und flüssigen Oberflächen, weil wegen der Beweglichkeit der Flüssigkeitsteilchen hier eine Berührung in sehr viel mehr Punkten stattfindet. Darauf beruht alles Löten und Leimen, indem man die geringe Adhäsion zweier fester Oberflächen verwandelt in die grosse Adhäsion zwischen festen und flüssigen Flächen, welche letztere erst nachträglich fest werden.

3. Die Reibung wird die Kraft genannt, welche die Bewegung eines Körpers auf einem anderen zu hindern sucht, wenn keine anderen Kräfte dieser Bewegung widerstehen. Auch diese Kraft hängt von verschiedenen nicht kontrollierbaren Umständen ab, namentlich von der Rauigkeit der Flächen, der Geschwindigkeit der Bewegung u. s. w. Man unterscheidet wälzende Reibung und gleitende Reibung. Erstere ist vorhanden, wenn ein Körper über den anderen fortrollt, wobei immer neue Punkte zur Berührung kommen; sie ist viel kleiner als die gleitende Reibung, weshalb man zum Transport schwerer Massen erstere herzustellen sucht durch Unterlegen von Walzen, Benutzung von Wagen u. s. w.

Gleitende Reibung ist vorhanden, wenn ein Körper auf dem anderen so bewegt wird, dass stets dieselbe Fläche des ersteren den zweiten berührt. Es hat sich gezeigt, dass für harte Körper diese Reibung ungefähr 1. proportional dem Gewicht, 2. unabhängig von der Grösse der Fläche, 3. unabhängig von der Geschwindigkeit ist. Sie wird verringert durch Schmiermittel, was auf der Beweglichkeit der Flüssigkeitsteilchen beruht.

§ 94. Eine der wichtigsten Folgen der Kohäsionskräfte ist die Krystallisation. Die kleinsten Teilchen der Körper, die Molekeln, werden ihre Anziehungskräfte am reinsten zur Geltung bringen können, wenn sie noch beweglich sind, d. h. wenn der feste Körper sich bildet, indem Flüssigkeit erstarrt oder das Lösungsmittel verdampft. Während dabei einzelne Körper das Bestreben zeigen, regellos geformte Massen zu bilden, entstehen bei anderen gesetzmässig eben begrenzte Krystalle; erstere zeigen im Innern keine Verschiedenheit nach verschiedenen Richtungen, keine Struktur, sie heissen *amorph*; letztere verhalten sich nach verschiedenen Richtungen verschieden, sie werden *krystallinisch* genannt. Wir können uns über das verschiedene Verhalten folgende Vorstellung machen: Ein Molekel kann nach allen Richtungen die gleiche Anziehungskraft ausüben (wie z. B. die Massenanziehung einer homogenen Kugel beschaffen ist), oder die Anziehungskräfte können nach verschiedenen Richtungen verschieden sein (wie z. B. bei einem Ellipsoid). Je nachdem werden sich die Molekeln in durchweg gleichem Abstand lagern oder in verschiedenen Abständen, etwa so, dass in der Richtung der grössten Kraft die Molekelschichten des Körpers am dichtesten folgen, in der Richtung der kleinsten Kraft am weitesten entfernt sind. Je nach der Grösse der Kräfte und nach dem Winkel zwischen dem Maximum und Minimum werden sich gesetzmässig gelagerte Schichten bilden, durch deren Lage denn auch die äussere Form des Krystalls bedingt ist.

Diese verschiedene Struktur nach verschiedenen Richtungen macht sich nicht nur in der äusseren Form geltend, sondern noch in vielen anderen Hinsichten; es sei folgendes erwähnt: 1. die Elastizität der Krystalle, ihr Widerstand gegen Biegung oder Verlängerung ist nach verschiedenen Richtungen verschieden; 2. die Härte ist verschieden; 3. die Spaltbarkeit ist verschieden; es ist leicht ersichtlich, dass die Schichten, zwischen denen die Anziehungskraft kleiner, sich leichter trennen lassen als andere; 4. die Wärme



und Elektrizität wird verschieden gut geleitet nach verschiedenen Richtungen; 5. die Richtungen verhalten sich gegen Lichtstrahlen verschieden.

Betrachtet man die Krystalle, indem man die gegenseitige Lage der Flächen ins Auge fasst, so findet man gewisse Hauptrichtungen, in Bezug auf welche die sich gegenüberliegenden Flächen symmetrisch sind. Solche Richtungen nennt man krystallographische Axen. Je nach der Zahl der Axen, ihrer Länge und den Winkeln zwischen ihnen unterscheidet man sechs verschiedene Axensysteme, nämlich:

1. Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen Axen von gleicher Länge; die einfachste Krystallform dieses Systems ist das reguläre Oktaeder.

2. Das quadratische oder zwei- und einaxige System, mit drei rechtwinkligen Axen, von welchen zwei gleiche Länge haben. Die Grundform ist das Quadratoktaeder.

3. Das hexagonale oder drei- und einaxige System; es hat drei gleiche Axen in einer Ebene, welche Winkel von  $60^\circ$  bilden, und eine vierte auf jenen senkrechte Axe. Grundform ist die reguläre sechsseitige Doppelpyramide.

4. Das rhombische oder ein- und einaxige System mit drei rechtwinkligen Axen, alle von verschiedener Länge.

5. Das monoklinische oder zwei- und eingliedrige System, bei welchem zwei Axen nicht senkrecht zu einander, die dritte aber senkrecht auf ihrer Ebene ist.

6. Das triklinische oder ein- und eingliedrige System, bei welchem alle drei Axen ungleich lang sind und nicht senkrecht zu einander stehen.

Häufig wachsen einzelne Flächen bei der Entstehung des Krystalls stärker als ihre Nachbarn, so dass sie diese verdecken. Man nennt dies Hemiëdrie. So entsteht durch Ueberwuchern von vier Seiten aus dem Oktaeder das Tetraeder.

In der Regel krystallisiert jede chemische Verbindung in einer bestimmten Form, mitunter aber in mehreren, was man Dimorphismus nennt.

Aehnlich zusammengesetzte Molekeln krystallisieren häufig in derselben Form: Isomorphismus.

§ 95. Damit Krystalle sich rein ausbilden können, ist Langsamkeit des Prozesses und Ruhe erforderlich. Die Ausscheidung

wird erleichtert durch Ansatzpunkte, welche durch irgend welche feste Körper, z. B. die Wände des Gefäßes, am besten aber durch einen Krystall derselben Art gebildet werden. Manchmal kann bei völliger Ruhe ohne passende Ansatzpunkte die Krystallbildung ganz verhindert werden: von essigsaurem oder schwefligsaurem Natron lässt sich z. B. eine heiss gesättigte Lösung abkühlen, ohne dass sie auskrystallisiert; wird sie dann aber erschüttert oder ein kleiner Krystall hineingeworfen, so verwandelt sich in wenigen Sekunden die ganze Flüssigkeit in einen Haufen von Krystallen. Eine solche Lösung nennt man übersättigt. Ebenso lässt sich Wasser im Vakuum bis weit unter  $0^{\circ}$  abkühlen, ohne zu erstarren, eine Erschütterung bringt es aber sofort zum Gefrieren; man spricht von überkältetem Wasser.

### C. Gasförmige Körper.

§ 96. Gase haben mit den Flüssigkeiten die Eigenschaft gemein, dass sie einen geringen Widerstand gegen Formänderung haben; sie unterscheiden sich von jenen dadurch, dass sie auch einen kleinen Widerstand gegen Volumänderung haben. Man nennt sie daher auch wohl kompressible oder expansible Flüssigkeiten.

Die Gase sind der Schwere unterworfen. Das lässt sich leicht mit Hülfe der Wage nachweisen. Nehmen wir einen Ballon mit Hahn, aus welchem wir mit Hülfe der später (§ 107) zu beschreibenden Luftpumpen das Gas entfernen können, wiegen wir den Ballon mit irgend einem Gase gefüllt und ausgepumpt, so gibt die Gewichts-differenz das Gewicht des Gases. Bestimmen wir auch noch das Volumen des Ballons, indem wir ihn mit Wasser gefüllt wiegen, so können wir das Gewicht von 1 *ccm* des Gases, d. h. sein spezifisches Gewicht finden.

Die atmosphärische Luft ist kein einfaches Gas, sondern ein Gasgemisch; sie besteht aus 78 bis 78,5 Teilen Stickstoff, 20,5 bis 21 Teilen Sauerstoff, etwa 1 Teil Argon, daneben noch Spuren von Kohlensäure, Wasserdampf und anderen Verunreinigungen. Gewöhnlich wird die Dichte der Gase nicht auf Wasser bezogen, sondern auf Luft, d. h. es wird das Verhältnis zwischen dem spezifischen Gewicht des Gases und der Luft gegeben.

Das spezifische Gewicht einiger Gase bei  $0^{\circ}$  und unter dem

Druck einer Quecksilbersäule von 760 *mm*, d. h. unter einer Atmosphäre, gibt folgende Tabelle:

	bezogen auf Wasser	auf Luft
Luft . . . . .	0,00129305	1
A . . . . .	0,00178543	1,3808
O . . . . .	0,00142908	1,10521
N . . . . .	0,00125440	0,97010
H . . . . .	0,00008952	0,06923
Cl . . . . .	0,00316696	2,44921
CO <sub>2</sub> . . . . .	0,00196503	1,51968
Wasserdampf . . . . .	0,00080405	0,62182
SO <sub>2</sub> . . . . .	0,00286146	2,21295

§ 97. Die Folgerungen, welche wir bei Flüssigkeiten aus der Beweglichkeit der Teilchen ziehen konnten, gelten in noch höherem Grade für die Gase. So folgt, dass auch in diesen in jeder Schicht der gleiche senkrecht gegen jede Oberfläche gerichtete Druck, ein hydrostatischer Druck, herrschen muss.

Für die Gase gilt daher auch das archimedische Prinzip, dass ein in ihnen befindlicher Körper so viel an Gewicht verliert, als das verdrängte Gas wiegt. Dies ist bei Wägungen zu berücksichtigen (§ 69). Ist der eingetauchte Körper leichter als das Gas, so erfährt er einen Auftrieb gleich der Gewichts-differenz zwischen Körper und verdrängtem Gas. Darauf beruhen die Luftballons. Füllen wir z. B. einen Ballon von 1000 *cbm* Inhalt mit Wasserstoff, so wiegt dasselbe 89,52 *kg* (1 *cbcm* wiegt 0,00008952 *g*, also 1 *l*: 0,00008952 *kg*, 1 *cbm* = 1000 *l*: 0,08952 *kg*); die verdrängten 1000 *cbm* Luft aber wiegen 1293,05 *kg*, also hat der Ballon einen Auftrieb von 1203 *kg*, so viel kann die Hülle und das angehängte Gewicht betragen.

Wir befinden uns an der Erdoberfläche am Boden eines tiefen Luftmeeres, welches durch sein Gewicht einen bestimmten Druck, den atmosphärischen Druck, hervorbringt. Beim Aufsteigen zu grösserer Höhe muss dieser Druck abnehmen, da die Höhe der drückenden Luftschicht abnimmt. Welche Höhe die Atmosphäre besitzt, ist nicht bekannt; es muss jedenfalls eine Grenze vorhanden sein, denn je höher wir steigen, desto kleiner wird die Schwere;

andererseits wächst, da die Atmosphäre an der Erdrotation teilnimmt, die Centrifugalkraft. In einer Entfernung von 6,6 Erdradien wären beide Kräfte gleich, darüber hinaus würden also die Luftteilchen in den Weltraum geschleudert. Man nimmt aber an, dass schon in viel geringerer Höhe, nämlich etwa 150 000 m, die Atmosphäre aufhört.

Trotz der Leichtigkeit der Luft ist wegen der Höhe der Luftsäule der Druck ein sehr bedeutender. Derselbe besteht auch in geschlossenen Räumen, da dieselben immer durch Ritzen und Poren mit der äusseren Atmosphäre kommunizieren und daher stets derselbe Druck herrschen muss wie in einer äusseren Schicht in gleicher Höhe. Der Luftdruck wird gemessen durch das Barometer, welches auf dem Prinzip der kommunizierenden Röhren (§ 66) beruht. Haben wir ein zweischenkeliges Rohr (Fig. 83) gefüllt mit irgend einer Flüssigkeit, die in den Schenkeln die Höhe  $h_1$  und  $h_2$  hat, so muss in einer gemeinsamen Ebene der gleiche Druck herrschen. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit  $s$ , und ist der Luftdruck auf beiden Flüssigkeitsoberflächen gleich und  $= p$  pro Flächeninhalt, so ist  $p + h_1 s = p + h_2 s$ , d. h.  $h_1 = h_2$ .

Wenn wir nun aber auf der einen Seite den Luftdruck verringern, so muss hier die Flüssigkeit so hoch steigen, dass ihr Druck die Abnahme des Luftdruckes ersetzt; nehmen wir die Luft aus dem einen Schenkel ganz weg, so dass gar kein Druck auf der Flüssigkeit lastet, stellen wir also über dieser einen luftleeren Raum, ein Vakuum her, so ist  $p + h_1 s = h_2 s$ ,  $p = (h_2 - h_1) s$ , d. h. die Differenz der Flüssigkeitssäulen übt den gleichen Druck aus wie die Atmosphäre.

Als Flüssigkeit nimmt man meist Quecksilber. Ein solches zweischenkeliges Rohr, welches an dem einen Ende zugeschmolzen ist (Fig. 84), nachdem die Luft daraus entfernt ist, heisst Heberbarometer. Wir brauchen aber kein zweischenkeliges Rohr: tauchen wir in ein flaches Gefäss mit Quecksilber (Fig. 85) eine oben offene Röhre, so steht (abgesehen von der Kapillarität) im Rohr und aussen das Quecksilber gleich hoch, da auch hier der Druck in einer gemeinsamen Ebene identisch sein muss. Saugen wir aber aus dem Rohr mit einer Luftpumpe die Luft aus, so steigt das Quecksilber, und ist die Luft ganz entfernt, so steht auch hier die Quecksilbersäule so hoch über dem äusseren Niveau, dass sie dem Atmosphärendruck das Gleichgewicht hält. Dieses Instrument heisst Gefässbarometer.

§ 98. Die Gefässbarometer sind zur Ableseung bequemer, aber ungenauer. Fig. 86 gibt die übliche Form. Nennen wir den Querschnitt des Rohres  $q$ , den des Gefässes  $Q$ . Wenn im Rohr sich das Quecksilber um  $a$  verschiebt, muss im Gefäss das Niveau

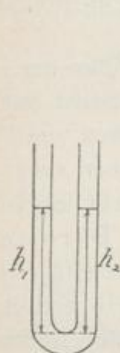


Fig. 83.

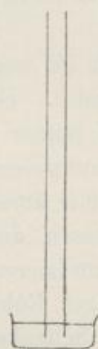


Fig. 84.



Fig. 85.

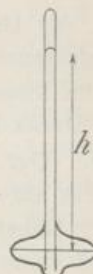


Fig. 86.

sich ebenfalls ändern, um  $A$ ; da das aus dem Rohr austretende Volum gleich dem ins Gefäss eintretenden ist, so ist  $qa = QA$ , oder  $A = \frac{q}{Q}a$ . Ist  $a = 30 \text{ mm}$  — was ungefähr der grössten vorkommenden Abweichung von der Mittelstellung entspricht — und soll  $A$  nicht mehr als  $0,1 \text{ mm}$  betragen, so muss  $q = \frac{1}{300} Q$  sein.

Diese Bedingung ist nur selten erfüllt. Wenn daher der Nullpunkt der Skala, an welcher man die Höhe  $h$  abliest, fest auf die Mittelstellung des unteren Niveau eingestellt ist, wie das gewöhnlich der Fall ist, macht man durch die Schwankungen desselben beträchtliche Fehler. Es muss ferner der Einfluss der Kapillarität berücksichtigt werden, durch welchen die Höhe  $h$  verkleinert wird (§ 74). Gewöhnlich ist das gleich bei der Teilung mit berücksichtigt. — Die Bequemlichkeit des Gefässbarometers beruht darauf, dass man eben das untere Niveau als konstant betrachtet und daher mit einer Ableseung auskommt.

Bei den Heberbarometern verschieben sich, falls beide Schenkel wie gewöhnlich gleich weit sind, bei jeder Aenderung des Luftdruckes beide Niveaus um gleich viel nach entgegengesetzten Seiten. Zur Bestimmung der Höhendifferenz hat man folgende Methoden: Die Teilung geht von einem beliebig liegenden Nullpunkt nach unten und oben; man liest die Stellung beider Quecksilberkuppen

ab und addiert die Ablesungen. Noch häufiger ist entweder die Skala gegen das Barometerrohr oder das Rohr gegen die Skala verschiebbar; man bringt dann immer die untere Kuppe mit dem Nullpunkt der Teilung zur Koinzidenz, liest dann die Stellung der oberen Kuppe ab.

Sind an beiden Kuppen die Röhren gleich weit, so fällt hier der Kapillareinfluss fort, da er in beiden Schenkeln entgegengesetzt wirkt und sich aufhebt. Ganz ist das freilich doch nicht der Fall: die Kuppe im offenen Schenkel ist mit Luft in Berührung, wodurch sie sich oxydiert; dadurch ändert sich die Kapillardepression in unkontrollierbarer Weise. Man sucht sich zu helfen, indem man das Barometer vor dem Gebrauch etwas bewegt; dabei hängt sich das Oxyd zum Teil an die Glaswand und man erhält eine reinere Oberfläche. Noch besser nimmt man die Röhren so weit, dass die ganze Kapillardepression, also vollends ihre Aenderungen, ausser Betracht kommen.

Grundbedingung für richtige Angaben eines Barometers ist, dass in dem geschlossenen Schenkel gar keine Luft, sondern ein vollkommenes Vakuum vorhanden ist; man erreicht dies bei Herstellung des Barometers durch Auskochen des Quecksilbers. Die neueren wissenschaftlichen Barometer, z. B. das von Wild, gestatten, das Vakuum in dieser Hinsicht zu kontrollieren.

Das Barometer misst den Druck der Luft durch den Druck einer Quecksilberhöhe; deren Druck aber hängt ab von der Temperatur, da die Dichte des Quecksilbers sich mit dieser ändert. Man ist übereingekommen, den Druck durch eine Quecksilbersäule von 0° Celsius zu messen. Quecksilber dehnt sich pro Grad C. um 0,00018 aus. Eine Säule von 0° mit der Länge  $b$  hat daher bei der Temperatur  $t^{\circ}$  die Länge

$$B = b + b \cdot 0,00018 \cdot t = b (1 + 0,00018 t).$$

Also die Ablesung  $B$  bei  $t^{\circ}$  entspricht dem wahren Druck

$$b = \frac{B}{1 + 0,00018 t}.$$

§ 99. Beobachtet man den Barometerstand zu verschiedenen Zeiten, so findet man, dass er im Meeresniveau unter der Breite von 45° um 760 mm schwankt. Der Luftdruck auf den Quadratcentimeter ist daher gleich dem Druck einer Quecksilbersäule von

1 *qcm* Querschnitt, 76 *cm* Länge, d. h. gleich dem Gewicht von 76 *cbcm* Quecksilber; da das spezifische Gewicht des Hg = 13,5959, so ist also der Druck =  $76 \times 13,5959 \text{ g} = 1,0333 \text{ kg}$ . Der Druck auf das Quadratmeter beträgt 10332,88 *kg*.

Wir haben gesehen, dass in einem zweischenkeligen Rohre, aus dessen einem Schenkel der Luftdruck beseitigt ist, die Gleichung besteht  $p = (h_2 - h_1) s$ . Die Höhendifferenz wird also eine andere sein, wenn wir statt Quecksilber eine andere Flüssigkeit nehmen, die Drucksäulen werden umgekehrt den spezifischen Gewichten sein. Wasser z. B. wird in einem Rohr, aus welchem man oben die Luft absaugt, durch den Luftdruck bis zur Höhe:  $13,5959 \times 76 \text{ cm} = 10,33 \text{ m}$  hinaufgetrieben werden. Der Umstand, dass in einer Pumpe in Florenz im Jahre 1643 das Wasser nicht höher angesaugt werden konnte, wurde die Veranlassung, dass Torricelli die Existenz des Luftdruckes erkannte.

§ 100. In neuerer Zeit hat man eine ganz andere Art von Apparaten konstruiert, um den Luftdruck zu messen, die sog. Aneroidbarometer. Hier wird der Luftdruck durch die Spannung einer Feder äquilibrirt. Fig. 87 gibt das Prinzip des Apparates: A ist eine flache kreisförmige Metallkapsel, wie eine runde Schachtel; Boden und Deckel sind aus gewelltem Blech hergestellt, um sie möglichst leicht verbiegen zu können. Die eine Wand ist mittelst des Stabes B mit dem festen Gestell D verbunden. Die Kapsel ist vor dem Zulöten luftleer gemacht, der Luftdruck sucht sie daher zusammenzupressen; dies wird dadurch verhindert, dass an der gegenüberliegenden Seite, in E, eine starke Spiralfeder C angreift,

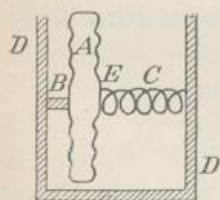


Fig. 87.

deren anderes Ende auch am Gestell sitzt. Die Spannung der Feder und der auf die Kapsel wirkende Luftdruck halten sich in jedem Augenblick das Gleichgewicht; wächst der Luftdruck, so wird die Kapsel etwas mehr zusammengedrückt, so weit, bis die vermehrte Spannung der Feder ihm wieder das Gleichgewicht hält; sinkt der Druck, so zieht die Feder die Kapsel wieder aus einander. Wie man sieht, wird der Punkt E kleine Bewegungen vor- und rückwärts ausführen; dieselben werden dann durch Hebel oder Zahnräder vergrößert auf einen Zeiger übertragen, dessen Stellung den Luftdruck ergibt.

Diese Instrumente sind nicht so zuverlässig wie die Quecksilberbarometer wegen der Wirkung der Wärme auf die Elastizität und wegen der elastischen Nachwirkung. Sie sind aber sehr wertvoll, weil sie leicht transportabel sind — man baut sie in der Grösse von Taschenuhren —, und wie wir sehen werden, bedingt die Höhenmessung auf Reisen das Mitführen von Barometern, was bei der Zerbrechlichkeit und Schwere der Quecksilberbarometer früher sehr beschwerlich war.

§ 101. Beobachtet man das Barometer fortdauernd an demselben Orte, so zeigen sich Schwankungen, theils solche, welche mit der Tages- und Jahreszeit zusammenhängen, also einen regelmässigen Verlauf haben, theils solche, welche ganz regellos stattfinden und durch die atmosphärischen Umstände bedingt sind, nämlich Windrichtung, Temperatur, Feuchtigkeitsgehalt. Die warmen feuchten Winde sind leichter, kalte trockene schwerer, und so entspricht meist hohem Barometerstand gutes, niedrigem schlechtes Wetter. Verbindet man die Orte, welche gleichzeitig denselben Barometerstand haben, auf einer Karte durch Linien, so entstehen mehr oder weniger geschlossene Kurven, die Isobaren, welche die Stelle des barometrischen Minimums konzentrisch umgeben. Nach dem Minimum strömen von allen Seiten die Winde, wenn auch wegen Drehung der Erde nicht in radialen, sondern spiralförmigen Bahnen. Das Minimum zieht langsam auf ziemlich konstanten Wegen von Westen nach Osten; eine solche Bahn geht z. B. durch Südengland, Dänemark, die Ostsee; durch die Stellung dieses Minimums ist hauptsächlich Windrichtung und Wetter in Deutschland bedingt.

Die unregelmässigen Schwankungen des Barometers können 30—40 *mm* betragen, die periodischen dagegen sind sehr klein. Der Barometerstand ist im Winter höher, als im Sommer, und täglich ist er am höchsten morgens und gleich nach Sonnenuntergang. Das arithmetische Mittel aus allen Barometerständen des Jahres wird der mittlere Barometerstand des Ortes genannt. Er ändert sich von Ort zu Ort mit der geographischen Lage in noch unbekannter Weise und mit der Höhe: für etwa je 10 *m* Erhebung sinkt der Druck um 1 *mm* (§ 105).

§ 102. Der Luftdruck wird im täglichen Leben viel benutzt; es seien folgende Apparate genannt:



1. Die Heber: Füllen wir ein U-förmig gebogenes Rohr mit Flüssigkeit und tauchen das eine Ende in ein gefülltes Gefäss (Fig. 88), so herrscht in der freien Oberfläche a und an der Mündung b Atmosphärendruck. Gehen wir von diesen beiden Stellen in den Schenkeln des Hebers aufwärts, so nimmt links bis zu der beiden Schenkeln gemeinsamen Ebene cc der Druck ab um die Drucksäule  $ac = h$ , rechts um die Drucksäule  $bc = h_1$ . Sobald  $h$  nicht  $= h_1$ , ist in cc der Druck ungleich und die Flüssigkeit wird

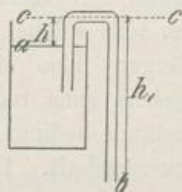


Fig. 88.



Fig. 89.

von der Stelle grösseren Drucks herüberfliessen mit einer Geschwindigkeit, welche von der Druckdifferenz abhängt. Ist  $h_1 > h$ , d. h. liegt die Mündung des Hebers unter dem Niveau, so fliesst die Flüssigkeit oben nach rechts und fliesst bei b aus. So werden die Heber vielfach gebraucht, um Flüssigkeiten überzufüllen.

2. Der Stechheber (Pipette), welcher dazu dient, Flüssigkeitsproben aus einem grösseren Gefäss zu entnehmen. Er ist ein unten in eine offene Spitze auslaufendes Gefäss (Fig. 89) mit so kleiner oberer Oeffnung, dass man dieselbe mit dem Daumen verschliessen kann. Taucht man die Spitze etwa in das Spundloch eines Fasses, so füllt sich das Gefäss zum Teil mit Flüssigkeit; schliesst man dann die Oeffnung mit dem Finger und hebt den Stechheber aus dem Fass, so wird durch den Luftdruck das Ausfliessen der in ihm befindlichen Flüssigkeit verhindert.

3. Die Mariottesche Flasche dient dazu, in ein Gefäss aus welchem Flüssigkeit langsam abfliesst, so viel zufließen zu lassen, dass das Niveau konstant bleibt. Durch den Stöpsel einer Flasche werden zwei Röhren gesteckt, von welchen die eine (Fig. 90), a, nur wenig in die Flasche hineinragt, aber aussen etwas länger ist, während die andere, b, bis auf den Boden der Flasche reicht, aussen dafür etwas kürzer ist. Die Flasche wird gefüllt umgekehrt,

so dass beide Röhrenden in das konstant zu haltende Niveau tauchen. Die Flüssigkeit kann nicht aus der Flasche fließen, weil keine Luft eindringen kann; sobald aber das Niveau so weit gesunken ist, dass die Mündung von *b* frei wird, tritt eine Luftblase ein, wofür eine an Volum gleiche Menge Flüssigkeit ausfließt. Dadurch wird das Niveau erhöht, *b* wieder geschlossen u. s. w. Diese Einrichtung fand sich z. B. an vielen Oellampen.

4. Die Pumpen: In Fig. 91 stelle *A* das Rohr einer gewöhnlichen Pumpe vor, deren unteres Ende im Wasser steht. Bei *B* ist das Rohr durch ein Ventil versperrt, d. h. durch eine Klappe, welche das Rohr ganz dicht schliesst, welche sich aber bei Druck

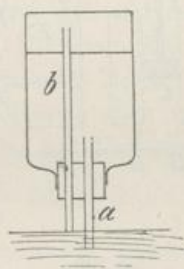


Fig. 90.

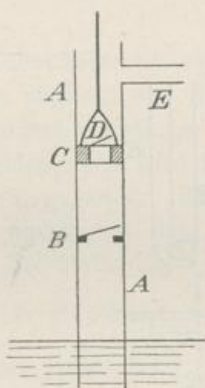


Fig. 91.

von einer Seite öffnet. *B* öffnet sich nach oben. In *A* verschiebt sich dicht anschliessend der Stempel *C*, der beim Pumpen auf und ab bewegt wird. Er ist in der Mitte durchbohrt, die Oeffnung aber durch das auch nach oben schlagende Ventil *D* geschlossen. Heben wir nun *C*, so entsteht zwischen *B* und *C*, da der Raum vergrössert wird, eine Luftverdünnung, der Luftdruck sinkt; daher wird das Ventil *D* fest zugedrückt durch den äusseren Luftdruck, *B* aber aufgedrückt. Es tritt also Luft durch das Ventil nach oben, die Luft in der Pumpe unter *B* wird verdünnt, daher presst der aussen auf dem Wasserniveau ruhende Luftdruck das Wasser in der Pumpe in die Höhe. Bewegen wir den Stempel zurück nach unten, so schliesst sich *B*; dann wird die Luft zwischen *B* und *D* verdichtet, sie öffnet *D* und tritt über *D*. Heben wir wieder

C, so schliesst sich D, B öffnet sich, das Wasser wird höher gesaugt u. s. w. Schliesslich tritt das Wasser durch D nach oben, wird durch den Stempel gehoben und fliesst bei E aus. Wenn die Pumpe wirken soll, darf die Entfernung zwischen dem Wasserniveau und der tiefsten Stellung des Stempels nicht mehr als 10 m betragen (§ 99). Soll daher Wasser höher gehoben werden, so ist eine solche sog. Saugpumpe nicht brauchbar, man benutzt dann Druckpumpen. Fig. 92 gibt die Einrichtung einer solchen: A ist wieder das Pumpenrohr, B das untere Ventil. Der Stempel C ist undurchbohrt, dagegen ist ein Seitenrohr E angesetzt, welches durch das nach aussen (vom Pumpenrohr) schlagende Ventil D abgesperrt wird. Heben wir C, so wird erst Luft, dann Wasser über D ge-

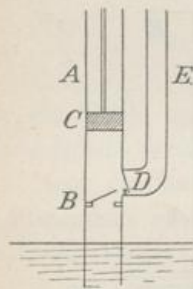


Fig. 92.

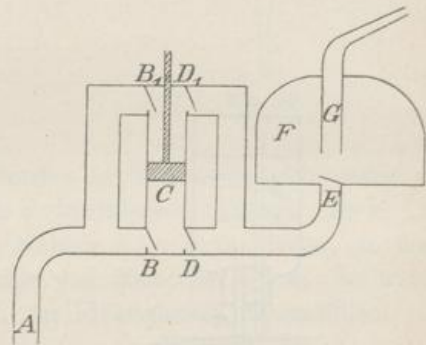


Fig. 93.

saugt; beim Senken von C schliesst sich B, dafür öffnet sich D, und das Wasser wird in das Rohr E gepresst. Hier kann es beliebig hoch gehoben werden, es muss nur C mit dem genügenden Druck heruntergepresst werden.

Die Einrichtung der Druckpumpe findet sich auch bei der Feuerspritze mit noch einigen Nebenteilen. Das Wasser wird nämlich durch die Druckpumpe nur stossweise, beim Senken des Stempels, herausgetrieben; um dies zu vermeiden und einen kontinuierlichen Strahl zu erhalten, wird ein sog. Windkessel eingeschaltet. Fig. 93 stellt eine Spritze mit doppelt wirkender Pumpe dar; A ist das ins Wasser ragende Rohr, welches durch zwei Ventile, B und B<sub>1</sub>, mit dem Pumpenrohr in Verbindung tritt, in welchem sich der Stempel C bewegt; aus dem Pumpenrohr wird das Wasser durch zwei Ventile D und D<sub>1</sub> in den Windkessel F

getrieben, an dessen Boden ebenfalls ein Ventil E sitzt. Beim Heben von C wird darunter der Druck verringert, D schliesst sich, B öffnet sich und Wasser tritt ein; darüber wird der Druck vermehrt, B<sub>1</sub> schliesst sich, D<sub>1</sub> öffnet sich und Wasser wird in den Windkessel getrieben. Beim Senken von C ist das Spiel der Ventile ein umgekehrtes, D<sub>1</sub> und B schliessen sich, während durch B<sub>1</sub> Wasser angesaugt, durch D herausgepresst wird. Der Windkessel enthält Luft, welche durch das eingetriebene Wasser zusammengedrückt wird, und nun ihrerseits das Wasser durch das Rohr G heraustribt. Da das Luftvolumen im Windkessel gross ist, ändert sich sein Druck durch das jedesmal hineingetriebene Wasser nur wenig, so dass aus dem Windkessel das Wasser unter ziemlich konstantem Druck ausgetrieben wird.

§ 103. Die Gase bieten einer Volumänderung einen kleinen Widerstand dar. Das Gesetz, welches angibt, wie das Volumen einer Gasmasse sich mit dem Druck ändert, wurde im Jahre 1662 von Boyle, 1679 von Mariotte gefunden, und wird in Deutschland mit Unrecht Mariottesches Gesetz genannt. Es sagt aus, dass das Volumen stets umgekehrt proportional dem Druck ist. Sind also bei den Drucken  $p$  und  $p_1$  die Volumina  $v$  und  $v_1$ , so ist  $\frac{v}{v_1} = \frac{p_1}{p}$  oder  $vp = v_1p_1$ , d. h. das Produkt aus Druck und Volumen ist konstant. Da bei jedem Körper die Dichte umgekehrt proportional dem Volumen ist (§ 67), so erhalten wir auch  $\frac{v}{v_1} = \frac{d_1}{d} = \frac{p_1}{p}$ , d. h. die Dichte des Gases ändert sich proportional dem Druck.

Das Gesetz ist nur angenähert richtig, wie zuerst Pouillet genauer nachwies. Ausführliche Versuche sind von Regnault angestellt worden. Die folgende Tabelle gibt für einige Gase die Resultate. Nennen wir das Volumen einer Gasmasse unter dem Druck von 1 *m* Quecksilber 1, so sollte zur Herstellung des Volumens  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  u. s. w. der Druck von 2 *m*, 4 *m* u. s. w. nötig sein; statt dessen fanden sich folgende Drucke:

Volum	Druck in Metern Quecksilber			
	Luft	N	CO <sub>2</sub>	H
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$\frac{1}{2}$	1,9978	1,9986	1,9829	2,0011
$\frac{1}{4}$	3,9874	3,9919	3,8973	4,0068
$\frac{1}{8}$	7,9456	7,9641	7,5193	8,0339
$\frac{1}{10}$	9,9162	9,9435	9,2262	10,0560
$\frac{1}{20}$	19,7198	19,7885	16,7054	20,2687

Diese Zahlen zeigen, dass die drei ersten Gase leichter kompressibel sind, als das Mariottesche Gesetz angibt, und ebenso verhalten sich alle übrigen Gase. Nur Wasserstoff verhält sich anders, er ist schwerer komprimierbar.

In neuerer Zeit sind die Versuche bis zu viel höheren Drucken, 3000 Atmosphären, und bei verschiedenen Temperaturen von Amagat fortgeführt worden: er fand folgendes:

1. Die Kompressibilität des Wasserstoffes ist bei allen Temperaturen geringer, als das Mariottesche Gesetz verlangt, und nimmt mit steigendem Druck ab, so dass z. B. bei 3000 Atmosphären das Volumen dreimal so gross ist, als es nach Mariotte sein sollte.

2. Die Gase, welche bei der herrschenden Temperatur durch Druck nicht zu verflüssigen sind, verhalten sich bei hoher Temperatur ganz wie Wasserstoff. Bei niedriger Temperatur aber sind sie anfangs stärker kompressibel, als das Gesetz aussagt; bei wachsendem Druck nimmt die Abweichung zu, erreicht ein Maximum, nimmt dann wieder ab, wird 0, worauf sich das Gas wie Wasserstoff verhält.

3. Die Gase, die bei der vorhandenen Temperatur verflüssigt werden können, werden bei zunehmendem Druck immer stärker kompressibel, bis sie sich in Flüssigkeit verwandeln.

§ 104. Auf der Kenntnis des Mariotteschen Gesetzes beruhen Apparate, welche zur Messung von Drucken benutzt werden, die

Manometer: an ein oben geschlossenes Glasrohr A (Fig. 94) ist unten ein weiterer Teil B angesetzt, welcher durch das Rohr C mit dem Raum in Verbindung steht, dessen Luft- oder Dampfdruck gemessen werden soll. A ist mit Luft oder Stickstoff von Atmosphärendruck gefüllt, B mit Quecksilber. Der Druck von C

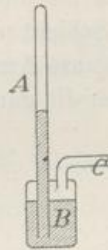


Fig. 94.

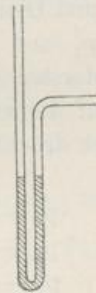


Fig. 95.

aus treibt das Quecksilber in A in die Höhe, wodurch die Luft komprimiert wird; aus ihrem Volumen kann man den Druck ermitteln. Ist dasselbe  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  . . . geworden, so beträgt der Druck 2, 3 . . . Atmosphären. Eine entsprechende Teilung ist an A angebracht.

Man hat noch eine andere Art Manometer, sog. offene Manometer, bei welchen der Druck direkt durch eine Quecksilbersäule gemessen wird. Eine lange U-förmig gebogene Glasröhre (Fig. 95) kommuniziert einerseits mit dem Raum, dessen Druck zu messen ist, andererseits mit der Atmosphäre. Das Rohr enthält unten Quecksilber: die Niveaudifferenz in beiden Schenkeln gibt die Differenz des zu messenden Druckes gegen den herrschenden Atmosphärendruck an.

§ 105. Wir können nun die barometrische Höhenmessung besprechen. Wir haben gesehen, dass die Atmosphäre einen hydrostatischen Druck ausübt, welcher nach oben abnehmen muss, da die drückende Luftsäule niedriger wird. Es handelt sich darum, das Gesetz der Druckabnahme mit der Höhe zu kennen, dann kann man das Barometer zur Höhenmessung benutzen.

In Flüssigkeiten ist der Druck proportional der Tiefe unter dem freien Niveau, da die Flüssigkeiten inkompressibel sind, und

daher jede Schicht von der Einheit der Dicke denselben Druck hinzufügt. Bei Gasen aber, die kompressibel sind, sind die unteren Schichten dichter, üben daher grösseren Druck aus, als die oberen.

Wir denken uns die Atmosphäre in horizontale Schichten von gleicher Höhe  $h$  geteilt, welche so gering sei, dass wir innerhalb jeder Schicht den Druck und die Dichte als konstant betrachten können. Druck und Dichte in der untersten Schicht seien  $p_0$  und  $d_0$ , in der zweiten  $p_1$  und  $d_1$  u. s. w. Dann ist die Druckdifferenz zwischen der untersten und der zweiten Schicht dadurch hervorgebracht, dass auf die zweite Schicht die ganze Atmosphäre ausser der ersten Schicht drückt, auf die erste aber die ganze Atmosphäre. Folglich ist

$$\begin{aligned} p_0 - p_1 &= h d_0 \text{ und ebenso} \\ p_1 - p_2 &= h d_1 \\ p_2 - p_3 &= h d_2 \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Nach dem Mariotteschen Gesetz ist aber

$$\frac{d_0}{p_0} = \frac{d_1}{p_1} = \frac{d_2}{p_2} \dots = A,$$

wo  $A$  eine Konstante bedeutet. Dividieren wir daher obige Gleichungen durch  $p_0, p_1, p_2$  u. s. w., so erhalten wir

$$1 - \frac{p_1}{p_0} = h \frac{d_0}{p_0} = A h; \quad 1 - \frac{p_2}{p_1} = A h; \quad 1 - \frac{p_3}{p_2} = A h \dots$$

$$\text{also } \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} \dots$$

Setzen wir nun  $\frac{p_1}{p_0} = k$ , wo  $k$  ein echter Bruch, dessen Grösse von der Höhe der Schichten abhängt, so ist

$p_1 = k p_0; p_2 = k p_1 = k^2 p_0; p_3 = k p_2 = k^3 p_0; \dots p_n = k^n p_0;$   
d. h. wenn die Höhen in arithmetischer Progression wachsen, nehmen die Drucke in geometrischer Progression ab.

Wollen wir die Höhe  $h$  finden, für welche der Druck um 1 mm Quecksilber abnimmt, so ist

$$p_0 - p_1 = 1 \text{ mm} = d_0 h, \quad h = \frac{1 \text{ mm Quecksilber}}{d_0}$$

Nun ist 1 mm Hg = 13,59 mm Wasser,  $d_0$ , bezogen auf Wasser, = 0,001293, also  $h = \frac{13,59 \text{ mm}}{0,001293} = 10,51 \text{ m.}$  (Genauer ist wegen der Aenderung der Temperatur mit der Höhe 10,43 m.)

Nehmen wir in obiger Rechnung etwa Schichten von dieser Höhe,  $h = 10,43 \text{ m}$ , so wäre  $p_0 = 760$ ,  $p_1 = 759$ , also  $k = \frac{759}{760}$ . Will man dann aus obiger Formel die Höhe finden, in welcher der Druck  $p_x = \frac{1}{2}$  Atmosphäre =  $380 \text{ mm}$ , so ergibt sich die Zahl  $x$  der Schichten, um die wir dazu aufsteigen müssen, aus  $p_x = k^x p_0$ :

$$p_x = 380 = \left(\frac{759}{760}\right)^x 760 \text{ oder } \frac{1}{2} = \left(\frac{759}{760}\right)^x, x = \frac{\log \frac{1}{2}}{\log \left(\frac{759}{760}\right)},$$

$x = 528$ , d. h. in der Höhe  $528 \times 10,43 \text{ m}$ , also etwa in  $5500 \text{ m}$  ist der Luftdruck nur noch  $\frac{1}{2}$  Atmosphäre. Die Formel ist übrigens nur angenähert richtig, da wir nicht die Abnahme der Temperatur mit der Höhe berücksichtigt haben.

§ 106. Einer der wichtigsten Apparate für Gase ist die Luftpumpe, welche von Otto von Guericke 1650 zuerst konstruiert worden ist. Sie ist im wesentlichen ebenso eingerichtet wie die Saugpumpe, nur dass der Stempel besser schliessen muss und an Stelle der Ventile Hähne treten. Es sei hier gleich eine Pumpe neuerer Konstruktion, eine sog. zweistiefelige Luftpumpe beschrieben.

In zwei gut cylindrisch ausgeschliffenen Glasröhren, den sog. Stiefeln A und B (Fig. 96), bewegen sich zwei Stempel a und b so, dass der eine immer aufwärts geht, wenn der andere abwärts geht. Vom Boden der Stiefel führen Röhren C zu einem eigentümlich gebohrten Hahn: Von den seitlichen Oeffnungen führt nämlich die eine D nach hinten, die andere E nach vorn. D führt zur Röhre F, welche zu dem auszupumpenden Raum leitet. Derselbe besteht vielfach aus einer Glasglocke G, welche auf den Luftpumpenteller T, eine mattgeschliffene Glasplatte, mit etwas Fettdichtung aufgesetzt ist. Die zweite Bohrung E endet vorn am Hahn, kommuniziert also mit der Atmosphäre. In der

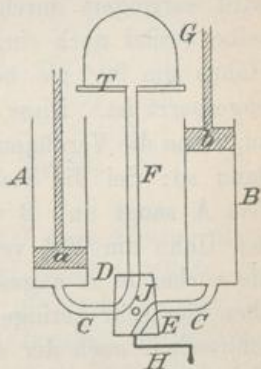


Fig. 96.



gezeichneten Stellung (der Hahn ist dabei viel zu gross gezeichnet, auch liegt seine Axe in Wahrheit in einer zur Ebene des Papiers senkrechten Ebene) ist A mit dem Teller, B mit der Atmosphäre verbunden. Nun bewegen wir die Stempel; die Luft aus G wird nach A hinübergesaugt, während aus B die Luft hinausgepresst wird. Ist b am Boden von B angekommen, so wird der Halm mittelst des Griffes H um  $180^\circ$  gedreht und dadurch B mit G verbunden, A mit der Atmosphäre; bei der Rückbewegung der Stempel saugt daher b Luft aus der Glocke, während a die vorher angesaugte Luft hinaustreibt. So kann man durch fortgesetztes Pumpen den Druck in G sehr klein machen. Die Pumpe hat aber noch einen Mangel: Kurz bevor der Hahn umgelegt wird, ist der Stiefel, welcher zunächst mit dem Teller in Verbindung gesetzt werden soll, mit der Atmosphäre in Kommunikation; daher ist das Röhrchen C und der kleine Raum, welcher bei der tiefsten Stellung des Stempels zwischen diesem und dem Boden des Stiefels übrig ist, mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt, und diese Luftmenge wird bei Umlegen des Hahns in den auszupumpenden Raum hineingebracht. Die äusserste Grenze der erreichbaren Verdünnung ist also die, welche bei Verteilung der Luft aus diesem sog. schädlichen Raume in den auszupumpenden entsteht. Dieser Mangel wird verringert durch den sog. Grassmannschen Hahn. Derselbe besitzt noch eine dritte Bohrung J, welche bei Drehung des Hahns um  $90^\circ$  die beiden Stiefel verbindet, während die Glocke abgesperrt ist. Diese Bohrung fängt man erst dann zu benutzen an, wenn die Verdünnung schon weit vorgeschritten ist; man pumpt dann so: Sei die Stellung der Figur vorhanden, so hebt man a, also A saugt an, B wird nach aussen entleert. Dann dreht man den Hahn um  $90^\circ$ , verbindet also A und B, senkt a; dadurch wird die vorher in A angesaugte Luft nach B herübergedrückt, behält aber hier sehr geringe Dichte, und mit Luft von dieser Dichte ist schliesslich auch der schädliche Raum erfüllt. Nun legt man den Hahn wieder in die erste Stellung, saugt wieder A voll u. s. w. Man benutzt dabei also nur den einen Stiefel zum Pumpen, in den anderen entleert man die Luft.

Mit solcher Pumpe, wenn sie sehr gut im stande ist, kann man den Druck wohl auf 1 bis 2 *mm* Quecksilber bringen.

Fig. 97 gibt die Ansicht einer der beschriebenen Pumpen. Man sieht bei R die vier Griffe, welche ein Zahnrad zu drehen gestatten, welches in zwei Zahnstangen eingreift und dadurch die

Stempel a und b in entgegengesetzter Richtung bewegt. Zwischen den Stiefeln ist der Griff des Hahns sichtbar. Ferner sieht man die Messingröhre F, welche von dem hinteren Ende des Hahnes zum Pumpenteller führt. Es ist noch eine Röhre H sichtbar, welche mit der Röhre F kommuniziert; sie dient dazu, den vorhandenen Druck zu messen, wenn derselbe schon ziemlich klein ist. In H befindet sich nämlich ein kurzes Heberbarometer; solange der Luftdruck grösser ist, als die Höhendifferenz der beiden Schenkel, bleibt

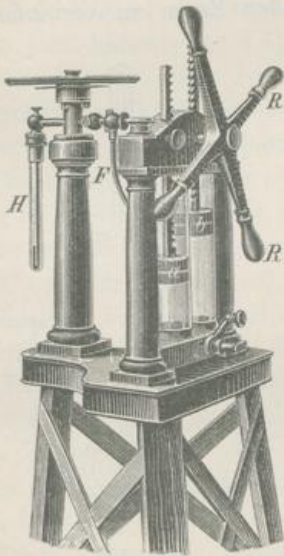


Fig. 97.

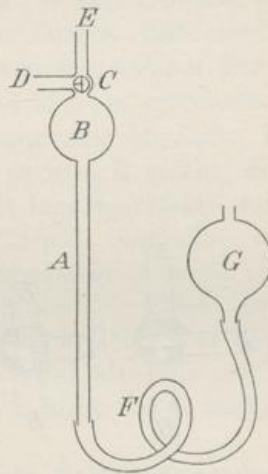


Fig. 98.

das Quecksilber in dem geschlossenen Schenkel oben stehen, dann aber fällt es, und wenn der Luftdruck in H gleich 0 würde, so stände das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch, weil ja dann auf beiden Quecksilbersäulen der Druck 0 lastete. Die Niveaudifferenz der beiden Schenkel gibt also in jedem Augenblick den noch vorhandenen Druck. Man nennt diese Messvorrichtung abgekürztes Barometer oder Barometerprobe.

§ 107. Die beschriebenen Luftpumpen sind in neuerer Zeit durch eine andere Einrichtung, die sog. Quecksilberluftpumpen, stark verdrängt worden, weil diese sehr viel grössere Verdünnung mit Leichtigkeit erreichen lassen. Dieselben benutzen das Vakuum,

welches sich oben in einem Barometer bildet, das sog. Torricellische Vakuum.

Es sei hier zunächst die erste brauchbare Pumpe derart, die sog. Geisslersche Pumpe, im Prinzip beschrieben; Fig. 98 gibt eine Skizze derselben. A ist ein Rohr von mehr als Barometerlänge, welches sich oben zu einer geräumigen Kugel von  $\frac{1}{2}$ —1 l Inhalt erweitert. An der Kugel sitzt oben ein Röhrchen mit Hahn C, einem sog. Dreiweghahn, welcher eine T-förmige Bohrung hat und daher B entweder durch D mit der Atmosphäre oder durch E mit dem auszupumpenden Raum zu verbinden ge-

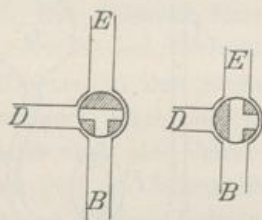


Fig. 99.

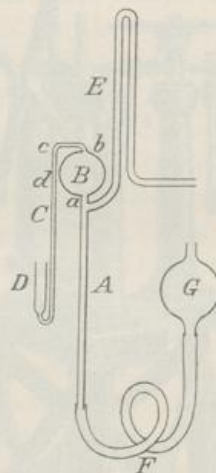


Fig. 100.

stattet. Fig. 99 gibt die dazu nötigen Stellungen des Hahns an. An A ist unten ein starker Schlauch befestigt, dessen anderes Ende zu einem Gefäss G führt, welches Quecksilber enthält. Verbinden wir durch den Hahn B und D, heben G, so fließt das Quecksilber aus G nach B hinüber, füllt dies ganz an und drängt die Luft aus B heraus. Nun stellen wir den Hahn um, verbinden B mit E und senken G; das Quecksilber fließt zurück, in B würde sich ein Torricellisches Vakuum bilden, wenn der Hahn geschlossen wäre; so aber wird aus dem auszupumpenden Raum Luft nach B hinübergesaugt. Sinkt das Quecksilber in A nicht weiter, so verbinden wir wieder B und D, heben G, drücken die angesaugte Luft heraus; ist B wieder ganz voll Quecksilber, so wird der Hahn umgelegt, G gesenkt, eine neue Luftmenge angesaugt u. s. w. Das Arbeiten

mit der Pumpe besteht also im Heben und Senken von G und Drehen des Hahnes.

Letzteres ist aber sehr lästig, und bei einem leicht vorkommenden Irrtum in der Hahnstellung ist stets die Pumpe in grosser Gefahr zu zerbrechen. Vornehmlich aber ist ein Uebelstand vorhanden, nämlich dass der Hahn, um dicht zu schliessen, gefettet sein muss, und Fett sowohl durch Diffusion Luft durchlässt, als auch selbst gasförmige Kohlenwasserstoffverbindungen entwickelt, welche in die auszupumpenden Räume eindringen.

Diese Mängel sind vermieden bei der vollkommensten Pumpe, die wir jetzt haben, der Töppler-Hagenschen Pumpe; Fig. 100 stellt dieselbe dar. Die Teile A, B, F, G sind identisch mit den entsprechenden Teilen der Geisslerschen Pumpe. Statt des Hahnes ist aber an B ein enges Röhrchen C angesetzt, welches über Barometerlänge hat, sich unten umbiegt und hier ein erweitertes Stück D trägt. Dieser Teil dient zum Herauspressen der Luft. D enthält etwas Quecksilber; heben wir G, so wird B gefüllt, die Luft durch C und durch das Quecksilber in D hinausgedrückt; man hebt G schliesslich so hoch, dass ein paar Tropfen Quecksilber durch C hinüberfliessen. Senkt man dann G, so entsteht in B ein vollständiges Vakuum. Die Luft kann nicht hinein; sie drückt zwar auf das Quecksilber in D und treibt es in C in die Höhe, aber höchstens bis zu Barometerhöhe. Die Röhre C wirkt also wie ein Ventil, welches Luft zwar von B nach D, aber nicht von D nach B gelangen lässt.

Dicht unter der Kugel B ist ein Rohr E angeschmolzen, welches auch mehr als Barometerlänge hat und zum auszupumpenden Raum führt. Heben wir G, so wird durch das in A steigende Quecksilber E abgesperrt, bevor die in B befindliche Luft komprimiert und durch C hinausgetrieben wird. Senken wir dagegen G und entsteht in B das Vakuum, so wird die Mündung von E wieder frei, die Luft kann von dem auszupumpenden Raum nach B herüber zuströmen. Bei der nächsten Hebung von G wird sie herausgetrieben, bei der Senkung strömt neue nach u. s. w. E wirkt also ebenfalls als Ventil, welches nur Luft nach B hineingelangen lässt.

Eine sehr wichtige Eigenschaft der Pumpe besteht darin, dass sie in jedem Moment bis zur äussersten Verdünnung den noch vorhandenen Druck zu messen gestattet auf folgende Weise: es sei der Druck bereits sehr gering; wir heben G so weit, dass das

Quecksilber bei  $a$  steht;  $B$  ist dann mit Luft erfüllt von demselben Druck  $x$ , der im auszupumpenden Raum herrscht, und welcher bestimmt werden soll. Das Quecksilber in  $C$  wird fast Barometerhöhe über dem Niveau in  $D$  haben, es stehe bei  $c$ . In der Kugel  $B$  und dem Stück der Kapillare von  $b$  bis  $c$  sei ein Volumen  $V$  vorhanden, welches also mit Luft vom Druck  $x$  erfüllt ist. Nun heben wir  $G$ , bis das Quecksilber in  $b$  steht. Dadurch wird die Luft komprimiert, ihr Druck nimmt zu, das Quecksilber in  $C$  sinkt um die Höhe  $h$  bis  $d$ . Jetzt nimmt die Luft das kleine Volumen der Kapillare von  $b$  bis  $d$  ein, es heisse  $v$ ; dafür ist der Druck um  $h$  gestiegen, er ist also  $x + h$ . Nach dem Mariotteschen Gesetz ist nun  $Vx = v(x + h)$ ,  $x(V - v) = vh$ ,  $x = \frac{vh}{V - v}$  oder, da  $v$  sehr klein gegen  $V$ , auch  $x = \frac{v}{V}h$ . Wenn man daher ein für allemal das Volumen der Kugel  $V$  und das Volumen  $v$  der Kapillare von  $b$  bis zu verschiedenen Punkten  $d$  bestimmt, so kann man während des Pumpens aus der Lage von  $d$  jederzeit den Druck ablesen.

Man kommt mit diesen Pumpen in der Verdünnung so weit, dass bei Kompression der Luft vom Volumen  $V$  auf  $v$  mit dem Mikroskop eine Senkung des Quecksilbers in  $C$  sichtbar ist; man erreicht dabei einen Druck von  $0,0001 \text{ mm}$ , oder noch weniger.

§ 108. Gehen wir nun über zur Bewegung der Gase, so werden im Vergleich mit den Flüssigkeiten die Verhältnisse dadurch verwickelter, dass je nach dem Druck die Dichte variiert. Fliessen Gase durch eine Röhrenleitung von variablem Querschnitt, so gilt auch hier das Gesetz (vgl. § 75), dass bei stationärem Zustand durch jeden Quereinschnitt in der Zeiteinheit gleich viel fliesst; aber es ist hier nicht das durchfliessende Volumen konstant, sondern die Masse, d. h. Volumen  $\times$  Dichte,  $v \cdot d$ .

Auch für die Ausflussgeschwindigkeit gilt theoretisch das gleiche Gesetz (§ 76):  $U = \sqrt{2gh}$ , wo  $h$  die Höhe der Gassäule bedeutet, welche bei konstanter Dichte den gleichen Ueberdruck gegen den an der Ausflussmündung herrschenden hervorbringen würde.

Nennen wir den äusseren Druck  $P_1$ , den oben im Gase herrschenden  $P$ , die mittlere Dichte des Gases  $s$ , so ist  $hs = P - P_1$ ,

$h = \frac{P - P_1}{s}$ , also  $U = \sqrt{2g \frac{P - P_1}{s}}$ , d. h. die Geschwindigkeiten verschiedener Gase, die unter demselben Druck ausströmen, sind umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dichte.

Wollen wir z. B. berechnen, mit welcher Geschwindigkeit Luft von Atmosphärendruck in ein Vakuum strömt, so ist zu setzen:

$$g = 980,9 \frac{cm}{sec^2}, P = 1033,3 g, P_1 = 0 g, s = 0,001293; \text{ daraus folgt}$$

$$U = 396 \frac{m}{sec}.$$

Aehnlich wie bei Flüssigkeiten (§ 75) sinkt auch bei Gasen der Druck, sobald die Geschwindigkeit wächst, es entsteht negativer Druck; befinden sich daher in der Nähe langsamer bewegte oder ruhende Gasmassen, so strömen diese zu. Darauf beruhen die Vorrichtungen, die man zum Zerstäuben von Flüssigkeiten vielfach benutzt (Fig. 101); sie bestehen aus zwei Röhren A und B, die sich unter rechtem Winkel treffen. B taucht in ein Gefäß mit Flüssigkeit; treibt man durch A, welches sich vorn verengert, einen kräftigen Luft- oder Dampfstrom, so tritt er über der Oeffnung von B aus; hierher strömt von allen Seiten die ruhende Luft, sie wird angesaugt. So wird auch aus B die Luft ausgesaugt, die Flüssigkeit steigt in B, kommt an die Oeffnung, wird mit in den Luftstrom gerissen und zerstäubt.

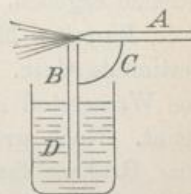


Fig. 101.

§ 109. Auch bei Gasen entstehen durch die Molekularkräfte eine Reihe von Erscheinungen. Wenn Gase mit festen Körpern in Berührung kommen, so werden sie von deren Oberfläche angezogen; sie bilden eine sehr fest haftende Schicht. Die Anziehung scheint sehr gross zu sein, so dass die Dichte des Gases dem Druck von vielen Atmosphären — unter Umständen mehreren hundert Atmosphären — entspricht. Da aber die Molekularkräfte nur auf sehr kleine Entfernung wirken, so ist die Dicke der Schicht sehr gering. Wir haben uns aber die Abnahme der Dichte als kontinuierlich zu denken: Die erste, durch die feste Oberfläche verdichtete Schicht wirkt ihrerseits anziehend auf das Gas, es folgt also eine zweite weniger dichte Schicht u. s. w. Wie man sieht, hängt daher die Menge des verdichteten Gases erstlich von der Anziehung der Wand auf das Gas ab, dann aber von der Anziehung

der Gasteilchen in sich, von der Verdichtbarkeit des Gases u. s. w., also von der Natur des Gases. Daraus folgt, dass die leicht kompressiblen und verflüssigbaren Gase besonders stark verdichtet werden. Die Erscheinung wird natürlich besonders auffallend bei Körpern von relativ grosser Oberfläche, also bei porösen, schwammigen Körpern, wie Holzkohle, Platinmohr, Meerschaum. Sie wurde zuerst von Saussure untersucht, welcher fand, dass 1 *cbcm* Buchsbaumkohle von verschiedenen Gasen folgende Volumina in Kubikcentimetern (gerechnet bei  $0^{\circ}$  und 760 *mm*) verdichtet:  $\text{NH}_3$  90;  $\text{SO}_2$  65;  $\text{CO}_2$  35; O 9,25; H 1,75. Auf die Verdichtung, welche Adsorption genannt wird, ist Druck und Temperatur von grösstem Einfluss; mit steigendem Druck nimmt die adsorbierte Menge zu, mit steigender Temperatur ab. Neuere Untersuchungen beziehen sich namentlich auf diese Einflüsse, haben aber keine einfachen Gesetze ergeben.

Einzelne Metalle zeigen eine eigentümliche Anziehung auf bestimmte Gase. So ist Platin im stande, sehr bedeutende Mengen von Wasserstoff aufzunehmen, welche Erscheinung man Oclusion nennt. Noch grössere Anziehung auf Wasserstoff übt Palladium aus; Graham fand, dass ein Stück Palladiumdraht das 936fache eigene Volumen Wasserstoff aufnahm. Dabei wuchs sein Volumen, die Dichte nahm ab, es liess sich berechnen, dass das Wasserstoffgas dabei eine Dichte von 0,8 erlangt haben müsse. Flüssiges Silber nimmt Sauerstoff auf, lässt es im Moment des Erstarrens wieder los, wodurch Gasblasen Silber umherspritzen (Spratzen des Silbers).

Hier sind auch die sog. hygroskopischen Substanzen zu nennen, wie Chlorcalcium, Phosphorsäureanhydrid u. s. w., welche Wasserdampf anziehen, an ihrer Oberfläche verdichten und sich dann im Wasser lösen; sie werden viel benutzt, um Gase zu trocknen.

Bei der Verdichtung der Gase an den Oberflächen können bedeutende Wärmemengen frei werden. Leitet man z. B. einen Strom von Wasserstoffgas gegen Platinschwamm oder Palladiumblech, so werden diese durch die Adsorption glühend und entzünden das Gas.

§ 110. Aehnlich wie feste Körper ziehen auch Flüssigkeiten die Gase an, welche sich dabei aber durch das ganze Innere der Flüssigkeit gleichmässig verteilen. Man nennt dies Absorption.

Die absorbierte Menge hängt vom Druck, unter welchem das Gas steht, und von der Temperatur der Flüssigkeit ab. Henry fand, dass bei jedem Druck das gleiche Volumen Gas absorbiert wird, d. h. dass die absorbierte Masse dem Druck proportional ist. Als Absorptionskoeffizient einer Flüssigkeit für ein Gas bezeichnet man die Zahl Kubikcentimeter Gas, welche von 1 *ccm* Flüssigkeit aufgenommen werden, wobei man das Gasvolumen auf 0° und 760 *mm* Druck reduziert.

Folgende Tabelle gibt einige Zahlen bei 15° C.

	Wasser	Alkohol
N . . . . .	0,01682	0,12142
H . . . . .	0,01883	0,06725
O . . . . .	0,03415	0,28897
CO <sub>2</sub> . . . . .	1,0020	3,1993
H <sub>2</sub> S . . . . .	3,2326	9,539
SO <sub>2</sub> . . . . .	47,3244	144,55
NH <sub>3</sub> . . . . .	785	—

Den Einfluss der Temperatur gibt folgende Tabelle, die die Absorptionskoeffizienten für Wasser gegen Kohlensäure und Ammoniak enthält.

Temperatur	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
0°	1,80	1300
10°	1,18	868
10°	0,90	712
25°	—	636
125°	0,24	—

Durch Erwärmen einer Flüssigkeit oder durch Erzeugung eines geringeren Druckes, als bei welchem sie mit Gas sich sättigte, können wir daher die Flüssigkeit von Gas befreien. Darauf beruht das Schäumen kohlensäurehaltiger Getränke beim Öffnen der Flaschen oder beim Stehen in Gläsern.



Beachtenswert ist, dass Wasser viel mehr Sauerstoff absorbiert, als Stickstoff, wodurch die im Wasser enthaltene Luft eine andere Zusammensetzung erhält; das ist wichtig für die im Wasser lebenden Organismen. Noch auf eine dritte Weise werden die Gase von den Flüssigkeiten ausgeschieden, nämlich beim Erstarren letzterer; dadurch entsteht z. B. das blasige Eis.

§ 111. Eine weitere Wirkung der Molekularkräfte ist die Reibung strömender Gase, und zwar unterscheidet man auch hier innere und äussere Reibung.

Die äussere Reibung an festen Körpern ist  $\infty$  gross, das Gas haftet ganz fest (ausser bei sehr kleinem Druck); es ist dann also nur von innerer Reibung verschieden schnell bewegter Gasschichten derselben Art die Rede. Man kann den Koeffizienten der inneren Reibung (vgl. § 80) nach zwei Methoden bestimmen: entweder, indem man das Gas durch sehr enge Röhren strömen lässt und die in der Zeiteinheit durchströmende Menge misst (§ 80), oder nach einer von Coulomb<sup>1)</sup> eingeführten Methode: man lässt kreisförmige Scheiben, welche in ihrem Mittelpunkt horizontal aufgehängt sind, in ihrer Ebene schwingen. Die Reibung bewirkt dann eine Abnahme der Schwingungsweite, und man kann aus dieser Abnahme den Reibungskoeffizienten berechnen.

Die Theorie ergibt, dass der Koeffizient der inneren Reibung bis zu sehr kleinen Drucken herunter konstant ist; die Versuche bestätigen dies vollständig.

Die äussere Reibung der Gase kann nur bei Strömen eines Gases in einem anderen beobachtet werden; sie bringt einige interessante Erscheinungen hervor.

Steigt ein (z. B. durch beigemischtem Rauch) sichtbarer Gasstrom mit beträchtlicher Geschwindigkeit in ruhender Luft auf, wie man es z. B. an ganz windstillen Tagen bei Fabrikschornsteinen beobachten kann, so ist er für eine Strecke als scharf begrenzter Strahl sichtbar, dann aber löst er sich in Wirbel auf (Fig. 102); das erklärt sich so: in der Grenzfläche wirkt die Reibung, indem der bewegte Strahl die Teilchen in die Höhe zieht, die ruhende Luft sie zurückhält, d. h. zu ihrer Bewegung eine nach unten gerichtete Komponente  $b$  hinzufügt; die Grenzfläche hat daher die Neigung, sich zu drehen im Sinne des eingezeichneten Pfeils, also

<sup>1)</sup> Coulomb, Mém. de l'institut national tome 3.

Wirbel zu bilden. Sie folgt dieser Neigung aber erst, wenn die Geschwindigkeit des Strahls, welche nach oben abnimmt, bis auf einen bestimmten Wert gesunken ist.

Sobald man aber die umgebende Luft erschüttert, wird schon an einer viel tieferen Stelle des Strahles die Geschwindigkeit klein genug werden; denn durch die Erschütterung dringen ruhende Teilchen durch die Grenze in den Strahl und umgekehrt, es findet eine Mischung statt und die mittlere Geschwindigkeit sinkt. Dann muss also schon an einer tieferen Stelle der Zerfall des Strahles in Wirbel eintreten. Man sieht dies sehr schön, wenn man Leuchtgas unter hohem Druck aus einer kreisrunden Oeffnung ausströmen

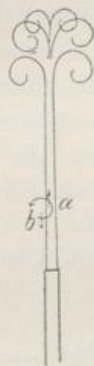


Fig. 102.



Fig. 103.

lässt und anzündet, so dass eine Flamme von 30 bis 40 *cm* Höhe entsteht. Sobald man die Ruhe der umgebenden Luft stört, was am besten durch Hervorbringen hoher Töne, Klirren, Zischlaute geschieht, zuckt die Flamme zusammen und wird ganz kurz und zackig, wie dies ungefähr Fig. 103 darstellt. Man nennt solche Flammen empfindliche; sie werden zu akustischen Versuchen über hohe Töne, wo das Ohr nicht mehr ausreicht, benutzt.

Eine eigenartige Bewegung der Gase wird durch Reibung in folgender Weise erzeugt: wir nehmen einen Kasten, dessen eine Wand aus einer elastischen Membran besteht, während in der gegenüberliegenden Wand sich eine kreisförmige Oeffnung befindet; der Kasten wird mit einem Gase gefüllt, dessen Bewegungen wir z. B. durch beigemischten Rauch sichtbar machen. Führen wir gegen die elastische Hinterwand einen leichten Schlag, so wird ein Quantum Gas aus dem Loch ausgestossen. Dasselbe reibt sich aber

an den Rändern des Loches, das Gas strömt in der Mitte schneller, und die Gasmasse verwandelt sich in einen Wirbelring, wie ihn etwa auch Raucher blasen. Der Ring als Ganzes bewegt sich weiter, wälzt sich aber dabei in sich um, so dass ein Teilchen nach einander auf der inneren Seite des Ringes, dann auf der vorderen, äusseren, hinteren, inneren u. s. w. Seite liegt. Die Theorie dieser Bewegung ist von v. Helmholtz zuerst entwickelt worden und hat sehr eigentümliche, auch experimentell bestätigte Resultate ergeben. Laufen zwei solche Ringe in derselben geraden Linie fort, so beeinflussen sie sich, indem der vordere verzögert wird und sich dabei erweitert, der hintere beschleunigt wird und sich zusammenzieht, bis er den vorderen eingeholt hat und durchschlüpft. Nun wird er verzögert und erweitert, der jetzt hintere holt ihn ein und schlüpft durch u. s. w. Die Theorie zeigt, dass in einem reibungslosen Medium ein einmal existierender Wirbel nicht vernichtet werden kann, sondern in alle Ewigkeit weiter bestehen muss. Auf das weitere Verhalten dieser Wirbelringe kann hier nicht eingegangen werden, es sei nur noch erwähnt, dass Thomson die Hypothese aufgestellt hat, die Atome seien derartige Wirbelringe; in der That würden sich so eine ganze Reihe von Thatsachen gut erklären lassen.

§ 112. Auch die Erscheinungen der Diffusion finden sich bei Gasen. Setzen wir zwei mit verschiedenen Gasen gefüllte Räume in Verbindung, so mischen sich die Gase zunächst in der Grenzfläche, und nach einiger Zeit bilden sie ein völlig gleichmässiges Gemisch. Man nennt den Druck, den jedes Gas ausüben würde, wenn es allein den ganzen Raum ausfüllte, den Partialdruck desselben. Ein von Dalton gefundenes Gesetz sagt aus, dass in einem Gasgemisch ein Druck herrscht, welcher gleich der Summe der Partialdrucke ist. So setzt sich z. B. der Atmosphärendruck zusammen aus dem Druck des N, des O und des Wasserdampfes. Die konstante Zusammensetzung der Luft beruht auf der Diffusion, weil lokale Störungen sich sehr schnell ausgleichen.

Auch Gase mischen sich durch Oeffnungen, poröse und andere Scheidewände hindurch. Man unterscheidet hier

1. Effusion: Wenn durch eine sehr feine Oeffnung in dünner Wand Gas durch Ueberdruck ausströmt, so gilt das Gesetz (§ 108), dass die Ausströmungsgeschwindigkeit umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dichte ist. Bunsen hat einen Apparat konstruiert,

der mit Hilfe dieser Effusionsgeschwindigkeit die Dichte der Gase zu bestimmen gestattet.

2. *Transpiration* ist vorhanden, wenn durch lange dünne Röhren, Kapillaren oder kapillare Oeffnungen in porösen Scheidewänden Gase durch Ueberdruck ausströmen. Hier ist die Geschwindigkeit hauptsächlich durch die Reibungskonstante des Gases bedingt.

3. Die eigentliche *Diffusion* durch Scheidewände mit sehr engen Poren (unglasiertes Porzellan, Gips, Graphit u. s. w.) findet ohne Ueberdruck statt. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dichte. Hier finden sich natürlich zwei Gasströme in entgegengesetzten Richtungen von den beiden durch die Scheidewand getrennten Gasen.

4. *Penetration* nennt man das Durchgehen von Gasen durch porenfreie Scheidewände, z. B. Kautschuk, Flüssigkeitsschichten. Diese Erscheinung ist noch wenig studiert; die Geschwindigkeit hängt von der Wechselwirkung zwischen Gas und Wand, also vom Absorptionskoeffizienten ab. Kautschuk wird namentlich leicht durchdrungen von Kohlensäure. *Sainte-Claire Deville* hat beobachtet, dass bei hoher Temperatur Platin und Eisen das Wasserstoffgas leicht hindurchlassen.