zweiten nachtragend. Um z. B. mit einem vortragenden Nonius, bei dem 10 Teile 9 Teilen des Hauptmaßstabes entsprechen, den Körper *ab* (Fig. 1) zu messen, bringt man *a* an den Nullpunkt des Hauptmaßstabes, schiebt dann den Nullpunkt des Nonius an *b* heran und sieht nach, welcher Teilstrich des letzteren mit einem Teilstrich des ersteren zusammenfällt.

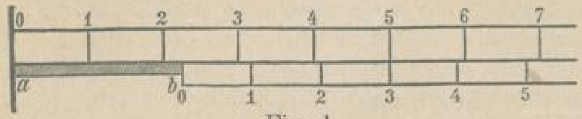

Fig. 1.

Ist es wie in der Figur, der dritte, so bedeutet dies, daß *ab* 2,3 Teilstriche des Hauptmaßstabes lang ist.

Mechanik.

A. Allgemeine Grundbegriffe.

§ 7. Die Grundlage der Mechanik, d. h. der Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung der Körper, bilden die drei **Newtonschen Bewegungsgesetze,** von denen übrigens die beiden ersten schon Galilei bekannt waren.

1. Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, solange er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

Dieses sogenannte Trägheitsgesetz (Trägheit = Beharrungsvermögen) ist eine Erfahrungstatsache. Beispiele hierfür sind z. B. das Umfallen eines Menschen beim raschen Anfahren oder Halten eines Wagens, die Fortdauer der Bewegung eines Schwungrades nach Aufhören der antreibenden Kraft, die Bewegung der Weltkörper usw. Eine Bewegungshemmung wird namentlich durch die Reibung bewirkt [vgl. § 35].

2. Die Änderung der Bewegung ist proportional der einwirkenden Kraft und erfolgt in der Richtung der Geraden, in der jene Kraft wirkt.

Ein starker Stoß bringt z. B. einen größeren Ausschlag eines Pendels hervor als ein schwacher. Da beim Zusammenwirken mehrerer Kräfte jede einzelne derselben ohne Rücksicht auf die anderen bzw. auf eine bereits vorhandene Bewegung ihren Einfluß ausübt, so heißt das Gesetz auch Unabhängigkeitsprinzip.

3. Wirkung und Gegenwirkung sind einander gleich.

Dieses Prinzip der Wechselwirkung besagt also, daß die Wirkungen zweier Körper aufeinander stets gleich und von entgegengesetzter Richtung sind. So zieht z. B. nicht nur ein Magnet ein Stück Eisen an, sondern umgekehrt auch das Eisen den Magnet; ein Brett drückt ebenso stark ein auf ihm liegendes Gewicht, wie umgekehrt; die Wagen eines Zuges ziehen die Lokomotive ebenso stark an, wie diese die Wagen usw. Bei ungleichen Kräften kommt es aber natürlich schließlich zu einer fortschreitenden Bewegung in der Richtung der stärkeren Kraft, d. h. also, das Brett wird zerdrückt, die Wagen werden fortgezogen usw. Immer ist jedoch hierbei ein Teil der stärkeren Kraft durch das Maximum der schwächeren neutralisiert.

Zum genaueren Verständnis dieser Bewegungsgesetze ist es nötig, die in ihnen enthaltenen Begriffe einzeln zu betrachten.

§ 8. **Ruhe** ist Negation der Bewegung. Da nun überall bewegende Kräfte existieren, so ist Ruhe vorhanden, wenn die einwirkenden Kräfte einander aufheben. Es gibt aber keine absolute Ruhe, nur relative. Fährt man z. B. in einem Wagen, so kann man in Beziehung auf diesen in Ruhe sein. Der Wagen aber bewegt sich auf der Erde, diese dreht sich um sich selbst und um die Sonne, und auch das ganze Sonnensystem zeigt eine fortschreitende Bewegung. In gewissem Sinne ist also alles in Bewegung (πάντα ῥεῖ des Heraklit). Bei der Bewegung kommt in Betracht die

§ 9. **Geschwindigkeit.** Darunter versteht man die Eigenschaft eines Körpers, in einer bestimmten Zeit (in der Regel 1 Sekunde) einen gewissen Weg zurückzulegen. Sie ist um so größer, ein je längerer Weg in derselben Zeit zurückgelegt wird, anderseits um so kleiner, je mehr Zeit man zu demselben Wege braucht. Daher sagt man: Geschwindigkeit ist direkt proportional dem Wege, umgekehrt proportional der Zeit; mathematisch[1] ausgedrückt:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Daraus folgt: $s = vt \quad t = \frac{s}{v}.$

Einheit der Geschwindigkeit ist die, bei der die Einheit des Weges (1 cm) in der Zeiteinheit (1 Sek.) zurückgelegt wird[2].

Eine Geschwindigkeit kann nun gleichförmig sein, wenn sie in jedem Augenblick gleichgroß ist, oder ungleichförmig. Die ungleichförmige Geschwindigkeit muß nach dem ersten Bewegungsgesetze durch Kräfte bedingt sein, die entweder eine Beschleunigung oder eine Verlangsamung bewirken. Letztere kann auch negative Beschleunigung genannt werden.

§ 10. **Beschleunigung** ist demnach der Zuwachs an Geschwindigkeit bezogen auf die Zeit. Sie ist nämlich um so größer, je größer die resultierende Geschwindigkeit ist, und in je kürzerer Zeit dies geschieht.

$$a = \frac{v}{t}.$$

[1] Die üblichen Abkürzungen sind: v oder c für Geschwindigkeit (velocitas oder celeritas), a für Beschleunigung (acceleratio), g für Beschleunigung durch Erdanziehung (gravitas), s für Weg (spatium), t für Zeit (tempus). — [2] Die Dimension [§ 5] der Geschwindigkeit ist also $\frac{l}{t}$ bzw. $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, oder anders geschrieben, lt^{-1} bzw. cm sec^{-1}.

$\frac{cm}{sec \cdot sec} = cm\,sec^{-2}$

Einheit der Beschleunigung ist die, bei der die Einheit der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit erreicht wird[1]. Die Beschleunigung kann ebenfalls wieder gleichförmig oder ungleichförmig sein. Eine gleichförmige Beschleunigung ist z. B. beim freien Fall vorhanden, eine gleichförmige Verlangsamung beim Wurf in die Höhe.

Eine gleichförmig beschleunigte Bewegung kann man sich auch ersetzt denken durch eine Bewegung von mittlerer gleichförmiger Geschwindigkeit. Hat z. B. ein Körper zuerst die Geschwindigkeit 0, und steigt dieselbe innerhalb einer Sekunde an bis v, so ist das Resultat dasselbe, als hätte er sich mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $\frac{v}{2}$ bewegt. Der Körper legt somit in 1 Sekunde $\frac{v}{2}$ cm zurück, in t Sekunden einen Weg $s = \frac{1}{2}vt$.

§ 11. **Kraft** ist nach dem zweiten Newtonschen Gesetze Ursache einer Bewegungsänderung, und dadurch auch allein wahrnehmbar und meßbar. Bezeichnet man das Produkt aus Masse in ihre Geschwindigkeit $(m \cdot v)$ als Bewegungsgröße, so ist eine Kraft proportional der Bewegungsgröße, die sie in der Zeiteinheit hervorbringen kann.

$$F = \frac{(mv)}{t}.$$

Da man $\frac{(mv)}{t}$ auch $m\frac{v}{t}$ schreiben kann, $\frac{v}{t}$ aber, wie gezeigt, = Beschleunigung (a) ist, so kann man Kraft auch definieren als Produkt aus Masse (m) und ihrer Beschleunigung (a). Anderseits kann man auch sagen, daß die unter dem Einfluß einer Kraft eintretende Beschleunigung der Kraft direkt, der Masse umgekehrt proportional ist, $a = \frac{F}{m}$.

$F = m \cdot a$

Einheit ist diejenige Kraft, die der Masseneinheit in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit 1, oder mit anderen Worten, die der Masseneinheit die Beschleunigung 1 erteilt. Diese absolute Krafteinheit heißt Dyne oder Dyn[2].

$F = \frac{cm \cdot gr}{sec \cdot sec} = gr \cdot cm\,sec^{-2}$

Allen Massen wird nun durch die Erde die Beschleunigung $g = 9{,}81$m erteilt [§ 17], d. h. sie werden von der Erde angezogen mit einer Kraft P (Pondus) $= mg$. Diese auf sie ausgeübte Kraft äußern sie durch den Druck auf ihre Unterlage, mit anderen Worten durch ihr Gewicht. Daraus folgt: 1. Kräfte können durch Gewichte gemessen werden; als praktische Einheit der Kraft wird daher in der Mechanik das (Gewichts-)Kilogramm bzw. Gramm[3] benutzt, das somit das

[1] Die Dimension der Beschleunigung ist also lt^{-2} bzw. cm sec^{-2}. — [2] Abkürzung von δύναμις Kraft. Die Dimension [§ 5] der Kraft ist mlt^{-2} bzw. gr cm sec^{-2}. — [3] Das Grammgewicht darf nicht mit dem Massengramm [§ 4] verwechselt werden. Ersteres ist ein Kraftmaß, welches ausdrückt, daß der Masseneinheit (dem Massengramm) durch die Erdanziehung die Be-

Gravitationsmaß der Kraft vorstellt. 2. Die Gewichte sind den Massen proportional, da g für jeden Ort auf der Erde eine konstante Zahl ist.

Kräfte sind sogenannte gerichtete Größen, d. h. sie haben neben einer bestimmten Größe auch eine bestimmte Richtung. Daher lassen sie sich durch Linien von bestimmter Länge und Richtung graphisch darstellen. Wenn also eine Kraft positiv genannt wird, heißt die entgegengesetzt gerichtete Kraft negativ.

Die wichtigste Form der Kraft, auf die sich in letzter Linie alle anderen zurückführen lassen, ist die Anziehung und Abstoßung zweier Massen. Die Anziehung zwischen den Teilchen desselben Körpers heißt Kohäsion, zwischen zwei verschiedenen Körpern Adhäsion[1] [vgl. § 41]. Speziell die Anziehungskraft der Weltkörper heißt Gravitation, zu der auch die Anziehungskraft der Erde, die Schwerkraft, gehört [vgl. § 17].

Nach Newton ziehen sich nun zwei Massen M und m in der Entfernung r an mit der Kraft

$$F = \frac{Mm}{r^2}k,$$

wobei k, der sog. Proportionalitätsfaktor, eine Zahl darstellt, die von der Natur der Körper abhängt. In Worten: die anziehende Kraft ist direkt proportional dem Produkte der Massen, umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung.

Ist m ein Massengramm an der Erdoberfläche, so läßt sich aus obiger Formel die Masse M der Erde berechnen; denn r ist der Erdradius, k ist experimentell bestimmt, und F beträgt 981 Dynen [§ 11, Anmerkung 3]. Aus der Masse und dem bekannten Volumen der Erde ergibt sich nach § 39 ihre mittlere Dichte zu 5,5.

§ 12. **Arbeit** einer Kraft im mechanischen Sinne heißt jede durch diese Kraft unter Überwindung einer Gegenkraft („Last", „Widerstand") bewirkte Verschiebung. Arbeit wird also gemessen durch das Produkt aus Kraft in den von ihr zurückgelegten Weg.

$$A = F.s.$$

Einheit der mechanischen Arbeit ist vorhanden, wenn die Kraft-

schleunigung g = 981 cm sec^{-2} erteilt ist. Berücksichtigt man die Definition der Dyne (s. o.), so ergibt sich folgendes: Um ein Grammgewicht in Dynen (also die Krafteinheit des Gewichtssystems in die des Massensystems) umzuwandeln, oder auch, um das Gewicht einer Masse zu finden, hat man mit 981 zu multiplizieren. Will man umgekehrt Dynen durch Grammgewichte ausdrücken oder die einem Gewichte entsprechende Masse finden, so hat man durch 981 zu dividieren. Es ist also:

1 (Gewichts-)Gramm = 981 Dynen; 1 kg = 981000 Dynen.

$$1 \text{ Dyne} = \frac{1}{981} \text{ Gramm} = 1{,}02 \text{ Milligramm.}$$

[1] Kohäsion und Adhäsion werden auch „Molekularkräfte" genannt. Dagegen handelt es sich bei der chemischen „Affinität" um anziehende Kräfte zwischen einzelnen Atomen.

gr cm² sec⁻²

einheit eine Verschiebung um die Längeneinheit bewirkt. Die absolute Arbeitseinheit [§ 5] heißt Zentimeterdyn oder Erg[1].

Als praktisches Arbeitsmaß gilt das Meterkilogramm, d. i. die Arbeit, welche geleistet wird, wenn 1 kg 1 m gehoben wird.

Die Arbeit wird = 0, wenn in dem Produkte Fs ein Faktor 0 wird. Hängt z. B. ein Gewicht an einem Faden, so wirkt hier zwar eine Kraft, nämlich die Anziehung der Erde, aber der Körper wird nicht verschoben. Folglich ist s und somit auch die geleistete Arbeit = 0.

Es kann aber auch $F = 0$ werden, wie dies z. B. der Fall ist, wenn sich ein Gas in einen luftleeren Raum ausdehnt [vgl. auch § 18]: dann wird ebenfalls keine Arbeit geleistet.

§ 13. **Effekt** oder **Leistung** heißt die Arbeit, die in einer gegebenen Zeit geleistet wird[2]. Einheit des Effektes ist vorhanden, wenn die Einheit der Arbeit in der Zeiteinheit geleistet wird. Die absolute Einheit heißt Sekundenerg[3]. Als praktische Einheit dient die Pferdekraft (PS), d. i. eine Arbeit von 75 Meterkilogramm pro Sekunde. Sie entspricht ungefähr der Arbeitsleistung von sieben kräftigen Männern in einer Sekunde.

§ 14. **Energie.** Die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu leisten, bzw. sein Arbeitsvorrat, wird Energie genannt, und zwar unterscheidet man aktuelle und potentielle Energie.

Aktuelle[4] oder kinetische[5] Energie, Energie der Be-

---

[1] Die Dimension der Arbeit [§ 5] ist $ml^2 t^{-2}$ bzw. gr cm^2 sec^{-2}. — 1 Million oder 10^6 Erg heißen Megaerg. 10 Megaerg bezeichnet man in der Praxis als 1 Joule. Das gewöhnliche praktische Arbeitsmaß, das Meterkilogramm, ist = 100000 Zentimetergramm; da es sich hier um Grammgewichte handelt, hat man zur Umwandlung in das absolute Massensystem mit 981 zu multiplizieren (s. o.), mithin 1 mkg = 98100000 Erg. Es ist also:

1 Meterkilogramm = 9,81 Joule.
1 Joule = 0,1019 Meterkilogramm.

[2] Bei Maschinen versteht man unter indizierter Leistung die theoretisch berechnete, unter effektiver Leistung die praktisch wirklich erzielte Leistung. Das Verhältnis der effektiven zur indizierten Leistung, gewöhnlich in Prozenten ausgedrückt, heißt mechanischer Wirkungsgrad (oder Nutzeffekt) der Maschine. — [3] Die Dimension des Effektes [§ 5] ist $ml^2 t^{-3}$ bzw. gr cm^2 sec^{-3}. — 10^7 Sekundenerg = 10 Sekunden-Megaerg werden in der Praxis 1 Watt genannt. 1 Watt kann auch definiert werden als 1 Joule pro Sekunde. 1 Pferdekraft (PS) = 75 Meterkilogramm pro Sekunde = 75 · 98,1 Megaerg pro Sekunde = 7360 Sekunden-Megaerg = 736 Watt = 0,736 Kilowatt. — Multipliziert man den Effekt mit der Zeit, so erhält man natürlich wieder die Arbeit während der betreffenden Zeit. In diesem Sinne spricht man daher in der Praxis von Wattstunden, Kilowattstunden usw. — [4] *actualis* tätig. — [5] *κινητικός* zur Bewegung gehörig.

KWh

1 Joule Wattsekunde, Volt × Coulomb = 10^7 Erg

1 Kilowattstunde = 3600 × 1000 Joule = 3,6 × 10^{13} Erg

wegung, auch wohl lebendige Kraft[1] genannt, ist die Arbeitsfähigkeit eines bewegten Körpers, also die Energie, die ein Körper jeden Augenblick durch seine Bewegung besitzt. Sie entspricht der Arbeit, die er leistet, wenn er diese Bewegung verliert. So kann z. B. ein abgefeuertes Gewehrgeschoß infolge seiner großen Geschwindigkeit trotz seiner geringen Masse einen viele Kilogramm schweren Steinblock usw. verschieben.

Als eine Form der Arbeit wird die kinetische Energie ausgedrückt durch $Fs = \frac{mv}{t} \cdot s$. Da es sich hier nun um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung handelt, bei der die Geschwindigkeit am Anfange 0, am Ende v ist, so ist hier nach § 10 $s = \frac{1}{2} vt$. Daraus folgt:

$$\text{kinetische Energie} = \frac{mv}{t} \cdot \frac{1}{2} vt = \frac{1}{2} mv^2.$$

$A = F \cdot s$

Die kinetische Energie ist also direkt proportional der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit. Bei der Wucht, wie die kinetische Energie auch noch genannt wird, spielt also die Geschwindigkeit des bewegten Körpers die Hauptrolle.

Potentielle oder statische Energie[2], auch Energie der Lage oder Spannungsenergie (früher auch Spannkraft) genannt, ist die in einem ruhenden Körper durch eine vorangegangene andere Arbeitsleistung gewissermaßen aufgespeicherte Energie. Hier leistet ein Körper zwar noch nicht Arbeit, aber er besitzt vermöge seiner Lage oder Spannung die Fähigkeit, sie jeden Augenblick zu leisten. So erklären sich die Namen. Ein Stein auf dem Dache hat z. B. durch seine Lage zur Erdoberfläche potentielle Energie; denn wenn er fällt, kann er Arbeit leisten. Hieraus geht schon hervor, daß potentielle Energie eine relative Größe ist, da man ja von Lage eines Punktes immer nur in Beziehung auf einen andern sprechen kann. Also ein Stein auf dem Dache hat potentielle Energie in bezug auf das Niveau der Erdoberfläche, ein Stein auf dieser potentielle Energie etwa in bezug auf einen tiefen Schacht usw. Auch die Atome in einem Molekül besitzen potentielle Energie, wie sich dies besonders markant bei den explosiven Körpern zeigt. Wenn durch äußere Einwirkung die Moleküle gesprengt werden, so nehmen die Atome zueinander ganz andere Lagen ein; es entstehen Gase mit großem Ausdehnungsbestreben, wodurch die Sprengwirkung erklärt wird. Auch eine gespannte Feder hat potentielle Energie.

---

[1] Die „lebendige Kraft" ist also im heutigen Sinne keine Kraft, sondern eine Form der Energie; dasselbe gilt von der „Spannkraft", während die „Pferdekraft" ein bestimmter Effekt ist. — [2] Von *potens* fähig etwas zu tun.

1 Kilowatt = 1,36 PS

Interessant ist der Gegensatz zwischen Tier- und Pflanzenwelt. Letztere bereitet durch Reduktionsprozesse Spannkräfte, die im tierischen Organismus durch Oxydation in kinetische Energie (Bewegung, Wärme, Elektrizität usw.) übergeführt werden.

§ 15. **Gesetz von der Erhaltung der Energie.** Diese beiden Formen der Energie sind der Ausdruck für alle existierenden Kräfte resp. Arbeitsleistungen. Wie die einzelnen Formen der kinetischen Energie ineinander übergeführt werden können, z. B. mechanische Arbeit in Wärme, so kann auch die kinetische Energie übergehen in potentielle, und umgekehrt. Nie aber kann Energie aus nichts entstehen, nie kann bei solchen Umwandlungen ein Plus oder Minus an Energie resultieren. In einem abgeschlossenen System, z. B. im Sonnensystem, ist die Summe der kinetischen und potentiellen Energie eine konstante Größe. Die Vermehrung der einen von beiden Formen bedingt eine Verminderung der anderen. Dieses Gesetz, welches das schon durch die Erfahrung widerlegte Prinzip des Perpetuum mobile auch logisch für immer beseitigt, heißt das Gesetz von der Erhaltung der lebendigen Kraft, besser das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Zuerst ausgesprochen wurde es 1842 von ROBERT MAYER, einem Arzte in Heilbronn, mathematisch formuliert von HELMHOLTZ.

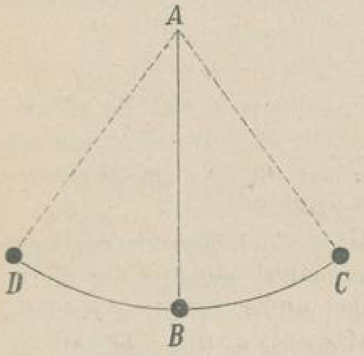

Fig. 2.

Zwei Beispiele mögen es noch besser erläutern:

1. Wenn ein Pendel (Fig. 2) durch einen Stoß aus der Ruhelage AB gebracht wird und nach einer Seite schwingt, wird seine potentielle Energie, d. h. seine Entfernung von der Erde, größer. Nach dem Gesetze von der Erhaltung der Energie muß seine kinetische Energie um ebensoviel kleiner werden. Das beweist auch die Erfahrung; denn nach einer gewissen Zeit bleibt das Pendel stehen, etwa in C. Dann kommt es wieder langsam in Bewegung und schwingt in umgekehrter Richtung ebensoweit über den Ruhepunkt hinaus, etwa bis D, und so fort. Bei C ist also die kinetische Energie $= 0$, die potentielle hat ihr Maximum erreicht. Bei der umgekehrten Bewegung wird die potentielle Energie kleiner, dafür wächst die kinetische, die dann in B ihr Maximum hat.

2. Die Planeten bewegen sich um die Sonne in elliptischen Bahnen. In der Sonnennähe (dem „Perihel") ist ihre potentielle Energie klein, folglich muß ihre kinetische Energie groß sein, d. h. sie bewegen sich an dieser Stelle schnell. Fern von der Sonne (im „Aphel") ist es natürlich umgekehrt. Daraus folgt ohne weiteres, daß ihre Verbindungslinien mit der Sonne, die Radii vectores, in gleichen Zeiten gleiche Flächen durchmessen (zweites Gesetz von KEPLER).

B. Gesetze der festen Körper.

§ 16. **Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften.** Für manche Betrachtungen ist es nötig, mehrere Kräfte durch eine einzige Kraft zu ersetzen, und umgekehrt.

1. Es handele sich zunächst um zwei an einem Punkte angreifende Kräfte. Haben diese beiden Kräfte entweder genau die gleiche oder genau die entgegengesetzte Richtung, so können sie im ersten Falle ersetzt werden durch eine Kraft gleich ihrer Summe, im zweiten durch eine Kraft gleich ihrer Differenz. Zwischen diesen Extremen liegen noch viele andere Möglichkeiten, wenn nämlich die Kräfte miteinander einen Winkel bilden. In Punkt A (Fig. 3) greifen z. B. die Kräfte AB und AC an. Dann ist die Wirkung die gleiche, wie wenn allein die Kraft AD angegriffen hätte. AD heißt die Resultante, AB und AC die Komponenten. Die Resultante läßt sich nun leicht finden: sie ist die Diagonale des Parallelogramms, zu dem sich die ursprünglichen Kräfte vervollständigen lassen (Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte). In gleicher Weise kann man beliebig viele Kräfte zu einer vereinigen, indem man nacheinander immer zu je zwei derselben die Resultante konstruiert (Kräftepolygon). Umgekehrt läßt sich jede Kraft in zwei oder beliebig viele Komponenten zerlegen.

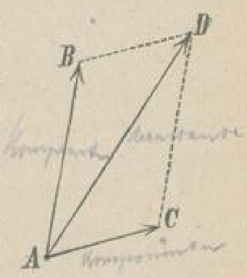

Fig. 3.

2. Die Resultante zweier nicht paralleler Kräfte, die an verschiedenen Punkten angreifen, findet man, wenn man die Kräfte in ihrer eigenen Richtung verschiebt, bis sie sich schneiden, und dann wieder das Parallelogramm der Kräfte konstruiert.

3. Die Resultante paralleler Kräfte kann nur auf einem Umwege gefunden werden.

Um z. B. die Resultante der an AB (Fig. 4) angreifenden parallelen Kräfte P und Q zu finden, denke man sich auf A und B die gleichgroßen, aber entgegengesetzt gerichte-

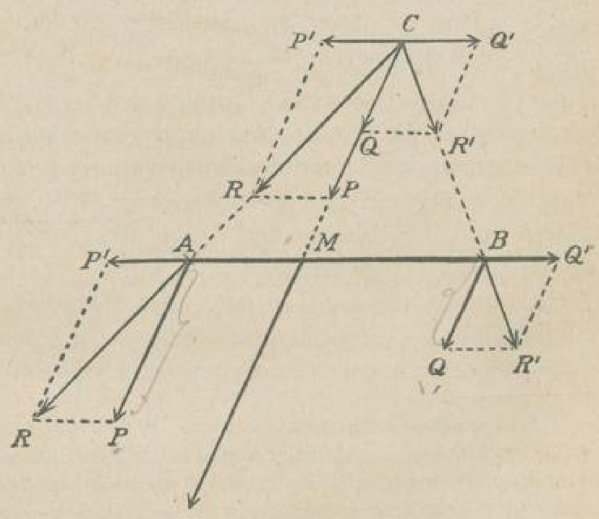

Fig. 4.

ten Kräfte P' und Q' wirkend, wodurch ja der Bewegungszustand des Systems nicht geändert wird. Aus P und P' ergibt sich die Resultante R, aus Q und Q' die Resultante R'. Nun kann man R und R' in ihrer eigenen Richtung verschieben, bis sie sich in C schneiden, und dann in je 2 Komponenten P und P' bzw. Q und Q' zerlegen, welche gleiche Größe und gleiche Richtung wie die Komponenten haben, aus denen R und R' entstanden. P' und Q' heben sich somit wieder auf; P und Q fallen in dieselbe Richtung, summieren sich also zu $P + Q$. Die Kräfte R und R', somit auch die ursprünglichen Kräfte P und Q sind also ersetzt durch die ihnen parallele Kraft $P + Q$. Verschiebt man nun diese resultierende Kraft in ihrer eigenen Richtung so weit, daß ihr Angriffspunkt auf die Strecke AB zu liegen kommt, dann ist MN die gesuchte Größe.

Zwei (und natürlich auch beliebig viele) parallele, gleichgerichtete Kräfte lassen sich also ersetzen durch eine Resultante, die gleich ihrer Summe ist und dieselbe Richtung hat wie sie. M heißt Mittelpunkt der parallelen Kräfte und ist von der Richtung der parallelen Kräfte ganz unabhängig.

4. Wenn parallele Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen angreifen, so läßt sich eine Resultante nur finden, wenn sie verschieden groß sind. Zwei gleichgroße, parallele, entgegengesetzt gerichtete Kräfte lassen sich nämlich nicht zu einer einzigen vereinigen. Sie bewirken eine Drehung des Körpers, an dem sie angreifen, und heißen ein Kräftepaar.

§ 17. **Schwere und Schwerpunkt.** Alle Körper sind der Schwere unterworfen. Damit bezeichnet man die Kraft, mit der sie von der Erde angezogen werden. Diese Kraft denkt man sich im Mittelpunkt der Erde lokalisiert. Ein nicht unterstützter Körper fällt also in der Richtung nach dem Erdzentrum. Diese Richtung heißt vertikal, die dazu senkrechte Ebene horizontal. Die Größe der Schwerkraft (gravitas) wird gemessen durch die Beschleunigung g, die sie einem fallenden Körper erteilt; dieselbe ist identisch mit der Geschwindigkeit desselben am Ende der ersten Sekunde (9,81 m). Da nach dem Gravitationsgesetze (S. 7) die Anziehung zwischen zwei Körpern um so größer wird, je kleiner die Entfernung ist, so muß g um so größer sein, je näher ein Körper dem Erdzentrum ist[1]. Das Produkt aus Masse und Beschleunigung durch die Schwerkraft, mg, heißt nun das Gewicht eines Körpers [vgl. § 11]. Daraus folgt, daß ein Körper nicht überall gleichviel wiegt. An den abgeplatteten Polen wird g und damit das Gewicht eines Körpers größer sein als am Äquator[2]. Die Schwerkraft wirkt nun vom Erdmittelpunkt aus auf alle Teilchen

[1] Dies gilt aber nur für Körper, die sich auf bzw. über der Erdoberfläche befinden. Dagegen nimmt g von der Erdoberfläche nach dem Erdinneren zu im allgemeinen ab, weil dann die für die Anziehung in Betracht kommende Masse der Erde immer kleiner wird. — [2] Dasselbe gilt natürlich auch für das Grammgewicht, während das Massengramm überall gleich ist. [Vgl. auch § 31].

des Körpers. Die Teilkräfte kann man sich wegen der großen Entfernung als parallel vorstellen, mithin in ihrer Gesamtheit durch eine einzige Resultante ersetzt denken, die in einem Punkte angreift [§ 16³]. Dieser Angriffspunkt aller parallelen anziehenden Kräfte der Erde in einem Körper heißt dessen Schwerpunkt.

Bei homogenen Körpern fällt er mit dem geometrischen Mittelpunkt zusammen und kann somit bei regelmäßiger Gestalt des Körpers durch Rechnung gefunden werden. Sonst findet man ihn experimentell: Man hängt den Körper in zwei verschiedenen Stellungen auf; da der Schwerpunkt sich immer möglichst tief stellt, liegt er im Schnittpunkt der beiden Lote, die von den zwei verschiedenen Aufhängungspunkten auf die Erdoberfläche gefällt werden.

§ 18. **Gleichgewicht.** Wie schon erwähnt, ist ein Körper in Ruhe, wenn die verschiedenen auf ihn wirkenden Kräfte sich aufheben. Man nennt den Zustand der Ruhe auch Gleichgewicht, besonders wenn eine der wirkenden Kräfte die Schwerkraft ist, und unterscheidet drei Arten desselben:

1. Indifferentes oder neutrales Gleichgewicht ist vorhanden, wenn Schwerpunkt und Unterstützungspunkt zusammenfallen (z. B. bei Rädern), oder wenn der Schwerpunkt stets senkrecht über dem Unterstützungspunkte liegt (z. B. bei Kugeln). Die Folge hiervon ist, daß der Körper bei jeder Verschiebung in der neuen Lage verharrt. Da also der Schwerpunkt in derselben Entfernung vom Erdmittelpunkt bleibt, bleibt auch die potentielle Energie des Körpers gleichgroß. Mit anderen Worten, die Arbeit (gegen die Schwerkraft) ist hier bei der Verschiebung theoretisch = 0 [vgl. § 12]. In Wirklichkeit ändert die Reibung usw. dieses Resultat. Trotzdem bleibt ein Rad und eine Kugel sehr leicht beweglich.

2. Stabiles Gleichgewicht ist vorhanden, wenn ein Körper so aufgehängt ist, daß der Schwerpunkt unter den Unterstützungspunkt fällt. Macht man eine Verschiebung, so kehrt der Körper in die ursprüngliche Lage zurück. Ein charakteristisches Beispiel hierfür ist das Pendel. Beim stabilen Gleichgewicht liegt also der Schwerpunkt so tief wie möglich, die potentielle Energie ist somit ein Minimum.

3. Labiles Gleichgewicht ist vorhanden, wenn der Schwerpunkt senkrecht über dem Unterstützungspunkt liegt. Hier genügt der geringste Anstoß, um den Körper in einen neuen Gleichgewichtszustand, nämlich den stabilen, überzuführen. Dies ist z. B. bei einem auf die Spitze gestellten Pendel der Fall. Hier ist also die potentielle Energie ein Maximum. Übrigens ist auch der Mensch im labilen Gleichgewicht; daher fallen kleine Kinder und Bewußtlose hin.

Für gewisse Betrachtungen, z. B. in der Physiologie, ist noch das sog. dynamische Gleichgewicht aufgestellt worden. Darunter versteht man denjenigen Zustand einer bewegten Masse, wenn in der Zeiteinheit ebensoviel hinzukommt wie fortgeht.

§ 19. **Maschinen** sind Vorrichtungen zur Umwandlung (Transformation) von Energieformen oder zur Übertragung derselben an einen andern Ort. Für alle Maschinen gilt der Satz, daß die Arbeitsleistung der Kraft P stets der durch Überwindung der Last Q verrichteten Arbeitsleistung gleich ist. Macht man also mittelst einer Maschine eine Verschiebung, so ist

$$Ps = Qs'$$
$$P:Q = s':s.$$

Die Kraft verhält sich also zur Last wie der Weg der Last zum Wege der Kraft. Wenn daher auch durch Maschinen eine kleine Kraft eine große Last überwinden kann, so muß sie dafür einen um so größeren Weg zurücklegen. Kurz ausgedrückt: Was an Kraft gewonnen wird, geht an Weg verloren. Die Arbeit bleibt also stets dieselbe. Mit anderen Worten heißt dies, daß niemals eine Maschine, ohne daß von außen Energie zugeführt wird, selbsttätig Arbeit erzeugen kann, daß also ein Perpetuum mobile unmöglich ist. Man nennt dies auch die „goldene Regel der Mechanik“ [vgl. § 15].

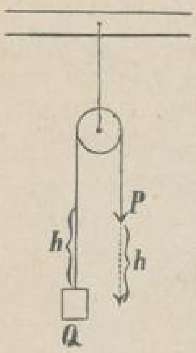

Fig. 5.

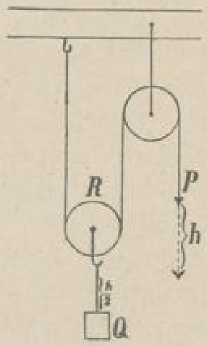

Fig. 6.

Auch die Organismen, die auf den ersten Blick als selbständige Kräftequellen erscheinen könnten, sind ja von den zugeführten Spannkräften, der Nahrung usw., durchaus abhängig.

Im folgenden sollen nur die einfachen Maschinen besprochen werden.

§ 20. Die **Rolle** ist eine kreisförmige Scheibe, die um eine durch den Mittelpunkt gehende Achse drehbar ist und an ihrem Umfange Seile usw. aufnehmen kann. Es gibt feste und bewegliche Rollen.

a) Bei der festen Rolle (Fig. 5) ist die Achse befestigt. Verschiebt man die Kraft P um die Strecke h, so wird die Arbeit Ph geleistet. Die Last Q geht um ebensoviel in die Höhe, erfordert also die Arbeit Qh. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn $Ph = Qh$ oder $P = Q$ ist.

Das heißt, die angewandte Kraft ist ebensogroß wie die Last. Die feste Rolle dient also nicht zur Kraftersparnis, sondern nur, um die Richtung der Kraft zu ändern, bzw. die Reibung zu vermindern.

b) Bei der beweglichen oder losen Rolle (Fig. 6) ist auch die Achse beweglich. Verschiebt man die Kraft P um h, so wird die Arbeit Ph geleistet. Diese Verschiebung h verteilt sich nun auf beide Schnüre der beweglichen Rolle R. Q wird also nur um $\frac{h}{2}$ gehoben, somit die Arbeit $Q\frac{h}{2}$ geleistet. Gleichgewicht besteht, wenn

$$Ph = Q\frac{h}{2} \text{ oder } P = \frac{Q}{2} \text{ ist.}$$

Um die Last zu heben, ist also nur die halbe Kraft nötig. Freilich muß sie den doppelten Weg wie die Last zurücklegen.

§ 21. Der **Flaschenzug** ist eine Kombination von festen und beweglichen Rollen.

a) Der gewöhnliche Flaschenzug (Fig. 7) besteht aus einer Anzahl fester und ebensoviel beweglicher Rollen, die durch ein Seil

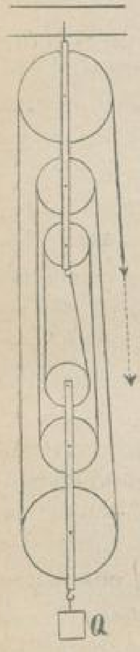

Fig. 7.

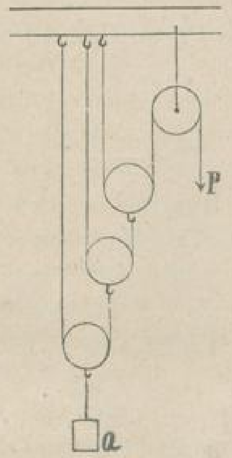

Fig. 8.

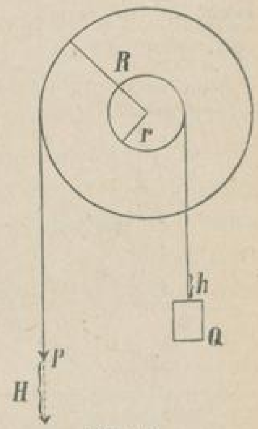

Fig. 9.

verbunden sind, das immer von einer festen zu der entsprechenden beweglichen Rolle geht. Verschiebt man P um h, so wird die Arbeit Ph geleistet. Dann wird Q nur um den sovielten Teil von h gehoben, als Rollen vorhanden sind. In Fig. 7 herrscht also Gleichgewicht, wenn

$$Ph = Q\frac{h}{6} \text{ ist. Daraus folgt } P = \frac{Q}{6}.$$

Um die Last zu heben, ist hier also nur der sechste Teil der Kraft nötig.

b) Der Potenzflaschenzug (Fig. 8) besteht aus einer festen und einer Anzahl beweglicher Rollen, von denen die unterste die Last trägt. Verschiebt man bei n beweglichen Rollen P um h, so wird Q um den 2^nten Teil von h gehoben.

Gleichgewicht ist also vorhanden, wenn

$$Ph = Q\frac{h}{2^n} \text{ ist; daraus folgt } P = \frac{Q}{2^n}.$$

Also zum Heben der Last ist nur ein Teil der Kraft nötig, welcher der sovielten Potenz von 2 entspricht, als bewegliche Rollen vorhanden sind. In Fig. 8 wäre somit nur der 2^3 = achte Teil der Kraft nötig.

§ 22. Das **Wellrad** (Fig. 9) besteht aus einer Walze, der sogenannten Welle, vom Radius r, die um ihre Achse drehbar ist, und aus einem mit ihr fest verbundenen Rade vom Radius R, das oft auch gezähnt ist. Die Kraft P greift am Umfange des Rades an, die Last Q am Umfange der Welle. Verschiebt man nun P um H, so bewegt sich auch das Rad um den Bogen H, die damit verbundene Welle um den Bogen h. Q wird also um h gehoben. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn

$$PH = Qh \text{ ist.}$$

Nun verhalten sich aber die Bogen H und h wie die entsprechenden Radien. Es ist also auch

$$PR = Qr$$

$$P = \frac{r}{R} Q.$$

Zum Heben der Last ist daher nur ein Bruchteil der Kraft nötig, der um so geringer ist, je größer das Rad und je kleiner die Welle ist. Dieselbe Wirkung erzielt man natürlich, wenn man zwei verschieden große Räder durch Ketten oder Riemen verbindet, bzw. sie mittelst Zähne ineinandergreifen läßt.

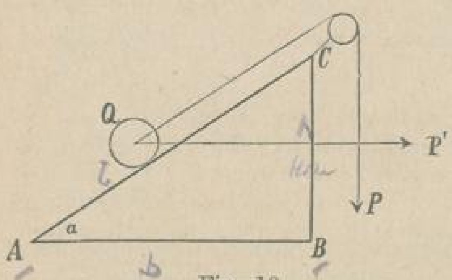

Fig. 10.

§ 23. **Schiefe Ebene** heißt eine gegen den Horizont geneigte Ebene, die zum Heben von Lasten dient (Fig. 10). AB heißt die Basis (b), BC die Höhe (h), AC die Länge (l) der schiefen Ebene. Die Arbeit beim Heben über die schiefe Ebene ist natürlich nur abhängig von dem Gewicht der Last und der Höhe (Qh). — Die Last Q soll heraufgezogen werden:

a) durch eine der schiefen Ebene parallele Kraft P. Wird Q von A nach C gezogen, so legt P den Weg l zurück, leistet also die Arbeit Pl. Die Last wird dabei um BC gehoben, also die Arbeit Qh geleistet. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn

$$Pl = Qh$$
$$P : Q = h : l.$$

Die aufgewandte Kraft ist also um so geringer, je kleiner die Höhe im Verhältnis zur Länge, d. h. je weniger steil die Ebene ist. Bezeichnet man den „Neigungswinkel“ CAB mit α, so ist $h : l = \sin \alpha$, folglich

$P = Q \sin \alpha$. Man kann also auch sagen: Gleichgewicht ist hier vorhanden, wenn Kraft = Last $\times$ Sinus des Neigungswinkels ist.

b) Wirkt die Kraft P' parallel zur Basis, so legt sie, um Q von A nach C zu bringen, in ihrer eigenen Richtung den Weg AB zurück, leistet also die Arbeit $P'b$. Die Hebung der Last erfordert wieder die Arbeit Qh. Bedingungen des Gleichgewichts:

$$P'b = Qh$$
$$P':Q = h:b.$$

Die angewandte Kraft ist also um so geringer, je kleiner die Höhe im Verhältnis zur Basis, d. h. wieder je weniger steil die Ebene ist. Da $h:b = \operatorname{tang} \alpha$, ist auch $P' = Q \cdot \operatorname{tang} \alpha$.

Diese Gesetze kommen bei Straßen, Eisenbahnen, Treppen, Rampen usw. zur Anwendung.

§ 24. Eine **Schraube** kann man sich dadurch entstanden denken, daß eine schiefe Ebene um einen Zylinder von kreisförmigem Querschnitt gewickelt wird. Bei der Schraubenspindel sind die Windungen erhaben; die Schraubenmutter ist ein Hohlzylinder mit entsprechenden Vertiefungen. Nach den Gesetzen der schiefen Ebene verhält sich die Kraft zur Last wie die Höhe zur Basis, hier also wie die Höhe einer ganzen Windung (Ganghöhe) zum Umfang der Schraube. Es wird daher um so mehr Kraft gespart, je flacher die Schraubengänge sind.

Unter anderm dient die Schraube zu feinen Dickenmessungen als Mikrometerschraube: Wird der oberste Teil der Schraube, der sogenannte Schraubenkopf, einmal ganz herumgedreht, so bewegt sich die Spindel in der Schraubenmutter um die Höhe einer Windung, die bekannt ist. Eine teilweise Umdrehung des Schraubenkopfes, deren Größe an einer Kreiseinteilung abgelesen wird, entspricht natürlich einem Bruchteil dieser Höhe. Eine Schraube z. B. mit 10 Gängen auf 1 cm Höhe, also mit einer Ganghöhe von 1 mm, würde bei $\frac{1}{100}$ Umdrehung des Schraubenkopfes eine Bewegung (Messung) von $\frac{1}{100}$ mm machen.

§ 25. **Hebel.** Ein mathematischer Hebel ist eine Linie, die sich um einen Punkt dreht. In Wirklichkeit gibt es nur einen physischen Hebel, d. i. eine unbiegsame, um eine feste Achse drehbare Stange, an der Kräfte angreifen. Der Punkt, um den die Drehung erfolgt, heißt Drehungsachse (auch Unterstützungspunkt, Drehungspunkt oder Hypomochlion); von ihm gehen die Hebelarme aus. Beim zweiarmigen Hebel (Fig. 12) greifen Kraft und Last auf verschiedenen Seiten des Unterstützungspunktes an, wirken aber nach derselben Richtung. Beim einarmigen Hebel (besser „einseitiger“ Hebel genannt) greifen sie auf derselben Seite an, wirken aber nach entgegengesetzten Richtungen (Fig. 11). Beim Winkelhebel bilden die Hebelarme einen Winkel.

Um die Gleichgewichtsbedingungen am Hebel zu finden, werde (Fig. 12) die Kraft P um h verschoben, dann wird Q um h' gehoben.

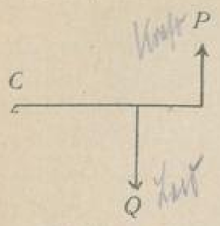

Fig. 11.

Nach der Verschiebung hat der Hebel die Lage $A'CB'$. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn

$$Ph = Qh' \text{ oder}$$
$$P:Q = h':h.$$

Aus den ähnlichen Dreiecken $A'CD$ und $B'CE$ folgt nun

$$h':h = B'C:A'C$$
$$= BC:AC.$$

Bezeichnet man den Hebelarm AC mit p und BC mit q, so ist

$$P:Q = q:p,$$

d. h. Gleichgewicht besteht, wenn Kraft und Last sich umgekehrt wie ihre Hebelarme verhalten.

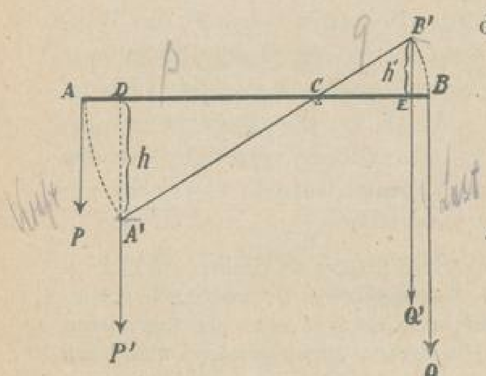

Fig. 12.

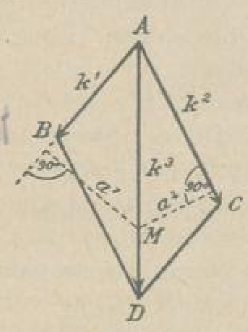

Fig. 13.

Man nennt nun die Senkrechte, die man von einem Punkte (z. B. dem Drehungspunkte) auf die Angriffsrichtung einer Kraft fällt, — oder, anders ausgedrückt, den senkrechten Abstand der Kraftrichtung von der Achse — den Arm der Kraft in bezug auf diesen Punkt (bzw. diese Achse). Das Produkt aus angreifender Kraft mit ihrem Kraftarm heißt Moment[1] (auch Kraftmoment, Drehungsmoment oder statisches Moment). Greifen z. B. in Punkt A (Fig. 13) die Kräfte $AB = k^1$, $AC = k^2$, $AD = k^3$ an (die Komponenten bzw. Resultante eines Kräfteparallelogramms sind), so ist in bezug auf Punkt M das Moment von $AB = k^1 \cdot a^1$, das Moment von $AC = k^2 \cdot a^2$, das Moment von $AD = k^3 \cdot 0$, also gleich Null.

Aus obiger Gleichung für den Hebel $P:Q = q:p$ ergibt sich durch einfache Umstellung $P \cdot p = Q \cdot q$.

[1] *momentum* (von *moveo* bewegen) das, was eine Sache bewegt. Die Namen „Drehungsmoment" und „statisches Moment" erklären sich daraus, daß je nach den Umständen das starre System (der Hebel) eine Drehbewegung durchmacht oder in Ruhe bleibt.

Da nun aber beim Hebel in der Ruhelage die Hebelarme (p und q) identisch mit den Kraftarmen sind, kann man das Hebelgesetz auch so formulieren: Gleichgewicht am Hebel ist vorhanden, wenn die Momente der angreifenden Kräfte gleich sind. Auch folgt aus der Gleichung ohne weiteres, daß eine kleine Kraft, die am langen Hebelarm angreift, einer großen am kurzen Arm angreifenden das Gleichgewicht hält. Bezeichnet man entgegengesetzt wirkende Kräfte und Momente mit verschiedenen (+ und —) Vorzeichen, so gilt ganz allgemein der Satz: In einem starren, um eine feste Achse drehbaren System halten sich alle angreifenden Kräfte das Gleichgewicht, rufen also keine Drehung hervor, wenn die algebraische Summe ihrer Momente in bezug auf die Drehungsachse Null ist.

Angewandt wird der Hebel vielfach, z. B. als Schere, ein einarmiger Hebel als Nußknacker, als Hebebaum, als Schubkarren, ein Winkelhebel beim Klingelzuge usw. Eine der wichtigsten Formen des Hebels ist die

§ 26. **Wage.** Nur die wenigsten Wagen dienen dazu, wie man vermuten könnte, das Gewicht der Körper direkt zu bestimmen, d. h. das Produkt aus Masse und Beschleunigung durch die Schwerkraft mg [§ 17].

Das ist z. B. der Fall bei der Federwage. Hier wird der zu wägende Körper an eine Feder gehängt, die er natürlich bis zu einem gewissen Punkte, der von seiner Schwere abhängt, ausdehnt. Dieser Punkt, der an einer dahinter angebrachten empirischen Skala abgelesen wird, gibt also direkt das Gewicht des Körpers an.

Die meisten Wagen dienen dagegen zur Massenvergleichung. Das ist deshalb vorteilhaft, weil ja, wie erwähnt, g und damit das Gewicht der Körper an verschiedenen Orten nicht ganz gleich ist. Wenn nun auf der gewöhnlichen Hebelwage zwei Körper von der Masse m und m' sich das Gleichgewicht halten, so ist $mg = m'g$. Dadurch wird also g eliminiert, und es ist $m = m'$.

Die gewöhnliche Schalenwage, die zu den feinsten Messungen benutzt werden kann, ist ein zweiarmiger, gleicharmiger Hebel, an dem man den Wagebalken, die Schalen und die Zunge (Zeiger) unterscheidet. Da beim Hebel Gleichgewicht herrscht, wenn die statischen Momente gleich sind, also $Pp = Qq$ ist, so besteht beim gleicharmigen Hebel und somit auch bei der Wage, wo $p = q$ ist, Gleichgewicht, wenn $P = Q$, Kraft gleich Last ist. Eine gute Wage muß folgende Bedingungen erfüllen:

1) Sie muß im stabilen Gleichgewicht sein, d. h. der Schwerpunkt des Wagebalkens muß bei horizontaler Lage desselben senkrecht unter der Drehungsachse liegen.

2) Sie muß richtig sein, d. h. beide Arme des Wagebalkens

müssen in einer Ebene liegen, gleich Länge und gleiche statische Momente haben; die Wagschalen müssen ferner gleich schwer sein und genau horizontal stehen; der Nullpunkt darf sich nicht ändern.

3) Sie muß empfindlich sein, d. h. sie muß bei einem kleinen Übergewicht auf der einen Seite einen gewissen Ausschlag geben. Als Maß der Empfindlichkeit nimmt man gewöhnlich den Ausschlag an, den eine Mehrbelastung von 0,001 gr bewirkt.

Die Empfindlichkeit ist u. a. um so größer,

a) je näher der Schwerpunkt des Wagebalkens der Drehungsachse liegt. Es sei (Fig. 14) C die Drehungsachse, S der Schwerpunkt. Durch ein Übergewicht rechts nehme die Wage die punktierte Stellung ein. Dann beschreibt S den Weg SN. Ein in S' liegender Schwerpunkt müßte bei demselben Ausschlag den größeren Weg $S'N'$ beschreiben, wozu natürlich eine größere Belastung nötig ist;

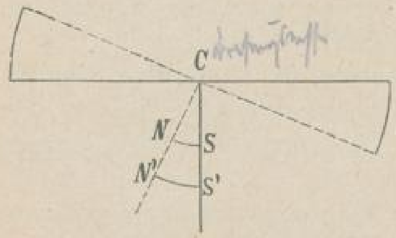

Fig. 14.

b) je leichter (deshalb durchbrochen!) Wagebalken und Wagschalen sind;

c) je länger der Wagebalken ist; denn dadurch wachsen ja die statischen Momente. Indes darf er auch wieder nicht zu lang sein, da er sonst zu schwer wird (s. o.).

Zu genauen Resultaten ist das Mittel aus vielen Wägungen zu nehmen, Temperatur und Barometerstand zu berücksichtigen, sowie das gefundene Gewicht auf den leeren Raum zu reduzieren [vgl. § 51]. Sind die Wagebalken nicht genau gleich lang, so umgeht man diesen Fehler durch Tarieren. Hierbei kommt die zu wägende Substanz auf die eine Schale, auf die andere legt man z. B. Schrotkugeln, bis die Zunge auf dem 0-Punkte der Skala steht. Dann ersetzt man die Substanz durch Gewichte, bis die Zunge wieder auf 0 steht. Wenn zwei Größen (Substanz und Gewichte) einer dritten (den Schrotkugeln) gleich sind, sind sie untereinander gleich. Man kann auch den Gegenstand zuerst auf einer Wagschale, dann auf der andern wiegen und das Mittel beider Gewichte nehmen (Doppelwägung).

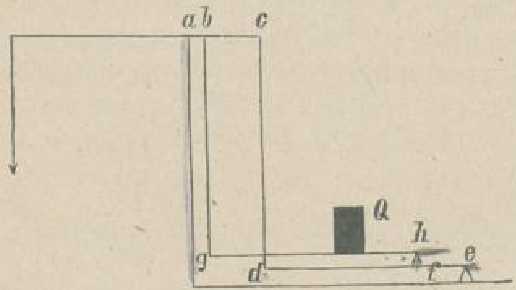

Fig. 15.

Sehr wichtig sind die Brückenwagen, wozu die Dezimal-, Zentesimalwagen usw. gehören. Nicht das ist hierbei das wesentliche, daß durch 10- oder 100mal kleinere Gewichte der Last das Gleichgewicht gehalten wird; das ist ja leicht zu erreichen, wenn der Hebelarm des Gewichts 10- oder 100mal länger gemacht wird als der der Last; sondern die Hauptsache ist, daß die Wagschale („Brücke“) für die Last stets mit sich selbst parallel verschoben wird, mag der Körper in der Mitte oder am Rande liegen.

Es ist nämlich (Fig. 15) $ab:ac = ef:ed$ konstruiert, z. B. $= 1:4$. Durch die Belastung Q geht h und dadurch auch f ein bestimmtes Stück n herunter, folglich d 4mal soviel, ebenso auch der mit d verbundene Punkt c; anderseits b und der damit verbundene Punkt g wieder um n. g und h werden also gleichmäßig um n verschoben, bewegen sich mithin parallel zur früheren Ebene.

Im Verkehr vielfach benutzt wird die Schnellwage und die Zeiger- oder Briefwage.

Die Schnellwage ist ein ungleicharmiger Hebel, an dessen kürzerem Arm ein Haken zum Aufhängen der Last angebracht ist, während an dem längeren, graduierten Arme ein Laufgewicht verschoben werden kann. Je weiter letzteres vom Drehpunkte entfernt ist, einer desto größeren Last hält es das Gleichgewicht. Die Einteilung des längeren Armes ist derartig gemacht, daß man das Gewicht der Last direkt ablesen kann.

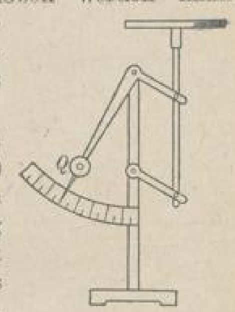

Fig. 16.

Bei der Zeigerwage (Fig. 16) ist der Wagebalken ein Winkelhebel, dessen längerer mit Gewicht (Q) beschwerter, vor einer empirischen Skala[1] beweglicher Arm je nach Belastung der Wagschale eine bestimmte Stellung einnimmt. Es werden hier also alle Lasten zwar mit demselben Gewicht gemessen, jedoch ändert sich das Drehmoment [S. 18] des Gewichtsarmes von Fall zu Fall.

§ 27. **Fallgesetze.**

1) Der freie Fall ist eine durch die Anziehungskraft der Erde gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Die Geschwindigkeit ist am Anfang $= 0$, am Ende der ersten Sekunde $g = 9{,}81$ m, am Ende der zweiten Sekunde $2\,g$, nach t Sekunden tg.

$$v = gt.$$

Es sind also die Fallgeschwindigkeiten proportional den Fallzeiten. Diese Formel geht auch unmittelbar aus der Definition der Beschleunigung $g = \frac{v}{t}$ hervor [§ 10].

2) Die Fallgeschwindigkeit läßt sich auch aus der durchfallenen Strecke (Höhe) berechnen.

Um einen Stein vom Gewicht mg auf ein Dach von der Höhe h zu bringen, ist eine Arbeit mgh (Kraft mal Weg) nötig. Die potentielle Energie des Steines ist natürlich auch $= mgh$, da nach dem

[1] Lat. *scala* Stufe, Treppe; ἐμπειρικός, auf Erfahrung (ἐμπειρία) beruhend. Also ein durch Ausprobieren hergestellter Maßstab.

Gesetze von der Erhaltung der Energie keine Kraft verschwunden oder zugekommen sein kann. Fällt der Stein dieselbe Höhe herab, so verwandelt sich die potentielle Energie in die entsprechende gleichgroße, kinetische Energie $\frac{1}{2} mv^2$. Also

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$ $v^2 = \frac{2mgh}{m}$ $v = \sqrt{2gh}$

$$v = \sqrt{2gh}$$

d. h. die Fallgeschwindigkeiten sind auch proportional den Quadratwurzeln aus den Fallhöhen.

$v = gt$ 3) Die Fallhöhe läßt sich leicht aus 1) und 2) finden, wenn man die beiden Werte für v einander gleichsetzt. Aus $gt = \sqrt{2gh}$ folgt sofort $g^2t^2 = 2gh$ $h = \frac{g^2t^2}{2g} = \frac{gt^2}{2}$

$$h = \frac{1}{2} gt^2.$$

Die Fallhöhen sind also proportional den Quadraten der Fallzeiten. Man erhält übrigens dasselbe Resultat, wenn man in der Gleichung $s = \frac{1}{2} vt$ [§ 10] für v den Wert gt einsetzt.

Alle Fallgesetze sind nur für den luftleeren Raum streng gültig. Nur im luftleeren Raum fallen also alle Körper, unabhängig vom Gewichte und der stofflichen Beschaffenheit, gleich schnell. In Wirklichkeit hat der Widerstand der Luft und das spezifische Gewicht großen Einfluß auf die Fallgeschwindigkeit.

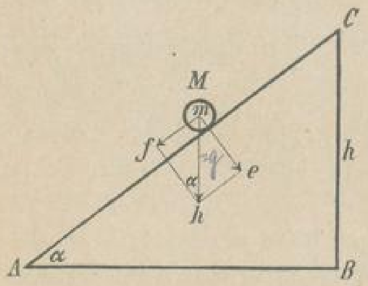

Fig. 17.

§ 28. Beim **Fall über die schiefe Ebene** kann man sich die auf den Körper M einwirkende Schwerkraft g, in Fig. 17 dargestellt durch mh, in die beiden Komponenten mf und me zerlegt denken, von denen erstere parallel AC, letztere senkrecht dazu gerichtet ist. Da me durch den Widerstand der Unterlage AC aufgehoben wird, kommt für die Fortbewegung von M nur $mf = g'$ in Betracht. Fällt M von C nach B, so ist $v = \sqrt{2gh}$ [§ 27]; fällt es von C nach A, so ist $v' = \sqrt{2g' \cdot AC}$. Da nun $g' = g \cdot \sin\alpha$ und $AC = \frac{h}{\sin\alpha}$ ist, so folgt daraus $v' = v$, d. h. die Endgeschwindigkeit bzw. Wucht ist beim Falle von C nach A dieselbe wie beim Falle von C nach B, also von der Neigung der schiefen Ebene ganz unabhängig. Dagegen dauert natürlich die Fallbewegung um so länger, je mehr die Ebene geneigt ist.

§ 29. Bei der **Wurfbewegung** erhält ein Körper eine willkürliche

Anfangsbeschleunigung und wird dann der Wirkung der Schwerkraft überlassen. Die Wurfbewegung ist geradlinig, wenn der Körper senkrecht auf- oder abwärts geworfen wird. Im letzteren Falle wirkt die Summe von Anfangsgeschwindigkeit c und Fallgeschwindigkeit gt [§ 27], im ersteren die Differenz. Hier muß also ein Zeitpunkt kommen, wo der Körper frei in der Luft schwebt, um bald darauf zu fallen. Dieser Punkt ist erreicht, wenn die aufwärts gerichtete Geschwindigkeit $c - gt$ gleich Null geworden ist, wenn also $c = gt$ ist. Dann ist die Dauer des Aufstieges $t = \frac{c}{g}$. Da die Steighöhe identisch mit der entsprechenden Fallhöhe ist, so ergibt sie sich, wenn man in die Formel $h = \frac{1}{2} gt^2$ [§ 27] für t den eben gefundenen Wert $\frac{c}{g}$ einträgt: sie ist $= \frac{c^2}{2g}$. Setzt man diesen Wert von h in die Formel $v = \sqrt{2gh}$ [§ 27] ein, so ergibt sich $v = c$, s. h. der Körper kommt beim Herunterfallen auf der Erde wieder mit derselben Geschwindigkeit an, die er zu Beginn des Wurfes hatte. Daraus folgt unmittelbar, daß auch die Fallzeit gleich der Steigzeit ist.

Bei allen anderen Richtungen des Wurfes ist die Wurfbahn eine Parabel, als Resultante der die Anfangsrichtung bedingenden Kraft und der Schwerkraft.

§ 30. **Winkelgeschwindigkeit. Trägheitsmoment.** Dreht sich (rotiert) ein Körper um eine Achse, so ist zu unterscheiden: 1) die lineare[1] Geschwindigkeit, d. i. die lineare Strecke, die der Körper in gegebener Zeit zurücklegt; 2) die sog. Winkelgeschwindigkeit, d. i. der Winkel, der in einer gegebenen Zeit vom Radius beschrieben wird. Unter Winkelbeschleunigung versteht man wieder die Zunahme der Winkelgeschwindigkeit in 1 Sekunde [vgl. § 10]. Die Winkelgeschwindigkeit ist für alle Massenteilchen eines rotierenden Körpers gleich groß, während ihre lineare Geschwindigkeit verschieden ist. Es sollen sich z. B. zwei Körper M und m (Fig. 18) im Abstande R und r (dieser Abstand heißt Radius oder Radius vector) um die feste Achse C bewegen. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit, d. h. um den Winkel α in gleicher Zeit zu durchmessen, muß der entferntere Körper M natürlich eine größere lineare Geschwindigkeit haben. Die linearen Geschwindigkeiten sind also bei gleicher Winkelgeschwindigkeit direkt proportional den Radien. Anderseits sind die Winkel-

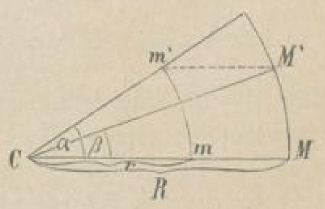

Fig. 18.

[1] Auch periphere oder Bahngeschwindigkeit genannt.

geschwindigkeiten bei gleicher linearer Geschwindigkeit umgekehrt proportional den Radien. Bedeutet w Winkelgeschwindigkeit, v lineare Geschwindigkeit, r den Radius, so ist

$$v = wr \qquad w = \frac{v}{r}.$$

Ist $r = 1$, so ist $w = v$. Man kann also auch sagen: Die Winkelgeschwindigkeit ist gleich der linearen Geschwindigkeit für den Radius 1.

Jedes Massenteilchen eines rotierenden Körpers hat nun die kinetische Energie oder Wucht $\frac{1}{2}\,mv^2$ [§ 14]. Da $v = wr$, so ist die Wucht eines Massenteilchens im Abstande r von der Drehachse auch $\frac{1}{2}\,mr^2w^2$. Die Wucht des ganzen rotierenden Körpers, bei dem es sich ja um die Summe[1] seiner Massenteilchen und die Summe der Quadrate ihrer Abstände von der Achse handelt, ist daher $\frac{1}{2}\,w^2\Sigma\,mr^2$. Zur Vereinfachung der Betrachtungsweise denkt man sich die Gesamtmasse M des rotierenden Körpers durch eine andere (verschieden große) Masse $\mathfrak{M}$ im Abstande 1 von der Drehachse ersetzt, die bei gleicher Winkelgeschwindigkeit dieselbe Wucht (also auch dasselbe Beharrungsvermögen, dieselbe Trägheit) hat wie der rotierende Körper. Diese gedachte Masse $\mathfrak{M}$ nennt man das Massen- oder Trägheitsmoment des rotierenden Körpers in bezug auf seine jeweilige Drehachse. Man kann diese Größe sowohl rechnerisch wie experimentell finden. Da, wie erwähnt, für den Radius 1 lineare und Winkelgeschwindigkeit gleich sind, so besteht die Beziehung

$$\frac{1}{2}\,\mathfrak{M}\cdot w^2 = \frac{1}{2}\,w^2\Sigma\,mr^2$$
$$\mathfrak{M} = \Sigma mr^2.$$

Die Wucht eines rotierenden Körpers läßt sich demnach kurz und zweckmäßig durch das halbe Produkt aus Trägheitsmoment und Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ausdrücken. Das Beharrungsvermögen eines Körpers ist um so größer, je größer sein Trägheitsmoment, je weiter also die Hauptmasse von der Drehachse entfernt ist. Hiervon macht man u. a. bei den Schwungrädern Gebrauch, deren größte Masse an der Peripherie konzentriert ist und die durch ihr großes Beharrungsvermögen den Gang einer Maschine gleichmäßig machen und ihr über die sog. toten Punkte hinweghelfen. —

Wie bei der fortschreitenden Bewegung Beschleunigung $= \frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$ ist [§ 11], so gilt für die drehende Bewegung die analoge Beziehung

$$\text{Winkelbeschleunigung} = \frac{\text{Drehungsmoment}}{\text{Trägheitsmoment}}.$$

Eine wichtige Form der drehenden Bewegung ist

[1] Als Summenzeichen gebraucht man den griechischen Buchstaben Σ.

§ 31. die **Zentralbewegung,** bei der ein Körper in Kreisen, Ellipsen usw. sich um einen Punkt bewegt. Sie heißt gebunden, wenn der Körper mit demselben verbunden ist, wenn also z. B. ein Gewicht an einem Seil herumgeschwungen wird, andernfalls frei, wie z. B. die Bewegung der Planeten um die Sonne. Eine kreisförmige Bewegung, die hier allein betrachtet werden soll, setzt nun das fortwährende Bestehen einer Kraft voraus, da ohne diese nach dem Trägheitsgesetz [§ 7] der Körper geradlinig in der Richtung der Tangente fortfliegen würde. So würde sich z. B. (Fig. 19) eine um C im Abstande r mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v rotierende Masse m, wenn sie, in A angelangt, sich selbst überlassen würde, in der Zeiteinheit von A nach B bewegen, wobei die Strecke AB nach der Formel $s = vt$ (da $t = 1$) der Geschwindigkeit v entspricht. Da die Masse in Wirklichkeit aber nach D gelangt, so muß auch noch eine nach dem Zentrum hin gerichtete Kraft, die sogenannte Zentripetalkraft[1], auf sie eingewirkt und ihr eine gleichförmige Beschleunigung nach dem Zentrum hin erteilt haben, die in der Zeiteinheit von 0 bis γ wächst. Der von m unter dem Einfluß dieser Beschleunigung zurückgelegte Weg BD entspricht daher einer mittleren Geschwindigkeit $\frac{\gamma}{2}$ [vgl. § 10]. Es ist nun $r^2 + v^2 = \left(r + \frac{\gamma}{2}\right)^2 = r^2 + r\gamma + \frac{\gamma^2}{4}$.

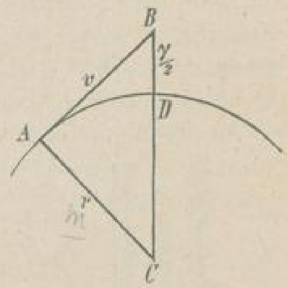

Fig. 19.

Betrachtet man die Bewegung während eines sehr kleinen Zeitraums, rückt also D dicht an A heran, so wird $BD = \frac{\gamma}{2}$ so klein, daß $\frac{\gamma^2}{4}$ unberücksichtigt bleiben kann. Es ist dann die durch die Zentripetalkraft erzeugte Beschleunigung $\gamma = \frac{v^2}{r}$, und die Zentripetalkraft selbst nach § 11

$$K = m\gamma = \frac{mv^2}{r}.$$

Setzt man für v den Wert wr ein [§ 30], so erhält man

$$K = \frac{mr^2w^2}{r} = mrw^2.$$

Die Zentralpetalkraft ist also direkt proportional der Masse und dem Quadrate der linearen bzw. Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Körpers. Sie ist ferner dem Radius seiner Bahn bei konstanter linearer Geschwindigkeit umgekehrt proportional, bei konstanter Winkelgeschwindigkeit direkt proportional.

[1] κέντρον, *centrum* urspr. Stachel, dann eingehakter fester Schenkel des Zirkels, dann Mittelpunkt; *peto* zu erreichen suchen.

Der Zentripetalkraft gleich, aber entgegengesetzt gerichtet, ist die Zentrifugalkraft[1] (Flieh- oder Schwungkraft), die also strebt, den Körper in tangentialer Richtung vom Zentrum zu entfernen. Sie repräsentiert den Beharrungswiderstand der Masse gegen die durch die Zentripetalkraft dauernd bewirkte Richtungsänderung der Bewegung. Auf ihr beruht es z. B., daß man an scharfen Kurven leicht nach außen zu aus dem Wagen geschleudert wird, daß aus einem mittelst einer Schnur schnell im Kreise bewegten Glase Wasser nichts ausfließt usw. Mittels der Zentrifugalkraft kann man auch in einer Flüssigkeit suspendierte feste Bestandteile bequem und rasch von dieser trennen. Hierauf beruhende Apparate heißen Zentrifugen.

Fig. 20 zeigt z. B. eine in der Medizin verwandte Harnzentrifuge. Durch rasche Rotation der vertikalen Achse werden die damit verbundenen Hülsen, in denen sich mit Urin gefüllte Gläschen befinden, ebenfalls in Rotation versetzt und nehmen dabei eine horizontale Stellung ein; die festen Bestandteile des Harns werden an das periphere Ende geschleudert und bleiben dort nach Beendigung der Drehbewegung als Niederschlag liegen.

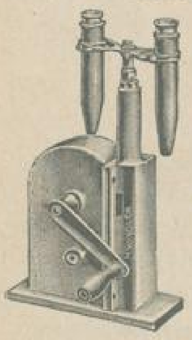
Fig. 20.

Auf der Zentrifugalkraft beruht auch die Abplattung der Erde an den Polen und die Anhäufung der größten Masse am Äquator. Die Zentrifugalkraft ist natürlich der Schwerkraft entgegengerichtet, da diese ja zentripetal wirkt; sie muß sie also schwächen. Auch aus diesem Grunde folgt, daß g am Äquator kleiner ist als an den Polen [§ 17].

§ 32. **Keplers Gesetze.** Für die freie Zentralbewegung der Planeten um die Sonne gelten folgende Gesetze:

1) Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

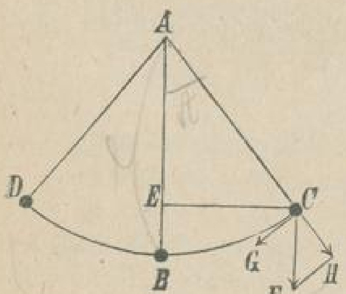

Fig. 21.

2) Die Radii vectores beschreiben in gleichen Zeiten gleiche Flächen [vgl. § 15].

3) Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

§ 33. **Pendel.** Ein Pendel[2] ist ein Körper, der um eine horizontale Achse schwingen kann (physisches Pendel). Die Pendelgesetze sind zunächst für das mathematische Pendel abgeleitet, das man sich als punktförmige Masse an einem gewichtslosen Faden befestigt denkt.

[1] *fugio* fliehen. — [2] *pendulus* herabhängend.

Wird das Pendel AB (Fig. 21) aus der Gleichgewichtslage gebracht, so schwingt es etwa bis C, bleibt stehen, schwingt dann umgekehrt über den Ruhepunkt B hinaus bis D und wieder zurück usf. Ein mathematisches Pendel, das aber nicht wirklich existiert, wäre somit ein Perpetuum mobile, insofern es, einmal in Gang gebracht, sich selbst in Bewegung erhielte. Man nennt nun AB die Länge des Pendels (l), die Entfernung aus der Gleichgewichtslage EC bzw. $\angle BAC$ die Schwingungsweite oder Amplitude, und die Zeit, in der es den Weg $BCBDB$, d. i. eine ganze Schwingung, beschreibt, Schwingungsdauer (T).

Die Kraft, welche das Pendel von C zurückführt, ist die Schwerkraft, dargestellt durch CF. Diese läßt sich in zwei Komponenten zerlegen: CH, welche durch die Festigkeit des Fadens kompensiert wird, und die für die Pendelbewegung allein in Betracht kommende $CG = HF$. Aus den ähnlichen Dreiecken HCF und EAC folgt $HF:CF = EC:AC$; mithin HF, somit auch $CG = \frac{CF \cdot EC}{AC}$. Hierbei stellt CF die Schwerkraft dar, gemessen durch g, AC die Pendellänge, EC die Schwingungsweite. Da die beiden ersten Größen konstant sind, folgt also als erstes Pendelgesetz:

Die Kraft, welche ein Pendel in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, ist direkt proportional der Schwingungsweite; anders ausgedrückt, die Intensität der Pendelschwingung, die Geschwindigkeitsänderung, also die Beschleunigung bzw. Verzögerung der Pendelbewegung (nicht die Geschwindigkeit!), ist am größten an den Umkehrungspunkten, am kleinsten, wenn das Pendel die Ruhelage passiert.

Das zweite Pendelgesetz, dessen mathematische Ableitung zu weit führen würde, lautet, wenn T die Schwingungsdauer, l die Pendellänge, g die Beschleunigung durch die Erdanziehung bedeutet:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Daraus folgt:

a) Die Schwingungszeit ist proportional der Quadratwurzel aus der Pendellänge (Galilei), umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Beschleunigung durch die Erdanziehung.

b) Die Schwingungszeit ist unabhängig von der Schwingungsweite (falls sie 5^0 nicht übersteigt) und von dem Gewichte und der Substanz des Pendels (Galilei, Newton). Bei kleinen Schwingungsweiten sind die Pendelschwingungen also isochron[1].

[1] ἴσος gleich, χρόνος Zeit.

Diese Formel ist sehr wichtig. Wenn von den 3 Größen T, l, g zwei bekannt sind, läßt sich ja ohne weiteres die dritte finden. So kann man z. B. die Länge eines Sekundenpendels, d. h. eines Pendels, dessen halbe Schwingungszeit 1 Sekunde beträgt, berechnen, wenn g bekannt ist. Sie beträgt z. B. für Berlin 99,4 cm. Anderseits kann man aus der Schwingungsdauer eines Pendels von bekannter Länge (und zwar kommt hier die im folgenden erläuterte korrespondierende Pendellänge in Betracht) g an den verschiedenen Orten der Erde finden.

Ein physisches Pendel kann man sich aus vielen, verschieden langen mathematischen Pendeln zusammengesetzt denken, deren Schwingungsdauer — vorausgesetzt, daß sie für sich schwingen würden — teils größer, teils kleiner wäre als die Schwingungsdauer der analogen Punkte der Pendelstange; denn diese schwingen wegen ihrer starren Verbindung natürlich alle gleichmäßig mit einer mittleren Geschwindigkeit. Es wird nun ein mathematisches Pendel geben, das genau so schwingt wie das physische Pendel. Der Länge dieses mathematischen Pendels entspricht die sogenannte reduzierte oder korrespondierende Länge des physischen Pendels. Der Punkt der Pendelstange, der um die reduzierte Länge von der Drehungsachse entfernt ist, heißt Schwingungspunkt.

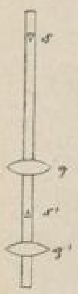

Fig. 22.

Vertauscht man Schwingungspunkt und Unterstützungspunkt, so wird die Schwingungszeit nicht geändert (Huygens). Ein Pendel, das dafür eingerichtet ist, indem die Pendelstange zwei Schneiden (s und s' in Fig. 22) zum Aufhängen des Pendels besitzt, die ihre Schärfe einander zukehren, heißt Reversionspendel[1]. Durch Verschiebung von Gewichten (g und g'), die an der Pendelstange angebracht sind, kann man nun erzielen, daß das Pendel gleich schwingt, mag es nun um die eine oder die andere Schneide schwingen. Ein solches Reversionspendel dient daher zur experimentellen Bestimmung der korrespondierenden Pendellänge, die eben dem Abstand der beiden Schneiden entspricht, somit auch als Ersatz der nicht herstellbaren, aber für die praktische Verwertung der Pendelgesetze erforderlichen mathematischen Pendel.

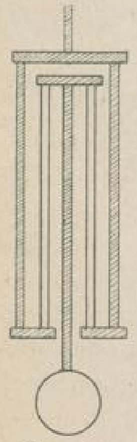
Fig. 23.

Da die Schwingungszeit eines Pendels von seiner Länge abhängt, alle Körper aber durch Wärme ausgedehnt werden, so gibt es sogenannte Kompensationspendel[2], bei denen die Pendelstange aus zwei Metallen von verschiedener Aus-

[1] *reverto* umkehren. — [2] *compenso* ausgleichen.

dehnungsfähigkeit in entsprechender Anordnung so zusammengesetzt ist, daß ihre Länge unabhängig von der Temperatur gleich bleibt. Fig. 23 zeigt ein solches Pendel; wenn sich hier die (schraffierten) Eisenstäbe nach unten verlängern, dehnen sich die (hellen) Zinkstäbe ebensoviel nach oben aus.

Von den vielen Anwendungen des Pendels sei hier nur das Echappement der Pendeluhren besprochen. An der Welle *s* (Fig. 24) ist ein Gewicht *g* aufgewunden, das durch seinen Fall die Welle dreht. Um die Beschleunigung durch das Gewicht in eine gleichmäßige Geschwindigkeit zu verwandeln, greift der mit der Pendelstange *p* verbundene Doppelhaken *h* in das mit der Welle *s* verbundene Zahnrad *r* ein, so daß das Rad, und damit auch die Welle, bei jeder Doppelschwingung nur um einen Zahn vorrücken kann. Zugleich wird aber auch die Reibung, welche die Pendelbewegung allmählich vernichten würde, kompensiert, indem das Pendel jedesmal einen kleinen Stoß bekommt, wenn der Haken aus dem Zahnrad herausgeht.

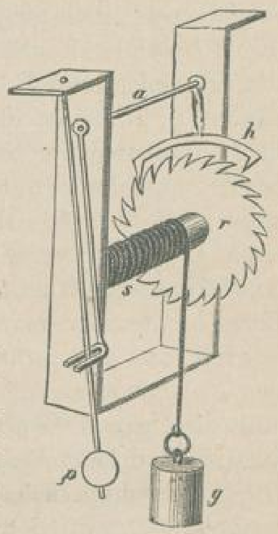

Fig. 24.

Erwähnt sei noch der Foucaultsche Pendelversuch. FOUCAULT zeigt nämlich, daß ein sehr langes, mit möglichst geringer Reibung aufgehängtes, schweres Pendel allmählich scheinbar seine Schwingungsebene ändert. In Wirklichkeit beruht dies auf der Achsendrehung der Erde, die somit hierdurch zum ersten Male direkt nachgewiesen wurde. An den Polen würde die scheinbare Drehung der Pendelebene innerhalb von 24 Stunden 360° betragen; am Äquator ist sie 0; an anderen Orten ist sie 360° multipliziert mit dem Sinus der geographischen Breite.

§ 34. **Elastizität**[1] heißt die Eigenschaft eines Körpers, nach einer Formänderung (Deformation) die ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen. Je größer die Kraft ist, mit der dies geschieht, desto größeren Widerstand wird auch der betreffende Körper einer Deformation entgegensetzen. So kommt es, daß man unter Elastizität (genauer Kraft oder Größe der Elastizität) auch den Widerstand gegen eine Form- bzw. Volumsänderung versteht (s. u.). Alle elastischen Körper — und dazu gehören auch Gase und Flüssigkeiten — sind im Pendelgleichgewicht. Die elastischen Deformationen, anderseits aber auch die dadurch erzeugten elastischen Gegenkräfte, sind den formändernden Kräften proportional (Gesetz von HOOKE). Nach den einwirkenden Kräften unterscheidet man Zug-, Biegungs-, Druck-, Drehungs- (Drillungs- oder Torsions-), Schub- (oder Scherungs-) Elastizität. Unter letzterer versteht man den Widerstand gegen Kräfte, die einen Teil eines Körpers über einen anderen hinwegzu-

---

[1] ἐλαστής der Treiber, von ἐλαύνω treiben, stoßen.

schieben trachten (wie es z. B. beim Zerschneiden eines Körpers mit einer Schere der Fall ist), bzw. die Eigenschaft, nach einer solchen Deformation wieder die ursprüngliche Gestalt anzunehmen. Alle diese Formen der Elastizität werden mit zusammenfassendem Namen Gestaltselastizität genannt[1]. Außerdem gibt es auch eine Volumselastizität, d. h. die Eigenschaft eines durch allseitigen Druck komprimierten Körpers, sein früheres Volum wiederzugewinnen, bzw. seinen Widerstand gegen volumsverringernde Kräfte. Ein Körper heißt vollkommen elastisch, wenn er nach Aufhören der deformierenden Kraft seine frühere Gestalt wieder vollkommen annimmt, z. B. Gase, Flüssigkeiten, Kautschuk. (Bleibt zunächst eine kleine Deformation bestehen, die sich erst allmählich ausgleicht, so nennt man das elastische Nachwirkung.) Im Gegensatz dazu steht z. B. Wachs. Elastische Wirkung findet aber stets nur bis zu einer gewissen Grenze, der Elastizitätsgrenze, statt. Wird die einwirkende Kraft zu groß, so nimmt der Körper dauernd eine andere Form an, er wird zertrümmert, reißt usw. Der sog. Elastizitätskoeffizient gibt an, um wieviel ein Stab einer bestimmten Substanz von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt durch 1 kg gedehnt wird. Er mißt also, genauer ausgedrückt, die Dehnbarkeit. Der Elastizitätskoeffizient des Stahls z. B. ist sehr klein (ca. $^1/_{20000}$), der des Kautschuks sehr groß. Die Größe der Elastizität, also der Widerstand gegen eine bestimmte Formveränderung (s. o.), wird dagegen ausgedrückt durch den reziproken Wert des Elastizitätskoeffizienten, den sog. Elastizitätsmodul[2]. Diesen kann man auch definieren als das Gewicht, welches einen Stab einer bestimmten Substanz von 1 qmm Querschnitt um seine eigene Länge dehnen würde, falls er nicht vorher reißen würde. Der Elastizitätsmodul des Stahls ist nach dem Gesagten also sehr groß (ca. 20000), der des Kautschuks sehr klein. Während man also im gewöhnlichen Leben Kautschuk als „sehr elastisch" bezeichnet, besitzt er im physikalischen Sinne eine große Dehnbarkeit, aber eine kleine, jedoch vollkommene Elastizität.

§ 35. **Bewegungshindernisse.** Die Bewegungsfähigkeit der Körper findet wesentliche Einschränkungen durch die verschiedenen Bewegungshindernisse. Vor allem gehört hierzu die Reibung, die durch die Unebenheiten zweier sich gegeneinander verschiebender Körper bedingt ist. Sie ist, abgesehen vom Drucke, um so größer,

---

[1] Verwandt damit ist der Begriff Festigkeit. Man versteht darunter den Widerstand, den ein Körper der Trennung seiner Masse entgegensetzt und mißt ihn durch die Kraft, die eine solche Trennung gerade hervorbringt. Auch hier unterscheidet man eine Zug- (oder absolute), Biegungs- (oder relative), Druck- (oder rückwirkende), Drehungs- und Schub-Festigkeit.

[2] *modulus* kleines Maß.

je rauher die Oberflächen sind; darum schmiert man die der Reibung ausgesetzten Teile mit Öl, Fett usw. ein. Man unterscheidet gleitende Reibung, bei der immer dieselben Teile eines Körpers betroffen sind, und rollende Reibung, bei der die Berührungsfläche wechselt. Im allgemeinen ist letztere geringer; daher setzt man z. B. Wagen auf Räder, wendet beim Transport schwerer Gegenstände Rollen an, setzt Achsen in Kugellager. Die Reibung ist z. B. Ursache davon, daß so viel vom theoretischen Effekt der Maschinen verloren geht. Anderseits bewirkt sie, daß eine Lokomotive einen Zug fortbewegt; überwiegt nämlich die Schwere des Zuges die Reibung der Lokomotivräder, so drehen diese sich nur auf derselben Stelle um ihre Achse. Reibung findet auch zwischen den kleinsten, unsichtbaren Teilchen der Körper statt; diese sogenannte innere Reibung spielt besonders bei Flüssigkeiten und Gasen eine wichtige Rolle. — Ein Bewegungshindernis ist ferner der Widerstand des Mediums. Derselbe wächst mit der Dichte desselben, sowie mit der Geschwindigkeit und der Oberfläche des bewegten Körpers.

C. Gesetze der flüssigen Körper.

§ 36. **Grundeigenschaften der Flüssigkeiten.** Flüssige Körper haben zwar ein bestimmtes Volumen, aber keine bestimmte Gestalt, da ihre Teilchen leicht gegeneinander verschieblich sind. Man kann dies auch so ausdrücken: Flüssigkeiten besitzen nur Elastizität des Volumens[1], aber nicht (wie die festen Körper) auch Elastizität der Gestalt. Zur Erklärung nimmt man an, daß ihre Moleküle in labilem Gleichgewicht schwingen und zugleich eine fortschreitende Bewegung haben. Aus dieser leichten Verschieblichkeit folgt, daß die einzelnen Teilchen unter dem Einflusse der Schwerkraft sich möglichst tief stellen; mit anderen Worten, die Oberfläche einer Flüssigkeit ist genau horizontal. Nur in engen Röhren findet eine Ausnahme statt [vgl. § 41]. Da den Flüssigkeiten Poren fehlen, so sind sie auch fast inkompressibel. Sehr wichtig ist ferner, daß ein an beliebiger Stelle ausgeübter Druck sich in einer Flüssigkeit gleichmäßig nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fortpflanzt. Darauf beruht z. B. das Messen des Blutdruckes, da derselbe ja im Arterien-

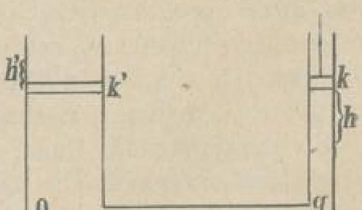

Fig. 25.

[1] Die Volumselastizität [§ 34] der Flüssigkeiten ist sehr groß, ihre Zusammendrückbarkeit daher sehr gering.

rohr auch seitlich wahrnehmbar ist. Eine Anwendung dieses Gesetzes ist ferner die hydraulische[1] oder Bramahsche Presse, deren Prinzip aus Fig. 25 erhellt.

Wird der Kolben k durch eine Kraft p um h verschoben, so wird die Arbeit ph geleistet. Dadurch wird ein Druck auf das Wasser in dem Röhrensystem erzeugt, und der Kolben k' mit einer Kraft p' um h' gehoben, also die Arbeit $p'h'$ geleistet. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn

$$ph = p'h' \text{ oder}$$
$$p:p' = h':h \text{ ist.}$$

Da nun in beiden Schenkeln eine gleiche Wassermasse bewegt wird, ist, wenn q und Q die betreffenden Querschnitte bedeuten:

$$h':h = q:Q, \text{ mithin}$$
$$p:p' = q:Q.$$

Der im weiten Rohr erzeugte Druck übertrifft also um so mehr die angewandte Kraft, je größer der Querschnitt des weiten Rohrs im Verhältnis zu dem des engen ist. Natürlich ist dies wieder nur auf Kosten des Weges möglich [§ 19].

§ 37. **Hydrostatischer Druck** heißt der Druck, den eine Flüssigkeit auf die Flächeneinheit ausübt. Betrachten wir zunächst den Bodendruck. Für diesen gilt das sogenannte hydrostatische Paradoxon: er hängt nämlich für dieselbe Flüssigkeit ausschließlich ab von der Größe der Grundfläche und der Höhe der Flüssigkeitssäule, aber nicht von der Form des Gefäßes. Es ist also z. B. in Fig. 26 A—C der Bodendruck überall gleichgroß. Dies kann experimentell bewiesen werden, ergibt sich aber auch durch folgende Überlegung: Das Flächenteilchen a trägt die Flüssigkeitssäule ab, erleidet also einen Druck entsprechend ihrem Gewicht. Da sich nun in Flüssigkeiten der Druck allseitig gleichmäßig fortpflanzt, erleiden alle Flächenteile des Bodens denselben Druck, auch wenn direkt über ihnen die Flüssigkeit nicht so hoch steht. Ihre Gesamtheit entspricht aber der Grundfläche. Ferner folgt auch, daß der Seitendruck an einer Seite der Wand nur abhängt von der Größe dieser Stelle und von ihrer mittleren Entfernung von der Oberfläche der Flüssigkeit. Daraus ergibt sich unmittelbar das

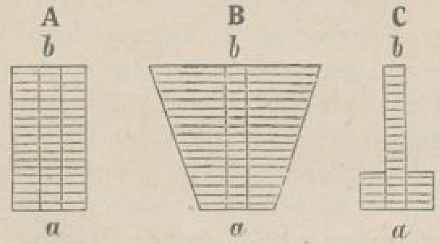

Fig. 26.

Gesetz der kommunizierenden Röhren: Sind zwei miteinander verbundene Röhren mit ein und derselben Flüssigkeit gefüllt,

[1] Hydraulik (von ὕδωρ Wasser, αὐλός Röhre) = Hydromechanik, Mechanik der flüssigen Körper.

so steht diese in beiden gleichhoch, ganz unabhängig von der Form der Röhren. Denn wenn Gleichgewicht vorhanden sein soll, muß z. B. an der Stelle *ab* (Fig. 27) beiderseits gleicher Druck herrschen. Das kann aber, da die Fläche *ab* beiderseits gleichgroß ist, nur dann der Fall sein, wenn die Flüssigkeit in den Röhren gleichhoch steht. [Vgl. § 40,5.] Kommunizierende Röhren dienen z. B. als Wasserstandsgläser dazu, die Höhe des Wassers in einem Kessel von außen zu erkennen. Da die Wasserspiegel in beiden Röhren in der gleichen wagerechten Ebene liegen, so erhält man beim Hinblicken über sie die Horizontale. Man bedient sich daher einer solchen Vorrichtung auch zum Nivellieren im Felde (Wasser- oder Kanalwage). Ist eine Röhre kürzer als die andere, so spritzt hier die Flüssigkeit heraus bis zum Niveau in der längeren Röhre. Darauf beruhen z. B. die Springbrunnen.

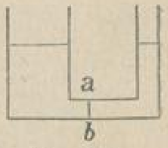

Fig. 27.

Die Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit aus einem Gefäß unter der Wirkung ihrer eigenen Schwere ist theoretisch $v = \sqrt{2gh}$, also ebensogroß, als wäre die Flüssigkeit die Strecke zwischen Spiegel und Ausflußöffnung heruntergefallen (Torricellis Theorem). In Wirklichkeit ist sie infolge der Reibung usw. etwas kleiner, ebenso wie die Ausflußmenge um etwa ⅓ kleiner ist als das Produkt aus Ausflußgeschwindigkeit und Größe der Ausflußöffnung, da die Flüssigkeit eine Zusammenziehung (Contractio venae) erfährt.

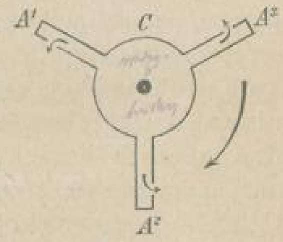

Fig. 28.

Auf dem Seitendruck beruht auch das SEGNERsche Wasserrad: An dem um seine Achse drehbaren vertikalen Hohlzylinder C, den Fig. 28 im Querschnitt darstellt, befinden sich unten die gleichfalls hohlen Arme A^1, A^2, A^3, aus denen Wasser in der Richtung der kleinen Pfeile ausfließt, wenn C damit gefüllt wird. Da der Seitendruck an der Ausflußöffnung verringert wird, bekommt er an der gegenüberliegenden Stelle das Übergewicht und dreht den Apparat in der Richtung des großen Pfeiles (sog. Reaktionswirkung).

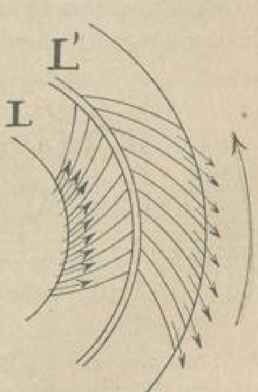

Fig. 29.

Auch die Wasserturbinen gehören hierher. Dieselben bestehen im wesentlichen aus zwei konzentrischen horizontalen Rädern mit gekrümmten Schaufeln (Fig. 29), von denen das „Leitrad" (L) feststeht und das von oben kommende Wasser zu dem beweglichen „Laufrad" (L') leitet, dessen Schaufeln in entgegengesetzter Richtung gekrümmt sind. Das aus dem Leitrade kommende Wasser bewirkt durch seinen Anprall gegen die Schaufeln des Laufrades und zugleich durch den Rückstoß beim Ausfließen am Rande eine Drehung in der Richtung des großen Pfeils. Bei neueren Turbinen ist das Laufrad innen.

§ 38. **Archimedisches Prinzip.** Aus den Grundeigenschaften der Flüssigkeiten [§ 36] folgt ferner, daß der hydrostatische Druck auch nach oben gerichtet sein muß (sog. Auftrieb). Auf einen festen Körper A (Fig. 30) wirkt also in einer Flüssigkeit der hydrostatische Druck von allen Richtungen her. Die Seiten erleiden dabei einen gleichgroßen, aber entgegengesetzt gerichteten Druck. Dieser kommt für das Gewicht nicht in Betracht; denn der Körper kann dadurch nur komprimiert werden, was in großen Tiefen auch wirklich geschieht. Beeinflußt wird aber das Körpergewicht durch den hydrostatischen Druck von oben her (Abtrieb) und von unten her (Auftrieb). Der Auftrieb muß größer sein als der Abtrieb, weil er dem Gewicht der Flüssigkeitssäule qh' entspricht, der Abtrieb nur dem der kleineren Flüssigkeitsmenge qh. Das Körpergewicht wird also vermindert um die Differenz zwischen Auf- und Abtrieb, oder um die Gewichtsdifferenz der Flüssigkeitssäulen qh' und qh. Nun ist aber $qh'—qh$ das Volumen des Körpers A, somit auch das Volumen der von A verdrängten Flüssigkeitsmenge. Daraus ergibt sich: Jeder Körper erfährt in einer Flüssigkeit scheinbar einen Gewichtsverlust, in Wirklichkeit einen Auftrieb, der dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmasse entspricht. Der Auftrieb wirkt dem Körpergewicht entgegen. Daraus folgt, daß ein Körper, dessen Gewicht genau so groß ist wie das eines gleichen Volumens Flüssigkeit, in dieser Flüssigkeit weder sinkt noch aufsteigt, sondern schwebt; denn Körpergewicht und Auftrieb halten sich hier das Gleichgewicht. Ist der Körper dagegen schwerer als die verdrängte Flüssigkeitsmasse, so wird er untersinken; ist er leichter, so wird er schwimmen, d. h. so weit über die Oberfläche der Flüssigkeit herausragen, daß der Auftrieb oder, was dasselbe ist, das Gewicht der durch den eingetauchten Körperteil verdrängten Flüssigkeit gleich dem (wirklichen) Gewicht des ganzen Körpers ist. [Vgl. § 39.]

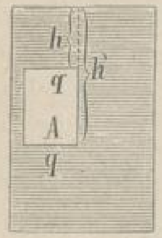

Fig. 30.

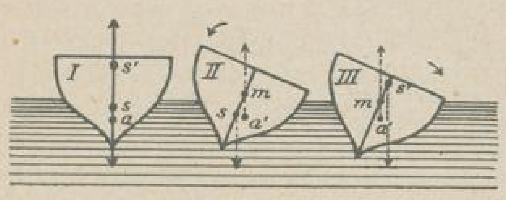

Fig. 31.

Beim Schwimmen kommt es nicht nur auf die Tiefe des Einsinkens, sondern auch auf die Stabilität an; von ersterer hängt z. B. der Tiefgang eines Schiffes, von letzterer die Sicherheit gegen das Kentern ab. Auf einen schwimmenden Körper wirken nun zwei Kräfte: nach unten die Schwerkraft, deren Angriffspunkt der Schwerpunkt ist; nach oben der Auftrieb, dessen Angriffspunkt im Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit liegt. Stabilität ist nicht nur vorhanden, wenn der Schwerpunkt tiefer liegt als der Angriffspunkt des Auftriebes, sondern auch, wenn er höher liegt als dieser, aber tiefer als das sog. Metazentrum. Fig. 31 I stellt z. B. einen Schiffsrumpf, s dessen Schwerpunkt, a den Angriffspunkt des Auftriebes vor. Gerät das Schiff aus der lotrechten Lage (Fig. II), so bleibt s an derselben Stelle, a nimmt, da jetzt eine andere Flüssigkeitsmenge verdrängt wird, die Lage a' ein. Es wirkt also jetzt ein Kräftepaar auf das Schiff ein und dreht es in die alte Lage zurück, wenn s tiefer liegt als das Metazentrum m (der Schnittpunkt der Auftriebsrichtung mit der Mittellinie). Läge dagegen der Schwerpunkt bei I etwa in s', nach der Verschiebung also höher als das Metazentrum (Fig. III), so würde das Schiff umkippen. Die Stabilität ist im allgemeinen um so größer, je tiefer der Schwerpunkt liegt, daher bringt man die schwersten Lasten in den untersten Teil der Schiffe usw.

§ 39. **Dichte und spezifisches Gewicht.** Je mehr Masse in einem gegebenen Volumen (Rauminhalt) ist, desto größer ist die Dichte. Dichte ist mithin die Masse eines Körpers bezogen auf sein Volumen

$$D = \frac{M}{V}.$$

Man kann auch sagen: Dichte ist die Masse der Volumseinheit. Dichte ist also eine physikalische Größe von einer bestimmten Dimension[1] [§ 5]. Das Gewicht eines Körpers ist nach § 17 $P = Mg = D \cdot V \cdot g$. Ein anderer Körper von gleichem Volumen, aber verschiedener Dichte wiegt $P' = D'Vg$. Daraus folgt $P : P' = D : D'$. Das Gewicht gleicher Volumina hängt also von der Dichte der Körper ab; größere Dichtigkeit bedeutet ja eben mehr Masse in der Volumenseinheit. 1 Liter Quecksilber z. B. wiegt mehr als 1 Liter Weingeist. Es ist nun ein praktisches Bedürfnis, dadurch schnell die Dichte resp. das Gewicht eines Körpers zu beurteilen, daß man sie mit der Dichte resp. dem Gewicht eines bekannten Körpers, gewöhnlich Wasser von 4° C, vergleicht. In diesem Sinne spricht man vom spezifischen Gewichte (s) eines Körpers.

Spezifisches Gewicht eines Körpers heißt also das Verhältnis seiner Dichte zur (Einheits-) Dichte des Wassers. Anders ausgedrückt: das spezifische Gewicht gibt an, wieviel mehr ein Körper wiegt als das gleiche Volumen Wasser von 4° C. Man kann daher das spezifische Gewicht auch definieren als das Gewicht der Volumenseinheit oder das Verhältnis des Gewichts eines Körpers zu seinem Volumen.

$$s = \frac{P}{V}.$$

Nicht immer wird Wasser als Einheit gewählt, sondern bei Gasen meistens Luft, bei den Elementen der Chemie Wasserstoff oder Sauerstoff. Jedenfalls ist spezifisches Gewicht stets nur eine Verhältniszahl, der natürlich keine Dimension zukommt. Es wird jetzt klar sein,

[1] Die Dimension der Dichte ist ml^{-3} bzw. $gr\ cm^{-3}$. gr / cm³ (Kub.)

daß man die Gesetze vom Schwimmen auch so aussprechen kann: Ein Körper schwebt, schwimmt oder sinkt in einer Flüssigkeit, je nachdem er gleiches, kleineres oder größeres spezifisches Gewicht im Vergleich zur Flüssigkeit hat.

Hierauf beruht z. B. eine Methode zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Blutes. Man bringt einen Tropfen Blut in eine Mischung von Benzol und Chloroform, die man so reguliert, daß der Blutstropfen in der Mischung gerade schwebt, und bestimmt dann das spezifische Gewicht der Mischung, welches identisch mit dem des Blutes sein muß.

Da luftförmige Körper spezifisch leichter sind als Flüssigkeiten, so steigen sie in ihnen auf. Darauf beruht u. a. die Libelle[1] (Fig. 32), die zur Bestimmung der Horizontalebene dient. Es ist dies eine kleine Glasröhre oder Dose, die bis auf eine kleine Luftblase mit Wasser usw. gefüllt ist. Die Blase l steigt immer so hoch wie möglich, steht also bei horizontaler Lage des Behälters genau unter der etwas ausgebuchteten Mitte ab der oberen Wand.

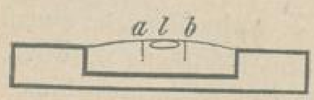

Fig. 32.

§ 40. **Bestimmung des spezifischen Gewichts.** Da das spezifische Gewicht eines Körpers $s = \frac{P}{V}$ ist [§ 39], so handelt es sich darum, das Volumen des Körpers zu finden. Dies entspricht aber nach dem Archimedischen Prinzip dem Gewicht des von ihm verdrängten Wassers bzw. der Gewichtsdifferenz des Körpers in Luft und Wasser. Beim Wasser besteht ja bekanntlich die Beziehung, daß die Einheit des Volumens auch die Einheit des Gewichts besitzt, Volumen und Gewicht also durch dieselben Zahlen ausgedrückt werden [§ 4]. Nennt man das Gewicht des Körpers in der Luft P, im Wasser P', so ist $s = \frac{P}{P-P'}$. Darauf beruhen die meisten Methoden.

1) Hydrostatische Wage. Das absolute Gewicht wird festgestellt, indem der Körper an einen Wagbalken gehängt und die Wagschale der anderen Seite mit den entsprechenden Gewichten belastet wird. Dann wird unter den Körper ein Gefäß mit Wasser geschoben, so daß er ganz hineintaucht, und sein Gewicht wieder bestimmt. Die Differenz ergibt sein Volumen.

2) Nicholsons Gewichtsaräometer[2]. Wird der Körper auf die Schale S (Fig. 33) gebracht, so sinkt der Apparat im Wasser etwa bis m ein. An Stelle des Körpers werden nun so viele Gewichte auf den Teller gelegt, bis derselbe Effekt erreicht ist. So wird das absolute Körpergewicht bestimmt. Bringt man dann den Körper in das Körbchen k und legt oben auf den Teller so viel Gewichte zu, daß der Apparat wieder bis m einsinkt, so erhält man den Gewichtsverlust im Wasser, mithin das Volumen des Körpers.

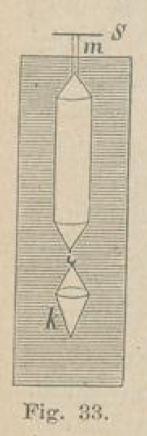

Fig. 33.

[1] *libella* Diminutiv von *libra* Wage. — [2] ἀραιός dünn.

3) Das **Skalenaräometer** dient zur Bestimmung des spezifischen Gewichts von Flüssigkeiten. Es besteht (Fig. 34) aus einer geschlossenen, unten mit Quecksilber usw. beschwerten Glasröhre mit einer empirischen Skala, an der das spezifische Gewicht direkt abgelesen wird. Je größer nämlich das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit ist, um so weniger tief wird das Aräometer einsinken. Auf diesem Prinzip beruhen u. a. die Urometer (für Urin). In der Technik benutzt man Aräometer, deren Skala so geeicht ist, daß sie unmittelbar den vom spezifischen Gewicht abhängigen Gehalt der Flüssigkeit an einer bestimmten Substanz, z. B. den Konzentrationsgrad von Salz- und Alkohollösungen angibt (Alkoholometer usw.).

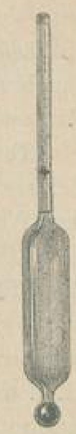

Fig. 34.

4) Das **Pyknometer**[1] dient ebenfalls zur Bestimmung des spezifischen Gewichts von Flüssigkeiten. Es ist ein kleines Fläschchen, das man bis zu einer bestimmten Marke einmal mit Wasser und dann mit der betreffenden Flüssigkeit füllt und wiegt. Das Verhältnis der gefundenen Gewichte (von denen natürlich das Gewicht des Fläschchens abgezogen werden muß) ergibt unmittelbar das spezifische Gewicht. Das Pyknometer ist aber auch für zerkleinerte feste Substanzen, besonders solche in Pulverform, verwendbar. Wiegt es nämlich mit Wasser gefüllt P, mit Wasser und der Substanz gefüllt P', während letztere G wiegt, so ist das Gewicht des durch die Substanz verdrängten Wassers, somit auch das Volumen der Substanz, $P + G - P'$.

5) Auch durch **kommunizierende Röhren** läßt sich das spezifische Gewicht von Flüssigkeiten finden. Bringt man in die Röhren (Fig. 35) zwei verschiedene, miteinander nicht mischbare, Flüssigkeiten vom spezifischen Gewicht s^1 und s^2, so wirkt auf ihre Grenzfläche q dann einerseits der Druck $q \cdot h^2 \cdot s^2$, anderseits (da unterhalb des Niveaus der Grenzfläche der in beiden Schenkeln vorhandene gleiche, aber entgegengesetzte Druck sich aufhebt) der Druck $q \cdot h^1 \cdot s^1$. Hierbei ist es gleichgültig, ob beide Röhren dieselbe Weite haben oder nicht [§ 37]. Gleichgewicht ist dann vorhanden, wenn $q \cdot h^1 \cdot s^1 = q \cdot h^2 \cdot s^2$. Daraus folgt $h^1 \cdot s^1 = h^2 \cdot s^2$ oder $h^1 : h^2 = s^2 : s^1$. Die (von der Grenzschicht an gerechneten) Höhen der Flüssigkeitssäulen verhalten sich also umgekehrt wie ihre spezifischen Gewichte. Ist z. B. die eine Flüssigkeit Quecksilber, dessen spezifisches Gewicht 13,6 ist, die andere Wasser, so wird die Wassersäule 13,6 mal höher sein als die Quecksilbersäule. Kennt man nun das spezifische Gewicht der einen Flüssigkeit, so läßt sich das der anderen leicht berechnen.

Fig. 35.

§ 41. **Kohäsion und Adhäsion.** Zwischen den einzelnen Teilchen der Flüssigkeiten (und festen Körper) findet eine Anziehung statt, die **Kohäsion**[2] genannt wird [vgl. § 11]. Darauf beruht es, daß kleine Tropfen Kugelgestalt annehmen. Gewöhnlich wirkt dieser Kohäsion die Schwerkraft entgegen [vgl. § 36]. Schaltet man aber dieselbe aus, so nehmen auch größere Flüssigkeitsmengen Kugelform an. Zuerst zeigte dies Plateau, indem er Öl vorsichtig in eine Flüssigkeit von gleichem spezifischem Gewicht (Gemisch von Alkohol und Wasser) brachte.

Unter **Adhäsion**[3] versteht man dagegen die Anziehung zwischen

[1] πυκνός dicht. — [2] *cohaereo* zusammenhangen. — [3] *adhaereo* anhaften.

Teilchen verschiedener Körper. Hierauf beruht z. B. das Leimen, das Schreiben mit Tinte, Kreide usw., sowie die Benetzung eines Körpers durch eine Flüssigkeit. Letztere findet aber nur statt, wenn die Adhäsion größer ist als die Kohäsion der Flüssigkeit (z. B. beim Eintauchen eines Fingers in Wasser); andernfalls bleibt sie aus (z. B. beim Eintauchen des Fingers in Quecksilber).

Durch das Verhältnis zwischen Kohäsion und Adhäsion (und Schwerkraft) wird auch die Oberfläche von Flüssigkeiten an der Wand ihrer Behälter bestimmt. Überwiegt die Adhäsion, d. h. hier die Anziehung zwischen Gefäßwand und Flüssigkeit, so steigt die Flüssigkeit etwas am Rande empor (z. B. bei Wasser in Glasbehälter); überwiegt die Kohäsion, so steht die Flüssigkeit am Rande etwas tiefer (z. B. bei Quecksilber in Glasbehälter). Der Randwinkel (d. i. der Winkel zwischen Gefäßwand und Flüssigkeit), der für zwei gegebene Stoffe eine konstante Größe besitzt, ist im ersten Falle ein spitzer, im zweiten ein stumpfer. In engen Röhren sind die erwähnten Erscheinungen besonders deutlich, da hier nicht nur der Randbezirk, sondern die gesamte Oberfläche konkav oder konvex gekrümmt ist, je nachdem die Adhäsion oder Kohäsion überwiegt. Eine solche gekrümmte Oberfläche wird auch Meniskus[1] genannt [vgl. § 42].

§ 42. **Oberflächenspannung und Kapillarität.** Die obersten Schichten von Flüssigkeiten sind dichter als die übrigen. Sie bilden gewissermaßen ein Häutchen. Darauf beruht es, daß manche Insekten auf dem Wasser laufen können, daß eine (eingefettete) Nadel auf Wasser schwimmt usw. Diese, auch Oberflächenspannung genannte, Erscheinung läßt sich so erklären: Während bei einem kugelförmigen Teilchen im Innern einer Flüssigkeit die anziehenden Kräfte sich von allen Seiten das Gleichgewicht halten, werden an der Oberfläche die anziehenden Kräfte in *abc* (Fig. 36) nicht kompensiert, sie werden also *de* nach unten zu ziehen suchen. Aus Fig. 37 erhellt nun ohne weiteres, daß die Spannung bei konvexen Oberflächen (*A*) größer, bei konkaven (*C*) aber kleiner ist als bei ebenen (*B*). Das geht aus den betreffenden Größen des Stückes *abc* hervor, das ja durch seine Anziehung die Oberflächenspannung hervorruft. Hierdurch finden die Erscheinungen in Kapillaren[2]

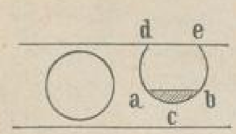

Fig. 36.

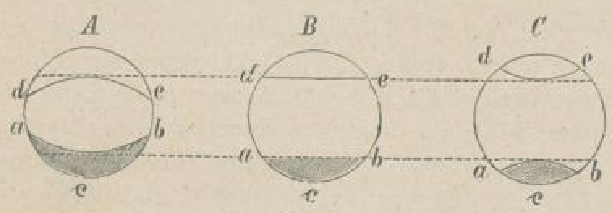

Fig. 37.

[1] μηνίσκος Halbmond. — [2] capillus Haar; also Haarröhrchen, d. h. sehr feine Röhrchen.

ihre Erklärung. Ohne auf die komplizierten Verhältnisse hier näher einzugehen, sei nur bemerkt, daß, wenn man ein solches enges Röhrchen in eine Flüssigkeit einsetzt, das Niveau im Röhrchen entweder höher ist als das der anderen Flüssigkeit (Kapillarattraktion) oder tiefer (Kapillardepression). Kapillarattraktion, die gewöhnliche Erscheinung, muß stattfinden, wenn die Oberflächenspannung im Röhrchen geringer ist als in der anderen Flüssigkeit, wenn also der Meniskus in ihm konkav ist; Kapillardepression findet sich demgemäß bei konvexem Meniskus. Auf der Kapillarität beruhen viele wichtige Erscheinungen, z. B. das Sickern von Wasser durch poröse Wände, das Aufsteigen von Wasser in Zucker, wenn nur eine Stelle benetzt ist, das Eindringen von Flüssigkeiten unter das Deckgläschen bei mikroskopischen Präparaten, usw.

§ 43. **Lösungen.** Eine Lösung ist ein physikalisch und chemisch homogenes Gemenge verschiedenartiger Körper. Abgesehen von den Metallegierungen, die als feste Lösungen bezeichnet werden können, handelt es sich um Flüssigkeiten. Eine Lösung entsteht dadurch, daß in einer Flüssigkeit, dem sog. Lösungsmittel, gasförmige [§ 53], flüssige oder feste Stoffe aufgelöst werden. Der Gehalt einer Lösung an dem aufgelösten Stoffe heißt Konzentration; das Lösungsvermögen wächst meist mit der Temperatur [vgl. § 89]. Gesättigt ist eine Lösung, die bei einer bestimmten Temperatur nichts mehr von dem betreffenden Stoff aufnehmen kann, also eine maximale Konzentration für diese Temperatur besitzt. Unter Umständen, z. B. durch langsames Abkühlen, kann man auch übersättigte Lösungen erhalten, bei denen also mehr Substanz aufgelöst ist, als es unter gewöhnlichen Verhältnissen bei der betreffenden Temperatur der Fall ist[1]. — In verdünnten Lösungen wird der Zustand des gelösten Körpers dem Gaszustand ähnlich. Man nennt Lösungen, welche dieselbe Anzahl Moleküle des gelösten Stoffes enthalten, äquimolekular oder isomolekular. Es verhalten sich hier die in gleichen Volumina enthaltenen Massen der gelösten Stoffe wie ihre Molekulargewichte [vgl. §§ 44 u. 45]. Äquimolekulare Lösungen sind isotonisch, zeigen gleiche Erniedrigung des Gefrierpunktes und Dampfdruckes sowie gleiche Erhöhung des Siedepunktes [§§ 44, 89, 90, 93]. Betreffs Dissoziation in Lösungen s. § 185.

§ 44. **Diffusion und Osmose.** Diffusion[2] heißt die Eigenschaft zweier Flüssigkeiten (oder Gase), sich, wenn sie übereinandergeschichtet sind, allmählich zu durchdringen. Das ist z. B. bei Wasser und

[1] Erschüttert man aber eine solche übersättigte Lösung oder bringt in sie einen kleinen Kristall des gelösten Stoffes, so wird die überschüssig gelöste Substanz sofort wieder ausgeschieden. — [2] *diffusio* das Sich-Ausbreiten.

Alkohol der Fall. Flüssigkeiten, deren Kohäsion größer ist als die gegenseitige Adhäsion, diffundieren aber nicht, z. B. Wasser und Öl. Sind die Flüssigkeiten (oder Gase) durch poröse Scheidewände (Tonzellen, Schweinsblasen, Pergamentpapier usw.) getrennt, so erfolgt die Vermischung eventuell durch diese hindurch und heißt dann Osmose[1]. Der Vorgang der Osmose spielt u. a. bei der Ernährung der Zellen eine große Rolle. Ist auf der einen Seite der Membran Wasser, auf der andern eine beliebige Flüssigkeit, so heißt das osmotische Äquivalent dieser Flüssigkeit die Menge Wasser, die gegen 1 Gramm dieser Flüssigkeit ausgetauscht wird. Nicht alle Körper diffundieren gleich gut durch Membranen. Graham teilte in dieser Hinsicht die Körper ein in kolloide[2], zu denen besonders Eiweiß, Leim, Kautschuk usw. gehören, und kristalloide. Die ersteren diffundieren fast gar nicht durch Membranen, mit anderen Worten, ihr osmotisches Äquivalent ist unendlich groß; letztere gehen leicht hindurch. Man hat somit ein bequemes Mittel, kolloide von kristalloiden Körpern zu trennen. Das Verfahren heißt Dialyse, der Apparat Dialysator.

Besonders geeignet zum Studium der Osmose sind die sog. halbdurchlässigen Membranen, die nur Wasser, nicht aber den in ihm gelösten Stoff hindurchlassen. Eine natürliche halbdurchlässige Membran ist z. B. die Membran der Pflanzenzellen; eine künstliche erhält man u. a., wenn man ein poröses Tongefäß in eine Lösung von Kupfersulfat und dann von Ferrocyankalium taucht.

Füllt man eine so behandelte Tonzelle A (Fig. 38) mit wässriger Zuckerlösung und bringt sie in ein Gefäß B mit reinem Wasser, so tritt Wasser durch die Tonwand nach A über. Hierdurch entsteht in A ein Überdruck, der sog. osmotische Druck, der im angeschlossenen Manomter M [§ 49] so lange das Quecksilber verschiebt, bis ihm die Quecksilbersäule h das Gleichgewicht hält; letztere dient daher zu seiner Messung. Befindet sich die Lösung in einer allseitig geschlossenen Membran, so wird diese nach außen vorgewölbt, bis der von ihr ausgeübte Gegendruck einen Gleichgewichtszustand herbeiführt.

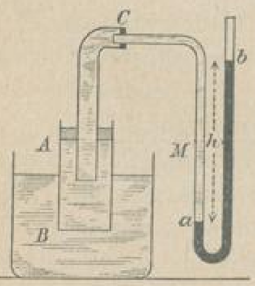

Fig. 38.

Der osmotische Druck ist also eine Folge des Bestrebens der Moleküle einer Lösung, noch mehr Lösungsmittel aufzunehmen und sich darin weiter auszudehnen, so daß hier eine Analogie mit dem Ausbreitungsbestreben der Gasmoleküle besteht. Solche osmotische Vorgänge treten nicht nur ein, wenn reines Wasser auf der einen Seite ist, sondern überhaupt zwischen allen nicht isotonischen[3] Lö-

[1] ὠσμός das Stoßen. — [2] leimähnlich, von κόλλα Leim, εἶδος Aussehen. — [3] τόνος Spannung, ἴσος gleich, ὑπέρ über, ὑπό unter.

sungen. Hierunter versteht man eben Lösungen, deren osmotischer Druck gleich ist, während man eine Lösung hypertonisch bzw. hypotonisch nennt, deren osmotischer Druck größer oder kleiner ist als der einer anderen Lösung.

Der osmotische Druck hängt nach VAN'T HOFF nicht von der Natur der halbdurchlässigen Membran, wohl aber von der chemischen Beschaffenheit der Lösung ab und ist ferner direkt proportional deren Konzentration und Temperatur. Bei hinreichender Verdünnung haben also äquimolekulare Lösungen, die mit gleichen Volumina desselben Lösungsmittels hergestellt sind, bei gleicher Temperatur den gleichen osmotischen Druck; und zwar ist dieser (von den Molekülen ausgeübte) osmotische Druck gleich dem Druck eines Gases von gleicher Temperatur, das in gleichen Raumteilen ebensoviel Moleküle enthält wie die Lösung Moleküle gelösten Stoffes (VAN'T HOFFsche Gesetze). [Vgl. § 185 Anm.].

Der osmotische Druck läßt sich also bei bekannter Temperatur aus dem Molekulargewicht berechnen. Bezeichnet man als Gramm-Molekel oder Mol eine solche Anzahl Gramm, die dem Molekulargewicht der betreffenden Substanz entspricht (also z. B. 2 Gramm Wasserstoff, 32 Gramm Sauerstoff, 28 Gramm Stickstoff usw.) so haben offenbar alle Gramm-Molekel gleichviel Moleküle. Da nun nach AVOGADRO auch gleichgroße Volumina der Gase gleichviel Moleküle enthalten [§ 45], so folgt zunächst der Satz: Die Gramm-Moleküle der Gase besitzen bei gleichen Druck- und Temperaturverhältnissen alle dasselbe Volumen. Was für Gase gilt, gilt aber nach VAN'T HOFF auch für verdünnte Lösungen [s. o.] Da nun 1 Mol Wasserstoff bei 0° und 760 mm Druck das Volumen von 22,4 Liter besitzt, muß auch jedes andere Mol eines Gases bzw. einer Substanz in sehr verdünntem Lösungsmittel das gleiche Volumen einnehmen. 1 Mol Rohrzucker z. B. ($C_{12}H_{22}O_{11}$) wiegt 342 Gramm. 1 Gramm Rohrzucker würde daher in Gasform bei 0° und 760 mm Druck $\frac{22,4}{342}$ Liter = 65,5 Kubikzentimeter ausfüllen. Löst man dagegen 1 Gramm Rohrzucker in 100 Gramm Wasser auf, so beträgt das Volumen dieser Lösung bei 0° und 760 mm Druck 100,6 Kubikzentimeter. Zur Berechnung des osmotischen Druckes dient nun das BOYLE-MARIOTTEsche Gesetz [§ 48], das auch für verdünnte Lösungen gilt. Es verhält sich also der (osmotische) Druck in der Lösung zum Druck des Dampfes umgekehrt wie die entsprechenden Volumina, $x:760 = 65,5:100,6$. Der osmotische Druck in der 1% Zuckerlösung beträgt somit bei 0° $x = \frac{760 . 65,5}{100,6}$ = zirka 495 mm Quecksilber. Bei t^0 beträgt er nach dem GAY-LUSSACschen Gesetze [§ 83] $\frac{495 . T}{273}$. — Umgekehrt läßt sich auch aus dem osmotischen Druck einer Lösung das Molekulargewicht der gelösten Substanz berechnen [vgl. auch § 89].

D. Gesetze der luftförmigen Körper.

§ 45. **Grundeigenschaften.** Die luftförmigen Körper oder gasförmigen Flüssigkeiten teilt man ein in Gase und Dämpfe, die sich dadurch unterscheiden, daß Gase schon bei gewöhnlicher Temperatur luftförmig sind, Dämpfe erst bei erhöhter Temperatur [vgl. § 95]. Luftförmige Körper sind ohne bestimmtes Volumen und ohne bestimmte Gestalt; sie haben das Bestreben, sich auszudehnen und jeden gegebenen Raum als homogene Masse auszufüllen. Das erklärt man durch die Annahme, daß die Moleküle sich gegenseitig nicht anziehen, sondern im Gegenteil eine geradlinige, fortschreitende Bewegung besitzen, bis sie aneinander oder an die Wand anprallen (sog. kinetische Gastheorie). Die Gesamtheit der die Wand treffenden Stöße der Moleküle äußert sich als Druck des Gases gegen die Wand. Da die Größe der Molekel gegenüber den Intermolekularräumen verschwindend klein ist, so sind nach der Hypothese von Avogadro in gleichen Volumina von Gasen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur die gleiche Anzahl Moleküle enthalten. Gase und Dämpfe haben mit Flüssigkeiten das gemein, daß ein Druck in ihnen allseitig fortgepflanzt wird, daß sie infolge ihres Gewichts einen bestimmten Druck auf den Boden ausüben, der allerdings gewöhnlich sehr klein ist, und daß ein Körper in ihnen so viel an Gewicht verliert, als das gleiche Volumen des betreffenden Gases wiegt. Sie unterscheiden sich aber dadurch von ihnen, daß sie sehr leicht kompressibel sind, und daß abgeschlossene, nicht zu große Gasvolumina auf alle Wände des Gefäßes an allen Stellen gleichen Druck ausüben. Letztere Tatsache findet ihre Erklärung darin, daß die Moleküle fortwährend an die Wände des Gefäßes anprallen.

§ 46. **Luftdruck.** Daß luftförmige Körper auch der Schwere unterworfen sind, erkennt man wegen ihrer geringen Dichte (1 l Luft wiegt z. B. ca. 1 g) nur bei großen Gasmassen, z. B. bei der Atmosphäre[1]. Diese ist im wesentlichen ein Gemenge von 80% Stickstoff und 20% Sauerstoff und hat eine Höhe von ca. 150 km. Die große Bedeutung des Luftdrucks erkannte zuerst Torricelli, indem er auf ihn die Erscheinung zurückführte, daß Wasser in luftleere Räume eindringt. Vorher hatte man angenommen, dies geschehe, weil die Natur keine leeren Räume dulde (horror vacui). Um zu zeigen, daß doch ein Vakuum vorkommt, füllte er eine am oberen Ende geschlossene 1 m lange Röhre mit Quecksilber und stülpte sie in ein ebenfalls mit Quecksilber gefülltes Gefäß um; hierbei fiel zuerst das Quecksilber in der Röhre, blieb dann aber in einer Höhe von 76 cm stehen; darüber ist ein luftleerer Raum (Torricellis Vakuum). Der Luftdruck, der von oben auf das Gefäß drückt, hält also der 76 cm hohen Quecksilbersäule in der Röhre das Gleichgewicht. Man sagt dann: der Luftdruck beträgt 76 cm Quecksilber. (Da Wasser

[1] Die die Erde umgebende Luft, von ἀτμός Dunst, σφαῖρα Kugel.

leichter ist als Quecksilber [spez. Gew. 13,6], so gehört eine ungefähr 10 m hohe Wassersäule dazu, dem Luftdruck das Gleichgewicht zu halten.) Demnach ist die Größe des Luftdrucks auf 1 qcm = 76 · 13,6, also ca. 1 kg. Diese Druckeinheit nennt man eine Atmosphäre; demnach ist z. B. ein Druck von 2 Atmosphären vorhanden, wenn ein Dampf oder eine Flüssigkeit auf 1 qcm ihrer Wandung einen Druck von 2 kg ausübt. Der Luftdruck auf die gesamte Oberfläche eines Menschen beträgt ca. 15000 kg. Daß dadurch der Mensch nicht zerdrückt wird, beruht darauf, daß auch im Innern des Körpers der gleiche Luftdruck herrscht. Der Luftdruck ist es auch z. B., der den Oberschenkelknochen in der Pfanne des Beckens hält.

§ 47. Das **Barometer**[1] dient zum Messen des Luftdrucks.

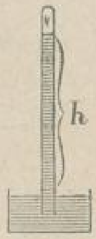

Fig. 39.

1) Die Gefäßbarometer (Fig. 39) entsprechen genau dem Torricellischen Apparate [§ 46] und sind deshalb nicht sehr praktisch, weil sie schlecht transportabel sind, und weil das Flüssigkeitsniveau im unteren Gefäß, und damit auch der Nullpunkt der Skala, fortwährend wechselt. Das beste Gefäßbarometer ist das von Fortin, bei dem das Quecksilber sich unten in einem Lederbeutel befindet, der durch eine Schraube gehoben und gesenkt werden kann. So kann das Quecksilberniveau stets auf die gleiche Höhe eingestellt werden.

Fig. 40.

2) Die Heberbarometer (Fig. 40) bestehen aus einer heberartigen Glasröhre mit offenem kurzen und geschlossenem langen Schenkel. Die Größe des Luftdrucks wird hier durch den Niveauunterschied der Quecksilbersäulen in beiden Röhren gemessen.

Gute (Gefäß- und Heber-) Barometer müssen folgende Bedingungen erfüllen.

1) Das Torricellische Vakuum muß ganz luftleer sein. Man erreicht das durch Auskochen des Quecksilbers in der Röhre; dadurch wird nämlich die der Glaswand anhaftende Wasserhaut beseitigt, die sonst in das Vakuum verdampfen würde.

2) Die Glasröhre muß genau kalibriert sein, d. h. die einzelnen Striche der Skala müssen gleichen Volumsteilen der Röhre entsprechen.

3) Das Quecksilber muß rein sein, da sonst sein spezifisches Gewicht beeinflußt wird.

4) Die Barometerröhre darf nicht zu eng sein, weil sonst die Kapillardepression [§ 42] zu groß wird. Beim Heberbarometer ist dieses Übel eliminiert, da es in beiden Röhren gleich ist. —

Beim Ablesen des Barometerstandes muß das Auge senkrecht über das obere Ende der Quecksilbersäule auf die Skala sehen, da man sonst ein falsches

[1] βάρος Schwere, μέτρον Maß.

Resultat erhält (sog. parallaktischer[1] Fehler.) Dies gilt übrigens für alle Instrumente mit Skalenablesung.

Zur richtigen Bewertung des abgelesenen Barometerstandes muß die herrschende Temperatur berücksichtigt werden, da ja das Quecksilber infolge der Ausdehnung bei Erwärmung ein kleineres spezifisches Gewicht bekommt. Man berechnet daher, wie groß die abgelesene Höhe der Quecksilbersäule bei 0° sein würde und spricht dann von reduziertem Barometerstand.

3) Die Aneroid-[2] oder Metallbarometer beruhen darauf, daß eine kreisförmig gebogene, luftleere Röhre aus dünnem Blech, die sog. Hohlfeder (*ab* Fig. 41), sich um so stärker krümmt, je größer der äußere Luftdruck wird. Dabei nähern sich also ihre Enden, während sie bei abnehmendem Luftdruck auseinandergehen. Diese Bewegung der Enden wird durch Hebelübersetzungen vergrößert und auf einen Zeiger übertragen, der an einer empirisch bestimmten Skala vorbeigeht. Diese Barometer sind bequem zum Transport, aber nicht sehr genau.

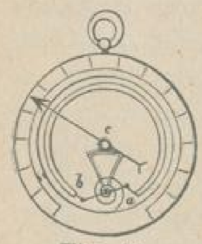

Fig. 41.

Das Barometer dient also vor allem zur Bestimmung des Luftdrucks, dann aber auch zur Höhenmessung. Es ist ja klar, daß in höheren Regionen, auf denen eine kleinere und weniger dichte Luftsäule lastet, der Luftdruck geringer sein muß. Eine einfache Rechung ergibt als annähernd richtige barometrische Höhenformel $h = 18400 (\log b_0 - \log b_h)$ wenn b_0 und b_h den mittleren Barometerstand im unteren bzw. oberen Niveau bedeuten. Schließlich dient das Barometer auch zur Wetterbestimmung. Es steigt z. B., wenn die Lufttemperatur sinkt, wenn die Luft trockner wird, dagegen fällt es, wenn starke Luftströmungen herrschen. Die Linien, welche Orte gleichen Luftdrucks verbinden, heißen Isobaren[3]. Sie wechseln natürlich beständig.

§ 48. **Boyle-Mariottesches Gesetz.** Unter Spannung eines Gases (oder Dampfes) versteht man sein mehr oder minder großes Bestreben sich auszubreiten, mithin auch den Druck, den es auf die Wand des einschließenden Gefäßes ausübt. Dieser Druck ist natürlich ebensogroß wie der Druck der Wand auf das Gas. Wird nun ein Gas vom Volumen v und dem Druck p auf ein kleineres Volumen v_1 zusammengepreßt, so wird es unter höheren Druck p_1 gebracht, oder, anders ausgedrückt, seine Spannung wird größer:

$$p : p_1 = v_1 : v.$$

Also: bei gleichbleibender Temperatur ist die Spannung eines Gases dem Volumen umgekehrt proportional.

[1] παράλλαξις Abweichung. — [2] α privativum, νηρός feucht, flüssig. — [3] ἴσος gleich, βάρος Schwere.

Da nun ein und dieselbe Gasmenge in einem größeren Raume weniger dicht ist als in einem kleineren, so heißt das Gesetz auch:

Bei gleichbleibender Temperatur ist die Spannung eines Gases der Dichte proportional.

Da $p_1 v_1 = p_2 v_2 = p_x v_x$ ist, so folgt daraus, daß pv für eine bestimmte Gasmenge (bei derselben Temperatur) eine konstante Größe vorstellt [vgl. § 82]. Das BOYLE-MARIOTTEsche Gesetz gilt indes nur innerhalb bestimmter Grenzen.

Fig. 42.

§ 49. Auf diese Gesetzen beruhen u. a. folgende Erscheinungen:

Das **Saugen** geschieht dadurch, daß im Munde ein luftverdünnter Raum hergestellt wird, in den durch den äußeren Luftdruck Flüssigkeit hineingetrieben wird. Man benutzt oft eine Pipette dazu, d. i. eine beiderseits offene graduierte Glasröhre mit Bauch in der Mitte (Fig. 42). Nimmt man sie nach dem Ansaugen aus dem Munde und hält schnell das obere Ende mit dem Finger zu, so kann die Flüssigkeit nicht herausfließen, da sie vom äußeren Luftdruck getragen wird. Man kann übrigens mittels einer Pipette auch ohne Ansaugen Flüssigkeit aus einem Behälter entnehmen, wenn man sie in denselben unverschlossen eintaucht, wobei sie sich entsprechend dem Flüssigkeitsniveau füllt, und dann beim Herausheben das obere Ende zuhält („Stechheber").

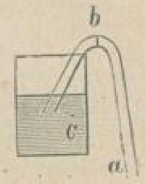

Fig. 43.

Das **Einatmen** beruht darauf, daß der Brustraum durch die Atmungsmuskeln erweitert wird, wodurch gleichzeitig eine Ausdehnung der Lungen bedingt ist. Dadurch entsteht innerhalb der Lungen eine Verdünnung der Luft bzw. Erniedrigung des Luftdrucks, und zum Ausgleich strömt Luft von außen her in die Lungen. Beim Ausatmen ist es umgekehrt.

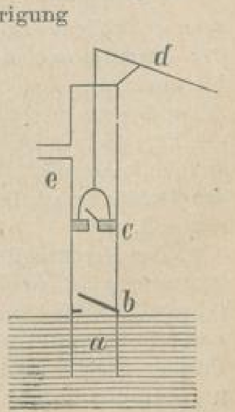

Fig. 44.

Der **Schenkelheber** (Fig. 43) besteht aus einer gekrümmten Röhre, deren eines Ende in die Flüssigkeit c taucht. Solange bei a gesaugt wird, fließt natürlich wieder wegen der Differenz des Luftdruckes die Flüssigkeit durch die Röhre nach unten. Dies dauert aber noch fort, auch nachdem das Saugen aufgehört hat. Denn sonst würde ja bei b ein luftleerer Raum entstehen. Es ist ohne weiteres klar, daß der aufsteigende Schenkel des Hebers, wenn die Flüssigkeit z. B. Quecksilber ist, nicht höher als 76 cm sein darf.

Wasserpumpen sind Apparate, um Wasser in die Höhe zu befördern.

Die Saugpumpen haben folgendes Prinzip: In dem Saugrohr a (Fig. 44) ist oberhalb des Wasserspiegels ein Ventil b (Bodenventil), das sich nur nach oben öffnet. Darüber kann der in der Mitte durchbohrte Kolben c durch das Hebelwerk d wasser- und luftdicht auf- und niederbewegt werden. Die Öffnung im Kolben ist durch ein Kolbenventil geschlossen, das sich auch nur nach oben öffnet. Wird nun der Kolben von unten nach oben gezogen, so entsteht unter ihm ein luftverdünnter Raum, in den Wasser einströmt. Da nun durch das Bodenventil nichts zurückfließen kann, sammelt sich nach einigen Zügen über demselben so viel Wasser an, daß es durch den Kolben hindurchdringt. Ist es einmal über dem Kolben, so kann es nicht mehr zurück und wird bis zur Ausflußöffnung *e* gehoben. Es ist leicht einzusehen, daß Saugpumpen Wasser nie über 10 m heben können.

Die **Druckpumpen** haben ebenfalls ein Bodenventil *a* (Fig. 41). Der Kolben ist aber nicht durchbohrt; über dem Bodenventil ist seitlich eine Steigröhre mit einem Ventil, das sich in der Richtung des Pfeils öffnet. Wenn hier das Wasser über das Bodenventil gekommen ist, wird es durch den niedergehenden Kolben, der eventuell durch Dampfkraft getrieben wird, in die Steigröhre zu beliebiger Höhe gepreßt.

Manometer[1] sind Apparate, um die Spannung (Druck) von Gasen in einem Raum von außen anzuzeigen. Die **offenen** M. bestehen aus doppelt gebogenen Röhren (Fig. 46), die mit einer Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, gefüllt sind und durch das eine Ende *b* mit der Luft, durch das andere *a* mit dem betreffenden Raum, z. B. einem Dampfkessel, kommunizieren. Ist der Druck in letzterem gleich dem Atmosphärendruck, so steht beiderseits die Flüssigkeit gleich hoch. Ist aber der Druck im Kessel höher, so steigt die Flüssigkeit im Schenkel *b*. Die Höhendifferenz plus dem äußeren Luftdruck (Barometerstand) entspricht dann dem Druck im Kessel. Für hohe Spannungen verwendet man **geschlossene** M., bei denen der Schenkel *b* oben geschlossen ist und über der Sperrflüssigkeit eine bestimmte Luftmenge enthält. Ist deren Volumen bei einer Atmosphäre bekannt, so entspricht nach dem BOYLE-MARIOTTEschen Gesetze der halben Länge der Luftsäule ein Druck von 2 Atmosphären usw. — Für technische Zwecke gebraucht man u. a. **Metallmanometer**, die ähnlich konstruiert sind wie die Metallbarometer. Man verbindet hier das Innere der Hohlfeder *ab* (Fig. 41) mit dem Raume, dessen Gasdruck gemessen werden soll.

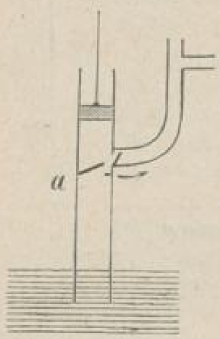

Fig. 45.

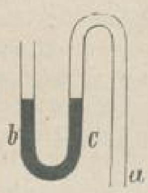

Fig. 46.

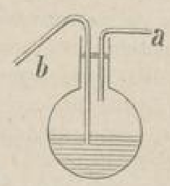

Fig. 47.

Der **Heronsball**[2] ist ein Gefäß, aus dem durch komprimierte Luft Flüssigkeit herausgespritzt wird. Hierher gehört z. B. die Spritzflasche der Chemiker (Fig. 47). Wird durch *a* Luft eingeblasen, so wird die Luft in der Flasche komprimiert und drückt das Wasser durch die Röhre *b* heraus. Auf diesem Prinzip beruht auch der **Windkessel** der Feuerspritze, in dem die Kompression der Luft durch Wasser erfolgt, das abwechselnd von zwei Seiten her durch Ventile hindurch eingepumpt wird.

§ 50. Die **Luftpumpe** dient dazu, die Luft in einem Raum zu verdünnen; ein vollständig luftleerer Raum läßt sich natürlich nicht herstellen. Erfunden wurde sie 1650 von dem Magdeburger Bürgermeister OTTO V. GUERICKE.

In der einfachsten Form besteht sie aus einem Stiefel *A* (Fig. 48), in dem ein Kolben *B* luftdicht auf und nieder bewegt wird. Vom Stiefel geht eine Röhre

[1] μανός dünn. — [2] Nach d. Erfinder HERON in Alexandria, um 100 v. Chr.

Der schädliche Raum bei der Luftpumpe

E durch den Teller C zu dem aus Glas bestehenden „Rezipienten" D, in dem die Luft verdünnt werden soll. Der Hahn J hat eine doppelte Bohrung: Bevor der Kolben B in die Höhe gezogen wird, wird er (wie in der Hauptfigur) so gestellt, daß die Luft durch eine dieser Bohrungen aus D nach A gelangen kann. Damit beim Niedergehen des Kolbens die Luft aber nicht zurück nach D geht, wird der Hahn J jetzt um 90° gedreht, so daß dieser Weg versperrt und durch die zweite Bohrung (g in der Nebenfigur) eine Verbindung mit der Außenluft hergestellt wird. Die Luftverdünnung kann wegen des sogenannten schädlichen Raums, d. i. der Raum zwischen dem am unteren Ende seines Weges angelangten Kolben B und dem Hahn J, einen bestimmten Grad nicht übersteigen. Bei den zweistiefeligen Luftpumpen steigt immer der eine Kolben und saugt Luft aus dem Rezipienten, während der andere heruntergeht und Luft austreibt. Den Luftdruck im Rezipienten mißt man durch ein Manometer nach Art eines Heberbarometers mit verkürztem geschlossenen Schenkel, das auch Barometerprobe genannt wird.

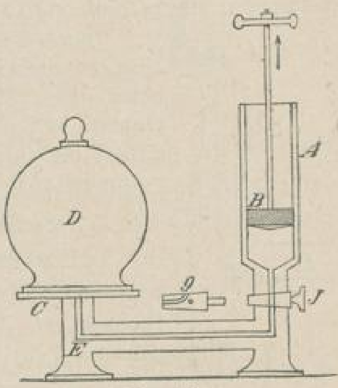

Fig. 48.

Die Wirkung der Luftpumpe demonstrierte GUERICKE durch den berühmten Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln (1654). Er setzte zwei hohle Halbkugeln zusammen und pumpte aus ihnen die Luft so weit aus, daß jederseits acht Pferde sie nicht auseinanderbringen konnten; dies beruht natürlich auf dem Überwiegen des äußeren Luftdruckes.

Luftpumpen können bei entgegengesetzten Stellungen des Hahnes auch zur Verdichtung von Luft und anderen Gasen dienen (Kompressionspumpen).

Vollkommener sind die Quecksilberluftpumpen nach GEISSLER, die auf dem TORRICELLIschen Vakuum basiert sind und Verdünnungen von $^1/_{100000}$ Atmosphäre zu erreichen gestatten.

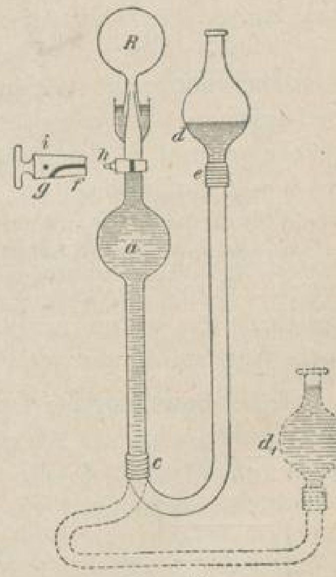

Fig. 49.

Der Glasbehälter ca (Fig. 49) ist unten durch den Gummischlauch ce mit dem oben offenen Gefäß d verbunden, während auf sein oberes Ende der auszupumpende Rezipient R aufgesetzt und durch Quecksilber nach außen abgesperrt wird. Zwischen a und R ist ein Hahn h mit doppelter Bohrung angebracht. In acd befindet sich Quecksilber. Wird d gesenkt, etwa bis d_1, so fällt das Quecksilber in a und es entsteht oben ein luftleerer Raum, in den bei einer bestimmten Stellung von h (wie in der Hauptfigur) ein Teil der Luft aus R einströmt. Wird nun der Hahn um 90° gedreht (wie in der Nebenfigur), dann

d_1 wieder bis d gehoben, so steigt das Quecksilber in a und drängt die in a eingeströmte Luft durch die Bohrung gf nach außen. Dies wird mehrfach wiederholt.

Bei den Wasserluftpumpen (BUNSEN) wird Luft durch fallendes Wasser angesaugt.

Auf demselben Prinzip beruhen auch die Quecksilbertropfpumpen nach SPRENGEL.

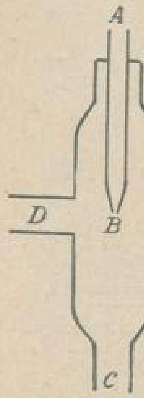

Fig. 50.

Durch das mit einer Wasserleitung verbundene Rohr A (Fig. 50) strömt Wasser in den weiteren Behälter B, um bei C abzufließen. Dabei wird die zwischen den einzelnen Wassertropfen befindliche Luft mit herabgerissen; zu ihrem Ersatz strömt andauernd Luft aus dem Rohre D, das in den auszupumpenden Behälter führt, nach.

§ 51. Das **Archimedische Prinzip** [§ 38] gilt auch für Luftarten; und zwar beträgt der Auftrieb in gewöhnlicher Luft 1,3 mg pro ccm, also 1,3 kg pro cbm. Da also in der Luft sowohl die zu wiegenden Körper wie die Gewichtsstücke einen Gewichtsverlust erleiden, gleich dem Gewicht der von ihnen verdrängten Luft, so ist von zwei scheinbar gleichschweren Körpern in Wirklichkeit derjenige schwerer, der das größere Volumen besitzt. Um ganz genaue Resultate zu erhalten, ist es daher nötig, die Wägungen auf den luftleeren Raum zu reduzieren. Ist p das Gewicht des Körpers, p' das der Gewichtsstücke, a und a' der Auftrieb in Luft, so ist beim Gleichgewicht $p - a = p' - a'$, also $p = p' + a - a'$. a und a' findet man als Produkt aus Volumen (= Gewicht dividiert durch spezif. Gewicht) und 1,3 mg. — Ferner müssen spezifisch leichtere Körper als die Luft in ihr aufsteigen. Darauf beruhen die Luftballons. Die ersten von MONTGOLFIER konstruierten waren mit erwärmter Luft gefüllt. Später wendete man Wasserstoff und jetzt meist Leuchtgas an.

§ 52. **Bewegung der Luftarten.** Auch für die Gase gilt theoretisch das Gesetz, daß die Ausflußgeschwindigkeit aus einem Gefäß $v = \sqrt{2gh}$ ist [vgl. § 37]. Da indes die Höhe einer Gassäule keine konstante Größe ist, gilt hier die etwas modifizierte Formel: $v = \sqrt{2\,g \cdot \frac{p}{s}}$, wo p die Differenz zwischen dem Druck im Innern des Gefäßes und dem Außendruck, s das spezifische Gewicht des Gases bedeutet. Es sind daher die Ausflußgeschwindigkeiten zweier Gase umgekehrt proportional den Quadratwurzeln aus ihren spezifischen Gewichten. Dasselbe Gesetz gilt übrigens, wie GRAHAM zeigte, auch für die Geschwindigkeit der Diffusion und Osmose von Gasen [§ 44].

Wenn ein Gas aus einem engen Rohr in ein weites mit einer gewissen Geschwindigkeit überströmt, so reißt es daselbst, wie das Wasser in der Wasserluftpumpe, Luftteilchen mit sich. Es entsteht daher ein negativer Druck, der Luft und Flüssigkeiten ansaugen kann. Bläst man z. B. durch *ab* (Fig. 51) in Richtung des Pfeils, so steigt die Flüssigkeit im Manometerschenkel *c*. Darauf beruhen verschiedene Vorrichtungen zum Zerstäuben von Flüssigkeiten, z. B. die medizinisch benutzten Inhalationsapparate, ferner auch der

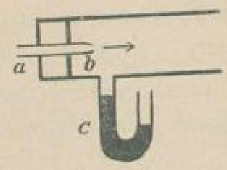

Fig. 51.

Bunsenbrenner. Durch *R* (Fig. 52) zugeleitetes Leuchtgas strömt bei *a* aus und saugt durch die Öffnungen *b* des Mantels Luft an, mit der es sich innig mengt. Zündet man das Gasgemenge an der oberen Öffnung des Brenners an, so resultiert infolge der reichlichen Sauerstoffzufuhr eine vollkommene Verbrennung des Kohlenstoffes, und man erhält eine sehr heiße, nicht rußende, aber wenig leuchtende Flamme. Durch Verschluß von *b* entsteht natürlich eine gewöhnliche Gasflamme.

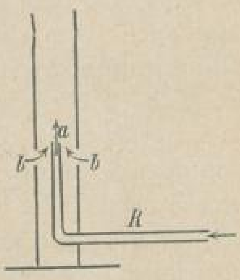

Fig. 52.

§ 53. **Absorption**[1] heißt die Erscheinung, daß Gase von festen und flüssigen Körpern aufgenommen werden können. Bei den festen Körpern kann die Absorption sich entweder auf die Oberfläche beschränken (Adsorption), oder das Gas kann auch in das Innere eindringen (Absorption im engeren Sinne, auch Okklusion[2] genannt).

Adsorption zeigen besonders poröse feste Körper; so kann z. B. Holzkohle das 90fache ihres Volumens an Ammoniak aufnehmen. Bei der Adsorption findet eine Verdichtung des Gases an der Oberfläche des festen Körpers statt. Auf diese Weise entsteht z. B. aus dem Wasserdampf der Luft an der Oberfläche von Glas ein Wasserhäutchen. Auch noch andere Körper, z. B. Chlorkalzium, haben die Fähigkeit, den Wasserdampf der Luft aufzunehmen und zu Wasser zu verdichten; solche Körper heißen hygroskopisch[3]. Bei der Verdichtung der Gase entsteht Wärme [§ 95], die mitunter sehr groß ist. Wenn z. B. Wasserstoff auf mit Sauerstoff gesättigten Platinschwamm (d. i. feinporöses Platin) strömt, wird diese Wärmeentwicklung so stark, daß das Platin glühend wird und der Wasserstoff sich entzündet (Doebereiners Feuerzeug). Hierauf beruhen auch einige moderne Gasselbstzünder.

Okklusion findet sich besonders bei Metallen. So kann z. B. Palladium das 900fache seines Volumens an Wasserstoff aufnehmen.

Bei der Absorption durch Flüssigkeiten ist zu unterscheiden

[1] *absorbeo* verschlucken. — [2] *occludo* einschließen. — [3] ὑγρός feucht, σκοπέω untersuchen.

die chemische und physikalische. Bei ersterer verbindet sich das Gas mit der Flüssigkeit zu einer festen Verbindung, aus der es nur auf chemischem Wege freigemacht werden kann, z. B. Absorption von Kohlensäure in Kalilauge.

Die physikalische Absorption hängt ab 1) von der Natur der Flüssigkeit und des Gases; so absorbiert Wasser bei gleichem Druck von Sauerstoff etwa das doppelte Volumen wie von Stickstoff (s. u.). Das Gasvolumen, das von der Volumeneinheit der Flüssigkeit bei 760 mm Quecksilberdruck aufgenommen wird, bezeichnet man als Absorptionskoeffizienten. Die physikalische Absorption hängt 2) ab vom Drucke. Nach dem Gesetze von Henry absorbiert ein bestimmtes Volumen Flüssigkeit auch bei verschiedenen Drucken stets gleiche Volumina Gas; da nun aber diese Gasvolumina nach dem Boyle-Mariotteschen Gesetze eine dem Druck proportionale Gasmenge enthalten, so kann man auch sagen, daß die unter sonst gleichen Umständen absorbierten Gasmengen den Drucken proportional sind. Bezüglich des Druckes ist noch zu bemerken, daß bei Gasgemischen nur der Partiärdruck in Frage kommt, d. h. der Druck jedes einzelnen Gases, unabhängig von dem der anderen Gase [vgl. § 93]. So hängt z. B. die Absorption von Sauerstoff im Wasser nicht vom ganzen Luftdruck, sondern nur vom Druck des Sauerstoffs der Luft ab. Wird also z. B. über eine Flüssigkeit, die ein Gas absorbiert enthält, ein anderes Gas geleitet, so wird, da jetzt der Partiärdruck des ersten Gases = 0 wird, das Gas aus der Flüssigkeit entweichen. Die physikalische Absorption hängt 3) auch noch ab von der Temperatur; im allgemeinen nimmt das Absorptionsvermögen mit steigender Temperatur ab. Um also Gase aus Flüssigkeiten freizumachen, hat man zwei Wege: den Druck herabzusetzen (wie das z. B. beim Öffnen einer Flasche Selterwasser geschieht) oder die Temperatur zu erhöhen.

Die atmosphärische Luft besteht im wesentlichen aus ca. 21 Volumprozent Sauerstoff (O) und 78 Volumprozent Stickstoff (N). Bei ihrer Absorption in Wasser kommt in Betracht 1) der Absorptionskoeffizient für O und N (0,048 bzw. 0,023), und 2) der Partiärdruck beider (0,21 bzw. 0,78 Atmosphären). Demnach absorbiert ein Liter Wasser bei 0° aus der atmosphärischen Luft $0{,}048 \cdot 0{,}21 =$ ca. 10 ccm O und $0{,}023 \cdot 0{,}78 =$ ca. 18 ccm N. Die im Wasser absorbierte Luft ist also zwar dünner, aber relativ reicher an Sauerstoff als die atmosphärische Luft, was für das Leben der Wassertiere von Bedeutung ist.

§ 54. **Reibung.** Wenn Gase und auch Flüssigkeiten in Gefäßen strömen, so erleiden sie an der Wand und auch in ihrem Innern eine Reibung (äußere und innere R.). Bei Flüssigkeiten bedingt die innere Reibung ihre mehr oder weniger große Zähigkeit (Viskosität[1]). Man stellt sich nun vor, daß die äußerste Schicht infolge

[1] *viscosus* klebrig, zähe; *viscum* Mistel bzw. der daraus bereitete Vogelleim.

Der Boden ist reicher an CO_2 als die Atmosphäre

40 % CO_2 10 % O,

richtet sich nach d. Quantität des Humus der Adhäsion zur Wand sich gar nicht bewegt, die mittelste Schicht am schnellsten, und daß zwischen beiden Extremen ein allmählicher Übergang der Geschwindigkeiten stattfindet.

Allgemeine Wellenlehre.

§ 55. **Definition.** Unsere Wahrnehmungen von der Außenwelt beruhen darauf, daß die spezifischen Sinnesapparate in einer jedem eigentümlichen Weise durch Impulse der Außenwelt in Schwingungen versetzt werden und diese Schwingungen zum Gehirn fortpflanzen, wo sie dann ins Bewußtsein übertragen werden. Die Bewegungsvorgänge der Außenwelt können nun direkt oder indirekt auf uns einwirken. Ersteres ist der Fall, wenn der ursprünglich bewegte Körper selbst die Endigungen unserer Sinnesorgane erregt, wenn also z. B. jemand von einer Kugel getroffen wird, wenn die (gasförmigen) Riechstoffe unmittelbar auf die Enden des Riechnerven einwirken usw. Bei der zweiten Kategorie dagegen, zu der besonders Schall, Wärme und Licht gehören, gelangen nicht die ursprünglich in Bewegung befindlichen Körper oder Teile von ihnen zu uns, sondern ihre Bewegung wird erst durch ein Medium auf uns übertragen. Diese Übertragung geschieht nun in einer eigentümlichen Form, nämlich durch Wellenbewegung. *Wellenbewegung ist die Fortpflanzung einer Gleichgewichtsstörung (eines Impulses) durch pendelartige Schwingungen kleinster Teilchen, wobei immer die Bewegung der folgenden durch die der vorhergehenden hervorgerufen wird.* Die Ortsbewegung der Teilchen selbst ist hierbei nur gering, dagegen wird der Impuls oft außerordentlich schnell fortgepflanzt. Es findet also nur ein Transport von Energie, nicht von Massen statt.

§ 56. **Intensität.** Da die Wellenbewegung sich (in homogenen Medien) gleichmäßig nach allen Seiten ausbreitet, sind die Wellenflächen Kugelschalen, verhalten sich also wie die Quadrate der Radien. Letztere, also die Verbindungslinien eines Punktes der Wellenfläche mit dem Störungszentrum, heißen auch *Wellenstrahlen*. Da die anfängliche Gleichgewichtsstörung sich auf immer größere Flächen verteilt, muß die Bewegung entsprechend schwächer werden. *Die Intensität der Wellenbewegung ist also umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom Störungszentrum.*

§ 57. **Wasserwellen.** Die Bezeichnung Wellenbewegung rührt von den Wasserwellen her, von denen auch wir zum besseren Ver-