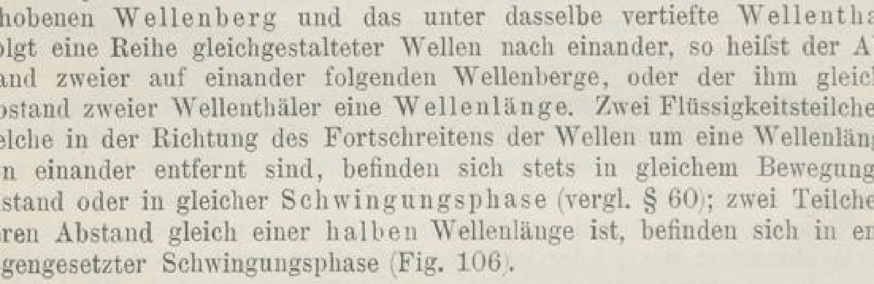
D. Allgemeine Gesetze der Wellenbewegung flüssiger und elastischer Körper.

§ 108. Wasserwellen. Wird die ebene, horizontale Oberfläche einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitsmasse an einer Stelle erschüttert, z. B. durch einen in die Flüssigkeit fallenden Körper, so beobachtet man, daſs sich von dem Erschütterungsmittelpunkt aus ein System von kreisförmigen Wellen mit immer wachsenden Halbmessern ausbreitet. Diese radiale Ausbreitung der Wellenkreise ist jedoch nicht mit einer fortschreitenden Bewegung der Flüssigkeitsteilchen selbst verbunden. An leichten Körperchen, welche auf der Oberfläche der Flüssigkeit schwimmen, oder im Innern derselben schweben, beobachtet man nämlich, daſs dieselben an der fortschreitenden Bewegung der Welle nicht teilnehmen, sondern nur durch dieselbe gehoben und gesenkt werden, oder eine kleine Kreisbahn beschreiben, so daſs sie nach dem Vorübergang der Welle an ihre ursprüngliche Stelle zurückgekehrt sind. Der Eindruck des Fortschreitens der Welle wird also nur durch eine Fortpflanzung des Bewegungszustandes hervorgebracht, indem jedes Flüssigkeitsteilchen dem nächstfolgenden seine Bewegung in der Weise mitteilt, daſs alle in der Richtung eines Wellenradius auf einander folgenden Teilchen der Reihe nach die gleiche Bewegung machen.

An jeder Welle unterscheidet man den über das ursprüngliche Niveau erhobenen Wellenberg und das unter dasselbe vertiefte Wellenthal. Folgt eine Reihe gleichgestalteter Wellen nach einander, so heiſst der Abstand zweier auf einander folgenden Wellenberge, oder der ihm gleiche Abstand zweier Wellenthäler eine Wellenlänge. Zwei Flüssigkeitsteilchen, welche in der Richtung des Fortschreitens der Wellen um eine Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich stets in gleichem Bewegungszustand oder in gleicher Schwingungsphase (vergl. § 60); zwei Teilchen, deren Abstand gleich einer halben Wellenlänge ist, befinden sich in entgegengesetzter Schwingungsphase (Fig. 106).

Fig. 106.



Die Gebrüder H. und W. Weber stellten (1825) an einer mit Wasser gefüllten Rinne, deren Seitenwände mit Spiegelglasplatten gebildet waren, Untersuchungen über die Wasserwellen an. Dieselben fanden, daſs die in der Nähe der Oberfläche befindlichen Wasserteilchen kreisähnliche, die tieferen Teilchen dagegen elliptische Bahnen beschrieben, deren horizontale Axe gröſser war als die vertikale.

§ 109. Fortpflanzungsgeschwindigkeit; Schwingungsdauer und Schwingungszahl. Während ein Wellensystem um eine Wellenlänge fortschreitet, gelangt ein Flüssigkeitsteilchen vom Gipfel eines Wellenberges durch den tiefsten Punkt seiner Bahn wieder bis zum Gipfel des nächstfolgenden Wellenberges; es hat also während dieser Zeit einmal seine Bahn vollständig durchlaufen. Die dazu erforderliche Zeit T heiſst Schwingungsdauer. Während dieser Zeit pflanzt sich die Bewegung um eine

Wellenlänge L fort. Bezeichnet daher c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung, so ist (§ 30):

$$c = \frac{L}{T}, \qquad L = c\,T, \qquad T = \frac{L}{c}.$$

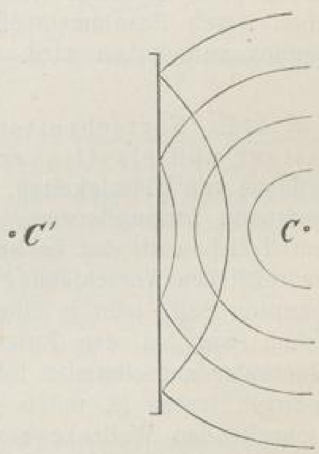
Da im folgenden häufig von Wellenbewegungen elastischer Körper die Rede sein wird, bei welchen die Schwingungsdauer nur einen kleinen Bruchteil einer Sekunde beträgt, so ist es in solchen Fällen zweckmäfsig, anstelle der Schwingungsdauer die Schwingungszahl oder die Anzahl der in der Sekunde vollendeten Schwingungen anzugeben. Wird diese mit n bezeichnet, so ist:

$$T = \frac{1}{n}, \qquad c = n\,L, \qquad L = \frac{c}{n}, \qquad n = \frac{c}{L}.$$

Die Gebrüder Weber beobachteten, dafs Wellen auf Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht (Wasser und Quecksilber) sich mit merklich gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, dafs aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Tiefe der Flüssigkeit zunimmt. Die Geschwindigkeit der Wasserwellen in einer kleinen Rinne beträgt etwa 0,75 m, im Atlantischen Ozean bis 13 m.

§ 110. Interferenz und Reflexion der Wasserwellen. Werden auf einer Flüssigkeitsoberfläche gleichzeitig zwei Systeme von Wellenkreisen erregt, deren Mittelpunkte sich in nicht zu grofsem Abstand befinden, so durchkreuzen sich bei fortschreitender Ausbreitung die beiden Systemen angehörigen Wellenkreise, ohne sich gegenseitig in ihrer regelmäfsigen Fortpflanzung zu stören. Wo zwei gleich hohe Wellenberge zusammentreffen, da entsteht ein Wellenberg von doppelter Höhe, durch Zusammentreffen zweier Thäler von gleicher Tiefe ein Thal von doppelter Tiefe; wo ein Wellenberg des einen Systems mit einem gleichen Wellenthal des anderen Systems zusammentrifft, bleibt das ursprüngliche Niveau ungeändert, indem beide einander gegenseitig aufheben. Dieses Resultat der Zusammenwirkung zweier Wellenbewegungen wird mit dem Namen der Interferenz der Wellensysteme bezeichnet.

Fig. 106a.

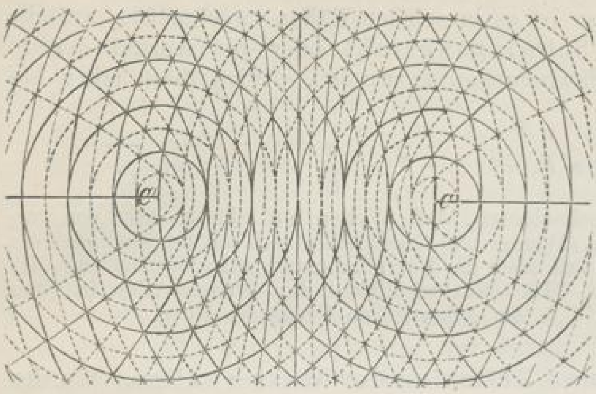


Trifft ein System kreisförmiger Wellen bei seiner Ausbreitung auf eine die Flüssigkeit begrenzende, vertikale feste Wand, so wird es von derselben zurückgeworfen oder reflektiert. Es bildet sich nämlich von der Wand aus ein neues System kreisförmiger Wellen (Fig. 106a), dessen Mittelpunkt C' ebenso weit hinter der reflektierenden Wand liegt, wie der Mittelpunkt des ursprünglichen Systems vor derselben, und beide Systeme interferieren mit einander.

Haben zwei interferierende Wellensysteme, welche von den Punkten C und C' aus (Fig. 107) erregt werden, gleiche Schwingungsdauer und Wellenlänge, und befinden sich die beiden Punkte C und C' immer in gleicher Schwingungsphase, so werden an allen Punkten, welche von C und C' gleichen Abstand haben, immer gleiche Schwingungsphasen beider Systeme zusammentreffen, ebenso an denjenigen Punkten, für welche der

Unterschied der Entfernungen von C und C' gleich L, $2L$, ... ist, oder überhaupt eine ganze Anzahl von Wellenlängen beträgt. Dagegen treffen stets entgegengesetzte Phasen beider Wellensysteme an denjenigen Punkten zusammen, deren Abstände von C und C' beziehungsweise um $^1/_2\ L$, $^3/_2\ L$, oder überhaupt um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen von einander verschieden sind. Die an diesen Punkten befindlichen Flüssigkeitsteilchen bleiben also in Ruhe. Aus der Geometrie ist bekannt, dafs der geometrische Ort der Punkte, deren Abstände von zwei festen Punkten eine gleiche Differenz besitzen, eine Hyperbel (§ 57) ist, deren Brennpunkte die beiden festen Punkte sind. In Fig. 107 stellen die stark ausgezogenen Kreise die Wellenberge, die schwachen Kreise die Wellenthäler vor; die stark ausgezogenen Hyperbeln sind die Linien, in welchen durch Zusammentreffen stets gleicher Schwingungsphasen die stärkste Bewegung stattfindet, die schwach gezeichneten Hyperbeln dagegen die Linien, in welchen durch Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungsphasen die Bewegung aufgehoben wird.

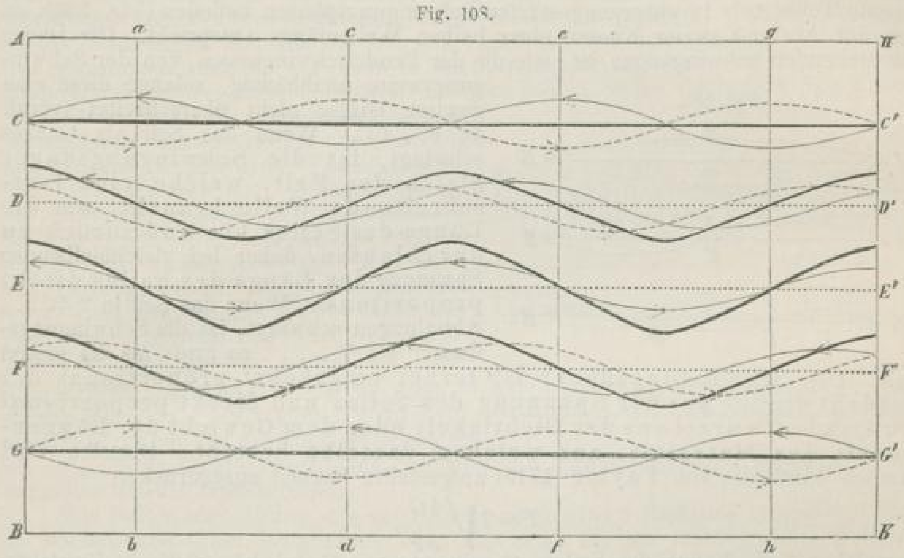
Fig. 107.



§ 111. **Fortschreitende Wellen und stehende Schwingungen flüssiger und elastischer Körper.** In ähnlicher Weise, wie auf der Oberfläche von Flüssigkeiten, vermögen sich in elastischen Körpern Wellenbewegungen fortzupflanzen. Der Bewegungszustand, welcher dabei von jedem Teilchen an das benachbarte fortgepflanzt wird, kann entweder in einer seitlichen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage (z. B. bei einem gespannten Seil), oder in einer Verschiebung in der Fortpflanzungsrichtung bestehen (wie bei den Luftwellen), wobei anstelle der Wellenberge und Wellenthäler auf einander folgende, abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen treten (s. unten § 112). In engem Zusammenhang mit den fortschreitenden Wellenbewegungen sind ferner die stehenden Schwingungen, bei welchen die Teilchen einer Flüssigkeit, oder eines elastischen Körpers gleichzeitig hin und her gehende Schwingungen von verschiedener Amplitude machen, die sich an derselben Stelle des Körpers immer in gleicher Weise wiederholen, bei denen aber gewisse Stellen, welche man Schwingungsknoten nennt, ganz in Ruhe bleiben, während an den zwischen den Knoten liegenden Schwingungsbäuchen die Bewegung am stärksten ist.

Aus den Betrachtungen des vorigen Paragraphen ist ersichtlich, wie derartige stehende Schwingungen durch die Interferenz fortschreitender Wellen erzeugt werden können. Die schwach gezeichneten Hyperbeln in Fig. 107 stellen die ruhenden Knotenlinien, die starken Hyperbeln die Schwingungsbäuche dar. Insbesondere entstehen häufig stehende Schwingungen durch Interferenz eines ursprünglichen mit einem reflektierten Wellensystem. In Fig. 108 stellen die schwächer ausgezogenen Kurven ein in der Richtung der Pfeile fortschreitendes, die punktierten Kurven das von der festen Wand AB reflektierte Wellensystem, endlich die stark ausgezogenen Linien das aus der Interferenz beider hervorgehende System stehender Schwingungen vor. Die Kurven CC', DD', . . . stellen dabei auf einander folgende Schwingungszustände dar, welche einem Fortrücken des ursprünglichen Wellensystems um je $^1/_8$ Wellenlänge oder einem Zeitunterschied von je $^1/_8$ Schwingungsdauer entsprechen. Man sieht dabei, dafs auf den Linien ab, cd, ef, gh immer entgegengesetzte Schwingungszustände der direkten und reflektierten Welle zusammentreffen, dafs die auf diesen Linien liegenden Punkte also Knotenpunkte der stehenden Schwingungen sind. Bei CC' findet das Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungszustände in allen Punkten statt, die stehende Welle reduziert sich daher in diesem Augenblick auf eine gerade Linie. Nach $^1/_8$ Schwingungsdauer haben beide Wellen die in DD'

Fig. 108.



dargestellte Lage angenommen. Die Ordinate der die stehende Schwingung darstellenden Kurve ist in jedem Punkt gleich der algebraischen Summe der Ordinaten der beiden andern Kurven. Wieder nach $^1/_8$ Schwingungsdauer, in EE', fallen überall gleiche Schwingungszustände der direkten und reflektierten Welle zusammen, so dafs beide Kurven sich in der Figur vollständig decken. Beide Wellen verstärken sich also überall, und die stehende Schwingung hat das Maximum ihrer Ausweichung erreicht, u. s. f. Denkt man sich HK als eine zweite reflektierende Wand, so wird aus der fortdauernd hin und her reflektierten Wellenbewegung die in der Figur dargestellte stehende Schwingung hervorgehen.

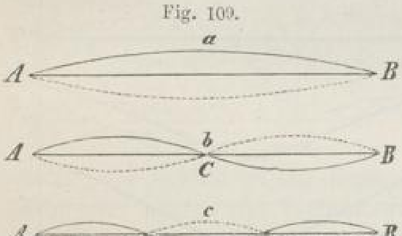
Die Schwingungsdauer und Wellenlänge der stehenden Schwingung stimmt mit der der fortschreitenden Welle, aus der sie hervorgegangen ist, überein. Die Entfernung je zweier benachbarten Knotenpunkte beträgt eine halbe Wellenlänge.

Die Entfernung des ersten und letzten Schwingungsknotens von den reflektierenden Wänden ist $^1/_4$ Wellenlänge. Es mufs jedoch bemerkt werden, dafs die Reflexion der Wellen am befestigten Ende eines Seiles, sowie der Luftwellen an einer festen Wand, in etwas anderer Weise vor sich geht, als die der Flüssigkeitswellen. Da nämlich der Endpunkt des Seiles durch seine Befestigung an der Bewegung gehindert ist, ebenso die der Wand unmittelbar benachbarten Luftteilchen in der zur Wand senkrechten Richtung nicht schwingen können, so mufs in beiden Fällen an der Stelle selbst, wo die Reflexion stattfindet, ein Schwingungsknoten liegen, oder es müssen daselbst immer entgegengesetzte Phasen der direkten und reflektierten Welle zusammenfallen. Die Welle wird daher mit umgekehrter Phase reflektiert oder die Reflexion erfolgt so, als ob in Fig. 108

nicht AB, sondern ab die reflektierende Wand wäre. Die Entfernung des nächsten Knotens von der Wand beträgt dann eine halbe Wellenlänge.

Die Erscheinungen der fortschreitenden Wellen und der stehenden Schwingungen lassen sich leicht an einem schlaff gespannten Seil, oder an einer elastischen Spiralfeder von Messingdraht (élastique) anschaulich machen. Wird gegen ein Ende des Seiles ein kurzer Schlag von der Seite her geführt, so pflanzt sich die erzeugte Welle am Seile fort, bis sie am anderen Ende reflektiert wird, mit entgegengesetzter Phase zurückkehrt, u. s. f. Wiederholen sich die Erschütterungen am Anfangspunkt des Seiles in gewissen gleichen Zeitintervallen, so vereinigen sich die direkten und reflektierten Wellen zu stehenden Schwingungen. Dabei kann entweder das Seil als Ganzes auf und ab schwingen, so dafs nur die Enden des Seiles ruhende Knotenpunkte sind und die ganze Länge des Seiles einen einzigen Schwingungsbauch, entsprechend einer halben Wellenlänge, bildet (Fig. 109a), oder dasselbe kann in zwei, drei oder mehrere, durch Knoten getrennte Abteilungen zerfallen, wobei sich je zwei benachbarte, durch einen Knoten getrennte Teile stets in entgegengesetzten Schwingungsphasen befinden (Fig. 109b, c), also der Abstand zweier Knoten einer halben Wellenlänge entspricht. Die Dauer der stehenden Schwingungen ist, wie die der Pendelschwingungen, von der Schwingungsweite unabhängig, solange diese eine gewisse Gröfse nicht überschreitet (vergl. §§ 60, 61). Wenn das Seil als Ganzes schwingt, ist die Schwingungsdauer gleich der Zeit, welche eine fortschreitende Welle braucht, um die Länge des Seiles hin und zurück zu durchlaufen, daher bei gleichbleibender Spannung der Länge des Seiles direkt proportional. Wenn das Seil in 2, 3, . . . Abteilungen schwingt, ist die Schwingungsdauer $^1/_2$, $^1/_3$, . . . so grofs als im ersten Fall. Die Schwingungsdauer ist ferner umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Spannung des Seiles und direkt proportional der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit oder dem Gewicht der Längeneinheit des Materials, aus welchem dasselbe besteht. Dieselbe wird nämlich durch die von Taylor (1715) aufgestellte Formel ausgedrückt:

Fig. 109.



$$T = 2\sqrt{\frac{lG}{gp}},$$

in welcher l die Länge des Seiles, G sein ganzes Gewicht, p die in Gewichtseinheiten ausgedrückte Spannung und g die Intensität der Schwerkraft bezeichnet. Ist k das Gewicht der Längeneinheit der Substanz des Seiles, so wird $G = kl$, mithin

$$T = 2l\sqrt{\frac{k}{gp}},$$

woraus sich die oben ausgesprochenen Sätze ergeben. (Es ist dabei vorausgesetzt, dafs die Elasticität des Seiles oder der Saite lediglich von der Spannung, nicht aber von der Steifigkeit des Materials herrührt.) Der Ausdruck $c = \sqrt{\frac{gp}{k}}$ giebt die Geschwindigkeit an, mit welcher sich Transversalwellen am gespannten Seil fortpflanzen. Zur Darstellung von Schwingungen vermittelst des stroboskopischen Cylinders sind von Quincke Figuren entworfen worden.*)

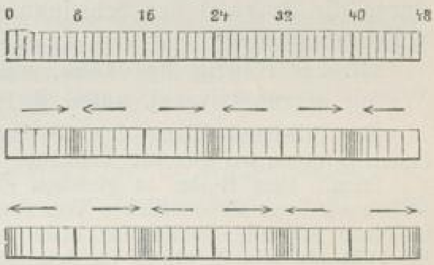
§ 112. Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen. Elastische Körper können auf verschiedene Weise in Schwingungen versetzt werden, welche, ähnlich den Pendelschwingungen, um so länger fortdauern, je vollkommener die Elasticität des schwingenden Körpers ist, und je weniger die Schwingungen durch äufsere Bewegungshindernisse (Luftwiderstand u. s. w.) gehemmt werden. Nach der Schwingungsrichtung unterscheidet man drei Arten von Schwingungen. Longitudinal heifsen die

*) Quincke, G., Prof. in Heidelberg, Darstellung von Schwingungen für physikalische Vorlesungen mittelst eines stroboskopischen Cylinders. Berlin.

Schwingungen eines elastischen Stabes oder Fadens, wenn die Schwingungsrichtung der einzelnen Teile mit der Längenrichtung des Körpers zusammenfällt; transversal, wenn die Schwingungsrichtung auf der Längenrichtung senkrecht steht. Bei den Torsionsschwingungen endlich vollführen die einzelnen Teilchen drehende Bewegungen um die Längenaxe des schwingenden Körpers. Alle drei Arten von Schwingungen können sowohl bei fortschreitenden, wie bei stehenden Wellen stattfinden.

Die genannten Schwingungsformen können an einer elastischen Spiralfeder aus Messingdraht, welche durch ein angehängtes Gewicht mäßsig gespannt ist, leicht nachgewiesen werden. Derselbe Körper kann gleichzeitig in Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen versetzt werden, ohne daſs dieselben einander gegenseitig stören. Die im vorigen Paragraphen betrachteten Seilwellen sind Transversalwellen; die Teile des schwingenden Körpers erleiden dabei abwechselnd Ausbiegungen nach entgegengesetzten Richtungen. Bei den Longitudinalschwingungen findet keine Biegung, sondern eine abwechselnde Ausdehnung und Zusammendrückung der Teile in der Längenrichtung statt. An den ruhenden Knotenpunkten treten dabei, durch das von beiden Seiten her gegen den Knoten hin stattfindende Zusammenrücken und Auseinanderweichen der Teile (s. Fig. 110), abwechselnd die stärksten Verdichtungen und Verdünnungen ein. In der Regel ist die Schwingungsdauer der transversalen Schwingungen gröſser als die der longitudinalen. Bei gespannten Saiten z. B. wird das Verhältnis beider durch die Quadratwurzel aus dem Quotienten der durch das spannende Gewicht bewirkten Verlängerung und der ganzen Länge der Saite ausgedrückt, oder ist $t' = t\sqrt{\delta}$, wenn δ diesen Quotienten bezeichnet. Wird z. B. eine Saite durch ein angehängtes Gewicht um $1/_{100}$ ihrer Länge ausgedehnt, so sind die Longitudinalschwingungen 10 mal schneller als die transversalen.

Fig. 110.



Wie Saiten und Stäbe, die vorwiegend nach einer Richtung ausgedehnt sind, so können gespannte Membranen oder elastische Platten mit zwei Hauptdimensionen in Transversalschwingungen versetzt werden, bei welchen die Schwingungsrichtung auf der Ebene der Membran oder Platte senkrecht steht. Anstelle der Knotenpunkte treten dann in Ruhe bleibende Knotenlinien auf, die durch aufgestreuten Sand sichtbar gemacht werden können (Chladnis Klangfiguren, siehe unten § 118).

Endlich sind auch nach allen drei Dimensionen gleichmäſsig ausgedehnte elastische Körper fähig, longitudinale und transversale Wellen fortzupflanzen, indem in diesem Fall als Longitudinalwellen diejenigen Wellen bezeichnet werden, bei welchen die Schwingungsrichtung der einzelnen Teilchen mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfällt, als Transversalwellen diejenigen, bei welchen sie auf derselben senkrecht steht. Bei ersteren finden abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen, bei letzteren nur seitliche Verschiebungen der in der Fortpflanzungsrichtung auf einander folgenden Schichten statt. Zur ersten Gattung gehören die Luftwellen, welche den Schall (§§ 113, 121), zur letzteren die Ätherwellen, welche das Licht (§ 176) fortpflanzen.

Vierter Abschnitt.

Akustik oder Lehre vom Schall.

§ 113. Schall, Geräusch, Ton. Die gasförmigen Körper sind vermöge ihrer groſsen Elasticität in vorzüglichem Grade fähig, Wellenbewegungen fortzupflanzen. Jede hinreichend intensive Erschütterung