

§ 68. Erhaltung der lebendigen Kräfte beim Stoß elastischer Körper. Aus den obigen Ausdrücken

$$\begin{cases} c_1 = 2c - v_1 \\ c_2 = 2c - v_2 \end{cases} \text{ folgt } \begin{cases} c_1^2 = 4c^2 - 4cv_1 + v_1^2 \\ c_2^2 = 4c^2 - 4cv_2 + v_2^2 \end{cases}$$

mithin

$m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 = 4c^2 (m_1 + m_2) - 4c (m_1 v_1 + m_2 v_2) + m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$.
Aus dem oben (§ 66) gefundenen Wert für c folgt aber, daß die beiden ersten Glieder auf der rechten Seite dieser Gleichung sich gegenseitig aufheben, oder es ist

$$m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte (§ 43) beider Massen ist nach dem Stoß ebenso groß wie vorher, oder es hat beim Stoß kein Gewinn oder Verbrauch von Arbeit stattgefunden.

Dagegen ergibt sich beim Stoß unelastischer Körper die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoß

$$(m_1 + m_2) c^2 = \frac{(m_2 v_2 + m_1 v_1)^2}{m_1 + m_2} = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1)^2.$$

Es hat also beim Stoß ein Verlust an lebendiger Kraft oder ein Verbrauch von Arbeit stattgefunden. Trifft ein unelastischer Körper senkrecht gegen eine unelastische Wand, so geht seine ganze lebendige Kraft verloren. Dieser Arbeitsverbrauch erklärt sich dadurch, daß die unelastischen Körper durch den Stoß eine bleibende Formänderung erlitten haben, bei welcher der Widerstand der Kohäsion ihrer Teile überwunden werden mußte. In der Wärmelehre wird gezeigt werden, daß dabei gleichzeitig eine Umwandlung der sichtbaren Bewegung in eine andere Bewegungsform der Moleküle, nämlich in Wärme, stattgefunden hat (§ 241).

Die Gesetze des excentrischen Stoßes kugelförmiger Körper lassen sich aus denen des centralen Stoßes ableiten, indem man sich die Geschwindigkeit jedes Körpers im Augenblick des Stoßes in eine centrale und eine tangential Komponente zerlegt denkt. Erstere bewirkt eine Änderung der Bewegung in der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte, wie beim centralen Stoß. Gleichzeitig werden aber infolge der beim Stoß stattfindenden Reibung durch die Tangentialkomponenten Umdrehungsbewegungen beider Körper erzeugt.

B. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper (Hydromechanik).

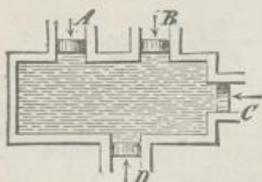
Gleichgewicht flüssiger Körper, insbesondere unter dem Einfluß der Schwerkraft.

§ 69. Verschiebbarkeit der Teile; horizontale Oberfläche. Die wesentliche Grundeigenschaft der Flüssigkeiten ist die leichte Verschiebbarkeit ihrer Teile (§ 6). Jede noch so geringe Kraft reicht hin, ihre gegenseitige Lage zu ändern, so daß die Flüssigkeiten keine selbständige, bleibende Gestalt besitzen, sondern ihre Form durch die der umgebenden, festen Körper und die jedesmalige Richtung der auf sie wirkenden Kräfte bestimmt wird. Die Wirkung der Schwerkraft ist hinreichend, um die Teile einer Flüssigkeitsmasse auf einer horizontalen Unterlage auseinander fließen zu lassen. In einem Gefäß kann eine Flüssigkeit unter dem Einfluß der Schwerkraft nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche horizontal, d. h. zur Richtung der Schwerkraft senkrecht ist, indem bei jeder anderen Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche ein Herabfließen eines Teils der Flüssigkeit von der höheren nach der tieferen Stelle erfolgen müßte.

Im allgemeinen ist eine von einer freien Oberfläche begrenzte Flüssigkeit unter der Einwirkung beliebig gerichteter Kräfte im Gleichgewicht, wenn die Richtung der Resultierenden dieser Kräfte in jedem Punkte zur Flüssigkeitsoberfläche (oder zu der an dieselbe gelegten Tangentialebene) senkrecht ist. — Abweichungen vom vollkommenen Flüssigkeitszustande. Verschiedener Grad der Zähigkeit oder Viscosität der Flüssigkeiten (Äther, Weingeist, Wasser, Öl, Sirup, Teer).

§ 70. Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten. Da die Flüssigkeitsteilchen einem auf sie ausgeübten Druck vermöge ihrer leichten Verschiebbarkeit nach allen Seiten auszuweichen streben, so pflanzt sich der auf einen Teil der Flüssigkeitsoberfläche ausgeübte Druck im Innern der Flüssigkeit nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fort. In der Wand eines vollständig mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes (Fig. 66) sei eine Öffnung von 1 qcm angebracht und mit einem beweglichen Stempel *A* verschlossen. Die Flüssigkeit selbst soll vorläufig als gewichtslos betrachtet werden. Auf den Stempel *A* werde nunmehr ein Druck von *p* Kilogramm ausgeübt. Dieser Druck pflanzt sich durch die Flüssigkeit auf alle Teile der Wand des Gefäßes mit gleicher Stärke fort, so daß ein bei *B*, *C* oder *D* angebrachter Stempel von einem Quadratcentimeter Oberfläche ebenfalls mit einem Druck von *p* kg belastet werden müßte, um das Hervordringen der Flüssigkeit zu verhindern. Jedes Quadratcentimeter der Gefäßwand wird also mit

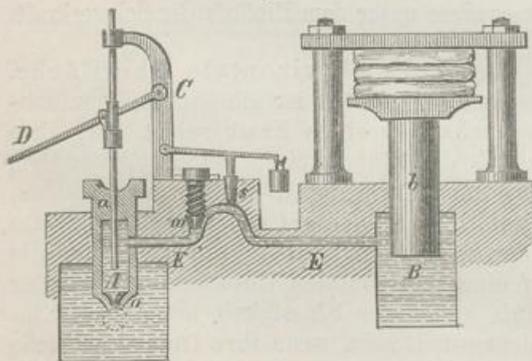
Fig. 66.



n qcm Oberfläche mit einer Kraft von $n \cdot p$ kg gedrückt, oder (Pascal, 1650) der auf einen beliebigen Teil der Gefäßwand in der zur Oberfläche senkrechten Richtung ausgeübte Druck ist der Größe des gedrückten Flächenstückes proportional. Wenn also im folgenden von dem Druck, unter welchem eine Flüssigkeit steht, ohne besondere Angabe der Größe des gedrückten Flächenstückes, die Rede ist, so ist immer der Druck auf die Flächeneinheit (1 qcm) zu verstehen.

Denkt man sich durch das Innere der in dem Gefäß enthaltenen Flüssigkeit eine beliebige Ebene gelegt, so ist klar, daß die diesseits und jenseits dieser Ebene befindlichen Flüssigkeitsteile auf einander gegenseitig einen gleichen Druck ausüben, wie auf ein gleich großes Stück der Gefäßwand.

Fig. 67.

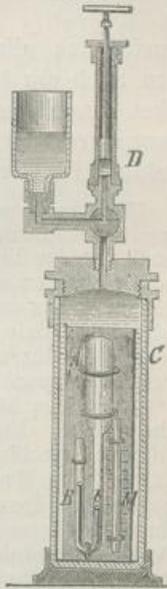


Eine praktische Anwendung der Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten bildet die hydraulische Presse (Bramah, 1797, Fig. 67). Zwei ungleich weite Cylinder *A* und *B* sind durch ein Rohr *E* mit einander verbunden, mit Wasser gefüllt und durch die Stempel *a* und *b* verschlossen. Wird auf den Stempel *a* im engeren Cylinder mittelst des einarmigen Hebels *CD* (§ 49), dessen Stützpunkt *C* ist, ein Druck ausgeübt, so pflanzt sich derselbe durch das Rohr *E* auf die im weiteren Cylinder *B* enthaltene Flüssigkeit fort, und die untere Fläche des Kolbens *b* erfährt einen Druck, welcher zu dem auf *a* ausgeübten Druck in demselben Verhältnis steht, wie die Querschnitte beider Stempel oder wie die Quadrate ihrer Durchmesser; durch ein bei *o* angebrachtes Ventil (vergl. § 96), welches sich nach innen öffnet, kann beim Heben des Stempels *a* Wasser aus dem äußeren Gefäß in den Cylinder *A* eintreten, welches dann beim Herabdrücken des Stempels *a* in den zweiten Cylinder geprefst und beim abermaligen Heben des Stempels durch ein zweites Ventil *w* am Rücktritt gehindert wird. Um einem Zersprengen des Apparats durch zu starken Druck vorzubeugen, ist ferner ein Sicherheitsventil *s* angebracht, welches sich öffnet und dem Wasser den Ausweg gestattet, sobald der Druck die mit der Sicherheit des Apparats verträgliche Grenze überschreitet. — Anwendung der

hydraulischen Presse in Ölfabriken, bei der Zurichtung des Tuches, zur Prüfung der Dampfkessel, Wasserleitungsröhren, u. s. w.

§ 71. Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten. Wird eine Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefäß einem Druck ausgesetzt, so erleidet sie dabei eine Volumenverminderung und kehrt nach dem Aufhören des Druckes genau zu ihrem ursprünglichen Volumen zurück. Die Flüssigkeiten besitzen also in vollkommenem Grade diejenige Art der Elasticität, welche man, zum Unterschiede von der Formelasticität fester Körper, die Volumenelasticität nennt. Die Zusammendrückbarkeit flüssiger Körper ist so gering, daß dieselben lange Zeit hindurch für nicht zusammendrückbar gehalten wurden. Es gelingt jedoch leicht, dieselbe nachzuweisen und zu messen mittelst des von Örsted angegebenen Piezometers (Fig. 68). Die zu komprimierende Flüssigkeit befindet sich in einem cylindrischen Glasgefäß *A*, an welches ein enges, gebogenes Glasrohr *B* angeschmolzen ist. Der untere Teil des letzteren ist bis *b* mit Quecksilber gefüllt, durch welches die in *A* enthaltene Flüssigkeit abgesperrt wird. Das Gefäß ist auf einem rechteckigen Streifen von Metallblech befestigt und von einem weiteren, mit Wasser gefüllten Glaszylinder *C* umgeben, der oben und unten mit Messingfassungen versehen und stark genug ist, um einem beträchtlichen Druck Widerstand zu leisten. Mittelst der auf dem Cylinder angebrachten kleinen Druckpumpe *D* kann auf das in demselben befindliche Wasser ein Druck ausgeübt werden, welcher sich durch das in dem Rohre *B* enthaltene Quecksilber auf die Flüssigkeit im Innern des Gefäßes *A* fortpflanzt. Da demnach die Wände dieses Gefäßes einem von innen und außen genau gleichen Druck ausgesetzt sind, so wird nicht nur ein Zersprengen, sondern auch eine Erweiterung desselben durch den von innen ausgeübten Druck vermieden. Das Ansteigen des Quecksilbers, welches man bei *b* beobachtet, gestattet also, den Grad der Zusammendrückung der Flüssigkeit zu messen. Zu diesem Zweck ist das Blech, auf welchem die Röhre *B* befestigt ist, mit einer Skala versehen und das Verhältnis des Volumens der Röhre zu dem des Gefäßes *A* durch einen besonderen Versuch bestimmt worden. Um die Größe des ausgeübten Druckes zu messen, dient das Manometer *M*, welches aus einem cylindrischen, oben geschlossenen, unten offenen und mit Luft gefüllten Glasrohr besteht (§ 93). Die Luft wird durch den Druck komprimiert, und ihr Volumen ist nach dem Gesetz von Mariotte (siehe unten § 92) dem Druck umgekehrt proportional. Ist also die Luft auf $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ihres ursprünglichen Rauminhalts zusammengedrückt, so beträgt der ausgeübte Druck 2, 3, 4, ... Atmosphären oder 2, 3, 4, ... Kilogramm auf 1 qcm (s. § 90). Nach den Versuchen von Regnault und Grassi (1847) wird durch den Druck einer Atmosphäre Wasser um 50, Weingeist um etwa 80, Quecksilber nur um 3 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt. Nach Untersuchungen von Amagat (1877) steigt bei den meisten Flüssigkeiten (das Wasser bildet eine Ausnahme) die Zusammendrückbarkeit mit der Temperatur; für Äther z. B. ist sie bei 13° nur 167, bei 99° dagegen 555 Milliontel des Volumens.

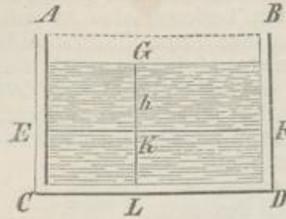
Fig. 68.



§ 72. Gleichgewicht der Flüssigkeiten unter Einfluß der Schwere, Bodendruck und Seitendruck. Eine tropfbare Flüssigkeit kann, wie oben (§ 69) gezeigt, unter Einfluß der Schwerkraft in einem offenen Gefäß nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche eine horizontale Ebene bildet. Ist die Flüssigkeit in einem cylindrischen oder prismatischen Gefäß *ABCD* (Fig. 69) mit horizontalem Boden und senkrechten Wänden enthalten, so wird der Boden *CD* von dem ganzen Gewicht der in dem Gefäß enthaltenen Flüssigkeitsmasse gedrückt. Bezeichnet *q* die Größe der gedrückten Grundfläche, *h* die Druckhöhe, d. h. die vertikale Höhe der Oberfläche oder des Niveaus der Flüssigkeit über

dem gedrückten Flächenstück, so ist $q \cdot h$ das Volumen der Flüssigkeitsmasse. Bezeichnet ferner s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit (§ 13), d. h. das Gewicht eines Kubikcentimeters der Flüssigkeit, so giebt $P = q \cdot h \cdot s$ das Gewicht der ganzen Flüssigkeitsmasse oder den Bodendruck an,

Fig. 69.



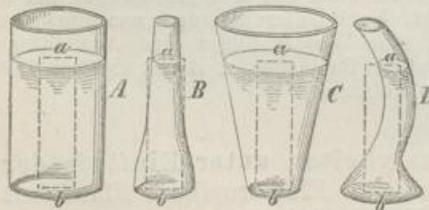
welchen die ganze Grundfläche q erleidet. Denkt man sich ferner die Flüssigkeitsmasse durch Horizontalebene in beliebig viele parallele Schichten zerlegt, so wird jede Schicht durch das Gewicht der darüber befindlichen Schichten gedrückt. Der Druck, welchen eine Schicht EF erleidet, nimmt also mit der Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel zu und ist der Druckhöhe GK proportional. Da sich ferner der Flüssigkeitsdruck nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fortpflanzt (§ 70), so wird auch ein bei E befindliches Flächenelement der Seitenwand des Gefäßes einen der Druckhöhe GK proportionalen Druck erleiden, welcher ebenso groß ist, wie der Druck auf ein gleich großes Element der horizontalen Flüssigkeitsschicht EF .

Um den Druck auf die ganze Seitenwand des Gefäßes, oder auf ein Stück derselben von endlicher Ausdehnung zu erhalten, muß man sich dieselbe, da der Druck mit der Tiefe unter dem Niveau stetig zunimmt, in unendlich schmale horizontale Streifen zerlegt denken und den Druck, welchen alle einzelnen Streifen erleiden, summieren. Durch Zusammensetzung dieser parallelen Druckkräfte (§ 51) findet man, daß der Druck auf die ganze vertikale Seitenwand durch den Ausdruck qhs dargestellt wird, wenn q die gedrückte Oberfläche, h die Entfernung ihres Schwerpunktes vom Niveau der Flüssigkeit bezeichnet.

In großen Meerestiefen erreicht der hydraulische Druck eine außerordentliche Größe. Eine 10 m hohe Wassersäule übt nämlich (abgesehen von dem etwas größeren spezifischen Gewicht des Meerwassers) einen Druck von 1 kg, eine 1000 m hohe Wassersäule einen Druck von 101 kg auf jedes Quadratcentimeter des Meeresbodens aus. Die größten Meerestiefen erreichen aber mehr als das Zehnfache dieses Wertes. Im südatlantischen Ozean zwischen der Insel Tristan d'Acunha und der Mündung des Rio de la Plata ist eine Meerestiefe von 14081 m gemessen worden.

§ 73. Bodendruck und Seitendruck in beliebig gestalteten Gefäßen; Auftrieb. Aus der allseitigen und gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten folgt, daß alle Teile derselben Horizontalschicht der in einem beliebig gestalteten Gefäß enthaltenen Flüssigkeit gleichen Druck erleiden müssen.

Fig. 70.



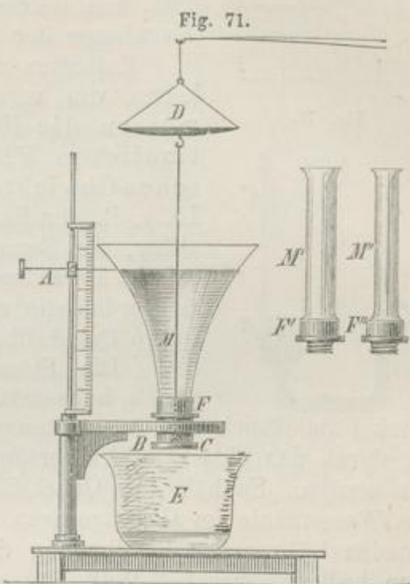
Es folgt daraus ferner, daß der Druck, welchen der horizontale Boden eines Gefäßes erfährt, davon unabhängig ist, ob das Gefäß zylindrisch ist, oder nach oben sich verengt oder erweitert. In den Gefäßen A, B, C (Fig. 70) wird bei gleicher Druckhöhe das gleiche Bodenstück b jedesmal von dem Gewicht derselben Flüssigkeitssäule ab gedrückt. Der Druck pflanzt sich also auch auf alle übrigen Teile des Bodens mit gleicher Stärke fort, und selbst der Boden eines wie D gekrümmten Gefäßes würde, infolge der Fortpflanzung des Druckes, von Schicht zu Schicht mit gleicher Kraft gedrückt werden. In jedem Fall ist der Druck auf einen beliebigen Teil des Bodens, oder auf ein Flächenelement der Gefäßwand gleich dem Gewicht

ein
Fläein
weg
Wag
die
gepr
über
vers
best
dass
zuth
der
häng
ein
den
der
ihr
fäfs
sola
wird
rizon
preß
ein
der
flächweit
dich
lang
Flüs
eine
halte
die
Subs
Zust
Druc
wird
stan
Bestoben
von
gleich
Vers
Rang
Glas
Fad
schl
Läfs
hera
richt
oben
so la
des
gena
platt
ist o
Seite

(Fig.

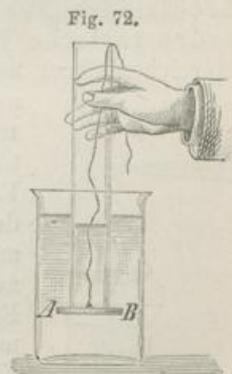
einer cylindrischen Flüssigkeitssäule, welche das gedrückte Flächenstück zur Grundfläche und die Druckhöhe zur Höhe hat.

Apparat von Pascal. (Fig. 71.) Ein gläsernes Gefäß M ist unten mit einer metallenen, gut abgeschliffenen Fassung F versehen; an diese paßt als beweglicher Boden eine ebene Metallscheibe BC , welche an dem einen Arm D einer Wage aufgehängt und im Gleichgewicht gehalten ist. Wird jetzt durch ein auf die andere Wagschale gelegtes Gewicht Q die Bodenplatte BC an die Fassung geprefst, so kann man (mit Vorsicht) Wasser bis zu einer bestimmten Höhe h über dem Boden, welche durch einen verstellbaren Zeiger A an einer Skala bestimmt werden kann, eingießen, ehe dasselbe ausfließt. Um nunmehr darzuthun, daß der Bodendruck nur von der Höhe h der Flüssigkeitssäule abhängt, ersetzt man das Gefäß M durch ein anderes, M' oder M'' , von verschiedener Form. Die Höhe h , bei welcher der Ausfluß beginnt, bleibt, obschon die ihr entsprechende Wassermenge im Gefäß eine ganz verschiedene ist, dieselbe, solange das Gewicht F nicht geändert wird. Wird die Bodenfläche genau horizontal und central an die Fassung geprefst, so kommt das Gewicht Q überein mit dem eines Wassercylinders von der Höhe h und der benetzten Bodenfläche als Grundfläche.



Bringt man eine Flüssigkeit in ein weites, cylindrisches Gefäß, auf dessen dicht schließendem Deckel eine enge, lange Röhre befestigt ist, die ebenfalls mit Flüssigkeit gefüllt wird, so kann man mit einer kleinen, in der engen Röhre enthaltenen Flüssigkeitsmenge einen beträchtlichen Druck erzeugen. Darauf beruht die Wirkung der Realschen Extraktresse, bei welcher die zu extrahierende Substanz in fein gepulvertem und mit der Extraktionsflüssigkeit durchfeuchtetem Zustande zwischen zwei siebartig durchlöchernte Platten gebracht und dann dem Druck der in dem langen, engen Rohr enthaltenen Flüssigkeitssäule ausgesetzt wird. Indem die Flüssigkeit so unter starkem Druck durch die gepulverte Substanz hindurchfiltriert, wird eine möglichst vollständige Extraktion der löslichen Bestandteile bewirkt.

Daß sich der Druck einer Flüssigkeit nicht nur von oben nach unten und in seitlicher Richtung, sondern auch von unten nach oben, als sogenannter Auftrieb, mit gleicher Stärke fortpflanzt, läßt sich leicht durch folgenden Versuch veranschaulichen. Gegen den eben abgeschliffenen Rand eines weiten Glaszylinders (Fig. 72) wird die ebene Glasplatte AB mittelst eines durch den Cylinder gehenden Fadens angedrückt und dann das durch die Platte verschlossene Ende des Cylinders unter das Wasser getaucht. Läßt man nun den Faden los, so fällt die Glasplatte nicht herab, sondern wird durch den von unten nach oben gerichteten Wasserdruck festgehalten. Gießt man jetzt von oben vorsichtig Wasser in den Cylinder, so bleibt die Platte so lange haften, bis das Niveau des Wassers im Innern des Cylinders beinahe ebenso hoch steht wie außen, oder genauer, bis der Unterschied des Druckes, welchen die Glasplatte AB von unten und von oben erleidet, dem Gewicht der Platte gleichkommt. Ist die Druckhöhe innen und außen gleich, so erleidet die Platte von beiden Seiten gleichen Druck und sinkt durch ihr Gewicht zu Boden.



§ 74. Kommunizierende Röhren. Sind zwei Gefäße A und B (Fig. 73) unten durch eine Querröhre verbunden und mit derselben Flüssig-

keit gefüllt, so kann diese nur im Gleichgewicht sein, wenn das Niveau in beiden Gefäßen gleich hoch steht, mögen übrigens beide Gefäße gleiche

Fig. 73.

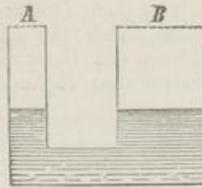
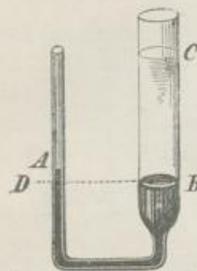


Fig. 74.

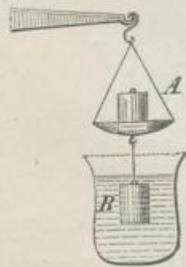


oder ungleiche Weite haben, da offenbar nur unter dieser Bedingung die in der Verbindungsrohre enthaltenen Flüssigkeitsteilchen von beiden Seiten her gleichem Druck ausgesetzt sind. Bei ungleichem Niveau würden dieselben nach derjenigen Seite strömen, von welcher sie den geringeren Druck erleiden (Kanalwage der Feldmesser).

Enthalten zwei kommunizierende Röhren Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht, so müssen die Höhen der im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitssäulen ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sein. Ist z. B. der Raum von *A* bis *B* (Fig. 74) mit Quecksilber, der Raum *BC* mit einer leichteren Flüssigkeit erfüllt, deren specifisches Gewicht μ mal geringer ist, so werden die unter der Horizontalebene *DB* befindlichen Quecksilberteile einander im Gleichgewicht halten. Die Flüssigkeitssäule *BC* würde durch eine gleich hohe Säule derselben Flüssigkeit im anderen Schenkel im Gleichgewicht erhalten werden. Der Druck dieser Säule kann aber durch den einer Quecksilbersäule *AD* von μ mal geringerer Höhe ersetzt werden. So hält eine Quecksilbersäule von 1 cm Höhe eine 13,6 cm hohe Wassersäule im Gleichgewicht. Man kann sich daher der kommunizierenden Röhren zur Bestimmung des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten bedienen (vergl. § 200).

§ 75. Gleichgewicht untergetauchter Körper. Archimedisches Prinzip. 1. Ein vollständig von Flüssigkeit umgebener Körper verliert durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit so viel von seinem Gewicht, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge beträgt. Zur Bestätigung dieses von Archimedes (220 v. Chr.) entdeckten Satzes durch den Versuch dient die hydrostatische Wage, d. h. eine Wage, deren eine Schale *A* (Fig. 75) hinreichend hoch aufgehängt ist, um ein Gefäß mit Wasser oder mit einer anderen Flüssigkeit darunter stellen zu können, und unten mit einem Haken versehen ist, an welchem man mittelst eines feinen Fadens oder Drahtes den unter der Flüssigkeit zu wägenden Körper aufhängen kann. Unter der Schale *A* hängt man einen Würfel oder Cylinder aus Metall, oder irgend einer anderen geeigneten Substanz auf, welche dichter ist, als die zum Versuche dienende Flüssigkeit, z. B. als Wasser. Auf dieselbe Schale *A* stellt man einen Hohlwürfel oder Hohlzylinder, welchen jener Körper genau ausfüllt, und bringt die Wage, während der Körper *B* in der Luft schwebt, durch Gewichte, welche auf die andere Wagschale gelegt werden, ins Gleichgewicht. Diese Wagschale sinkt, wenn der Körper *B* in die Flüssigkeit getaucht wird, so daß er ganz von derselben umgeben ist, das Gleichgewicht wird aber wieder hergestellt, wenn das auf der Schale *A* stehende Gefäß

Fig. 75.



hinreichend hoch aufgehängt ist, um ein Gefäß mit Wasser oder mit einer anderen Flüssigkeit darunter stellen zu können, und unten mit einem Haken versehen ist, an welchem man mittelst eines feinen Fadens oder Drahtes den unter der Flüssigkeit zu wägenden Körper aufhängen kann. Unter der Schale *A* hängt man einen Würfel oder Cylinder aus Metall, oder irgend einer anderen geeigneten Substanz auf, welche dichter ist, als die zum Versuche dienende Flüssigkeit, z. B. als Wasser. Auf dieselbe Schale *A* stellt man einen Hohlwürfel oder Hohlzylinder, welchen jener Körper genau ausfüllt, und bringt die Wage, während der Körper *B* in der Luft schwebt, durch Gewichte, welche auf die andere Wagschale gelegt werden, ins Gleichgewicht. Diese Wagschale sinkt, wenn der Körper *B* in die Flüssigkeit getaucht wird, so daß er ganz von derselben umgeben ist, das Gleichgewicht wird aber wieder hergestellt, wenn das auf der Schale *A* stehende Gefäß

bis zum Rand mit derselben Flüssigkeit gefüllt wird. Es wird also der Gewichtsverlust des in die Flüssigkeit getauchten Körpers durch das Gewicht eines gleichen Flüssigkeitsvolumens genau ersetzt.

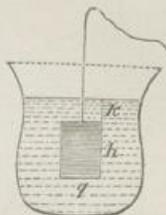
Denkt man sich einen prismatischen Körper mit horizontalen Grundflächen (Fig. 76) unter eine Flüssigkeit getaucht, so werden die Druckkräfte, welche seine Seitenflächen von der umgebenden Flüssigkeit erleiden, einander gegenseitig aufheben, dagegen ist der Druck auf die obere und untere Grundfläche verschieden.

Ist nämlich die Grundfläche q , die Höhe des Prismas h , die Entfernung der oberen Grundfläche vom Flüssigkeitsspiegel k , so erleidet die obere Grundfläche einen von oben nach unten gerichteten Druck qks (§ 72), die untere Grundfläche hingegen einen Auftrieb $q \cdot (k + h) \cdot s$. Die Differenz beider Kräfte $q \cdot h \cdot s$ stellt genau das Gewicht einer dem Prisma an Volumen gleichen Flüssigkeitsmasse dar. Um so viel erscheint also das Gewicht des Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit vermindert. — Wird ferner ein ganz beliebig gestalteter Körper unter eine Flüssigkeit getaucht, so kann man sich denselben zunächst durch eine gleichgestaltete Flüssigkeitsmasse ersetzt denken. Diese wird durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit gerade schwebend erhalten.

Denkt man sich nun diese Flüssigkeitsmasse starr werdend, oder durch eine andere Substanz von gleichem spezifischen Gewicht ersetzt, so wird dadurch der Druck der umgebenden Flüssigkeitsteile nicht geändert. Es wird also jederzeit ein Teil des Gewichts des untergetauchten Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich ist.

Wie innerhalb des Gefäßes, in welches der Körper eingetaucht wird, das Flüssigkeitsniveau genau so hoch steigt, als die Menge der verdrängten Flüssigkeit erfordert, so vermehrt sich auch, wie vermittelt der Wage gezeigt werden kann, das Gewicht des Gefäßes um ebensoviel, wie das Gewicht des eingetauchten Körpers vermindert wird.

Fig. 76.



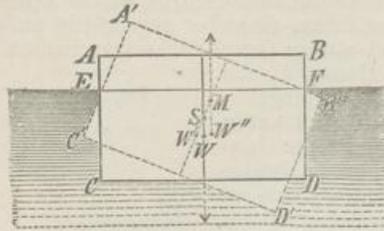
§ 76. 2. Aus den Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen folgt, daß ein Körper, dessen Dichtigkeit derjenigen der umgebenden Flüssigkeit genau gleich ist, in derselben schweben, ein Körper von größerer Dichtigkeit, wenn er nicht unterstützt ist, untersinken, ein Körper von geringerer Dichtigkeit dagegen durch den überwiegenden Auftrieb emporsteigen muß (Cartesianischer Taucher). Körper, welche leichter als die Flüssigkeit sind, in welche sie getaucht werden, schwimmen daher an der Oberfläche der Flüssigkeit, und zwar taucht ein schwimmender Körper so tief ein, daß das Gewicht des von dem untergetauchten Teil des Körpers verdrängten Flüssigkeitsvolumens gleich dem ganzen Gewicht des Körpers ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes läßt sich wie oben erweisen, indem man sich an die Stelle des schwimmenden Körpers die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmasse gesetzt denkt, welche von dem Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wird. Um den Satz durch den Versuch zu bestätigen, kann man den Körper vorsichtig in ein vorher bis zum Rand mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß tauchen. Der Rand muß so gestaltet sein, daß die überfließende Flüssigkeit gesammelt werden kann, ohne daß ein Teil derselben an der äußeren Gefäßwand haften bleibt. Das Gewicht der überfließenden Flüssigkeitsmenge ist dann gleich dem Gewicht des Körpers.

Zum Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers ist außer der angegebenen Bedingung noch erforderlich (Stevinus, † 1620), daß der Schwerpunkt des Körpers mit dem Schwerpunkt des verdrängten Flüssigkeitsvolumens auf einer Vertikallinie liege. Der letztere nämlich kann als der Angriffspunkt der Resultierenden der auf die Oberfläche des Körpers wirkenden Druckkräfte angesehen werden. — Das Gleichgewicht ist stets stabil, wenn der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als der der verdrängten Flüssigkeitsmasse. Im entgegengesetzten Fall aber ist das Gleichgewicht nicht notwendig labil. Es sei

z. B. S der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers $ABCD$. Derselbe liegt vertikal über dem Schwerpunkt W der verdrängten Wassermasse. Wird der Körper um einen kleinen Winkel gedreht, so daß er in die Lage $A'B'C'D'$ übergeht, so ist der Schwerpunkt des verdrängten Wasservolumens nicht mehr W' , sondern W'' . Da nun das Gewicht des Körpers in S vertikal abwärts, die Resultierende des Wasserdrucks in W'' vertikal aufwärts wirkend gedacht werden kann, so wird das von beiden Kräften gebildete Kräftepaar (§ 50) den Körper in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzudrehen streben; sein Gleichgewicht ist also ein stabiles. Der Punkt M , in welchem die durch W'' gezogene Vertikale die Linie $W'S$ oder ihre Verlängerung durchschneidet, heißt das Metacentrum des schwimmenden Körpers.

Fig. 77.

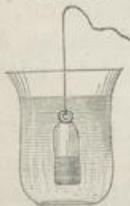


Das Gleichgewicht ist, wie leicht ersichtlich, stabil oder labil, je nachdem das Metacentrum M höher oder tiefer liegt, als der Schwerpunkt S . Die Untersuchungen über die Stabilität des Gleichgewichts schwimmender Körper sind von großer Wichtigkeit für den Schiffsbau u. s. w.

§ 77. Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper. Zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper können verschiedene Methoden angewendet werden, nämlich:

1. Die direkte Abwägung gleicher Volumina verschiedener Flüssigkeiten in demselben Gefäß (§ 13).
2. Die Bestimmung mit Hilfe des Satzes über die kommunizierenden Röhren (§§ 74, 200).
3. Nach dem Archimedischen Prinzip mittelst des Gewichtsverlustes, welchen derselbe Körper, in verschiedene Flüssigkeiten getaucht, erleidet. Wägt man einen Körper, z. B. einen Hohlkörper aus Glas (Fig. 78), der durch hineingebrachte Schrotkörner hinreichend beschwert und dann zugeschmolzen worden ist, an einem feinen Draht aufgehängt, zuerst in Luft, dann unter Wasser, so giebt der Gewichtsverlust das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Bestimmt man dann den Gewichtsverlust desselben Körpers in verschiedenen anderen Flüssigkeiten, so stehen diese Gewichtsverluste im direkten Verhältnis der specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten. Man hat dieselben also nur durch den Gewichtsverlust im Wasser zu dividieren, um die specifischen Gewichte zu erhalten. Um die Division zu erleichtern, kann das Volumen des Körpers z. B. gerade so groß gewählt werden, daß sein Gewichtsverlust in Wasser (bei 4° C., § 201), genau 100 g beträgt.

Fig. 78.



Der in den verschiedenen Flüssigkeiten abzuwägende Körper muß natürlich schwer genug sein, um in den dichtesten der zu untersuchenden Flüssigkeiten noch unterzusinken. — Bei jeder genauen Bestimmung des specifischen Gewichts ist auf die Temperatur Rücksicht zu nehmen, da die Wärme auf die Dichtigkeit aller Körper einen mehr oder minder beträchtlichen Einfluß ausübt. — Eine besonders zur schnellen und bequemen Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper geeignete Einrichtung der hydrostatischen Wage ist von Mohr angegeben worden. (§ 54).

§ 78. Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper. Das specifische Gewicht eines festen Körpers wird mit Hilfe der hydrostatischen Wage (§ 75) bestimmt. Man wägt den Körper zuerst in Luft

ab und läßt ihn dann in Wasser tauchen, so geben die Gewichte, welche man auf die kürzere Schale legen muß, um das Gleichgewicht wiederherzustellen, das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Man hat also nur mit diesem in das absolute Gewicht des Körpers zu dividieren, um sein specifisches Gewicht zu finden.

Wiegt z. B. eine Silbermünze in Luft 18,5 g, und beträgt der Gewichtsverlust im Wasser 1,8 g, so ist das specifische Gewicht $\frac{18,5}{1,8} = 10,28$.

Um das specifische Gewicht eines Körpers zu bestimmen, welcher leichter ist als Wasser, verbindet man denselben mit einem schwereren Körper, z. B. einem Stück Blei, dessen absolutes Gewicht und Gewichtsverlust im Wasser vorher durch einen besonderen Versuch bestimmt ist. — Das specifische Gewicht von Körpern, welche im Wasser auflöslich sind, bestimmt man durch Abwägung unter einer anderen Flüssigkeit, z. B. Öl, deren specifisches Gewicht in Beziehung auf Wasser bereits bekannt ist.

Poröse Körper, wie Holz, zeigen ein kleineres specifisches Gewicht, wenn ihre Poren mit Luft gefüllt sind, als nachdem die Luft durch Auskochen in Wasser aus denselben entfernt worden ist. Aus demselben Grunde erscheint das specifische Gewicht mancher Mineralien u. s. w. in fein gepulvertem Zustande größer als in festen Stücken.

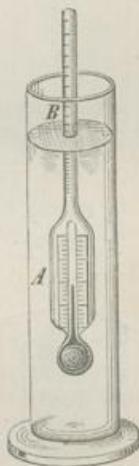
Siehe die Tabelle der specifischen Gewichte in § 14.

§ 79. Aräometer. Der Gebrauch der Aräometer (*ἀραιός*, dünn) oder Senkwagen beruht auf dem zweiten Teil des Archimedischen Prinzips (§ 76), der sich auf schwimmende Körper bezieht. Man unterscheidet Skalenaräometer und Gewichtsaräometer.

1. Die Skalenaräometer dienen zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper oder ihres Prozentgehalts an gelösten Stoffen. Dieselben bestehen aus einem in der Regel cylindrischen Hohlkörper von Glas *A* (Fig. 79), an welchem oben eine engere Glasröhre *B*, die Spindel des Aräometers, angeschmolzen ist. In der letzteren ist eine gewöhnlich auf Papier geteilte Skala eingeschlossen, welche je nach dem praktischen Zweck des Aräometers eine verschiedene Einteilung zeigt. Das untere Ende des Aräometers ist hinreichend beschwert, damit das Instrument in vertikaler Lage in stabilem Gleichgewicht schwimme. Man bewirkt dies zweckmäßig durch die mit Quecksilber gefüllte Kugel eines kleinen Thermometers, dessen Röhre und Skala im Innern des Aräometerkörpers angebracht ist, um gleichzeitig mit dem specifischen Gewicht die Temperatur der Flüssigkeit abzulesen.

Das Aräometer taucht in einer Flüssigkeit um so tiefer ein, je kleiner ihr specifisches Gewicht ist. Ist die cylindrische Spindel des Aräometers in gleiche Teile geteilt (Volumeter von Gay-Lussac), und beträgt das Volumen des Aräometerkörpers bis zu dem mit 0 bezeichneten Anfangspunkt der Skala *v* solcher Teile, so ist aus der Tiefe des Eintauchens in zwei verschiedenen Flüssigkeiten das Verhältnis ihrer specifischen Gewichte leicht zu ermitteln. Taucht nämlich das Aräometer in der ersten Flüssigkeit bis zum Skalenteil *x*, in der zweiten bis zum Skalenteil *y* ein, so wiegen $v + x$ Raumteile der ersteren ebensoviel wie $v + y$

Fig. 79.



Raumteile der letzteren. Die specifischen Gewichte stehen also im Verhältnis von $(v + y) : (v + x)$.

Sollen die specifischen Gewichte unmittelbar an der Spindel abgelesen werden, so müssen die gleichen Unterschieden des specifischen Gewichts entsprechenden Skalenteile von unten nach oben an GröÙe zunehmen. (Es ist leicht anzugeben, nach welchem Gesetz?)

Die Skalenaräometer werden vorzugsweise zu technischen Zwecken, zur Bestimmung des Prozentgehalts von Flüssigkeiten an gelösten Stoffen gebraucht, z. B. als Alkoholometer oder Spirituswagen, als Alkalimeter zur Bestimmung des Prozentgehalts alkalischer Laugen, als Milchprober, u. s. w. Die Graduierung der Skala giebt dann unmittelbar den Prozentgehalt der Flüssigkeit an Weingeist (bei dem in Preußen gebräuchlichen Alkoholometer von Tralles in Volumenprozenten), an Alkali, u. s. w. an. Die Angaben des Aräometers müssen jedoch, da das specifische Gewicht sich mit der Temperatur ändert (§ 200), auf eine bestimmte Normaltemperatur, z. B. $12\frac{1}{2}^{\circ}$ R., reduziert werden. Bei Alkoholometern liegt der Nullpunkt, bis zu welchem das Instrument in reinem Wasser eintaucht, am unteren Ende der Spindel, bei Aräometern für Flüssigkeiten, welche dichter sind als Wasser, wie Laugen, am oberen Ende.

§ 80. 2. Das Gewichtsaräometer hat anstelle der Spindel einen dünnen Hals, dessen oberes Ende ein flaches Schälchen *A* (Fig. 80) trägt,

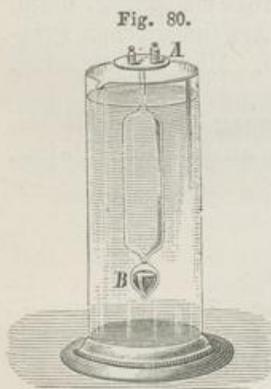


Fig. 80.

welches zur Aufnahme von Gewichten dient. Dasselbe wird jedesmal so weit belastet, daß es bis zu einer am Halse angebrachten Marke einsinkt. Das verdrängte Flüssigkeitsvolumen ist dann stets gleich groß, und das Gewicht desselben ist gleich dem des Aräometers, einschließlich der Belastung. Es sei das ein für allemal durch Wägung ermittelte Gewicht des Aräometers p , die zum Einsinken des Aräometers bis zur Marke in zwei verschiedenen Flüssigkeiten erforderlichen Belastungen seien x und y , so stehen die Gewichte gleicher Volumina, oder die Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten im Verhältnis von $(p + x) : (p + y)$.

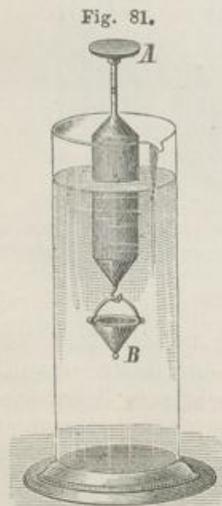


Fig. 81.

Das Gewichtsaräometer von Nicholson (Fig. 81), welches zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper dient, besitzt außer dem oberen Schälchen *A* noch ein zweites bei *B* zum Abwägen der Körper unter Wasser. Es wird zunächst die Belastung p ermittelt, durch welche das Aräometer in destilliertem Wasser bis zur Marke einsinkt. Darauf legt man den Körper, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll (und dessen absolutes Gewicht nicht größer als p sein darf), auf das obere Schälchen *A* und legt so viele Gewichte hinzu, daß das Aräometer wieder bis zur Marke einsinkt. Sind dazu q Gewichtseinheiten erforderlich, so ist das Gewicht des Körpers $p - q$. Legt man jetzt denselben Körper auf die Schale *B*, oder befestigt man ihn an *B*, so muß wegen des Gewichtsverlustes im Wasser zu den q Gewichtseinheiten bei *A* noch eine neue Gewichtsmenge r hinzugefügt

werden, welche das Gewicht des gleichen Wasservolumens angiebt. Das spezifische Gewicht des Körpers ist dann $\frac{p-q}{r}$.

Die Gewichtsaráometer sind um so empfindlicher, je dünner der Hals, an welchem die Marke angebracht ist. Übrigens übt die Kapillarität (s. das folgende Kapitel) einen merklichen Einfluss auf die Angaben der Áráometer aus.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern. Kapillaritätserscheinungen.

§ 81. Kohäsion und Adhäsion der Flüssigkeiten. Benetzung, Tropfenbildung. Die im vorigen Kapitel besprochenen Gesetze des Gleichgewichts der Flüssigkeiten unter Einfluss der Schwerkraft erleiden wesentliche Änderungen durch die Wirkungen der Kohäsion der Flüssigkeitsteile unter sich und ihrer Adhäsion zu den Gefäßwänden.

Taucht man einen reinen Glasstab in Wasser, so bleibt beim Herausziehen desselben eine dünne Wasserschicht durch Adhäsion an der Oberfläche des Glases haften, oder das Glas wird vom Wasser benetzt. Dagegen wird Glas von Quecksilber, oder eine fettige Glasfläche von Wasser nicht benetzt. Im ersten Fall ist die Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen zum festen Körper größer als die Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen unter sich, im letzteren Fall findet das Umgekehrte statt.

Zwei eben geschliffene Metallplatten, Musschenbroeks Adhäsionsplatten, haften im trockenen Zustand mit schwacher Adhäsion an einander. Die Adhäsion wird durch eine zwischen beide gebrachte dünne Ölschicht bedeutend verstärkt. Nach dem Auseinanderreißen erscheinen beide Platten von Öl benetzt, — es ist also bei der Trennung der Platten die Kohäsion des Öles überwunden worden, nicht aber die Adhäsion des Öles zum Metall.

Weingeist zeigt größere Adhäsion zum Glase als Wasser. Die auf einer benetzten Glasfläche haftende Wasserschicht wird durch einen darauf gebrachten Weingeisttropfen verdrängt. — Auch bei der Berührung zweier Flüssigkeiten zeigt sich der Einfluss des verschiedenen Verhältnisses der Kohäsion und Adhäsion. Olivenöl, in geringer Menge auf Wasser gebracht, bildet rundliche Tropfen. Terpentinöl dagegen breitet sich zu einer sehr dünnen Schicht auf der Wasseroberfläche aus. Von einer ähnlichen Erscheinung der Ausbreitung rühren die eigentümlichen Bewegungen her, welche auf Wasser geworfene kleine Kampferstückchen zeigen. Gießt man vorsichtig auf Wasser eine Schicht Alkohol, so kann man leicht zwischen beiden Flüssigkeiten, mittelst einer Pipette (§ 101), einen größeren Tropfen von Olivenöl, das leichter als Wasser und schwerer als Alkohol ist (§ 14), zum Schweben bringen.

Die Kohäsion der Flüssigkeiten zeigt sich in der Tropfenbildung, von welcher dieselben den Namen der tropfbaren Flüssigkeiten erhalten haben. Eine frei fallende oder der Wirkung der Schwere entzogene Flüssigkeitsmasse rundet sich durch die Kohäsion ihrer Teile zu einem kugelförmigen Tropfen ab. Sehr kleine Quecksilbertröpfchen, auf einer horizontalen Glasplatte ruhend, sind nahezu kugelförmig; größere Tropfen erscheinen durch die Wirkung der Schwere abgeplattet.

Um die Gesetze der Tropfenbildung näher zu untersuchen, brachte Plateau (1843) eine Ölmasse in ein Gemenge von Wasser und Alkohol von gleichem spezifischen Gewicht, in welchem dieselbe frei schwebend durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wurde. In Berührung mit festen Körpern (hineingesteckten Drähten von verschiedener Gestalt) kann die Oberfläche der Ölmasse mannigfaltige, aber durch bestimmte Gesetze geregelte Formen annehmen. — Die tierische Milch und künstliche Emulsionen sind wässerige Flüssigkeiten, in welchen außerordentlich kleine und zahlreiche Fetttröpfchen in fein verteiltem Zustande schweben. — Zähre Flüssigkeiten, wie Seifenwasser, lassen sich zu dünnen Haut-

chen aufblasen. Die Formen, welche solche flüssigen Membranen für sich, oder in Berührung mit festen Körpern anzunehmen fähig sind, stimmen mit denen der Oberfläche von Flüssigkeitstropfen überein. Die Oberfläche ist bei gegebenem Rauminhalt oder gegebener Begrenzungslinie ein Minimum. — Die bunten Farben der Seifenblasen, welche durch die geringe Dicke des Häutchens bedingt werden finden ihre Erklärung in der Theorie des Lichts (§ 180).

§ 82. Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche. Hebung und Senkung der Flüssigkeiten in Kapillarröhren. Die horizontale, ebene Oberfläche einer Flüssigkeit erleidet an ihren Rändern eine Veränderung durch den Einfluß der Wände des Gefäßes.

Fig. 82.

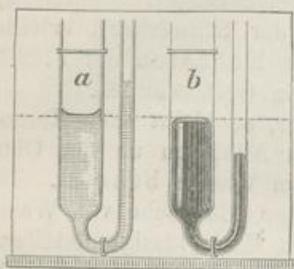
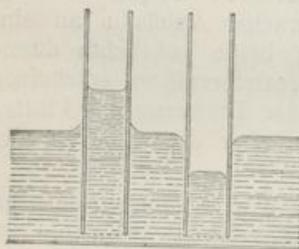


Fig. 83.

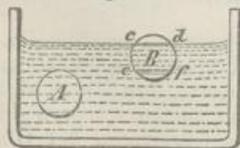


Die Oberfläche einer benetzenden Flüssigkeit (§ 81), z. B. des Wassers in einem reinen Glasgefäß (Fig. 82a), erscheint am Rande konkav, indem sich dieselbe durch die überwiegende Adhäsion an der Gefäßwand aufwärts krümmt. Der Rand einer nicht benetzenden Flüssigkeit hingegen, z. B. des Quecksilbers in einem Glasgefäß, erscheint durch die überwiegende Kohäsion der Flüssigkeit konvex, abwärts gekrümmt (Fig. 82b). In sehr engen Röhren, Kapillarröhren, erscheint die ganze Oberfläche der Flüssigkeit gekrümmt und bildet einen konkaven oder konvexen Meniskus, dessen Krümmung um so stärker ist, je kleiner der Durchmesser der Röhre ist.

Taucht man eine an beiden Enden offene Kapillarröhre in ein weiteres, mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß (Fig. 83), oder bringt man die Flüssigkeit in zwei kommunizierende Röhren, von welchen die eine weit, die andere sehr eng ist (Fig. 82), so steht das Niveau

der Flüssigkeit in der engen Röhre im Fall eines konkaven Meniskus höher, im Fall eines konvexen Meniskus niedriger, als in dem weiteren Gefäß, oder es findet im ersteren Fall durch den Einfluß der Kapillarität eine Hebung, im letzteren Fall eine Senkung der Flüssigkeit in der engen Röhre statt. Die Größe der Hebung oder Senkung ist von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Gefäßwand abhängig, im übrigen bei zylindrischen Röhren ihrem Durchmesser umgekehrt proportional.

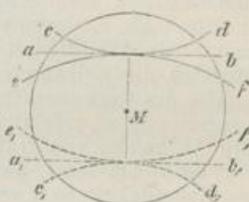
Fig. 84.



die soeben angeführten Gesetze der Kapillarhebung und -Senkung sind zuerst von Laplace (1819) theoretisch begründet worden. Derselbe zeigte ferner, daß der (spitze) Randwinkel, unter welchem die Oberfläche einer nicht benetzenden Flüssigkeit an die Gefäßwand stößt, einen für dieselbe Flüssigkeit und Substanz der Gefäßwand bestimmten, also von der Form des Gefäßes unabhängigen Wert besitzt. Indes wird namentlich das letztere Gesetz nicht unwesentlich durch den Einfluß verändert, welchen die Oberfläche vieler Flüssigkeiten, z. B. des Quecksilbers, schon durch bloßes Stehen an der Luft erleidet.

Der Grund der Hebung und Senkung der Flüssigkeiten in Kapillarröhren läßt sich im wesentlichen mittelst folgender Betrachtung übersehen. Die Anziehung, welche ein Flüssigkeitsteilchen vermöge der Kohäsion von den umgebenden Teilchen erfährt, erstreckt sich nur auf sehr kleine Entfernungen. Ein im Innern der Flüssigkeit befindliches Teilchen *A* (Fig. 84) wird daher nur von den innerhalb einer unendlich kleinen Kugelfläche liegenden benachbarten Teilen nach allen Richtungen gleiche Anziehung erfahren. Das Teilchen *B* befindet sich in einem Abstand von der Flüssigkeitsoberfläche, welcher kleiner ist, als die Entfernung, bis zu welcher sich die Wirkung der Molekularkräfte erstreckt. Dasselbe wird infolgedessen eine stärkere Anziehung in der Richtung nach dem Innern der Flüssigkeit erfahren, indem die Anziehungen der zwischen den Ebenen *cd* und *ef* enthaltenen Flüssigkeitsteilchen einander gegenseitig aufheben, mithin die Anziehung des unterhalb der Ebene *ef* gelegenen Kugelabschnitts übrigbleibt. Aus dieser überwiegenden Anziehung der in der Nähe der Oberfläche befindlichen Flüssigkeitsteilchen nach innen entspringt ein nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteter Druck, welcher der Molekulardruck oder die Oberflächenspannung der Flüssigkeit genannt wird. Diese Spannung ist nun bei einer konvexen Flüssigkeitsoberfläche größer, bei einer konkaven geringer, als bei einer ebenen Oberfläche. Betrachten wir nämlich die Anziehung, welche ein in gleicher Entfernung von der Flüssigkeitsoberfläche gelegenes Teilchen *M* in jedem der drei Fälle erleidet, so hat dieselbe (Fig. 85) bei einer ebenen Oberfläche *ab*, wo sie von den Teilchen des Kugelabschnittes *ab* herrührt, einen mittleren Wert; bei einer konkaven Oberfläche *cd* heben sich die Anziehungen der zwischen den Flächen *cd* und *c₁d₁* gelegenen Flüssigkeitsteilchen gegenseitig auf, es bleibt mithin nur die Anziehung des kleineren Meniskus *c₁d₁*, endlich bei einer konvexen Oberfläche *ef* die des größeren Meniskus *e₁f₁* übrig. Der daraus entspringende größere oder geringere Molekulardruck bewirkt daher eine Senkung oder Hebung der Flüssigkeit, welche um so größer ist, je stärker die Krümmung des Meniskus.

Fig. 85.



Auf ähnliche Weise erklärt sich die konvexe oder konkave Gestaltung der Flüssigkeitsoberfläche am Rande des Gefäßes durch die verschiedene Anziehung, welche die in der Nähe der Gefäßwand befindlichen Teilchen einerseits von den Teilchen der Gefäßwand, andererseits von den benachbarten Flüssigkeitsteilchen erfahren.

Auf der Kapillarität beruht das Eindringen und Aufsteigen der Flüssigkeiten in porösen Körpern, wie Löschpapier, Schwamm, Zucker u. dergl.

§ 83. Diffusion der Flüssigkeiten, Lösung, Osmose. Werden verschiedene Flüssigkeiten in einem Gefäß zusammengebracht, so lagern sie sich entweder nach der Ordnung ihrer spezifischen Gewichte über einander, ohne sich zu mischen, wie Quecksilber, Wasser und Öl, oder sie lösen sich, wenn zwischen ihren Teilchen eine hinreichende Molekularanziehung stattfindet, gegenseitig auf und bilden eine Mischflüssigkeit, wie Wasser und Weingeist. Ebenso werden feste Körper in diesem Fall von einer Flüssigkeit aufgelöst und in den flüssigen Aggregatzustand übergeführt, wie z. B. Kochsalz oder Zucker in Wasser.

Gießt man zwei mischbare Flüssigkeiten, z. B. eine Salzlösung und reines Wasser, vorsichtig so über einander, daß anfänglich die leichtere Flüssigkeit über der schwereren gelagert ist, so findet, infolge der Molekularanziehung, auch bei völliger Ruhe des Gefäßes, eine von Schicht zu Schicht allmählich fortschreitende Vermischung beider Flüssigkeiten statt, indem ihre Moleküle sich gegenseitig durchdringen, bis endlich die ganze Flüssigkeit gleiche Konzentration und chemische Zusammensetzung zeigt. Diese Erscheinung wird mit dem Namen der Diffusion der Flüssigkeiten bezeichnet.

Sind zwei mischbare Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand von gebranntem Thon, Gips oder dergl., oder durch eine tierische oder vegetabilische Membran (Blase, Zellmembran) getrennt, so findet auch durch diese Scheidewand ein Austausch der Bestandteile beider Flüssigkeiten statt, welcher Osmose genannt wird. In der Regel gehen dabei ungleiche Mengen der Bestandteile beider Flüssigkeiten durch die Scheidewand in entgegengesetzter Richtung hindurch, so daß, wenn das Niveau auf beiden Seiten ursprünglich gleich war, dasselbe auf einer Seite, der Schwerkraft entgegen, steigt, auf der anderen sinkt. (Vergl. § 106.)

Werden z. B. Salzlösungen und Wasser durch tierische Blase getrennt, so sinkt das Niveau auf der Seite des Wassers und steigt auf der Seite der Salzlösung; doch findet nie ein bloßer Übergang des Wassers zur Salzlösung, sondern stets gleichzeitig ein Übertritt des Salzes zum Wasser statt, bis schließlich die Lösung auf beiden Seiten der Membran gleiche Konzentration besitzt. Diese beiden gleichzeitigen, entgegengesetzten Strömungen durch die Membran wurden von Dutrochet als Endosmose und Exosmose unterschieden. Dieser Forscher erkannte zuerst die Wichtigkeit der Osmose für den Organismus der Tiere und Pflanzen. Obgleich die Zellwände der Pflanzen, sowie die Wandungen der Zellen und Blutgefäße des tierischen Organismus, selbst unter dem Mikroskop, keine sichtbaren Öffnungen zeigen, erfolgt doch durch dieselben hindurch der Austausch der Säfte und alle Aufnahme von Nahrungsbestandteilen durch Osmose.

Graham fand, daß sich die löslichen Substanzen hinsichtlich ihrer Diffusionsgeschwindigkeit in zwei Gruppen teilen lassen, welche er mit den Namen der Krystalloidsubstanzen und Colloidsubstanzen unterscheidet. Erstere, zu denen die Metallsalze, Zucker, u. dergl. gehören, sind im festen Zustande krystallinisch. Die letzteren, wie Leim, Eiweiß, Caramel, lösliche Kieselsäure, sind unkrystallinisch und bilden im Wasser gelatinöse Lösungen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist im allgemeinen für Krystalloide sehr viel größer als für Colloide. Durch eine Membran aus einer Colloidsubstanz, z. B. Pergamentpapier, diffundieren Krystalloide mit Leichtigkeit, während die Diffusion der Colloide fast völlig gehindert wird. Die Diffusion kann daher bei chemischen Analysen zur Trennung dieser beiden Klassen von Substanzen benutzt werden.

Zu derselben Klasse von Molekularwirkungen gehört endlich die wichtige Eigenschaft poröser Körper, vorzüglich der Knochenkohle, der Ackererde, u. s. w., beim Durchfiltrieren von Flüssigkeiten die in denselben gelösten Farbstoffe, Salze, u. s. w. an sich zu ziehen und festzuhalten, so daß die Lösung im entfärbten oder verdünnten Zustande hindurchfiltriert (§ 19e).

Bewegungserscheinungen der tropfbaren Flüssigkeiten.

§ 84. Ausflufsgeschwindigkeit, Satz von Torricelli. Wird in dem Boden oder der Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes eine Öffnung angebracht, so strömt die Flüssigkeit aus derselben hervor mit einer Geschwindigkeit, welche mit der Druckhöhe wächst, dagegen von der Dichtigkeit der Flüssigkeit und von der Richtung des ausfließenden Strahles unabhängig ist. Nach einem von Torricelli 1641 aufgestellten Satz ist die Ausflufsgeschwindigkeit gleich der Endgeschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausflußöffnung frei herabfiel. Dieselbe wird also, wenn h die Druckhöhe bezeichnet, nach § 32 durch die Formel

$$v = \sqrt{2gh}$$

ausgedrückt und ist der Quadratwurzel aus der Druckhöhe proportional.

Die Unabhängigkeit der Ausflufsgeschwindigkeit von der Richtung des ausfließenden Strahles ist eine Folge der nach allen Richtungen gleichmäßigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten. — Ein vertikal aufwärts springender

Flüssigkeitsstrahl — Springbrunnen — sollte infolge der erlangten Ausflussgeschwindigkeit bis zur Höhe des Wasserniveaus im Ausflussgefäß emporgetrieben werden. Daß die wirklich erreichte Höhe immer geringer ist, rührt von der Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Ausflussrohres, vom Widerstand der Luft und von dem Umstand her, daß die Geschwindigkeit der nachfolgenden Wassertheilchen durch den Widerstand der vorangehenden verringert wird, indem diese durch die Schwerkraft in ihrer Bewegung verzögert werden und schliesslich wieder auf den emporsteigenden Strahl zurückfallen. Es ist deshalb vorteilhaft, wenn der Strahl nicht genau vertikal, sondern in etwas schräger Richtung emporsteigt.

Der Zusammenhang des Torricellischen Satzes mit den früher aufgestellten allgemeinen Gesetzen der Bewegung ist leicht ersichtlich. Die beim Ausströmen einer bestimmten Gewichtsmenge p der Flüssigkeit geleistete Arbeit (§ 43) ist nämlich $p \cdot h$, indem eine gleiche Gewichtsmenge vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausflußöffnung herabsinkt. Die erlangte Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ würde nach § 33 genügen, um dieselbe Flüssigkeitsmenge wieder bis zum Niveau des Ausflussgefäßes zu heben, oder eine Arbeitsmenge, gleich der zur Mittheilung der Geschwindigkeit verbrauchten, wieder zu erzeugen.

§ 85. Ausflussmenge; Gestalt des Flüssigkeitsstrahls. Wenn der Querschnitt des ausfließenden Strahles gleich der Größe der Ausflußöffnung wäre, so könnte man sich die während einer Sekunde ausgeflossene Flüssigkeitsmenge in der Gestalt eines Cylinders denken, dessen Grundfläche die Ausflußöffnung und dessen Höhe gleich der Ausflussgeschwindigkeit wäre. Ist w die Größe der Öffnung, v die Ausflussgeschwindigkeit, so wäre demnach

$$wv = w\sqrt{2gh}$$

die Ausflussmenge. Bezeichnet ferner, wie in § 72, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, so wäre die gefundene Ausflussmenge noch mit s zu multiplizieren, um die Ausflussmenge in Gewichtseinheiten ausgedrückt zu erhalten. — Die wirklich beobachtete Ausflussmenge ist jedoch bei Öffnungen in einer dünnen Gefäßwand immer kleiner, als die nach obiger Formel berechnete und beträgt, z. B. bei Wasser, nur etwa 0,62 derselben. In der That lehrt die Beobachtung, daß die Gestalt des ausfließenden Strahls keine cylindrische ist, sondern daß sein Querschnitt sich in der Nähe der Ausflußöffnung bis auf etwa $\frac{2}{3}$ der Größe der Öffnung verengt.

Diese Zusammenziehung des Flüssigkeitsstrahls (*contractio venae*, Newton) rührt hauptsächlich davon her, daß die Flüssigkeitsteilchen im Innern des Gefäßes von allen Seiten her nach der Öffnung in konvergierenden Richtungen zusammenströmen, und daß ihre seitliche Geschwindigkeit an der Ausflußöffnung nicht plötzlich vernichtet werden kann. — Auch die Reibung der Flüssigkeit an den Rändern der Öffnung trägt zur Verminderung der Ausflussmenge bei. — Durch eine kurze, cylindrische Ansatzröhre aus einer Substanz, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, kann die Kontraktion des Flüssigkeitsstrahls beseitigt und die Ausflussmenge vergrößert werden. Doch findet dabei ein Verlust an Geschwindigkeit statt.

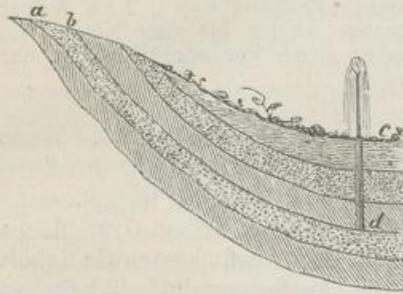
Ein vertikal abwärts fließender Strahl bleibt anfangs zusammenhängend. Wegen der wachsenden Fallgeschwindigkeit der Wasserteilchen aber zerreißt derselbe in einer gewissen Entfernung von der Ausflußöffnung und löst sich in eine Reihe getrennter Tropfen auf, welche jedoch wegen der großen Geschwindigkeit, mit welcher sie aufeinander folgen, nicht einzeln unterschieden werden können (§ 165). Dieser Teil des Strahls erscheint trübe, undurchsichtig und zeigt eine Reihe abwechselnder Anschwellungen und Verengungen (Savartsche Bäuche). Der Grund dieser Erscheinung wird sichtbar, wenn man dieselbe durch einen schnell vor dem Auge vorbeigeführten Spalt beobachtet, oder den im Dunkeln ausfließenden Strahl momentan durch einen elektrischen Funken beleuchtet, wobei die einzelnen Tropfen wegen der kurzen Dauer des Lichteindrucks ruhend und getrennt erscheinen (§ 280). Man bemerkt dann, daß die Tropfen mit der Entfernung von

der Trennungsstelle des Strahls regelmässig ihre Gestalt verändern und abwechselnd aus der verlängerten Form, die sie im Augenblick des Abreißens besitzen, durch die Kugelgestalt in die abgeplattete Form und umgekehrt übergehen.

Ein in horizontaler oder schiefer Richtung ausfließender Flüssigkeitsstrahl zeigt die Form einer Parabel (§ 35), welche durch den Luftwiderstand eine Änderung erleidet.

§ 86. Quellen und artesische Brunnen. Auf den Gesetzen des Wasserdrucks beruht die Entstehung natürlicher Quellen und die Anlage künstlicher Bohrbrunnen, welche von der Grafschaft Artois, wo sie zuerst

Fig. 86.



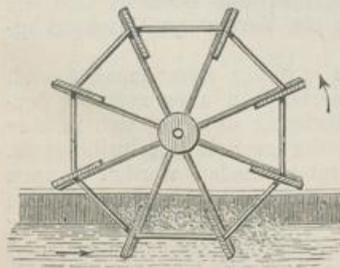
im Anfang dieses Jahrhunderts in häufige Anwendung kamen, den Namen artesische Brunnen erhalten haben. — Das Regenwasser dringt nämlich in das Erdreich ein und sammelt sich in den Zwischenräumen poröser, sandiger oder kalkiger Schichten, während es von anderen, namentlich thonigen Schichten, nicht hindurchgelassen wird. Folgen nun, wie es häufig in Thalmulden der Fall ist, abwechselnd wasserhaltige und wasserdichte Schichten in geneigter Lage

auf einander, welche an einer höher gelegenen Stelle zu Tage treten, so wird das bei *ab* (Fig. 86) in den Schichtenkopf einer porösen Schicht eindringende Wasser durch die darüber liegende wasserdichte Thonschicht am Emporsteigen gehindert. Es steigt aber durch den hydrostatischen Druck sofort in Form eines Wasserstrahls empor, sobald die wasserdichte Schicht bei *cd* durch ein Bohrloch durchbrochen wird.

Zu den tiefsten Bohrlochern gehören diejenigen von Passy bei Paris (557 m) und von Neusalzwerk bei Minden (696,5 m). In Algerien sind ganze Wüstenstrecken durch Bohrung artesischer Brunnen in fruchtbare Oasen umgewandelt worden.

§ 87. Wasserräder und Turbinen. Um den Fall des Wassers als Triebkraft zu verwenden, bedient man sich der Wasserräder. Dieselben sind theils vertikale, theils horizontale oder Turbinen. Unter den vertikalen Wasserrädern, deren Umdrehungsaxe horizontal ist, unterscheidet man unterschlächtige und obereschlächtige. Eine Mittelstufe zwischen beiden bilden die sogenannten rückschlächtigen Wasserräder.

Fig. 87.



a. Die unterschlächtigen Wasserräder (Fig. 87) werden vorzugsweise bei großer Wassermenge und geringem Gefälle gebraucht. Das in einem schiefen Gerinne herabfließende Wasser stößt gegen die am Umfange des Rades oder Radkranzes angebrachten Schaufeln, welche es durch seinen Stoß und Druck in Bewegung setzt, indem es einen Teil seiner beim Herabfließen erlangten Geschwindigkeit an dieselben abgibt. Die Schaufeln sind entweder eben, oder, wie bei den Ponceletschen Rädern, auf zweckmäßige Weise gekrümmt.

b. Bei den obereschlächtigen Rädern, welche vorzugsweise bei höherem Gefälle und geringer Wassermenge in Anwendung kommen, wird

das Wasser von obenher auf den Radkranz geleitet (Fig. 88), dessen Schaufeln Zellen bilden, die an beiden Seiten des Radkranzes durch Seitenwände geschlossen sind, so daß die Zellen auf der abwärts gehenden Seite des Rades mit Wasser gefüllt bleiben und sich unten entleeren. Das Wasser wirkt hier teils durch den Stofs gegen die Radschaufeln, teils durch sein Gewicht, indem die gefüllten Zellen auf der vorderen Seite des Radkranzes schwerer sind, als die leeren Zellen auf der hinteren, aufsteigenden Seite. Eine umgekehrte Einrichtung findet bei den zum Heben des Wassers dienenden Schöpfrädern statt.

c. Bei sehr hohem Gefälle bedient man sich mit Vorteil der horizontalen Wasserräder oder Turbinen. Unter diesen soll nur die Segnersche oder schottische Turbine als die bemerkenswerteste hervorgehoben werden. Das durch die vertikale, hohle Umdrehungsaxe *A* (Fig. 89) zuströmende Aufschlagwasser strömt durch die hohlen, gekrümmten Arme der Turbine und entweicht durch die an den Enden derselben angebrachten Öffnungen *BB* in tangentialer Richtung. Denkt man sich zunächst die Öffnungen *BB* verschlossen, so würde das Rad infolge des allseitigen gleichförmigen Druckes im Gleichgewicht sein. Werden nun die Arme geöffnet, so wird einerseits der in der Richtung des ausfließenden Wassers wirkende Druck aufgehoben, und es bleibt ein Überdruck in der entgegengesetzten Richtung. Dazu kommt, daß das durch die Arme strömende Wasser gezwungen ist, sich in krummliniger Bahn zu bewegen und infolgedessen einen Druck auf die Bahn ausübt (§ 55), welcher das Rad in einer der Ausströmung des Wassers entgegengesetzten Richtung umtreibt.

Die Leistungsfähigkeit einer Wasserkraft wird bestimmt durch das Produkt aus dem Gewicht der in der Sekunde bewegten Wassermenge und aus der Höhe des Gefälles. Eine Wasserkraft, welche in der Sekunde 25 kg Wasser bei einem Gefälle von 3 m verbraucht, würde der Theorie nach eine Arbeitsleistung von 75 Kilogramm-meter in der Sekunde oder einer Pferdekraft liefern (§ 43). In der Praxis kann jedoch dieses Maximum des Nutzeffekts schon darum nicht erreicht werden, weil das Wasser nie seine ganze, durch den Fall erlangte Geschwindigkeit an das Rad überträgt, sondern den Radkranz mit einer Geschwindigkeit verläßt, welche mindestens der Geschwindigkeit am Umfange des Rades gleichkommt. Die besten oberflächigen Räder und Turbinen liefern etwa 70% des theoretischen Effekts, die unterschlächtigen noch weniger.

Man schätzt die Wassermenge des Niagara-Falls auf 1300000 cbm in der Stunde oder etwa 360000 kg in der Sekunde, welche von einer Höhe von 50 m herabstürzen und eine Arbeitsleistung von 240 000 Pferdekraften zu liefern imstande wären.

Auf die Einrichtung der sogenannten Wassersäulenmaschinen, welche ein durch Wasserdruck getriebenes Pumpwerk bilden und namentlich zur Hebung von Salzsole auf große Höhen angewendet werden, kann hier nicht näher eingegangen werden.

Fig. 88.

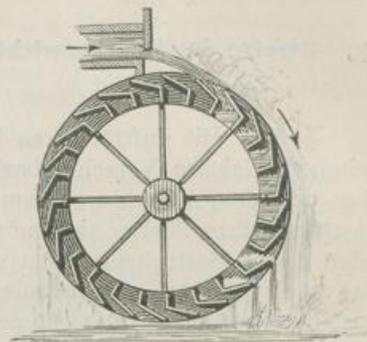
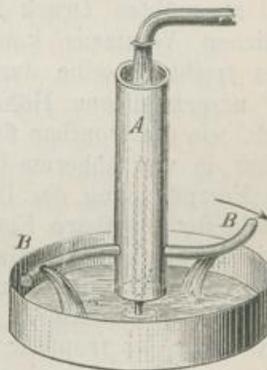


Fig. 89.



Anmerkung Sowohl tropfbare als luftförmige Flüssigkeiten setzen der Bewegung der Körper in ihrem Innern einen Widerstand entgegen, welcher theils von der Reibung der Flüssigkeit an der Oberfläche des Körpers, theils davon herührt, daß durch den Körper die umgebenden Flüssigkeitsteile in Mitbewegung versetzt werden. Der Widerstand ist wesentlich von der Form des bewegten Körpers abhängig, welche zweckmäßig gewählt werden muß, um den Widerstand möglichst zu verringern (z. B. in der Schiffsbaukunst). Der Widerstand wächst mit der Geschwindigkeit der Bewegung und zwar in schnellerem Verhältnis als diese, da mit derselben sowohl die Menge der mitbewegten Flüssigkeitsteilen, als auch die Geschwindigkeit, welche denselben erteilt werden muß, zunimmt.

C. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper. (Pneumatik.)

§ 88. Die luftförmigen Körper haben mit den tropfbaren Flüssigkeiten die leichte Verschiebbarkeit der Theilchen gemein, unterscheiden sich aber von denselben durch den gänzlichen Mangel der Kohäsion und das Bestreben ihrer Theile, sich möglichst weit von einander zu entfernen. Infolge dieses Bestrebens füllen sie jederzeit den ihnen gebotenen Raum ganz aus und üben auf die Wände des umschließenden Gefäßes einen Druck aus, der mit der Dichtigkeit des in demselben enthaltenen Gases wächst. — Eine Gasmasse, welche in einem cylindrischen, mit einem luftdichten Stempel verschlossenen Gefäß enthalten ist, kann durch einen auf den Stempel ausgeübten Druck leicht auf einen geringen Bruchtheil ihres ursprünglichen Volumens komprimiert werden. Nach dem Aufhören des Druckes treibt dieselbe durch ihren Gegendruck den Stempel genau bis zu der ursprünglichen Höhe empor. Die luftförmigen Körper besitzen demnach, wie die tropfbar flüssigen (§ 71), vollkommene Volumenelastizität, sind aber in viel höherem Grade zusammendrückbar. Im übrigen gelten für die Fortpflanzung des Druckes in luftförmigen Körpern dieselben Gesetze, wie für tropfbare Flüssigkeiten (§ 70).

Die Dichtigkeit der Gase ist in der Regel sehr viel geringer als die der tropfbaren Flüssigkeiten. So ist z. B. atmosphärische Luft 773 mal weniger dicht als Wasser. Die Dichtigkeiten der übrigen Gase pflegt man nicht, wie die der tropfbar flüssigen und festen Körper, im Vergleich mit Wasser, sondern mit atmosphärischer Luft, oder mit Wasserstoffgas, welches unter allen Gasen die geringste Dichtigkeit besitzt, zu bestimmen (vergl. § 94).

§ 89. Schwere der Luft, atmosphärischer Druck. Daß die luftförmigen Körper mit den festen und flüssigen die Eigenschaft der Schwere gemein haben, läßt sich nachweisen, indem man einen durch einen luftdichten Hahn verschließbaren Glasballon zuerst mit Luft gefüllt abwägt und dann die Wägung wiederholt, nachdem man mittelst der unten (§ 97) zu beschreibenden Luftpumpe die Luft aus demselben entfernt hat. Die Erdoberfläche ist von einer Lufthülle oder Atmosphäre umgeben, deren Höhe (aus astronomischen Gründen, vergl. auch § 303) auf etwa 10 Meilen geschätzt wird, und welche im wesentlichen aus einem Gemenge von 79 Raumteilen Stickstoffgas und 21 Raumteilen Sauerstoffgas gebildet wird.

Infolge ihrer Schwere übt die Atmosphäre auf die an der Erdoberfläche befindlichen Körper einen beträchtlichen Druck aus. Dieser Druck wird nur darum für gewöhnlich nicht wahrgenommen, weil er auf alle