Anfangs-Gründe der Rechen-Kunst.

Die 1. Erklärung.

1.

Die Rechenkunst ist eine Wissenschaft zu rechnen, das ist, aus einigen gegebenen Zahlen andere zu finden, von denen eine Eigenschaft in Ansehung der gegebenen Zahlen bekannt gemacht wird. Z. E. man soll eine Zahl finden, die so groß ist, wie 6 und 8 zusammen.

Anmerkung.

2. Die Wissenschaft bedeutet eine Fertigkeit, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumstößlichen Gründen darzuthun.

Die 2. Erklärung.

3. Wenn man viele einzele Dinge von einer Art zusammennimmt, entstehet daraus eine Zahl. Z. E. wenn man zu einer Kugel noch eine andere leget, so hat man zwey Kugeln. Leget man noch eine darzu, so hat man drey, u. s. w.

Der 1. Zusatz.

4. Also erfordert jede Zahl eine gewisse Einheit, und lassen sich keine Zahlen mit einander vergleichen, auch nicht zusammensetzen, welche nicht aus einerley Einheiten entstanden. Z. E. wenn ich sage 6;

so

so muß eine jede Einheit, die zu dieser Zahl genommen wird, ein Ding von einer Art, als etwan ein Hund, ein Apfel, ein Haus, ein Thaler, ein Groschen seyn rc.

Der 2. Zusatz.

5. Eine Zahl wird grösser gemacht, oder vermehret, wenn man andere Zahlen von ihrer Art hinzusetzet: hingegen wird sie vermindert, wenn man eine oder mehrere Zahlen von ihrer Art wegnimmt. Und weiter kan man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen. Es sind aber Zahlen von einerley Art, die aus einerley Einheiten bestehen (§. 4).

Der 3. Zusatz.

6. Wenn eine Zahl vermehret wird, sind die Zahlen, so zu derselben gesetzt werden, entweder alle vor sich derselben gleich; als wenn man 6 etliche mal nimmt: oder sie sind grösser und kleiner als dieselbe; als wenn man 6, 3, 5 rc. zusammennimmt. Und dannenhero sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermehren.

Der 4. Zusatz.

7. Eben so ist klar, daß, wenn eine Zahl vermindert wird, man entweder eine oder mehrere kleinere Zahlen nach einander von derselben wegnimmt; oder auch nur eine Zahl so viel mal von ihr wegthut, als man kan. Und demnach sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermindern.

Anmerkung.

8. Hieraus sind die vier Rechnungs-Arten, nemlich Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren entstanden, wie aus folgenden Erklärungen abzunehmen.

Die 3. Erklärung.

9. Addiren heisset eine Zahl finden, welche verschiedenen Zahlen von einer Art zusammengenommen gleich ist. Die gegebene Zahlen werden die summirenden; die gefundene aber wird die Summe, oder das Aggregat genennet.

Zusatz.

10. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten zusammengesetzet ist (§. 3.): so geschiehet das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der anderen nach und nach zählet.

Anmerkung.

11. Die Einheiten der Zahlen stellet man sich anfangs durch die Finger vor, und verrichtet das zum Addiren nöthige Zählen so lange durch die Finger, bis man in dem Gedächtnisse behalten, wie viel eine jede kleine Zahl, zu einer anderen Zahl genommen, ausmachet; z. E. daß zwey und drey fünfe, sechs und achte aber vierzehn ist.

Die 4. Erklärung.

12. Subtrahiren oder abziehen ist so viel als eine Zahl finden, welche mit einer gegebenen Zahl von einer Art zusammengenommen, einer andern gegebenen Zahl gleich ist. Die Zahl, welche durch Subtrahiren gefunden wird, heisset die Differenz, oder der Unterscheid der gegebenen Zahlen.

Zusatz.

Zusatz.

13. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten bestehet (§. 3.): so geschiehet das Subtrahiren, wenn man von der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach wegnimmt.

Anmerkung.

14. Was in der Anmerkung über die vorhergehende Erklärung von dem Addiren (§. 11.) erinnert worden, findet auch hier bey dem Subtrahiren statt.

Die 5. Erklärung.

15. Multipliciren ist eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, in welcher die eine gegebene so vielmal enthalten ist, als die andere von den gegebenen Eines in sich begreift. Die Zahl, so gefunden wird, heisset das Product, oder *FACTUM*: die gegebenen Zahlen werden die *FACTORES* genennet.

Zusatz.

16. Multipliciren ist also nichts anders, als eine Zahl etliche mal zu sich selbst addiren (§. 9.).

Die 6. Erklärung.

17. Dividiren ist eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, welche andeutet, wie vielmal die eine gegebene Zahl in der andern enthalten ist, und dannenhero Quotus, oder der Quotient, unterweilen auch der Exponent genennet wird.

Der 1. Zusatz.

18. Also ist dividiren nichts anders, als eine Zahl von einer andern etliche mal subtrahiren. (§. 12.).

Der 2. Zusatz.

19. Und wie vielmal die eine gegebene Zahl (welche *Divisor* genennet wird) in der anderen (die man den *Dividendum* nennet) enthalten ist, so vielmal muß Eines in dem Quotienten enthalten seyn.

Der 1. Grundsatz.

20. **Eine jede Zahl und Grösse ist ihr selber gleich.**

Anmerkung.

21. Dieser Grundsatz hat seinen Nutzen, weil man eine Zahl ansehen kan, wie sie durch verschiedene Zusammensetzungen oder Veränderungen anderer Zahlen herauskommt. Z. E. Sechs entstehet, wenn ich 4 und 2 addire; wenn ich 3 durch 2 multiplicire; wenn ich 2 von 8 subtrahire; wenn ich 12 durch 2 dividire. Also sind vermöge unseres Grundsatzes die Summe von 4 und 2, das Product aus 3 und 2, die Differentz zwischen 2 und 8, der Quotient aus 12 und 2 einander gleich.

Der 2. Grundsatz.

22. **Wenn zwey Zahlen oder Grössen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.**

Anmerkung.

23. Ich habe z. E. drey Haufen Geld. In dem ersten sind so viel Thaler, als wie in dem andern; in dem dritten gleichfalls so viel als in dem andern. Also muß auch so viel in dem dritten als in dem ersten seyn. Exempel machen die Erklärungen und Grundsätze klar, welches ich einmal für allemal erinnere.

Der 3. Grundsatz.

24. Wenn man gleiches zu gleichem addiret, so kommen gleiche Summen heraus. Wenn man aber gleiches zu dem grössern und zu dem kleinern addiret: so ist die Summe in dem ersten Falle grösser, als in dem anderen.

Der 4. Grundsatz.

25. Wenn man gleiches von gleichem subtrahiret: so bleibet gleiches übrig. Wenn man aber gleiches von dem grösseren und kleineren subtrahiret: so bleibet in dem ersten Falle mehr übrig, als in dem andern.

Der 5. Grundsatz.

26. Wenn man gleiches durch gleiches multipliciret: so kommen gleiche Producte heraus. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches multipliciret: so ist das Product in dem ersten Falle grösser, als in dem anderen.

Der 6. Grundsatz.

27. Wenn man gleiches durch gleiches dividiret: so sind die Quotienten einander gleich. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches dividiret: so ist der Quotient in dem ersten Falle grösser, als in dem anderen.

Zusatz.

28. Daher, wenn zwey ein Exempel rechnen, und keiner von beiden fehlet, muß einerley herauskommen: so sie aber verschiedenes herausbringen, muß einer von beiden gefehlet haben.

Der

Der 7. Grundsatz.

29. Was grösser ist als eine von zwey gleichen Grössen, das ist auch grösser als die andere von denselben.

Der 8. Grundsatz.

30. Das Ganze ist seinen Theilen zusammengenommen gleich; und also grösser als ein jedes von seinen Theilen.

Der 1. willkührliche Satz.

31. Man gehe im Zählen nicht weiter fort, als bis auf zehen. Wenn man bis zehen gezählet, so fange man wieder von neuem an, nur daß man jederzeit dazu setze, wie vielmal man schon zehen gezählet.

Anmerkung.

32. Dieses ist das allgemeine Gesetz, darnach man sich im Zählen richtet: und weil wir desselben von Jugend auf so gewohnt sind, scheinet es eine Nothwendigkeit zu haben. Die Ursache aber, warum man nur bis auf zehen zählet, ist sonder Zweifel daher zu holen, weil die Menschen die Sachen an ihren Fingern zu zählen pflegen, ehe sie sich im Rechnen geübet (§. 11.).

Zusatz.

33. Also hat man für jede von den zehen Zahlen einen besondern Namen vonnöthen, und wiederum andere Namen, dadurch die Vielheit der Zehner bemerket wird. Jene sind eines, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehen; diese aber zwanzig,

dreyßig, vierzig, funfzig, sechzig, siebenzig, achzig, neunzig, hundert.

Der 2. willkührliche Satz.

34. Gleichwie man zehenmal zehen hundert nennet; also nenne man ferner zehenmal hundert tausend; tausendmal tausend eine Million; tausendmal tausend Millionen eine Billion; tausendmal tausend Billionen eine Trillion, oder dreyfache Million, u. s. w.

Anmerkung.

35. Diese Benennung geschiehet bloß zu dem Ende, damit man sich in grossen Zahlen nicht verwirre, sondern von jedem Theile derselben einen deutlichen Begriff formiren könne.

Der 3. willkührliche Satz.

36. Die neun Zahlen bemerke man mit folgenden Zeichen: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Damit man aber auch die Zehener, Hunderte, Tausende u. s. w. dadurch andeuten könne, so gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen. Nemlich wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, sollen sie Einer bedeuten, in der anderen Zehener, in der dritten Hunderte, in der vierten Tausende u. s. w. Die leeren Stellen werden mit der Nulle 0 vollgefüllet, welche nemlich andeutet, daß darinnen keine Zahl anzutreffen.

Die 1. Aufgabe.

37. Eine geschriebene Zahl auszusprechen, das ist, einem jeden Zeichen in derselben seinen Werth zuzueignen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen, von der Rechten an gegen die Linke zu, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder wenigere übrig bleiben.
2. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kommt, machet einen Punct, und über die, so nach dem vierten folget, zwey Puncte, u. s. w.
3. Sprechet ein blosses Strichlein durch Tausend aus, einen Punct durch Million, zwey Puncte durch Billion, u. s. w. Hingegen die erste Zahl gegen die Linke in einer Classe, durch Hunderte; die mittlere durch Zehener, und die letzte durch Einer. So ist geschehen, was man verlangte. Z. E. Wenn ihr folgende Zahl aussprechen wollet, 2˙˙˙, 125, 473˙˙, 613, 578˙, 432, 597. so saget: zwey Trillionen, hundert und fünf und zwanzig tausend, vierhundert und drey und siebenzig Billionen, sechshundert und dreyzehen tausend, fünfhundert und acht und siebenzig Millionen, vierhundert zwey und dreyßig tausend, fünfhundert sieben und neunzig.

Beweis.

Es ist alles klar aus den vorhergesetzten willkührlichen Sätzen (31. 34. 36.).

Die 2. Aufgabe.

38. **Verschiedene Zahlen zu addiren.**

Auflösung.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen dergestalt unter einander, daß die einfache unter den einfachen, die Zehener unter den Zehenern, die Hunderte unter den Hunderten u. s. w. zu stehen kommen (§. 4.).

2. Ziehet unter den geschriebenen Zahlen einen Strich, um die Verwirrung zu vermeiden: und

3. Zählet besonders zusammen die Einer, und schreibet unter sie ihre Summe. Enthält die etliche Zehener in sich, so zählet dieselben zugleich mit den gegebenen Zehenern zusammen, und setzet ihre Summe gleichfalls unter die Reihe der Zehener. Wenn ihr so fortfahret, werdet ihr endlich die verlangte Summe aller Zahlen heraus bekommen.

Oder: Streichet in jeder Reihe so vielmal zehen weg, als ihr könnet, und zählet stets so viel Einheiten zu der folgenden, wie vielmal ihr zehen weggestrichen: was übrig bleibet, setzet unter den Strich an seinen gehörigen Ort, wie vorhin.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen addiren sollet,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

so

so sprechet: 4 und 3 ist 7, noch 8 darzu ist 15. Setzet 5 unter die Einer: den 1 Zehener aber zählet zu den gegebenen Zehenern, und sprechet ferner: 1 (nemlich Zehener) und 6 sind 7 (Zehener), noch 2 darzu sind 9, noch 7 dazu sind 16 (Zehener). Setzet die 6 Zehener unter die Zehener der gegebenen Zahlen, und die übrigen 10 Zehener, das ist 1 Hundert, zählet zu den Hunderten der gegebenen Zahlen 2c.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung enthält die gefundene Zahl in sich alle Einer, alle Zehener, alle Hunderte, alle Tausende u. s. w. der vorgegebenen Zahlen, das ist, alle ihre Theile. Und also ist sie so groß, wie alle gegebene zusammengenommen (§. 30.): folgends sind die gegebenen Zahlen zusammen-addiret worden (§. 9.). W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

39. Wenn ihr alle Theile der gegebenen Zahlen als lauter Einer ansehet, so werdet ihr wahrnehmen, daß ihr in die Summe nur allezeit den Ueberschuß der summirten Zahlen über 9 schreibet. Denn an statt funfzehen schreibet ihr die Zahlen 1 und 5, welche 6 machen, wenn man sie beide für Einer hält, und also der Ueberschuß der Zahl funfzehen über neune sind. Eben so schreibet ihr an statt sechzehen unter die Reihe der Zehener 6, und unter die Hunderte 1, welche beide Zahlen zusammengenommen 7 ausmachen, wenn man sie für Einer ansiehet, und demnach der Ueberschuß von sechzehen über neune sind u. s. w. Hieraus ist klar, daß man bey Summirung der Zahlen bey jeder Reihe so viel Neunen wegläßet, als man Einheiten zu der folgenden Reihe zählet.

Die 2. Anmerkung.

40. Wollet ihr demnach wissen, ob die gefundene Zahl so groß sey, wie die gegebenen zusammengenommen, so merket (1) die besagten Einheiten auf der Seite, und nach vollbrachter Rechnung zählet sie zusammen, damit ihr sehet, wie vielmal 9 im Summiren weggelassen worden. (2) Werfet über dieses noch aus der Summe so vielmal 9 weg, als ihr könnet, und zählet die im Summiren weggelassenen mit dazu; die Zahl aber, so übrig bleibet, merket sowohl, als die Anzahl der weggeworfenen Neunen. (3) Endlich gebet auch Acht, wie vielmal ihr aus den gegebenen Zahlen 9 wegwerfen könnet, und was zuletzt für eine Zahl übrig bleibet. Denn, so die Anzahl der weggeworfenen Neunen beiderseits gleich ist, auch einerley Zahl beiderseits übrig bleibet, so ist die gefundene Zahl so groß, wie die gegebenen zusammengenommen (§. 25.), und ihr seyd daher gewiß, daß ihr nach der Regel richtig verfahren (§. 38). Als, in dem vorigen Exempel sind währender Rechnung drey Neunen weggelassen worden: und eine lässet sich noch von der gefundenen Summe wegwerfen, worauf 7 übrig bleiben. Wenn man aber aus den gegebenen Zahlen, die über der Linie stehen, gleichfalls 4 mal 9 ausstreichet, bleiben auch 7 übrig. Demnach ist recht addiret worden. Man kan sich auch der Richtigkeit im Rechnen versichern, wenn man ein Exempel auf verschiedene Art rechnet, entweder auf beide vorgeschriebene Manieren, oder daß man einmal von unten hinauf, das anderemal von oben herunter die Zahlen in einer Reihe zusammenzählet. Denn einerley Irrthum lässet sich nicht wohl begehen, wenn man auf verschiedene Art rechnet.

Die 3. Anmerkung.

41. Die Mathematici haben ein besonderes Zeichen, dadurch sie die Addition andeuten, nemlich das Zeichen †, welches sie durch mehr aussprechen. Demnach schreiben sie die Summe zweyer Zahlen, als 3 und 7, also: 3 † 7.

Die 4. Anmerkung.

42. In benannten Zahlen streichet man so viele aus, als zusammen ein Ganzes von der grösseren Art ausmachen, und setzet dafür eines zu der folgenden Reihe. Z. E. von den Pfennigen streichet man so vielmal 12 aus, als man kan, und setzet dafür jedesmal 1 zu den Groschen, weil 12 Pfennige einen Groschen machen. Von den Groschen wirfet man auf ein-

einmal 24 weg, und schreibet dafür 1 zu den Thalern, weil 24 Groschen einen Thaler machen. Und auf eine gleiche Art verfähret man in andern Fällen. Als:

15 Thlr.	20 gr.	10 pf.
28	14	2
30	16	6
75 Thlr.	3 gr.	6 pf.

Die 3. Aufgabe.

43. Eine kleinere Zahl von einer grössern zu subtrahiren.

Auflösung.

1. Schreibet die kleinere Zahl unter die grössere, auf die Art, wie im Addiren geschehen (§. 38.).
2. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen eine Linie.
3. Subtrahiret besonders die Einer von den Einern, die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten u. s. w. und setzet allezeit die Zahl, so übrig bleibet, an ihren gehörigen Ort unter die Linie: nemlich was bey den Einern übrig bleibet, unter die Einer; was bey den Zehenern übrig bleibet, unter die Zehener u. s. w.
4. Geschiehet es aber, daß eine grössere Zahl von der kleinern weggenommen werden soll; so nehmet aus der folgenden Reihe eines weg, und setzet es in die vorhergehende, wo es zehen gilt (§. 36). Also kan von der um zehen ver-

vermehrten Zahl die Subtraction geschehen: die Zahl aber in der folgenden Stelle, ist um eines kleiner worden, welches durch einen Punct bemerket wird.

5. Endlich wenn in der folgenden Stelle zur Linken 0 stehet, gehet so weit fort gegen die Linke, bis ihr eine Zahl antreffet, und nehmet von derselben 1 weg, so ist es eben so viel, als wenn ihr in alle leere Stellen 9, und in die, wo man nicht subtrahiren konnte, 10 setzet (§. 36).

Nach diesen Regeln kan man eine jede gegebene Zahl subtrahiren. W. Z. E.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen von einander subtrahiren sollet,

$$\begin{array}{r} 9800403459 \\ 4743865263 \\ \hline 5056538196 \end{array}$$

so sprechet: 3 von 9 lässet 6, und schreibet 6 unter die Linie in die Stelle der Einer. Sprechet ferner: 6 (nemlich Zehener) von 5 kan ich nicht (wegnehmen). Borget demnach 1 von 4 in der folgenden Stelle; so bleibet in derselben 3, und ihr habet 15 an statt der 5. Nun nehmet 6 von 15, so bleiben 9 übrig, welche ihr wiederum unter die Linie in die Stelle der Zehener schreibet. Hierauf fahret fort, und sprechet: 2 von 3 lässet 1; 5 von 3 kan ich nicht (subtrahiren), derowegen borge ich 1 von 4, und setze es in die leere Stelle, so habe ich in derselben 10; davon nehme ich 1 weg, so bleibet in derselben 9, und an statt 3 bekomme

komme ich 13. Nun nehmet 5 von 13, so bleiben 8 übrig, und 6 von 9 lässet 3. Weil 8 von 3 wieder nicht angehet, so nehmet 1 von 8, und setzet es in die erste leere Stelle, so habet ihr daselbst 10 und dorten noch 7. Von den 10 nehmet 1 weg, und setzet es in die andere leere Stelle gegen die Rechte, so bleiben an statt 10 noch 9, und in dieser habt ihr 10. Davon nehmet wieder 1 weg, so bleiben in derselben noch 9, und an statt 3 bekommet ihr 13. Sprechet nun: 8 von 13 lässet 5; 3 von 9 lässet 6; 4 von 9 lässet 5; 7 von 7 lässet 0; 4 von 9 lässet 5. Wenn ihr nun das übrige allezeit unter die Linie an seinen gehörigen Ort schreibet, so habet ihr die verlangte Zahl gefunden.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung hält die gefundene Zahl in sich den Rest aller Einer, aller Zehener, aller Hunderte, aller Tausende u. s. w. das ist, den Rest aller Theile. Da nun der Rest aller Theile zusammen dem ganzen Reste gleich ist (§. 30.); so ist die gefundene Zahl der Rest, welcher übrig bleibet, wenn man eine Zahl von der andern wegnimmt, und folgends mit der weggenommenen Zahl zusammen der andern gegebenen Zahl gleich. Derowegen geschiehet durch die gegebenen Regeln die Subtraction (§. 12.); W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

44. Wollet ihr wissen, ob ihr recht gerechnet, so addiret, nach der zweyten Aufgabe (§. 38), die gefundene Zahl zu der kleineren von den gegebenen; die Summe ist die grössere (§. 12.).

98.0.0.4.0.3	4.5 9
4743865	263
5056538	196
9800403	459

Die 2. Anmerkung.

45. Das Zeichen der Subtraction ist —, welches man durch weniger ausspricht: daher schreibet man den Unterscheid zweyer Zahlen, als 8 und 5, also: 8 — 5, und spricht ihn aus: 8 weniger 5.

Die 3. Anmerkung.

46. In benannten Zahlen ist die Subtraction von der vorigen nur darinnen unterschieden, daß die von einer grösseren Art geborgte Zahl nicht 10, sondern so viel gilt, als die grössere die kleinere in sich begreifet. Z. E. 1 von denen Groschen geborget, gilt in der Stelle der Pfennige 12; hingegen 1 von den Thalern geborget, in der Stelle der Groschen 24: 1 von den Pfunden geborget, in der Stelle der Lothe 32, als:

von	12 Thlr.	18 gr.	4 pf.	von 32 Pf.	17 L.
abgezogen	8	20	6	12	24
bleiben	3 Thlr.	21 gr.	10 pf.	19 Pf.	25 L.

Die 4. Aufgabe.

47. **Das Einmal Eins aufsetzen, das ist, ein Täflein verfertigen, in welchem alle Producte zu finden, die herauskommen, wenn man die Einer durch einander multipliciret.**

Auflösung.

1. Theilet jede Seite eines Quadrats in 9 gleiche Theile, und zerschneidet es durch Querstriche in lauter kleine Fächer.

2. Oben

2. Oben in der ersten Reihe derselben und zur Linken schreibet die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung.

3. Addiret 2 zu sich selbst, und setzet das Product 4 unter die 2: dazu addiret noch 2, so ist 6 das Product aus 3 in 2: zu 6 addiret noch einmal 2, so habet ihr 8, das Product aus 2 in 4.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Weise die übrigen Zahlen findet, und in ihre gehörige Fächer eintraget; so ist das Einmal Eins fertig, welches man machen solte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerkung.

48. Das Einmal Eins muß man auswendig lernen, wenn man im Multipliciren und Dividiren hurtig fortkommen will. So lange man es aber noch nicht inne hat, muß es jederzeit, wenn man multipliciret oder dividiret, bey der Hand seyn.

Die 5. Aufgabe.

49. Eine gegebene Zahl durch eine andere gegebene Zahl zu multipliciren.

Auflösung.

1. Schreibet die eine Zahl dergestalt unter die andere, wie in der Addition geschehen (§. 38.).
2. Unter die geschriebenen Zahlen ziehet eine Linie.
3. Schreibet aus dem Einmal Eins darunter alle Producte aus jedem Theile der unteren Zahl in jeden von der oberen, und zwar dergestalt, daß ihr allezeit die Zehener von einem Producte zum folgenden Producte zählet, und jede Reihe der Producte um eine Stelle weiter hineinrücket.
4. Endlich addiret (§. 38.) die Producte zusammen: so ist die Summe derselben das Product, welches man finden solte.

Z. E. wenn ihr 38476 durch 35 multipliciret, so schreibet die Zahlen folgender Gestalt unter einander:

$$\begin{array}{r} 38476 \\ 35 \\ \hline 192380 \\ 115428 \\ \hline 1346660 \end{array}$$

und sprechet: 5 mal 6 ist 30. Schreibet die 0 unter die 5 und sprechet weiter: 5 mal 7 ist 35, 3 dazu (so euch zuvor überblieb) ist 38. Schreibet 8 neben 0 gegen die Linke, und sprechet ferner:

4 mal 5 ist 20, 3 dazu ist 23. Schreibet 3 neben 8, und saget: 5 mal 8 ist 40, 2 dazu ist 42. Schreibet 2 neben 3, und saget abermal: 3 mal 5 ist 15, 4 dazu ist 19. Schreibet 19 neben 2, so habet ihr die obere Zahl 5 mal genommen. Verfahret nun auf gleiche Weise mit 3, und saget: 3 mal 6 ist 18. Schreibet 8 um eine Stelle weiter hinein gegen die Linke, und sprechet ferner: 3 mal 7 ist 21, 1 dazu ist 22. Schreibet 2 neben die 8 gegen die Linke, u. s. w. Endlich addiret die beiden gefundenen Zahlen, so ist die Summe 1346660 das gesuchte Product.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Einmal Eins (§. 47.) begreifet die erste Reihe der Zahlen, die addiret werden, die obere Zahl so vielmal in sich, als die erstere von der unteren gegen die Rechte Eines in sich enthält. Und weil die folgenden Reihen immer um eine Stelle weiter hinein gerücket werden, so begreifet jede von denselben die obere Zahl so vielmal in sich, als jede von den folgenden der unteren Eines in sich enthält (§. 36.). Derowegen, wenn man alle Reihen zusammen addiret, so muß die Summe die obere Zahl so vielmal in sich enthalten, als die untere Eines in sich begreifet (§. 9.). Folglich hat man die obere Zahl durch die untere multipliciret (§. 15.). W. Z. E.

Anmerkung.

50. Wenn an einer Zahl Nullen hangen, so darf man dieselben nur hinten an das Product der übrigen Zahlen an einander anhängen, wie aus beygesetzten Exempeln zu ersehen.

381	4750
200	300
76200	1425000

Sonst ist noch zu merken, daß das Zeichen der Multiplication ein bloßer (.) ist. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 3 durch 4 multipliciret werden soll; so schreibe ich 3.4, welches so viel heisset, als 3 durch 4 multipliciret. Dividiret man (§. 51) das Product durch eine von den gegebenen Zahlen, z. E. 1346660 durch 35, so kommt die andere Zahl 38476 heraus. Und dieses ist die Probe, ob man recht gerechnet oder nicht (§. 15. 17.)

Die 6. Aufgabe.

51. Eine gegebene Zahl durch eine andere kleinere Zahl zu dividiren.

Auflösung.

Der erste Fall. Wenn der Divisor oder Theiler nur ein Einer ist, so

1. Setzet ihn unter die erste Zahl zur Linken, und fraget, wie vielmal er in derselben enthalten sey. Die Zahl, so solches andeutet, setzet an statt des Quotienten hinter den zur Rechten gemachten Strich.
2. Mit diesem Quotienten multipliciret den Divisorem, und ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, streichet dieselbe aus, und setzet, was überbleibet, darüber.
3. Rücket den Divisorem um eine Stelle fort, und fraget abermals, wie vielmal derselbe in der zur Linken übergebliebenen und zur Rechten über

über ihm stehenden Zahl zusammen enthalten sey, und verfahret im übrigen wie vorhin.

Wenn ihr dieses durch alle Zahlen fortführet, so werdet ihr den verlangten Quotienten finden.

Z. E. Man soll 7856 durch 3 dividiren. Setzet 3 unter 7, und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Schreibet 2 hinter den zur Rechten gemachten Strich, und sprechet ferner: 2 mal 3 ist 6: 6 von 7 lässet 1. Rücket 3 unter 8, und saget: 3 in 18 habe ich 6 mal. Setzet 6 zu dem ersten Theile des Quotienten, und sprechet: 3 mal 6 ist 18; 18 von 18 hebet sich auf. Wenn ihr nun auf gleiche Weise fortfahret, so findet ihr den gantzen Quotienten 2618, und bleiben 2 übrig. Daraus zu ersehen, daß die vorgegebene Zahl sich nicht völlig in 3 Theile theilen lässet.

~~1~~ ~~2~~2
~~7856~~ | 2618
~~3333~~ |

Beweis.

Weil man aus dem Einmal Eins wissen kan, wie vielmal eine Zahl aus der Classe der Einer in einer andern Zahl enthalten ist, welche aus der Mulciplication der Einer durch einander entstanden (§. 47.); so ist klar, daß die gefundene Zahl andeutet, wie vielmal der Divisor in den Tausenden, Hunderten, Zehenern und Einern, das ist, in der vorgegebenen Zahl (§. 30.) enthalten sey. Derowegen ist sie der gesuchte Quotient, und man hat die vorgegebene Zahl durch die andere dividiret (§. 17.). W. Z. E.

Der

Der andere Fall. Wenn der Divisor aus mehr als einem Theile bestehet, so

1. Fanget an, denselben unter der ersten Zahl zur Linken und so fort gegen die Rechte zu schreiben, und machet wie vorhin hinter die Zahl einen Strich; damit der Quotient nicht mit der Zahl, die man dividiren soll, vermenget werde.
2. Untersuchet durch Hülfe des Einmal Eins, wie vielmal die erste Zahl des Divisoris in der ersten Zahl der andern, die man dividiren soll, enthalten sey (§. 47.).
3. Multipliciret durch diesen Quotienten den ganzen Divisorem, und gebet Acht, ob sich das Product von den Zahlen, die über ihm stehen, abziehen lässet.
4. Wenn es angehet, so schreibet die vorhin gefundene Zahl in die Stelle des Quotienten hinter den Strich, und ziehet das Product würklich ab. Die Zahlen, von welchen ihr abziehet, streichet aus, und was übrig bleibet, setzet darüber. Gehet es aber nicht an, so nehmet zum Quotienten eines oder auch mehrere weniger, bis ihr das Product abziehen könnet.
5. Rücket euren Divisorem um eine Stelle fort gegen die Rechte, und verfahret wie vorhin, bis endlich der Divisor nicht weiter fortgerücket werden kan: so ist geschehen, was man verlangete.
6. Wollet ihr wissen, ob ihr recht gerechnet: so multipliciret den Quotienten durch den Divisorem, und addiret dazu, was überblieben ist; so

so kommet die Zahl heraus, die zu dividiren aufgegeben ward.

Z. E. Man soll 7856 durch 32 dividiren. Setzet 32 unter 78 und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Multipliciret 2 mit 32, so kommet heraus 64. Weil nun dieses Product sich von 78 abziehen lässet: so schreibet 2 anstatt des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 14, schreibet über 78. Rücket euren Divisorem

11	
147	
7856	245
3222	
33	

um eine Stelle fort, und sprechet 3 in 14 habe ich 4 mal. Multipliciret 4 mit 32, so kommet heraus 128. Weil nun dieses Product sich von 145 abziehen lässet; so schreibet 4 in die Stelle des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 17, schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Rücket euren Divisorem abermal um eine Stelle fort, und sprechet: 3 in 17 habe ich 5 mal. Multipliciret 32 mit 5. Weil das Product 160 sich von 176 abziehen lässet; so schreibet 5 zu dem Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 16, schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Die gefundene Zahl 245 ist der verlangte Quotient.

Probe:

$$\begin{array}{r} 245 \\ 32 \\ \hline 490 \\ 735 \\ \hline 7840 \\ 16 \\ \hline 7856 \end{array}$$

Beweis.

Der Beweis ist fast eben wie in dem ersten Falle. Nur ist zu merken, daß, weil man vermöge des Einmal Eins nicht wissen kan, wie vielmal der ganze Divisor in den darüber geschriebenen Zahlen enthalten ist, man setze, es stecke so vielmal darinnen, als die erste Zahl des Divisoris zur Linken in der über ihr geschriebenen Zahl. Denn ob dieses gleich nicht jederzeit eintrifft; so kann es einen doch nicht in Irrthum verleiten, weil die Probe gleich angestellet wird, wenn man den Divisorem durch den angenommenen Quotienten multipliciret, und ihn also vermittelst derselben so lange um eines vermindert, bis man den rechten Quotienten erhält. Die angegebene Probe ist aus den Erklärungen der Multiplication (§. 15.) und Division (§. 17.) klar.

Die 7. Erklärung.

52. Wenn man zwey Zahlen (4 und 12) dergestalt mit einander vergleichet, daß man

man auf ihren Unterschied (8) siehet, der durch die Subtraction gefunden wird, nennet man ihre Relation, die sie gegen einander haben, eine arithmetische Verhältniß: siehet man aber auf den Quotienten (3), der durch die Division gefunden wird, eine geometrische Verhältniß. Der Quotient, welcher andeutet, wie vielmal die kleinere Zahl in der grösseren enthalten ist, heisset der Name der Verhältniß (NOMEN sive EXPONENS RATIONIS).

Die 8. Erklärung.

53. Wenn in zweyen oder mehreren arithmetischen Verhältnissen (3. 5. und 6. 8.) der Unterschied der Glieder, in geometrischen (3. 12. und 5. 20.) der Name der Verhältniß einerley ist, so nennet man sie ähnlich, und ihre Aehnlichkeit eine Proportion. Die ähnliche Verhältnisse werden auch gleiche Verhältnisse genennet.

Anmerkung.

54. Die Zahlen, so eine arithmetische Proportion mit einander machen, schreibet man also: 3. 5 ⋅ ⋅ 6. 8, oder besser, nach meiner Art: $3 - 5 = 6 - 8$; die in einer geometrischen neben einander stehen, dergestalt: 3. 12 :: 5. 20. oder besser mit dem Herrn von Leibnitz: $3 : 12 = 5 : 20$. In beiden spricht man: Wie sich verhält die erste Zahl zu der andern, so die dritte zu der vierten. Diese Redens-Art hat in dem ersten Falle den Verstand: Um wie viel die erste Zahl grösser oder kleiner ist, als die andere, um eben so viel ist die dritte Zahl grösser oder kleiner, als die vierte. Hingegen in dem andern Falle muß man sie dergestalt erklären: Wie vielmal die erste Zahl die andere in sich enthält, oder in derselben enthalten ist, eben so

so vielmal enthält die dritte Zahl die vierte in sich, oder ist in derselben enthalten.

Die 9. Erklärung.

55. Zuweilen vertrit das andere Glied zugleich die Stelle des dritten, und dann nennet man es PROPORTIONEM CONTINVAM. Ist nun dieselbe arithmetisch, so schreibet man sie also: ∸ 3. 6. 9. oder auch 3 — 6 = 6 — 9; ist sie geometrisch, folgendermassen: ∺ 3. 6. 12. oder auch 3 : 6 = 6 : 12.

Die 10. Erklärung.

56. Eine Progreßion wird genennet eine Reihe Zahlen, die in einer arithmetischen oder auch geometrischen Verhältniß fortgehen; als im ersten Falle 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: im andern 3. 6. 12. 24. 48. 96. Und zwar nennet man die erste eine arithmetische: die andere aber eine geometrische Progreßion.

Der 9. Grundsatz.

57. Wenn zwey Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich. Z. E. 1 : 4 = 3 : 12 und 1 : 4 = 5 : 20. Derowegen ist 3 : 12 = 5 : 20.

Der 1. Lehrsatz.

58. Wenn man zwey Zahlen (3 und 6) durch eine Zahl (4) multiplicirer; so verhalten

halten sich die Producte (12 und 24), wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6).

Beweis.

Denn wenn ich eine Zahl (4) durch zwey andere (3 und 6) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern Product um so vielmal mehr enthalten, als in dem ersten, als die erste Zahl (3) in der anderen (6) enthalten ist (§. 15.). Als, weil in unserem Exempel 6 zweymal so groß ist als 3; so nehme ich auch 4 zweymal so viel, wenn ich durch 6 multiplicire, als wenn ich durch 3 multiplicire; massen das dreyfache zweymal genommen das sechsfache ausmachet. Nemlich im ersten Falle nehme ich 4 dreymal; im anderen Falle zweymal dreymal. Derowegen ist klar, daß das erste Product (12) in dem andern (24) so vielmal enthalten ist, als die erste multiplicirte Zahl (3) in der andern (6); als in dem ganzen Exempel zweymal. W. Z. E.

Zusatz.

59. Wenn man zwey Zahlen durch eine dritte dividiret, so müssen die Quotienten sich verhalten, wie die dividirten Zahlen: denn man kan sie ansehen, als wären sie durch Multiplication der Quotienten mit dem Divisore entstanden (§. 15. 17.).

Die II. Erklärung.

60. **Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile genau eintheilet, und nimmet einen oder etliche Theile derselben, so nennet man es einen Bruch.**

Der 4. willkührliche Satz.

61. Man schreibet ihn aber mit zwey Zahlen, so unter einander gesetzet und durch einen Strich von einander unterschieden werden, von denen die untere andeutet, in wie viel gleiche Theile das Ganze eingetheilet worden; die obere aber, wie viel solcher Theile mir zugehören. Jene wird der Nenner, diese der Zähler genennet. Z. E. der Thaler soll in drey gleiche Theile getheilet werden, und ich soll zwey derselben bekommen, so schreibe ich den Bruch also: $\frac{2}{3}$.

Der 1. Zusatz.

62. Daher urtheilet man die Grösse des Bruches aus der Verhältniß des Zählers zu dem Nenner. Denn stecket jener in diesem vielmal, so ist der Bruch klein, als $\frac{3}{37}$; stecket er wenigmal darinnen, so ist er groß, als $\frac{2}{3}$. Hingegen wenn die Zähler in ihren Nennern gleichvielmal enthalten sind, so sind die Brüche einander gleich, als $\frac{3}{6}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{5}{10}$. $\frac{25}{50}$. Und daher ist er mehr als ein Ganzes, wenn der Zähler grösser als der Nenner, als $\frac{35}{24}$. Denn $\frac{24}{24}$ ist ein Ganzes, und also habe ich $\frac{11}{24}$ über ein Ganzes.

Der 2. Zusatz.

63. Wenn man demnach den Nenner und Zähler eines Bruches ($\frac{4}{6}$) durch Eine Zahl (2) multipliciret oder dividiret; so sind die Brüche,

so

so herauskommen ($\frac{8}{12}$ und $\frac{2}{3}$) dem gegebenen ($\frac{4}{6}$) gleich (§. 58. 59.).

Die 7. Aufgabe.

64. **Einen Bruch aufzuheben, das ist, an statt eines gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) einen andern zu finden, der mit kleineren Zahlen geschrieben wird, aber dem gegebenen, dem Werthe nach, gleich ist.**

Auflösung.

Dividiret den Nenner (48) und den Zähler (20) des gegebenen Bruchs ($\frac{20}{48}$) durch einerley Zahl (4), so formiren (§. 63.) die herauskommenden Zahlen (12 und 5) den neuen Bruch ($\frac{5}{12}$).

Die 8. Aufgabe.

65. **Verschiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, das ist, anstatt einiger Brüche, die verschiedene Nenner haben, andere zu finden, die einerley Nenner haben, und den gegebenen gleich sind.**

Auflösung.

1. Wenn zwey Brüche gegeben sind, so multipliret jeden Bruch durch den Nenner des andern.
2. Sind aber mehrere gegeben, so wird der Zähler und Nenner eines jeden Bruchs durch das Product aus den Nennern der übrigen multipliciret (§. 63.).

Exempel.

5) $\frac{2}{3}$. 3) $\frac{4}{5} = \frac{10}{15}. \frac{12}{15}$

24) $\frac{2}{3}$. 12) $\frac{1}{6}$. 18) $\frac{3}{4} = \frac{48}{72}. \frac{12}{72}. \frac{54}{72}$.

Die 9. Aufgabe.

66. **Brüche zu addiren.**

Auflösung und Beweis.

Weil die Nenner die Namen sind (§. 61.), so dürfet ihr nur die Zähler addiren. Da man aber nur Zahlen von Einer Art zusammensetzen kan (§. 4.), so müsset ihr erst die Brüche unter Eine Benennung bringen (§. 65.), wenn sie verschiedene Nenner haben.

Exempel.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ (§. 62.).

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72} = 1\frac{7}{12}$ (§. 62. 64.)

Die 10. Aufgabe.

67. **Einen Bruch von dem andern zu subtrahiren.**

Auflösung.

1. Bringet die Brüche unter Eine Benennung (§. 65.), wenn sie verschiedene Nenner haben.
2. Subtrahiret den Zähler des einen von dem Zähler des andern, und lasset den Nenner unverändert.

Z. E. $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$.

Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die

Die 11. Aufgabe.

68. Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren.

Auflösung.

Multipliciret durch einander die Nenner, ingleichen die Zähler; so formiren die beiden Producte das verlangte Facit.

Z. E. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ und $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch multipliciren soll, so soll man ein Stück von demselben geben (§. 15. 60.). Z. E. $\frac{4}{5}$ durch $\frac{3}{7}$ multipliciren, ist eben so viel, als $\frac{4}{5}$ in 7 Theile eintheilen, und drey solcher Theile davon nehmen (§. 61.), das ist, $\frac{4}{5}$ durch 7 dividiren, und den Quotienten durch 3 multipliciren. Weil nun der Nenner der blosse Name ist (§. cit.); so muß eigentlich der Zähler des zu multiplicirenden Bruches durch den Nenner des andern dividiret werden, als der Zähler 4 des Bruches $\frac{4}{5}$ durch den Nenner 7 des Bruches $\frac{3}{7}$. Damit er sich nun dividiren lässet, so muß der zu multiplicirende Bruch in einen andern verwandelt werden; welches geschiehet, wenn man ihn durch den Nenner des Multiplicanten 7 multipliciret (§. 63.), damit man $\frac{28}{35}$ anstatt $\frac{4}{5}$ erhält. Der siebente Theil hiervon ist $\frac{4}{35}$. Wenn man nun diesen Bruch dreymal nimmet, so bekommet man $\frac{12}{35}$.

Da es aber eine vergebliche Arbeit wäre, wenn man den Zähler 4 erst durch den Nenner 7 multipliciren, und darnach das Product wieder dadurch dividiren solte; so multipliciret man bloß den Nenner 5 durch 7, und gleich den Zähler 4 durch 3. W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

69. Es ist dannenhero nicht Wunder, daß in der Multiplication immer weniger herauskommet, als ein jeder von den Brüchen, die man durch einander multipliciret, indem es in der That eine Division ist. Denn wenn ich z. E. mit $\frac{1}{2}$ multiplicire, so nehme ich ein halbmal, was ich multipliciren soll; und also wird es in der That in zwey Theile getheilet, und ich bekomme einen davon.

Die 2. Anmerkung.

70. Wenn man einen Bruch durch eine ganze Zahl multipliciren soll, so ist nicht nöthig erst zu erinnern, daß man nur den Zähler multipliciren darf; indem der Nenner nur der Name ist (§. 61.). Z. E. $\frac{3}{7}$ mit 2 multipliciret, bringen $\frac{6}{7}$. Und so haben wir es auch in dem Beweise gemacht.

Die 12. Aufgabe.

71. Einen Bruch ($\frac{4}{5}$) durch einen andern ($\frac{2}{3}$) zu dividiren.

Auflösung.

1. Kehret den Bruch, durch den man dividiren soll, um; z. E. anstatt $\frac{2}{3}$ schreibet $\frac{3}{2}$.
2. Multipliciret hierauf, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 68.); so kommet der Quotient $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$ (§. 62.) $= 1\frac{1}{5}$ (§. 64.) heraus.

Be-

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen andern dividiret, so fraget man, wie vielmal der eine in dem andern enthalten sey (§. 17.). Wenn man nun die Brüche zu gleichen Nennern bringet, so muß einer so vielmal in dem andern enthalten seyn, als der Zähler des einen in dem Zähler des andern; weil in dieser Vergleichung der gemeine Nenner, als der gemeine Name derer Dinge, die gezählet werden, nicht anzusehen (§. 61.). Allein, indem zwey Brüche zu Einer Benennung gebracht werden, erwächset der Zähler des ersten, wenn man seinen Zähler durch den Nenner des andern multiplicirt; hingegen der Zähler des andern, wenn man seinen Zähler durch den Nenner des ersten multipliciret (§. 65.). Also bekommet man die beiden Zahlen, so durch einander zu dividiren sind, wenn man den Divisorem umkehret, und hernach die Brüche in einander multipliciret. W. Z. E.

Die 12. Erklärung.

72. **Wenn man eine Zahl (2) durch sich selbst multipliciret, so nennet man das Product (4) das Quadrat derselben Zahl; sie aber die Quadrat-Wurzel, in Ansehung dieses Quadrats.**

Die 13. Erklärung.

73. **Multipliciret man die Quadrat-Zahl (4) ferner durch ihre Wurzel (2); so heisset das neue Product (8) eine Cubic-**

Zahl, und in Ansehung derselben die Wurzel (2) nunmehro die Cubic-Wurzel.

Die 14. Erklärung.

74. Die Quadrat-Wurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, ist diejenige Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret die gegebene Zahl hervorbringet.

Die 15. Erklärung.

75. Hingegen die Cubic-Wurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heisset diejenige Zahl finden, die durch ihre Quadrat-Zahl multipliciret die gegebene Zahl hervorbringet.

Anmerkung.

76. Wenn man die Quadrat- und Cubic-Wurzel ausziehen will, muß man die Quadrat- und Cubic-Zahlen aller Zahlen von 1 bis 9 wissen. Darzu dienet folgendes Täfelein.

Wurzeln.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cub. Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Die 13. Aufgabe.

77. Aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurzel auszuziehen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke zu, und gebet jeder

zwey Ziffern: denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen herauskommen. In der letzten Classe aber zur Linken kan auch Eine Ziffer stehen.

2. Suchet in dem **Wurzel-Täfelein** (§. 76.) das Quadrat auf, welches der Zahl in der ersten Classe am nächsten kommet, und ziehet es von derselben ab. Die dazu gehörige **Wurzel** aber setzet in die Stelle des Quotienten.

3. Hierauf dupliret den gefundenen Quotienten, und schreibet das Product unter die linke Zahl der folgenden Classe; und weiter fort zurücke gegen die Linke, wenn es aus viel Ziffern bestehet: dividiret auf gewöhnliche Weise, und setzet den Quotienten an gehörigen Ort, so habet ihr den andern Theil der Wurzel.

4. Eben diesen Quotienten setzet unter die rechte Zahl derselben Classe, und denn multipliciret mit dem gefundenen Quotienten die untergeschriebenen Zahlen, und ziehet das Product von den obern Zahlen des Quadrats ab.

5. Wenn ihr nun die dritte und vierte Regel bey allen Classen anbringet, so kommet die verlangte Quadrat-Wurzel heraus.

6. Wenn ihr aber die Wurzel durch sich selbst multipliciret, so kommet die gegebene Quadrat-Zahl wieder heraus. Und dieses ist die Probe, daraus ihr sehet, ob ihr recht gerechnet oder nicht (§. 74.).

1|79|56 (134	Probe: 134
1|:: ::	134
79 ::	536
23 ::	402
69 ::	134
10|56	17956
2|64	
10 56	
0	

Anmerkung.

78. Wenn die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat ist, so kan man Zehen-Theilchen, Hundert-Theilchen, u. s. w. haben, wenn man 2, 4 u. s. w. Nullen hinten anhänget, und die Rechnung fortsetzet. Denn wenn man die Einheit in der Quadrat-Zahl in 100 gleiche Theile theilet (welches geschiehet, wenn man sie durch 100 multipliciret), so wird die Wurzel in zehen Theile getheilet (§. 72.); z. E. wenn man aus 345 die Wurzel ziehen soll, so geschiehet solches folgender massen:

3\|45

```
3|45   (18 57/100
1|: :
--------------------
2|45
 28
2 24
--------------------
2.1.|0.0
  3 6 8
1 8 2 5
--------------------
 2 7.5.|0.0.
   3 7  0 7
  2 5 9  4 9
--------------------
  1 5 5 1
```

Will man die Probe anstellen, ob man recht gerechnet: so multipliciret man die gefundene Zahl durch sich selbst, und addiret zu dem Producte, was noch übrig geblieben war. Wenn nun die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen, als man anhänget, herauskommet; so ist die Rechnung richtig (§. 74.). Z. E.

```
      1857
      1857
   -------
     12999
     9285
    14856
    1857
   -------
   3448449
      1551
   -------
   3450000
```

Die

Die 14. Aufgabe.

79. Aus einer gegebenen Zahl die Cubic-wurzel auszuziehen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Linke, und gebet jeder Classe drey Zahlen. Denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen herauskommen.
2. Suchet in dem Wurzel-Täfelein (§. 76.) die Cubic-Zahl, welche derjenigen, so in der letzten Classe zur Linken stehet, am nächsten kommt: ziehet dieselbe davon ab, und setzet die dazu gehörige Wurzel in die Stelle des Quotienten. Solchergestalt habet ihr den ersten Theil der Wurzel.
3. Diesen multipliciret mit sich selbst, und das herauskommende Quadrat mit drey, setzet das Product unter die Cubic-Zahl anstatt des Divisoris, dergestalt, daß dessen letzte Zahl zur Rechten unter die erste zur Linken in der folgenden Classe zu stehen kommet, und dividiret gewöhnlicher maassen: so kommt der andere Theil der Wurzel heraus.
4. Alsdenn multipliciret den Divisorem in den neuen Quotienten, und schreibet das Product darunter: unter der mittlern Zahl derselben Classe fahet an von der Rechten gegen die Linke zu schreiben, das Product von dem Quadrate des neuen Quotienten dreymal genommen in den vorhergehenden: und endlich unter der dritten die Cubic-Zahl des neuen Quotienten.

ten. Addiret diese drey Producte, und ziehet die Summe ab von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziffern.

Wenn man nun nach der dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfähret, so kommet endlich die verlangte Cubic-Wurzel heraus.

	47|437|928 (362
	27
	20|437
Divisor	(27)
Fact. ex Div. in N. Q.	16 2
— ex tr. □ N. Q. in P.	3 24
Cubus novi Quoti	216
Summa Factorum	19656
	781|928
Divisor	(3888)
Fact. ex Div. in N. Q.	777 6
— ex tr. □ N. Q. in P.	4 32
Cubus novi Quoti	8
Sum. Factorum	781 928
	000 000

Anmerkung.

80. Wenn man die Einheit in der Cubic-Zahl in 1000 gleiche Theile theilet (welches geschiehet, wenn man sie durch 1000 multipliciret); so wird die Wurzel in zehen Theile getheilet (§. 73.) Dannenhero, wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubic-Zahl ist, darf man nur 3 Nullen für die Zehen-Theilchen, noch 3 für die Hundert-Theilchen u. s. w.

anhängen, und die Rechnung nach der ordentlichen Regel fortsetzen. Z. E. es sey aus 3 die Cubic-Wurzel zu ziehen.

```
 3|000|000 (1 44/100
 1| : : :
 ___________
 2.0.0.0
  (3) : :
 1 2 : :
    4 8 :
      64
 ___________
  1744
 ___________
     256|0.00
    (58 8) : :
     235 2 : :
       6 72 :
          64
 _____________
    241 984
 _____________
     14 016
```

Will man wissen, ob man recht gerechnet, oder nicht, so muß man die gefundene Zahl in sich selbst, und das herauskommende Product noch einmal in dieselbe multipliciren, und was in der Rechnung übrig geblieben, dazu addiren. Denn wenn die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen herauskommet, als man angehänget, so ist die Rechnung richtig (§. 75.).

Probe

Probe:

```
      144 Wurzel
      144
    -------
      576
     576
    144
    -------
    20736 Quadrat=Zahl
      144
    -------
    82944
   82944
  20736
  -------
  2985984
   14016
  -------
  3000000 Cubic=Zahl.
```

Der 2. Lehrsatz.

81. In einer geometrischen Proportion, ist das Product des ersten Gliedes in das vierte, gleich dem Product aus dem andern in das dritte.

```
3. 6 : : 4. 8
   4        3
  ---    ---
  24  =  24
```

Beweis.

Das andere Glied entstehet, wenn man das erste, und das vierte, wenn man das dritte durch den Namen der Verhältniß multipliciret (§. 53.) Derowegen wenn man das erste Glied durch das vierte multipliciret, so ist das Product aus dem ersten und dritten Gliede und dem Namen der Verhältniß erwachsen. Multipliciret man das andere Glied durch das dritte, so ist das Product gleichfalls aus dem ersten und dritten Gliede und dem Namen der Verhältniß erwachsen. Derowegen müssen die beiden Producte gleich seyn (§. 26.). W. Z. E.

Zusatz.

82. Wenn demnach drey Zahlen proportional sind, daß die mittlere zwey Stellen vertritt (§. 55.); so ist das Product aus den beiden äussersten der Quadrat-Zahl der mittleren gleich (§. 72.).

Der 3. Lehrsatz.

83. Wenn vier Zahlen oder Grössen proportional sind; so verhält sich auch wechselsweise, wie die erste zu der dritten, so die andere zu der vierten.

Beweis.

Das andere Glied kommet heraus, wenn man das erste durch den Exponenten multipliciret, das vierte aber, wenn man das dritte durch eben denselben Exponenten multipliciret (§. 53.). Derowegen verhält sich das andere Glied zu dem vierten, wie das erste zu dem dritten (§. 58.). W. Z. E.

Die 15. Aufgabe.

84. Zwischen zwey gegebenen Zahlen die mittlere geometrische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Multipliciret die beiden gegebenen Zahlen (8 und 72) durch einander.
2. Aus dem Product (576) ziehet die Quadrat-Wurzel (24) (§. 77.); so habet ihr die verlangte Zahl (§. 82.).

Die 16. Aufgabe.

85. Zu drey gegebenen Zahlen (3, 12, 5) die vierte, oder auch zu zweyen die dritte geometrische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Multipliciret die andere (12) durch die dritte (5), oder, in dem andern Falle, die andere durch sich selbst;
2. das Product (60) dividiret durch die erste (3); so ist der Quotient (20) die vierte (§. 81.), oder, in dem andern Falle, die dritte (§. 82.).

Die 1. Anmerkung.

86. Die Auflösung dieser Aufgabe nennet man insgemein die Regel Detri, weil aus drey Zahlen die vierte gefunden wird. Und hat dieselbe einen unaussprechlichen Nutzen, sowohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften. Es ist aber aus der Aufgabe leicht zu ersehen, daß man die Regel Detri nirgend anbringen kan, als wo man vorher aus der Beschaffenheit der Sachen versichert ist, daß eine geometrische Proportion unter ihnen anzutreffen. Z. E. es ist ein grosses Gefässe mit Wasser angefüllet, und unten an dem Boden ein enges Löchlein, dadurch es herauslaufen kan. Man hat

befunden, daß in 2 Minuten 3 Kannen herausgelaufen. Die Frage ist, wenn 200 Kannen herauslaufen werden? Hier sind drey Zahlen gegeben, die vierte soll man finden. Allein es ist bekant, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernach langsam laufet, und also die Zahl der ausgelaufenen Kannen der Zeit, in welcher sie herauslaufen, keinesweges proportional. Derowegen kan man auch diese Frage durch die Regel Detri nicht auflösen.

Die 2. Anmerkung.

87. Allein im Handel ist der Werth der Waare allezeit ihrer Grösse gleich. Denn wenn einer zweymal so viel nimmet, zahlet er doppelt; nimmet er dreymal so viel als ein anderer, so zahlet er dreyfach Geld. Daher kan man aus dem gegebenen Werthe von einer gewissen Grösse einer Waare, den Werth einer andern Grösse, oder auch die Grösse der Waare von einem gegebenen Werthe finden. Z. E. 3 Pfund kommen 4 Thaler, wie viel kommen 17 Pfund? Hier ist klar, wie vielmal 3 Pfund in 17 Pfund enthalten sind, eben so vielmal die 4 Thaler, als der Werth der 3 Pfund, in dem Werthe der 17 Pfund enthalten seyn müssen, den ich suche, und nach der Regel Detri also finde:

$$3 \text{ Pf.} - 17 \text{ Pf.} - 4 \text{ Thl.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} (2 & \\ \cancel{6}8 & 22\tfrac{2}{3} \text{ Thl.} \\ \cancel{3}\cancel{3} & \end{array}$$

Oder: für 4 Thaler bekommt man 3 Pfund, wie viel wird man für $22\frac{2}{3}$ Thaler bekommen? Hier ist abermal klar, daß wie vielmal der Werth von 3 Pfund, nemlich 4 Thaler, in dem Werthe der gesuchten Pfunde, nemlich $22\frac{2}{3}$ Thaler enthalten, eben so vielmal die 3 Pfund in den gesuchten Pfunden enthalten seyn müssen, die man durch die Regel Detri solchergestalt findet.

$$4 \text{ Thl.} - 22\tfrac{2}{3} \text{ Thl.} - 3 \text{ Pf.}$$

$$\frac{3}{68}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2} & \\ \cancel{68} & 17 \text{ Pf.} \\ \cancel{44} & \end{array}$$

Woraus zugleich zu ersehen, wie man in der Regel Detri die Probe anstellen kan, ob man recht gerechnet, oder nicht.

Die 3. Anmerkung.

88. Eben so verhält sich der Lohn der Arbeiter, wie die Zahl der Zeiten, in welchen sie gearbeitet, wenn man auf Tage oder Stunden mit ihnen gedungen. Ingleichen die Grösse der verrichteten Arbeit ist der Zeit proportional, wenn man eine Stunde so viel arbeitet, als die andere; ingleichen die Zahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet, als der andere, u. s. w. Z. E. in einer Stunde lieset einer 6 Blätter in einem Buche. Die Frage ist, in wieviel Stunden er 360 Blätter lesen wird? Die verlangte Zahl findet man nach der Regel Detri also:

$$6 \text{ Bl.} - 360 \text{ Bl.} - 1 \text{ St.}$$

$$\frac{1}{}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{360} & 60 \text{ St.} \\ \cancel{66} & \end{array}$$

Die 4. Anmerkung.

89. Unterweilen geschiehet es, daß zwischen den Zahlen keine solche Proportion zu finden, dergleichen zwischen den Sachen, die gezählet werden, anzutreffen, wenn nemlich nicht alle Zahlen von einerley Art sind. Da denn nöthig ist, daß sie zu einerley Art gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kan, als wenn man die Thaler in Groschen, die Groschen in Pfennige, die Pfunde in Lothe, die Stunden in Minuten, u. s. w. verwandelt. Z. E. 3 Pfund und 4 Loth kosten 2 Thaler 4 Groschen; was kommen 2 Pfund? Die Rechnung geschiehet also:

3 Pf. 4 L. — 2 Pf. — 2 Thl. 4 gr.

$$\begin{array}{rrr} 32 & 32 & 24 \\ \hline 100\,L. & 64\,L. & 52\,gr. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \hline 128 \\ 320 \\ \hline 3328 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \cancel{3}\cancel{3}28 & 33\tfrac{28}{100}\,gr. \\ \cancel{1}\cancel{1}00 & \text{oder } 33\tfrac{7}{25}\,gr. \end{array}$$

(§. 64.)

Die 5. Anmerkung.

90. Es geschiehet meistentheils, daß die übrigen Brüche eine ganz andere Eintheilung des Ganzen erfordern, als insgemein gebräuchlich. Als in dem vorhergehenden Exempel soll der Groschen in 25 Theile getheilet werden; wir aber theilen ihn in 12 ein. Derowegen muß man einen andern Bruch finden, der so viel gilt, wie der gegebene $\frac{7}{25}$ und zum Nenner 12 hat. Da nun der gesuchte Zähler des Bruchs in 12 so vielmal enthalten seyn muß, als der gegebene Zähler 7 in seinem Nenner 25 (§. 62); so kan auch diese Verwandelung durch die Regel Detri folgendergestalt geschehen (§. 85.):

25 — 7 — 12

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \cancel{2}(9 & \\ 8\ 4 & 3\tfrac{9}{25}\,pf. \\ \cancel{2}\ 8 & \end{array}$$

Weil der Pfennig nicht weiter eingetheilet wird, so muß man die $\frac{9}{25}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von einem Pfennige sind, weglassen: sonst könte man ihren Werth gleichfalls nach der Regel Detri finden.

Die 6. Anmerkung.

91. Man findet in den arithmetischen Schriften auch eine verkehrte Regel Detri, die man aber nicht nöthig hat, wenn man die Zahlen dergestalt neben einander setzet, wie es die Proportion erfordert. Z. E. 125 Soldaten werden mit einem Festungs-Bau innerhalb 6 Monaten fertig. Es ist aber die Frage: wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 2 Monaten fertig wird? Hier ist klar, daß, wie vielmal 2 Monate in 6 Monaten enthalten sind, eben so vielmal die Zahl der Soldaten, welche 6 Monate mit der Arbeit zubringen, in der Zahl derer enthalten sey, welche in 2 Monaten fertig werden soll. Denn je geschwinder die Arbeit fortgehen soll, je mehr Soldaten muß man dazu haben. Die Rechnung geschiehet demnach also:

2 Mon. — 6 Mon. — 125 Sold.

$$\begin{array}{r|l} \cancel{1}\cancel{1} & \\ \cancel{7}\cancel{5}\cancel{0} & 375 \text{ Sold.} \\ \cancel{2}\cancel{2}\cancel{2} & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 125 \\ 6 \\ \hline 750 \end{array}$$

Die 7. Anmerkung.

92. Unterweilen muß man die Regel Detri zweymal anbringen, ehe man die verlangte Zahl finden kan. Woraus einige ohne Noth eine besondere Regel gemacht, und sie die Regel de quinque, ingleichen Regulam compositam genennet. Z. E. 300 Thaler bringen in 2 Jahren 36 Thaler Interesse; wie viel tragen 20000 Thaler in 12 Jahren? Hier suchet man erstlich durch die Regel Detri, wie viel 20000 Thaler in 2 Jahren tragen, folgendergestalt:

300 Thl. — 20000 Thl. — 36 Inter.

36

720000

1	
720000	2400 Thl.
333300	

2 J. — 12 J. — 2400 Thl.

12

4800

24

28800

28800	14400 Thl.
22222	

Die 8. Anmerkung.

93. Es lassen sich dergleichen Exempel auch durch eine einige Anwendung der Regel Detri rechnen. Denn weil 2 mal 300 Thaler so viel in einem Jahre Interesse bringen, als 300 in zweyen, und 12 mal 20000 in einem Jahre so viel geben, als 20000 in 12 Jahren: so darf ich nur die Umstände der Zeit weglassen, und sagen: 2 mal 300, das ist 600 Thaler, geben (nemlich in einem Jahre) 36 Thaler Interesse, was geben 12 mal 20000, das ist 240000 Thaler (nemlich wiederum in einem Jahre)?

300 Thl. 2 J. — 20000 Thl. 12 J. — 36 Inter.

2 | 12

600 | 240000

36

1440000

72

8640000

22	
8640000	14400
6666600	Thl.

Und diese letzte Manier ist rathsamer, als die erste, weil in der ersten öfters verdrießliche Brüche vorkommen.

Die 9. Anmerkung.

94. Bey einigen Exempeln muß man die Regel Detri nothwendig etliche mal anbringen; als in den Gesellschafts-Rechnungen so vielmal, als Personen sind, die an dem Gewinn oder Verlust in der Handlung Antheil haben. Denn weil derjenige doppelt Geld gewinnet und verlieret, der doppelte Zulage giebet, u. s. w. so verhält sich jederzeit die ganze Zulage zu eines jeden Zulage insbesondere, wie der ganze Gewinn oder Verlust zu eines jeden Gewinn oder Verlust insbesondere. Z. E. es haben drey Personen in einer Handlung 2000 Thaler gewonnen. Der erste hat gegeben 1000 Thaler. Der andere 500 Thaler. Der dritte 300 Thaler. Man soll finden, wie viel jedem von dem Gewinn gebühre? Dieses geschiehet folgendergestalt:

Zulage des Ersten	1000	Thl.
des Andern	500	—
des Dritten	300	—
Ganze Zulage	1800	

1800 Thl. — 1000 Thl. — 2000 Thl.

2 000

$\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1}$	2000000
$\cancel{1}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}$	
$\cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}00$	$1111\frac{2}{18}$ Thl. Gewinn des Ersten.
$\cancel{1}\cancel{8}\cancel{8}\cancel{8}\cancel{8}00$	
$\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1}$	

1800 Thl. — 500 Thl. — 2000 Thl.

2 000

1000000

```
    111
    888
1000000 | 555
 188800 |
     11 |
```

$555\frac{10}{18}$ Thl. Gewinn des Anderen.

1800 Thl. — 300 Thl. — 2000

$$\begin{array}{r} 2\,000 \\ \hline 600000 \end{array}$$

```
    33
  3666
600000 | 333
188800 |
    11 |
```

$333\frac{6}{18}$ Thl. Gewinn des Dritten.

Probe.

$1111\frac{2}{18}$ Gewinn des Ersten.
$555\frac{10}{18}$ Gewinn des Anderen.
$333\frac{6}{18}$ Gewinn des Dritten.

2000 Thl. ganzer Gewinn.

Die 10. Anmerkung.

95. Es giebet auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche Weise gerechnet werden. Als wenn man nicht allein in der Medicin, sondern auch in andern Künsten und Wissenschaften das Gewichte der Ingredientien weiß, die man mit einander in Zubereitung eines Dinges vermischen soll, und man will wissen, wie viel von jedem zu nehmen ist, damit das Vermischte ein verlangtes Gewichte habe. Z. E. eine Medicin hat 3 Ingredientien, von dem einen kommen dazu 4 Loth, von dem andern 5 Loth, von dem dritten 2 Loth. Die Frage ist, wie viel man von jedem nehmen muß, daß man von der Medicin 8 Pfund habe. Die Rechnung geschiehet folgendermassen:

Ge-

Gewichte	des ersten / des andern / des dritten	Ingred.	4 Loth / 5 — / 2 —
	Summe		11 L.

11 L. — 8 Pf. — 4 L.

32

256 L.

4

1024

~~1~~~~3~~1
~~1~~~~0~~24 | $93\frac{1}{11}$ L. Gewicht des ersten Ingred.
~~111~~
~~1~~

11 L. — 8 Pf. — 5 L.

32

256 L.

5

1280

~~1~~
~~17~~4
~~1~~~~2~~8~~0~~ | $116\frac{4}{11}$ L. Gewichte des andern Ingr.
~~1111~~
~~11~~

11 L.

$$\begin{array}{r} 11\ \text{L.} - 8\ \text{Pf.} - 2\ \text{L.} \\ 32 \\ \hline 256\ \text{L.} \\ 2 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|l} & \cancel{1} & & \\ \cancel{1} & \cancel{7} & 6 & \\ \cancel{5} & \cancel{1} & \cancel{2} & 46\tfrac{6}{11}\ \text{L. Gewichte des dritten Ingr.} \\ \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} & \\ & \cancel{1} & & \end{array}$$

Probe.

$$\text{Gewichte} \left\{ \begin{array}{l} \text{des ersten} \\ \text{des andern} \\ \text{des dritten} \end{array} \right\} \text{Ingr.} \quad \begin{array}{r} 93\tfrac{1}{11}\ \text{L.} \\ 116\tfrac{4}{11}\ \text{L.} \\ 46\tfrac{6}{11}\ \text{L.} \end{array}$$

Summe 256 L.

Die 11. Anmerkung.

96. Man hat in verschiedenen Fällen einige Vortheile in der Regel Detri, welches insgemein die Welsche Practica genennet werden. Uns begnüget, die nützlichsten davon zu erzehlen. Weil die Regel Detri zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportional-Zahl suchet (§. 85.), wenn man aber zwey Zahlen durch eine Zahl dividiret, die herauskommenden Quotienten mit ihnen einerley Verhältniß haben (§. 59.); so dividiret die erste und andere, oder auch (§. 83.) die erste und dritte Zahl, und brauchet die herauskommenden Quotienten anstatt derselben in der Rechnung, wie aus beygefügten Exempeln zu ersehen.

3 Pf.

3 Pf. kosten 9 Thl. wie viel 7 Pf.
3) 1 3 3
fac. 21 Thl.

14 Pf. kosten 26 Thl. wie viel 7 Pf.
7) 2 2) 1
fac. 13 Thl.

Die 12. Anmerkung.

97. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1, und die andere von beiden nicht allzugroß, die mittlere aber aus Zahlen von vielerley Arten zusammengesetzet ist, hat man nicht nöthig, die in der 4 Anmerkung (§. 89) vorgeschriebene Reduction anzustellen, wie folgendes Exempel ausweiset.

1 Pf. kostet 3 Thl. 8 gr. 6 pf. wie viel 5 Pf.
5
fac. 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Nemlich ich sehe hier bald, daß 2mal 6 pf. einen Groschen machen, und also 5mal 6 pf., 2 gr. 6 pf.; wiederum 3 mal 8 gr. einen Thaler, und also noch 2 mal 8 darüber 16 gr. Dannenhero addire ich den Thaler zu den übrigen 15 Thl. und die 2 gr. zu den 16 gr. So ist das verlangte facit 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Die 13. Anmerkung.

98. Wenn die zwey gleichnamige Zahlen von einander um 1 unterschieden sind, kan man einen besondern Vortheil brauchen, der sich durch Exempel am bequemsten zeigen lässet. Z. E. 5 Pf. kosten 30 Thl. wie viel 4 Pf.? Weil 4 Pf. um den 5ten Theil weniger kosten müssen, als 5 Pf. so dividire ich nur 30 durch 5 und den Quotienten 6 ziehe ich von 30 ab, so bleibet das facit 24 Thl. übrig. Item 8 Pf. kommen 24 Thl. wie viel 9 Pf.? Weil 9 Pf. um $\frac{1}{8}$ mehr als 8 kosten, so darf ich nur den achten Theil von 24, nemlich 3 Thlr., zu 24 Thl. addiren, so kommet das facit 27 Thl.

Die 14. Anmerkung.

99. Unterweilen kan man verschiedene Vortheile bey einem Exempel anbringen.

100 Pf. kosten 30 Thl. 4 gr. wie viel 50 Pf.

50) 2	2) ————		1
	fac. 15 Thl. 2 gr.		

Item: 60 Pf. kosten 80 Thl. was 2520 Pf.

60) 1	6) ————		42
	480		——
	7) ————		6
	fac. 3360 Thl.		7

Ende der Rechen-Kunst.