Kurzer
Unterricht
von der
Mathematischen
Lehr-Art.

§. 1.

Die Lehr-Art der Mathematicorum, das ist, die Ordnung, deren sie sich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den Erklärungen, gehet fort zu den Grund-Sätzen, und hiervon weiter zu den Lehr-Sätzen und Aufgaben: überall aber werden Zusätze und Anmerkungen nach Gelegenheit angehänget.

§. 2. Die **Erklärungen** (*Definitiones*) sind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterschieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es sind aber dieselben zweyerley: Entweder Erklärungen der Wörter (*definitiones nominales*), oder Erklärungen der Sachen (*definitiones reales*).

§. 3. Die **Erklärungen der Wörter** geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kan, die einen gegebenen Nahmen führet. Als wenn in der Geometrie gesagt wird: ein Quadrat sey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winkel hat.

§. 4. Die **Erklärungen der Sachen** sind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weise, wie die Sache möglich ist. Als wenn in der Geometrie gesaget wird: ein Circul werde beschrieben, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punct beweget.

§. 5. Wir nennen einen **Begriff** eine jede Vorstellung in dem Verstande.

§. 6. Es ist aber mein **Begriff klar**, wenn meine Gedanken machen, daß ich die Sache erkennen kan, so bald sie mir vorkommt; als z. E. daß ich weiß, es sey diejenige Figur, welche man einen Triangel nennet.

§. 7. Hingegen ist der **Begriff dunkel**, wenn meine Gedanken nicht zulangen, die Sache, so mir vorkommt, zu erkennen. Als wenn mir eine

Pflanze

Pflanze gezeiget wird, und ich bin zweifelhaft, ob es eben dieselbige sey, die ich zu anderer Zeit gesehen, und die diesen oder jenen Namen führet.

§. 8. Der klare Begriff ist deutlich, wenn ich einem sagen kan, aus was für Merkmaalen ich die vorkommende Sache erkenne. Als wenn ich sage, ein Circul sey eine Figur, die in eine in sich selbst laufende krumme Linie eingeschlossen, deren jeder Punct von dem Mittelpuncte derselben gleich weit weg ist.

§. 9. Ein klarer Begriff aber ist undeutlich, wenn man einem die Merkmaale nicht sagen kan, daraus man die vorkommende Sache erkennet: dergleichen ihr von der rothen Farbe habet.

§. 10. Es ist ein deutlicher Begriff vollständig, wenn man auch von den Merkmaalen, die er einschließt, deutliche Begriffe hat. Als wenn man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§. 8.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie, von dem Puncte, von einem festen Puncte und von der Bewegung um denselben hat.

§. 11. Hingegen ist er unvollständig, wenn man von den Merkmaalen, die er in sich fasset, keine deutliche Begriffe hat.

§. 12. In den mathematischen Wissenschaften befleißiget man sich vor allen Dingen auf deutliche und vollständige Begriffe, sowohl in den Erklärungen der Sachen, als in den Erklärungen der Wörter.

§. 13. Daher findet man in den folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder schon in den vorhergehenden wären erläutert worden, oder als anders woher bekannt angenommen werden können.

§. 14. Ja wenn man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriffe vergnüget seyn kan, so muß er so beschaffen seyn, daß man dazu bald ohne Mühe gelangen kan, und dannenhero von einer Sache, um deren Gegenwart man sich nicht sonderlich zu bemühen hat.

§. 15. Was die Erklärungen der Sachen betrift, so zeigen dieselbigen, wie eine Sache möglich ist, das ist, auf was für Art und Weise sie entstehen kan (§.4.). Und derowegen hat man bey denselben auf zweyerley zu sehen, nemlich auf diejenigen Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen, und auf dasjenige, was sie dazu beytragen. Z. E. wenn ein Circul erkläret wird, daß er entstehe, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct herum beweget; so erfordert man zu seiner Möglichkeit einen Punct und eine gerade Linie; der Punct soll unbeweglich seyn, und also die Bewegung der Linie reguliren; die gerade Linie aber soll sich dergestalt bewegen, daß sie wieder an den Ort kommt, wo die Bewegung sich angefangen hatte.

§. 16. Die Erklärungen, sowohl der Wörter, als der Sachen, können entweder vor sich insbesondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen

rungen enthalten ist, und schliesset etwas unmittelbar daraus; so nennen wir solches einen Grundsatz. Z. E. wenn ihr bey der Erklärung des Circuls bedenket, daß die Linie, welche sich um den Mittelpunct herum beweget, immer einerley Länge behält: so werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz. In diesem Verstande brauchet der Herr von Tschirnhausen dieses Wort; insgemein aber nennet man einen Grundsatz einen allgemeinen Satz, den man ohne Beweis einräumet. Und so nehmen das Wort *Euclides* und alle alte und neue Geometrae.

§. 17. Die Grundsätze zeigen, entweder daß etwas sey, oder daß etwas könne gethan werden. Ein Grundsatz von der ersten Art ist, den wir erst aus der Erklärung des Circuls hergeleitet, daß nemlich alle Linien, die aus dem Mittelpunct an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Hingegen ein Grundsatz von der andern Art ist, der aus der Erklärung der geraden Linie fliesset, daß nemlich von einem jeden Puncte zu einem jeden Puncte eine gerade Linie könne gezogen werden. Im Lateinischen nennet man die Grundsätze der ersten Art *Axiomata*; die Grundsätze aber der andern Art *Postulata*.

§. 18. Weil nun die Grundsätze unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden, haben sie keines Beweises nöthig, sondern ihre Wahrheit erhellet, so bald man die Erklärungen ansiehet, daraus sie fliessen. Man kan demnach nicht eher versichert seyn, ob der Grundsatz wahr sey oder nicht, bis man die Möglichkeit der Erklärungen untersuchet hat. Sonst weiß man nichts mehr, als daß die Grundsätze richtig sind, woferne die Erklärungen möglich sind. Man siehet hieraus zugleich die Ursache, warum **Tschirnhausen** die Grundsätze als solche Sätze beschrieben, die durch eine Erklärung begriffen werden (§. 16).

§. 19. Mit den Grundsätzen werden unterweilen die Erfahrungen vermenget. Man nennet aber eine **Erfahrung** dasjenige, welches man erkennet, wenn man auf seine Empfindungen Acht hat. Z. E. ich sehe, daß, wenn ein Licht angezündet wird, alle Dinge, die um mich sind, sichtbar werden; diese Erkenntniß wird eine Erfahrung genennet. Und demnach sind die Erfahrungen Sätze von einzeln Dingen; weil ich nichts als einzele Dinge empfinden kan.

§. 20 Wenn man verschiedene Erklärungen gegen einander hält, und daraus schliesset, was durch einzele Betrachtungen zu erkennen unmöglich war, so nennet man solches einen **Lehrsatz** (Theorema). Z. E. wenn man in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogrammo vergleichet, welches mit ihm einerley Grund-Linie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieser beiden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen

rungen schon vorher gefunden worden, schliesset, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das parallelogrammum; wird dieser Satz: der Triangel ist die Hälfte eines *Parallelogrammi*, welches mit ihm einerley Grund-Linie und Höhe hat, ein Lehrsatz genennet.

§. 21. Es ist aber bey jedem Lehrsatz auf zweyerley zu sehen, nemlich einmal auf den Satz, darnach auf den Beweis. Jener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen zukommen könne oder nicht: dieser aber erkläret, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedenken kan.

§. 22. Die Gründe des Beweises sind theils die Erklärungen derjenigen Wörter und Sachen, die in dem Lehrsatze enthalten sind, theils auch die aus gedachten Erklärungen von eben diesen Sachen schon vorhin hergeleitete Eigenschaften. Weil man nun in der Mathematik nichts zu den Gründen annehmen lässet, als was entweder in den vorhergesetzten Erklärungen, oder daher geleiteten Grund- und Lehrsätzen enthalten; so pfleget man die Erklärungen und Lehrsätze jederzeit anzuführen, auf welche man den Beweis gründet; theils damit ein jeder siehet, daß die angenommene Gründe des Beweises ihre Richtigkeit haben; theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt, oder auch wol wieder vergessen haben, nachschlagen können und sich ihrer Gewißheit versichern.

§. 23. Die Art und Weise, aus den gesetzten Gründen zu schliessen, ist keine andere, als die längst in allen Büchern von der Logica oder Vernunft-Kunst beschrieben worden. Es sind die Beweise oder Demonstrationes der Mathematicorum nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunft-Kunst zusammengesetzter Schlüsse. Daß demnach in denselben alles durch die so genannten Syllogismos geschlossen wird; nur daß man zuweilen, oder wol meistens, einen von den Vördersätzen wegläßset; weil er entweder dem Leser, der sich den Beweis zu gedenken bemühet, vor sich einfället, oder aus der beygefügten Citation leicht kan errathen werden. Dieses hat nicht allein *Clavius* an dem Beweise des ersten Lehrsatzes in den Elementis *Euclidis*; sondern auch *Herlinus* und *Dasipodius* durch einige Bücher dieser Elementorum, und *Henischius* durch die ganze Rechen-Kunst gewiesen.

§. 24. Die Ausgaben handeln von etwas, so gethan oder gemacht werden soll, und werden in drey Theile eingetheilet, in den Satz, die Auflösung, und den Beweis. In dem Satze geschiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden soll. Die Auflösung erzählet alles, was man thun muß, und wie man eines nach dem andern zu verrichten hat, damit geschehe, was man verlanget. Endlich der Beweis führet aus: wenn das geschiehet, was in der Auflösung vorgeschrieben wird; so müsse man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze verlangte. Solchergestalt wird jede Aufgabe in einen

nen Lehrsatz verwandelt, wenn sie bewiesen werden soll. Es heisset nemlich überhaupt: Wenn man alles thut, wie es die Auflösung erfordert; so geschiehet, was man thun solte.

§. 25. Zuweilen geschiehet es, daß man um besonderer Ursachen willen einen Satz auf einen besondern Fall appliciret, oder auch aus demselben einen andern Satz herleitet. Dergleichen Arten der Wahrheiten werden Zusätze (Corollaria) genennet.

§. 26. Endlich in den Anmerkungen, die sowol den Erklärungen, als Grund- und Lehrsätzen, imgleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunkel seyn möchte, zu erläutern; den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten; die Historie der Erfindung beyzubringen, und was etwa sonst nützliches zu wissen vorfället.

§. 27. Wer die bisher erläuterte Methode oder Lehr-Art betrachtet, wird ohne Mühe innen werden, daß sie allgemein ist, und in allen Wissenschaften gebrauchet werden soll, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Man nennet es aber die mathematische, zuweilen auch gar die geometrische Methode oder Lehr-Art, weil bisher fast die Mathematici allein, sonderlich in der Geometrie, sich derselben bedienet.

§. 28. Und darum, weil in der Mathematik diese Lehr-Art auf das allergenaueste in Acht genommen wird, rühmet man von ihr, daß sie den Verstand des Menschen schärfe, das ist, geschickt mache, in alle Dinge, die er erkennen lernet, tiefer und richtiger einzusehen, als ein anderer, der sich so genau und ordentlich zu denken nicht angewöhnet.

§. 29. Es werden also dieses vortreflichen Nuzens diejenigen nicht theilhaftig, welche blos einige mathematische Aufgaben und andere im menschlichen Leben zwar nützliche, aber vor und an sich selbst zur Mathematik eigentlich nicht gehörige Sachen lernen, oder auch von den mathematischen Wahrheiten nur eine gemeine Erkenntniß erlangen.

Ende
des
Unterrichts von der Lehr-Art.

Anfangs-