Sprachschule. 6 Hefte à 15—25 ₰. — Knab, Kobmann und Lober, Übungsstoff für den Unterricht im Deutschen. 7 Hefte. Nürnberg. 1,50 ℳ. — Münchener Bezirkslehrerverein, Übungsbuch für Sprachlehre, Rechtschreiben und Aufsatz. 5 Hefte. München. à 25—35 ₰. Schülerbuch für den Unterricht in der deutschen Sprache. Von mehreren öffentlichen Lehrern. München. 0,55 ℳ. — Leifsl und Lindner, Sprachübungen. Im Anschlusse an die oberpfälzischen Lesebücher. München, 1895. Heft 1. 0,20 ℳ. — Kuznik-Schmidt, Elementar-Sprachlehre. Leipzig. 3 Hefte à 25 ₰. — Meyer, Jos., Kleines deutsches Sprachbuch. 8. Aufl. Hannover. 0,60 ℳ. — Panitz, Leitfaden für den Unterricht in der Grammatik. Leipzig. 5 Hefte à 20 ₰.

---

Zweite Gruppe.

# Der Unterricht in der Mathematik.

Von

**Joachim Königbauer,**

Kgl. Seminardirektor in Lauingen.

»Die Mathematik ist die Jurisprudenz der Notwendigkeit.«

## 1. Rechnen.[1]

### § 68.

### I. Zweck des Rechenunterrichts.

Der Zweck des Rechenunterrichtes ist ein formaler und materialer und damit zugleich ein praktischer. In Verfolgung dieser Zwecke werden nebenbei auch sittliche und erziehliche erreicht.

Für die formale Bildung ist der Rechenunterricht von gröfster Wichtigkeit. Bei richtigem Betriebe desselben gewinnt das Kind klare Vorstellungen von Zahlen- und Raumgröfsen, die zugleich das Gedächtnis in vorzüglicher Weise üben. Ferner ist das Beurteilen und Überlegen einer Rechenaufgabe an und für sich schon eine Geistesarbeit, wie solche kaum ein anderes Fach zu bieten vermag. Bald gilt

---

[1] Rechnen, goth. rahnjan, zählend, überschlagen; althochd. rehhanôn, rechanôn; mittelhochd. rechen, aus rechenen.

es, Nebensächliches vom Hauptsächlichen zu scheiden, aus Bekanntem Unbekanntes zu ermitteln, Zahlenverhältnisse zu zergliedern oder zu kombinieren; bald ist das gewonnene Resultat zu überschlagen, dessen Wahrscheinlichkeit oder Unmöglichkeit zu ermitteln, oder es sind neue Wege zu demselben zu suchen. Endlich müssen aus einzelnen Beispielen allgemeine Gesetze und Regeln abgeleitet werden, die wiederum durch Anwendung auf das praktische Leben an Bedeutung gewinnen.

Der materielle Zweck des Rechenunterrichts liegt für jedermann klar auf der Hand. Die Hausfrau, der Familienvater, die Wirtschafterin, der Zimmermann, der Maurer, der Werkführer, der Geschäftsmann — kurz jeder Mensch mufs mit jener Wissenschaft, die es mit Raum und Zahl zu thun hat, mehr oder minder vertraut sein, will er nicht im täglichen Handel und Verkehr finanzielle Nachteile erleiden oder sein Leben lang von anderen abhängig bleiben. Es ist daher Aufgabe der Volksschule, hierin jenes Mafs zu bieten, das auch dem einfachsten Manne zu einem gedeihlichen Fortkommen notwendig ist.

Aber auch in sittlicher Beziehung hat der Rechenunterricht seinen Wert. Er schützt vor Zerstreuung, zwingt die Schüler, ihre ganze Aufmerksamkeit auf einen Punkt zu konzentrieren, stärkt den sittlichen Mut und gibt Selbstvertrauen. Ein guter Rechner ist präzis in seinem Denken, scharf in seinen Urteilen, gründlich in seinen Erwägungen und vorsichtig im Handeln. Das eigene Urteil steht ihm höher als fremdes. Dieses Selbstvertrauen, das der Rechenunterricht allmählich einflöfst, ist eine Folge der unwiderstehlichen Logik, die ihm innewohnt; aus ihr erwachsen jene bekannten Eigenschaften, die den willensstarken Mann charakterisieren, nämlich Energie und Ausdauer in allen Bestrebungen.

Endlich sei noch darauf hingewiesen, dafs auch die im Rechenunterrichte so notwendige Pünktlichkeit und Ordnung von nicht zu unterschätzendem erziehlichem Werte ist.

## § 69.

## II. Stoff.

### a) Auswahl des Stoffes.

Wenn auch im grofsen Ganzen keine Unklarheit mehr darüber herrscht, was der Rechenunterricht in der Volksschule zu bewältigen hat, so dürfte dennoch eine genauere Abgrenzung vollzogen werden, da zwischen ungeteilter und geteilter Volksschule bezüglich der Menge des Stoffes ein Unterschied zu machen ist. Es kommt zunächst darauf an, welches Ziel jede Volksschule erreichen kann und soll, wenn sie überhaupt auf das Prädikat »gut« Anspruch machen will.

Dem doppelten Zweck (der formalen und materialen Bildung) ist Genüge geleistet, wenn das Kind beim Austritt aus der Schule nachstehendes zu bewältigen vermag:

1. Alle Aufgaben aus den vier Grundrechnungsarten in unbenannten, gleich- und ungleichbenannten ganzen und gebrochenen Zahlen.

2. Alle Zwei-, Drei- und Vielsatzaufgaben mit einfacher und natürlicher Einkleidung. (Schlufsrechnungen.)

3. Leichtere Aufgaben aus der Raumlehre. (Flächen- und Körperberechnungen.)

**Anmerkung.** Die Grundsätze, nach welchen die Auswahl getroffen werden soll, finden sich im Kapitel »Methode«.

### b) Anordnung und Verteilung des Stoffes.

Dieselbe ergibt sich aus dem Lehrplan. Am besten ordnet man den Rechenstoff so an, dafs er sich konzentrisch erweitert und auf jeder Stufe einen leicht übersehbaren Zahlenkreis umfafst. Stets mufs das Neue die Wiederholung des Vorausgegangenen in sich fassen, damit seitens des Schülers Sicherheit und ein festes Wissen und Können erreicht wird.

Die bayerischen Kreislehrpläne weisen hinsichtlich des Rechenstoffes zwar einige Verschiedenheiten auf; im allgemeinen aber verlangen sie etwa folgenden Stufengang:

A. Rechnen mit der reinen und gleichbenannten Zahl:

I. Kurs: Der Zahlenraum von 1—10 (oder 1—15 oder 20).
II. » » » » 1—100.
III. » » » » 1—1000 und unbegrenzt.

B. Rechnen mit ungleich und mehrfach benannten Zahlen:

IV. Kurs: Resolvieren und Reduzieren. Daran reihen sich die Rechnungsarten mit ungleich benannten Zahlen.

C. Rechnen mit gemeinen und Dezimalbrüchen:

V. Kurs: Behandlung der gemeinen Brüche mit den Nennern $\frac{\ }{2}$ bis $\frac{\ }{10}$. Von den Dezimalbrüchen die Zehntel, Hundertstel und Tausendstel und zwar Lesen und Schreiben, sowie die 4 Species derselben. (In beiden Fällen eine Art Anschauungs- und Begründungskursus.)

VI. Kurs: Fortsetzung des Rechnens mit gemeinen und Dezimalbrüchen, insbesondere die schwierigeren Fälle desselben.

Dazu

D. Die bürgerlichen Rechnungsarten:

Davon treffen für den VI. Kurs noch: Rechnen mit geraden und umgekehrten Verhältnissen, in ganzen und Bruchzahlen angewendet in den sogenannten bürgerlichen Rechnungsarten (Zins-, Prozent-, Termin- und Teilungsrechnungen.

VII. Kurs: Abschlufs der Verhältnisrechnungen. Einfache Flächen- und Körperberechnungen.

## § 70.

## III. Methode.

### a) Gang des Unterrichtes. (Grundsätze.)

Die nachstehenden Grundsätze legen klar, welche Anforderungen die Gegenwart an die Methode des Rechenunterrichtes stellt und welche Wege einzuschlagen sind.

1. Alles Rechnen mufs anschaulich betrieben werden.

Kein Lehrgegenstand ist seinem innern Wesen nach weniger real, als gerade das Rechnen. Bei ihm ist die Abstraktion stets Ziel- und Gipfelpunkt; denn nicht die Eigenschaft der Dinge, ihr praktischer Wert, ihre Qualität kommen in Betracht, sondern einzig und allein die Quantität, die Zahl und Form finden Berücksichtigung. Da nun in der Seele keine klare Vorstellung ist, die nicht durch äufsere Eindrücke konkreter Dinge erregt wurde, so gibt es auch keine Zahl- und Formvorstellung ohne äufsere Anschauung. Und damit Zahl und Form nicht an wenige Dinge gebunden erscheinen, müssen viele und vielerlei Gegenstände der Anschauung unterworfen werden; denn nur in diesem Falle vermögen die Begriffe sich vollständig und klar auszuprägen.

Die Konsequenzen, welche sich daraus ergeben, sind folgende:

a) Der Rechenunterricht mufs anfänglich (oft auch später) vorwiegend Anschauungsunterricht sein.

b) Um alle Operationen für die Anfänger auf Anschauung gründen zu können, müssen Anschauungsmittel (Rechenmaschinen, Stäbchen, Würfel etc.) zur Hand sein. Die Ziffern, welche in keiner Weise die Zahlen veranschaulichen, treten erst später auf.

c) Beim grundlegenden Rechenunterricht treten zuerst benannte Dinge, Gegenstände der Umgebung als Veranschaulichungsmittel auf, dann folgen gezeichnete Darstellungen (Zahlenbilder, Striche etc.), diesen reihen sich logische Operationen ohne Anschauungsmittel, aber mit benannten Dingen an und den Schlufs bilden: die Behandlung der reinen Zahl und angewandte Aufgaben.

2. Schreite im Unterrichte langsam und lückenlos fort.

Schon in der Volksschule bildet der Rechenunterricht ein kunstvolles Gebäude, bei dem der Mangel auch nur eines Steines die volle Harmonie zu stören vermag. Ein sicherer Grund ist, wie an jedem Gebäude, das Wichtigste. Die elementaren Operationen mit den vier Species müssen daher, als Basis des Ganzen, so lange geübt werden, bis völlige Sicherheit erzielt ist. Und da alles Folgende stets auf dem Vorhergehenden fufst, so mufs mit einer gewissen Ängstlichkeit ein streng genetischer Gang verfolgt werden.

Das hieraus sich Ergebende kann durch folgende Sätze ausgedrückt werden:

a) Verweile bei den Grundoperationen so lange, bis die Masse der Schüler darin völlige Sicherheit erlangt hat.

b) Wiederhole auch in den höheren Abteilungen von Zeit zu Zeit das Numerieren und die vier Species, sowie Aufgaben der vorhergehenden Stufen. Zeigen sich dabei einzelne oder ganze Abteilungen schwach, so lasse sie in gewissen Stunden mit den niederen Abteilungen rechnen.

c) Biete den Schülern in den einzelnen Unterrichtsstunden nur weniges, behandle aber dieses um so gründlicher und allseitiger. In der Beschränkung zeigt sich der Meister.

d) Trachte stets, die Hauptmasse der Schüler auf gleichem Stande zu halten. Nicht die Leistungen der besseren Schüler geben den Maſsstab für Beurteilung einer Schule; der kundige Mann wird stets darauf sehen, was die Mehrzahl geistig verarbeitet hat.

3. Bahne bei Lösung der Aufgaben in erster Linie stets ein Normalverfahren an; erst später folgen die freien Lösungsarten.

Für jede Rechnungsart gibt es eine feste Form der Lösung; sie muſs auch der schwächste Schüler kennen lernen, sonst gleicht er einem schwankenden Kahn auf bewegter See. Doch hüte sich der Lehrer, diese bestimmte Lösungsart dem Kinde zu geben, da sonst die Gefahr der mechanischen Nachahmung sehr nahe liegt. Was dauernd bleiben und fruchtbar werden soll, muſs entwickelt werden. Dabei spielt der Lehrer eine Art Steuermann, der dem Schiffe nur die Richtung weist; die treibende Kraft muſs im Vorwärtsstrebenden selbst liegen. Ganz fehlen darf aber bei Begründung neuer Rechnungsarten die Führung nie, weil sonst nicht nur die Masse, sondern auch der beste Schüler, wenn er zu lange vergeblich nach dem richtigen Wege sucht, die Kraft und damit auch Lust und Interesse an der Arbeit verliert.

Sind nach mehreren vorgenommenen Entwickelungen die wesentlichen Momente des Verfahrens erkannt, so wird die Lösungsform knapp und präcis zusammengestellt und an neuen Aufgaben erprobt. Diese sollen anfänglich in Bezug auf Einkleidung den vorhergehenden ähneln, nach und nach aber immer neue Gesichtspunkte bieten.

Ist das Normalverfahren fest begründet und hinlänglich geübt, so treten auch die freien Lösungsarbeiten in ihre Rechte ein. Aber nicht der Lehrer darf solche vornehmen und geben, nein, der Schüler soll sie selbst finden. Oft genügen einzelne Winke und Andeutungen, um die neuen Wege zu kennzeichnen. Sind die letzteren aber bedeutende Umwege oder zu gekünstelt und unpraktisch, so werden sie lieber vermieden. Vorsicht ist die Mutter der Weisheit; das Sichere verdient immer den Vorzug vor dem Ungewissen. Wem es möglich ist, der freien Lösung verschlungene Pfade zu wandeln, der versäume es nicht; der Gewinn für den Geist ist ein grofser. Der Trofs der Alltagsmenschen wird immer die breite Heerstrafse betreten müssen; denn sie ist frei von gefährlichen Abstürzen und verwirrenden Felsblöcken. — In der Volksschule sind die vielen Nebenwege zum Ziele noch von einer andern Bedeutung. Talentvollere Schüler werden mit ihren Aufgaben häufig früher fertig als die übrigen. Ihnen bieten die freien Lösungsarten die schönste Gelegenheit zur Bethätigung ihres Forschungstriebes und ihrer Spekulationskraft.

4. Alles Rechnen mufs Denkrechnen sein.

Rechnen heifst, aus gegebenen Zahlen andere finden. Dazu ist aber Denken die erste Bedingung. Wer nicht denkt, vermag nie die Sach- und Zahlverhältnisse einer Aufgabe zu beurteilen, also auch nie selbständig eine Lösung zu finden. Ohne Geistesarbeit gedeiht nur der Mechanismus, der sich durch blindes Nachahmen ohne Einsicht und Bewufstsein, durch Operationen nach unbegriffenen Regeln und unverstandenen Schablonen kennzeichnet. Der mechanische Rechner ist ein Automat, dem Geist und Leben fehlen; er gleicht den Descartes'schen Tieren, die ohne Bewufstsein und Seele handeln.

Um sich zu überzeugen, ob der Schüler wirklich mit Verständnis rechne, lasse man das ganze Verfahren öfters mündlich klarlegen und die Gründe für dasselbe angeben.

Als Regel mufs stets gelten:

a) Der Schüler darf so lange nicht zur Ausrechnung schreiten, bis er nicht alle Zahl- und Sachverhältnisse richtig erkannt hat.

b) Jeder Ausrechnung soll ein Überschlagen der Aufgabe, eine Schätzung des Resultates, eine sogenannte allgemeine Lösung (aber nicht im algebraischen Sinne) vorausgehen, weil dadurch der Schüler am ehesten Verständnis und Übersicht gewinnt.

c) Die Regel (das Gesetz) wird an einfachen Beispielen entwickelt und nach vollem Verständnis an schwierigeren geübt. Zuletzt abstrahiert man ein gewisses mechanisches Verfahren, das stets ohne weitere Schwierigkeiten ausgeführt zu werden vermag. Diesen Mechanismus erfordert das praktische Leben unbedingt; ihn erlaubt auch die bildende Methode.

5. Das Verstandene mufs bis zur Geläufigkeit geübt werden.

Anschauung, Erkenntnis und Übung ist ein notwendiges Dreigestirn am arithmetischen Firmamente der Volksschule; denn nicht der Geist allein, auch das Leben soll gewinnen. »Wo die Anschauung fehlt«, sagt Kehr, »da geht der Unterricht nicht in die Kindesseele hinein; wo aber die Übung fehlt, da bleibt das Gelernte nicht in der Kindesseele darin.« Einsicht ohne Übung ist wie eine projektierte Straſse; man erkennt die Möglichkeit des Baues, praktischen Nutzen aber gewährt sie nicht. Selbst unser grofser Meister Pestalozzi hat dieses Moment übersehen. Wurde vor ihm die Übung ohne Verständnis kultiviert, so kannte er nur Verständnis ohne Übung. Beide aber sind für das öffentliche Leben so notwendig, wie Luft und Nahrung für unsern Körper. Die Erkenntnis ist der Sonnenblick, der die Bahnen erhellt; die Übung aber der Spaten, der sie ebnet. Wer nur über Einsicht verfügt, ist arm, zwar nicht an Wollen, aber an Können. Es ist daher notwendig, jede Rechenart bis zur mechanischen Fertigkeit zu üben; denn ein Mechanismus, dem das Verständnis vorhergegangen, ist für die Schule eben so notwendig, wie die rein mechanischen Reflexbewegungen es für den Körper sind.

Da nun die Mehrzahl der Rechnungen des praktischen Lebens den Grundoperationen nach in den Zahlenraum von 1—100 fallen, so ist es unbedingt notwendig, die fundamentalen Sätze zum unverlierbaren Eigentum der Schüler zu machen. Dies kann geschehen, indem man fleiſsig übt:

a) Die elementaren Operationen mit den Grundzahlen, insbesondere das »Einsundeins«, »Einsvoneins«, »Einmaleins« und das »Einsineins«; ferner die Angabe aller Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten innerhalb des ersten Hunderters;

b) die Normalverfahren aller Rechnungsarten;

c) das Rechnen mit Dezimalbrüchen, da diese bei unseren dezimalen Maſsen, Münzen und Gewichten ein allgemeines Bedürfnis geworden sind.

6. Kopf- und Zifferrechnen sind zu verbinden.

In Wirklichkeit gibt es nur ein Rechnen, nämlich ein Rechnen mit Nachdenken, mit Überlegung und Bewuſstsein. Werden dabei keine äuſseren Mittel gebraucht und nur die Zahlen im Auge behalten, so heiſst es Kopfrechnen; kommen aber statt der Zahlen Ziffern (Zeichen) zur Anwendung, die, um das Gedächtnis zu unterstützen, auf Papier oder die Tafel geschrieben werden, so heiſst es Ziffer- oder Tafelrechnen[1]).

Das Kopfrechnen muſs bei jeder neuen Übung an der Spitze stehen, weil der Schüler, durch keine äuſseren Hilfsmittel gestört, seine ganze Aufmerksamkeit der sachlichen Seite zuwenden kann. Man wählt daher anfangs auch stets einfache Aufgaben mit wenig komplizierten Zahlenverhältnissen, damit es dem Kinde nicht zu schwer fällt, den Gang der Operationen zu überblicken und die Rechengesetze zu erkennen. Erst wenn das volle Verständnis für die neue Übung und eine gewisse Schlagfertigkeit erzielt sind, tritt das Zifferrechnen wieder auf.

---

[1]) »Der Unterschied zwischen dem sog. Kopf- und Tafelrechnen besteht nach Diesterweg nicht darin, daſs man bei jenem nur den Kopf, bei diesem nur Hand und Auge gebraucht, sondern a) darin, daſs man beim Kopfrechnen an gar keine Zeichen, also auch an keine Ziffern denkt, bei dem schriftlichen Rechnen dagegen die Zahlvorstellungen und die Operationen, die man mit ihnen vollzieht, sichtbar darstellt; b) darin, daſs man leichtere Aufgaben mit nicht allzu groſsen Zahlen, frisch und rasch weg, ohne Griffel und Feder, schwere dagegen mit groſsen Zahlen, die nicht leicht zu behalten sind, der gröſseren Sicherheit wegen schriftlich ausrechnet; c) darin, daſs man sich beim Nichtgebrauch der Ziffern, d. h. beim Kopfrechnen, viel freier bewegt als beim Zifferrechnen. Geistig bewegliche Kinder lieben am meisten das Kopfrechnen. An den mannigfaltigsten Auflösungen übt sich der Scharfsinn.« Ein weiterer Unterschied besteht darin, daſs wir das Tafelrechnen nach bestimmten Regeln, die sich auf die Darstellungsweise (Anschreibung) der Zahlen stützen, vollführen, während das Kopfrechnen nur den inneren Zusammenhang der Zahlen berücksichtigt.

Das Kopfrechnen soll das eigentliche Rechnen der Schule sein. Es ist praktische Logik und gewährt aufserdem dem jugendlichen Geiste den weitesten Spielraum für die freien Lösungsarten, die so sehr den Geist bilden und das Urteil schärfen. Für das praktische Leben nützt es dem gemeinen Manne schon deshalb mehr, weil dazu nichts nötig ist als ein gesunder und geübter Kopf. Leider wird es in höheren Schulen meistens vernachlässigt; und doch senden auch diese ihre Schüler in das öffentliche und praktische Leben!

Um im Kopfrechnen eine gewisse Übung zu erzielen, mufs der Volksschule sogar geraten werden, wöchentlich eine oder zwei halbe Stunden ausschliefslich diesem Zwecke zu widmen.

Dabei mögen folgende Regeln als Richtschnur gelten:

a) Der Lehrer spreche jede Aufgabe nur einmal, aber langsam, deutlich, laut und ohne Einschaltung erläuternder Bemerkungen vor, wobei die wichtigeren Wörter besonders und scharf betont werden.

b) Das Schreiben mit dem Finger in die Luft oder auf die Bank etc. ist nicht zu gestatten, weil solche Kopfrechner meist nicht mit Zahlen, sondern mit Ziffern, wie auf der Tafel, operieren. Ihnen mufs das Handwerk gründlich gelegt werden.

c) Man übe mit den Schülern solche Operationen fest ein, welche häufig vorkommen, suche eine Mehrheit von Operationen auf möglichst wenige, eine Reihe von Zahlen auf eine kleinere Anzahl und grofse oder unbequeme auf eine kleine und bequeme zurückzuführen.

d) Man schliefse die Reihenfolge der vorzunehmenden Operationen genau an den sprachlichen Ausdruck an und komme dem Gedächtnis durch mündliche Wiederholung der bereits gewonnenen Resultate zu Hilfe.

Sollen z. B. Meter, Centimeter und Millimeter multipliziert werden, so geschieht es in der nämlichen Reihenfolge, wie sie gesprochen wurden.

---

Wenn nun oben das Kopfrechnen besonders betont wurde, so darf das keinesfalls so aufgefafst werden, als hätte das Zifferrechnen in den Hintergrund zu treten. Es sei hier an das zutreffende Urteil Böhme's erinnert, der in dieser Beziehung sagt: »Nicht alle Schüler sind mit gleicher Fähigkeit begabt. Bei den mündlichen Übungen wird es oft vorkommen, dafs die Fähigeren nicht genugsam ihren Fähigkeiten angemessen beschäftigt werden können, oder dafs die Schwächsten mit einzelnen Resultaten im Rückstande bleiben und so ihr Fortschreiten zu eigenem oder der Gesamtheit Nachteil gehemmt wird. Da ist denn die schriftliche Übung, in der sich die Menge der zu lösenden Aufgaben nach den verschiedenen Individualitäten richten kann, ein sehr willkommenes Ausgleichungsmittel.« Aufserdem hat auch das schriftliche Rechnen, selbst für den gemeinen Mann, mehr noch für Handels- und Gewerbsleute etc. seinen entschiedenen Wert.

7. Die Rechenaufgaben sollen hauptsächlich dem praktischen Leben entnommen und überhaupt zweckmäfsig sein.

Die Schule arbeitet im Dienste des öffentlichen Lebens; es ist daher auch ihre Aufgabe, das letztere zu fördern, wo und wie sie es vermag. Zwar hat es von jeher Männer gegeben, die dem Nützlichkeitsprinzip völlig abhold waren, die da glaubten, die Aufgaben des praktischen Lebens verlieren alle Schwierigkeiten, sobald der Schüler denken gelernt; es sei deshalb einerlei, an welchem Stoffe dasselbe geübt werde. Für den tiefer Schauenden steht die Sache aber doch etwas anders. Jede angewandte Aufgabe hat, wie Guth richtig bemerkt, wesentlich zwei Seiten; die eine ist die Beurteilung der Sache, die andere die Ausführung der Berechnung. Wer eine Aufgabe einmal sachlich verstanden und klar gelegt hat, der findet gar leicht zur Berechnung die nötige Form. Die Beurteilung der Sachverhältnisse ist und bleibt das Schwierigste, und wer es darin an Übung fehlen läfst, wird trotz der besten Theorie und der intensivsten Geistesbildung nie ein praktischer Rechner werden. Übung macht den Meister.

Ferner: Angewandte Aufgaben können nur gelöst werden durch konsequentes Denken und Schliefsen, und gerade darin liegt ein wesentliches Moment für die formale Bildung. Aufserdem wird, wenn die Schule ihren Rechenstoff der Werkstätte, dem Markte, der Landwirtschaft und dem Haushalte entnimmt, der Schüler in die Verhältnisse des öffentlichen Lebens eingeweiht, er gewinnt für dasselbe sozusagen eine mathematische Grundlage, was in unseren Tagen keineswegs von geringfügiger Bedeutung ist. Freilich gibt es hierin auch Grenzen; denn alles, was zu tief in die Spezialverhältnisse der einzelnen Gewerbe, des Handelsstandes etc. einführt, dürfte aufser dem Bereich der Volksschule liegen. Dagegen sollen alle Wissensgebiete (Geographie, Geschichte, Naturkunde etc.) zum Rechenunterricht ihr Scherflein beitragen.

Zur Beurteilung der Rechenaufgaben geben wir dem jungen Lehrer folgende Regeln an die Hand:

a) Die Aufgaben mit reinen Zahlen erscheinen zuerst in der einfachsten oder Grundform, nämlich mit den Operationszeichen der vier Species behaftet. Darauf folgen die umschreibenden Ausdrücke (vermehren, vergröfsern, zulegen, zuzählen, gröfsermachen — abziehen, wegnehmen, vermindern, verkleinern — malnehmen, vervielfachen, vervielfältigen etc.); an diese reihen sich auf höheren Stufen die wissenschaftlichen Bezeichnungen (Summand, Summa, summieren — Minuend, Subtrahend, Differenz — Faktor, Produkt — Quotient) und endlich treten die unangewandten algebraischen Formen auf. Sie sind der beste Turnplatz des Geistes[1]).

Bei den angewandten Beispielen müssen die Angaben

b) der Wirklichkeit entsprechen und sich in kleinen Zahlen bewegen;

---

[1]) Entbehren die algebraischen Aufgaben auch des direkten Wertes für das Leben, so sind sie dennoch aus folgenden Gründen zu empfehlen: 1. Sie werden durch Übung des Nachdenkens und Scharfsinnes, durch Beurteilen, Abwägen, Ordnen und Vergleichen der Sach- und Zahlenverhältnisse ein Mittel gegen alles Mechanische und Schablonenartige. 2. Sie vermögen in das ewige Kaufen und Verkaufen, Gewinnen und Verlieren etc. eine angenehme Abwechslung zu bringen. 3. Sie ermöglichen eine gröfsere Mannigfaltigkeit der Aufgaben. 4. Ihre volkstümliche Einkleidung, ihr Rätselhaftes und Verhülltes bilden einen gewaltigen Sporn für den Eifer der Schüler. 5. Zur Erzielung von Klarheit und Gewandtheit im sprachlichen Ausdruck tragen sie wesentlich bei.

Was Kellner von den Rätseln sagt, gilt auch von den algebraischen Aufgaben: »Gib deinen Kindern am Schlusse der Tagesarbeit noch eine Rätselnufs zu knacken, und du wirst finden, dafs die Kraft noch nicht erschöpft ist und sich gern aufs neue an dieser mystischen Gabe beteiligt.«

c) dem Einsichtsvermögen und der Auffassungskraft des Kindes angemessen sein; sie dürfen also nicht Verhältnisse behandeln, die dem Kinde noch zu ferne liegen oder zu schwierig sind.

d) Die schriftlichen Aufgaben haben sich dem mündlichen Rechnen der betreffenden Stufe genau anzulehnen; alle aber sollen in der Fassung kurz, klar und bündig sein. Lieber 100 kurze, als eine zu lange.

e) Der Ansatz soll nie gegeben sein, sondern mufs von den Schülern selbständig gefunden werden.

f) Der Inhalt mufs belehrend, bildend, mannigfaltig, sittlich und wahr sein. Am besten werden die Beispiele dem öffentlichen Leben und den verschiedenen Unterrichtsfächern entnommen.

g) Die algebraischen Aufgaben, welche am Ende jeder Übung stehen, sind niemals durch Ansätze, Regeln und Formeln, sondern durch Schlufs zu lösen.

8. An geeigneten Aufgaben sollen möglichst viele Umbildungen vorgenommen werden.

Dadurch erhält der Schüler einen tieferen Einblick in das Wesen der Rechnungsarten und Gewandtheit im Selbstbilden von Aufgaben. Nach Lösung einer Aufgabe ist daher stets zu ermitteln, wie viele Glieder dieselbe hat, wie viele davon stets gegeben sein müssen und in welcher Weise das Frageglied wechseln kann. So läfst sich eine Aufgabe oft in mehrere umgestalten.

9. Bei Lösungen und Erklärungen gehe man stets nur so weit auf die Elemente zurück, als notwendig ist.

Wie in der Geometrie jeder vorhergegangene Lehrsatz bei Begründung weiterer Lehrsätze als eine Art Axiom auftritt, also als selbstverständlich angenommen wird, so soll auch im Schulrechnen das einmal Bewiesene und Begriffene ohne weiteres der Anwendung unterliegen.

Jede zusammengesetzte Aufgabe läfst sich in mehrere Unteraufgaben zerlegen, wovon die Mehrzahl schon früher entwickelt und geübt wurde. Wenn nun das Alte immer wieder neu begründet würde, käme man nie zu einem Ziel. Es darf das höchstens repetitionsweise geschehen; aufserdem aber wird die ganze Aufmerksamkeit auf die neue Seite der Rechnung gerichtet.

10. Rechnungsvorteile und Regeln sind nicht ausgeschlossen, sollen aber von den Schülern selbst gefunden werden.

Das Volk liebt kurze Wege, weil sie meist sehr rasch zum Ziele führen. Im Leben ist Zeitgewinn Geldgewinn und da die materiale Lage eines Volkes ausschlaggebend ist für seine ganze soziale und politische Stellung, so darf der Rechenunterricht eine praktische Schulung nicht ganz aufser acht lassen. Zu dem, was in dieser Beziehung einige Berücksichtigung verdient, gehören gewisse Rechnungsvorteile und Regeln. Kehr betont besonders die dekadischen Ergänzungen, die der Übung wert sind. Es seien hier nachfolgende angeführt: »Soviel Pfennig das Stück, soviel Mark das Hundert« (und umgekehrt); »soviel Pfennig das Liter, soviel Mark das Hektoliter« (und umgekehrt); »soviel Pfennig das Ar, soviel Mark das Hektar« (und umgekehrt); »soviel Pfennig das Kubikdezimeter, soviel Zehnmarkstücke das Kubikmeter« (und umgekehrt); »soviel Prozent das Kapital, soviel Pfennig Zinsen die Mark« (und umgekehrt); »soviel Pfennig das Gramm, soviel Zehnmarkstücke das Kilogramm« u. s. w. Blofse Kunststücke und Spielereien sind zu vermeiden. Alles zur rechten Zeit und am rechten Orte.

Nicht ganz aufser acht soll in unseren Volksschulen das Rechnen mit aliquoten Teilen gelassen werden. Es ist dies die sogenannte »welsche Praxis«, die in Kaufmannskreisen noch immer einer gewissen Beliebtheit sich erfreut und darin besteht, dafs man das Gegebene in Faktoren oder Addenden zerlegt, um schliefslich durch Addition oder Subtraktion das Endresultat zu erhalten.

Z. B. 8 m kosten 12 ℳ, wie hoch kommen 9 m?

Lösung: 8 m kosten 12 ℳ
1 » kostet 1,5 » (addiert)

9 m kosten 13,5 ℳ.

Beispiel: 760 ℳ sind zu 6 % ausgelegt, welche Zinsen erhält man jährlich?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Lösung: | 100 ℳ | betragen | 6 | ℳ, |
| | 600 » | » | 36 | » |
| | 50 » | » | 3 | » |
| | 10 » | » | $^{3}/_{5}$ | » (addiert) |
| | 760 ℳ | tragen | $45^{3}/_{5}$ | ℳ. |

Diese Rechnungsweise trägt alle Merkmale eines geistbildenden Unterrichts an sich; da sie aber nicht allgemein anwendbar ist und vielfach sogar mehr Schwierigkeiten bietet, als der gewöhnliche Zwei- und Dreisatz, so kann sie nur als sogenannte »freie Lösungsart« behandelt werden.

Mehr dürfte kaum zu empfehlen sein, sonst artet der Rechenunterricht in geistige Seiltänzerei aus, an der sich der Schüler das Genick bricht.

11. Was der Schüler spricht, soll sprachlich, und was er schreibt, kalligraphisch richtig sein.

Der sprachliche Ausdruck ist das Barometer für das sachliche Verständnis. Richtige mündliche Darstellung zeugt von Klarheit und Helligkeit des Kopfes; Schwanken und Stottern lassen auf düstere Zustände des geistigen Firmamentes schliefsen. Alles »ich teile oder multipliziere mit so und so viel, nehme das so und so oft mal« etc. ist vom Übel. Das »Wenn« und »So« müssen das Gerippe des logischen Körpers bilden. Dabei ist alles Dazwischenreden und Drängen seitens des Lehrers zu vermeiden, weil es nur den Gedankenlauf des Schülers stört.

Was schriftlich dargestellt wird, mufs deutlich, sauber, übersichtlich sein und eine gefällige Form besitzen. Da schon der Stellenwert der Ziffern eine präcise Anschreibeweise und schöne Darstellung erfordert, so mufs der Lehrer eine solche für jede Rechenart aufstellen und auf deren Einhaltung mit aller Strenge sehen. Dadurch erzielt man

a) bei den Schülern Sinn für Gesetzmäfsigkeit, Ordnung und Ebenmafs;

b) für den Lehrer eine leichte Durchsicht und Beurteilung der Arbeiten;

c) die Beseitigung einer Menge Irrtümer und Rechenfehler.

Wie aus der Schrift den Menschen, so erkennt man an den Heften die Schule.

12. Als Form für die Lösung der schriftlichen Aufgaben ist für die Oberstufen der Bruchsatz, auch Zweisatz und Schlufsrechnen genannt, zu wählen.

Derselbe ergibt sich ganz von selbst aus dem Bruchrechnen; denn dort erfährt das Kind, dafs man eine Gröfse so und so oftmal kleiner macht, wenn man die betreffende Zahl als Nenner unter die zu teilende setzt, dafs ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziert wird, indem man den Zähler multipliziert etc. Es ist daher bei mehrgliedrigen Aufgaben vorteilhaft, nicht nach jedem Schlusse sogleich die Ausrechnung, sondern nur die Andeutung (den Ansatz) folgen zu lassen. Dadurch erhält man einen kurzen, klaren Ansatz, der die Operationen leicht überschauen und die Möglichkeit des Kürzens (Hebens) der einzelnen Faktoren aufserordentlich schnell ersehen läfst.

Zweisatz kann diese Lösungsform genannt werden, weil der Ansatz zwei Sätze, den Bedingungs- und Fragesatz, erfordert. Berücksichtigt man aber die Zahl jener Sätze, die gesprochen werden müssen, bis die Lösung logisch vollzogen ist, so unterscheidet man einen Zwei-, Drei- und Vielsatz.

Von allen anderen Rechnungsformen (das Rechnen mit aliquoten Teilen ausgenommen), mufs der Volksschule abgeraten werden.

Ein grofser Behelf beim Rechnen sind Aufgabenhefte für die Hand der Schüler. Sie sollen aber nach Diesterweg nichts enthalten, als eine wohlgeordnete Sammlung von Beispielen, ohne alles Regelwerk, ohne Vorschriften zur Auflösung, ohne ausgerechnete Musterbeispiele.

## § 71.

### b) Lehrform und Lehrweise.

Kein Fach erfordert solch streng logisches Denken, in keinem sind die Resultate so notwendig und zwingend und die Beweise so scharf und befriedigend, als gerade in der Mathematik. Sie ist deshalb die exakteste aller Wissenschaften und ihre Stütze die gesuchteste von allen Gelehrten. Aber gerade die Exaktheit und Präcision verleiht ihr eine Härte und eine Unbeugsamkeit, die nicht jedermanns Sache sind; die Mehrzahl der Menschen zieht im Gegenteil die ungeregelte Freiheit im Denken dem eisernen Schritte der Logik vor.

Das logische Denken geht gerade auf das Ziel los; Umschweife und Winkelzüge sind ihm fremd. Da nun der geradeste Weg auch zugleich der kürzeste ist, so ergibt sich als notwendigste Eigenschaft der logischen Operationen die Kürze. Es gilt daher beim Rechnen stets, alles Unwesentliche und Nebensächliche aus den Aufgaben auszuscheiden und sie möglichst knapp und bündig zu formulieren. Hier ist jedes Wort zu wägen und zu zählen; alles Aufmaſs wird zum Übel. — Kürze und Bündigkeit aber ruhen noch auf einer anderen Voraussetzung, nämlich auf der Klarheit. Wer alle Verhältnisse richtig erfaſst, findet sicher die entsprechenden Mittel, den Knoten zu entwirren; es ergeben sich von selbst die geeigneten Worte, um das Wesen der vorliegenden Sache zu charakterisieren. Der unklare, verschwommene Kopf aber wickelt nicht selten ein Körnchen Wahrheit in eine riesige Umhüllung.

Jede Rechenstunde soll sein wie ein gemeinsamer Ausflug auf einen Berg, wobei der Lehrer die Rolle des Führers spielt, der zur rechten Zeit zum Aufbruche mahnt, vor Abgründen warnt, die richtigen Pfade weist, den Mut der Schwachen neu belebt, das ersehnte Ziel signalisiert und schlieſslich nach all den überstandenen Leiden und Strapazen an der gemeinsamen Freude teilnimmt.

Aus dem Gesagten ist nun leicht zu entnehmen, daſs im Rechenunterricht die heuristisch-entwickelnde Lehrform im ausgedehntesten Maſse anzuwenden sei. Was die Schüler selbst finden, hält am längsten und gewährt das gröſste Vergnügen. Alles bloſse Geben und Vordemonstrieren ist vom Übel.

## Lehrprobe.[1])

### Bilden und Zerlegen der Zahl 6.

Voraussetzung: Behandlung der Zahlen 1—5.
Anschauungsmittel: Rechenmaschine und Zahlbilder.
Unterrichtsstufe: Vorbereitungsklasse.

### I. Anschauen.

**a. (1. Bethätigung der Sinne.)**

(Rechnen mit benannten Zahlen und anschaulich.)

A. Der **Lehrer** operiert

1. mit körperlichen Dingen.

An der oberen Stange der Rechenmaschine sind 5 Kugeln zu sehen.

Zählt, wie viele Kugeln ich vorgeschoben habe!

Der Lehrer schiebt bis auf einen kleinen Abstand zu den 5 Kugeln eine weitere Kugel. — Zählt, wie viele Kugeln ihr jetzt an der Rechenmaschine seht! — Wie viele Kugeln habe ich zu den 5 Kugeln legen müssen, damit ich 6 Kugeln erhielt? — 5 Kugeln und wie viele Kugeln sind also 6 Kugeln? — Wie sind die 6 Kugeln abgeteilt? — Wie haben wir also die 6 Kugeln zerlegt?[2])

In ähnlicher Weise wird an den weiteren Stangen der Rechenmaschine veranschaulicht:

| | |
|---|---|
| 4 Kugeln + **2** Kugeln = 6 Kugeln. | 6 Kugeln = 4 Kugeln + **2** Kugeln. |
| 3 » + **3** » = 6 » | 6 » = 3 » + **3** » |
| 2 » + **4** » = 6 » | 6 » = 2 » + **4** » |
| 1 Kugel + **5** » = 6 » | 6 » = 1 Kugel + **5** » |

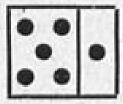
[1]) Bearbeitet von A. Ledermann nach den psychologischen Stufen von Königbauer. Vgl. § 25, S. 70. — Nach dem dort angegebenen Schema vollzieht sich der Lernprozefs in zwei Haupttakten. Das Ding an sich wird sinnlich betrachtet, die Eindrücke werden denkend geordnet und ihr Besitz durch Übung gesichert. Dies der erste Akt. Im zweiten Akt werden die gewonnenen Vorstellungen mit anderen zugleich betrachtet, verglichen, denkend der Begriff, die Regel, das Gesetz abgeleitet und auf Wert und Nutzen durch die Anwendung geprüft. Diese zwei Hauptakte bedeuten also ein Fortschreiten der Erkenntnis von einer niederen zu einer höheren Stufe, verhalten sich etwa zu einander, wie Perzeption und Apperzeption, psychischer und logischer Begriff, logische Analyse und logische Synthese, Induktion und Deduktion. In jedem Akte aber steckt die Trias: Anschauen, Denken, Üben (Anwenden).
Der Herausgeber.

[2]) Im Bedarfsfall werden die Rechensätze noch an Scheiben, Münzen etc. entwickelt.

Danach haben die Schüler die Reihe in der angegebenen zweifachen Form ab- und aufwärts (einzeln und im Chor) von der Rechenmaschine abzulesen.

2. mit geschriebenen Zeichen.

Der Lehrer schreibt das Zahlbild 5 an die Schultafel und fragt: Wie viele Punkte seht ihr? — Zählt bis 6 weiter! — Dabei macht der Lehrer in nebenstehender Weise den 6. Punkt zu dem Bild der Zahl 5:



Fortsetzung analog 1.

B. Die **Schüler** operieren

1. mit körperlichen Dingen.

N., schiebe an der Rechenmaschine 5 Kugeln vor! — Zähle bis 6 weiter und lege dabei die fehlenden Kugeln dazu![1] — Wie viele Kugeln hat man zu 5 Kugeln legen müssen, damit man 6 Kugeln bekam? — 5 Kugeln und wie viele Kugeln sind also 6 Kugeln? — Wie sind an der Rechenmaschine die 6 Kugeln zerlegt?

In ähnlicher Weise werden an den weiteren Stangen der Rechenmaschine von anderen Schülern 6 Kugeln aus 4 und 2, 3 und 3, 2 und 4 Kugeln, 1 Kugel und 5 Kugeln gebildet und wieder zerlegt. Danach folgt das Ablesen der Reihe von der Rechenmaschine wie bei A1.

2. mit geschriebenen Zeichen.

Schreibt auf eure Tafel das Zahlbild 5! — Macht daran noch ein kleines Feld! — Zählt bis 6 weiter und schreibt dabei die fehlenden Punkte in das leere Feld!

Fortsetzung analog B1.

**b. (2. Zusammenfassung des Gewonnenen und Sicherung desselben.)**

(Rechnen mit benannten Zahlen, aber nicht anschaulich.)

[Neuerliche Veranschaulichung nur im Bedarfsfalle.]

**1. Bilden der Zahl 6.**

a) in der Reihe.

Wie viele Kugeln mufs man zu 5 Kugeln legen, um 6 Kugeln zu erhalten?

---

[1]) Die zugelegten Kugeln bleiben in einem kleinen Abstand, so dafs die 6 Kugeln 2 Teile bilden.

Wie viele Kugeln braucht man zu 4 Kugeln, damit es 6 Kugeln werden?

Wie viele Kugeln müssen zu 3 Kugeln gelegt werden, wenn man 6 Kugeln bekommen will?

Wie viele Kugeln fehlen von 2 Kugeln auf 6 Kugeln?

» » » mufs man zu 1 Kugel schieben, damit man 6 Kugeln erhält?

(Das Gleiche mit Punkten.)

b) aufser der Reihe, zugleich mit verschiedenen Benennungen (₰, ℳ, m, ℔ etc.).

**2. Zerlegen der Zahl 6.**

a) in der Reihe.

6 Kugeln sind 5 Kugeln und wie viele Kugeln? u. s. w. bis: 6 Kugeln sind 1 Kugel und wie viele Kugeln?

Wie kann man 6 Kugeln zerlegen? (in 5 Kugeln und 1 Kugel, in 4 Kugeln und 2 Kugeln etc.).

b) aufser der Reihe, zugleich mit verschiedenen Benennungen (₰, ℳ, m, ℔ etc.).

## II. Denken.

### a. (3. Abstraktion der Rechensätze.)

(Rechnen mit reinen Zahlen.)

Genau wie bei 2, doch ohne Benennung.

### b. (4. Verknüpfung mit Ähnlichem.)

**1. Bilden der Zahlen 2—6.**

a) in der Reihe.

Wie viel mufs man zu 4 legen, um 5 (6) zu erhalten?

» » braucht man zu 3, damit es 4 (5, 6) werden?

» » mufs man zu 2 legen, um 3 (4, 5, 6) zu bekommen?

» » fehlt von 1 auf 2 (3, 4, 5, 6)?

» » mufs man zu 1 (2) legen, um 3 zu erhalten?

» » braucht man zu 1 (2, 3), damit es 4 werden?

» » mufs man zu 1 (2, 3, 4) legen, wenn man 5 bekommen will?

Wie viel fehlt von 1 (2, 3, 4, 5) auf 6?

b) aufser der Reihe.

Wie viel braucht man zu 1, damit es 2 (5, 3, 6, 4) werden?

» » mufs man zu 2 (5, 3, 1, 4) legen, um 6 zu erhalten?

» » fehlt von 4 auf 6? Von 2 auf 5? etc.

**2. Zerlegen der Zahlen 2—6.**

a) in der Reihe.

2 (3, 4, 5, 6) ist 1 und wie viel?
3 (4, 5, 6) » 2 » » » ?
4 (5, 6) » 3 » » » ?
5 (6) » 4 » » » ?
6 » 5 » » » ?

Wie kann man 2 (3, 4, 5, 6) zerlegen?

b) aufser der Reihe.

3 (5, 2, 6, 4) ist 1 und wie viel?
6 » 2 (5, 1, 4, 3) und wie viel? etc.

## III. Anwenden.

**(5. Anwendung.)**

**1. Eingekleidete Aufgaben mündlich.**

Otto hat 5 Schusser. Abends bringt er 6 nachhause. Wie viel Schusser hat er gewonnen?

Franz und Max haben zusammen 6 Ostereier. Franz hat 4; wie viele hat Max?

Ein Bäuerlein hat 3 Kühe. Wie viele mufs es noch kaufen, bis 6 Kühe in seinem Stall stehen?

An einer Strafse stehen 6 Häuser. Auf der einen Seite sind 2, wie viele auf der anderen? etc.

**2. Vorschreiben von Zahlbild und Ziffer 6; Üben durch die Schüler.**

**3. Uneingekleidete Aufgaben schriftlich.**

| | |
|---|---|
| 5 + ? = 6 | 6 = 4 + ? |
| 3 + ? = 6 | 6 = 1 + ? |
| 1 + ? = 6 | 6 = 3 + ? |
| 1 + ? = 4 | 4 = 3 + ? |
| etc. | etc. |

Von eingekleideten schriftlichen Aufgaben mufs auf dieser Stufe noch abgesehen werden.

§ 72.

## IV. Geschichte der Methode des Rechenunterrichts.

### A. Altertum.

Sobald die ersten Familien zu einander in Beziehung traten, mufste sich das Bedürfnis geltend machen, in irgend einer Weise Zahlen zum Ausdrucke zu bringen; ohne ein Mittel hiezu war selbst der Tauschhandel, wohl der erste unter den Völkern, auf die Dauer unmöglich.

Zur Veranschaulichung einer Mehrheit wurden anfänglich überall die Finger der Hand benutzt. Darauf deutet der Umstand hin, dafs das Fingerrechnen sehr frühzeitig auftritt und im ganzen Altertum, bei den Griechen, Römern, Arabern, Persern etc., allgemein gebräuchlich war; die Chinesen vollführen mit Hilfe derselben heute noch ihre meisten Rechenoperationen. Da aber die Zahl der Finger eine beschränkte ist, so dürften beim Fortschreiten der Zahlenentwickelung bald die Zehen zur Ergänzung mit herangezogen worden sein. Diese Mitbenutzung war um so leichter zu bewerkstelligen, da die Menschen in den wärmeren Zonen — und von diesen ging das Rechnen nach allen Forschungen aus — durch eine Fufsbekleidung daran nicht gehindert waren.

Wenn nun auch die ersten Völker in ihrer Rechenkunst lange nicht über die Zahl 20 hinauskamen, einmal mufste doch eine Zeit kommen, wo sämtliche Finger und Zehen nicht mehr ausreichten; ihre Stelle versahen dann im Rechnen Steinchen, Stäbchen, Muscheln, später insbesondere Marken und Münzen. Dadurch liefsen sich nun wohl beliebige Mengen Einheiten aneinander reihen; für gröfsere Summen aber mufste diese Art des Zählens höchst unbequem werden. Aus dieser Not rettete die Völker irgend ein antikes Genie durch Einführung gewisser Perioden — ein Fortschritt von immenser Bedeutung. Der bei fast allen Kulturvölkern des Altertums vorkommende Periodenabteiler war die Zahl Zehn, die Anzahl der Finger beider Hände (Dekadik). Weit seltener wurde ein anderes System gewählt, so von den Grönländern das Fünfersystem (Pentadik), von den Chinesen das Zweiersystem (die Dyadik).

Um die Periode kenntlich zu machen, setzte man gröfsere oder anders gefärbte Steine, Muscheln, Kugeln etc. ein, die der Bequemlichkeit wegen und um Verwirrungen zu verhindern, an Schnüre gefafst wurden. Daraus entwickelten sich allmählich Rechenmaschinen, welche bei den Chinesen und Russen schon seit Jahrhunderten und noch heute im Gebrauche sind. Als Anschauungsmittel werden sie auch, in stets verbesserter Form, für alle Zukunft einen gewissen Wert behalten.

Weit schwieriger als das Auffassen und Vorstellen der Zahlen war die schriftliche Darstellung derselben, die Zahlengraphik. Die alten Ägypter und Babylonier verknüpften sie enge mit ihrer Wortschrift, und auch die semitischen Völker, sowie die Indier und Griechen verwendeten die Buchstaben ihres Alphabetes.

Am besten sind wir über das Verfahren der Hellenen unterrichtet. Sie ergänzten ihr Alphabet auf 27 Buchstaben und stellten mit den ersten 9 die Einer (1—9), mit den 9 folgenden die Zehner

(10—90), mit den 9 letzten die Hunderter (100—900) dar. »Um aber bemerklich zu machen, dafs die Buchstaben als Zahlzeichen dienen sollten, versahen sie dieselben oben mit einem Striche; und wenn sie Zahlen darstellen wollten, welche aus Einern und Zehnern oder aus Einern, Zehnern und Hundertern zusammengesetzt waren, stellten sie zwei, beziehentlich drei Buchstaben nebeneinander, wie wir unsere Ziffern. Zur Darstellung gröfserer Ziffern fing man bei 1000 mit dem Alphabet wieder von vorn an, indem man einen Strich unter die Buchstaben setzte etc.« (Dittes.)

Einen Schritt vorwärts machten die Römer. Sie bildeten aus ihren Buchstaben eine eigene, bei uns allgemein bekannte Bezifferungsmethode. Dieselbe enthält ein Zehner- und gleichzeitig ein Fünfersystem. Als Zeichen wählten sie: I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000). Auch eine Rechenmaschine erfand dieses alte Kulturvolk; es nannte dieselbe ábăcus, d. i. Rechenbrett. Dieses Instrument ist für uns von besonderem Interesse, einmal, weil daraus die Art der Anschreibung unserer Ziffern entstand und andernteils das bis spät in das Mittelalter hinein in Deutschland gebräuchliche Rechenbrett aus ihm sich entwickelte.[1])

[1]) Vor dem berühmten Staatsmann und Gelehrten Boëtius besafs der Abakus folgende Gestalt: Auf einem Brette waren parallele Linien (Rinnen) eingegraben, die (nicht ganz in der Mitte) eine Unterbrechung hatten. Im oberen, kürzeren Teil der Rinne war je ein verschiebbarer Knopf befestigt, der Fünf bedeutete; der untere Teil der Rinne hatte

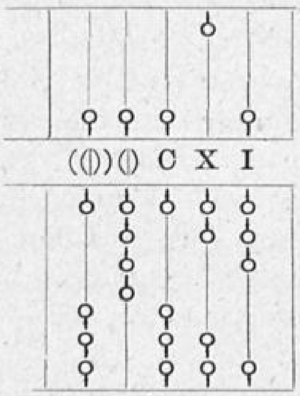



Fig. 1.

| $\overline{\text{O}}$ | $\overline{\text{X}}$ | $\overline{\text{I}}$ | C | X | I |
|---|---|---|---|---|---|
| III | | V | VI | IX | II |

Fig. 2.

vier solcher Knöpfe, wovon jeder Eins darstellte. An der Unterbrechungsstelle waren folgende Zeichen angebracht: I (= Einer); X (= Zehner); C (= Hunderter); (|) (= Tausender) u. s. w. bis zu den Millionen. Durch die verschiedene Bedeutung der Stellen und der Knöpfe war es möglich, alle Zahlen darzustellen; man näherte einfach die Knöpfe den Unterbrechungsstellen; die oben, beziehungsweise unten bleibenden gehörten nicht zur Zahl. Auf Figur 1 ist die Zahl 69 628 zusammengesetzt.

Einer allgemeinen Verbreitung erfreute sich aber der Abakus in jener Zeit selbst bei den Römern noch keineswegs. Nur einzelne Gelehrte (meist Mönche) und hervorragende Kaufleute wufsten ihn zu handhaben; in Deutschland war er lange noch ganz unbekannt. Das Volk rechnete überall entweder mit den Fingern, Muscheln, Steinen oder, über gewisse Zahlengebiete hinaus, gar nicht. Von einer Weiterbildung der mathematischen Kenntnisse war selbst in aufgeklärteren Kreisen keine Rede.

## B. Das Mittelalter.

Bis ins 12. Jahrhundert kannte Europa, Spanien ausgenommen, nichts, als die schwerfällige und schwierige Art des Rechnens mit dem römischen Abakus und die auf enge Grenzen beschränkte Benutzung der Finger. Die entstehenden Klosterschulen, lange Zeit fast die einzigen, schlossen in ihrer Methode und ihrer Denkweise sich enge an das lateinische Rom an, und ihre Arithmetik, wenn solche überhaupt getrieben wurde, erfuhr keine Erweiterung; man suchte nur das Erreichte zu erhalten. Zeugnis hiefür geben die Schriften des in einem Kloster an der schottischen Grenze lebenden Mönches Beda Venerabilis (der Ehrwürdige, † 735), sowie des im 9. Jahrhundert zu Reichenau gebildeten Mönches Walafried Strabo. Auch Rhabanus Maurus (776—856 n. Chr.), Vorsteher der Klosterschule in Fulda, begnügte sich damit, Bedas Schriften in die leichtere Form des Dialoges zu bringen. Eine Neuerung bahnte erst der bei den Mauren in Spanien gebildete französische Abt Gerbert, später Papst Sylvester II., dadurch an, dafs er im Kolumnen-Abakus die römischen Ziffern durch indisch-arabische Zahlzeichen zu ersetzen versuchte. Trotz dieses Anlaufes aber blieb das Rechnen, das vielfach in dunkle und unklare Regeln eingehüllt

---

Aus diesem Rechenbrette, das man Linien-Abakus nannte, ging der Kolumnen-Abakus hervor. Er hatte die Form von Fig. 2.

In der horizontalen Kolumne wurde der Stellenwert eingetragen. I bedeutete die Einer; X (= Zehner); C (= Hunderter); $\overline{\text{I}}$ (= Tausender); $\overline{\text{X}}$ (= Zehntausender) u. s. w. bis 100 000 Millionen. Die vertikalen Kolumnen nahmen die zu schreibenden Zahlen auf. Fehlten in der Zahl die Einer, Zehner etc., so blieb die Stelle leer, denn die Null kannten die Römer noch nicht. Die in Fig. 2 eingetragene Zahl heifst demnach 305 692. Als Erfinder des Kolumnen-Abakus wird allgemein der gelehrte Kanzler des Kaisers Theodorich, Boëtius († 526), angesehen. Er nannte ihn pythagoräische Rechentafel. Anfänglich wurden in die Kolumnen bewegliche Symbole (Buchstaben, kleine Würfel mit Zahlzeichen, Münzen etc.) eingesetzt; später benutzte man die römischen Ziffern.

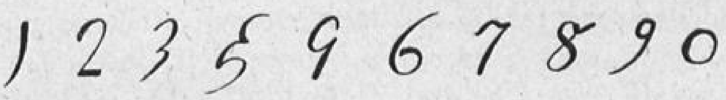
wurde, um es als eine Art Magie betreiben zu können, eine höchst schwierige Kunst, die nur philosophisch geschulte Köpfe mit eminentem Gedächtnis sich anzueignen vermochten.

Endlich begann auch für Europa vom Oriente her die Morgendämmerung am mathematischen Himmel. Schon vor dem 4. Jahrhundert n. Chr. leuchtete dort ein glänzender Stern, der sich allmählich zur belebenden Sonne gestaltete. Im alten Indien (an der tamulischen Akademie zu Madhura) war man um diese Zeit mit unserem heutigen Dezimalsysteme schon ziemlich vertraut; sogar der Stellenwert der Ziffern und die stellvertretende Null waren bekannt. Bis zum 7. Jahrhundert hatte das begabte Kulturvolk seine Arithmetik und Algebra in einer Weise ausgebildet, die uns geradezu in Staunen versetzt. Ein aus dem Sanskrit ins Englische übertragenes Rechenwerk des Brahmegupta (um 650 n. Chr.) behandelt schon die Bruch-, Zins- und Gesellschaftsrechnungen, die Regeldetri, die Proportionen und Progressionen, Flächen- und Körperberechnungen, sowie das Ausziehen der Quadratwurzel. Und schon im 12. Jahrhundert, als es im Abendlande noch fast dunkel war, schrieb Bhascara Acharya (1180) seine noch inhaltsreichere »wonnevolle« Arithmetik.

Wenn nun auch die Indier stolz waren auf ihre Wissenschaft, so haben sie doch weniger gegeizt damit, als die Gelehrten des Abendlandes. Schon im Jahre 773 brachte eine indische Gesandtschaft astronomische Tabellen und eine praktische Arithmetik zu den befreundeten Arabern nach Bagdad, wo der weise Almansor herrschte, und von hier aus verbreitete sich die indische Wissenschaft mit den erobernden Mauren allmählich über Nordafrika nach Spanien. Trotzdem nun in letzterem Lande fast ausschließlich indisch-arabische Rechenkunst getrieben wurde, trotzdem Scharen von Jünglingen aus allen Ländern des übrigen Europas nach den Brennpunkten der maurischen Gelehrsamkeit, nach Sevilla und Toledo, strömten: verbreitete sich doch nur sehr allmählich die neue mathematische Wissenschaft. Daran trug einesteils der Umstand schuld, daß fast nur lateinisch geschrieben wurde, andernteils trat aber auch der Mangel an Schulen hindernd in den Weg. In Deutschland wurde erst mit der Gründung der Universität Wien (1365) eine Leuchte für mathematische Gelehrsamkeit gesetzt und so wenigstens für die Gelehrten und Studierenden eine neue Rechenweise geschaffen. Das Volk aber wurde vom neuen Lichte nicht erhellt; es blieb bei der herkömmlichen Fingerrechnung.

So beschränkte sich die indische Rechenkunst, die man dem arabischen Gelehrten Mohamed Ben Musa zu Ehren, der um 830 ein weitverbreitetes Rechenbuch herausgab, Algorithmus, auch Algorismus nannte (da er nach seinem Geburtsdorfe den Beinamen Alkharizmi führte), bis ins 16. Jahrhundert fast ausschliefslich auf die Gelehrtenschulen, und auch dort kam ihr Studium nur durch den gewaltigen und glänzenden Fortschritt der Astronomie in Schwung. Erst als das Zeitalter der Reformation auch die untersten Schichten des Volkes geistig erregte; erst als die lateinische Sprache durch die deutsche[1]) ersetzt wurde und Handel und Verkehr lebhafter pulsierten, trieb auch die indisch-arabische Rechenkunst ihre ersten Wurzeln in die Schichten der bürgerlichen Gesellschaft der gröfseren Städte. Seit dem Falle von Konstantinopel ging der Zug des Welthandels von Venedig über Augsburg, Nürnberg und Köln, und bald bildete sich in der Kaufmannschaft eine eigene Praxis des Rechnens heran. Italiener betrieben überall unter dem Namen »Lombarden« Wechslergeschäfte und vermittelten den Deutschen ihre »welsche Praktik«. So wurden auch hier die Handelsstrafsen zu Kulturwegen, die, durch die Erfindung der Buchdruckerkunst, die Gründung von Schulen und das Wiederaufblühen des Studiums der Alten gefördert, bald ganz Europa durchzogen.

Um die Mitte des 16. Jahrhunderts werden in Deutschland auch die arabischen Ziffern fast allgemein.[2]) Dieselben sind verbesserte Gobar- oder Staubziffern, die unter den Arabern des Occidents gebräuchlich waren und folgende Gestalt besafsen:



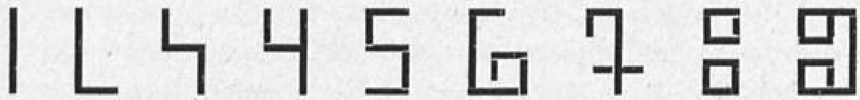
Diese willkürlich gewählten oder aus den Anfangsbuchstaben der indischen Zahlwörter entstandenen Zahlzeichen wurden von den

[1]) Das älteste deutsche Rechenbuch erschien »im Jare Christi 1473 kl. 17 des Meyen« zu Bamberg. (Gerhardt, Gesch. d. Math. S. 29.) Aber noch im 16 Jahrhundert wurden in Deutschland über 200 in lateinischer Sprache abgefafst. Von allen 300 des 17. Jahrhunderts war noch der vierte Teil lateinisch, von den 400 des 18. Jahrhunderts nur noch ein geringer Bruchteil.

[2]) Die ersten Versuche, dieselben im Abendlande einzubürgern, reichen noch weiter hinauf. Schon im 10. Jahrhundert erlernte sie Abt Gerbert in Spanien, im 12. Jahrhundert bediente sich ihrer der gelehrte Jude Savacorda aus Barcelona; später machten Georg v. Peuerbach († 1461) und Regiomontanus (Johannes Müller, † 1476) für sie Propaganda. Ersterer verfafste auch einen Leitfaden für die ersten Elemente des Rechnens, um, wie Grammateus sagt, die »jungen studenten der hoen schuel zu Wien« darin besser unterrichten zu können. (Vgl. Gerhardt, Geschichte der Mathematik.)

christlichen Nationen angenommen, allmählich verbessert und durch die Buchdruckerkunst fixiert, wodurch sie das Übergewicht erreichten.[1])

Weniger Wahrscheinlichkeit hat die von Böhme (Berlin) erwähnte Meinung, daſs unsere Ziffern ursprünglich Zahlenbilder vorstellten. Wir geben dieselben nachstehend:



### C. Die Neuzeit.

Wie im letzten Jahrzehnt die Naturwissenschaften, so wurde auch zu Ende des Mittelalters und am Anfang der Neuzeit die Arithmetik einfach deshalb betrieben, weil sie sich als höchst nützlich für das öffentliche Leben erwies. Es war daher das ganze Streben auch darauf gerichtet, möglichst rasch eine mechanische Fertigkeit in den Operationen mit den vier Spezies zu erzielen; an eine Verbesserung der Methode, an einen geistbildenden Unterricht dachte vorerst niemand. Aus dem Kolumnen-Abakus der Römer entwickelte sich in Deutschland allmählich das Rechenbrett, und da an all diesen Rechenmaschinen wohl Addition und Subtraktion rasch ausgeführt werden können, Multiplikation und Division aber groſse Schwierigkeiten bieten, so ist es erklärlich, warum die »welsche Praktik«, die eben jede Rechnung sozusagen in eine Addition oder Subtraktion verwandelt, fast ausschlieſslich angewandt wurde.[2])

---

[1]) Um diese Zeit entstanden auch die Zeichen + und — durch schnelles Schreiben aus den Anfangsbuchstaben von plus und minus, sowie das Zeichen für Pfund (℔) aus dem Worte libra (lb).

[2]) Das deutsche Rechenbrett bestand aus einem Brette oder einer Bank, worauf dauernde oder nur für den augenblicklichen Gebrauch dienende Parallellinien gezogen waren. (Fig. 3.) Mittels Rechenpfennigen oder Steinchen, die man zwischen und auf die Linien legte, wurden die Zahlen dargestellt. Eine Rechenmünze unter der ersten Linie bedeutete $^1/_2$, in jedem folgenden Zwischenraum das Zehnfache vom Vorhergehenden. Auf die erste Linie kamen die Einer zu liegen, auf jede folgende das Zehnfache vom Vorhergehenden. Es folgte also von unten nach oben aufeinander: $^1/_2$, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000, 10 000 etc.

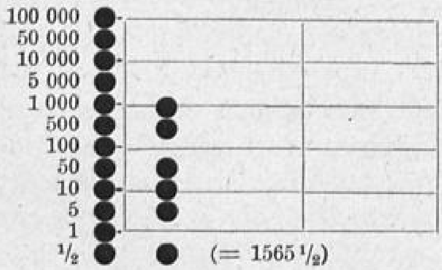



Fig. 3.

Das Rechnen »auff der Linihen« oder Bankrechnen, wie man es nannte, wurde gegen Ende des 17. und im 18. Jahrhundert allmählich von der Arithmetik der Araber, die man auch Rechnen »auff der Federn« hiefs, da man dazu Stift oder Feder nötig hatte, verdrängt. Heute findet man nur noch einige Anklänge in den Wörtern: Bank, Bankhaus, Banknote, Bankrott, Wechselbank etc.

Die Rechenautoren des 16. Jahrhunderts behandeln meist beide Rechenarten nebeneinander, so Adam Ries(e) oder Ryse, einer der hervorragendsten Arithmetiker seiner Zeit. Er ward in dem bedeutungsvollen Jahre 1492 zu Staffelstein bei Lichtenfels in Bayern geboren. Als Bergbeamter in Annaberg übte er in der selbstgegründeten Privatschule seine Rechenkunst aus. Dieselbe trieb den Mechanismus auf die Spitze und bestand daher nur aus einer Unzahl von Regeln, wie die verschiedenen Operationen ausgeführt werden sollen. Von einer Entwickelung, Erklärung und tieferen Begründung findet man keine Spur. Überhaupt ist es charakteristisch für jene ganze Zeit, dafs das, was die Indier schon im 7. Jahrhundert verstanden, nämlich allgemeine mathematische Gesetze aufzustellen, für die niedere Arithmetik in keiner Weise versucht wurde. Es mag dies seinen Hauptgrund darin haben, dafs die Männer der Wissenschaft, die Gelehrten, sich des Schul- und niedern Rechnens absolut nicht annahmen; die kleinen Geister aber fanden und sahen überall wieder spezielle »Gesetzlein« und neue Rechnungsarten, wo die Aufgaben in einem andern, fremdartigen Gewande erschienen. Auf diese Weise entstanden die »Stich-, Tausch-, Change- oder Barattrechnungen, die Faktorey-, Cassir-, Falsi-, Coeci- oder Blindrechnung, die Gewandt-, Fusti-, Saffran-, Silber- und Goltrechnung, Schickung des Tiegels, Münzschlagk, von Gesellschaften, Ragula Falsi und die Praktika etc.«

Auch im 17.[1]) und 18. Jahrhundert kam die niedrigere Arithmetik trotz der glänzenden Fortschritte der höheren Mathematik nicht

[1]) Erwähnung verdienen aus diesem Jahrhundert zwei ihrem Werte nach sehr verschiedene Erfindungen. Die erste ist die Dezimalbruchrechnung. Nach Cantor finden sich die ersten Spuren derselben bei Johannes von Sevilla (12. Jahrhundert) und Geronimo Cardano (1501—1575); Regiomontanus soll sie gleichfalls bei Berechnung seiner Sinustafeln angewendet haben Als selbständiges System wurden sie aber erst 1619 von »Johann Hermann Beyern, D. med. ord. zu Frankfurt am Meyn publiziert. Er nannte die Zehntel »Primen oder erste Zehender«, die Hundertstel »Secunden oder zweite Zehender« u. s. w. Die zweite Erfindung ist die des Reesischen Satzes. Auch dieser findet sich schon embryonisch in der indischen Lilavati, d. i. der »reizenden, wonnevollen Arithmetik des Bhascara«, später (1668) bei dem Engländer Wingate.

über eine geistlose Rechendressur hinaus. Zeugnis dafür geben Christian Peschecks Rechenwerke (1736), die den Rieseschen Mechanismus in potenzierter Form enthielten und trotzdem 1801 noch neu aufgelegt wurden. Zwar hat es um diese Zeit nicht mehr an Regierungen gefehlt, die Besseres wünschten; aber die bestgemeinten Schulordnungen blieben tote Vorschriften, da es an Männern gebrach, die ihnen Leben eingehaucht hätten. Einige mechanische Fertigkeit in den vier Spezies war in der Regel alles, was selbst die besten Schüler aus der Schule mit ins Leben nahmen. Das Kopfrechnen kannte man kaum dem Namen nach.

Endlich, nachdem die höhere Mathematik (hauptsächlich durch Descartes, Leibniz, Newton, Bernoulli, Euler, Wolf, Lambert, Pfaff, Lagrange, Laplace etc.) fast die letzte Sprosse zu ihrem erhabenen Ziele erklommen, begann auch für die Volksschule der Frühlingstag zu dämmern. Es waren meist Männer der Wissenschaft, die sich des Volkes erbarmten und dem Regelwerk den Todesstofs versetzten. Wolf (1728), Klausberg (1732), Basedow (1763) gehörten zu den ersten Rufern in der Wüste. Ihnen folgte (1797) Fischer, Professor zu Köln, der klar und bündig dem Rechenunterrichte zwei Zwecke vorschrieb, nämlich mechanische Fertigkeit (für das Leben) zu vermitteln und den Verstand zu üben und zu befriedigen. Unter den sich nun mehrenden Heroldstimmen vernehmen wir Rochow (1734—1805), Busse (1797), Niemeyer (1799), Overberg (1793) und Dinter (1760—1831), der im Rechnen mit scharfem Blicke »die Schleifmühle des Kopfes« und den »Schleifstein des Geistes« erkannte.

Alle aber übertraf der Vater der neuen Methodik, Johann Heinrich Pestalozzi (1746—1827). Ihm ist es gelungen, »den europäischen Schulwagen völlig umzukehren« und insbesondere dem Rechenunterrichte ganz neue Bahnen zu ebnen. Vor allem suchte er denselben auf Anschauung zu gründen, und zu diesem Zwecke erfand er Anschauungsmittel. Zur Darstellung der Zahlen bediente er sich senkrechter Striche, wie sie heute noch im Gebrauche sind, und um die Kinder in das Zahlensystem einzuführen, fertigte er seine »Einheitstabelle«[1]). Statt, wie allgemein gebräuchlich, mit dem 10. oder 11. Lebensjahr den Rechenunterricht zu beginnen, führte

---

Nach Deutschland kam diese Rechenart von Holland aus. Dort behandelte sie ein gewisser Kaspar Franz v. Rees (geb. 1690 zu Roermonde im Limburgischen) in einem Rechenbuche ausführlicher; Professor Ludwig Kahle übersetzte dasselbe 1739 ins Deutsche.

[1]) Dieselbe besteht aus 100 gleichen Rechtecken, die in 10 Reihen geordnet sind. In der ersten horizontalen Reihe befindet sich in jedem

er denselben definitiv in die Elementarklasse ein. Alles Rechnen war bei ihm Kopfrechnen; das Tafelrechnen drängte er weit in den Hintergrund, leider zu weit. Die Operationen mit reinen Zahlen und die Bildung des Geistes an denselben waren ihm fast einziger Zweck, alles praktische Rechnen ignorierte er.

Kannte man vor Pestalozzi fast einzig und allein den materialen Zweck des Rechenunterrichtes, so wollte dieser selbst nur dem formalen Geltung beimessen. Es schlug eben auch hier ein Extrem in das andere um. Dadurch verfiel der begeisterte Jugendbildner leider in Irrtümer, die ihn meist des Erfolges beraubten. Zu diesen Fehlschritten gehören aufser der Unterschätzung des praktischen und Tafelrechnens sicher auch sein Bestreben, alle sinnliche Anschauung einzig auf »Zahl, Form und Wort« zurückzuführen, sowie »die abergläubische Überschätzung und riesige Ausdehnung mechanischer Sprechübungen«. (Dittes.) Aber diese Verirrungen können ihm den Ruhm, auch dem Rechenunterrichte der Volksschule neue Bahnen gewiesen zu haben, nicht schmälern.

Schon die Schüler und Freunde des grofsen Schweizers (Tillich, Schmid, Stephani, v. Türk, Kawerau etc.) suchten die Einseitigkeiten ihres Meisters zu vermeiden; seine Grundsätze aber blieben ihnen Leitstern in ihren Schriften. Bald wurde (besonders durch Harnisch und Scholz) das Gleichgewicht zwischen den Bestrebungen der alten Schule, die nur auf das Praktische gerichtet waren, und der neuen, die einzig die formale Seite betonte, wieder hergestellt. 1829 erschien das methodische Handbuch für den Gesamtunterricht im Rechnen von Diesterweg[1]) und Heuser, das die Vorzüge der alten und neuen Anschauung vereinigte. Dieses Werk ist mustergebend geworden für alle besseren Leistungen auf

---

Rechtecke ein Strich, in der zweiten Reihe enthält jedes derselben zwei Striche, in der dritten drei u. s. w. An ihr kann das ganze Einmaleins veranschaulicht werden.

[1]) Was Diesterweg anbelangt, so verweisen wir ausdrücklich auf das Kapitel »Methode«. Die dort aufgestellten Grundsätze und Regeln stammen entweder direkt von ihm oder entsprechen wenigstens seinem Geiste. Sie finden sich niedergelegt in seinem Rechenbuch und im »Wegweiser«.

Stubba machte den algebraischen Aufgaben in Volksschulen Platz und dehnte das Rechnen auch auf die Geometrie aus.

Hentschel hat alle Bestrebungen auf dem Gebiete des Rechenunterrichtes zur vollendeten Ausbildung gebracht. Sein »Lehrbuch des Rechenunterrichtes« ist ein methodisches Meisterwerk.

Heuner ist der Hentschel Süddeutschlands. In Bayern speziell wirkten seine Rechenwerke umgestaltend auf das Rechnen in Volksschulen;

dem Gebiete des Volksschulrechnens und hat sicher viel beigetragen, dafs die Arithmetik zum bestbestellten Fache in unseren Schulen wurde. Nicht wenig haben in den letzten Jahrzehnten an der vollendeten Ausgestaltung gearbeitet Scholz, Stubba, Grube, Hentschel und Heuner.

Wenn wir nun die Geschichte des Rechenunterrichtes nochmal überblicken, werden unschwer nachstehende vier Perioden zu erkennen sein:

I. Periode des Mechanismus von (beiläufig) 800—1800. (Abakus, Rechenbrett; — Riese, Pescheck.)

II. Periode des Formalismus von 1800—1825. (Pestalozzi, Tillich, Schmid, v. Türk, Kawerau, Stephani.)

III. Periode des Ausgleiches von 1825—1840. (Harnisch-Scholz (1824) in Schlesien; Krancke (1828) in Hannover; Denzel (1828) in Württemberg und Nassau; Diesterweg und Heuser (1829) am Rhein; Stern (1832) in Baden.)

IV. Periode der relativen Vollendung von 1840 bis jetzt. (Grube und Hentschel (1842), Stubba, Böhme und Heuner.)

§ 73.

## V. Lehrmittel.

### A. Für den Lehrer.

#### a) Zur Geschichte.

Kehr, Geschichte der Methodik des deutschen Volksschulunterrichtes. Gotha, Thienemann. Bis jetzt 7 Hefte. Preis 14,40 ℳ. Für alle, welche die allmähliche Entwickelung der Methode sämtlicher Volksschulgegenstände aus primitiven Anfängen kennen lernen wollen, ist das Werk unentbehrlich. Für die Gediegenheit desselben sprechen schon die Namen der Mitarbeiter. — Wildermuth, Artikel »Rechnen« in Schmids Encyklopädie. Bd. 6. Dort findet sich eine weitere Literaturangabe.

---

sie haben ihm für alle Zeiten einen Ehrenplatz in der Geschichte dieser Disziplin gesichert.

Grube brachte das vor ihm durch Krancke, Tillich und Unger schon angestrebte Prinzip der monographischen Zahlenbehandlung zur vollen Geltung. Er verwarf die Trennung der Übungen nach den vier Grundrechnungsarten und behandelte jede Zahl von 1—100 allseitig (nach allen vier Spezies), rein und angewandt. Darin ging er wohl zu weit, dafs er bis 100 so fortschritt; innerhalb des ersten Zehners aber wird ihm von fast allen Methodikern gefolgt; darnach ist es besser, die Operationen getrennt auftreten zu lassen.

### b) Methodische Werke.

Diesterweg und Heuser (neu von Langenberg), Rechenbuch. Gütersloh, Bertelsmann. Preis I. Teil 30 ₰; II. T. 45 ₰; III. T. 45 ₰; IV. T. 60 ₰; V. T. 90 ₰. Steht durch die neue Bearbeitung wieder auf der Höhe der Zeit. — A. W. Grube, Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristischen Methode. Berlin bei Enslin. Preis 1,80 ℳ. Die epochemachende Schrift ist zwar durch manches neuere Werk überholt, dürfte aber der grofsen Übersichtlichkeit wegen noch viele Freunde zählen. Die allseitige Behandlung ist bis zur Zahl 100 durchgeführt. — Heuner, J. Frd., Lehrgang des Rechenunterrichtes mit gleichmäfsiger Berücksichtigung des Kopf- und Zifferrechnens. Ansbach. Verlag von Fr. Seybold. Preis 3,60 ℳ. Gehört infolge der neuen Bearbeitung zu den besten Anleitungen für das Rechnen in Volksschulen. — Königbauer, Joachim, Methodisches Handbuch für den Rechenunterricht in Volksschulen. I. und II. Teil. München, Verlag von R. Oldenbourg, Abteilung für Schulbücher. — Immel, Karl, Handbuch des Rechenunterrichtes nach dem Dezimalsystem. München, Verlag der Lindauerschen Buchhandlung. Preis 1,50 ℳ. Leistet dem erfahrenen Lehrer beim Rechnen in den oberen Abteilungen wesentliche Dienste. — E. Hentschel, Lehrbuch des Rechenunterrichtes in Volksschulen. Neu von Költzsch. Leipzig, C. Merseburger. Preis 4,40 ℳ. Dieses Werk sichert Hentschel für alle Zukunft einen Namen in der Rechenliteratur. Es ist jedem Lehrer sehr zu empfehlen. — A. Salberg, Die Sachrechenmethode. München, Oldenbourg. 1874. Preis 4,60 ℳ. Eine beachtenswerte methodische Leistung. Behandelt nur die Zahlen von 1—30. — Lieb-Seyfferth-Tillmann, Rechenschule. Nürnberg, Korn. — Dr. Berthold Hartmann, Der Rechenunterricht in der deutschen Volksschule. Leipzig, Kesselring. — Knilling, Die naturgemäfse Methode des Rechenunterrichtes in der Volksschule. München, 1897 u. 1899.

### c) Aufgabensammlungen für das Kopfrechnen.

Immel, Karl, Aufgaben zum Kopfrechnen mit den neuen Münzen, Mafsen und Gewichten. Für Mittelklassen. München, Lindauer. Preis 40 ₰. Immel, Karl, Aufgaben zum Kopfrechnen. Für Oberklassen und Fortbildungsschulen. Preis 75 ₰. — Immel, Karl, Aufgaben für das gemeinschaftliche Schnellrechnen. München, Oldenbourg. Preis 60 ₰. Alle drei Büchlein gehören zu den besten auf diesem Gebiete. — Heuner, Frdr., Aufgaben zum Kopfrechnen, drei Hefte à 20 ₰. Ansbach, Seybold. Ungeheuer weit verbreitet und sehr zu empfehlen. — A. Böhme, Aufgaben zum Kopfrechnen. Drei Hefte. Preis 80 ₰; 1,60 ℳ; 2,50 ℳ. Berlin, G. W. F. Müller. Eine aufserordentlich reiche Sammlung von Aufgaben, die den weitgehendsten Bedürfnissen genügt. — E. Hentschel, Aufgaben zum Kopfrechnen. 2 Hefte. Preis 2,20 ℳ. Leipzig, Merseburger. Eine vortreffliche Sammlung.

### B. Für den Schüler.

#### a) Veranschaulichungsmittel.

Die Veranschaulichungsmittel für den Rechenunterricht zerfallen in zwei Gruppen, nämlich in natürliche (zufällige) und künstliche (ständige). Zu den natürlichen können gerechnet werden: Steinchen, Bohnen, Erbsen, Finger, Teile des Körpers — kurz Gegenstände der Umgebung. Zu den künstlichen gehören: α) graphische: Striche, Kreuze, Tabellen, Punkte, Zahlenbilder; β) plastische: Rechenmaschinen und Rechenapparate — (Würfel, Stäbchen).

Wir empfehlen nachfolgende:

1. Die russische Kugel- und Zählmaschine. Sie ist so bekannt (und sicher in jeder Seminarübungsschule vorhanden), dafs sie der Beschreibung nicht bedarf. Lehrer Honold hat dieselbe verbessert, indem er etwa die Hälfte der Maschine mit einem Brette verdeckte, so dafs die nicht in die Operation verflochtenen und dann störenden Kugeln hinter dasselbe geschoben werden können.

2. Der Bornsche Rechenapparat. Lehrer Born in Berlin hat zwei Apparate konstruiert. Der gröfsere hat die Form einer Schulwandtafel und enthält auf weifslackiertem Bleche 100 kreisförmige Öffnungen, die in 10 Reihen geordnet sind. Jede Reihe kann durch einen Schieber zugedeckt werden; aufserdem ermöglicht eine einfache Vorrichtung, dafs diese Kreise (Punkte) bald schwarz, bald rot erscheinen oder auch ganz verschwinden.

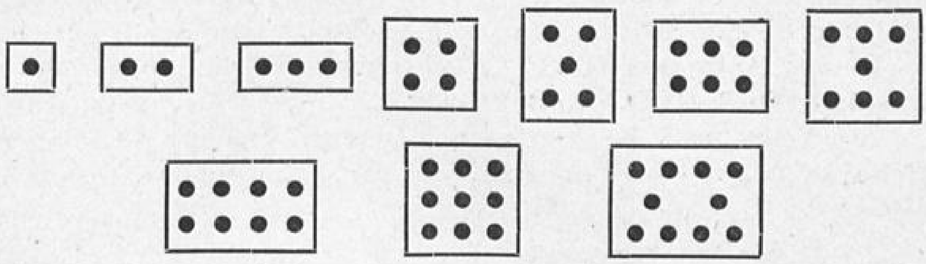
Der kleine Apparat enthält nur zwei Dekaden. Aus den roten und schwarzen Punkten können alle Zahlen, Zahlenbilder, Bestandteile einer Zahl, Faktoren etc. innerhalb 100 beziehungsweise 20 und zwar in unterschiedenen Farben dargestellt werden.

1 und 2 halten sich in Bezug auf Brauchbarkeit das Gleichgewicht; die Billigkeit spricht aber für 1.

3. Der Stäbchenapparat. Je 10 kleine Stäbchen stecken in einer Pappschachtel und repräsentieren einen Zehner. Zehn Zehner stecken wieder in einer Pappschachtel und vertreten den Hunderter und 10 Hunderter veranschaulichen den Tausender. Der ganze Apparat ist von Lehrer Ernst in Nürnberg zu beziehen, kann aber auch von jedem Lehrer selbst gemacht werden. Beim Rechnen innerhalb 10, sowie bei den Operationen mit reinen Zehnern und Hundertern leisten diese Stäbchenbündel vorzügliche Dienste.

4. Das »Nürnberger Rechenbrett« von Ernst Tröltsch ist 1 m lang und 40 cm hoch, besteht aus zwei nebeneinanderliegenden Feldern mit je fünfmal zwei Vertiefungen. Durch Einfügen, Umwenden und Herausnehmen verschiedenfarbiger (schwarzer und roter) Scheiben können sämtliche Rechenoperationen innerhalb des Zahlenraumes 1—20, eventuell 1—100, veranschaulicht werden.

5. Die Zahlenbilder von Böhme. Sie haben nachstehende Gestalt:



6. Regensburger Rechenmaschine von Lindner. Dieselbe hat keine Kugeln, sondern linsenförmige Scheibenkörper in senkrechten Reihen; sonst der russischen Rechenmaschine ähnlich.

7. J. Grafs, Münchener Rechenmaschine für die Zahlenreihe von 1—20. Form A und B.

Im Zahlenraum von 1—20 leisten sie sehr gute Dienste.

Erbsen, Bohnen, Steinchen etc. sind schwer zu handhaben, gehen leicht verloren und werden zu leicht zum Spielzeug der Kinder.

### b) Schülerbücher.

A. Brenner, Rechenschule, Aufgaben zum mündlichen und schriftlichen Rechnen. Ausgabe B in 4 Heften. Freising, Datterer. — A. Breuner und Kl. Brixle, Rechenschule. Aufgaben zum mündlichen und schriftlichen Rechnen. Ausgabe A in 7 Heften. Freising, Datterer. — Hentschel und Költsch, Aufgaben zum Zifferrechnen. Leipzig, Merseburger. — Hentschel und Költsch, Das dreistufige Zifferrechnen für einfache Schulverhältnisse in 3 Heften. Leipzig, Merseburger. — Hentschel und Jänike, Rechenbuch für die abschliefsende Volksschule. Ausgabe B in 6 Heften. Leipzig, Merseburger. — A. Lieb, J. A. Seifferth und H. A. Tillmann, Rechenschule. Ausgabe A in 7 Heften, B in 4 Heften. Nürnberg, Korn. — Matt, Lehmann, Roth, Demolet u. Hähn, Übungsaufgaben zum mündl. und schriftl. Rechnen. 6 Hefte. Baumgartner, Ludwigshafen. — Offinger u. Engelbrecht, Inbegriff des Notwendigsten etc. II. Teil: Rechnen. Buchner, Bamberg. — Fink und Will, Aufgabensammlung für das gewerbliche Rechnen. München, Kellerer. — Küffner u. Ruckert, Rechenbuch. Bucher, Würzburg. — Immel, Karl, Rechenfibel für das erste Schuljahr. 2 Abteilungen. Preis à 20 ₰. — Immel, Karl, Aufgaben zum Zifferrechnen. A) für Mittelklassen, 2 Teile à 20 ₰. B) Für Oberklassen. 2 Teile 20 u. 40 ₰. Beide im Verlag der Lindauerschen Buch handlung in München. — Immel, Karl, Schülerbuch zu den Aufgaben für das gemeinschaftliche Schnellrechnen. München, Verlag von R. Oldenbourg, Abteilung für Schulbücher. Preis 10 ₰. — Heuner, Rechenaufgaben. 7 Hefte à 20 ₰. Ansbach, Seybold. — J. Königbauer, Rechenaufgaben für Volksschüler. München, Verlag von R. Oldenbourg, Abteilung für Schulbücher. 4 Hefte. — A. Haester (Röhm), Rechenbuch für die Unterklassen der Volksschulen. Essen, Bädeker, 27 ₰. (Ausgabe für den Lehrer 80 ₰.) Rechenbuch für die Mittelklassen der Volksschule. Preis 50 ₰. (Antworten 50 ₰.) Rechenbuch für die Oberklassen der Volksschule. Preis 80 ₰. (Antworten 50 ₰.) — Ferd. Krieger, Rechenbuch für Volks- und Bürgerschulen. Herder, Freiburg im Breisgau. 7 Hefte à 30 ₰. — Sterner-Lindner, Rechenbuch. München, Oldenbourg.

---

# 2. Geometrie oder Raumlehre.

Von

**Joachim Königbauer,**

Kgl. Seminardirektor in Lauingen.

»Die Arithmetik ist das Organ des Geistes, die Geometrie der Plan der äufseren, anschaulichen Welt.«
Ludwig Noiré.

## § 74.

## I. Zweck der Geometrie.

Wie jeder Unterrichtsgegenstand, hat auch die Geometrie eine formale und materiale Bedeutung.

Ihr formaler Wert für die Geistesbildung wurde schon vor Pestalozzi anerkannt, ja, den alten Griechen galt sie als das vorzüglichste Mittel zur Entwickelung des Denkvermögens. Seit Pestalozzi hat es kein hervorragender Pädagoge versäumt, eine Lanze für sie zu brechen.

Richtig betrieben leitet sie zur genauesten Auffassung der Formen und Gestalten der Körper und Flächen an, schärft aufserordentlich die Kombinationsgabe, sowie den Sinn für Regelmäfsigkeiten und Naturschönheiten und behütet dadurch den Menschen vor einem geistlosen Betrachten der Dinge. Da die innern Anschauungen aus den äufsern entspringen und die räumlichen Betrachtungen gerade die wichtigsten und deutlichsten sind, so gestaltet sich die Raumlehre zugleich zur stärksten Quelle der Erkenntnis, aus der der Mensch wiederum die beste Kraft zur Darstellung des Erkannten und innerlich Verarbeiteten zu schöpfen vermag. Wir stehen daher keinen Augenblick an, mit Diesterweg zu behaupten, dafs die Geometrie auf Urteilen und Schliefsen, auf Willenskraft und Charakter noch viel intensiver wirkt, als das übrige Rechnen.

Der materiale Nutzen der Geometrie kann heute nur noch von dem bezweifelt werden, der noch nie einen Blick gethan in das praktische Leben. Der Maurer, Zimmermann, Schmied, Schlosser, Schreiner, Böttcher, Glaser, Steinmetz — kurz, jeder Handwerker und Gewerbetreibende, der es mit Flächen und Körpern zu thun hat, mufs mit geometrischen Kenntnissen ausgerüstet sein, soll nicht der Kampf mit seinen Konkurrenten ihm erschwert oder unmöglich werden. Aber auch für den Landwirt kann es nur Vorteil bringen, wenn er die Gröfse eines Ackers, die Ertragfähigkeit seiner Fluren, den Kostenbetrag eines Abzugsgrabens etc. zu berechnen vermag.

## § 75.

## II. Stoff.

### a) Auswahl des Stoffes.

Schon der Anschauungsunterricht in den unteren Klassen der Volksschule befafst sich mit der Betrachtung von räumlichen Gebilden; dort aber handelt es sich doch weniger um die Erfassung und Kombination der Formen, als vielmehr darum, das sprachliche und plastische Anschauungs- und Darstellungsvermögen zu bethätigen.

Die Geometrie hat es nun ausschliefslich mit den Formen und Raumgröfsen zu thun. Wegen der ihr zugemessenen geringen Zeit aber mufs die Menge des Stoffes genau den gegebenen Verhältnissen angepafst werden.

Die ein- und zweiklassige Volksschule wird sich darauf beschränken müssen, einige Flächen und Körper der Betrachtung und Darstellung zu unterwerfen und sie zu berechnen. Mehr schon kann die drei- und vierklassige Volksschule bewältigen; für sie dürfte die Behandlung der Drei- und Vierecksarten, einiger Vielecke, des Kreises, des Würfels, der Säule und des Cylinders nicht zu hoch gegriffen sein. Die Feiertags- und Fortbildungsschule kann auch noch den Kegel und die Kugel behandeln.

### b) Anordnung des Stoffes.

In Bezug auf Anordnung des Stoffes ist zu merken, dafs die einfachsten Gebilde vorangestellt werden. Daran reihen sich die verwandten Objekte, damit das Alte möglichst viele Anknüpfungspunkte für das Neue biete. Am besten gehen alle späteren Gebilde aus den früheren genetisch hervor, so dafs das Vorhergehende das Nachfolgende schon im Keime enthält. Was im Leben eine besondere Bedeutung hat, wird dem Indifferenten vorgezogen. Eine Menge Aufgaben, welche besonders viele Hinweise auf die Naturgegenstände enthalten, sorgen für Befestigung des Errungenen.

In welcher Reihenfolge der Stoff zu behandeln ist, ergibt sich aus dem Lehrplan.

Über den Ausgangspunkt der Raumlehre sind die Pädagogen und Methodiker nicht einig. Es gibt in dieser Beziehung zwei Extreme. Die Analytiker (Bartholomäi, Schrader, Raumer, Zizmann, Kehr etc.) gehen vom Körper aus und abstrahieren davon die Fläche, die Linie und den Punkt. Diesem Gange tritt aufser anderen mit Entschiedenheit Gräfe entgegen, der mit Recht bemerkt, dafs es einem Kinde schwer oder unmöglich werden dürfte, vom Körper den Begriff Fläche, noch schwerer Punkt zu abstrahieren. Aber auch seinem Beginne mit dem Punkte können wir nicht beipflichten. Unzweifelhaft mufs mit anschaulichen, in Kunst und Natur vorkommenden Dingen oder Gebilden begonnen werden. Und da präsentiert sich uns zunächst die Fläche. Auch der sich entwickelnde Mensch erfafst am leichtesten die Fläche. Operationen an Blindgebornen, die Physiologie der Sinnesorgane, sowie die Studien über die Entwickelung des Anschauungs- und Auffassungsvermögens der Alten und unserer Wilden beweisen es. Von der Fläche können Linie und Punkt abstrahiert werden; aufserdem lassen die Körper sich aus Flächen aufbauen, und das Entstehenlassen ist für den Unterricht eine Hauptsache. Die Fläche tritt uns in Natur und Kunst entgegen; Hofraum, Wiese, Acker, Wasserspiegel, Fufsboden, Zimmerdecke etc. geben die besten Anschauungsobjekte, und davon, sowie von einem Bogen Papier, dessen Körperlichkeit nahezu verschwindet, kann das Kind leicht den reinen Begriff abstrahieren. Aus papierenen Quadraten baut sich der Würfel auf, an ihm können die hohlen und massiven Körper veranschaulicht werden, und von da bis zum geometrischen Würfel ist nur noch ein kleiner Schritt, den jedes Kind zu machen imstande ist. Endlich bietet die Fläche, speziell das Quadrat, mit dem wir beginnen, weniger Merkmale als jeder Körper, vermag leichter dargestellt zu werden, entspricht daher den pädagogischen Anforderungen in allen Stücken.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich folgender Stoffplan:

### A. Für die Volksschule (Werktagsschule).

1. Belehrungen über Linie, Fläche und Körper im allgemeinen.

2. Das Quadrat: Anschauen, Darstellung und Berechnung desselben. Sodann: Resolvieren und Reduzieren der Flächenmafse; Belehrungen über Winkel.

3. Das Rechteck und Dreieck. (In mehrfach geteilten Schulen noch: die verschobenen Quadrate und Rechtecke; das unregelmäfsige Viereck, der Kreis.)

4. Der Würfel: Anschauen, Darstellung und Berechnung. Sodann: Resolvieren und Reduzieren der Körpermafse.

5. Die quadratische und rechteckige Säule. (In mehrfach geteilten Volksschulen noch: Die dreiseitigen Säulen; der Cylinder.)

**Anmerkung.** In einfachen Volksschulen wird unter mifslichen Verhältnissen das oben Verlangte nicht zu erreichen sein.

### B. Für Feiertags- und Fortbildungsschulen.

#### I. Gang.

1. Anschauen und genauere Betrachtung der nachstehenden Flächen und Körper: Quadrat, Rechteck, Würfel quadratische und rechteckige Säule.

2. Darstellen genannter Flächen und Körper, meist mit dem Anschauen verbunden, da jedes Gebilde aus den vorhergehenden entsteht.

3. Berechnen obiger Flächen und Körper. Resolvieren und Reduzieren der Flächen- und Körpermafse eingeflochten.

#### II. Gang.

1. Anschauen nachstehender Flächen und Körper: Rhombus (entstanden aus dem Quadrat), Rhomboid (vom Rechteck), Dreieck (vom Parallelogramm), dreiseitige Säule (durch Halbierung der vierseitigen entstanden), Pyramide (von der dreiseitigen Säule).

2. Darstellung genannter Flächen und Körper. (Mit 1 verbunden.)

Berechnung obiger Flächen und Körper.

### III. Gang.

1. Anschauen von: Kreis, Cylinder, Kegel, Kugel.
2. Darstellung genannter Flächen und Körper. (Mit 1 verbunden.)
3. Berechnen obiger Flächen und Körper.
4. Zusammenfassung und Repetition. Erweiterung des Gewonnenen. Wissenschaftlichere Definitionen. Einteilung der Geometrie.

### Anhang.

Das Trapez; die Vielecke; die abgestumpfte Pyramide; der abgestumpfte Kegel. (Nur in Fortbildungsschulen.)

## § 76.

## III. Methode.

### a) Gang des Unterrichtes. (Grundsätze.)

Wenn auch die materielle Bedeutung der Geometrie nie in Zweifel gezogen wurde, so geschah es doch vielfach in Bezug auf den formalen Wert derselben, und noch heute gibt es nach dieser Richtung Ungläubige, selbst unter Schulmännern.

Es kann auch keineswegs geleugnet werden, dafs die Erfolge des Unterrichts meist mit der dafür aufgewandten Zeit in keiner Proportion stehen; aber der Grund hiefür liegt nicht in der Geometrie, sondern in ihrem Betriebe. Die ganz naturwidrige Methode war es, die jahrhundertelang zu keinem befriedigenden Resultate führte, eine Methode, bei der, wie Mager sagt, die Schüler schon alle Sünden, die sie je in der Zukunft begehen können, abzubüfsen imstande sind. Diese Methode ist es auch, die die Mathematik auf vielen Schulen heute noch zur Tortur für die Schüler stempelt und die endlich zu dem Satze führte, dafs Dichter und Mathematiker geboren werden müssen. »Freunde des geometrischen Unterrichtes haben diese Behauptung aufgestellt«, sagt Kehr, »vielleicht weil sie sich über den Besitz ihres mathematischen Talentes geschmeichelt fühlten, — die Feinde haben zugestimmt, weil sie geglaubt haben, sich dadurch am ersten über den Mangel an geometrischen Kenntnissen zu trösten«. Es ist aber nichts verkehrter und verderblicher als solch eine vorgefaſste Meinung, weil sie für faule und ungeschickte Menschen eine bequeme Ausrede bildet. »Wohl ist es wahr, daſs der produktive mathematische Kopf ebenso gut geboren werden muſs wie der Dichter; aber so gut Millionen von nicht produktiv-poetischen Köpfen die vorhandenen Gedichte verstehen und lesen, eben so gut muſs jeder Mensch von gesundem Menschenverstande dazu befähigt sein, die einmal schon gefundenen mathematischen Sätze in sich aufzunehmen.« (Falk.)

Die neuere Methode weicht, wie schon früher gezeigt, wesentlich von der Euklidschen ab. Man kann sie am besten in nachfolgende Sätze zusammenfassen:

1. Die Elementargeometrie oder Raumlehre geht von der Anschauung aus, sammelt Erfahrungen und leitet daraus Begriffe und Gesetze ab.

Zu jeder ersten Geistesthätigkeit liefert die Anschauung die Elemente, und wir können mit Recht sagen, daſs alles Positive, das im Geiste sich findet, in seinen Grundlagen durch die Sinne vermittelt wurde. Den Keim zur Raumlehre hat nun gleichfalls die Praxis geliefert, und sie ist die personifizierte Anschauung. Wie nun aber die Beweise für die aus den ersten Erfahrungen gewonnenen Sätze schon bei den Alten keine mathematisch strengen, sondern mehr anschauliche waren, so kommt es auch in unserem ersten Unterrichte weniger auf logische Beweise, als vielmehr auf die innere Überzeugung an. Ist durch die äuſsere Anschauung die innere Erkenntnis vermittelt worden, so fällt es nicht schwer, sie durch Zusammenfassen der wesentlichen Merkmale zum Begriffe zu konzentrieren. Aus einer Reihe von anschaulich behandelten Einzelfällen ergibt sich endlich das Gesetz, der geometrische Satz. Das Gesetz ist die Errungenschaft des Unterrichtes, und alle vorhergehenden Operationen müssen wie die Strahlen eines Lichtbündels nach diesem Brennpunkte zielen.

Der Unterricht beginnt stets mit dem Vorzeigen der betreffenden Gebilde und Formen oder, wenn möglich, mit dem Entstehenlassen derselben, wobei die Schüler tasten, messen, prüfen, vergleichen etc. Hieran knüpft sich ein lebendiges Wechselgespräch zwischen dem Lehrer und den

Lernenden, wobei die Fragen des Lehrers stets so eingerichtet sein müssen, dafs die Schüler die gewollten Begriffe und Gesetze allmählich selbst finden. An die Stelle von Definitionen treten für die kleinen Anfänger meist die leichteren Beschreibungen. Sind Gesetze und Sätze gefunden, so gilt es, dieselben kurz und bündig zu fassen und auszudrücken.

Bei Berechnungen knüpfen sich an jede Regel zuerst leichte Kopfrechnungsbeispiele mit kleinen Zahlen, welche das Verständnis anzubahnen haben; ihnen folgen etwas schwierigere Aufgaben zum Tafelrechnen.

2. Dem Anschauen und Betrachten der Dinge müssen Versuche im Darstellen und Nachbilden folgen.

Ohne Nachbildungsversuche und Probieren von Seite der Schüler ist der Erfolg des Unterrichtes nur ein halber. Bei solchen Versuchen begegnen nämlich dem Schüler allerlei Schwierigkeiten und eigentümliche Konstellationen, die vorzüglich geeignet sind, die Begriffe und Gesetze erst in voller Schärfe und Klarheit auszuprägen; der Erfindungsgabe und Denkthätigkeit bieten sie ein reiches Feld. Die Meinung, dafs dazu vielerlei Mittel gehören, ist eine irrige; ein Transporteur mit Mafsstab und eine Glasplatte genügen.

Noch sei darauf hingewiesen, dafs ein Verbinden der Raumlehre mit dem Zeichenunterrichte keineswegs empfehlenswert ist; denn durch eine solche Verquikung wird erstens den Lehrgängen beider Fächer Zwang angethan; zweitens nährt sich jede der beiden Disziplinen auf Kosten der anderen, was schliefslich zu ungünstigen Resultaten in beiden führt; endlich handelt es sich im Zeichnen mehr um Bildung des ästhetischen Gefühles, in der Geometrie aber um Kenntnis der Formen- und Gröfsenverhältnisse.

3. Das Gefundene ist auf das praktische Leben anzuwenden.

So selbstverständlich diese Forderung ist, mufs sie dennoch stets betont werden, weil mancher Lehrer nur zu gerne mit theoretischen Kenntnissen sich begnügt. Und doch zeigen erst die praktischen Beispiele die volle Wichtigkeit der einzelnen Sätze für das Leben, und bieten gerade sie durch ihre Form und Einkleidung die interessanteste und schwierigste Geistesarbeit. Wer bloſs Lehrsätze und ihre Beweise kennt, gleicht einem Kunstkritiker, der genau sich eingeweiht hat in die Gesetze der Ästhetik, aber dennoch unfähig ist, das einfachste Kunstwerk herzustellen; — er ist ein Maler, der seine Palette nicht zu halten und seine Farben nicht zu mischen weiſs.

**b) Lehrform.**

In den meisten Fällen ist beim Unterrichte die Frageform die beste. Die Frage gibt nicht die Sache, wohl aber leitet sie darauf hin. Dabei ist zu merken: was mit zwei Fragen erreicht werden kann, darf nicht hundert verschlingen. Auſser der Frageform wechselt im lebensvollen Verkehr zwischen Lehrer und Schüler das empirisch-experimentelle Verfahren, das die geometrischen Wahrheiten rein äuſserlich durch Messen mit Maſsstab und Zirkel etc. zu vermitteln sucht, mit der geistvollen Katechese, die, von Bekanntem ausgehend, progressiv zu Neuem schreitet; es wechselt die genetische Ableitung, wobei eine Figur aus der anderen durch einfache und ungekünstelte Verwandlungen hervorgeht, mit der schwierigen, aber fruchtbringenden Heuristik, die jeden Satz dem Schüler als Problem vor die Augen hält, ihn auffordernd, Mittel und Wege zu suchen, die zu einer Lösung der Aufgabe führen. Durch die richtige und rechtzeitige Anwendung der verschiedenen Methoden wird sich stets der gute Lehrer hervorthun.

**c) Lehrweise.**

»Ein Todfeind der Schule ist das Vielreden, die unnütze Wortmacherei«, heiſst es in Diesterwegs »Wegweiser«, und wahrlich, dieser Satz gilt vollinhaltlich auch für den geometrischen Unterricht. Wo es sich um logische Entwickelungen, um Ableitungen von Gesetzen handelt, muſs viel gedacht und wenig geredet werden. Wie die Hand eines geschickten Malers mit wenigen Kohlenstrichen porträtiert, so müssen auch einige Worte die logischen Wege über die zerklüfteten Höhen zu weisen vermögen. Knapp seien daher die Worte, scharf und bezeichnend deren Inhalt; Wortkargheit ist Zeitgewinn und Lungenersparnis. »Und wenn du Nächte durchwachen müſstest,« schreibt Pestalozzi, »um mit zwei Worten zu sagen, was andere mit zwanzig erklären, so laſs dich deine schlaflosen Nächte nicht dauern.«

## Lehrprobe.

**Das Quadrat.**[1]

Anschauen und Darstellen desselben.[2]

1. Anschauungsmittel: Ein quadratförmiges Brettchen; ein an die Schultafel gezeichnetes Quadrat.

2. Unterrichtsstufe: Oberklasse.

Lektion.

### I. Anschauen.

**a. (1. Bethätigung der Sinne.)**

Es wird ein quadratförmiges Brettchen vorgezeigt, an die Schultafel gelegt und auf dieselbe abgetragen.

A. Was wifst ihr über dieses Brettchen und die Zeichnung an der Schultafel zu sagen? (Die Schüler geben an, was sie selbständig finden.)

B. Ergänzen der Ergebnisse. (Dabei kann alles wegbleiben, was die Schüler richtig angegeben haben.)

a) Zeige die Enden des Brettchens! — Wie nennt ihr diese Stellen? (Ecken.) Wie viele Ecken hat das Brettchen? — Welchen Namen können wir dem Brettchen geben, weil es 4 Ecken hat? — Welche Ausdehnungen (zeigend andeuten!) hat das Brettchen? (Länge und Breite.)

Was ist an der Schultafel entstanden? (Ein Viereck.) Warum ist das ein Viereck? — Welche Ausdehnungen (zeigen!) hat das gezeichnete Viereck?

b) Die Strecke von der einen Ecke bis zur nächsten nennt man eine Seite des Vierecks. Wie viele Seiten hat jedes der beiden Vierecke?

Wie viele Seiten haben immer die gleiche Richtung? — Mifs an verschiedenen Stellen, wie weit zwei solche Seiten überall voneinander entfernt sind! — Wie nennt man zwei Seiten, die immer in gleicher Entfernung laufen? (gleichlaufend.) Man kann auch sagen: Die beiden Seiten laufen »parallel«. (Anschreiben des Wortes an die Schultafel.) Wie viele Seiten sind bei jedem der beiden Vierecke immer gleichlaufend oder parallel? — Zeige dieselben am hölzernen Viereck! — Am gezeichneten!

Zeige an jedem der beiden Vierecke die Länge! — die Breite! — Bestimme ihre Längsseiten! — Schätze ihre Breitseiten! — Mifs sie

[1]) Vgl. Schema Nr. III in »Schemata und Lehrproben von Königbauer etc.« Bamberg, Buchner, 1891.

[2]) Seine Berechnung ist als Gegenstand einer eigenen Lektion gedacht.

nun auch! — Wie grofs sind also Länge und Breite der beiden Vierecke?

Wie steht ein Pfahl in der Erde, wenn er in der Richtung eines hängenden Senkbleis geschlagen wurde? — . In welcher Richtung treffen auch die Längs- und Breitseite dieses Brettchens (es wird senkrecht aufgestellt) zusammen? — Die Richtung der Seiten zu einander bleibt die gleiche, wenn ich auch die Lage des Brettchens verändere. Wie treffen also die Seiten des hölzernen Vierecks aufeinander? — Wie die des gezeichneten? — Zeige eine solche Stelle an jedem der beiden Vierecke!

c) Was entsteht da, wo zwei Seiten der Vierecke aufeinander treffen? (Eine Ecke.) Wie nennt ihr gewöhnlich die Ecken des Zimmers? (Winkel.) Welches Wort können wir darum für »Eck« noch setzen? — Was wird also von zwei Viereckseiten eingeschlossen? — Ein Winkel, der von senkrecht aufeinander treffenden Seiten gebildet wird, heifst ein rechter Winkel. Wie viele rechte Winkel hat also jedes der beiden Vierecke? — Untersuche, ob alle Winkel des gezeichneten Vierecks auch wirklich gleich grofs sind! (Dabei wird das Brettchen immer gedreht und immer wieder auf die Zeichnung gelegt. Stets decken sich die Ecken, woraus folgt, dafs alle gleich sind.)

d) Wie wird man die 4 Seiten der beiden Vierecke zusammen nennen, weil sie dieselben gleichsam umfangen? (Umfang.) Zeige den Umfang der beiden Vierecke! — Wie nennt man das, was z. B. in einem Gefäfs enthalten ist? (Inhalt.) Wie wird man darum auch die Fläche nennen, die von den Seiten der beiden Vierecke eingeschlossen wird?

**b. (2. Gruppieren und Ordnen.)**

Wie viel Seiten hat jedes der beiden Vierecke? — Notieren: a) Zahl. Wie verhalten sich dieselben in Bezug auf Länge? — Notieren: b) Länge. Was habt ihr über ihre Richtung zu einander gehört? — Notieren: c) Richtung. Wie treffen die Seiten der beiden Vierecke aufeinander? — Notieren: d) Lage. Wovon haben wir Zahl, Länge, Richtung und Lage angegeben? — Wie wird darum der Oberpunkt heifsen? — Notieren vor a—d: 1. Seiten. — Wie viele Winkel hat jedes der beiden Vierecke? — Notieren: a) Zahl. Was für Winkel sind das? — Notieren: b) Art. Worauf beziehen sich die beiden letzten Punkte? — Wie heifst darum unser Oberpunkt? — Notieren vor a und b: 2. Winkel. — Wie nennt man die Seiten der beiden Vierecke zusammen? — Welchen Namen hat die von den Seiten der Vierecke eingeschlossene Fläche? — Notieren:

3. Umfang und Inhalt. — Jedes Viereck, dessen Seiten und Winkel die gefundenen Merkmale besitzen, nennt man Quadrat. Welchen Namen können wir darum auch dem Brettchen und der Zeichnung geben? — Wie wird auch unsere Überschrift heifsen? — Notieren über 1—3: Das Quadrat.

An der Schultafel steht nun folgende Disposition:

Das Quadrat.

1, Seiten: a) Zahl. b) Länge. c) Richtung. d) Lage.
2. Winkel: a) Zahl. b) Art.
3. Umfang und Inhalt.

## II. Denken.

### a. (3. Sicherung des Gewonnenen.)

Zusammenhängende Wiedergabe des gewonnenen Stoffes an der Hand der Dispostion seitens besserer und schwächerer Schüler.

### b. (4. Ableitung des Begriffes.)

Was ist das Quadrat, weil es 4 Ecken hat? — Wie sind seine 4 Seiten in Bezug auf Länge? (gleich.) Füge das dem 1. Satz bei! (Das Quadrat ist ein Viereck mit 4 gleichen Seiten.) Was findet man, wenn man die Winkel des Quadrates in Hinsicht auf Gröfse miteinander vergleicht? (gleich grofs.) Nimm auch das in den vorigen Satz auf! (Das Quadrat ist . . . gleichen Seiten und 4 gleichen Winkeln.) Wie viele Winkel und Seiten hat jedes Viereck? — Welches Wörtlein können wir darum in unserem Satz weglassen? (4). Was ist also ein Quadrat? (. . . ein Viereck mit gleichen Seiten und gleichen Winkeln.) — Einüben des Satzes einzeln und im Chor.

## III. Anwenden.

### (5. Anwendung.[1])

(Übungsaufgaben.)

1. Nennt Gegenstände, welche meist Quadrate bilden!

2. Prüft diese Gegenstände darauf, ob sie Quadrate sind oder nicht!

3. Stellt mit Hilfe eures Lineals und Lesebuchs Quadrate her!

4. Macht ein Quadrat, dessen Seite der Breite eures Lineals gleichkommt!

---

[1]) Da die Lektion die erste aus der Raumlehre ist, kommt die Verknüpfung mit Ähnlichem in Wegfall.

5. Zeichnet ein Quadrat, dessen Seite 4 cm lang ist!

6. Mit 4 gleichlangen Stäben soll ein Quadrat gemacht werden.

7. Zeichnet aus freier Hand Quadrate!

8. Macht zuhause ein Quadrat aus Pappe oder Papier von 1 dm Seitenlänge und bringt es morgen mit zur Schule!

---

## § 77.

## IV. Geschichtliches.

Stand der Arithmetik Wiege im fernen Indien, so wird als Geburtsland der Geometrie das Land der Datteln und Pyramiden bezeichnet. Der »heilige Nil« mit seinen jährlich wiederkehrenden Überschwemmungen soll zuerst die Wissenschaft von den Raumgröfsen ins Leben gerufen haben. Herodot erzählt uns darüber, dafs Sesostris jedem Unterthan der Kriegerkaste ein gleiches, quadratisches Stück Land zugeteilt und mit Steuern für die Kanalbauten belegt habe. Die grofsartige Überflutung der Felder verwischte aber jedesmal die Grenzen, rifs hier ein Stück ab und schwemmte es anderswo wieder an. Um nun die alte Ordnung der Dinge wieder herzustellen oder den Austausch äquivalenter Werte zu ermöglichen, waren Ausmessungen der Felder nötig. Anfangs begnügte man sich vielleicht mit einfacher Schätzung und annähernder Grenzbestimmung; allmählich aber mag daraus durch Absteckung gewisser Richtpunkte eine Art Feldmessung entstanden sein.

Die nämlichen Verhältnisse wie im Lande der Pharaonen finden wir auch in der Heimat des Nimrod und der Semiramis, in Mesopotamien sowie in jenen Ebenen, durch die der »heilige Ganges« seine Fluten wälzt. Es ist kein vernünftiger Grund vorhanden, anzunehmen, dafs dort die gleichen Ursachen nicht die gleichen Wirkungen sollen erzeugt haben.

Wenn wir nun auch nicht wissen, in welcher Weise diese alten Kulturvölker die Geometrie betrieben, die grofsartigen Bauten der alten Nilbewohner sowie ihre Leistungen in der Astronomie sagen uns hinlänglich genug, dafs sie schon zu einer gewissen Abstraktion geometrischer Gesetze gelangt waren.

Zu einem System aber gestaltete die Geometrie erst der scharfe Geist der talentsprühenden Griechen. Von den Ägyptern das schon Vorhandene ererbt, versuchten sie, es durch Kombination auf streng logischem Wege zu erweitern; es gelang ihnen auch frühzeitig, eine zusammenhängende Reihe von Sätzen und Beweisen zu schaffen, die heute noch Anerkennung finden. Besonders waren es die (jonisch-) philosophischen Schulen, die an der bessern Ausgestaltung der Erdmeſskunst (Geometrie) sich beteiligten, und es gab eine Zeit, wo die Häupter derselben Kenntnisse in dieser Wissenschaft zur Vorbedingung für die Aufnahme in den Kreis ihrer Schüler machten. Plato schrieb über seinen Lehrsaal: Keiner komme herein, der nicht die Geometrie betrieben hat! — Wie groſs die Wertschätzung dieser Wissenschaft war, geht auch daraus hervor, daſs ihretwegen selbst ergraute Männer die Strapazen weiterer Reisen miſsachteten. So soll Thales im hohen Alter (um 630 v. Chr.) nach Indien und Ägypten gereist sein, um seine geometrischen Kenntnisse zu erweitern; ihm gelang es nach der Sage auch zuerst, die Höhen der Pyramiden aus ihrem Schatten zu messen.

Noch mehr förderte die geometrische Wissenschaft Pythagoras (580 v. Chr.). Er erfand den nach ihm benannten pythagoräischen Lehrsatz, einen der wichtigsten der Geometrie. Die Zahl bildete bei ihm eine Art Prinzip, auf das er seine ganze Philosophie basierte.

Schon um das Jahr 300 v. Chr. schrieb Euklid in Alexandrien seine 15 Bücher über Geometrie. Sie wurden für 2000 Jahre Vorbild aller geometrischen Lehrbücher und erst unser Jahrhundert fing an, die darin befolgte Methode zu verbessern; auf höheren Schulen ist dieselbe heute noch üblich. Der gröſste Nachfolger Euklids war Archimedes, der tapfere Verteidiger seiner Vaterstadt Syrakus gegen die römischen Eindringlinge. Ihm verdanken wir die genauere Berechnung von Kreis ($\pi = 3^1/_7$) und Kugel.

Mit dem politischen und sittlichen Verfall der Griechen schwand auch ihr Sinn für Kunst und Wissenschaft, — ihr plastisches Talent erstarb, ihre Einbildungskraft vertrocknete und ihr lebhafter Geist wurde zur Geschwätzigkeit des Alters. Aber auch die Erben des klassischen Volkes, die thatkräftigen Römer, bildeten keineswegs die Wissenschaft fort; ihr Ziel war nur, sie praktisch zu verwerten. Als später über Europa die Völkerwanderung hereinbrach, in der alles geistige Leben zu Grabe ging, flohen die Wissenschaften wieder hinüber zu dem lebendigen Volke der Araber, hinüber an die korallenreichen Gestade des roten Meeres. Erst um die Zeit Karls des Groſsen ward es wieder heller in Europa, und von da an blieb die Geometrie durch das ganze Mittelalter hindurch Gegenstand der gelehrten Schulen. Aber trotz der langen Zeit machte ihre Methode keine Fortschritte. Man folgte wie bisher dem alten Euklid, stellte die Sätze als etwas Gegebenes an die Spitze und liefs die Beweisführung folgen. Warum dabei so und nicht anders verfahren werden mufste, wufste kein Schüler anzugeben. Alles bewies der Lehrer, nichts der Lernende, so dafs dieser nur den stummen Zuhörer bildete; von einer selbständigen Geistesarbeit war keine Sprache. Dabei ignorierte man jede praktische Anwendung so sehr, dafs der Schüler nie einsah, wozu ihm all das nütze. Nach jahrelangem Studium war er meist unfähig, Zirkel und Winkel richtig zu handhaben. Die Ursache dieses Verfahrens liegt in der Forschungsweise der Alten. Sie konstruierten alles aus dem Begriff, aus den allgemeinsten und obersten Prinzipien, und erst zuletzt wurden einige Beweise aus der Wirklichkeit gesammelt, um durch sie das rein logische Gebäude zu stützen. Es war genau das entgegengesetzte Verfahren von heute.

Erst als Pestalozzi den Versuch machte, die Geometrie auch in die Volksschule einzuführen, kam eine bessere Methode zum Durchbruche. Zwar verfiel der grofse Pädagoge auch hier wie beim übrigen Rechnen in ein Extrem. Sein Unterricht sollte nur formell anregend sein, das praktische Leben und seine Ansprüche ignorierte er grundsätzlich. Von der Anschauung ausgehend, schritt er in peinlicher Lückenlosigkeit vorwärts, wobei er auf eine Unzahl von Linienkombinationen sein Hauptaugenmerk richtete. Wie anderwärts, bethätigte er auch hier wiederum seine Vorliebe für mechanisches Nachsagen, verwickelte sich dabei aber nicht selten in so schwierige Komplikationen, dafs ein Gewinn für die Schüler unmöglich war. Seine »Formenlehre« erschien erst 1826.

Die Einseitigkeiten des Meisters suchten seine Schüler und Anhänger allmählich abzustreifen. Es haben sich dabei Joseph Schmidt, v. Türk, Grafsmann, Ramsauer und insbesondere Harnisch und Diesterweg durch ihre bezüglichen Schriften grofse Verdienste erworben. Harnisch stellte endgültig die Grundsätze in Bezug auf Stoff und Methode der Geometrie in Volksschulen fest, und Diesterweg »vollendete das didaktische Verfahren im einzelnen durch Virtuosität in formeller Behandlung«. In der neuesten Zeit hat die Herbartsche Schule wesentlich beigetragen zur weiteren Ausgestaltung der Raumlehre. Ihre Grundsätze (zuerst Anschauen der Gebilde, dann Darstellen derselben und Berechnung des Betrachteten) finden immer mehr Beachtung und Anerkennung.

§ 78.

## V. Lehrmittel.

### A. Für die Hand des Lehrers.

a) Methodische Schriften.

Praktische Geometrie für Volks- und Fortbildungsschulen. Von K. Kehr. Gotha, Thienemann. Preis 3 ℳ. Eine vortreffliche didaktische Leistung. Für Volksschulen ist Auswahl nötig. — Diesterweg, Elementare Geometrie für Volksschulen und Anfänger überhaupt. Frankfurt a. M., Hermannsche Buchhandlung. 1,20 ℳ. Von allgemein methodischem Interesse. Für Volksschulen entschieden zu hoch. — Kommentar zu Diesterwegs elementarer Geometrie. Für Lehrer. Ebendaselbst. Neu von Langenberg. 50 ₰. Ist eine Ergänzung zu: »Elementare Geographie«. — Immel, Karl, Die Elemente der Raumlehre in Verbindung mit dem geometrischen Zeichnen. München, Lindauer. Preis 1 ℳ. Ein recht brauchbares Büchlein. Für Volksschulen ist Auswahl nötig. — J. Königbauer, Raumlehre. I. Stufe für Volksschulen. München, Verlag von R. Oldenbourg, Abteilung für Schulbücher. Preis 2 ℳ. Das Buch ist nach den oben angeführten Grundsätzen verfaſst.

b) Wissenschaftliche Werke.

Die Geometrie des Euklid und das Wesen derselben. Von Dr. E. S. Unger. Leipzig, Avenarius u. Mendelssohn. Preis 7,50 ℳ. Das Werk sei allen empfohlen, die sich in das Wesen der wissenschaftlichen Geometrie vertiefen wollen. — Snell, Lehrbuch der Geometrie. 3 Teile. Leipzig, Brockhaus. Preis 7,80 ℳ. Ganz nach modern pädagogischen Grundsätzen werden alle Lehrsätze durch Entwickelung aus den Schülern selbst herauszulocken gesucht. — Spitz, Lehrbuch der ebenen Geometrie. Leipzig, Winter. Preis 2,80 ℳ. Lehrbuch der Stereometrie. Leipzig, Winter. Preis 2,40 ℳ. Die Lehrbücher von Spitz sind vorzüglich. Sie enthalten nebst den vollständigen Beweisen für die geometrischen Lehrsätze eine groſse Menge Konstruktions- und Berechnungsaufgaben. — Lübsen, Lehrbuch der Elementargeometrie. Leipzig, Brandstetter. Preis 3 ℳ. Für das Selbststudium sehr geeignet. — Wöckel, Geometrie der Alten in einer Sammlung von 850 Aufgaben. Nürnberg, Korn. Preis 2 ℳ. Hier lernt man, wie die alten Griechen, die der Algebra ermangelten, praktische geometrische Aufgaben lösten. Wir empfehlen das Büchlein als ein vorzügliches Mittel, den Verstand zu schärfen.

### B. Für die Hand der Schüler.

J. Böhm, Die zeichnende Geometrie. Vorschule für Geometrie und technisches Zeichnen zum Gebrauche in Lehrerbildungsanstalten, Real- und Fortbildungsschulen. 4. Aufl. Nürnberg, Korn. Preis 1,80 ℳ. Ein vortreffliches Schriftchen, das beim Linearzeichnen jedem Schüler, der das Gemachte auch verstehen will, sehr gute Dienste leisten wird. — K. Kaiser, Leitfaden der Raum- und Formenlehre für Volksschulen.

Deutschland. Neu bearbeitet von Keil. Ebenda. Aufgez. 20 ℳ; vorzüglich sind auch die betreffenden Karten von Sydow-Habenicht (21 ℳ), Kiepert (19,50 ℳ), Gaebler (22 ℳ).

Alpenkarten. Leeder, Schulwandkarte der Alpen. Essen, Bädeker. Aufgez. 17 ℳ. — Randegger, Wandkarte des Alpenlandes. 19 ℳ. Zürich, Wurster & Cie.

Südwestdeutschland. Gaebler, Karte von Bayern; Leipzig, Lang. — Schade, Wandkarte von Süddeutschland. Berlin, Dietrich Reimer. Aufgez. 18 ℳ. — Rohmeder-Wenz, Karte von Südbayern.

Palästina. Karten hievon lieferten: Kiepert (Berlin, Reimer) und Leeder (Essen, Bädeker).

Volksschulatlanten. Solche sind vorhanden von Wenz und Rohmeder (München, Oldenbourg), Debes, Lange, Kiepert, Keil, Andree-Schillmann; neuestens erschien ein bayerischer Volksschulatlas von Gaebler mit Text von A. Geistbeck. München. Mey u. Widmayer. 40 ₰. — A. Geistbeck u. Hilschmann, Geographische Zeichenskizzen in einfachster Form. München, Mey u. Widmayer (sehr praktisch).

Lehmann, Geographische Charakterbilder. Leipzig, Heitmann. 24 Wandtafeln à 1,40 ℳ. — A. Geistbeck und Engleder, Geographische Typenbilder. Dresden, Müller-Fröbelhaus. 10 Bilder mit Text à 2 ℳ. — Engleder, Bilder für den geographischen Anschauungsunterricht. 10 Stück à 2 ℳ mit Text von Gruber. München, R. Oldenbourg. (Die beiden letzteren Werke verdienen die vollste Beachtung der Lehrerwelt.) — Dinges, Das Allgäuer Gebirgs-Relief. 2 Teile à 75 und 100 ℳ. Selbstverlag, Mindelheim.

---

# 2. Der Unterricht in der Geschichte.

Von

**Dr. M. Geistbeck,**

Kgl. Seminardirektor in Freising.

## § 85.

## I. Wert und Zweck des Geschichtsunterrichtes.

Die Gründe, welche uns die Geschichte als ein sehr bedeutsames Glied im Organismus des Unterrichtes erscheinen lassen, sind folgende:

1. Der geschichtliche Sinn ist dem Menschen schon von der Natur in das Herz gepflanzt. Das bezeugt uns vor allem das Kind. Wer kennt nicht dessen un-