

**C**AROLVS BOVILLVS SAMAROBRIIVS IACO BOFABRO STAPVLENSI PHILOSOPHO DISERTISSIMO. S. D. P. VMRARITVDO IPSA ET INFREQUENTIA RERVV DISERTissime Iacobe: rebus ipsis et dignitatem conciliet et admirationem prestat: coniectari hinc licet/ quantum perfecti numeri ceteros omnes numeros / naturali prestantia atq; dignitate antecellant. vt haud immerito velut omnium rarissimi et preclarissimi: soli inter numeros principatum et precipuum perfectionis nomen / sibi vendicent. Et ad indaganda atq; perscrutanda diuina (quoad humane fert finitq; rationis coniectus) q; maximum habent momentum. Hi enim a deo infrequentes sunt ac rari: vt nulla numerorum arbuscula ac sedes: pluraq; vnun ferre queat perfectum. sed & pleraq; sedes ac regio: perfecti numeri honore ac stemmate destituta orbita q; ingemiscat. **P**rima etenim vnitas / que se ab vnitate ad denarium

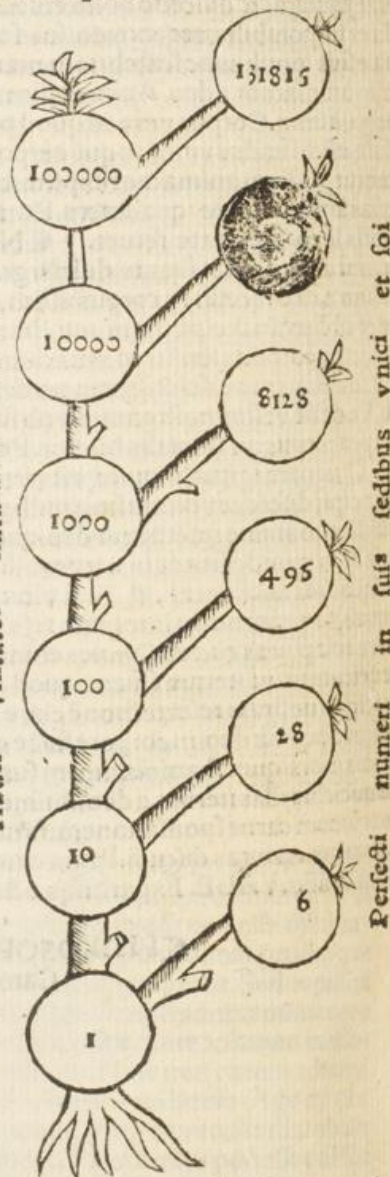


vsq; fundit extenditq; vnus tantum senarij / primi perfecti: regijs insignitur honoribus. **S**ecunde numerorumledi (que a decade ad centenarium numerum progreditur) perfectus vnus imperat: octauus et vngessimus perfectorum omnium secundus.

**I**n tertia se de ac regione: que a cetena: 10 ad mille natum patet: tertius perfectus vnus presidet quadri gentesimus nonagesimus sextus. **Q**uarte regionis imperium (que a millibus ad dena millia porrigitur) quartus perfectus 8128 administrat moderaturq; solus.

**Q**uinta vero numerorum regio / que ab denis millibus ad centenam illia excrefcit: prima a ceteris distindere incipit. Hec enim regij decoris totiusq; perfectionis experta sterescit atq; orbitatem: vno haudquaquam parente viuifue perfecti numeri augustio imperio: sed dum raxat popularifactione: administratur.

**S**exta rursum Septima / Octaua / Nona ac Decima numerorum sedes: singule vnico tantum perfecto reguntur. **V**ndecima vero / pari quo quinta modo: regij septem ac formalis vnitatis impatiens: plebeie admistratiōni se subdit. Atq; hunc in modum deinceps comprobare licet: quantum perfecto numero pre ceteris / insit dignitatis fastigium. quātoue excellentie culmine / cunctis numeris enuneat. glúcida illi et aperta indita sint: diuine proprietatis / singularitatis ac solitudinis vestigia. Hic enim ad instar diuini multiplicabilis numinis: in sua sede et loco multiplicari atq; iterari nequit. cōfortem ꝑ repudiat: in cunctis numerorū regionibus / atq; interuallis: perpetue vnitatis emulus / singularis vnicus ac solus. pleraq; item regiones vt suo fastigio indignas: dedignatur. Nimirum igitur: si hactenus tam ardua extitit eorum peruestigatio. Hic autem libellus satius eorum inuentioni consulens: trime ac quadrime supputationis tedia / vna horula succidit ac tollit. De nūeris quoq; primis / habundantibus / diminutis / quadratis / et cubis: nonnulla adieci mus antea incognita / scituq; non indigna supplementa. que dudum Germanica quadam peregrinatōe excogitata: et hospitatum / breuibus chartis demandata: recenti lucubratione in vnus libelli volumē colligere studuimus / hoc igitur opusculum. ea vulcus serenitate atq; hilaritudine: in manus deumito: qua tibi a nobis presentatur. **V A L E**



Abaci vnitates naturales sedes vnici in suis sedibus vnici et soli

Abaci vnitates naturales

sedes vnici

in suis sedibus vnici

Caroli Bouilli Samarobrini Liber De Perfectis numeris A d Iacobum Fabrum Stapulensem Philosophum Clarissimum.

¶ Quid numerus perfectus.



¶ Merus perfectus: est qui neq; simul sumptas sui partes superat/ neq; ab eis superatur.

¶ Pars vero est: que aliquotiens sumpta/ totum restituit.

¶ Ut senarius perfectus numerus est/ cuius partes sunt tres: vnitas/ binarius/ ternarius. He vero simul sumpte: plus/ minusve hexadenon implent. Sumpta eni sexies vnitas: senarium restituit. Eundem gignit/ ter superius binarius. Ternarius quoq; bis sumptus/ conflat eundem. Simul vero super te monas/ Dyas/ Tryas: cumulant conflantue hexadis summam.

¶ Diminutus numerus: est qui suis est partibus minor.

Habundans autem que simul sumpte transfiliunt/ superantque partes.

¶ Sicut perfectus numerus/ est in equalitate totius/ ac partium: ita et extremi numeri diminutus et habundans: in eorundem i equalitate. diminuti quippe numeri partes/ simul sumpte: superantur a toto. Habundantis autem partes transfiliunt totum: Ut octonarij numeri partes omnes/ sunt: 1/ 2/ et 4: que simul/ haud plusquam septenarium reddunt. Dodecadis autem vniuerse partes sunt 1. 2. 3. 4. 6. quas qui in vnum cogit/ sextumdecimum gignit. Costat itaque octauum numerum insufficientem/ diminutumque esse: duodecimum vero superfluum/ atque habundantem.



Diminutus			Perfectus			Habundans			
8			6			12			
1	2	4	1	2	3	1	3	4	6
7			6			16			

¶ Propositiones.

1 ¶ Omnis perfectus numerus est par.

¶ Nam (vt postea ostendetur) perfectus omnis numerus/ gignitur imparis numeri/ in partem ductu. Sunt enim numerorum perfectorum radices/ numerus impar primus: et numerus pariter par. vt binarius et ternarius/ senarij sunt radices hic autem est impar primus/ ille vero pariter par. Atqui omnis numerus/ qui pariter in impari ductu conuincit/ par est. Est igitur et omnis perfectus par.

2 ¶ Habundans et diminutus: sunt et pares et impares.

¶ Vt plurimum habundantes numeri sunt pares. sed et nonnullos impares esse habundantes Iordanus in septima et quinquagesima septimi sui libri propositione ostendit. cuiusmodi est hic 45045: et eius vniuersi multiplices. Diminuti vero sunt omnes impares primi: vtpote quorum pars est sola vnitas. Similiter et vniuersi pariter pares.

3 ¶ Nullus perfectus: est ab vnitate duplus.

¶ Nam omnis ab vnitate duplus/ est pariter par. Omnis vero pariter par/ est diminutus. Nullus igitur ab vnitate duplus: est perfectus.

¶ Quotquot ab vnitate dupli/ simul sumantur: sequenti/ minus vno restituent.

	Ab vnitate dupli				
¶ Nam vnitas per se sumpta/ minor est vnitate/ binario: qui est primus ab vnitate duplus.	1	2	4	8	16
Vnitas et binarius simul: quaternario/ minor est vnitate. Vnum/ duo/ quattuor simul: ab octonario/ sola vnitate superantur. et ita quotquot sumptis ab vnitate duplos: sequentem/ vno minus restituent	1	3	7	15	31

4 ¶ Omnis ab vnitate duplus: partem habet vel solam vnitatem/ vel cum vnitate solos ab vnitate duplos.

¶ Primus ab vnitate duplus binarius: partem habet solam vnitatem. Ceteri omnes ab vnitate dupli: partem habent cum vnitate/ solos ab vnitate duplos. ¶ Vnde fit vt oes pariter pares/ & ab vnitate dupli: sit numeri perpendicularares & recti. vt q extra vnitatis et primi sui fontis rectam lineam & perpendicularum: parte dilgrat/ recipiat ue nullam. q latius oem despuat/ oemue repudiat obligatam. q recto ab vnitate/ ac simplicissimo tramite progressi: duple & antiquissime proportionis directione conuincunt. Media quoque proportio/ assidue per se iuicem/ se i vnitatis castra recipiunt: suamque originem reuertunt. ¶ Sunt & numeri iustitie vt qui latera deuantantes/ se medio contineant a quo nullus deflectitur. ¶ Sunt et vnitatis primogeniti: vt qui in recta linea ab vnitate (antiquissime/ prime ac precipue (vt duple) proportionis concretionem) oriuntur.

**O**mnis ab vnitāte duplus/qui et pariter par: est diminutus

**N**am omnis ab vnitāte duplus partem habet aut solam vnitatem /aut solos duplos ab vnitāte. Vnitas autem et quorū ab vnitāte dupli/ simul sumpti: sequenti minus vno restituant. Omnis itaq; pariter par: est sola vnitāte diminutus.

Continue omnes pariter pares: quattuor primis paribus: binario /quaternario / octonario et senario finiuntur.

**P**rimus pariter par est binarius: Secundus quattuor / Tertius octo / Quartus decimus / sextus numerus. Vniuersi igitur ceteri pariter pares: in hos quattuor / aut in eorum fines (velut / in quattuor elementa) reuoluuntur. **F**iniuntur enim omnes / quattuor primis paribus hoc ordine: binario / quaternario / octonario et senario. **E**t huius perfacilis est demonstratio. Nam binarij duplus: quaternarius est. Quaternarij duplus / octonarius. Octonarij duplus / decimus sextus: qui senario finitur. Senarij autē / siue decim i sexti duplus: rursus in binariū redit. Et ita deinceps: pergens in mutabilem reperies pariter pariū / in quattuor primos pares reuolutionem: vt subiecta figura ostendit.

Pariter parium series												
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
1	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4	8	6
Limites quattuor				Limites quattuor				Limites quattuor				

Omnes vero numeri / qui ex pariter paribus ab vnitāte collectis gignuntur: sunt impares: hiq; continue quattuor primis imparibus: vnitāte / ternario / septenario et quinario finiuntur.

**H**ec liquet ex precedente. Nam quotlibet pariter pares ab vnitāte simul sumpti: minus vno / sequenti restituit. Si igitur vniuersi pariter pares / in quattuor priores pares (vt diximus) redeunt in binariū / quaternarium / octonarium et senarium: necesse est vt qui aggregati / gignunt numeros vno minores et impares: quattuor primis imparibus vno minoribus / continue finiantur vnitāte / ternario septenario et quinario. quod et sequens figura pandit.

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	Pariter pares
1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095	8191	Impares
1	3	7	5	1	3	7	5	1	3	7	5	1	
Quattuor ipares				Quattuor ipares				Quat. limites impares					

**H**uiusmodi numerorum imparium / ex pariter paribus ab vnitāte collectis aggregatorum: quicumq; ternario et quinario clauduntur / compositi sunt: hi quinario / illi vero ternario dimensi. eorumq; note / ac figure simul iuncte: numerum faciunt ternario diuisibilem

**O**mnis numerus qui quinariū desinit impar est: diuisibilis / ac numerabilis quinario. Et quicumq; imparem / quinario metitur: hic et in quinario desinit. In his autem imparibus / qui ex pariter paribus simul sumptis fiunt: quicumq; ternario clauduntur / sunt et ternario compositi / ac numerabiles. Omnium vero huiusmodi parium: siue quos ternario / siue quos quinario claudit: note simul iuncte / numerum faciunt: quem ternarius metitur. Vt decimiquinti note sunt due: 1 & 5 que simul senarium implent / ternario diuisibilem. Si militer et tertij et sexagesimi: gemine sunt note 6 & 3 / quibus conflatur nouenarius / ternario partibilis. Et ita in ceteris procede.

Reliqui vero impares / qui vnitāte et septenario finiuntur sunt primi. eorumq; figuris et notis simul iunctis: numerus fit / a quo quotiens potest demptus ternarius vnitatem relinquit.

**A**lterna vicissitudine / hi impares qui ex continuis pariter paribus ab vnitāte sumptis fiunt: sunt compositi et primi. Vniuersi namq; qui ternario et quinario finiuntur / sunt compositi. ternario et quinario numerabiles. Quos vero claudunt vnitāte et septenarius: hi sunt primi et incompositi. Nam eorum pars est sola vnitāte. Et vt note illorum simul iuncte / numerum gignunt a quo demptus ternarius quotiens potest / relinquit nichil: ita et horum simul unius figuris / numerus profertur: a quo demptus quoad potest ternarius / relinquit vnitāte

tem.

Primi	1	3	7	31	127	511
Compositi	15	63	255	1023	4095	16383

11 Ex pariter parib<sup>9</sup>/ duo semper et duo qui binario et octonario finiuntur/ ad perfectos eliciendos numeros minime conducunt. Reliquivero quater nario/ senarioq<sup>3</sup> finiti: iisdem eliciendis sunt apti.

¶ Vniuersi g<sup>o</sup>pe pariter pares binario/ octonarioq<sup>3</sup> finiti: cum ceteris minoribus pariter pa ribus/ ad vnitatem vsq<sup>3</sup> collecti: numeros impares non primos/ sed compositos: g<sup>o</sup> in ternarium aut quinarium desinunt. N<sup>u</sup>eri aut<sup>em</sup> ipares compositi: radices esse nequeunt p<sup>o</sup>fectorum numerorum. Qui aut<sup>em</sup> quaternario/ ac senario finiuntur: sumpti cum ceteris ad usq<sup>3</sup> vnitatem/ numeros eliciunt impares/ imcompositos et primos: qui et ipsi sunt perfectio rum numerorum radices. Sunt igitur illi ad perfectos numeros promendos minime apti: hi vero vtilis et apti.

12 Eorū imparium qui ex pariter paribus/ ab vnitatem collectis fiūt: quicunq<sup>3</sup> in vnitatem et septenarium desinunt / perfectos numeros eliciunt: qui vero in ternarium et quinarium reuoluuntur/ eosdem haudqua<sup>m</sup> gignunt.

¶ Huiusmodi enim imparium/ quos pariter parium gignit aggregatio: qui sunt primi et in compositi/ sunt perfectorum numerorum radices. Hi autem soli sunt primi: qui aut vnitatem aut septenarium finiuntur. Vnde fit vt alternatim tam pariter pares q<sup>3</sup> impares/ eorū aggregatioe progeniti: sint apte perfectorum numerorum radices. Ceteri vero itidem alter natim: sint ad procreandos perfectos numeros/ inutiles et minime apti.

			Inepti	Apti	Inepti	Apti
Termini	pariter	parium	2	4	8	6
Termini	impa	rium	1	3	7	5
			Apti	Inepti	Apti	Inepti

13 Si quotlibet pariter pares ab vnitatem collecti / fecerint numerum primum quod fit ex ductu vltimi ac maximi aggregatorum / in ipsum: tantum est/ quantum quod ex ductu omnium ipsius pariter paris partium/ in eundem cum eo quod ex ipso pariter pare/ suisq<sup>3</sup> partibus simul aggregatis colligitur.

¶ Hec propositio necessitatem perfecti numeri ostendit. Pandit enim eius ortum/ ex ductu numeri primi (quem quotlibet pariter pares ab vnitatem collecti fecerint) in pariter parem aggregatorum supremum. Sumantur enim ab vnitatem/ pariter pares duo et quattuor: qui cū vnitatem/ septenariū gignunt / numerum incompositum et primum. in quem quaternarius maximus aggregatorum ductus: gignit octauum et vigesimum/ quem constat secundum esse perfectum. Dico quoq<sup>3</sup> tantum esse/ quod fit ex quattuor in septem: quantum quod ex vnitatem in septem/ et ex binario in septem: cum eo quod fit ex vnitatem/ binario et quaternario simul. ¶ Nam cum cuiusuis pariter paris/ omnes partes simul sūpte: sint ipse pariter par/ vno minus: quod fit ex pariter pare/ in numerum primum: tantum est quantum quod fit ex omnibus ipsius partibus in eundem: minus ipso impare primo. Sed hic impar primus constat ex ipso pariter pare et cunctis eius partibus simul. Quod igitur fit ex pariter pare aggregatorum maximo/ in numerum primum: tantum est quantum quod fit ex omnibus eius partibus in eundem/ cum eo quod fit ex ipso pariter pare et vniuersis eius partibus.

2 8  
7 7 7 7  
1 4 2  
1 1 1

14 Numeri hoc pacto ex maximo aggregatorum pariter parium / in numerum primum producti: omnes partes/ sunt numerus pariter par et omnes eius partes: numerus quoq<sup>3</sup> primus et vniuersi eius multiplices/ ab ipsius pariter paris aggregatorum maximi partibus denominati.

¶ Numerus enim impar primus in quem ducitur pariter par aggregatorum maximus: constat ex ipso pariter pare et cunctis eius partibus. Ipse autem pariter par/constat ex cunctis suis partibus/vno eis maior. Quotiens igitur est vnitas/in ipso pariter pare/totiens numerus primus est in numero producto et perfecto. Est autem vnitas/vno pluries in numero pariter pare: quod in cunctis eius partibus simul sumptis. Est igitur et numerus primus/vno pluries in producto et perfecto: quod sit vnitas/in cunctis partibus numeri pariter paris. Sumptus itaque pariter par/cum omnibus suis partibus: cum semel ipsum numerum primum restituat additus ei quod sit ex suis partibus/in numerum primum: totius producti et perfecti numeri summam implet. cuius omnes sunt partes/ numerus ipse pariter par: et cuncte eius partes: numerus primus et cuncti eius multiplices/ denominati a partibus numeri pariter paris.

¶ Exempli causa: quattuor in septem/ gignit octauum et vigesimum secundum perfectum. Quotiens igitur vnitas est in quattuor: totiens septenarius est in octauo et vigesimo. Est autem vnitas in quattuor/vno pluries: quod in ipsius quaternarij partibus. Est enim vnitas ter in eius partibus: id est in vno et duobus. Est igitur et septem vno pluries in producto: quod in quaternarij partibus/vno et duobus. Sed et septem semel fit/ ex quaternario/ duobus et vno. Est igitur productus octo et viginti/ ex quattuor in septem: tantus/ quantum quod fit ex vno in septem: et quod fit ex duobus in septem et ex vno/ duobus et quattuor simul sumptis: quod vnum efficiunt septenarium. Totius quoque octauum et vigesimi partes: sunt quaternarius et eius partes/vnum et duo. et septenarius/ eiusque multiplices: sumpti ac denominati a partibus quaternarij. id est ab vnitate et duobus. Hi enim sunt simpliciter septenarij/ id est ipse septenarius: et duplex septenarij scilicet decimus quartus. Sumptus ei septenarius secundum vnitatem et binarium: cum eo quod sit ex vnitate/ binario et quaternario. id est cum adhuc semel septenario: octauum et vigesimum restituit/ suis partibus equum.

¶ Omnis perfectus numerus: ex pariter pare quaternario finito/ in impari septenario. aut ex pariter pare/ senario finito: in impari vnitate finito ducto coalescit.

¶ Prius enim docuimus pariter pares/ quicunque binario aut octonario clauduntur: haud esse perfectorum numerorum radices. neque item impares primos/ quos ternarius aut quinarus definiunt. Superest autem vt pariter pares quaternario/ senarioque/ finiti: et impares primi/ qui in vnitate/ septenariumque definiunt: sint commodissime perfectorum numerorum radices. Quando enim pariter par quaternario finitus/ est aggregatorum maximus: gignit impari primum/ septenario finitum. in quem et ipse ductus/ perfectum elicit numerum. Si autem aggregatorum maximus/ fuerit pariter par definiens senario: hic gignit impari primum/ definientem vnitate. in quem et ipse ductus/ perfectum numerum profert. Hec autem lex/ incipit a secundo perfecto: vt ab octauo et vigesimo. Nam senarius perfectus primus: ex pariter pare binario: in impari ternarium/ dissimili ceteris origine/ surgit proferturque.

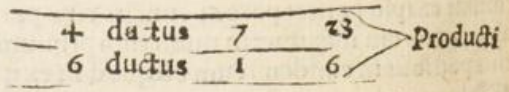
Perfecti		6	28	496	8125
Numeri primi	1	3	7	31	127
Pariter pares apti	1	2	4	16	64
Pariter pares inepti		2		8	32
Numeri compositi			15		63

¶ Quo fit vt omnes perfecti numeri: senario alternam/ octonarioque finiantur.

¶ Nam pariter par quaternario finiens/ in impari primum septenario finitum ductus: numerum gignit perfectum/ octonario definientem qui vero in senarium definiens pariter par: ductus in impari primum finitum vnitate: perfectum gignit numerum/ senario finientem.

¶ Cuiuslibet numeri perfecti: numero impares sunt partes.

¶ Omnis enim perfectus/ elicitur ex pariter pare in numerum primum: que sunt eius partes sibi inuicem attigee et proxime/ ab se inuicem denominate: inter quas totus perfectus partem nullam recipit mediam. Omnis autem numerus/ qui partes habet duas sibi inuicem proximas et immediatas: numero impares habet partes. vt aut tres/ aut quinq/ aut quous alio



16

17

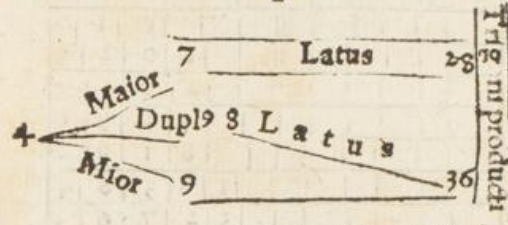
Impare numero. Nam senarij tres sūt partes: vnum/ duo/ tris. Octauj et vigesimi/ quinq; p  
tes: vnum/ duo/ quattuor/ septem et decimū/ quatus.

Nullus perfectus numerus est quadratus.

15 Nam omnis quadratus/ numero pares habet partes. Habet enim partem mediam: que  
ab seipsa sumitur et denominatur. cuius in seipsam ductu/ profertur ipse quadratus. Omnis  
autem perfectus: parte caret media et a seipsa denominata. Inter enim pariter parem et nu  
merum primum: ex quibus vt proximis et precipuis radicibus perfectus gignitur: media ps  
cadit nulla.

19 Omnis numerus/ in numerum sui duplo vnitate aut maiorem / aut mino  
rem ductus / gignit trigonum: cuius latus/ est aut eius duplus/ aut numerus  
eius duplo vnitate minor.

¶ Vt quaternarius/ ductus in septenarium/  
aut nouenarium: vtroq; trigonum gignit  
Sunt enim septem et nouem: octonarium  
quaternarij duplum/ circumstantes: luc eo  
proxime maior/ ille proxime minor. Quater  
enim septem/ octauum et vigesimum pro  
fert/ septimum trigonum. cuius latus/ est sep  
tem: numerus quaternarij duplo/ vnitate minor. Quater vero nouem: sextum et trigesimū  
elicit/ trigonum octauum: cuius latus octo/ quaternarij duplus est. Et hanc verso tamen or  
dine: Jordanus/ in sexta libri octauj proponit.



20 Numerus primus/ ex quotlibet pariter paribus ab vnitate collectis factus:  
est duplo maximi aggregatorum vnitate minor.

¶ Oēs enī pariter pares/ ab vnitate collecti: sequenti minus vno restituunt. Sequēs autem  
pariter par: duplus est maximi et supremi aggregatorū. Est igitur et numerus primus/ ex ip  
sis factus: duplo maximi aggregatorum vnitate minor

21 Omnis igitur perfectus numerus/ est trinus: eiusq; latus est numerus im  
par primus/ in quem ductitur aggregatorum maximus.

¶ Omnis enim perfectus numerus/ nascitur ductu pariter paris/ in numerum imparem pri  
mum/ sui duplo vnitate minorem: vt binario in ternarium/ oritur senarius. Est autem terna  
rius vnitate: minor quinario binarij duplo. similiter quaternario in septem/ octauus et vige  
mus surgit. Septenarij vero/ minor est vnitate: octonario/ duplo quaternarij. Est igitur om  
nis perfectus numerus/ trigonus ac trinus.

¶ Pariter pares/ ab vnitate pariter/ siue numero pares sumpti: numerum cō  
positum gignunt. Impariter vero sumpti/ numerum primum.

¶ Par/ pariter parium sumptio: intelligenda est cum vnitate. id est si quis sumuntur cum  
vnitate: sint numero pares/ et hoc rursus intellige post binarium. Nam vnitas et binarij  
efficiunt ternarium: incompositum et primum. Vnum autem/ duo/ quattuor et octo: decimū  
quintum gignunt compositum. Ast vnum duo et quattuor: efficiunt septem primum et im  
compositum. Et ita quotiens pariter parium cum vnitate/ fuerit par sumptio: efficiunt com  
positum. Impar vero eorum sumptio: numerum eliciet primum.

	3	7		31		127		Primi
1	2	4	8	16	32	64	128	Pariter pares
	3		15		85		255	Compositi

23 A quolibet pariter pare binario/ octonario q; finito / dempta vnitas / nu  
merum imparem primum relinquit: vnitate/ senarioq; finitum. in quem du  
cta pariter paris medietas/ numerum perfectum gignit: qui in senariū/ aut  
octonarium definit

¶ Hec ex precedentibus manifestior euadit: q; vlla aut ratione/ aut exēplo declarari egeat.  
Pariter enim par 4 finitus: ductus in nūeri primū 7 finitum: perfectū profert 8 finitum  
Pariter vero par 6 finitus: in numerum primum vnitate finitum: profert perfectū 6 finitū.



Numeri per se cti vsq; Ad viginti.

																						(1)
																						16
																						28
																						+46
																						1128
																						(1) 30 16
																						2096120
																						33550336
																						536854528
																						8589869056
																						(1) 37 + 38 69 13 20
																						1114612206976
																						3518 + 30789 + 120
																						5629499366 + + 096
																						9007199187632120
																						(1) 4 + 11 51 87 007 + 2016
																						23058 + 3008139952120
																						36893 + 801 + 312 + 135936
																						590295010341525702528
																						9444732965670570950656
																						(1) 5 11 15 7 2 7 + 5 15 5 3 7 6 8 9 3 1 3 2 8

4 9 6  
2 4 8  
1 2 +  
6 2  
3 1  
1 6  
8  
4  
3  
1  
Multiplices  
Sub multi.

Sicut enim pariter paris aggregatorum maximi nullus multiplex est totius numeri perfecti pars: ita et imparis primi nullus submultiplex preter unitatem: est pars eiusdem perfecti. Eius enim partes sunt ipse pariter par et numerus primus: deinde huius multiplices: illius vero submultiplices.

Cuiuslibet perfecti numeri omnes note simul iuncte faciunt numerum a quo quotiens potest demptus nouenarius unitatem relinquit.



Hec propositio signum aliquod per necessarium exprimit: quo superficite tenus / dinoscuntur perfecti numeri. Si enim iuxeris cuiusvis perfecti / omnes notas: proferes numeru / a quo demptus quotiens potest nouenarius residuum facit vnitatem. Vt octauus et vigesimus / gemine sunt note 2 et 8: que simul iuncte denarium implent / qui nouenarium superat vnitatem. Similiter tertii perfecti + 96 / note sunt tres: 4 / 9 et 6. que simul conflant decem et nouem a quo sublato bis nouenario / superest vnitatem. Inest autem signum hoc cunctis perfectis / tamen si non omnis / cui huiusmodi signum inest / sit perfectus.

¶ Omnes numeri pariter pares: sunt continue ab vnitatem proportionabiles. 26  
 ¶ Sunt enim omnes pariter pares continue ab vnitatem dupli. igitur et continue proportionabiles: et eiusdem duple proportionis.

¶ Numerorum ab vnitatem proportionabilium: quicunq; locis imparibus ab vnitatem distant / sunt quadrati. 27

Jordanus

¶ Hanc Jordanus in sexti libri / sexta et vigesima proponit. Primus quadratus est vnitatem: a qua quaternarius tertio distans loco / quadratus est. Similiter et decimus sextus est quadratus: quinto ab vnitatem (in pariter parium serie) loco distat: et ita deinceps. Quia enim impare loco: ab vnitatem distat: ideo partes: habet numero pares. cunctos scilicet pariter pares: qui sub

Quadrati	Qua.	Qua.	Qua.	Qua.	Qua.	Qua.
1	2	4	16	8	32	64
						128
						256.

ipsis ad vnitatem vsq; relinquuntur: cum ipsa vnitatem / que omnium pars est numerorum. ¶ Omnis autem numerus / cuius partes sunt numero pares: est quadratus. Omnes itaq; pariter pares / impare loco ab vnitatem semoti: sunt quadrati: eorunq; latera / sunt numeri inter ipsos et vnitatem: in eadem proportione medii: ab ipsis quadratis et vnitatem equidistantes.

¶ Vnde fit vt alternatim pariter pares omnes / sint quadrati: quaternario / aut senario desinentes. 28

¶ Hec constat ex precedentibus. Sunt enim hi quadrati / perfectorum numerorum radices: qui sumpti cum prioribus vsq; ad vnitatem / gignunt numeros primos: septenario / aut vnitatem desinentes. Itaq; perfectus omnis numerus / cum quadratus esse nequeat: quadrata tamen radice / vniuersus profertur atq; elicitur.

¶ Omnes duo et duo impares / quolibet numerum parem / senario diuisibiles circumstantes: aut ambo / aut eorum alter sunt primi. 29

De numeris primis

¶ Senarius primus perfectus numerus: radix est prima / habundantiu et superfluoru numerorum. ¶ Eius enim vniuersi multiplices: sunt habundantes / atq; superflui. quos qui proxime circumstant impares / aut ambo sunt primi / aut eorunq; alter primus. Circumstant enim senariu quinq; et septem: ambo incompositi et primi. Dodecadem circumsepiunt 11 et 13: ambo iteru primi. Octauodecim numeru obsident 17 et 19 / rursum ambo primi. Quartus autem et vigesimus 23 et 25 obsidetur. quorum minor tantum primus / maior vero compositus est: Nam quinarium quadratus. Et hanc in cunctis / seriem immutabilem comperies.

Numeri primi	5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	71	77	83	89
Senari multi.	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
Primi	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85	91

¶ Omnis quoq; numerus primus / est hoc pacto aliquis imparium: numeru parem senario diuisibilem / proxime circumstantium. 30

¶ Hec est couersa precedentis. Hi eni soli sunt primi et incompositi: qui lineam circumstant senarii: idest qui senarii multiplicibus: sunt proxime aut maiores / aut minores. ¶ Vnde fit vt duo quilibet numeri primi / solo differentes binario: simul iuncti / efficiant numeru habundantem senarii multiplicem Vt 5 et 7 simul dodecadem implent: et habundantem et senarii multiplicem.

Illatio

¶ Omnes numeri primi: his quattuor imparibus. 1. 3. 7. 9. finiuntur.

¶ Omnis enim impar numerus: impare finitur. Nam par est: quicunq; in pare desinit. Omnis autem q in quinarium desinit: impar est compositus / eodem quinario numerabilis. Ois igitur numerus primus: aut vnitatem / aut ternario / aut septenario / aut nouenario finitur. Sunt enim imparium numerorum / note tantum quinq; 1135719.

¶ Quicunq; numerum parem / ternarius metitur: eundem numerat et senarius. Et omnes huiusmodi numeri (preter senarium) sunt habundantes. 31

¶ Ternarius imprimis / senarium metitur: primū perfectū / suiq; duplū. qui et senarius: seipsum numerat vnitare. Oēs autē pares quos metitur ternarius: sūt senarii multiplices / diuisibiles senario: qui et vniuersi / sunt habūdātes. Nā pfecti numeri / oīs multiplex: est habūdās.

33 ¶ Perfecti numeri / vt diminutorum et habundantium mediū: ex diminutis et proximis habundantium circūstantiis nascuntur.

¶ Perfectus numerus / aliquo pacto medius est: inter insufficientes et habūdātes numeros. Sicut enī omne mediū / ab extremis pferitur: ita et perfectus nūerus tanq; mediū / oritur ex diminutis: et his qui senarii habūdantes proxime circūstant / id est ex pariter paribus et numeris imparibus primis.

34 Rursum perfecti numeri: perpulchre tantum ex diminutis / sed extremis: maxime inq; et minime diminutis nascuntur.

¶ Nā pariter par / numerus est minime diminutus. Sola quippe vnitare diminutus est: et a perfectione deficiens. Numerus autē primus: sūme est diminutus. vt qui sola vnitare / ad pfectionē assurgit. Nascitur autē perfectus: ex pariter pari / in numerum primum. Sunt igitur ipsius perfecti numeri / dissimillime radices: que in diminutorum numerorum specie / extreme dicuntur. Nam maxime et minime diminute.

¶ Omnis numerus / quē ternarius metitur: est et ternario insignis.

35 ¶ Numerus ternario insignis / signatusq; dicitur: cuius omnes note simul iuncte / numerum efficiunt ternario diuisibile. Hoc enim pacto omnis ternario numerabilis numerus: haudquaq; ternarii legē imutat / aut excedit ternarii finibus. Sed velut ternario expressus et ab eo immutabilis: in quātrācunq; se summā fundat / in suis tamen notis ternarii formā seruat: reditq; in ternarium. ¶ Vt dodecadis note sunt 1 et 2: que simul ternariū implent. Note vero penthadedadis / sunt 1 et 5: que simul senarium / ternarii multiplicem gignunt.

Pulchra et admiranda ternarii proprietates

¶ Omnis item numerus ternario insignis: est et eodem numerabilis.

39 ¶ Hec est precedētis conuersa. Qz si alicuius note simul iuncte: aut ternarium / aut ternarii multiplicem fecerint: oportere eundem / illico et ternariā habere partem.

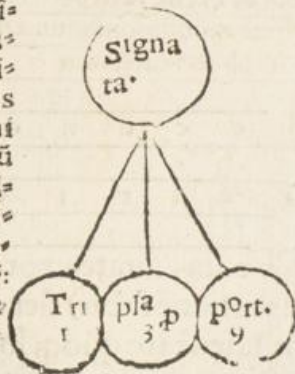
37 ¶ Continue omnium numerorum ternario diuisibilium: omnes note simul iuncte / dempto quotiens potest ab eis nouenario: residuos faciunt hos numeros: tria / sex / nouem.

¶ Hec liquet ex subiecta figura.

1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
tres			tres			tres			tres			tres			tres			

38 ¶ In cunctis numeris tantum sunt tria signata: vnum tria / nouem.

¶ Vnitare est omnium pars numerorum. cuiusuis autē nūeri: oēs note simul sūpre: referūt vnitare / id est nūerū vnitare partibile. ¶ Ternarius et ipse quorū est pars / eorū iuncte in vnū figure ternariū exprimit: gignitq; (vt dixim⁹) nūerū partibile ternario. ¶ Nouenarius quoq; simplicium numerorum sūpre⁹: et ipse vnitare ac ternariū imitat. Oibus enī numeris quos numerat / sua impressit vestigia. Eorū quippe note simul sūpre: aut nouenariū faciūt / aut nouenarii multiplicē. Vt decimioctauū figure sunt 1 et 8: q; simul nouenarium gignūt. ¶ Et dūtaxat: hec tria / in nūeris / reperiūtur figurata: q; et ab inuice trinitate / trinaue / pportione distāt. Nā ternarius / ter vnitare: Nouenarius vero / ternarius: ternario multiplicat. Et ex hac nūerū insigni signataue trinitate: complura scitu dignissima / vt assūre ditionis elici possunt.



Tantum tria in numeris signata

39 ¶ Omnes perfecti numeri: duobus primis perfectis numeris / senario et octauo supra vigesimum: finiuntur.

¶ Senarius et viginti octo: primi sunt et simplicissimi perfectorum. in quos alternatim / perfecti redeunt vniuersi. Omnes enim perfecti: nascuntur ducti 4 in 7 / aut 1 in 6: pro figuris vltimus. Gignit autem 4 in 7 / 28: At vnitare in 6 / senarium profert.

A ij

**¶** Nullus perfectus numerus / in tot figuris consistit : quotus est minor imparium primorum / numerum parem senario diuisibilem / circumstantium. 40

**¶** Hec propositio docet / que numerorū sedes sint perfecto numero vacue / atq; desitute. Quia enim senarium / circumstant duo primi impares 5 et 7 / quorū quinari⁹ minor est / ideo in quinq; figuris / perfectus reperitur nullus. estq; quinta numerorum sedes: que a decē millibus: ad centena sese extendit millia: perfecto orbata / ac vacua numero. ¶ Identidē et vñ decima sedes et decima septima: et vigesima nona. he enim sedes / denominantur a minoribus imparium primorū: senarii multiplices circumstantium. ¶ Est autem hec propositio intelligenda / duntaxat in prima perfectorū numerorū reuolutione: que octo et viginti perfectos numeros claudit. Nam vigesimus nonus perfectus: quinq; et triginta figuris cōtat. Numerus autem trigessimus quintus: licet sit impar / vñitate minor senarii multiplice scilicet sexto et trigesimo: incompositus tamen et primus non est. Numeratur enim quinario et septenario. Atq; ideo vbi primū sese offert: occurritq; minor impariū senarii multiplicē circumstantiū / non primus: variantur et perfectorum numerorū sedes. ¶ Post primā quippe reuolutionē / he sedes que continue perfectis carent numeris: denominantur a paribus numeris / vno minoribus / his imparib⁹: qui sunt minores / duorū quorūcunq; senarii multiplices circumstantiū. ¶ Nā nona et vigesima sedes: vltima est prime reuolutionis / in qua stat perfectus nullus. Est enim 29 numerus primus: vno minor 30 senarii multiplice. Succedit autem illi proxima sedes / perfectum ferens nullū: quarta e; trigesima. Nullus enim reperitur perfectus: cōstans quattuor et triginta figuris. Est autē 34 numerus par / vñitate trigesimo quinto minor. Post vero quartā ac trigesimā sedē: quadragesima numerorū regio / ac sedes: rursus perfecto numero / inanis est et vacua. Quadragesime succedit sexta et quadragesima: perfecto deserta numero. Et ita deinceps procede: per senarias distantias / vsq; ad secundē reuolutionis finem. ¶ In tertia nāq; reuolutione / rursus minuere debes vñitatem ad eliciendas eas sedes / que perfectis numeris carent. Nam vt in prima reuolutione / ad vacantes pfecto numero sedes promendas: sumere debes numeros / cōtinue vñitate minores continuis senarii multiplicibus: ita et in secundo ordine / sumendi sunt numeri continue senarii multiplicibus / binario minores. ¶ In tertio vero ordine / tertiæ reuolutione: eorūdē perfectorū numerorum sedes / perfectis numeris carētes: ab his denominantur numeris / qui usdem senarii multiplicibus sunt ternario minores. ¶ Et ita deinceps: primariū sediū denominationes / vñitate minuendo. Cōstāt enim perfectorum reuolutiones numerorū / octo et viginti perfectis: ad secundū perfecti octaui et vigesimi numerum. ¶ In omni autē reuolutione / idest in octo et viginti perfectorum spacio: quinq; sunt sedes perfecto numero / carētes / que continue senariis distantis abinuicem dispescuntur. Prioris tamen reuolutionis vltima sedes / perfecto carens numero: a proxime reuolutionis / sede prima pfecto idētidem carēte numero: solo distat quinario. Prime autē reuolutionis numeri: denominantes sedes perfectis orbatas / sunt. 5 / 11 / 17 / 23 / 29 / Secundē reuolutionis numeri: sunt 34 / 40 / 46 / 52 / 58. Tertiē vero 63 / 69 / 75 / 81 / 87 / Et hec omnia liquidius ex subiecta pandūtur figura.

Prime reuolutionis numeri	6	6	6	6	6
sediū pfectis carētium	5	11	17	23	29
			(5)		
<b>S e c u n d e</b>	34	40	46	52	58
			(5)		
<b>T e r t i e</b>	63	69	75	81	87
	6	6	6	6	6

**¶** Polita vñitate / vt primo perfecto nūero (que reuera et ipsa / omnē pfectio nis rationē subit) fiet cōtinue in naturali perfectorū numerorū serie: ab ipsa vñitate / sexto quoq; loco: capitaliū notarū / atq; figurarū i vñitates reuolutio. ¶ Statue vñitatem / vt primū perfectum numerum. Nam et in omni ferme numerorū specie: primatum obtinet vñitas / censeturq; prima. Sextus ab vñitate / perfectus numerus hic est 130816: cui⁹ capitalis figura. ac nota vñitas est. Rursū ab hoc sexto / iste ē 137438691328 cuius iterum caput / precipuusq; caracter est vñitas. Et ita in cunctis / sexto quoq; loco distantibus / eueniet.

24 **C**A septimo perfecto numero/per senas item distancias: ternarius cunctorum perfectorum/est caput.

**H**ec vt et precedentes: ex perfectorum numerorum tabula euadit manifesta. Septimus enim perfectus numerus est hic: 33 55 0336. cuius ternarius est caput/capitalisue nota. Ab hoc vero sextus est 3435 9738367: cuius iterum ternarius fastigium obtinet. Et ita in ceteris/sexto quoque loco reperies.

43 **C**A secundo perfecto numero/continue oēs perfecti: tot habent partes/quoti sunt a quinario numeri impares: sese quaternario transilientes.

**P**rimus perfectus numerus senarius partes habet tantum tres. 1. 3. 2. secundus 28 partes habet quinque. 1. 2. 4. 7. 14. Ab hoc vero secundo: ceteri omnes tot habent partes/quoti sunt numeri impares a quinario: transilientes se quaternario. Nam tertius perfectus 496: partes habet nouem 1. 2. 4. 8. 16. 31. 63. 124. 242. Quartus partes habet tredecim: quintus decem et septem/et hoc pacto deinceps.

44 **C**Perfectorum numerorum/ qui in senarium desinunt: ab eorum tertio qui est 130816: secunde a dextris/in sinistrum figure sunt continue quinque primi impares 1. 3. 5. 7. 9.

Eorundem rursus quorum penultime/ siue secunde a dextris note sunt vnitates: eorum et vltime/ siue capitales sunt vnitates, sed minime econuerso. Et quibus rursus ternarius/ est secunda nota: iisdem ternarius est caput/ sed non conuertitur.

Eorum autem perfectorum/ qui in octonarium desinunt: ab eorum tertio/ omnes tertie a dextris in sinistrum note: in tres primos impares 1. 3. et 5 continue redeunt: hoc ordine 1. 5. 3. 5. 1. deinde iterum 1. 5. 3. 5. 1.

**H**e propositiones/ ex perfectorum numerorum tabula/ oculis subdita liquent. dici autem possunt cuncti perfecti numeri: qui senario finiuntur/ masculi. qui vero in octonarium desinunt/ feminini. Senarius enim numerus/ potior est octonario: et ad octonarium vt masculus quidam Ex senario autem et octonario perfectorum numerorum finibus/ vltimisque notis: constat quam tesserdecade vocamus/ secundi perfecti medietatem: cuius anagogem ad presens relinquitur.

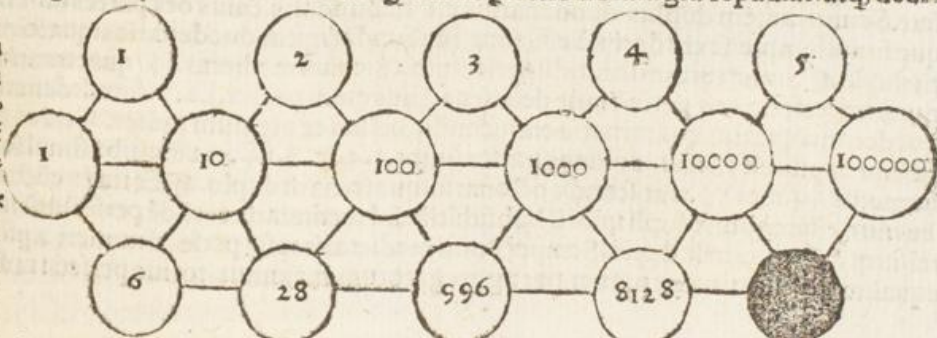
45 **O**mnis perfectus numerus: in sua sede/ est vnicus et solus.

**H**ec est merito gutture aeneo serenaque fronte/ pronuncianda: que perfectis numeris regnum vendicat honorem. summo illos imperii fastigio/ considerare predicat: cunctisue prestantiores numeris ostendit. **Q**uanto etenim quippiam rarius: minusue protritum fuerit: tanto illud honorabilius/ melius/ ac prestantius censemus. Rarissimi autem sunt inter numeros/ perfecti. Ois item perfectus: in sua sede est vnicus/ ac solus/ imultiplicabilis/ impatiens consortis et coheredis. vt qui sui presentia: regionem propriam/ ac sedem implet/ occupatue totam. Et sicut vnicus est in orbe sol ac fons lucis tantum vnus: ita et queuis numerorum vnitas/ ac sedes: tantum vno honoratur perfecto. Nulla autem sedes duorum est capax. Sed et plerasque vni tam docuimus regiones/ mansiones/ ac sedes/ regni illud perfectionis fastigium repudiat: atque dedit

Numeri perfecti quidam masculi quidam da feminini.

Summa perfectorum numerorum dignitas.

gnat. Itaque internum atque decem prima regione/ veritas senarij. Secunda regione/ onem ac sedem/ a denis/ ad ceteros: octauus et vltimus implet. Regionem tertiam/ quae a centenis ad millia distenditur: possidet 496. Quartam...



tam regionē a millibus ad dena millia: occupat 8128. Quintā a denis millibus: ad millia centena: possidet occupatue nullus. Et hec regio prima deserta est et perfectionis culmine vacua atq; desolata. ¶ Unde fit vt omnis perfectus/ numerus proxime minorem perfectū: suarum notarum et figurarū numero transiliat/ ac vincat. Nam si duorū perfectorū essent numero equales figure: hi essent et regionis ac mansionis eiusdem.

46

¶ Perfectionis perfectorum numerorum/ trinā licet afferre causam: Equālitatem/ Dissimilitudinem et Solitudinem.

Triaperfe-  
ctorum nu-  
merorū per-  
fectio

¶ Equalitas in perfectis numeris: est attendenda in totis ipsis et eorū partib⁹. Ipsi eni totis cunctis suis simul sumptis partibus/ probantur equales. ¶ Dissimilitudo autem: in eorum radicibus/ est expetenda. Oriuntur enim dissimilissimis/ extremis et q̄maxime etherogeneis radicibus: vt prius ostēdimus. scilicet pariter pare/ minime diminuto: et numero ipare primo/ maxime diminuto. ¶ Porro solitudo est: qua perfecti numeri in suis sedib⁹ et locis/ soli et vnicie esse dicuntur. Tria igitur est/ numerorū perfectorum perfectio: Equalitas/ dissimilitudo solitudo. Est enim equalitas/ perfectio quedā. Partium quoq; dissimilitudo/ quedā est perfectio. quādoquidē etherogenea q̄q; et dissimilū partiū entia: homogeneis et indifferen- tibus/ perfectiora et prestantiora/ censentur. Solitudo item quedā est perfectio: perinde atq; et vnitas. Est eni entis in sua sede et regione/ solitudo: vnitatis ipsius/ singularitatis/ amplissime virtutis/ dominationis sese propagantis: et regie cuiusdam plenitudinis/ atq; dignitatis signum.

47

¶ Omnis numerus perfectus/ preter senarium: est impariter par.

¶ Senarius primus perfectus: est pariter impar. Ceteri autem cūcti perfecti/ sunt impariter pares. Nam pariter pares esse nequeunt: cum omnis pariter par/ sit diminutus. Et cū prodeant vniuersi ex pariter paris in imparem ductu: necesse est eorum medietates non esse impares. Sunt igitur preter senarium vniuersi perfecti impariter pares.

¶ Cuiuslibet perfecti numeri/ omnes submultiplices: sunt diminuti. Omnes vero eius multiplices: habundantes.

48

¶ Hanc iordanus in septimo libro/ quinquagesima quinta et quinquagesima sexta proponit. Residet enim hoc pacto perfectus numerus/ in extremorū medio et equalitate: vltro citroq; equidistans a diminutis et a superfluis. Omnis eni perfecti numeri pars: est diminuta. Omne vero eius multiplex et totum: habundans est atq; superfluum. Quicquid itē partiū subest perfectio: est imperfectū atq; insufficiente. Quicquid vero eidē superstat: excedit sese/ atq; transcendit.

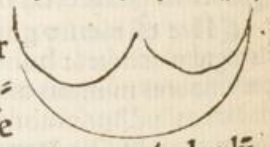
	Submultiplex	Equale	Multi.
	Diminutus	Perfect⁹	Habū.
	(14)	(28)	(56)

¶ Cuiuslibet perfecti numeri medietas/ intantum a perfectione deficit: quātus est pariter par aggregatorū maximus/ totius perfecti radix. Eius autē duplū/ tāto perfectionem exuperat/ et habundat: quantum est eiusdem pariter paris duplū.

49

3 6 12  
 1 3 6  
 1 7 4  
 1 3  
 2  
 1  
 1 6 16  
 2 4  
 Habundā-  
 tia ad defe-  
 ctū dupla.

¶ Senarii primi perfecti medietas/ ternarius est: quē constat esse diminutū. Nā et prim⁹ est et pars eius sola vnitas. Deficit igitur ternari⁹ a perfectione/ binario: qui est numerus pariter par/ aggregatorū maximus: senarii radix: quē senariū/ ductus in ternariū binarius profert. Senarii autem duplus/ duodenarius est/ habundans. cuius oēs partes sunt 1. 2. 3. 4. 6. que simul sumpte/ sextū decimū efficiunt. Habundat igitur duodenarius: quaternario/ binarii duplo. ¶ Sume rursū secundū perfectum. 28: cuius medietas. 14/ quaternario est diminuta/ imperfecta et a perfectione deficiens. Eius enim partes. 1. 2. 7. simul: denariū conflāt quē decimus quartus quaternario transcendit/ octauī et vigesimi radice. Octauī autē et vigesimī duplū/ est 56: cuius omnes partes sunt 1. 2. 4. 7. 8. 14. et 28. quib⁹ simul sumptis/ fit numerus 64: qui 56. transcendit octonario/ quaternarii duplo. ¶ Et ita in cūctis perfectis euenire cōprobabis: dupli ipsorū habūdantiā/ ad medietatis eorū dē perfectorū insufficientē/ atq; defectum: esse duplā. Semper enim medietatis ipsi⁹ perfecti numeri/ a perfectione et equalitate defectus/ erit pariter par aggregatorum maximus/ totius perfecti radix.



50 Vnde fit vt dupli cuiusuis pfecti nume-  
ri habūdātia defectum medietatis ipsius  
fit dupla.

Hec illatio ex precedente est manifesta. Et ex his  
manifestum est esse et aliā quartā pfectionis perfecto  
rū numerorū causam. medietatē in quā consistentie &  
loci: que est perfectio ethice/ moralisq; virtutis. Om-  
nis enim moralis virtus/ medio inter plus/atq; min⁹ stat  
loco. et in mediocritate/ extremorū victorū cōsistit: ar-  
dens ac verans/ tā id quod habundat/ q̄ quod defi-  
ciens et imperfectū est. Statuit quippe animū in tempo-  
raliū bonorū equalitate/ cōtineretq; illū in medio. Hoc  
quoq; pacto pfectus omnis numerus sibi ipsi equalis:  
nūq; a medio digredit/ seq; totū ex equo restituit. Nec  
plus/ aut minus seipso gignit: Nec sibi subsidet/ Nec  
sele exuperat/ atq; transgredit: Seipso demū neq; ma-  
ior est neq; minor. Qui autē illū circūstant extremi: eius  
in q̄ submultiplices: atq; multiplices cōtinuo adieq̄litate  
labūt suntq; sibi ipsi dispares/ atq; ieq̄les: seipsis aut ma-  
iores/ aut minores. Aut enim minore/ aut ampliore par-  
tū fenore: atq; prouentū: i sese redeūt/ seq; restitunt.

51 Nullus pariter par: est senario diuisibilis.

Nam numerus omnis/ quē senarius perfectorū primus me-  
ditur: est habūdāns. Omnis autem pariter par/ est diminutus.  
Nullum igitur pariter parem/ senarius metitur.

52 Continue pariter parium/ quilibet duo et duo  
proximi simul iuncti: numerum habūdantē senarii  
multiplicem/ aut ipsum senarium gignunt.

Duo primi pariter pares sunt 2 et 4/ qui simul gignunt se-  
narium. Quatuor vero et octo gignūt dodecadē/ senarii mul-  
tiplicē. Et ita quotiēs duos quosuis pariter pares/ p̄ximos & atti-  
guos iūxeris: surgit inde aut senari⁹/ aut senarii multiplex/ quē  
cōstat esse habūdāte. Ex cōtinua aut pariter parium serie: cōtinuis  
duob⁹ et duobus proximis simul iunctis/ surgunt a senario con-  
tinui senarii multiplices.

53 Dispositis continue ab vnitatesenario et senarii multiplicibus/ iisq; con-  
tinuesimul iunctis: oriuntur omnes numeri primi/ vnitatesenarii multipli-  
cibus maiores: iisq; rursus continue simul additis/ surgunt continui cubi.

Ex senario et vnitates/ fit septenarius incomposit⁹ et primus. Vnū/ sex/ duodecim: faciunt  
decē et nouē/ numerū primū. 1. 6. 12/ 24/ gignunt quadraginta tria: qui est et numer⁹ prim⁹.  
Et ita in vniuersa senarii multipliciū serie perge. Pri⁹ enim positū est/ numeros primos: esse  
vnitatesenarii multiplicibus/ aut minores aut maiores. Rursus iunge numeros primos  
gentos ex coaceruatione senarii multipliciū: et cōtinuos proferes cubos. Vnitas enim pri-  
mus est cub⁹. Octo secundus: quē vñ et septē duo primi/ cōflāt. Porro tres primi 1. 7. 19. fit  
mul: 27 reddunt/ tertiū cubum. Et ita in ceteris procedēs: nūq; numerū offēdes/ nō cubū.

Senarii multiplices	1	6	12	18	24	30	36	42
Numeri primi ex eis facti	1	7	19	37	61	91	127	169
Cubi ex numeris primis	1	8	27	64	125	216	343	512

54 Vnde fit vt continui cubi: aut sint senarii multiplices: aut ab eis fit residui  
continue hi quinq; numeri senario minores. 1. 2. 3. 4. 5.

Conflāt enim cōtinui cubi: ex numeris primis qui continui senarii multipli-  
ces: vnitatesenarii superāt. Vt primus cubus/ vnitatesenarius est. Secund⁹ 8: cōflans vnitatesenarius et septenarius. Septenari⁹ ve-  
ro cū senariū vnitatesenarius superet: secundus cubus octo/ eundē senariū binario transcēdit. Terti⁹

Du.	To.	Me.	Du.	To.	Me.
Ha.	Per.	Di.	Ha.	fect⁹	Di.
56	28	14	992	496	248
28	4	7	496	248	124
14	7	2	248	124	62
8	4	1	124	62	31
7	2		63	31	8
4	1		32	16	4
2			31	8	2
1			16	4	1
			8	2	
			4	1	
			2		
			1		
64	28	10	1024	496	232
8	0	4	32	00	16

Habūdātia ad defectū dupla      Habūdāna ad defectū dupla

Summe ha-  
bundantie  
atq; defect⁹

Quarta p-  
fectionis p-  
fectorū nūe-  
rorū causa



- Senarii
- 6
- 4
- 12
- 8
- 24
- 16
- 48
- 32
- 96
- 64
- 192
- 128
- 34
- 256

A iii

vero cubus 27 / super senarii multiplicē 24 / tres addit vnitates. Quartus cubus / sexaginta quattuor / super 60: quattuor addit vnitates. Quintus cubus 125: senarii multiplice 120: quinario maior probatur. Sextus deniq; cubus 216 / senarii multiplex est / diuisusq; senario / nichil relinquit. Septimus rursus cubus: super senarii multiplicem: addit vnitatem. Octauus binarium: Ternariū: nonus / Decimus / quattuor: Vndecimus / quinq;. Duodecimus iterum / nichil. Est enim senarii multiplex. Et eodemodo hec series: in inuentum pergit. A primo enī cubo / dempto. quotiens potest senario: relinquitur vnitas. A secundo cubo / duo relinquuntur. A tertio / tria: A quarto / quattuor. A quinto quinq;. A sexto nichil. A septimo / rursus vnium: et ita deinceps.

Cubi	1	8	27	64	125	216	343
Senarii multiplices	0	6	24	60	120	216	342
Residui	1	2	3	4	5	0	1

¶ A quolibet cubo / dempto quotiens potest senario: aut id quod relinquitur / 55  
latus est cubi: aut additus ei senarius / aut senarii multiplex: lat⁹ gignit cubi.  
Si autem nichil ex diuisione superat: aut senari⁹ / aut eius multiplex erit cubi  
latus.

¶ Ab vnitate primo cubo / nulla facta senarii subtractione: superest vnitas / q̄ est et lat⁹ vnitate. Ab octonario secundocubo / demptus semel senarius / residuū facit binarium / octonariū cubi latus. Tertius cubus 27 senario diuisus: ternarium suum latus relinquit. Quartus 64: quaternarium suum latus. Quint⁹ 125: quinarium. Sextus 216: nichil. Eius enim lat⁹ est / ipsemet senarius. ¶ Post sextum autem cubum / ad duodecimū vsq; cubū: residuis / numeris: additus semel senarius: latera cuborum profert. A duodecimo cubo / ad decimū octauum: residuis (senaria diuisione) numeris / bis / est addendus senarius / ad elicienda cuborū latera. A decimo octauo cubo vsq; ad quartum et vigesimum: ter senarius est addendus. Et ita continue perge / secundum series et senarias cuborum reuolutiones: vno pluries / ad residuos numeros senariū addendo. Et ex hac ppositione poterit elici / ppositi cubi radix.

¶ Cōtinue cuborum omniū note / atq; figure simul iuncte: dempto quotiens 56  
potest / nouenario: aut duos primos cubos vnū et octo relinquūt / aut nichil.

pulchra cuborum proprietates

¶ In hec tria: vnū octo nichil: cubi omnes redeunt / atq; reuoluuntur. Iunctis enim cōtinue cuborum omnium figuris: dempto quotiens potest ab eis nouenario / continue superabūt vnū / octo / nichil. Prim⁹ enī cub⁹ vnitas est. Secūd⁹ octo. Tertius 27: cui⁹ ambe note simul nouenarium conflant. Quartus cubus 64 / geminis constat figuris. quibus iunctis / sit denarius: a quo nouem sublatis / relinquunt vnitatē. Quinti cubi 127 / note simul sumpte / octonarium gignunt. Sexti cubi 216 figure tres simul sumpte nouenarium conflant. Et ita in vniuersa cuborum serie contingit. Hinc facile est dinoscere: an propositus numerus cubus sit / nec ne. Nam datus numerus / cubus esse nō potest: si simul sumpte eius figure / subtractioni nouenarii: alium ab his tribus / residuum fecerint. i. 8. 0.

1	8	27	64	125	216	343	512	729
2	1	8	0	1	0	1	8	0

¶ Omni numero simplici desinit: finiturue cubus.

¶ Numeri simplices & minimi: sūt hi. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Et i hos / omnes desinūt cubi. Nā eorum vnusquisq; vltima est cubi nota / atq; figura. vt et precedentis figura ostendit. 57

¶ Tetragoni omnes: in has tantum desinunt notas. 1. 4. 5. 6. 9. 0. 58

¶ Sextantum sunt quadratorum fines et vltime note 1. 4. 5. 6. 9. 0. In has quippe / vniuersi quadrati desinunt. Repudiant autem metas has quattuor. 2. 3. 7. 8. Nam quadratum repetias nullum: qui aliqua harum metarum limitetur. In nouem namq; quadratis / onnem experimur quadratorum reuolutionem et finem. vt subditi quadrati declarant.

N o u e m					q u a d r a t i				
1	4	9	25	36	49	64	81	100	
Quadratorum fines	1	4	5	6	9	0			

¶ Trigoni autem omnes: habent et pro metis / suisue limitibus notas sex. 1. 3. 6. 0. 5. 8. Omnes enim trigoni: sex his limitibus finiuntur. Repudiant autem notas quattuor: scilicet. 2. 4. 7. 9.

In quas trigonus definit nullus. Et huius quoque rei periculum / nouem trigoni pandunt. Nā

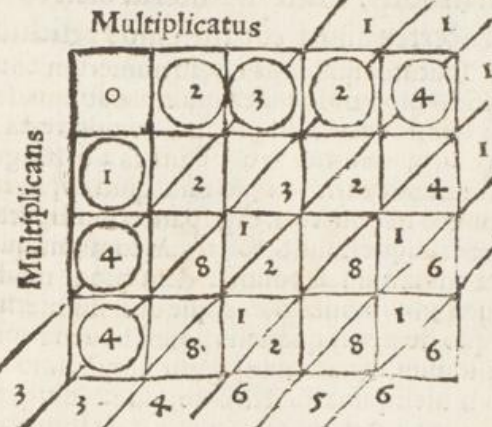
Nouem trigoni	1	3	6	10	15	21	28	36	45
Trigonorum fines			1	3	6	10	15	21	28

post trigonos / nouem: ceteri omnes trigoni. in easdem notas resoluuntur. Identidem et omnes quadrati / eisdem habent fines: quos et primi nouem quadrati

59 Multiplicationis modus promendus est: maioribus numeris / vt perfectis eliciendis: vulgato modo accommodatior.

¶ Is quo bassim vtuntur multiplicationis modus: in ingentioribus / numeris / confusionem facile parit. ob eas vnitates que priusq scribantur: mente sunt reseruande. hic autem quem promemus / illo et certior et apertior est: nullasq menti commendat vnitates. ¶ Sit igitur numerus quicumq vt 1 + 4: in altum queuis / vt in 2 3 2 4: multiplicandus. Dispono ambo numeros / per suas vnitates / in angulo recto. cuius anguli recti vertex / sit hec nota (c) que in numeris nichil exprimit. ita vt hec nota o / precedat vtriusq numeri caput / capitale ue notam. Deinde compleo totius recti anguli / parallelogrammum. que m secundu vtriusq numeri vnitates: per rectas lineas partior / in minores quadratos. Si enim ambo numeri fuerint (notarum suarum numero) equales: totus parallelogramus erit quadratus. Si in-

quales: erit altera parte longior / pluresq fient latere vno quadratuli q alio. Diuido rursus minores mediosue quadratos per dyametros ductas a totis parallelogrami sinistro inferi ore angulo / ad eiusdem angulum oppositum scilicet superiorem dextru. hasq dyametros protendo in vtramq partem / extra totum parallelogrammum / vni9 minorum quadratorum spacio. ¶ Duco igitur imprimis primam vnus notā / in primā alterius: scilicet vnū in 2. et productū 2 / scribo in angularis ambarū notarum quadrati / inferiore triangulo. Dein de eadem / sinistra numeri primam notam 1 duco in alterius / scilicet superioris secundam vt in ternarium. Et productum tertium / scribo rursus in angularis ambarū notarū quadrati / inferiore triangulo. Rursus eadem / duco in tertiam vt in 2: productumq; binarium /



in angularis earum quadrati inferiore triangulo dispono. Postremo duco eandem in quartam / vt in 4: et productum 4 / eodem modo in angularis quadrati inferiore medietate statuo. Rursus secundam sinistra numeri figuram 4 / duco in superioris primam 2: et in angularis quadrati inferiore medietate / productum 8 scribo. Eandem secundam / duco in alterius secundam 3: et producti duodenarij ambas notas / in angulari scribo quadrato: in superiore eius triangulo vnitatem / in inferiore vero 2. ¶ Et ita perge multiplicans quodlibet vnus in quodlibet alterius: quoadusq; totus vnus numerus / in totum alium ductus sit. Nam quicumq; numerus ex vnus note / in aliam ductu concrefcit: in angulari ambarum notarū quadrato / est collocandus. Si inferior denario fuerit in inferiore triangulo: si denarius aut denario maior constans tamē simplici figura: i superiore eius triangulo. Si vero duas notas habuerit: superiorē in superiore triangulo: inferiorem vero / in inferiore / collocare debes. Hoc enim pacto nichil mente seruandum est: sed productus numerus illico scribendus.

¶ Perfecta autem multiplicatione tota: addendi sunt simul cuncti numeri / qui inter parallellas et equidistantes dyametros cōtinētur. Et qd ex eorū additōe denariū supat: ferēdū ē ad superiore s dyametros / parallellas: et in earum interuallo / ac spacio collocandū: quoadusq; totam collegeris producti numeri summam. ¶ Est autem inchoanda huiusmodi additio / ab angulo dextro inferiore: ascendendo ad oppositum angulum. Numerus quippe qui est in vltimi angularis quadrati inferiore triangulo: per se sumendus est: et statuendus pro vltima et inferiore figura / colligende summe. vt numerus / 6.

A 70

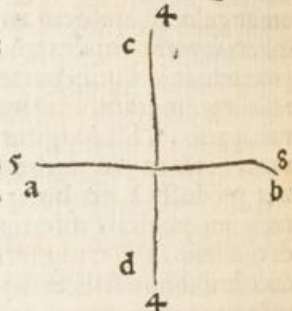


¶ Deinde tres numeri. 6. 1. 8 : qui sunt in superiorum dyametrorum spacio / simul addendi. quibus fit 15 : qui cum duabus constet figuris 1 et 5 : transsero vnitatem / ad superiorum dyametrorum spaciū : et residuam figurā 5 / scribo post priorem. 6. ¶ Rursū numeros in tertio dyametrorum spacio sitos +. 1. 8. 2 : cum vnitatem / collecta ex inferiore intervallo / simul iūgo quibus fit 16 / cuius notam 1 / transsero ad superiores dyametros. 6 autem scribo pergendo a dextris / post 5. ¶ Deinde quarti spaciū numeros 2. 2. 1. 8. iungo : addita eis vnitatem / ex inferiore collecta intervallo. hīq; faciunt 14 : cuius notam 4 scribo post senarium / ad eliciendā summam expetitam. vnitatem vero colloco extra paralloliegrāmū / in superiorū dyametrōū intervallo. ¶ Quinti quoq; spaciū iungo numeros 3. 1. 8. addita eis vnitatem : quibus surgit 13 : cuius notam 1 statuo in superiore intervallo : 3 autem dispono post 4.

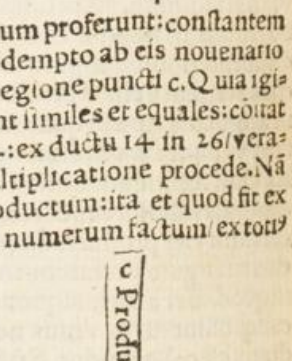
¶ Deniq; sexti interualli numerum vnicum 2 : sumo per se / cum vnitatem collecta ex proxime inferiore spacio. et conflatum 3 / scribo post alium 3 : eritq; hec petiti producti numeri / summa et capitalis figura. Erit enim totus productus hic 33+656. ¶ Et ita in cunctis multiplicandis pergens : falleris nunq; reperiesq; hūc multiplicationis modum / vulgatiore modo certiorē. Atq; hac vtēs in multiplicatione : quanto cumq; perfectos numeros facile / paruoq; labore elicies.

¶ Probande multiplicationis facte : facilis quispiam et expeditus promend<sup>9</sup> eit modus. Vnde manifestū est si totū / profert totū i totū : et residuū residuū / proferrre aliud totum : cuius residuum / erit prioris totius residuo equum.

¶ Ducatur numerus 14 / in numerum 26 : fitq; productus 364. petitur probande et luce multiplicationis / factis aliquis modus : an hec sine errore sit pfecta. Sic igitur recta linea a b : quam secet ppendicularis c d. et sit c d / equalis a b. Iungo ambas notas numeri multiplicantis 14 : que simul quinarij notulam cōplent / quam colloco in puncto a. Iūgo pariter multiplicati numeri 26 / ambas notulas : que simul octonarium conflant. quem in puncto b / contra quinarium dispono. Eodem quoq; modo iungo et numeri producti 364 / omnes notas : que decimum tertium numerū gignunt a quo demptus quotiens potest nouenarius : quaternarium facit residuum. Quaternarij igitur notulā / sisto in puncto c. Et duco a



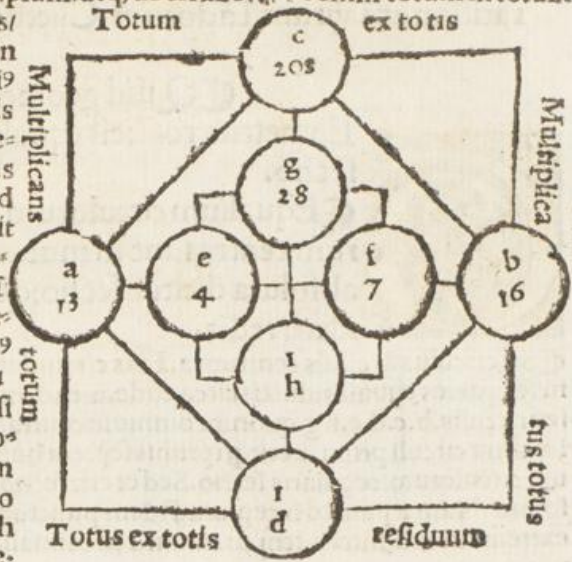
in b / id est quinarium in octo : qui ex sese / quadragesimum numerum proferunt : constantem duabus figuris / notula scilicet 4 et signo 0. quib<sup>9</sup> simul additis / dempto ab eis nouenario superat tantum quaternarij notula : quam statuo in puncto d / e regione puncti c. Quia igitur ambo numeri c et d. in eadem linea ex opposito dispositi / sunt similes et equales : cōtat priorē multiplicationem / rite esse perfectam. et numerum 364 : ex ductu 14 in 26 / veraciter esse adiuerū et productum. ¶ Et eo lemmodo / in omni multiplicatione procede. Nā si totus multiplicans / in totum multiplicatum / infert totum productum : ita et quod fit ex totius multiplicantis ( post subtractionem nouenarij ) notulis / in numerum factum / ex totius multiplicati simul sumptis notis / post subtractionem nouenariam : equum et simile erit ( dempto item quotiens potest nouenario ) et quod fit ex totius producti notis simul iunctis / facta iterum ab eisdem omni nouenaria subtractione.



¶ Nouenarij quippe / simplicium numerorū supremi subtractione : nullius multiplicationis modum / nullorumue numero rum seriem ac legem immutat. ¶ Eadem enī est lex partium simplicium et residuorum / dempto nouenario / q̄ fuit seruato eodē nouenario : totorū cōpositorū et i sua integritate manētī um cū in omni numerorum sede et vnitatū coordinatiōe : fit at post nouenarium / cunctorum ad sua principia / ad similia / ad eadem et ad vnitatem reciprocatio. ¶ In omni itaq; multiplicatione probanda : statue in linea a b / iunctarum notularum vtriusq; multiplicantis et

Proprietas nouenarij. multiplicati ( dempto nouenario quotiēs potest ) residua. in linea vero c d / sistē productorum residua in puncto c / residuū totius producti ex toto multiplicante in totum multiplicatum in puncto vero d / residuum producti ex residuo in residuum / id est ex a in b Et si nu. acci

In linea c d siti / sint idam numerus : perfecta erit et in erronea multiplicatio. Sin vero sint inaequales: scito in multiplicacione te esse lapsum / atq; aberrasse. ¶ Si enim totum in totum profertur totum: vtiq; et ex coniunctis notulis / post nouenariam subtractionem: residua in seiuicem ducta / totum pariter elicient: cui⁹ nouenarie subtractionis residuum / prioris totius: (post sublatum nouenarium / residuo erit equum. ¶ Amborum enim totorum (eius scilicet quod profertur ex totis: et eius quod elicitur e residuis) erunt equa residua. ¶ Sit enim vt ex ductu a in b / totius in totum producat e totum. Et sit e / residuum notulari ipsius a: post nouenariam sublationem. f vero sit residuum b. d autem sit residuum totius c. duco e in f / residuū multiplicatis / in residuum multiplicati sitq; productum g. cuius residuum (nouenaria ab ipsius simul iunctis notulis / facta subtractione) sit h. dico quoniam si rite pcessit multiplicatio: futurū esse vt abo rūtotorū et productorum c et g residua / d et h sint equalia. Et hoc in omni multiplicacione: per necessarium comperies.



Aliud exemplum

LIBRI PERFECTORVM NVMERORVM FINIS.  
 Perfecto / trinoq; deo laudes ingentes. Anno domi  
 ni / 1509: Ianuarij 4.

CAROLVS BOVILLVS SAMAROBINVS SPECTATISSIMO VI  
 RO IVDOCO CLICHTHOVEO SACRE THEOLOGIE PROFESSORI.



EMATHEMATICA ROSA STVDIOSISSIME VIR: HACTENUS quod norim ab hoie nemine / quicq; litterarum monumentis / ad posteros manauit. idq; me pmouit: vt et inuisitatum et cognitu dignam figurā / hoc tractatulo versandam trutinandamq; susceperim. Hec enim non modo in magnitudine: sed et proportionabiliter in numeris reperitur. Neq; dūtaxat in hexagonorum specie: sed et in cunctis polygoniarum figurarum generibus (tam i numero q̄ in magnitudine) inuenitur distributa. Quotquot enim ciclis / Geometrica Rosa per omnem figurarum speciem / absoluitur: totidem vnitatebus Arithmetica Rosula / in omni identidem figurarum specie constatur. Quinimo nec geometrica Rosa: sine Arithmetica / pingi et exprimi potest. quemadmodū neq; circulus esse sine cetro. neq; sine nūero magnitudo. Hec autē sine illa pingibilis ac scriptibilis est perinde atq; centū designari potest sine circulo // et nūerus eē sine magnitudine. Attramen Geometrica / Rose nomen: imprimis ex rosei floris similitudine sibi vendicat. q̄ i exagona et vulgatissima rosa / intexti sibi inuicem vndecunq; circuli / velut ab vno centro pfecti: perpulchre rosei flosculi / circuncultellata seq; prementia foliola expressisse videantur. Igitur quecunq; de vtraq; et Geometrica et Arithmetica rosa / tractatulus hic prosequitur: suo nomini dicata. animo suscipe benuolo. V A L E .