Orte im Weltmeere Flut ein, wenn der Mond seine höchste Stellung für den Ort eingenommen hat, und wenn er sich (12 St. 25 Min. später) auf der gerade entgegengesetzten Seite der Erde befindet, Ebbe dagegen, wenn der Mond auf- oder untergeht. Versuche dies zu erklären. — 11. Die Entfernungen des Mondes von der Erde sind verschieden. Welchen Einfluſs muſs dies auf die Höhe der Flut ausüben, u. w.? — 12. Stehen Sonne und Mond an derselben oder an entgegengesetzten Seiten der Erde, so ist die Flut am gröſsten. Erkl.! — 13. Wie müssen sich die im Winter, wenn die Sonne uns näher ist, zur Zeit des Voll- und Neumondes entstehenden Fluten zu den Fluten verhalten, welche im Sommer entstehen, wenn die Sonne weiter untfernt ist? Grund! — 14. Wie mag es sich erklären, daſs z. B. in der Nordsee die Fluten bedeutend später eintreffen, als man nach der Zeit ihrer Entstehung in der offenen See und nach der anfänglichen Geschw. ihres Fortschreitens (ungefähr 120 geogr. Meilen in einer Stunde) erwarten sollte?

II. Abschnitt.

Mechanik.

(I. Lehrstufe, §§ 7—21.)

A. Von den festen Körpern.

a. Bewegungen und Kräfte im allgemeinen.

§ 57. Ruhe und Bewegung. Arten der Bewegung. Geschwindigkeit. Beschleunigung. Nach unseren Beobachtungen befinden sich die Körper im Zustande der **Ruhe**, d. h. *sie ändern ihre Lage im Raume nicht*, oder im Zustande der **Bewegung**, d. h. *wir nehmen eine Veränderung ihrer Lage wahr*. Bei der Beurteilung, ob ein Körper sich im Zustande der Ruhe oder der Bewegung befindet, beziehen wir die Lage des Körpers auf seine Umgebung. Hierbei sind wir mancherlei Täuschungen ausgesetzt. So erscheint uns z. B. ein Gebäude gewöhnlich in Ruhe, obgleich es an der Umdrehung der Erde um ihre Achse, wie auch an der Bewegung der Erde um die Sonne teilnimmt; fahren wir in einem Eisenbahnzuge sehr schnell daran vorüber, so scheint es sich zu bewegen (relative Ruhe und Bewegung).

Wie schwer es in manchen Fällen ist, zu einer richtigen Erkenntnis darüber zu gelangen, welcher von zwei Körpern, die ihre gegenseitige Lage ändern, der ruhende oder der bewegte sei, zeigen namentlich die Bewegungen der Himmelskörper. Die unwiderstehlichen Täuschungen, welche bei der Beobachtung dieser Körper hervorgerufen werden, haben die Menschheit Jahrtausende lang in einer falschen Ansicht über die wirklichen Bewegungsvorgänge derselben erhalten. Erst dem Scharfsinn des Kopernikus gelang es, diese Täuschungen nachzuweisen; aber auch er, wie sein groſser Nachfolger Johann Kepler waren teilweise noch in falschen Vorstellungen über die Beziehungen zwischen den Bewegungen und den sie verursachenden Kräften befangen. Galilei dagegen erkannte dieses Verhältnis richtig und sprach es in dem **Gesetz der Trägheit** aus (vergl. § 3). Nach diesem haben wir nicht in der unveränderten Fortdauer, sondern gerade in der Veränderung einer schon bestehenden Bewegung oder in der Entstehung einer neuen die Wirkung einer Kraft zu erkennen.

Die Bahn des bewegten Körpers, d. h. der Weg, welchen der Körper bei seiner Bewegung zurücklegt, ist geradlinig oder krummlinig; die Bewegung selbst kann eine fortschreitende oder drehende sein. Mit Bezug auf die in gleichen Zeiten durchlaufenen Strecken läfst sich eine gleichförmige und eine ungleichförmige Bewegung unterscheiden.

1. Gleichförmige Bewegung. *Legt ein Körper in gleichen aufeinander folgenden Zeitteilchen, so klein dieselben auch sein mögen, immer gleiche Wege zurück, so wird seine Bewegung gleichförmig genannt.* (Beispiel: Die Bewegung eines Eisenbahnzuges ist auf ebener Strecke einige Zeit nach der Abfahrt annähernd gleichförmig.)

Als vollkommen gleichförmig kann die Bewegung angesehen werden, welche die Erde ausführt, indem sie sich um ihre Achse dreht. Die sichtbaren Bewegungen der Körper auf der Erde weichen mehr oder weniger von der Gleichförmigkeit ab.

Die Gröfse oder Stärke einer Bewegung wird durch die **Geschwindigkeit** gemessen, mit der ein Körper sich bewegt, d. h. durch den *Weg, welchen der Körper in 1 Sekunde zurücklegt.* Man sagt, ein Eisenbahnzug habe eine Geschwindigkeit von 10 m, wenn er in jeder Sekunde eine Strecke von 10 m zurücklegt.

Bei einer gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit immer dieselbe; man findet daher den Weg, welchen der Körper innerhalb einer gewissen Zeit zurücklegt, wenn man seine Geschwindigkeit mit dieser Zeit multipliziert.

Wenn c (celeritas) die Geschwindigkeit, t (tempus) die Zahl der Sekunden und s (spatium) die innerhalb dieser Zeit zurückgelegte Strecke bedeutet, so ist:

$$s = ct; \qquad c = \frac{s}{t}; \qquad t = \frac{s}{c}.$$

Da die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers streng genommen während der ganzen Dauer der Bewegung niemals genau dieselbe bleibt, so ist unter Geschwindigkeit auch bei solchen Körpern, welche sich gleichförmig zu bewegen scheinen, stets die mittlere Geschwindigkeit zu verstehen, also der Weg, welchen man erhält, wenn man den während einer längeren Zeit zurückgelegten Weg durch die Zahl der Sekunden dividiert.

Mittlere Geschwindigkeiten.

Guter Fufsgänger .	1,5 m	Schnellzug . . .	16—22 m	Sturm	17—28 m
Pferd im Trab . . .	2 „	Brieftaube . . .	20—35 „	Schall in der Luft	340 „
Rennpferd	10 „	Schwacher Wind	0,5—4 „	Büchsenkugel . . .	400 „
Dampfschiff	5 „	Gewöhnl. „	4—11 „	Punkt am Erdäquat.	464 „
Gew. Personenzug	8—10 „	Starker „	11—17 „	Erde um die Sonne	29,8 km

2. Ungleichförmige Bewegung. *Legt ein Körper in gleichen Zeiten ungleiche Wege zurück, so ist seine Bewegung eine ungleichförmige. Je nachdem die Wege in den aufeinander folgenden gleichen Zeiten immer gröfser oder kleiner werden, nennt man die ungleichförmige Bewegung beschleunigt oder verzögert.* (Beispiel: Eisenbahnzug bei Beginn und gegen Ende der Fahrt, frei fallender und aufwärts geworfener Stein). Bei einer beschleunigten Bewegung nimmt somit die Geschwindigkeit zu, bei einer verzögerten Bewegung hingegen ab. Beides kann regelmäfsig oder auch unregelmäfsig erfolgen. Der einfachste Fall ist offenbar derjenige, bei welchem die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit immer dieselbe bleibt. Nur dieser Fall soll in folgendem berücksichtigt werden.

Angenommen, ein Eisenbahnwagen erlange auf horizontaler Bahn, ohne dafs die Bewegungswiderstände sich änderten, durch die unveränderlich wirkende Dampfkraft in 1 Sek. eine Geschw. von 20 cm, sodafs er also ohne Dampf und ohne Bewegungshindernisse vermöge der Trägheit seiner Masse in jeder folgenden Sekunde einen Weg von 20 cm zurücklegen könnte. Wirkte dann die Dampfkraft immer mit derselben Stärke weiter, so müfste die *Geschwindigkeit* des Wagens, wenn auch die Widerstände der Bewegung immer dieselben bleiben, sich offenbar in jeder folgenden Sekunde um ebensoviel vergröfsern als in der 1. Sek. Die Geschw. würde somit nach 2 Sek. $2 \times 20 = \mathbf{40}$, nach 3 Sek. $3 \times 20 = \mathbf{60}$, nach 4 Sek. $4 \times 20 = \mathbf{80}$ cm betragen *(Endgeschwindigkeiten der einzelnen Sekunden.)*. — Wirkte auf den Wagen, nachdem er eine bestimmte Geschw. erlangt hat, statt der treibenden Kraft eine ebenso grofse hemmende Kraft unverändert ein, so würde seine Geschwindigkeit in derselben Weise abnehmen, wie sie vorher zunahm.

Der bei einer beschleunigten Bewegung während einer Sekunde erfolgte Zuwachs an Geschwindigkeit heifst **Beschleunigung.** *Bleibt die Beschleunigung immer dieselbe, so wird die Bewegung* **gleichmäfsig beschleunigt** *genannt.*

Eine Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit des bewegten Körpers in jeder Sekunde um ein Gleiches abnimmt, heifst **gleichmäfsig verzögerte** *Bewegung.*

Bei einer gleichmäfsig beschleunigten Bewegung wachsen die **Geschwindigkeiten** wie die Zeiten.

Wenn v (velocitas) die Endgeschw., g (gravitas) die Beschleunigung und t die Anzahl der Sekunden ausdrückt, so ist in Zeichen:

$$v = t \, . \, g.$$

Unter Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung für einen bestimmten Zeitpunkt ist derjenige Weg zu verstehen, welchen der bewegte Körper von diesem Zeitpunkte ab in 1 Sek. zurücklegen würde, wenn er sich ohne weitere Einwirkung der Kraft gleichförmig weiter bewegte.

Zur Bestimmung des *Weges* denken wir uns eine Sekunde in eine möglichst grofse Anzahl gleicher Zeitteilchen geteilt. Dann mufs unter den obigen Voraussetzungen die Geschw. offenbar wie vorhin am Ende des zweiten Zeitteilchens doppelt, am Ende des dritten 3 mal, am Ende des vierten 4 mal so grofs sein als am Ende des ersten Zeitteilchens u. s. w.; $\frac{1}{2}$ Sek. nach Beginn der Bewegung mufs daher die Geschw. des Wagens die Hälfte von der Endgeschw. der 1. Sek. betragen *(mittlere Geschwindigkeit der 1. Sek.)*. Stellt man sich ferner vor, in demselben Augenblicke, in welchem der Wagen seine Bewegung beginnt, treffe neben ihm ein anderer, in der gleichen Richtung fahrender Wagen mit einer Geschw. ein, welche jener mittleren Geschw. (10 cm) gleich ist, und dieser setze seine Bewegung u n v e r ä n d e r t fort, so würde der 2. Wagen dem ersten zwar zunächst vorauseilen, aber von diesem schon nach 1 Sek. wieder eingeholt sein, denn um ebensoviel, wie die Geschw. des ersten Wagens im ersten, zweiten . . . Zeitteilchen der 1. Sek. kleiner ist als die Geschw. des zweiten Wagens, ist sie im letzten, vorletzten . . . Zeitteilchen gröfser. Beide Wagen legen demnach i n d e r 1. S e k. e i n e n g l e i c h e n W e g (10 cm) z u r ü c k. Man erhält somit für die ersten

beiden Sek. eine mittlere Geschw. von 20 cm u. einen Weg von $2 \times 20 = 40$ cm $= 2^2 \times 10$ cm
3 " " " " " 30 " " " " " $3 \times 30 = 90$ " $= 3^2 \times 10$ "
4 " " " " " 40 " " " " " $4 \times 40 = 160$ " $= 4^2 \times 10$ "

Bei einer gleichmäfsig beschleunigten Bewegung findet man den **Weg** (s), welchen der bewegte Körper innerhalb einer gewissen Zeit zurücklegt, wenn man die Hälfte seiner Beschleunigung mit dem Quadrate dieser Zeit multipliziert.

In Zeichen: $s = t^2 \cdot \frac{g}{2}.$

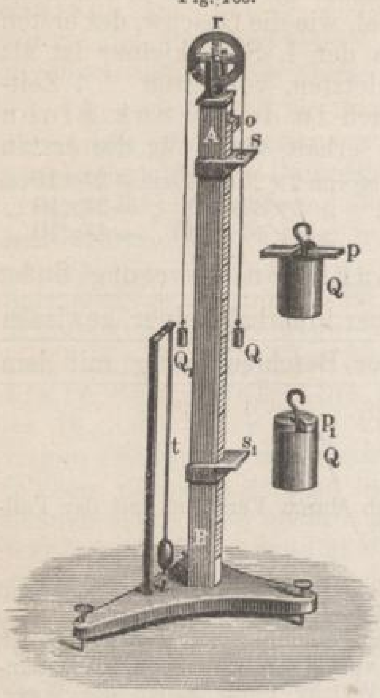
Die Richtigkeit dieser Folgerungen läfst sich durch Versuche mit der Fallmaschine bestätigen (siehe folgenden Paragraphen).

Übungsstoff. 1. In welchem Zustande befinden sich die Gegenstände auf einem Schiffe während der Fahrt und zwar in Beziehung zum Schiffe selbst und zu einem Punkte aufserhalb desselben? — 2. Welcher Täuschung ist man ausgesetzt, wenn man bei bewegtem Gewölke den Mond oder von einem fahrenden Eisenbahnwagen aus nahe Gegenstände betrachtet? — 3. Welche Form haben die Wege, welche die Angriffspunkte der Kr. und L. am Hebel, der festen und losen Rolle, dem Wellrade, dem Keil und der Schraube zurücklegen? — 4. Bahn einer abgeschossenen Kugel a. innerhalb, b. aufserhalb des Geschützrohres? — 5. Art der Bewegung eines Kreisels, während die Schnur abgezogen wird, sowie während der freien Umläufe? — 6. Ein Eisenbahnzug habe auf wagerechter Bahn eine gleichförmige Bewegung; wie mufs sich dabei die Dampfkraft zu den Widerständen verhalten? — 7. Was mufs eintreten, wenn die Dampfkraft ab- oder zunimmt? — 8. Wie mufs sich die Geschw. a. beim freien Falle, b. beim senkrechten aufwärts gerichteten Wurfe ändern, u. w.? — 9. Wodurch kann die Bewegung eines auf einer schiefen Ebene frei herabrollenden K. a. eine gleichförmige, b. eine beschleunigte, c. eine verzögerte werden? — 10. Auf der See ist die Geschw. des Windes durchschnittlich gröfser als auf dem Lande, und in der Höhe gröfser als an der Oberfläche der Erde. Erkl.! — 11. Weg eines guten Fufsgängers in 1 Stunde, desgl. eines Schnellzuges? — 12. Wv. Meilen ungefähr kann ein Dampfschiff in einem Tage zurücklegen? (7500 m = 1 Meile). — 13. Innerhalb welcher Zeit kann ein Schnellzug nach obiger Angabe einen 10 Meilen entfernten Ort erreichen? — 14. Welche Geschw. hat ein Eisenbahnzug a. nach 10 Sek., b. nach 1 Minute, wenn die Bewegung eine gleichmäfsig beschleunigte ist und die Beschleunigung 20 cm beträgt? — 15. Nach wv. Minuten würde der Zug die Geschw. eines Schnellzuges erreicht haben?

§ 58. Versuche über die gleichmäfsig beschleunigte Bewegung. Zur Beobachtung einer gleichmäfsig beschleunigten Bewegung läfst sich die *Atwoodsche Fallmaschine* benutzen.

Die **Atwoodsche Fallmaschine** (Fig. 188 folg. Seite) besteht im wesentlichen 1) aus einem etwa 2,5 m hohen aufrechten *hölzernen Ständer* (AB), welcher an einer Seite mit einer Centimeterteilung versehen ist; 2) aus einer auf dem Ständer befestigten, sehr leicht *drehbaren Rolle,* auf welcher eine durch gleiche Gewichte (Q und Q_1) belastete Schnur hängt; 3) aus zwei *Schiebern* (s und s_1), die am Ständer verschoben werden können; der obere dient zum Auffangen des zur Erzeugung der Bewegung bestimmten Übergewichtes (p), der untere (nicht durchbohrte) Schieber ist zum Auffangen des herabsinkenden Gewichtstückes (Q) bestimmt. Zur Messung der Zeit dient gewöhnlich ein *Pendel* (t), das mit jedem Schlage 1 Sekunde angiebt *(Sekundenpendel)*.

Fig. 188.



Beim Gebrauche des Apparates wird das mit einem Übergewichte versehene Gewichtsstück (Q) so gestellt, dafs die Bewegung desselben beim Nullpunkte der Teilung beginnt. Die Geschw., mit welcher das Fallgewicht herabsinkt, ist um so kleiner, je leichter das Übergewicht ist im Verhältnis zu der bewegten Masse. Zur Ausgleichung der Reibung ist ein besonderes kleines Gewicht notwendig; bei genauen Versuchen mufs aufserdem auf die Masse der Rolle, welche zu bewegen ist, Rücksicht genommen werden. Da das Übergewicht während seiner Bewegung immer denselben Druck auf seine Unterlage ausübt, so ist die Bedingung erfüllt, dafs der bewegte Körper durch eine unveränderliche Kraft in Bewegung gesetzt wird. So lange das Übergewicht wirkt, ist die Bewegung eine beschleunigte; wird es vom Schieber abgehoben, so tritt eine gleichförmige Bewegung ein. (Von den Gewichten ist $Q = Q_1$ und $p = p_1$.)

1. Gleichmäfsig beschleunigte Bewegung.

(Das nicht auffangbare Übergewicht sei die treibende Kraft, $Q = 122{,}5$ g, $p_1 = 5$ g.)

Versuch a. Stellt man den unteren Schieber nacheinander auf 10, 40, 90 und 160 cm, so schlägt das Gewicht Q, wenn man es von 0 ab fallen läfst, nach 1, 2, 3 und 4 Sek. auf den Schieber. *Wege:* $\mathbf{1^2 \times 10, 2^2 \times 10, 3^2 \times 10, 4^2 \times 10}$ **. . . cm.**

(Das auffangbare Übergewicht sei die treibende Kraft, $Q = 122{,}5$ g, $p = 5$ g.)

Versuch b. Die Kraft wirke zunächst nur 1 Sekunde. Fängt man zu diesem Zwecke das Übergewicht 10 cm unter dem Nullpunkte auf, so legt das Gewichtstück in jeder folgenden Sek. einen Weg von 20 cm zurück. Letzteres ergiebt sich, wenn man den unteren Schieber zunächst 30, dann 50, 70, 90 . . . cm unter dem Nullpunkte befestigt. *Beschleunigung:* **20 cm.** — Damit die Kraft 2 Sekunden wirken kann, werde das Übergewicht 40 cm unter 0 abgehoben. Der Fallraum beträgt dann für jede folgende Sek. 40 cm. *Endgeschwindigkeit:* $\mathbf{2 \times 20}$ **cm.** — Um die Kraft 3 Sekunden wirken zu lassen, ist das Übergewicht 90 cm unter 0 aufzufangen. Hierdurch ergiebt sich für jede folgende Sek. ein Fallraum von 60 cm. *Endgeschwindigkeit:* $\mathbf{3 \times 20}$ **cm.**

2. Abhängigkeit der Beschleunigung von der Kraft und Masse.

(Das auffangbare Übergewicht sei die treibende Kraft.)

Versuch c. Ist das Übergewicht doppelt so grofs als vorhin ($p = 10$ g), die bewegte Masse aber dieselbe ($Q = Q_1 = 120$ g, also $Q + Q_1 + p = 250$ g), so ist die nach 1 Sek. erlangte Geschw. oder die *Beschleunigung* **40 cm.** — Bei Anwendung eines dreimal so grofsen Übergewichtes ($p = 15$ g) erlangt die gleiche Masse ($Q = Q_1 = 117{,}5$ g, mithin $Q + Q_1 + p = 250$ g) eine *Beschleunigung* von **60 cm.** — Ein viermal so grofses Übergewicht ($p = 20$ g) erteilt der gleichen Masse ($Q = Q_1 = 115$ g, also $Q + Q_1 + p = 240$ g) eine *Beschleunigung* von **80 cm** u. s. w.

Die **Beschleunigungen** (g und g_1), welche zwei Kräfte (P und P_1) einem Körper einzeln wirkend erteilen, stehen im geraden Verhältnis zur Stärke der Kräfte.

In Zeichen: $g : g_1 = P : P_1$.

Versuch d. Setzt man durch dasselbe Übergewicht eine doppelt so grofse Masse in Bewegung ($p = 5$ g, $Q = Q_1 = 247{,}5$ g oder $p = 10$ g, $Q = Q_1 = 245$ g, sodafs $Q + Q_1 + p = 500$ g), so wird die *Beschleunigung* nur $\frac{1}{2}$ so grofs. — Wird durch dasselbe Übergewicht eine dreimal so grofse Masse in Bewegung gesetzt, so ist die *Beschleunigung* nur noch $\frac{1}{3}$ so grofs ($p = 5$ g, $Q = Q_1 = 372{,}5$ g oder $p = 10$ g, $Q = Q_1 = 370$ g, sodafs $Q + Q_1 + p = 750$ g).

Die **Beschleunigungen** (g und g_1), welche eine Kraft ungleichen Massen (M und M_1) erteilt, verhalten sich umgekehrt wie die bewegten Massen.

In Zeichen: $g : g_1 = M_1 : M$.

Übungsstoff. 1. Welchen Bruchteil bildete bei Versuch a und b das Übergewicht von der ganzen bewegten Masse? — 2. Welche Beschleunigung mufs hiernach entstehen, wenn $Q = Q_1 = 99$ g, $p = 2$ g? — 3. Wie grofs müfsten Q und Q_1 genommen werden, wenn die vorige Beschleunigung a. durch 4 g, b. durch 6 g Übergewicht erzielt werden sollte, u. w.? — 4. Wie grofs aber müssen Q und Q_1 sein, wenn bei derselben Masse (200 g) durch das 2-, 3- und 4fache Übergewicht eine ebenso vielfache Beschleunigung erzielt werden soll? — 5. Wie grofs ferner, wenn die Beziehungen zwischen Masse und Beschleunigung nachgewiesen werden sollen? ($p = 4$ g, Q und Q_1 zunächst $= 98$ g.) — 6. Die Geschw. eines Eisenbahnzuges sei 12 m und nehme in jeder folgenden Sek. gleichmäfsig 20 cm ab. a. Wann wird der Zug stillstehen? b. Welchen Weg wird er noch zurücklegen? — 7. Ein Zug habe eine Geschw. von 6 m; welchen Weg würde er in 10 Min. zurücklegen a. bei gleichförmiger Bewegung, b. bei gleichmäfsig beschleunigter Bewegung, wenn die Geschw. in jeder Sek. um 2 cm zunähme? Gröfse der erlangten Geschw.? — 8. Wie grofs würde die Beschleunigung sein, wenn der Zug 1 Min. nach der Abfahrt bei gleichmäfsig beschleunigter Bewegung 540 m zurückgelegt hätte? — 9. In wv. Sek. kann der Zug bei einer Beschleunigung von 24 cm eine Strecke von 300 m zurücklegen? — 10. Wenn ein K. frei fällt, so wird er durch eine Kr. in Bewegung gesetzt, welche seinem Gew. gleich ist und immer mit derselben Stärke wirkt. Wie grofs ergiebt sich hiernach unter Berücksichtigung der Ergebnisse obiger Versuche die Beschleunigung der Erdschwere?

§ 59. Mafs der Kräfte. Gleichgewicht. Wirkung und Gegenwirkung. An jeder Kraft unterscheidet man dreierlei: 1) ihren Angriffspunkt, d. h. denjenigen Punkt des Körpers, auf welchen die Kraft unmittelbar wirkt, 2) ihre Richtung, d. h. diejenige gerade Linie, in welcher die Kraft den Angriffspunkt zu bewegen strebt, 3) ihre Gröfse oder Stärke.

Da wir nur die Wirkungen der Kräfte, nicht aber die Kräfte selbst wahrnehmen, so können wir letztere auch nur aus ihren Wirkungen kennen lernen, ihre Gröfse oder Stärke also auch nur nach ihren Wirkungen beurteilen. Nach § 4 kann die Schwerkraft zweierlei Wirkungen hervorbringen, nämlich einen blofsen Druck oder Zug, oder eine Bewegung (mechanische Wirkungen). Mechanische Kräfte lassen sich daher auf zweierlei Art messen: 1) indem man die Gröfse ihrer *Druck-* oder *Zugwirkungen* bestimmt; 2) indem man untersucht, wie grofs ihre *bewegende Wirkung* ist, d. h. wie schnell ein Körper (z. B. eine abgeschossene Kugel) sich bewegt, wenn die Kraft während einer gewissen Zeit auf den Körper eingewirkt hat. Das erstere Verfahren ist das einfachere.

Als **Krafteinheit** wird daher gewöhnlich eine *Kraft* bezeichnet, *welche in ihrer Richtung den Druck oder Zug einer Gewichtseinheit* (1 kg) *auszuüben vermag.*

Als Instrument zur Messung von Druck- oder Zugkräften dient namentlich die **Federwage** (siehe Fig. 189) und das **Dynamometer.**[1]) Letzteres wird für grofse Kräfte, z. B. die Zugkraft eines Pferdes, angewandt. Bei beiden schliefst man aus der Stärke der Biegung einer elastischen Feder auf die Gröfse der Kraft.

Fig. 189.

Ein Dynamometer besteht gewöhnlich aus einem starken elastischen Stahlbügel, welcher in die Zugrichtung (z. B. Zuglinie eines Pferdes) eingeschaltet wird. Am Bügel ist eine Metallscheibe befestigt, auf der sich beim Anziehen desselben ein Zeiger bewegt. Letzteres wird durch einen Winkelhebel (ABC) vermittelt, dessen kurzer Arm durch eine Schubstange mit dem Bügel gelenkartig verbunden ist und dessen langer Arm auf den Zeiger einwirkt. Eine auf dem Rande der Scheibe angebrachte Teilung giebt die Gröfse des ausgeübten Zuges in Kilogrammen an.

Um die Gröfse einer Kraft aus ihrer bewegenden Wirkung, z. B. die Gröfse der Pulverkraft, durch welche die Kugel eines Geschützes in Bewegung gesetzt wird, aus der Geschw. der Kugel bestimmen zu können, ist es zunächst erforderlich, aus der angenommenen Krafteinheit ein neues geeignetes Kraftmafs abzuleiten. Dies ist möglich, da man die bewegende Wirkung der Erdanziehung, also derselben Kraft, welche das Gewicht der Körper verursacht, genau kennt. Nach § 6 fallen alle irdischen Körper im leeren Raume gleichschnell. Die Geschw., welche alle frei fallenden Körper im leeren Raume erlangen, nachdem die Schwer-

[1]) δύναμις (dynamis), Kraft.

kraft 1 Sek. auf sie eingewirkt hat, beträgt 9,8 m (genauer 9,806 m unter 45° Breite in Meereshöhe), d. h. wenn die Erde nicht weiter auf den fallenden Körper einwirkte, so würde dieser in jeder folgenden Sek. einen Weg von 9,8 m zurücklegen. (Beschleunigung der Schwerkraft.) Es wird somit an der Gröfse der angenommenen Krafteinheit nichts geändert, wenn wir letztere als eine Kraft bezeichnen, welche einer Masse von 1 kg in 1 Sek. eine Geschwindigkeit von 9,8 m oder, was nach § 58 dasselbe ist, einer Masse von 9,8 kg in 1 Sek. eine Geschwindigkeit von 1 m erteilt. Nimmt man hiernach 9,8 kg, d. h. diejenige Anzahl der Kilogramme eines Körpers, welche sich nach der Schwerkraft für 1 m Beschleunigung ergiebt, als Masseneinheit an, so folgt:

Als **Krafteinheit** *kann auch eine Kraft bezeichnet werden, welche der Masseneinheit (9,8 kg) in 1 Sek. eine Geschwindigkeit von 1 m erteilt.*

Bezeichnet Q das Gewicht eines Körpers, g die Gröfse der Beschleunigung der Schwere, M die Masseneinheiten des Körpers, so ist

$$M = \frac{Q}{g}. \quad \text{(In Worten?)}$$

Beispiel: Eine Kanonenkugel verlasse das Geschützrohr mit einer Geschw. von 600 m. Wie grofs ist der Druck, den die Pulvergase auf die Kugel (vom Reibungswiderstande abgesehen) ausgeübt haben, wenn die Dauer der Einwirkung der Gase $\frac{1}{100}$ Sek. beträgt, und wenn man annimmt, dafs die Triebkraft während dieser Zeit immer die gleiche Stärke hatte? Das Gewicht der Kugel betrage 20 kg.

Auflösung. Um einer Masse von 9,8 kg in 1 Sek. die Geschw. von 1 m zu erteilen, ist ein Druck von 1 kg erforderlich; soll einer Masse von 20 kg in 1 Sek. dieselbe Geschw. erteilt werden, so ist also ein Druck von $\frac{20}{9,8}$ kg nötig. Bei einer Geschw. von 600 m mufs die Kraft 600 mal so grofs sein. Da die Kugel diese Geschw. nicht nach 1 Sek., sondern schon nach $\frac{1}{100}$ Sek. erlangt, so mufs der Druck der Pulvergase $600 \times 100 \times \frac{20}{9,8}$ kg oder nahezu 122449 kg betragen.

Bem. Für wissenschaftliche Messungen nimmt man als **Einheit der Kraft** das **Dyn** an, das ist diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse (ein *Gramm*) in der Einheit der Zeit (eine *Sekunde*) die Einheit der Geschwindigkeit (ein *Centimeter*) erteilt. Das auf diesen Einheiten beruhende Mafssystem wird als das **Centimeter - Gramm - Sekunden - System** bezeichnet (C.-G.-S.-System). Die Masse eines Gramms wird dabei auf die geographische Breite von Paris bezogen. Bringt man dieselbe Masse unter eine andere Breite, so ändert sich ihr Gewicht (durch Wägung auf ein und derselben Federwage nachweisbar!), während die Masse selbst dieselbe bleibt. Da die Erdanziehung der Grammmasse in der ersten Sekunde des freien Fallens eine Geschwindigkeit von 981 cm erteilt, so entspricht dieselbe der Summe von 981 Krafteinheiten, mithin ist 1 Gramm = 981 Dyn oder umgekehrt 1 Dyn = $\frac{1}{981}$ Gramm (also ungefähr = 1 mg).

Zwei Kräfte sind offenbar gleichstark, wenn der Druck oder Zug der einen Kraft ebensogrofs ist wie der Druck oder Zug der anderen Kraft, oder wenn die Geschwindigkeiten, welche die beiden Kräfte während der gleichen Zeit gleichen Massen erteilen, einander gleich sind.

Verhält sich ein ruhender oder bewegter Körper unter der Einwirkung mehrerer Kräfte so, als ob die Kräfte gar nicht vorhanden wären, so sagt man, die Kräfte halten einander das **Gleichgewicht,** *oder der Körper sei im Gleichgewichte.*

An einer Maschine, welche in Bewegung ist, befinden sich die treibenden und die den Widerstand erzeugenden Kräfte im Gleichgewichte, wenn die Maschinenteile sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen.

Da eine Kraft stets zwischen zwei Körpern oder Körperteilchen wirkt, so ruft ihre Wirkung in allen Fällen eine ihr gleiche Gegenwirkung nach entgegengesetzter Richtung hervor. So ist z. B beim Spannen eines Bogens, dem Zusammendrücken einer elastischen Feder, dem Strecken einer dehnbaren Schnur oder dergl. deutlich eine Gegenwirkung wahrzunehmen, welche um so mehr zunimmt, je stärker man drückt oder zieht, und wieder abnimmt, wenn der ausgeübte Druck oder Zug nachläfst. Beim Zerreifsen, Zerdrücken, Zerschneiden, Zerbrechen eines Körpers übt nicht nur die Hand einen Druck oder Zug auf den Gegenstand oder das benutzte Werkzeug aus, sondern diese wirken ebensostark wieder auf die Hand zurück. Ein Pferd, das einen Wagen zieht, erleidet durch den Wagen nach rückwärts einen gleichen Gegenzug u. s. w. Wirkung und Gegenwirkung bei Anwendung magnetischer und elektrischer Kräfte. (Beispiele!)

Jede Wirkung erzeugt eine gleiche Gegenwirkung: **Reaktionsgesetz.**

Übungsstoff. 1. Welchen Vorteil gewährt bei dem Dynamometer (Fig. 189) die Einschaltung des Hebels ABC? (Das Verhältnis der Hebelarme sei 1 : 4 und der Punkt C liege etwa in $\frac{1}{3}$ der Länge des Zeigers.) — 2. Wie liefse sich mit Hilfe des Dynamometers ermitteln, wer von 2 Personen den stärksten Zug oder den stärksten Druck auszuüben vermag? — 3. Wie grofs ist die Beschleunigung der Schwere, a. auf dem Monde, b. auf der Sonne, wenn die Anziehung des Mondes $\frac{1}{6}$, die der Sonne das 28fache der Erdanziehung beträgt? (Vgl. § 56, Fragen 7 und 8.) — 4. Warum mufs aber dennoch die Masseneinheit für alle drei Himmelskörper dieselbe Gröfse haben? (Vgl. § 56, Frage 9.) — 5. Wv. Masseneinheiten enthält ein K. von 147 kg Gewicht? — 6. Wie läfst sich aus der Zahl der Masseneinheiten eines K. dessen Gew. bestimmen? — 7. Ein Eisenbahnwagen von 4900 kg werde von Arbeitern 30 Sek. lang auf den Schienen mit einer Kr. von 10 kg fortgeschoben. Welche Geschw. wird der Wagen dadurch erlangen, wenn von Reibung abgesehen wird? — 8. Wie grofs würde die Kr. sein müssen, wenn der Wagen in 20 Sek. eine Geschw. von 2 m erlangen sollte? — 9. Wie grofs mufs die Triebkraft der Pulvergase sein, wenn eine Flintenkugel von 20 g den Lauf mit einer Geschw. von 300 m verläfst, und die Dauer der Einwirkung $\frac{1}{150}$ Sek. beträgt? (Es soll vom Reibungswiderstande abgesehen und angenommen werden, die Triebkraft wirke immer mit derselben Stärke.)

---

§ 60. Mechanische Arbeit. Wird durch eine Kraft eine Bewegung hervorgebracht, z. B. ein Stein gehoben, eine Feder gespannt, ein Wagen fortgezogen, eine Maschine getrieben, eine Kugel abgeschossen u. s. w., so übt die Kraft in jedem Punkte ihres Weges einen Druck oder Zug aus: *sie überwindet also auf einer gewissen Strecke einen Widerstand.* Eine solche Kraftwirkung bezeichnet man als **mechanische Arbeit,** oder kurz als Arbeit.

Bem. Man verwechsele Arbeitsleistung nicht mit der blofsen Ausübung eines Druckes oder Zuges. Arbeit ist Druck oder Zug verbunden mit Bewegung.

Die Gröfse der mechanischen Arbeit hängt hiernach nicht allein von der Gröfse des überwundenen Widerstandes ab, sondern auch von der Gröfse der Strecke, auf welcher der Widerstand überwunden wurde und zwar wächst die Arbeit mit beiden in gleichem Verhältnis. Wird z. B. ein Stein von 10 kg gehoben, oder ein Wagen 10 m. weit fortgezogen, so ist die geleistete Arbeit 10mal so grofs, als wenn der Stein nur 1 kg wöge oder der Wagen nur 1 m weit fortbewegt würde.

Um die Gröfse der Arbeit kurz in Zahlen ausdrücken zu können, bezeichnet man als **Arbeitseinheit** *diejenige Arbeit, welche verrichtet wird, wenn eine Last von 1 kg 1 m hoch gehoben, oder überhaupt ein Widerstand von 1 kg auf einem Wege von 1 m überwunden wird.* Diese Arbeitseinheit heifst Kilogrammmeter (kgm) oder Meterkilogramm (mkg).

Beispiel. Wird ein Stein von 100 kg Gew. 1 m hoch gehoben oder eine Pflugschar bei einem Widerstande von 100 kg 1 m weit durch den Boden gezogen, so werden in beiden Fällen 100 mkg Arbeit verrichtet; die Arbeit würde 500 kg betragen, wenn entweder die Widerstände oder die Wegstrecken 5mal so grofs wären.

Die Arbeit (A) einer Kraft (P) ist gleich dem Produkte aus der Kraft und dem in ihrer eigenen Richtung zurückgelegten Wege (W).

In Zeichen: $A = P \cdot W$.

Bei Dampfmaschinen, wie überhaupt in allen Fällen, in denen eine bedeutende mechanische Arbeit geleistet wird, wendet man die sogen. Pferdekraft als Mafs für die geleistete Arbeit an. Ein kräftiges Pferd kann bei täglich achtstündiger Thätigkeit mit angemessener Unterbrechung einen Widerstand von 75 kg überwinden und dabei im Durchschnitt in jeder Sekunde einen Weg von 1 m zurücklegen. *Eine* **Pferdekraft** *ist hiernach die Arbeit von 75 mkg in einer Sekunde.*

Beispiel. Eine Maschine „arbeitet mit 100 Pferdekräften", heifst: Sie verrichtet in jeder Sekunde eine Arbeit von $75 \times 100 = 7500$ mkg. Dieselbe Arbeit würde eine Lokomotive leisten, wenn der Widerstand des Zuges z. B. 2500 kg und der in jeder Sekunde zurückgelegte Weg 3 m betrüge.

Wenn eine Kraft *unmittelbar* auf einen Körper einwirkt, z. B. ein Stein mit der Hand gehoben, ein Pflug durch ein Zugtier gezogen wird, so legen Kraft und Last gleiche Wege zurück. Die Last wirkt dabei als Gegenkraft in einer der Kraft gerade entgegengesetzten Richtung. Tritt während der Bewegung keine Änderung in der Geschw. ein, so müssen Kraft und Last einander gleich sein. Bezeichnet man nun die der Arbeit der Kraft entsprechende Gegenwirkung der Last ebenfalls als Arbeit, und zwar als Arbeit der Last, so kann man sagen, *die Arbeit der Last sei in solchem Falle der Arbeit der Kraft gleich.*

Wird zur Überwindung eines Widerstandes eine *Maschine* angewandt, so können (wie in früheren Paragraphen, §§ 7 bis 14, nachgewiesen ist) sowohl Kraft und Last selbst, als auch ihre Wege verschieden sein. Die früheren Betrachtungen haben in dieser Beziehung ergeben, dafs die Wege, welche Kraft und Last in ihrer eigenen Richtung zurücklegen, für den Fall des Gleichgewichtes sich umgekehrt wie Kraft und Last zu einander verhalten. Verhält sich nun *der Kraftweg zum Lastwege, wie die Last zur Kraft sich verhält* ($W_p : W_q = Q : P$), so gilt ganz allgemein das Gesetz:

Die Arbeit der Kraft ist gleich der Arbeit der Last.

In Zeichen: $P \cdot W_p = Q \cdot W_q$.

Die Arbeit, welche eine Kraft zur Überwindung eines Widerstandes mittelst einer Maschine verrichtet, ist demnach ebenso grofs wie diejenige Arbeit, welche die Kraft ohne Anwendung der Maschine zur Überwindung desselbeu Widerstandes hätte verrichten müssen. Durch eine Maschine kann daher wohl die geleistete Arbeit in zweckmäfsiger Weise übertragen werden, es kann aber niemals eine Vergröfserung der Arbeit durch die Maschine eintreten (der mechanische Vorteil ist gleich dem mechanischen Nachteil, § 14). Genau genommen ist der Gebrauch einer jeden Maschine noch mit einem Arbeitsverluste verbunden, da bei der Bewegung derselben stets Reibungswiderstände zu überwinden sind. Nichtsdestoweniger ist die Anwendung der Maschinen eine sehr nützliche, denn ohne Maschinen würden manche Arbeiten gar nicht verrichtet werden können. Da es unmöglich ist, durch eine Maschine Arbeit aus nichts zu schaffen, so ist es auch nicht möglich, eine Vorrichtung herzustellen, welche ununterbrochen Arbeit aus sich selbst erzeugen könnte (Perpetuum mobile).

Übungsstoff. 1. Wv. Arbeit wird verrichtet, wenn 4500 kg Mauersteine 6 m hoch gehoben werden? — 2. Ein Wagen werde 20 m weit fortbewegt und leiste einen Widerstand von 150 kg. Wv. Arbeit? — 3. Vermittelst eines Hebels werde eine Last von 240 kg durch 30 kg Kr. gehoben, der Kraftweg sei 0,8 m; a. Lastweg? b. Arbeit der Kr. und der L.? — 4. Angenommen, dieselbe L. sollte mit Hilfe einer losen Rolle um die gleiche Strecke gehoben werden. a. Wv. Kraft würde dazu nötig sein? b. Welchen Weg hätte die Kr. zurückzulegen? c. Wv. Arbeit würde dadurch geleistet werden? — 5. Durch Anwendung eines Wellrades werden 180 kg 3 m hoch gehoben, während die an der Kurbel wirkende Kr. einen Weg von 15 m zurücklegt. Wie grofs ist die Kr., und welche Arbeit wird von der Kr. und L. geleistet? — 6. An einer schiefen Ebene verhalte sich die Höhe zur Länge wie 1 : 10; es werden auf derselben 360 kg 1,5 m hoch gehoben; a. Wie grofs ist die parallel zur Ebene wirkende Kr., und welchen Weg legt die Kr. dabei zurück? b. Wie grofs ist die von der Kr. und L. geleistete Arbeit? — 7. Der Rücken eines Keiles sei 6 cm breit und die Seite desselben 30 cm lang, die Kr. sei gleich 50 kg. a. Gröfse des überwundenen Widerstandes? b. Arbeit der Kr. und der L., wenn der Keil 20 cm tief eingetrieben wird? — 8. Die Ganghöhe einer Schraube sei 8 mm, der Radius der Schraube gleich 3 cm und die am Umfange derselben wirkende Kr. betrage 20 kg. a. Wie grofs ist der ausgeübte Druck? b. Welchen Weg hat die Kr. zurückzulegen, wenn dieser Druck auf einer Strecke von 10 cm überwunden wird? c. Mech. Arbeit? — 9. Durch den Kopf der Schraube sei ein Stab gesteckt, an welchem die Kr. in einem 18 cm von der Achse der Schraube gelegenen Punkte wirke. Was würde sich ergeben, wenn die Kr. wiederum 20 kg beträge?

---

§ 61. Von den Hindernissen der Bewegung. Der Widerstand, welchen eine Kraft bei der Verrichtung einer mechanischen Arbeit überwindet, wird nicht allein durch die Trägheit der Masse des bewegten Körpers geleistet, sondern es treten, wie bereits in § 3 hervorgehoben wurde, jeder Bewegung noch gewisse Hindernisse hemmend entgegen, nämlich die Reibung und der Widerstand des Mittels.

Bei der Anwendung von Rollen u. dgl. erwächst auch aus der *Steifigkeit der Seile* ein Widerstand, welcher hemmend auf die Bewegung einwirkt.

Unter **Reibung** *versteht man dasjenige Bewegungshindernis, welches an den Berührungsflächen zweier Körper auftritt, wenn ein Körper sich auf einem anderen bewegt.* Man unterscheidet gleitende und rollende Reibung, je nachdem ein Körper auf einem anderen hingleitet, oder auf einer Unterlage fortrollt. (Beispiele!)

Die Reibung hat ihren Grund darin, dafs selbst die glattesten Flächen fester Körper Unebenheiten besitzen, und die sich berührenden

Teilchen der beiden Körper einander anziehen. Da nun die Unebenheiten der Berührungsflächen mehr oder weniger ineinander greifen, so müssen bei der Bewegung die hervorragenden Teilchen abgestofsen werden, oder der bewegte Körper mufs über sie hinweggehoben werden. Im ersteren Falle ist die *Kohäsion*, im letzteren die *Schwerkraft* zu überwinden. Der durch die *Adhäsion* geleistete Widerstand ist im allgemeinen am gröfsten, wenn die Bewegung beginnt, da während der Ruhe das Anhaften der Berührungsflächen zunimmt. — Für glatte Flächen gelten die beiden einfachen Gesetze:

1) Die gleitende wie die rollende Reibung nimmt zu wie der Druck, welchen der eine Körper gegen den anderen ausübt.

2) Die gleitende Reibung ist gröfser als die rollende und unabhängig von der Gröfse der Berührungsfläche der sich reibenden Körper.

Letzteres wird dadurch erklärlich, dafs bei der gröfseren Anzahl von Berührungspunkten der Druck sich auf eine gröfsere Fläche verteilt.

Zur Überwindung der rollenden Reibung ist bei demselben Drucke um so weniger Kraft erforderlich, je gröfser der Durchmesser des rollenden Körpers ist.

Die Zahlen, welche angeben, der wievielte Teil der Last als Kraft zur Überwindung der Reibung bei bestimmten Körpern erforderlich ist, werden **Reibungs-Koefficienten** *genannt.* Für Metall auf Metall ist der mittlere Koefficient der gleitenden Reibung während der Bewegung bei trockenen Flächen ungefähr $\frac{1}{6}$, bei geschmierten ungefähr ein $\frac{1}{14}$. Für gute Landstrafsen ist der Koefficient der rollenden Reibung durchschnittlich $\frac{1}{50}$, für Eisenbahnen $\frac{1}{200}$.

Die Reibung gewährt uns zahlreiche Vorteile. Ohne Reibung würde das Gehen, Fahren, das Festhalten von Gegenständen, das Eintreiben von Nägeln und Keilen, das Anziehen von Schrauben, das Übertragen der Bewegungen von Maschinenteilen mittelst Riemen, das Spielen auf Streichinstrumenten u. s. w. unmöglich sein. Bei der Anwendung von Maschinen wirkt die Reibung dadurch nachteilig, dafs die wirkliche Nutzleistung, d. h. die Überwindung der durch den Zweck der Maschine bedingten Widerstände, hinter der Arbeit der Kraft zurückbleibt. Die gleitende Reibung wird namentlich in solchen Fällen, in denen Lasten auf dem Boden fortzubewegen sind, dadurch vermieden, dafs man unter den betreffenden Körpern sogen. Leitrollen befestigt. Tische, Sessel, Bettstellen u. s. w. lassen sich bedeutend leichter verschieben, wenn sie mit derartigen Rollen versehen sind.

Als **Widerstand des Mittels** *bezeichnet man den Widerstand, welchen das Wasser und die Luft leisten, worin sich ein Körper bewegt.* Indem der Körper den Stoff vor sich her verdrängt, findet nicht nur eine Reibung statt, sondern der Stoff wird auch zum Teil selbst in Bewegung gesetzt. Letzteres namentlich wirkt hemmend auf die Bewegung des Körpers ein. Für mäfsige Geschwindigkeiten gilt der Satz:

Der Widerstand des Mittels wächst ungefähr wie das Quadrat der Geschwindigkeit; er ist um so gröfser, je dichter das Mittel ist, und hängt ferner von der Gröfse und Gestalt des bewegten Körpers ab.

Beispiel. Ein in Wasser mäfsig bewegter Körper setzt bei der 4fachen Geschw. in derselben Zeit 4mal soviel Wasser in Bewegung und erteilt dem

Wasser, mit welchem er in Bewegung kommt, auch die 4fache Geschwindigkeit; der Widerstand ist also $4 \times 4 = 16$mal so grofs geworden. — Bei sehr schnellen Bewegungen bilden sich rings um den bewegten Körper Schichten des Mittels, welche mit sehr verschiedener Geschw. fortgerissen werden und ihrerseits wieder andere mit fortreifsen. In solchen Fällen nimmt der Widerstand stärker zu, als oben angegeben ist

Um den Widerstand des Mittels zu verkleinern, giebt man Kähnen, Schiffen, den Scheiben der Uhrpendel u. s. w. eine besondere Form (welche?). Der Widerstand des Mittels ist vorteilhaft beim Schwimmen, Rudern, bei der Fortbewegung von Dampfschiffen durch Schaufelräder und Schrauben, beim Fallen mit einem Fallschirme, beim Fliegen der Vögel u. s. w.

Übungsstoff. 1. Kann die Form der Geschosse (ob kugelig oder spitz) einen Einflufs auf die Flugweite derselben ausüben, u. w.? — 2. Werden eine Bleikugel und eine Kugel von Eisen im W. gleichschnell fallen, a. wenn sie gleichgrofs sind, b. wenn sie gleiches Gew. haben? Grund! — 3. Warum fliefst das W. eines Flusses in der Mitte schneller als am Ufer? — 4. Wenn W. durch einen Schlauch hindurchgetrieben wird (Feuerspritze), so erleidet es im Verhältnis zu seiner Masse einen um so geringeren Reibungswiderstand, je weiter der Schlauch ist. Erkl.! — 5. Warum steigt bei Springbrunnen und Feuerspritzen das W. nicht so hoch, als es nach der Gröfse des Druckes steigen müfste? — 6. Welchen Einflufs würde es auf die Bewegung eines Eisenbahnzuges ausüben, wenn man die Schienen stark mit Fett bestriche? (Raupenzüge.) — 7. Auf welche Weise und zu welchem Zwecke sucht man bei Glatteis die Reibung zu vergröfsern? — 8. Welchen Einflufs übt die Gröfse eines Wagenrades auf die Überwindung der Reibung aus? — 9. Wie ändert sich die Reibung, wenn das Gew. eines Wagens doppelt so grofs wird? — 10. Warum laufen Zapfen in ihren Lagern am leichtesten, wenn sie schon längere Zeit gebraucht sind? — 11. Welche Mittel werden angewandt, um auf Fahrstrafsen die Reibung zu vermindern? — 12. Wv. Kr. ist erforderlich, um einen Wagen von 2000 kg a. auf einer gewöhnlichen Strafse, b. auf Schienen fortzubewegen, wenn die Bahnen wagerecht sind (Rbg.-Koeff. siehe oben)? — 13. Ein Eisenbahnwagen habe ein Gew. von 12000 kg und werde auf einer wagerechten Bahn 30 m weit fortbewegt. Wie grofs ist die geleistete Arbeit, wenn die Reibung $\frac{1}{200}$ beträgt? — 14. Der Umfang eines Schleifsteines sei 4 m, der Druck des zu schleifenden Gegenstandes senkrecht gegen die Schleiffläche betrage 20 kg, der Reibungs-Koeff. sei $\frac{1}{5}$. Wv. Arbeit ist nach 15 Umdrehungen verrichtet?

---

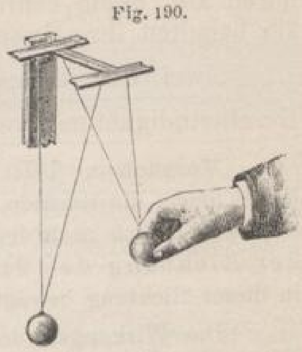
§ 62. Vom Stofse. Trifft ein bewegter Körper auf einen anderen ruhenden oder bewegten Körper, so entsteht ein Stofs. Da die zusammenstofsenden Körper ineinander einzudringen streben, so findet dabei je nach ihrer materiellen Beschaffenheit eine mehr oder weniger merkliche Verschiebung ihrer Massenteilchen statt; aufserdem tritt eine Änderung in den Bewegungszuständen der Körper ein. Einen wesentlichen Einflufs übt die gröfsere oder geringere Elasticität der Körper auf den Erfolg des Stofses aus. Man hat daher namentlich zwischen dem Stofse der elastischen und der als unelastisch geltenden Körper zu unterscheiden. Je nach der Richtung, in welcher der Stofs erfolgt, wird er als gerader, schiefer, centraler oder excentrischer Stofs bezeichnet.

Ein Stofs heifst gerade, wenn er rechtwinklig gegen die Berührungsfläche der beiden Körper gerichtet ist, schief, wenn dies nicht stattfindet; er wird central genannt, wenn die Richtung desselben durch den Schwerpunkt des gestofsenen Körpers hindurchgeht, andernfalls heifst er excentrisch.

Im folgenden findet der Einfachheit wegen nur der centrale Stofs kugelförmiger Körper, deren Masse als vollkommen elastisch oder als vollkommen unelastisch angesehen werden kann, eine Berücksichtigung.

1. Centraler Stofs unelastischer Kugeln. **Versuch a.** Hebt man von 2 gleichgrofsen Thonkugeln, welche an Doppelfäden dicht nebeneinander in gleicher Höhe aufgehängt sind, die eine nach der Seite hin auf (Fig. 190) und läfst sie dann fallen, so bewegen sich beide Kugeln nach dem Zusammenstofse in der Richtung jener Kugel mit der Hälfte der ursprünglichen Geschwindigkeit weiter. Läfst man beide aus gleicher Höhe nach entgegengesetzten Seiten herabfallen, so heben sich ihre Geschwindigkeiten gegenseitig auf. Ein Zusammenstofs bei ungleichen Geschwindigkeiten ergiebt für gleich gerichtete Bewegungen eine Geschwindigkeit, welche gleich der halben *Summe*, für entgegengesetzt gerichtete eine Geschwindigkeit, welche gleich der halben *Differenz* der ursprünglichen Geschwindigkeiten ist. Hieraus folgt:

Fig. 190.



Wenn zwei unelastische Kugeln von gleicher Masse gerade und central zusammenstofsen, so ist ihre gemeinsame Geschwindigkeit gleich dem arithmetischen Mittel ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten.

Wenn C und c die Geschwindigkeiten vor, V die Geschwindigkeit nach dem Stofse bezeichnen, so ist in Zeichen: $V = \frac{C + c}{2}$.

(Je nach der Bewegungsrichtung ist c positiv oder negativ zu setzen.)

Da ein ruhender Körper zur Erlangung einer bestimmten Geschwindigkeit nach bekannten Erfahrungen desto mehr Kraft erfordert, je gröfser seine Masse ist, so kann ein bewegter Körper auch um so mehr Bewegung an einen anderen abgeben, je mehr Masse er enthält. Aus Versuch c, § 58, läfst sich schliefsen, dafs ein Körper, welcher m Masseneinheiten enthält, einem anderen Körper auch eine m mal so grofse Geschwindigkeit erteilen kann, als ein mit derselben Geschwindigkeit sich bewegender Körper von 1 Masseneinheit. Die Geschwindigkeit, welche zwei bewegte unelastische Körper beim Zusammenstofse annehmen, läfst sich daher dadurch bestimmen, dafs man zunächst diejenigen Geschwindigkeiten berechnet, welche beide Körper einzeln einer Masseneinheit erteilen können, und darauf die Summen dieser Geschwindigkeiten durch die Zahl der Masseneinheiten dividiert.

In Zeichen: $V = \frac{MC + mc}{M + m}$.

Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit ist der Ausdruck für die **Bewegungsgröfse** *oder* **Bewegungsquantität** *eines bewegten Körpers.*

2. Centraler Stofs elastischer Kugeln. Bekannte Erfahrungen lehren, dafs elastische Kugeln nach einem geraden Stofse gegen eine feste Wand auf demselben Wege und mit derselben Geschwindigkeit wieder zurückkehren, während unelastische Körper liegen bleiben. Wird eine elastische Kugel central gestofsen, sodafs sie schräg gegen eine feste Wand trifft, so springt sie mit derselben Geschwindigkeit und unter demselben Winkel nach der anderen Seite zurück (Gummibälle, Billardkugeln). — Treffen zwei Kugeln aufeinander, so ergiebt sich Folgendes:

Versuch b. Verfährt man wie bei Versuch a mit 2 gleichgrofsen Elfenbeinkugeln, so nimmt die ruhende Kugel die Bewegung der anderen an und diese ruht nach dem Stofse. Läfst man beide Kugeln aus beliebiger Höhe herabfallen, so nimmt die eine die Geschwindigkeit der anderen an. Beide kehren nach dem Stofse um, wenn sie entgegengesetzt, sie behalten ihre Bewegungsrichtung bei, wenn sie gleich gerichtet waren.

Zwei elastische Kugeln von gleicher Masse vertauschen ihre Geschwindigkeiten, wenn sie gerade und central zusammenstofsen.

Versuch c. Läfst man von 2 ungleichgrofsen Kugeln 1) die gröfsere Kugel gegen die ruhende kleinere, 2) die kleinere gegen die ruhende gröfsere stofsen, so bewegen sich nach dem Stofse beide Kugeln und zwar im 1. Falle beide in der Richtung des Stofses, während im 2. Falle nur die gröfsere Kugel sich in dieser Richtung bewegt, die kleinere hingegen wieder zurückspringt.

Die Wirkungen des Stofses werden sehr häufig benutzt, um einen harten Körper in einen weichen einzuschlagen oder einzurammen, ferner bei Bearbeitung eines Körpers durch Hammerschläge, bei Stampf-, Poch-, Hammerwerken u. dgl. Der Stofs elastischer Kugeln findet seine bekannteste Anwendung beim Billardspiele. Bei manchen Fahrzeugen, Maschinen u. s. w. sucht man die schädlichen unelastischen Stöfse dadurch zu vermeiden oder abzuschwächen, dafs man zwischen den unelastischen Körpern elastische einschaltet.

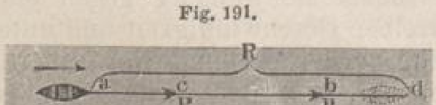
Übungsstoff. 1. Erkläre die Wirkung eines Sprungbrettes. — 2. Eine Billardkugel soll so gestofsen werden, dafs sie eine ruhende Kugel in Bewegung setzt, nach dem Stofse selbst aber stillsteht. Wie ist dies auszuführen? — 3. Wie ferner, wenn die gestofsene Kugel hinter der anderen herlaufen soll? — 4. Wenn Nägel in dünne Bretter eingeschlagen werden, so wirkt der elastische Stofs oft störend; inwiefern? — 5. Wie verfährt man in solchen Fällen, um die beabsichtigte Wirkung zu erzielen? — 6. Inwiefern macht es sich dabei bemerklich, dafs die Geschw., welche der ruhende Körper durch den Stofs erhält, mit der Gröfse seiner Masse abnimmt? — 7. In der Hand kann man, ohne sich zu schaden, Steine zerschlagen, wenn Hand und Arm frei sind, nicht aber, wenn die Hand auf einer Unterlage liegt. Erkl.! — 8. Das Abprallen beim schiefen Stofse kann unter gewissen Bedingungen auch durch Flgkn. erfolgen. Bekanntes Beispiel! — 9. Von 2 gleichgrofsen unelastischen Kugeln habe die eine 10 m, die andere 15 m Geschw. Wie werden sie sich nach ihrem Zusammenstofse verhalten, wenn der Stofs ein gerader und centraler ist und die Bewegungsrichtungen vor dem Stofse a. gleich, b. entgegengesetzt waren? — 10. Wie ferner, wenn die Kugeln a. 6 und 4 kg, b. 2 und 5 kg wiegen?

---

b. Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegungen und Kräften.

§ 63. Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegungen. Sehr häufig ist die Bewegung eines Körpers nicht die Wirkung einer einzelnen Kraft, sondern ein Ergebnis von dem Zusammenwirken mehrerer Kräfte. Ein sehr bekanntes und einfaches Beispiel hierzu ist die Bewegung eines Kahnes, auf den sowohl die Kraft, mit welcher gerudert wird, als auch die Strömung des Gewässers einwirkt. Angenommen, der Kahn m (Fig. 191) werde durch die Ruderkraft (P) innerhalb einer gewissen Zeit in gerader Richtung von a nach b, durch die Strömung (P_1) allein in derselben Zeit und *in gleicher Richtung* von a nach c getrieben, so legt er, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken, innerhalb derselben Zeit einen Weg (ad) zu-

Fig. 191.



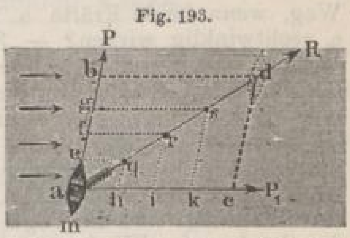
rück, welcher zwar auch die Richtung ab hat, aber um ac länger ist als ab (ad = ab + ac). Würde der Kahn während des Ruderns durch die Strömung *in entgegengesetzter Richtung* um ac (Fig. 192) rückwärts getrieben, so würde er während dieser Zeit in einem Punkte ankommen, welcher um ac hinter b liegt (ad = ab — ac). Hieraus folgt:

Fig. 192.

Wird ein Körper in gerader Linie zu zwei Bewegungen angeregt, so ist der wirklich zurückgelegte Weg bei gleicher Richtung der Kräfte gleich der Summe, bei entgegengesetzter Richtung derselben gleich dem Unterschiede der einzelnen Wege.

Wirkten die beiden Kräfte wie in Fig. 193, *unter einem Winkel* auf den Kahn ein, so würde der Kahn weder in der einen noch in der anderen Richtung sich bewegen. Statt nach b zu gelangen, würde er offenbar in einem Punkte ankommen, welcher von b um ac in der Richtung der Strömung entfernt ist, also in dem Schnittpunkte d der von b und c zu ac und ab gezogenen Parallelen. Der Kahn hat somit die dem Ausgangspunkte a gegenüberliegende Ecke des Parallelogramms erreicht.

Fig. 193.



Das Parallelogramm, in welchem zwei anstofsende Seiten die Einzelwege darstellen, die ein durch zwei Kräfte bewegter Körper in gleichen Zeiten zurücklegen würde, heifst **Bewegungs-Parallelogramm.**

Wird ein Körper zu zwei Bewegungen angeregt, deren Richtungen einen Winkel miteinander bilden, so befindet er sich nach irgend einer Zeit in der seinem Ausgangspunkte gegenüberliegenden Ecke des Bewegungs-Parallelogramms.

Ist die Wirkung der beiden Kräfte derart, dafs der bewegte Körper durch jede Kraft allein getrieben, in gleichen, wenn auch noch so klein angenommenen Zeiten von beiden Seitenwegen gleiche Bruchteile zurücklegen würde, so bleibt die von ihm einmal eingeschlagene Richtung immer dieselbe (warum?). Alle Punkte, welche er unter dieser Voraussetzung trifft, müssen demnach in einer geraden Linie und zwar in der Diagonale seines Bewegungs-Parallelogramms liegen.

Welchen Einflufs würde es nach Fig. 193 auf die Richtung des vom Kahn in Wirklichkeit zurückgelegten Weges ausüben, wenn a. mit zunehmender, b. mit abnehmender Kraft gerudert würde, die Strömung aber immer gleichstark wäre?

Sind die Seitenbewegungen gleichartig, so stellt die Diagonale des Bewegungs-Parallelogramms den Weg dar, welchen der Körper in Wirklichkeit zurücklegt **(Mittelweg** oder **resultierender Weg).**

Wenn s und s_1 die Seitenwege bedeuten für den besonderen Fall, dafs diese einen rechten Winkel einschliefsen, so ist in Zeichen: $R = \sqrt{s^2 + s_1^2}$.†)

†) Allgemein: $R = \sqrt{s^2 + {}_1s^2 + 2 s . s_1 . \cos w}$ (siehe Seite 148).

Werden die Strecken ae, ef, fg und gb (Fig. 193), sowie die Strecken ah, hi, ik und kc in je 1 Sek. durchlaufen, so stellen sie die Seiten-Geschwindigkeiten, die auf der Diagonale gelegenen Strecken aq, qr, rs und sd hingegen die resultierenden Geschwindigkeiten dar.

Wäre der Weg ad gegeben und die Aufgabe gestellt, die Bewegung des Körpers in zwei etwa der Richtung nach gegebene Seitenbewegungen zu zerlegen, also z. B. zu bestimmen, welchen Weg der Kahn durch die Strömung, sowie durch das Rudern allein zurückgelegt haben würde, so brauchte man offenbar nur durch d zu den Geraden, welche jene Richtungen angeben, Parallelen zu ziehen. Dieses Verfahren wird als das **Zerlegen von Bewegungen** bezeichnet.

Übungsstoff. 1. Wie würde die Richtung und Länge des Mittelweges (Fig. 193) sich ändern, wenn der Winkel, welchen die beiden Kraftrichtungen einschliefsen, a. bis 0° abnähme, b. bis 180° zunähme, die Gröfse der Seitenkräfte aber sich nicht änderte? — 2. Ein Kahn lege durch andauerndes, gleichstarkes Rudern allein in 1 Minute 60 m, durch die Strömung allein 20 m zurück. Welches ist der Weg, wenn beide Kräfte a. in gleicher, b. in gerade entgegengesetzter Richtung, c. rechtwinklig wirken? — 3. Einflufs des Winkels auf Richtung und Länge des Weges? — 4. Ein Stein werde a. senkrecht abwärts, b. senkrecht aufwärts geworfen; die Wurfkraft erteile ihm eine Geschw. von 50 m. Welche Geschw. hat der Stein nach 1, 2, 3, 4... Sek., wenn die Geschw., welche ein frei fallender K. in diesen Zeiteinheiten erlangt, 10, 20, 30, 40... m beträgt? — 5. Wie müfste die Bahn eines wagerecht geworfenen Steines beschaffen sein, wenn letzterer mit gleichförmiger Geschw. zur Erde hinabsänke, und wie ist sie in Wirklichkeit; w.? — 6. Nach welcher Richtung wird ein Vogel getrieben, der bei Westwind nach Norden fliegt, wenn die Geschw. des Windes ebenso grofs ist als die Geschw., welche die Flugkraft dem Vogel erteilt? — 7. Wovon hängt es hierbei ab, ob der Weg mehr eine nördliche oder westliche Richtung hat? — 8. Welche Richtung hat der Weg, den eine quer durch einen im Fahren begriffenen Eisenbahnwagen rollende Kugel zurücklegt, in Bezug auf die Schienen? — 9. Einflufs der Geschw. auf die Gröfse des Winkels, den der Weg der Kugel mit den Schienen bildet? — 10. Warum ist von einem schnell fahrenden Schiffe aus ein am Ufer befindlicher Gegenstand durch einen Wurf schwer zu treffen? — 11. Wirkliche und scheinbare Richtung a. eines bei ruhiger Luft nahe vor dem Fenster eines Eisenbahnwagens, b. eines am Fenster selbst während der Fahrt herabfallenden Regentropfens? — 12. Einflufs der Fahrgeschwindigkeit? — 13. Wie mufs sich der Lauf des Schiffes (Fig. 57) ändern, wenn beim Vorwärtsfahren das Steuer a. schräg nach rechts, b. schräg nach links gedreht wird, u. w.?

---

§ 64. Zusammensetzung der Kräfte. Wie sich aus den Wegen, welche ein Körper unter der Einwirkung zweier oder mehrerer Kräfte einzeln zurücklegen würde, der in Wirklichkeit zurückgelegte Weg finden läfst, so läfst sich auch aus den einzelnen Kräften eine Kraft bestimmen, durch welche dieselben in ihrer gemeinsamen Wirkung ersetzt werden können. Fälle, in denen ein Zusammenwirken von Kräften stattfindet, sind aufser den in vorigem Paragraphen betrachteten Beispielen die Fortbewegung eines Schiffes durch Wind und Strömung, die Bewegung eines Geschosses unter der Einwirkung von Pulverkraft und Erdanziehung, das Aufziehen eines Rammbärs durch mehrere an Seilen wirkende Zugkräfte, das Zusammenwirken von Kraft und Last am Hebel u. s. w.

Eine Kraft, welche allein dieselbe Wirkung hervorbringt, wie zwei oder mehrere gleichzeitig wirkende Kräfte, wird **Mittelkraft** *oder* **Resultierende** *genannt; die Einzelkräfte heifsen* **Seitenkräfte** *oder* **Komponenten.**

1. Zusammensetzung von Kräften, welche denselben Angriffspunkt haben und in derselben Geraden wirken.

Da die Stärke der Kräfte nur nach der Gröſse ihrer Wirkungen beurteilt werden kann, so giebt das Verhältnis, in welchem der von einem Körper durch die Einwirkung mehrerer Kräfte zurückgelegte Weg zu denjenigen Wegen steht, die der Körper durch die Seitenkräfte innerhalb derselben Zeit einzeln zurücklegen würde, auch zugleich das Verhältnis der Mittelkraft zu den Seitenkräften an. Es ergiebt sich somit nach Anleitung der Figuren 191 und 192 des vorigen Paragraphen:

1. Wenn zwei oder mehrere Kräfte in derselben Richtung gleichzeitig auf einen Punkt wirken, so hat die Mittelkraft dieselbe Richtung und ist gleich der **Summe** der einzelnen Kräfte.

In Zeichen: $R = P + P_1 + P_2 + \cdots$

2. Wirken zwei Kräfte in gerade entgegengesetzter Richtung gleichzeitig auf einen Punkt, so hat die Mittelkraft die Richtung der gröſseren Kraft und ist gleich dem **Unterschiede** der beiden Kräfte.

In Zeichen: $R = P - P_1$, wenn $P > P_1$ ist.

Beides ist für Druck- oder Zugkräfte durch die Figuren 194 und 195 veranschaulicht, in denen die in n wirkenden Einzelkräfte durch eine Kraft R = Q ersetzt gedacht werden können (mo sei gleich on). *Linien, welche den Angriffspunkt, die Richtung und Gröſse von Kräften darstellen, heiſsen* **Kraftlinien.**

Fig. 194.

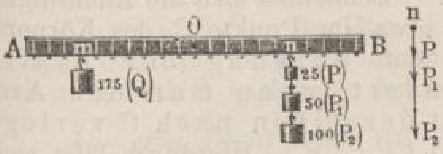
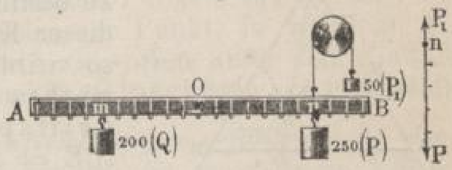


Fig. 195.

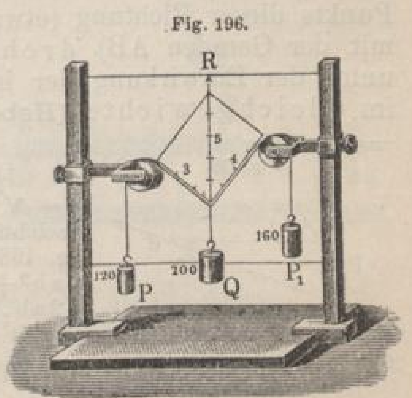


Aus obigem (2.) folgt, daſs zwei in demselben Punkte nach gerade entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte einander das **Gleichgewicht** halten, wenn sie gleichgroſs sind.

2. Zusammensetzung von Kräften, welche denselben Angriffspunkt haben und einen Winkel einschlieſsen.

Sieht man wie vorhin die Geraden, welche in Fig. 193 die Wege darstellen, als Kraftlinien an, so läſst sich die Richtung und Gröſse der Mittelkraft in Bezug auf die beiden Seitenkräfte unmittelbar daraus ableiten (in welcher Weise?). Das Parallelogramm der Bewegungen stellt dann ein Parallelogramm der Kräfte dar. Bestätigung:

Fig. 196.



Versuch. Wird eine über 2 Rollen gehängte Schnur an ihren Enden und zwischen den Rollen so belastet, daſs Gleichgewicht entsteht, so stellen die schrägen Schnurteile 2 anstofsende Seiten eines Parallelogramms dar, dessen senkrechte Diagonale sich zu diesen Seiten ebenso verhält, wie das mittlere Gewicht zu den entsprechenden Seitengewichten, wie sich leicht durch eine Zeichnung nachweisen läfst.

Wenn zwei Kräfte unter einem Winkel gleichzeitig auf eine Punkt einwirken, so wird die Richtung und Stärke ihrer Mittelkraft durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt, dessen Seiten die Richtung und Stärke der Seitenkräfte ausdrücken. **(Parallelogramm der Kräfte.)**

Für den besonderen Fall, dafs der Winkel, unter welchem die Kräfte wirken, ein rechter ist, ist in Zeichen: $R = \sqrt{P^2 + P_1^2}$.†)

Für mehrere Kräfte läfst sich dadurch eine Mittelkraft finden, dafs man zunächst zwei Kräfte zusammensetzt, die erhaltene Mittelkraft mit der dritten Kraft vereinigt u. s. w.

3. Zusammensetzung von Kräften mit verschiedenen Angriffspunkten.

(Anwendung des Parallelogramms der Kräfte.)

a. Zwei sich schneidende Kräfte. Gesetzt, auf einen beliebigen festen Körper wirken in den Punkten A und B (Fig. 197) *in derselben Ebene, aber in verschiedener Richtung* die beiden Kräfte P und P_1 ein, und es sei die Mittelkraft zu bestimmen. — Schneiden sich die Richtungen dieser Kräfte etwa im Punkte C des Körpers, so wird an der Wirkung der Kräfte nichts geändert, wenn man den Angriffspunkt derselben nach C verlegt (CE = P und CF = P_1). Hierdurch läfst sich der gegebene Fall auf den einfacheren zurückführen, dafs beide Kräfte denselben Angriffspunkt haben. Das Parallelogramm CEDF ergiebt dann die *Mittelkraft* CD ††), deren Angriffspunkt ohne Änderung der Wirkung ebenfalls in ihrer eigenen Richtung beliebig verlegt werden kann. Wäre der Körper nun in irgend einem Punkte dieser Richtung (etwa in O, dem Durchschnittspunkte derselben mit der Geraden AB) drehbar befestigt, so befände er sich offenbar unter der Einwirkung der in A und B angreifenden Kräfte P und P_1 im Gleichgewichte **(Hebel,** vergl. § 68).

Fig. 197.

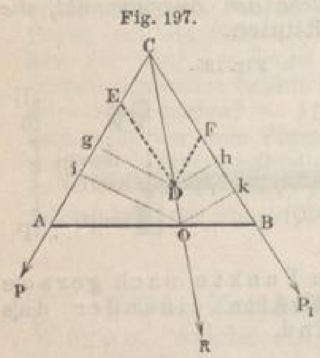
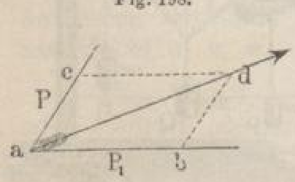


Fig. 198.



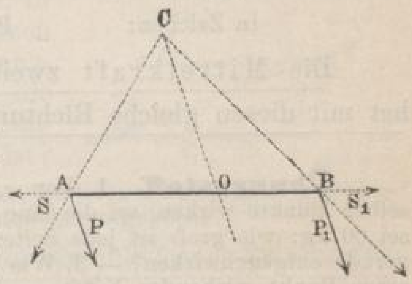
†) Trigonometrisch allgemein ausgedrückt: $R = \sqrt{P^2 + P_1^2 + 2P.P_1.\cos w}$, wenn w den Winkel bezeichnet, unter welchem die Kräfte wirken, denn nach Fig. 198 ist $ad^2 = ab^2 + bd^2 - 2ab.bd.\cos \sphericalangle abd = ab^2 + ac^2 - 2ab.ac.\cos(180^0 - \sphericalangle cab) = ab^2 + ac^2 + 2ab.ac.\cos \sphericalangle cab$, weil minus $\cos(180^0 - \sphericalangle cab)$ = plus $\cos \sphericalangle cab$.

††) Trigonometrisch: $R = CD = \sqrt{P^2 + P_1^2 + 2P.P_1 \cos w}$. (Siehe †) dieser Seite.)

Die vom Drehpunkte O auf die Kraftrichtungen gefällten Lote Oi und Ok verhalten sich hierbei umgekehrt wie die zugehörigen Kräfte selbst. Zieht man nämlich die Hülfslote Dg und Dh, so ist $Ok : Oi = Dh : Dg = DF : DE = EC : FC = P : P_1$, da $Ok \parallel Dh$, $Oi \parallel Dg$, $\triangle DhF \sim \triangle DgE$ u. s. w.

b. Zwei gleich gerichtete Kräfte. Sind die beiden *in derselben Ebene* auf den Körper wirkenden Kräfte *parallel und gleich gerichtet* (Fig. 199), so läfst sich die Mittelkraft ähnlich wie vorhin bestimmen. Wir nehmen zu diesem Zwecke zunächst wieder an, der Körper sei ganz frei beweglich. Um diesen Fall auf den vorigen zurückzuführen, kann man sich vorstellen, in A und B wirken noch 2 gleiche entgegengesetzte Kräfte (S und S_1) in der Richtung von AB. Dadurch wird an der Wirkung jener parallelen Kräfte nichts geändert. Setzt man dann die in A und B wirkenden Kräfte (P und S, P_1 und S_1) zu je einer Mittelkraft zusammen und verlegt darauf wie oben die Angriffspunkte beider Mittelkräfte nach C, indem man sich vorstellt, jedes der beiden Kräfteparallelogramme werde in der Richtung seiner Diagonale verschoben, so heben sich die beiden gerade entgegengesetzt gerichteten Seitenkräfte auf, während die beiden gleich gerichteten durch eine *Mittelkraft* ersetzt werden können, welche dieselbe Richtung hat und der Summe dieser Kräfte $(P + P_1)$ gleich ist†) (Figur weiter auszuführen!). Ist nun der Punkt O der Geraden AB ein in der Richtung der Mittelkraft gelegener Punkt, in welchem der Körper drehbar befestigt sei, so entsteht wie vorhin unter dem Einflufs der in A und B wirkenden Kräfte P und P_1 Gleichgewicht **(Hebel).**

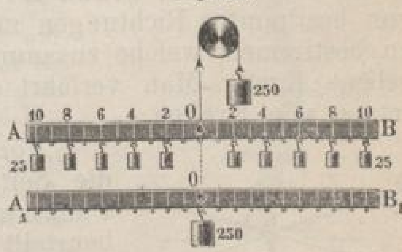
Fig. 199.



Die vom Drehpunkte auf die Kraftrichtungen gefällten Lote verhalten sich auch hierbei wieder umgekehrt wie die zugehörigen Kräfte. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke der an A und B zu zeichnenden Parallelogramme mit den anstofsenden Dreiecken CAO und CBO folgt nämlich $S : P = AO : CO$ und $S_1 : P_1 = BO : CO$. Da nun $S \cdot CO = S_1 \cdot CO$ (denn $S = S_1$), so ist auch $P \cdot AO = P_1 \cdot BO$ oder $P : P_1 = BO : AO = L_1 : L$ (Lote von O auf die Richtungen der Kräfte).

Dies findet für den besonderen Fall, dafs die Kräfte unter rechten Winkeln auf einen wagerechten Stab einwirken, nach Anleitung von Fig. 200 darin seine Bestätigung, dafs von den gleichen Gewichten, welche auf den frei an einer festen Rolle hängenden Hebel AB wirken, sich je 2 durch ein im Drehpunkte aufgehängtes Gewicht ersetzen lassen, welches der Summe der beiden Gewichte gleich ist. Eine Belastung des Hebels mit ungleichen Gewichten ergiebt

Fig. 200.



†) Trigonometrisch: Ist $P \parallel P_1$, so verwandelt sich die Gleichung:
$R = \sqrt{P^2 + P_1^2 + 2P.P_1 . \cos w}$ (siehe vorige Seite unten) in die einfachere:
$R = \sqrt{P^2 + P_1^2 + 2P.P_1} = P + P_1$, da für diesen Fall $\sphericalangle w =$ Null und $\cos 0 = 1$ ist.

dasselbe, wenn die Abstände vom Drehpunkte für je 2 Gewichte sich umgekehrt wie diese verhalten.

Bezeichnet man die auf den drehbaren Körper wirkenden Seitenkräfte wegen ihrer Wirkung als Drehkräfte, so folgt:

Zwei Drehkräfte halten einander das Gleichgewicht, wenn ihre Mittelkraft durch den Drehpunkt des Körpers geht. Dies findet statt, wenn sich die Kräfte umgekehrt verhalten, wie die vom Drehpunkte auf ihre Richtungslinien gefällten Lote.

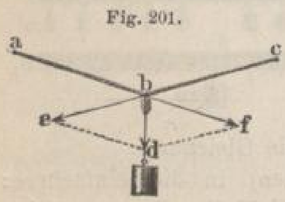
In Zeichen: $P : P_1 = L_1 : L.$

Die Mittelkraft zweier parallel und gleich gerichteten Kräfte hat mit diesen gleiche Richtung und ist der Summe derselben gleich.

Übungsstoff. 1. Von zwei gleich gerichteten Kräften, welche in demselben Punkte wirken, sei die eine doppelt so grofs als die andere, ihre Mittelkraft sei 60 kg: wie grofs ist jede Seitenkraft? — 2. Wie grofs aber, wenn sie einander gerade entgegenwirken? — 3. Wie ändert sich die Gröfse der Mittelkraft zweier auf einen Punkt wirkenden Kräfte, wenn letztere zunächst gleich gerichtet sind, und darauf ihre gegenseitige Richtung so ändern, dafs sie entgegengesetzte Richtungen erhalten? — 4. Wie ferner die Richtung, wenn die Seitenkräfte etwa einen spitzen Winkel einschliefsen und beide zunächst gleich sind, eine derselben darauf aber ihre Gröfse ändert? — 5. Warum ist es für die Wirkung nicht gleichgültig, in welchen Abständen die einen Rammbär aufziehenden Arbeiter voneinander stehen? — 6. Ein angehauener Baum soll mit mehreren Seilen niedergezogen werden. Welchen Einflufs hat dabei a. die Höhe, in welcher die Seile befestigt sind, b. der Winkel, welchen die Seile mit dem Baumstamme einschliefsen, c. die Richtung, welche die Zuglinien gegeneinander haben? — 7. Von 2 Kräften, welche auf denselben Punkt wirken und einen rechten Winkel einschliefsen, sei die eine gleich 15, die andere gleich 20 kg; wie grofs ist ihre Mittelkraft? — 8. Welchen Druck erleiden die Drehungsachsen der in den Fig. 22 und 23 dargestellten Hebel durch die an letzteren wirkenden Gewichte? — 9. In welchem Punkte mufs ein gerader unbiegsamer Stab von 80 cm Länge und gleichmäfsiger Dicke unterstützt werden, wenn an dessen einem Ende 10 kg, am andern 15 kg hängen und Glgew. entstehen soll? (Mittelkraft!) — 10. Angriffspunkt und Gröfse der Mittelkraft bei den Rollen? — 11. Welchen Zug erleiden die beiden oberen Haken (Fig. 29) durch P und Q? ($P = 1$ kg.)

§ 65. Zerlegung der Kräfte. Um die Wirkung einer einzelnen gegebenen Kraft richtig beurteilen zu können, ist es in manchen Fällen erforderlich, diese Kraft in zwei oder mehrere Kräfte von bestimmten Richtungen zu zerlegen, d. h. zwei oder mehrere Kräfte zu bestimmen, welche zusammen dieselbe Wirkung haben, wie die gegebene Kraft. Man verfährt hierbei umgekehrt wie beim Zusammensetzen von Kräften.

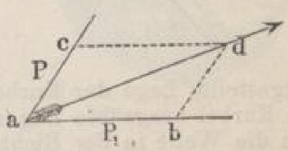
Fig. 201.



Von besonderer Wichtigkeit ist der Fall, dafs die Seitenkräfte unter einem Winkel auf einen Punkt wirken. Sollte z. B. die Stärke des Zuges beurteilt werden, welchen die beiden Aufhängepunkte a und c des Seiles abc (Fig. 201) durch die in der Mitte b desselben hängende Last von etwa 50 kg erleiden, so könnte man sich vorstellen, dafs jeder Teil des Seiles durch eine besondere, in b wirkende Kraft angezogen würde. Stellt etwa bd die Richtung und Gröfse der senkrecht abwärts gerichteten Zugkraft dar, so erhält man die Gröfse der Seitenkräfte, wenn man ab und cb über b hinaus verlängert und zu diesen Linien durch d Parallelen gezogen denkt. Wie nun in dem dadurch entstehenden Parallelogramme bedf die Seiten be und bf sich zur Diagonale bd verhalten, ebenso verhält sich nach dem vorigen Paragraphen der Zug, welchen die Punkte a und c erleiden, zu jenem Gewichte. Wäre etwa eb = bf = 2bd, so betrüge der Zug links und rechts je 100 kg.

In Fig. 202 ist eine Kraft (R = ad) in zwei Seitenkräfte zerlegt, welche einen spitzen Winkel einschliefsen. Wie ist die Zeichnung auszuführen, wenn 1) nur die Richtung, 2) nur die Gröfse der beiden Seitenkräfte, 3) die Richtung und Gröfse von nur einer Seitenkraft gegeben ist?

Fig. 202.



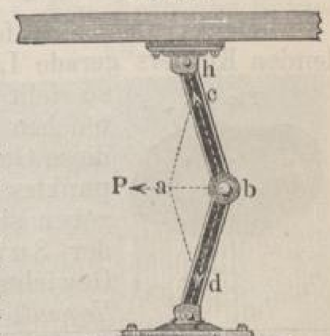
Bem. Die Mittelkraft ist in diesen und den späteren Abbildungen gewöhnlich durch Befiederung der sie darstellenden Geraden hervorgehoben.

Eine Kraft wird in zwei einen Winkel einschliefsende Seitenkräfte zerlegt, indem man ein Parallelogramm zeichnet, in welchem die Diagonale die gegebene Kraft und die anstofsenden Seiten die zu suchenden Kräfte darstellen.

Übungsstoff. 1. Das Seil abc, Fig. 201, laufe in c über eine feste Rolle und sei hier so belastet, dafs Glgew. entsteht. Was wird eintreten, wenn man die Rolle 1) dem Punkte a nähert, 2) weiter von a entfernt? Erkl.! (Das mittlere Gew. sei an einer losen Rolle aufgehängt und werde nicht verändert.) — 2. Gröfse und Verhältnis der Seitenkräfte nach Wiederherstellung des Glgew.; geringste Belastung des freien Seilendes? — 3. Kann abc eine gerade Linie bilden? Grund! — 4. Wie ändert sich in Fig. 202 die Mittelkraft, wenn der Winkel, welchen P und P_1 einschliefsen, a. kleiner, b. gröfser wird? — 5. Weise durch Zeichnung nach, dafs eine in schräger Richtung auf eine wagerechte Fläche drückende Kraft niemals einen senkrechten Druck hervorrufen kann, welcher der vollen Gröfse der Kr. gleich ist. (Zerlegung in 2 Seitenkräfte.) Einflufs der Gröfse des Winkels auf das Gröfsenverhältnis der Kräfte! — 6. Welchen Einflufs hat die Richtung zweier Dachsparren auf das Verhältnis des senkrechten Druckes zum wagerechten Schube. (Druck in der Richtung der Sparren als gleich angenommen.) — 7. An einem Schlitten, Fig. 203, sei die Zuglinie nach vorn schräg aufwärts, an einem Wagen schräg abwärts gerichtet. Wie läfst sich ermitteln, mit welcher Kr. das Fahrzeug im Verhältnis zur Zugkraft auf wagerechter Strafse fortbewegt wird, und wie grofs der Druck oder Schub ist? — 8. Erkläre hiernach den Einflufs der Gröfse des Winkels in Frage 6b (§ 64). — 9. Fig. 204 stellt eine Kniepresse dar. Zwei Metallstangen sind durch ein Gelenk miteinander verbunden. Die eine derselben drückt gegen ein festes, unbewegliches Widerlager, die andere auf einen zu pressenden Gegenstand, wenn eine Kraft P in wagerechter Richtung auf das Gelenk einwirkt. Es soll der Druck bestimmt werden, welcher dadurch auf die Unterlage ausgeübt wird: a. in der Richtung der Stange selbst, b. in senkrechter Richtung. (2malige Kraftzerlegung; man zerlege die Seitenkraft bd in eine horizontale und eine senk-

Fig. 203.

Fig. 204.



rechte Seitenkraft.) Wie ändert sich die Wirkung, indem sich die beiden Stangen mehr und mehr der geradlinigen Verbindung ihrer äufseren Endpunkte nähern? — **10.** Erkläre Fig. 205, in welcher ein Segelboot dargestellt sei; o p bezeichne die Kraft des Windes, o r die Kraft, mit welcher das Boot durch den Wind kielwärts fortbewegt wird. (2malige Kraftzerlegung; der Seitendruck o q wird durch den Widerstand des Wassers aufgehoben.) — **11.** AB, Fig. 206, stelle eine Kurbel dar, mit welcher die Stange BD zum Drehen der Welle A durch ein Gelenk verbunden sei. a. Es soll zunächst für die dargestellte Lage der Kurbel das Verhältnis angegeben werden, in welchem der auf die Kurbel ausgeübte Zug zu der drehenden Wirkung, sowie zu dem Drucke steht, den die Welle in der Richtung der Kurbel erleidet; b. ferner ist durch Zeichnung zu ermitteln, wie sich jenes Verhältnis bei einer Drehung der Kurbel ändert. Bei welchen beiden Kurbelstellungen kann mittelst der Stange BD keine Drehung bewirkt werden, u. w.? (Tote Punkte.)

Fig. 205.

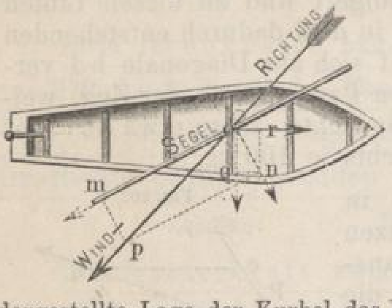
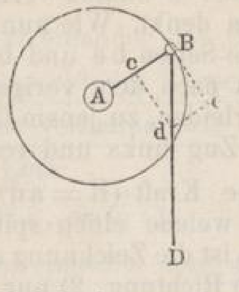


Fig. 206.



---

c. Vom Schwerpunkte.

§ 66. Schwerpunkt und Gleichgewichtslagen.

a. Schwerpunkt. Aus der Wirkung paralleler Kräfte wird nunmehr auch die Richtung des durch die Schwerkraft bewirkten Druckes und Zuges erklärlich. Nach § 56 nämlich kann die anziehende Wirkung, welche die Erde auf einen Körper ausübt, als das Ergebnis von dem Zusammenwirken aller Massenteilchen der Erde angesehen werden. Stellen wir uns nun vor, die Masse des Erdkörpers sei gleichmäfsig verteilt und die Erde sei eine vollkommene Kugel, so liegen nach allen Seiten eines in der Druck-, Zug- oder Fallrichtung gezogenen Durchmessers der Erde gleichviele anziehende Teilchen, deren Einzelkräfte sich paarweise zu einer Mittelkraft vereinigen lassen, welche mit dem gedachten Durchmesser zusammenfällt. Der Mittelpunkt der Erde mufs daher als der Ausgangspunkt der Schwerkraft erscheinen.

Denkt man sich ferner von jedem Massenteilchen eines frei fallenden Körpers gerade Linien nach dem Mittelpunkte der Erde gezogen, so stellt jede derselben die Richtung der auf ein Massenteilchen wirkenden Schwerkraft vor (Fig. 207). Da alle diese Geraden bei der grofsen Entfernung des Erdmittelpunktes als parallel angesehen werden können, so ergeben sie nach § 64 eine Mittelkraft, deren Gröfse gleich der Summe der parallelen Kräfte, d. h. gleich dem Gewichte des Körpers ist. *Der im Innern des Körpers liegende Angriffspunkt dieser Mittelkraft wird* **Schwerpunkt** *des Körpers genannt.* Man kann sich demnach das Gewicht eines Körpers in seinem Schwerpunkte vereinigt denken. — Die Lage des Schwerpunktes läfst sich im allgemeinen am einfachsten durch den Versuch ermitteln.

Fig. 207.

Versuch. Hängt man einen Körper in mehreren Punkten seiner Oberfläche nacheinander an einem Faden auf, so schneiden sich die Richtungslinien der Schwere in demselben Punkte, was sich bei einem scheibenförmigen Körper leicht durch Linien, bei einem Körper, welcher sich nach allen Richtungen des Raumes ziemlich gleichmäfsig ausdehnt, durch Stäbchen, die durch den Körper hindurchzustecken sind, nachweisen läfst (Fig. 208 und 209). Vergröfsert man die Masse des Körpers an einer beliebigen Stelle, so rückt der Schwerpunkt nach dieser Stelle hin. Aus obigem folgt zugleich:

Fig. 208.

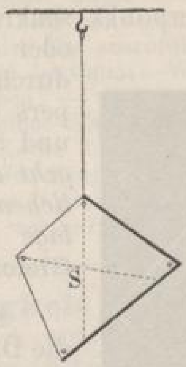
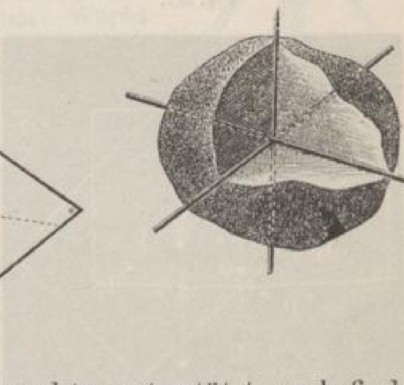


Fig 209.



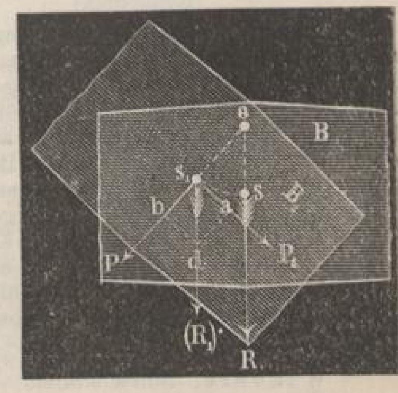
Ist ein Körper in seinem Schwerpunkte unterstützt, so befindet er sich in jeder Lage im Gleichgewichte.

Die Lage des Schwerpunktes hängt von der Verteilung der Masse des Körpers ab. Ist die Masse gleichmäfsig verteilt, so fällt bei regelmäfsig gestalteten Körpern der Schwerpunkt mit ihrem geometrischen Mittelpunkte zusammen; er liegt also bei Scheiben von der Form eines Parallelogramms und bei Würfeln im Durchschnittspunkte der Diagonalen, bei kreisförmigen Scheiben und Kugeln im Centrum u. s. w. Bei ungleicher Verteilung der Masse des Körpers liegt der Schwerpunkt stets an derjenigen Seite, an welcher die gröfsere Masse sich befindet.

b. Gleichgewichtslagen. Wird ein Körper (B, Fig. 210 und 211) aufserhalb seines Schwerpunktes in einem Punkte (O) oder einer geraden Linie (Achse) drehbar unterstützt, so kann er sich nach obigem nur dann im Gleichgewichte befinden, wenn die durch seinen Schwerpunkt gehende Senkrechte den Unterstützungspunkt oder die Achse trifft. Hierbei können, wie sich leicht durch Versuche nachweisen läfst, je nach der Lage, welche der Schwerpunkt gegen den Drehungspunkt oder die Drehungsachse einnimmt, folgende beiden Fälle eintreten:

1. Liegt der Schwerpunkt senkrecht unter dem Aufhängepunkte oder der Drehungsachse, so geht er, wenn der Körper aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, in eine höhere Lage über (S und S_1, Fig. 210). *Sich selbst überlassen, fällt der Körper nach jeder Bewegung wieder in die ursprüngliche Lage zurück:* **stabile**[1]) oder **sichere Gleichgewichtslage.** Dies wird erklärlich, wenn man sich die in S_1 angreifende senkrecht abwärts wirkende Kraft (R_1) durch das Parallelogramm s_1bda in die beiden Seitenkräfte P und P_1 zerlegt denkt, von

Fig. 210.

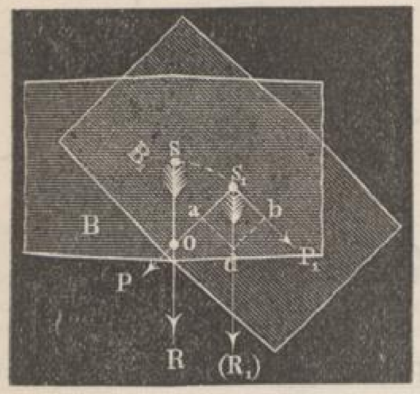


[1]) stabĭlis, unveränderlich.

denen die erstere durch den Widerstand der Achse aufgehoben wird, die andere den Körper so zu drehen strebt, dafs der Schwerpunkt nach S zurückgeht.

2. Liegt der Schwerpunkt senkrecht über dem Aufhängepunkte oder der Drehungsachse, so nimmt er durch den geringsten Anstofs des Körpers eine immer tiefere Lage ein (S und S_1, Fig. 211). *Bei einer Drehung geht der Körper aus seiner ursprünglichen Lage in die sichere Gleichgewichtslage über:* **labile**[1]) oder **unsichere Gleichgewichtslage.** Erkläre die Figur!

Fig. 211.



Fällt der Unterstützungspunkt oder die Drehungsachse mit dem Schwerpunkte zusammen, oder ändert der Schwerpunkt bei einer Drehung des Körpers überhaupt seine Lage gegen den Unterstützungspunkt nicht (Kugel auf wagerechter Unterlage), so ist der Körper *bei jeder neuen Lage immer wieder im Gleichgewichte:* **indifferente**[2]) **Gleichgewichtslage.** Bei dieser Gleichgewichtslage findet also bei der Drehung des unterstützten Körpers weder eine Hebung, noch eine Senkung seines Schwerpunktes statt.

Man kann hiernach den Schwerpunkt auch als denjenigen Punkt bezeichnen, in welchem ein Körper unterstützt werden mufs, damit er sich in jeder Lage im Gleichgewicht befindet.

Fig. 212.

Die stabile Gleichgewichtslage ist wichtig für die Aufhängung der Wagebalken. Auch bei frei beweglichen Körpern, wie Schiffen, Kähnen u. dgl. strebt der Schwerpunkt, da das Gewicht so wirkt, als wenn es im Schwerpunkte vereinigt wäre, eine möglichst tiefe Lage einzunehmen. Lampen, Kompasse u. dgl. werden auf Schiffen in Ringen (Fig. 212) so aufgehängt, dafs die eine Drehungsachse längs, die andere quer zum Schiffe gerichtet ist, damit trotz der Schwankungen des Schiffes die sichere Gleichgewichtslage jener Gegenstände erhalten bleibt. (Cardanische Aufhängung.)

Übungsstoff. 1. Wo liegt der Schwerpunkt einer überall gleichdicken, geraden Metallstange? — 2. Warum darf der Schwerpunkt eines Pfeiles nicht vorn liegen? — 3. In welcher Glgew.-Lage mufs sich ein Wagebalken befinden, u. w.? — 4. Wo liegt der Schwerpunkt von kreisförmigen und quadratischen Doppelscheiben, welche überall gleichdick sind und halb aus Kupfer, halb aus Eisen bestehen? — 5. Angenommen, die Scheiben seien von Holz; wie ist dann bei gleicher Dicke der Scheiben eine ungleiche Verteilung der Masse möglich, und welchen Einflufs würde eine solche Verteilung der Masse auf die Lage des Schwerpunktes ausüben? — 6. In welchen Glgew.-Lagen befinden sich zwei Kugeln, von denen die eine auf einer wagerechten Fläche ruht und die andere in einem auf ihrer Oberfläche gelegenen Punkte frei aufgehängt ist? — 7. Eine Kugel bestehe halb aus Blei und halb aus Holz. In welcher Lage befindet sich dieselbe im stabilen und in welcher im labilen Glgew.? —

[1]) labare, fallen wollen. — [2]) indifferens, gleichgiltig.

8. Ein Ring werde in verschiedenen Punkten aufgehängt. Wo werden die Richtungslinien der Schwere sich dann treffen? — **9.** Nenne Hohlkörper, bei welchen der Schwerpunkt eine ähnliche auffällige Lage hat. — **10.** Aus einem 3—4 cm langen Stückchen Holundermark und einem kurzen eisernen Nagel mit kugelschaligem Kopfe soll ein Körper zusammengesetzt werden, welcher sich von selbst aufrichtet, wenn man ihn niederlegt. Wie ist dies auszuführen? Erkl.! — **11.** Warum müssen zum Spiel bestimmte Würfel aus gleichmäfsig schweren Stoffen bestehen? — **12.** Ein Kork mit eingeklemmter Münze bleibt auf einer Nadelspitze im Glgew., wenn 2 oder 3 Gabeln im Korke befestigt sind (Fig. 213). Erkl.! — **13.** Auf einer schiefen Ebene kann man eine kreisförmige Scheibe bergan laufen lassen, wenn ihr Schwerpunkt eine bestimmte Lage hat; welche? Erkl.!

Fig. 213.

§ 67. Die Standfestigkeit der Körper.

Um einem Körper eine feste Stellung zu geben, unterstützt man ihn in mehreren nicht in gerader Linie liegenden Punkten (Tische, Stühle, Schränke u. s. w.). Hierbei hängt die Standfestigkeit des Körpers, wie die Erfahrung lehrt, 1. von der Gröfse der Unterstützungsfläche, 2. von der Höhe, in welcher der Schwerpunkt liegt, und 3. vom Gewichte des Körpers ab. Auf einer Fufsspitze steht man nicht so sicher, als wenn beide Sohlen den Boden berühren. Damit hohe Lampen ebenso sicher stehen als niedrige, füllt man ihren Fufs mit Blei aus. Gefüllte Kisten, Fässer u. dgl. sind nicht so leicht umzuwerfen als leere u. s. w. Derartige Erscheinungen erklären sich in folgender Weise:

Da das Gewicht eines Körpers als eine senkrecht abwärts wirkende Kraft angesehen werden kann, deren Angriffspunkt im Schwerpunkte des Körpers liegt, so kann ein Körper nur dann standfähig sein, wenn sein Schwerpunkt unterstützt ist. Stellt man sich nun vor, der Körper ABCD (Fig. 214) werde um die Kante C soweit gedreht, dafs sein Schwerpunkt S senkrecht über der Drehungskante liegt, so entsteht unsicheres Gleichgewicht. Der geringste Stofs würde dann genügen, den Körper zum Fallen zu bringen. Bis der Schwerpunkt diese höchste Lage erreicht, mufs die Kraft den durch das Gewicht des Körpers hervorgerufenen Widerstand überwinden. Jene Lage wird offenbar um so eher erreicht, je kleiner der Winkel ist, um welchen der Körper beim Kippen gedreht werden mufs. Letzteres hängt davon ab, 1) wie hoch der Schwerpunkt des Körpers liegt, 2) wie weit die Drehungskante von der senkrechten Schwerlinie des Körpers, d. h. von der durch seinen Schwerpunkt gehenden Senkrechten, entfernt ist (Fig. 215), oder wie grofs die Unterstützungsfläche des Körpers ist (inwiefern?). Bestätigung:

Fig. 214.

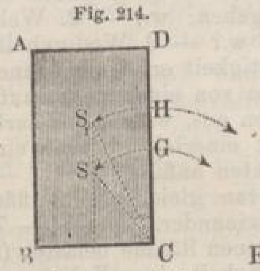
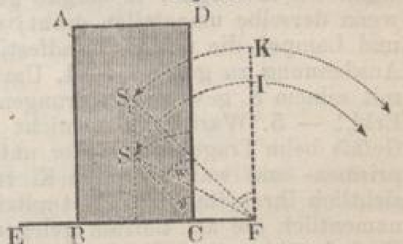


Fig. 215.



Versuch. Wird der hohle Fufs des Apparates (Fig. 216, folg. Seite) mit Eisenfeilspänen gefüllt, oder die Kugel desselben weiter hinuntergeschoben, oder die Fufsplatte durch eine gröfsere von gleichem Gewichte ersetzt, so ist die Standfestigkeit jedesmal gröfser als anfangs.

Ein Körper ist nur dann **standfähig,** wenn sein Schwerpunkt senkrecht über der Unterstützungsfläche desselben liegt. Die **Standfestigkeit** eines Körpers ist um so gröfser, je gröfser sein Gewicht und seine Unterstützungsfläche ist und je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Fig. 216.

Fig. 217.

Fig. 218.

Fig. 219.

Beim Menschen bildet die Unterstützungsfläche ein Trapez (Fig. 217); der Schwerpunkt des Körpers liegt ungefähr in der Mitte des Leibes (Fig. 218 und 219). Durch das Tragen einer Last kann die Lage des Schwerpunktes sich leicht so ändern, dafs die senkrechte Schwerlinie bei gerader Stellung des Körpers über die Unterstützungsfläche hinaus fallen würde (Fig. 218). Der Körper mufs daher nach vorn herüber geneigt werden (Fig. 219), wenn die Last auf dem Rücken, nach rechts, wenn sie an der linken Seite getragen wird u. s. w.

Einen Körper, der nur eine sehr kleine Unterstützungsfläche hat, im labilen Gleichgewichte halten, heifst **Balancieren.** [1]) Das Balancieren ist um so schwieriger, 1) je leichter der Körper ist, 2) je tiefer der Schwerpunkt des Körpers liegt, weil dann der Weg, welchen der Schwerpunkt beim Umfallen zurücklegen mufs, um so kleiner, und die Zeit, den Körper vor dem Umfallen zu schützen, um so kürzer ist.

Übungsstoff. **1.** Welche Haltung geben wir unserm K. unwillkürlich, wenn wir a. bergan, b. bergab gehen; w.? — **2.** Welche ferner auf einem Wagen, wenn derselbe umzufallen droht; w.? — **3.** Wodurch läfst sich bei hohen Leuchtern und Lampen die nötige Standfestigkeit erreichen, ohne dem Fufse eine übermäfsige Ausdehnung zu geben? — **4.** Um von einem Sitze aufstehen zu können, führt man mit seinem K. gewisse Bewegungen aus, welche das Zurückfallen verhindern; welche? Erkl.! — **5.** Warum ist es nicht einerlei, ob man ein mit Flgk. gefülltes, offenes Gefäfs beim Tragen oben oder unten anfafst? Erkl.! — **6.** Vgl. pyramiden-, kegel-, prismen- und walzenförmige K. von gleicher Grundfläche und gleichem Gew. hinsichtlich ihrer Standfestigkeit miteinander. Gründe! — **7.** Warum werden bei Schiffen namentlich die am tiefsten gelegenen Räume belastet (Schiffsballast)? — **8.** Welchen Einflufs übt es auf die Standfestigkeit eines Kahnes aus, wenn man in demselben aufrecht steht? — **9.** Wie steht man in einem Kahn oder auf einem Wagen, wenn diese in Bewegung sind, am sichersten? — **10.** Warum geht man auf Stelzen unsicher? — **11.** Wenn man sich seitwärts auf einem Fufse dicht an die Wand lehnt, so kann man den andern nicht aufheben, ohne umzufallen. Grund! — **12.** Ein Hammer oder Beil ist an seinem unteren Ende (am Holm) schwerer wagerecht zu halten als am oberen Ende. Erkl.! — **13.** In manchen Gegenden werden Lasten von geringem Gew. auf dem Kopfe getragen. Veränderung der Lage des Schwerpunktes? Haltung des K.? — **14.** Ist ein dünner oder dicker Stab leichter zu balancieren, u. w.? — **15.** Sind Messer und Degen leichter zu balancieren, wenn die

[1]) balancer (franz.), schwebend erhalten.

Spitze nach oben oder unten gekehrt ist? Erkl.! — **16.** Wie mag es sich erklären, dafs Seiltänzer mit Hilfe einer an ihren Enden mit Blei beschwerten Stange (Balancierstange) auf einem Seile sicherer gehen, als wenn sie nur ihre Arme ausbreiten?

---

d. Die einfachen Maschinen und ihre einfachsten Verbindungen.

(Siehe §§ 7—14.)

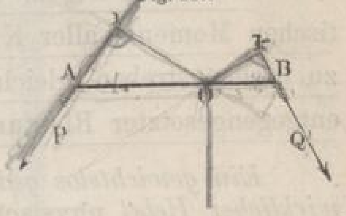
1. Die Gruppe des Hebels.

§ 68. Der Hebel. Die früheren Betrachtungen der 6 einfachen Maschinen führten zu dem Ergebnis, dafs sich die Rolle und das Wellrad auf den Hebel, der Keil und die Schraube auf die schiefe Ebene zurückführen lassen. Hebel und schiefe Ebene bilden somit die eigentlichen mechanischen Elemente, d. h. die Grundbestandteile aller Vorrichtungen, welche den Zweck haben, eine Kraft in vorteilhafter Weise auf einen Widerstand zu übertragen. Die damals angestellten Versuche über die Gleichgewichtsbedingungen des Hebels beschränkten sich auf den einfachsten Fall, dafs zwei Kräfte, von denen die eine als Last bezeichnet wurde, senkrecht auf den Hebel wirkten. Ferner blieb der Einflufs unberücksichtigt, welchen die Lage des Schwerpunktes auf das Gleichgewicht des unbelasteten Hebels ausübt. Von diesen beiden Beschränkungen ist in folgendem abgesehen.

a. Zwei Kräfte wirken auf den Hebel.

Wirken die beiden Kräfte P und Q in verschiedener Richtung (etwa beide unter schiefen Winkeln, Fig. 220) auf den zunächst gewichtslos gedachten Hebel, so halten sie sich (nach § 64, 3 a) das Gleichgewicht, wenn ihre Mittelkraft durch den Drehpunkt O geht. Dann verhalten sich die vom Drehpunkte auf die Kraftrichtungen gefällten Lote Oi und Ok umgekehrt wie die Kräfte zu einander (vgl. Fig. 198). Dies hat nach dem Satze über die Wirkung zweier Drehkräfte (§ 64, 3 b) auch dann Giltigkeit, wenn die Kräfte parallel und gleich gerichtet sind. Bezeichnet man nun die Lote vom Drehpunkte auf die Richtung der Kräfte als Hebelarme, so erlangt das in § 8 nur für einen besonderen Fall abgeleitete Hebelgesetz allgemeine Giltigkeit. Es ist in Zeichen:

Fig. 220.



$$P : Q = h_q : h_p; \text{ oder } P \,.\, h_p = Q \,.\, h_q. †)$$

Nennt man das Produkt einer Kraft in den Hebelarm, an dem sie wirkt, das *statische*[1]) *Moment* der Kraft, so läfst sich das Hebelgesetz in der Form der *Momentengleichung* aussprechen:

---

†) Trigonometrisch: $P \,.\, l \,.\, \sin w = Q \,.\, l_1 \,.\, \sin w_1$, wenn mit l und l_1 die Entfernungen der Angriffspunkte der Kräfte vom Drehpunkte und mit w und w_1 die Winkel bezeichnet werden, unter denen die Kräfte auf den Hebel einwirken.

[1]) Statik, Lehre vom Gleichgewicht der Körper.

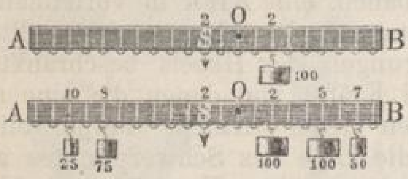
Am Hebel ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die statischen Momente gleich sind.

Bei 2 parallel und gleich gerichteten Kräften, mögen sie unter schiefen oder rechten Winkeln auf den Hebel wirken, ist es für die Gleichgewichtsbedingung einerlei, ob man das Verhältnis der Lote vom Drehpunkte auf die Richtungslinien der Kräfte oder das Verhältnis der Abstände des Drehpunktes von den beiden Angriffspunkten in die Momentengleichung aufnimmt.

b. Mehrere Kräfte wirken auf den Hebel.

Beim Gebrauche eines wirklichen Hebels wird der Einfluſs seines Gewichtes aufgehoben, wenn man der Drehungsachse eine solche Lage giebt, daſs sie durch den Schwerpunkt geht. Liegt die Achse seitlich vom Schwerpunkte (S, Fig. 221), so ist das Drehungsmoment des Hebelgewichtes mit in Rechnung zu ziehen. Da man sich unbeschadet der Wirkung den Schwerpunkt als Angriffspunkt des Gewichtes und den Hebel selbst als gewichtslos denken kann, so muſs der Hebel im Gleichgewichte sein, wenn man z. B. eine dem Gewichte gleiche Kraft an der anderen Seite vom Drehpunkte in demselben Abstande wirken läſst. Bei der weiteren Belastung bleibt der Hebel offenbar im Gleichgewichte, wenn das Drehungsbestreben der links wirkenden Kräfte gleich dem der rechts wirkenden Kräfte ist. Wirken mehrere Kräfte auf einen Hebel, so gilt daher das Gesetz:

Fig. 221.



Ein Hebel ist im Gleichgewichte, wenn die Summe der statischen Momente aller Kräfte, welche den Hebel in der einen Richtung zu drehen streben, gleich ist der Summe der statischen Momente der in entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte.

Ein gewichtslos gedachter Hebel wird **mathematischer Hebel,** *ein wirklicher Hebel* **physischer Hebel** *genannt.*

Die Gesetze des Hebels sind zuerst von Archimedes (220 v. Chr.) aufgestellt und mathematisch begründet worden.

Übungsstoff. 1. Die Kurbel eines Wellrades sei 30 cm lang, die daran wirkende Kr. betrage 10 kg. Wv. Kr. würde zur Überwindung derselben Last erforderlich sein, wenn die Kurbel nur 25 cm lang wäre? — 2. Wie lang müſste die Kurbel sein, wenn durch 8 kg Kr. die gleiche Wirkung hervorgebracht werden sollte? — 3. Die Welle eines Wellrades sei 10 cm dick. Wievielmal so groſs würde das Drehungsmoment ein und derselben L. sein, wenn die Welle 15 cm dick wäre? — 4. Wende dies auf die zur Herstellung des Glgew. erforderliche Kr. an. — 5. Warum kann die Vergröſserung des Durchmessers einer Rolle keinen Einfluſs auf das Verhältnis ausüben, in welchem Kr. und L. zu einander stehen? — 6. Wie ändert sich die drehende Wirkung einer Kr., welche an einem Hebel rechtwinklig wirkt, wenn a. ihr Angriffspunkt dem Drehpunkte von 60 cm bis auf 40 cm genähert wird, b. die Kraftrichtung sich ändert? — 7. An einem Hebebaume wirke 20 cm vom Drehpunkte eine L. von 250 kg. Einfluſs, wenn man a. den Angriffspunkt der L. dem Drehpunkte bis auf 15 cm näherte, b. die Lastrichtung änderte? — 8. Eine 2 m lange Eisenstange, deren Schwerpunkt in der Mitte liege, sei an einem Ende unterstützt und werde am anderen Ende wagerecht gehalten; ihr Gew. betrage 40 kg. Wv. Kr. ist dazu nötig? — 9. Wv. ferner, wenn der Schwerpunkt a. 80, b. 60, c. 50, d. 40 cm vom Unterstützungspunkte entfernt läge? — 10. Welche Gleichung ergiebt sich für die Gleichgewichtsbedingung des Hebels (Fig. 221), wenn die beiden äufseren Gewichtstücke rechts vertauscht würden und links 10 cm vom Drehpunkte ein Gew. ergänzt werden sollte? — 11. Der mit dem Sicherheitsventil eines Dampfkessels verbundene Hebel AB (Fig. 222) sei 40 cm lang und wiege 3 kg, der Schwerpunkt S des Hebels liege 20 cm vom Drehpunkte entfernt. Wie grofs ist der Druck auf das Ventil, wenn AC = 8 cm ist? — 12. Wie grofs ferner, wenn 36 cm vom Drehpunkte ein Gewichtstück von 4,5 kg aufgehängt wäre? — 13. Welchen Druck würde das Ventil erleiden, wenn dasselbe Gewichtstück 10 cm weiter nach links gehängt würde?

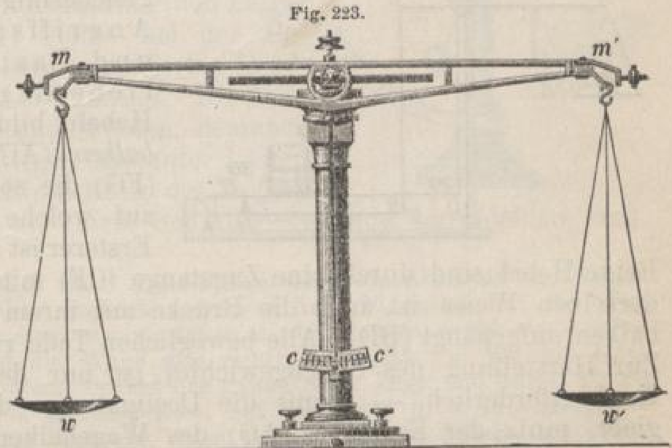
Fig. 222.

§ 69. Hebel- oder Balkenwagen. (Hebelverbindung.)

Da das Gleichgewicht eines belasteten Hebels nicht allein von der Gröfse der Kraft abhängt, sondern auch von der Länge des Hebelarmes, an dem die Kraft wirkt, so kann man zum Wägen verschiedener Lasten entweder verschiedene Gewichte anwenden, welche man immer an demselben Hebelarme wirken läfst, oder ein und dasselbe Gewicht in verschiedenen Abständen vom Drehpunkte wirken lassen. Hiernach lassen sich verschiedene Arten von Hebelwagen unterscheiden.

1. **Die gleicharmige Wage.** Je nachdem dieselbe zum Gebrauche im täglichen Leben (**Krämerwage,** Fig. 10) oder zu sehr genauen Wägungen (**chemische Wage,** Fig. 223) dient, ist ihre Einrichtung verschieden. Bei der chemischen Wage bildet der Wagebalken ein festes Gerüst von leichten Metallstäben. Die stählerne Achse ruht mit scharfer Schneide auf glattem Stahl oder einem harten, polierten Steine. Die Zunge ist abwärts gerichtet. Zum genauen Einstellen dienen mehrere Schrauben.

Fig. 223.

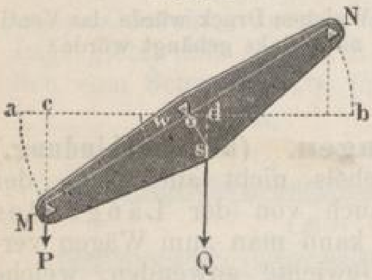


Eine gute Wage mufs nicht nur richtig, sondern auch empfindlich sein. *Richtig ist eine Wage, wenn sie das Gewicht des zu wägenden Körpers ohne Fehler angiebt, empfindlich, wenn schon durch ein geringes Übergewicht ein deutlicher Ausschlag erfolgt.*

Die **Richtigkeit** einer gleicharmigen Wage erkennt man leicht daran, dafs der Wagebalken ohne Belastung wie bei gleicher Belastung der Schalen eine horizontale Lage annimmt. Dies ist der Fall, wenn 1) die beiden Aufhängepunkte der Schalen vom Drehpunkte des Wagebalkens gleichweit entfernt sind und mit diesem in gerader Linie liegen, 2) wenn die Gewichte beider Arme samt den Schalen und ihren Aufhängemitteln einander gleich sind.

Wie **empfindlich** eine Wage ist, ergiebt sich, wenn man beide Schalen mit dem gröfsten zulässigen Gewichte belastet und darauf untersucht, welches das kleinste Übergewicht ist, das noch einen deutlichen Ausschlag hervorruft. Die Gröfse der Empfindlichkeit wird durch einen Bruch ausgedrückt, dessen Zähler das kleinste Übergewicht und dessen Nenner die gröfste Belastung der Wage angiebt. Die Empfindlichkeit einer Wage ist $\frac{1}{20000}$ heifst also, dafs bei einer Belastung von 20000 g oder 20 kg durch 1 g noch ein deutlicher Ausschlag erfolgt. Chemische Wagen, welche in jeder Schale ohne Nachteil 1 kg zu tragen vermögen, müssen noch durch ein Übergewicht von höchstens 1 mg einen deutlichen Ausschlag geben ($\frac{1}{1000000}$). Bei den gewöhnlichen Wagen läfst sich eine solche Empfindlichkeit nicht erreichen, da der Wagebalken zum Tragen gröfserer Lasten auch die genügende Festigkeit haben mufs.

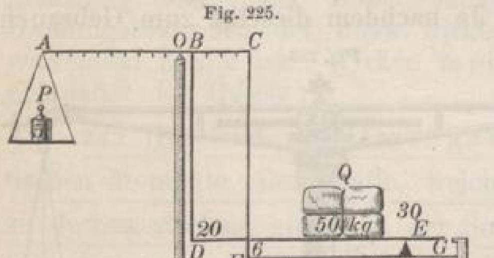
Fig. 224.



Eine Wage ist um so empfindlicher, 1) je länger der Wagebalken ist, denn um so gröfser ist das Drehungsbestreben des Übergewichtes (P, Fig. 224), 2) je leichter der Balken ist, denn um so kleiner ist das als Last (Q) wirkende und im Schwerpunkte vereinigt gedachte Gewicht des Balkens, und 3) je näher der Drehpunkt dem Schwerpunkte des Wagebalkens liegt, denn um so kürzer ist bei einem Ausschlage des Balkens der zugehörige Hebelarm (od) jener Last.

2. Die Decimalwage (Brückenwage, Fig. 225). Sie ist eine aus *zwei Hebeln* zusammengesetzte ungleicharmige Wage, bei welcher die Angriffspunkte der Kraft und Last eine unveränderliche Lage haben. Von diesen Hebeln bildet der eine den *Wagebalken* (AC), während der andere (FG) die sogen. *Brücke* (DE) trägt, auf welche die Last gestellt wird. Ersterer ist zwei-, letzterer einarmig.

Fig. 225.



Beide Hebel sind durch eine Zugstange (CF) miteinander verbunden. In derselben Weise ist auch die Brücke mit ihrem einen Ende am Wagebalken aufgehängt (BD). Alle beweglichen Teile ruhen auf Stahlschneiden. Zur Herstellung des Gleichgewichtes ist nur der 10. Teil der Last als Kraft erforderlich. — Damit die Decimalwage das Gewicht richtig angiebt, mufs der Kraftarm (AO) des Wagebalkens 10 mal so lang sein als der bis zur Zugstange der Brücke reichende Teil des Lastarms (OB); ferner müssen sich die Abstände der Zugstangen vom Drehpunkte ebenso verhalten wie die Arme des einarmigen Hebels (OB : OC = GH : GF).

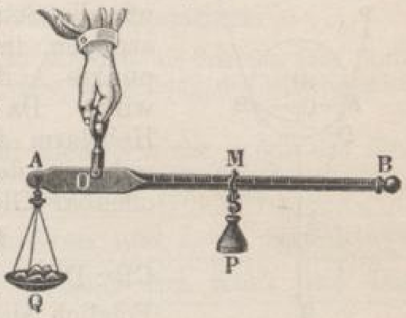
Der Hebel FG ist in Wirklichkeit gabelförmig und hat wie die Brücke rechts zwei Unterstützungspunkte. Decimalwagen sind besonders zum schnellen Wägen gröfserer Lasten geeignet.

Beispiel zur Erklärung der Wirkung einer Decimalwage: In Fig. 225 verhält sich OB : OC = 1 : 5. Da von der Last (Q) 20 kg auf die Zugstange BD und die übrigen 30 kg auf die Stahlschneide E einwirken, so erleidet der Lastarm des Wagebalkens in B einen Zug von 20 kg. Der von F aus durch den Hebel FG im Punkte C ausgeübte Zug beträgt zwar nur $\frac{30}{5} = 6$ kg, letztere regen den Wagebalken aber ebenso stark zur Drehung an als $6 \times 5 = 30$ kg im Punkte B (warum?). Beides zusammen ergiebt für B einen Zug von 50 kg. (Beim Gebrauch der Wage ist die Last mitten auf die Brücke zu stellen.)

Ist die Brückenwage so eingerichtet, dafs die Last durch $\frac{1}{100}$ ihres eigenen Gewichtes im Gleichgewicht gehalten wird, so heifst die Wage **Centesimalwage** (Mauthwage).

3. **Die Schnellwage** (römische Wage, Fig. 226). Sie besteht aus einem *ungleicharmigen Wagebalken* (AB), an dessen kurzem Arme (AO) die Last (Q) aufgehängt wird, und dessen langer Arm (OB) zum Aufhängen eines sogen. *Laufgewichtes* (P) einen verschiebbaren Ring (M) trägt. Zur Herstellung des Gleichgewichtes schiebt man das Laufgewicht, je nachdem die Last gröfser oder kleiner ist, weiter nach dem Ende oder nach dem Drehpunkte des Balkens, man verlängert oder verkürzt also je nach Erfordernis den Kraftarm des Hebels. Die Teilstriche am Hebel sind mit Zahlen versehen, welche das Gewicht der Last unmittelbar angeben.

Fig. 226.



4. **Die Zeigerwage** (Fig. 227). Der Balken derselben ist gewöhnlich ein *Winkelhebel*, dessen abwärts gerichteter Kraftarm einen Zeiger bildet, welcher mit seiner Spitze bei der Belastung der Wage auf einem numerierten Gradbogen das Gewicht der Last anzeigt. Die Teile der Skala sind ungleich und werden demnach gewöhnlich durch das Auflegen bekannter Lasten bestimmt. Zur genauen Einstellung des Zeigers dienen Metallkugeln, die an einem Schraubengewinde verschiebbar sind.

Fig. 227.

Übungsstoff. 1. Bei einer Krämerwage seien die Abstände der beiden Angriffspunkte vom Drehpunkte ungleich und zwar links 20, rechts 19,8 cm. Der kürzere Arm des Wagebalkens sei etwas stärker als der längere, sodafs vor der Belastung Glgew. entsteht und die Wage also richtig erscheint. a. Welches Gew. scheint die Ware zu haben, wenn sie auf der linken Seite liegt und durch 1,5 kg im Glgew. gehalten wird? b. Welches Gew. hat die Ware in Wirklichkeit? — 2. Bei einer anderen Wägung liege die Ware auf der rechten Schale und werde ebenfalls durch 1,5 kg im Glgew. gehalten. Welches ist a. das scheinbare, b. das wirkliche Gew. der Ware? — 3. In welchem Falle würde der Käufer und in welchem der Verkäufer im Nachteil sein, u. w.? — 4. Wie läfst sich eine derartige Unrichtigkeit einer Ware entdecken? — .5. Wenn man eine unrichtige Wage belastet ins Glgew. bringt und dann die Last mit Gewichtstücken vertauscht, ohne das Glgew. zu stören, so erhält man das richtige Gew. (sogen. Bordasche Doppelwägung). Worauf beruht dies? — 6. An dem einen Arm einer Krämerwage sei ein sogen. Laufgewicht aufgehängt, das angeblich nur den Zweck hat, die Wage nach dem Auflegen der Stoffe, welche zur Umhüllung der Ware dienen, ins Glgew. zu bringen, in Wirklichkeit aber auch sonst angewandt wird. In welchem Falle giebt dann die Wage das Gew. der Ware a. zu hoch, b. zu niedrig an; w.? — 7. Eine auf 50 kg geaichte Wage gebe bei ihrer gröfsten zulässigen Belastung noch durch 1 g einen deutlichen Ausschlag. Gröfse der Empfindlichkeit? — 8. Für $Q = 80$ kg ist der Zug zu berechnen, welchen die Punkte B und C (Fig. 225) unter der Annahme erleiden, dafs der einarmige Hebel in E $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ der Last trägt. — 9. Warum ist die Last am besten mitten auf die Brücke zu stellen? — 10. Die Brücke bewegt sich stets parallel zu sich selbst auf und ab. Erkl.!

---

§ 70. Rolle. Rollenverbindungen oder Flaschenzüge.

Das in § 9 angeführte Gesetz der losen Rolle hat nur für den Fall Giltigkeit, dafs die Seilteile parallel sind. Um einen allgemeinen Ausdruck desselben zu erhalten, betrachten wir die Sehne AB des Seilbogens (Fig. 228) als einarmigen, in B unterstützten Hebel, in dessen Endpunkte A die Kraft und in dessen Mitte C die Last wirkt. Da BD als Lot auf die Kraftrichtung den Hebelarm der Kraft und BC als Lot auf die Lastrichtung den Hebelarm der Last bildet, so entsteht offenbar Gleichgewicht, wenn $P \cdot DB = Q \cdot CB$ oder

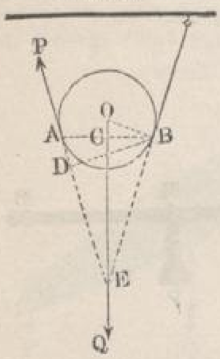
$$P : Q = CB : DB \text{ ist.}$$

Nun ist

$CB : DB = OB : AB$, da $\triangle\, OCB \sim \triangle\, ABD$; warum? †)

Folglich auch $P : Q = OB : AB$ oder in Worten:

Fig. 228.



An der losen Rolle verhält sich die Kraft zur Last, wie der Radius der Rolle zur Sehne des Seilbogens.

Wie ergiebt sich das früher angeführte Gesetz aus diesem allgemeineren Satze?

Fig. 229.

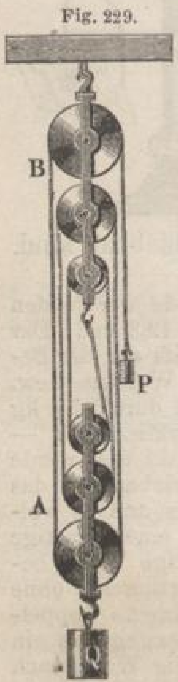
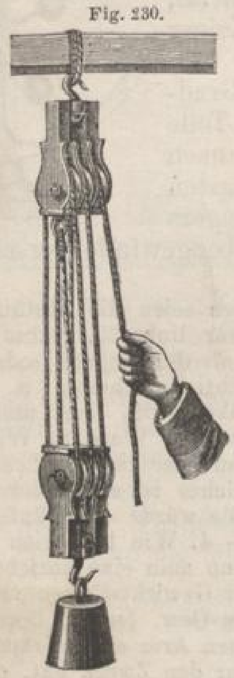


Fig. 230.



Der mechanische Vorteil, welchen die Anwendung von Rollen gewährt, läfst sich dadurch vergröfsern, dafs man Rollen zu sogen. Flaschenzügen miteinander verbindet. Eine sehr bekannte Rollenverbindung stellt der **gemeine Flaschenzug** dar (Fig. 229 und 230). Bei demselben sind *zwei oder drei Rollen* unter- oder nebeneinander in *zwei Scheren* (Flaschen oder Kloben) so befestigt, dafs jede Rolle sich unabhängig von der anderen drehen kann. Die eine der beiden Scheren wird an einem festen Punkte aufgehängt und durch ein an ihrem unteren Ende befestigtes Seil mit der anderen Schere so verbunden, dafs je 2 gleichliegende Rollen von einer Seilschleife umfafst werden. An der frei herabhängenden Schere wirkt die Last (Q) während die Kraft (P) am freien Seilteile zum Heben der Last einen Zug ausübt.

---

†) Man betrachte $\sphericalangle$ BAD als Winkel des rechtwinkligen Dreiecks CAE und $\sphericalangle$ BOC als Winkel des rechtwinkligen Dreiecks BOE, so ergiebt sich die Gleichheit dieser Winkel, da dieselben durch die beiden an E gelegenen gleichen Winkel zu rechten Winkeln ergänzt werden.

Wie sich Kraft und Last zu einander verhalten, folgt ohne weiteres daraus, dafs eine Drehung der Rollen nicht eintreten kann, wenn die Spannungen aller Seilteile (bei paralleler Lage) gleich sind. Während nun die Kraft nur ein Seilteil gespannt hält, werden durch die Last alle übrigen Seilteile gespannt gehalten. Die Anzahl der letzteren Seilteile ist gleich der Zahl der vom Seile umspannten Rollen. — Das Verhältnis der Wege ergiebt sich, wenn man die Verkürzung aller von der Last gespannt gehaltenen Seilteile (Lastweg) mit der Verlängerung des durch die Kraft angezogenen Seilteiles (Kraftweg) vergleicht. Beides läfst sich durch den Versuch bestätigen.

Hängt man den Flaschenzug umgekehrt so auf, dafs die Scheren ihre Stellen wechseln, so wird die untere Rolle überflüssig. Zur Herstellung des Gleichgewichts ist dann $\frac{1}{5}$ der Last erforderlich; warum?

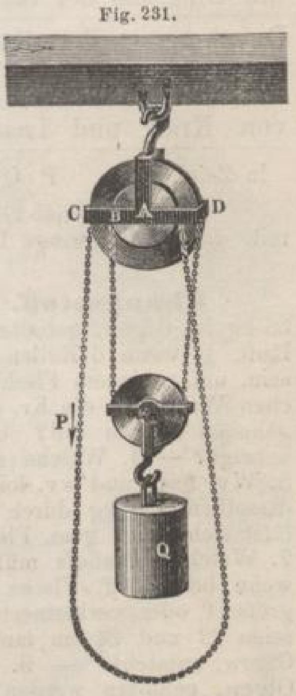
Am **gemeinen Flaschenzuge** herrscht Gleichgewicht, wenn die Kraft sich zur Last verhält, wie die Zahl 1 zur Anzahl der vom Seile umspannten Rollen. — Die Wege, welche Kraft und Last zurücklegen, stehen zu einander im umgekehrten Verhältnis von Kraft und Last.

In Zeichen: $P : Q = 1 : n,$

$W_p : W_q = Q : P = n : 1,$ wenn n die Anzahl der Rollen bedeutet.

Eine andere, ebenfalls sehr häufig angewandte Rollenverbindung ist der **Differential-Flaschenzug** (Fig 231). Dieser besteht aus einer *festen Doppelrolle,* welche durch eine *Kette ohne Ende* mit einer *losen Rolle* verbunden ist. Die beiden Durchmesser der Doppelrolle sind nur wenig voneinander verschieden (der gröfseren Deutlichkeit wegen in der Figur auffallender dargestellt). Die von derselben herabhängende Kette bildet zwei Schleifen, von denen eine die lose Rolle mit der Last trägt, die andere zum Angriffe für die Kraft lose herabhängt. Indem die Kette durch die Kraft P angezogen wird, wickelt sich der eine Teil der festen Schleife von dem kleineren Umfange der Doppelrolle (bei B) ab, während der andere Teil derselben sich auf den gröfseren Umfang (bei D) aufwickelt. Mit der losen Schleife findet das Umgekehrte statt. Dies hat zur Folge, dafs die feste Schleife sich verkürzt und die Last gehoben wird, die lose Schleife sich dagegen verlängert. Ein Gleiten der Kette wird dadurch verhindert, dafs sich auf den Umfängen der Rollen Vertiefungen befinden, in welche die einzelnen Kettenglieder eingreifen.

Fig. 231.



Das Verhältnis zwischen Kraft und Last ergiebt sich, wenn man sich den Durchmesser CD der festen Doppelrolle als Hebel vorstellt, dessen Drehpunkt in A liegt und dessen Angriffspunkte C, B und D sind. Im Punkte C wirkt die Kraft, in B und D je die

Hälfte der Last auf den Hebel ein. Der dem Punkte B entsprechende Punkt, in welchem nur das Gewicht des Kettenteiles wirkt, kann vernachlässigt werden. Dieser Hebel ist nun nach § 68 im Gleichgewichte, wenn die Summe der Drehungsmomente für die Punkte C und B gleich dem Drehungsmomente für den Punkt D ist.

Beispiel: Ist Q = 100 kg, AB = 9, AC = 10 cm, so ist das Drehungsmoment für C = $10 \times P$, für B = 9×50, für D = 10×50, die Gleichgewichtsbedingung also:

$$(10 \times 50 P) + (9 \times 50) = 10 \times 50. \text{ Hieraus folgt:}$$

$$10 \times P = (10 \times 50) - (9 \times 50) \text{ oder } = (10 - 9) \times 50, \text{ mithin } P = 5 \text{ oder auch}$$

$P : 50 = (10 - 9) : 10$. (In Worten nach der Bedeutung der Zahlen auszudrücken!)

Allgemein: Bezeichnet R (= AC) den gröfseren, r (= AB) den kleineren Radius, so ist $R \cdot P + r \cdot \frac{Q}{2} = R \cdot \frac{Q}{2}$. Hieraus folgt:

$$R \cdot P = R \cdot \frac{Q}{2} - r \cdot \frac{Q}{2} = (R - r) \cdot \frac{Q}{2}; \text{ demnach}$$

$$P : \frac{Q}{2} = (R - r) : R \text{ oder}$$

$$P : Q = (R - r) : 2\,R.$$

Durch den Versuch läfst sich nachweisen, dafs die Wege sich umgekehrt zu einander verhalten wie Kraft und Last.

Am **Differential-Flaschenzuge** verhält sich die Kraft zur Last, wie die Differenz der beiden Halbmesser der festen Doppelrolle zum gröfsten Durchmesser derselben sich verhält. — Die von der Kraft und der Last zurückgelegten Wege stehen zu einander im umgekehrten Verhältnis von Kraft und Last.

In Zeichen: $P : Q = (R - r) : 2R$ und $W_p : W_q = Q : P$.

Der Differential-Flaschenzug bietet bei grofser Kraftersparnis wesentliche Vorteile durch die geringe Länge der Kette.

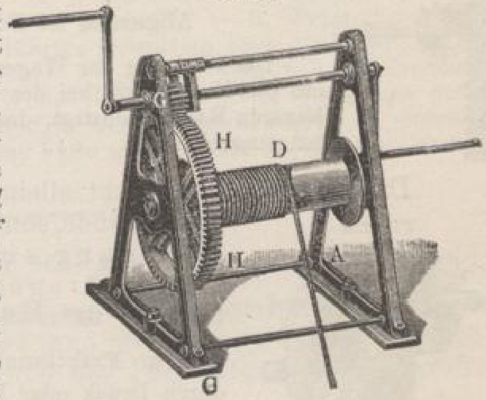
Übungsstoff. 1. Wv. L. kann an einem gem. Flschz. durch 24, 30 und 36 kg im Glgew. gehalten werden, a. wenn das Seil um 2 feste und 2 lose Rollen läuft, b. wenn 6 Rollen vom Seile umspannt werden? — 2. Wv. Kr. würde nötig sein, um an jenem Flschz. 100, 120 und 150 kg im Glgew. zu halten? — 3. a. Welchen Weg mufs die Kr. zurücklegen, wenn durch beide Flschze. die Last um 2 m gehoben werden soll? b. Um wv. wird die L. gehoben, wenn der Kraftweg 4 m beträgt? — 4. Welche mech. Arbeit wird dabei (Frage 3, a und b) geleistet? — 5. Wv. feste und wv. lose Rollen mufs ein gem. Flschz. enthalten, wenn mittelst desselben 120 kg durch 30 kg im Glgew. gehalten werden sollen? — 6. Warum läfst sich beim gem. Flschz. die Anzahl der Rollen nicht beliebig vergröfsern? — 7. Welchen Einflufs müfste es auf das Verhältnis zwischen Kr. und L. ausüben, wenn beim Diff.-Flschz. der Abstand der beiden Umfänge der festen Rolle vergröfsert oder verkleinert würde? — 8. Die beiden Durchmesser der festen Rolle seien 22 und 24 cm lang, die L. gleich 600 kg; wv. Kr. ist erforderlich, damit Glgew. entsteht? — 9. Wv. L. kann an demselben Flschz. durch 20 kg Kr. im Glgew. gehalten werden? — 10. Wv. Rollen müfste ein gem. Flschz. enthalten, wenn die Kraftersparnis dieselbe sein sollte? — 11. Welchen Weg hat bei jenem Flschz. (8.) die Kr. bei einer einmaligen Umdrehung der festen Rolle zurückgelegt? — 12. Um wv. hat sich dabei der eine Teil der festen Schleife auf-, der andere abgewickelt? — 13. Beurteile hiernach, a. um wv. das Seil der festen Schleife sich verkürzt hat, b. um wv. die Schleife selbst dadurch kürzer geworden, um wv. die

L. also gehoben ist. c. wv. Arbeit geleistet ist. — **14.** Welcher mech. V. und welcher mech. N. ist mit der Anwendung beider Flaschenzüge verbunden?

---

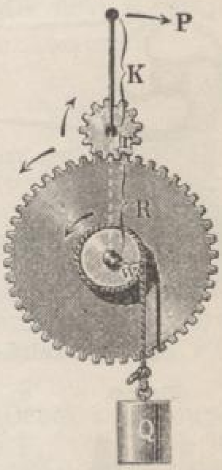
§ 71. Verbindungen des Wellrades. Nach § 10 läfst sich die Wirkung des einfachen Wellrades dadurch vergröfsern, dafs man eine dünnere Welle und ein gröfseres Rad anwendet. Diese Art der Veränderung des Wellrades läfst nur eine geringe Vergröfserung der Wirkung desselben zu (warum?). Um die Wirkung des Wellrades bedeutend zu erhöhen, *befestigt man auf der Lastwelle ein Zahnrad und läfst die Kraft mittelst Kurbel auf eine besondere Welle einwirken, deren Zahnrad in das Zahnrad der ersten Welle eingreift* (Fig. 232). In diesem Falle wird die Maschine **Seilwinde,** auch Bockwinde oder Haspel mit einfachem Vorgelege genannt.

Fig. 232.



In Fig. 233 sei w der Radius der Welle, an welcher die Last (Q) wirkt, R der Radius des auf dieser Welle befestigten grofsen (getriebenen) Rades, r der Radius des kleinen (treibenden) Rades, K die Kurbel. Damit Gleichgewicht entsteht, müssen die (in folgendem mit D bezeichneten) Druckwirkungen, welche die Zähne der beiden Räder durch die Kraft und Last in entgegengesetzter Richtung aufeinander ausüben, gleich sein. Das Verhältnis zwischen Kraft und Last läfst sich in folgender Weise berechnen:

Fig. 233.

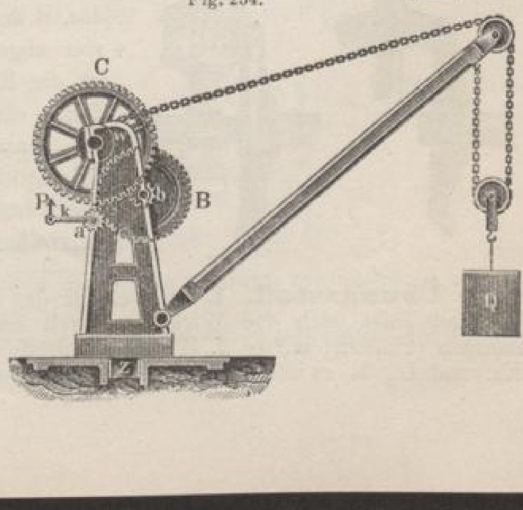


Beispiel: Ist R = 4w und K = 3r, so ergiebt sich nach § 10: d = $\frac{1}{4}$Q, aber auch = 3P, folglich P = $\frac{1}{12}$Q.

Allgemein: $D = \frac{W}{R} . Q$, aber auch $= \frac{K}{r} . P$, folglich $\frac{W}{R} . Q = \frac{K}{r} . P$, also auch $w . r . Q = K . R . P$, mithin $P : Q = w . r : K . R$; in Worten? Verhältnis der Wege?

Gezahnte Räder, deren Zähne die Richtung des Radhalbmessers haben, werden Stirnräder genannt (Fig. 233 bis 235). Ihre Wellen liegen parallel zu einander. — Winden mit mehrfachem Vorgelege werden als **Kräne** (Fig. 234) an Bahnhöfen, Häfen, in Maschinenfabriken u. s. w. angewandt.

Fig. 234.



Um grofse Lasten auf eine geringe Höhe zu heben, bedient man sich häufig der **Wagenwinde** (Fig. 235, folg. Seite), d. h. einer Vorrichtung, bei welcher ein kleines Zahnrad (Getriebe) in eine Zahnstange eingreift, die beim Drehen der Kurbel sich auf- oder abbewegt. Rad und Stange sind von einem starken Gehäuse umgeben. Beim Gebrauche stemmt man die Winde unter den zu hebenden Gegenstand. Ist die Kurbel (K) etwa 5 mal so lang als der Halbmesser (r) des Rades, so ist $P = \frac{1}{5} Q$. — Wie verhalten sich hiernach die Wege zu einander?

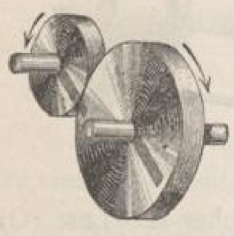
Fig. 235.

Allgemein ist $P : Q = r : K$, oder in Worten?

Die Wirkung der Wagenwinde läſst sich dadurch verstärken, daſs man die Kurbel wie bei der Seilwinde auf der Achse eines besonderen, kleineren Rades befestigt, dessen Zähne in das in die Stange einfassende Rad eingreifen.

Das Wellrad dient nicht allein zur Bewältigung groſser Lasten und Widerstände, sondern namentlich dazu, eine drehende Bewegung von einer Welle auf eine andere zu übertragen. Je nach der Art dieser Übertragung unterscheidet man auſser den Stirnrädern:

Fig. 236.



a. **Friktionsräder,** d. h. Räder, welche unmittelbar durch Druck oder Reibung bei der Berührung ihrer Umfänge die Bewegung übertragen (Fig. 236). Ihre Anwendung beschränkt sich auf solche Fälle, in denen die Widerstände sehr gering sind (Buchdruckerpresse, Morse-Telegraph).

Fig. 237.

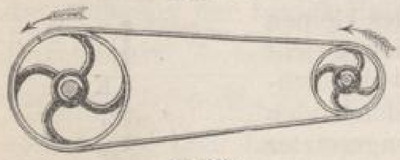
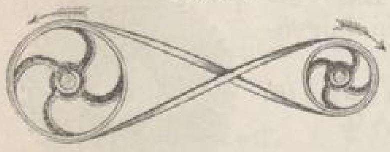


Fig. 238.



b. **Riemenscheiben** (Fig. 237 und 238). Dieselben dienen dazu, die Drehung einer Welle auf eine entfernte andere Welle zu übertragen. Zu diesem Zwecke werden 2 nicht mit Zähnen versehene Räder (Riemenscheiben) beider Wellen durch einen sogen. Riemen ohne Ende verbunden. Je nachdem beide Wellen sich in derselben oder in entgegengesetzter Richtung drehen sollen, verfährt man wie bei Fig. 237 oder wie bei Fig. 238 (Drehbank, Nähmaschine).

c. **Winkelräder** (Fig. 239 und 240). Soll die Bewegung einer Welle auf eine zu dieser senkrecht stehende andere Welle übertragen werden, so geschieht dies durch Winkelräder. Fig. 239 stellt 2 konische Winkelräder dar, d. h. zwei Räder, deren Radkränze die Form von abgestumpften Kegeln haben. In Fig. 240 ist die Einrichtung dargestellt, bei welcher die Zähne eines auf der horizontalen Welle befestigten Kamm- oder Kronrades zwischen die Triebstöcke des auf der senkrechten Welle angebrachten sogen. Drehlings oder Trillings eingreifen.

Fig. 239.

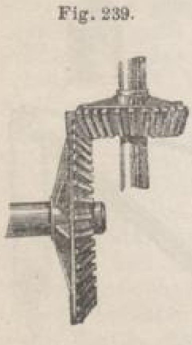
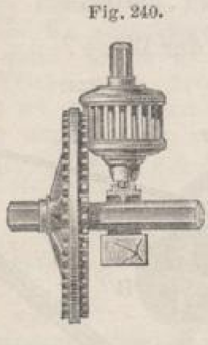


Fig. 240.



Übungsstoff. 1. Bei welcher der beiden einfachen Maschinen (Hebel und Wellrad läſst sich die Wirkung durch bloſse Gröſsenveränderung der Teile am meisten erhöhen; w.? — 2. Welchen Einfluſs würde es auf das Verhältnis a. zwischen Kr. und L., b. zwischen den Wegen, welche Kr. und L. bei einer Drehung zurücklegen, ausüben, wenn bei einer Seilwinde von den vier Teilen w, R, r und K je einer an Gröfse zu- oder abnähme? (Drücke diese und die folgende Frage ganz in Worten aus.) — **3.** Bei einer Seilwinde sei w = 5, R = 35, r = 6, K = 30 cm und P = 20 kg. Wie grofs ist Q? — **4.** Wie verhalten sich die Wege zu einander? — **5.** Wv. Arbeit wird geleistet, wenn die Last um 4 m gehoben wird? — **6.** Bei einer einfachen Wagenwinde sei r = 4, K = 24 cm, Q = 180 kg; wie grofs ist P, und wie verhalten sich die Wege zu einander? — **7.** Wie grofs ist die geleistete Arbeit, wenn die L. 30 cm hoch gehoben wird? — **8.** Worin besteht bei den beiden angeführten Maschinen der mech. V. und worin der mech. N.? — **9.** Weise durch eine Rechnung an den in Frage 3 bis 6 angeführten Beispielen nach, dafs bei beiden Maschinen der mech. N. dem mech. V. gleich ist. — **10.** Man will die drehende Bewegung einer Welle auf eine andere Welle übertragen. Wie kann man dabei verfahren, a. wenn beide Wellen parallel sind, b. wenn sie rechtwinklig zu einander stehen? — **11.** Führe aus eigener Anschauung Fälle an, in denen die eine oder andere dieser Einrichtungen vorkommt.

---

2. Die Gruppe der schiefen Ebene.

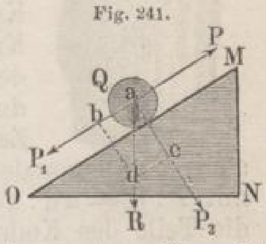
§ 72. Schiefe Ebene, Keil und Schraube. Die Gesetze der schiefen Ebene, des Keiles und der Schraube (§ 11—13) finden ihre eigentliche Erklärung durch das Parallelogramm der Kräfte.

1. Die schiefe Ebene.

a. Die Kraft wirke parallel zur Ebene.

Auf der schiefen Ebene OM (Fig. 241) werde die Last Q durch eine Kraft P parallel zur Ebene im Gleichgewichte gehalten; der Schwerpunkt a des Körpers Q sei der Angriffspunkt dieser Kraft. Um die Gröfse der Kraft P zu erhalten, bestimmen wir zunächst die Gröfse einer Kraft P_1, welche jener Kraft gerade entgegengesetzt ist; sind beide gleich, so mufs offenbar Gleichgewicht eintreten. Diese Kraft ergiebt sich dadurch, dafs man die durch das Gewicht des Körpers gegebene senkrechte Zugkraft R = ad, als deren Angriffspunkt ebenfalls der Schwerpunkt des Körpers angesehen werden kann, durch das Parallelogramm abdc in 2 Seitenkräfte zerlegt, von denen die eine der Ebene parallel, die andere senkrecht zur Ebene gerichtet ist, die erstere also nur eine Bewegung, die letztere nur einen Druck zu erzeugen vermag. In welchem Verhältnis steht dann die Kraft P_1, also auch die Kraft P, zur Last, und wie grofs ist der Druck, welchen die schiefe Ebene durch die Last erleidet?

Fig. 241.



Um das Verhältnis dieser Kräfte durch die Teile der schiefen Ebene ausdrücken zu können, sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke abd und MNO miteinander zu vergleichen. Es ist

$\triangle abd \sim \triangle MNO$ (warum?), folglich $ab : ad = MN : MO$ oder

$$P : Q = \text{Höhe} : \text{Länge der Ebene}; \; P = Q \cdot \frac{h}{l} \dagger)$$

Wie verhält sich der Druck, den die Ebene erleidet, zur Last?

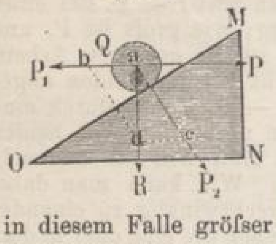
---

†) Trigonometrisch: $P = Q \cdot \sin w$, wenn w den Neigungswinkel der schiefen Ebene bezeichnet (weil $ab = ad \cdot \sin \sphericalangle bda$ und $\sphericalangle bda = w$).

b. Die Kraft wirke parallel zur Basis der Ebene.

Wie ist Fig 242 nach obigem zu erklären? — In welchem Verhältnis stehen die Kräfte P_1 und P_2 zur Last Q? — Es ist auch hier

Fig. 242.



$\triangle$ bad $\sim \triangle$ MNO (warum?), folglich
ab : ad = MN : NO oder

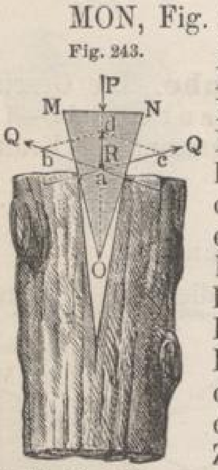
$P : Q =$ Höhe : Basis der Ebene; $P = Q \cdot \frac{h}{b}$. †)

Wie verhält sich der Druck, den die Ebene erleidet, zur Last? — Wie erklärt es sich, dafs der Druck auf die Ebene in diesem Falle gröfser ist als das Gewicht des Körpers?

2. Der Keil.

MON, Fig. 243, stelle einen Doppelkeil dar, auf welchen senkrecht gegen seine Seiten der Druck Q wirke; diesen beiden Kräften soll durch eine senkrecht auf den Rücken wirkende Kraft P das Gleichgewicht gehalten werden. — Da der Keil sich unter der alleinigen Wirkung der beiden seitlichen Druckkräfte aufwärts bewegen würde, so mufs offenbar Gleichgewicht entstehen, wenn die Kraft P ebensogrofs ist als eine ihr gerade entgegengesetzte Kraft, welche als die Mittelkraft jener beiden Druckkräfte angesehen werden kann. Zur Bestimmung dieser Kraft denken wir uns die Angriffspunkte der seitlichen Kräfte nach dem auf der Mittellinie des Keiles liegenden Punkte a verlegt und die Gröfse dieser Kräfte durch die gleichen Geraden ab und ac dargestellt. Zeichnet man dann das Parallelogramm der Kräfte, so stellt die Diagonale ad die gesuchte Mittelkraft R dar. Es verhält sich somit $P : Q =$ ad : ab (oder ac). Dasselbe Verhältnis läfst sich auch durch die Teile des Keiles ausdrücken, denn es ist

Fig. 243.



$\triangle$ dba $\sim \triangle$ MON, da ihre Seiten paarweise senkrecht aufeinander stehen, ihre Winkel also beziehungsweise gleich sind. Folglich

ad : ab = MN : MO oder $P : Q =$ Rücken : Seite des Keiles. ††)

Beim einfachen Keil, dessen Querschnitt ein rechtwinkliges Dreieck ist, kommt das Gesetz der schiefen Ebene zur Anwendung (die Kraft wirkt parallel der Basis der Ebene).

3. Die Schraube.

Da man sich die Schraube als eine um einen Cylinder gewundene schiefe Ebene vorstellen kann, deren Länge den Schraubengang und deren Basis den Umfang des Cylinders darstellt, so haben die auf

†) Trigonometrisch: $P = Q \cdot \tan w$, wenn w wiederum den Neigungswinkel der Ebene bezeichnet (weil $ab = ad \cdot \tan \sphericalangle bda$ und $\sphericalangle bda = w$).

††) Trigonometrisch: $P = 2Q \cdot \sin \frac{w}{2}$, wenn w ($= \sphericalangle dba$) den Keilwinkel bezeichnet ($\frac{1}{2} ad = ab \cdot \sin \frac{\sphericalangle dba}{2}$; folglich $ad = 2ab \cdot \sin \frac{\sphericalangle dba}{2}$).

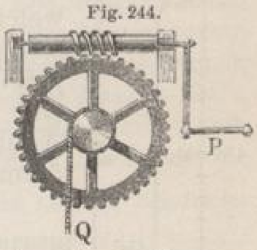
Fig. 243 bezüglichen Betrachtungen zugleich für die Schraube Giltigkeit. Man erhält also mit veränderter Bezeichnung:

P:Q = Ganghöhe : Umfang der Schraube oder
P:Q = Ganghöhe : Kreisweg der Kraft.

Der letztere Ausdruck ist insofern allgemeiner, als er auch auf den Fall angewandt werden kann, dafs die Kraft nicht am Umfange der Spindel, sondern wie in Fig. 41 und 42 am äufseren Ende eines durch den Kopf der Spindel gesteckten Stabes wirkt. Die Schraube läfst sich dann sovielmal leichter drehen, wievielmal der Stab (von der Achse der Spindel bis zum Angriffspunkte der Kraft gemessen) länger ist als der Radius der Schraubenspindel, denn der Stab stellt offenbar einen Hebel dar, dessen Drehpunkt mit der Achse zusammenfällt, und dessen Angriffspunkt der Last am Umfange der Spindel liegt.

Die Schraube ohne Ende. Sie besteht aus einer Schraubenspindel, deren Windungen in die Zähne eines Wellrades eingreifen. Die Kraft wirkt an einer an der Schraubenspindel befestigten Kurbel, die Last mittelst eines Seiles oder einer Kette an der Welle. Durch jede Umdrehung der Spindel wird das Zahnrad um eine Ganghöhe verschoben. Bezeichnet r den Radius der Welle, R den des Rades, h die Ganghöhe der Schraube, W den Kreisweg der Kraft, so ist, wenn wir wie bei der Seilwinde (§ 71) mit D den Druck bezeichnen, welchen die Zähne des Wellrades und die Schraubengänge gegeneinander ausüben,

Fig. 244.



$$D = \frac{r}{R} . Q, \text{ aber auch } = \frac{W}{h} . P, \text{ folglich}$$

$$\frac{r}{R} . Q = \frac{W}{h} . P, \text{ also auch } r . h . Q = R . W . P, \text{ mithin}$$

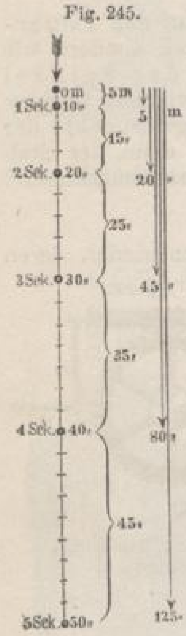
$$P : Q = r . h : R . W; \text{ in Worten?}$$

Übungsstoff. 1. Warum sind in den Kräfte-Parallelogrammen, Fig. 241 und 242, die Richtungen der Seitenkräfte so gewählt, dafs die eine derselben der Kraft P gerade entgegengesetzt ist, die andere senkrecht zur Ebene wirkt? — 2. Welchen Einflufs mufs es auf die Länge der Seiten jener Parallelogramme ausüben, wenn der Neigungswinkel der Ebene a. kleiner, b. gröfser wird? — 3. Beurteile hiernach die Veränderung, welche 1) die Gröfse der Kraft P, 2) die Gröfse des Druckes dadurch erfährt. — 4. Vergleiche die Druckwirkungen, welche die Ebene (Fig. 241 und 242) durch die gleiche Last bei Herstellung des Glgew. erleidet, wenn der Neigungswinkel derselbe ist. — 5. Bei welcher Richtung der Kraft P mufs dieser Druck noch gröfser sein? — 6. Wie ändert sich beim Keile (Fig. 243) die Richtung der Seiten des Parallelogramms, wenn der Keilwinkel seine Gröfse ändert? — 7. Welchen Einflufs übt dies auf die Länge der Diagonale aus? — 8. Inwiefern ist daher die Gröfse der Kraft von der Gröfse des Keilwinkels abhängig? — 9. Unter den drehbaren einfachen Maschinen ist die Schraube diejenige, bei welcher am meisten an Kraft gewonnen werden kann, warum? — 10. In welchem Verhältnis vergröfsert sich die Wirkung der Schraube, wenn die Kr. an einem durch den Kopf derselben gesteckten Stabe wirkt? — 11. Die Kurbel einer Schraube ohne Ende sei 25 cm lang, die Ganghöhe 2 cm, der Halbmesser des Zahnrades 40 cm, derjenige der Welle 8 cm. a. Wv. L. kann dann mit 10 kg Kr. überwunden werden? b. Welchen Weg mufs die Kr. zurücklegen, wenn die L. um 2 m gehoben werden soll? c. Welche Arbeit wird dabei geleistet?

C. Besondere Bewegungen.

§ 73. Freier Fall und senkrechter Wurf.

Fig. 245.



1. Der freie Fall. Im luftleeren Raume fallen alle Körper gleichschnell (vergl. § 6). Da der *freie Fall* durch die Schwerkraft, also durch eine unveränderlich wirkende Kraft hervorgerufen wird, so mufs derselbe eine *gleichmäfsig beschleunigte Bewegung* sein (§ 57). Die Gröfse der Beschleunigung, welche die Schwerkraft einem frei fallenden Körper zu erteilen vermag, läfst sich durch das freie Fallen desselben nur annähernd ermitteln, da die Bewegung zu schnell erfolgt und im lufterfüllten Raume der Widerstand der Luft hemmend auf dieselbe einwirkt. Berechnungen, welche man auf Grund sehr genauer Pendelversuche anstellte, haben ergeben, dafs *ein im luftleeren Raume frei fallender Körper unter 45° geographischer Breite in 1 Sek. eine Geschwindigkeit von nahezu 9,806 m erlangt* (am Äquator 9,708, in Berlin annähernd 9,813, am Pol beinahe 5 cm mehr als am Äquator.)

Diese Geschwindigkeit wird **Beschleunigung der Schwere** genannt und mit g *(gravitas)* bezeichnet. Nimmt man dieselbe abgerundet zu 10 m an, so hat der Körper in der 1. Sekunde des freien Falles einen Weg von 5 m zurückgelegt, denn da seine Geschwindigkeit von 0 bis 10 m gleichmäfsig wächst, so mufs der zurückgelegte Weg dem arithmetischen Mittel beider Zahlen entsprechen, also $\frac{0+10}{2} = 5$ m sein (vergl. §§ 57 und 58). Da die Schwere auch in der 2. Sek. in gleicher Weise wie in der 1. Sek. auf den fallenden Körper einwirkt, so mufs sie auch seine Geschwindigkeit um gleichviel vermehren, mithin beträgt die zu Ende der 2. Sek. erlangte Geschwindigkeit 20 m; der Fallraum der 2. Sek. aber ist $\frac{10+20}{2} = 15$ m u. s. w. Die auf diese Weise abgeleiteten Endgeschwindigkeiten und Fallräume stellt Fig. 245 dar; in Form einer Tabelle lassen sich dieselben übersichtlich zusammenstellen.

Anzahl der Sekunden	Endgeschwindigkeit	Fallräume der einzelnen Sek.	Gesamtfallraum
1	$1 . g$	$\frac{1}{2} \cdot g$	$1 . 1 \frac{g}{2}$
2	$2 . g$	$\frac{3}{2} \cdot g$	$2 . 2 \frac{g}{2}$
3	$3 . g$	$\frac{5}{2} \cdot g$	$3 . 3 \frac{g}{2}$
.	.	.	.
.	.	.	.
t	$t . g$	$(t - \frac{1}{2}) \cdot g$	$t . t \frac{g}{2}$

Aus dieser Zusammenstellung ergiebt sich das Gesetz:

Die Endgeschwindigkeiten eines frei fallenden Körpers wachsen wie die Fallzeiten, die einzelnen Fallräume wie die ungeraden Zahlen und die ganzen Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten.

Ein kürzerer Ausdruck für dieses Gesetz ist durch die Gleichungen gegeben:

$$\text{I. } v = gt; \qquad \text{II. } s_1 = (t - \tfrac{1}{2})g; \qquad \text{III. } s = \frac{g}{2} \cdot t^2.$$

Gleichung I giebt die Formel für die Berechnung der Endgeschwindgkeit (v), Gleichung II für die Berechnung der einzelnen Fallräume (s_1), Gleichung III für die des Gesamtfallraumes (s). Setzt man den Wert $t^2 = \frac{2s}{g}$ (aus Gl. II) in die Gl. $v^2 = g^2t^2$ (Gl. I quadriert) ein, so ergiebt sich

$$v^2 = g^2 \cdot \frac{2s}{g} = 2gs$$

$$v = \sqrt{2gs},$$ wonach sich die Endgeschw. aus der Fallhöhe berechnen läfst.

Bem. Wie hier, so ist auch in den folgenden Paragraphen bei allen Bewegungen im lufterfüllten Raume vom Widerstande der Luft abgesehen.

Die Fallgesetze wurden von Galilei (geb. 1564 zu Pisa, gest. 1642) im Jahre 1602 aus Beobachtungen abgeleitet, welche derselbe an glattpolierten Messingkugeln machte, die in schräg gestellten, mit glattem Pergament ausgelegten hölzernen Rinnen herabrollten. Dadurch wurde die Fallbewegung verlangsamt, denn die Kraft, mit welcher ein Körper sich auf einer **schiefen Ebene** hinabbewegt, verhält sich (nach § 72) zu der Kraft, mit welcher er frei fällt, wie die Höhe der Ebene zur Länge derselben. Beträgt die Steigung der Ebene $\frac{1}{n}$, so hat man alle für den freien Fall gültigen Werte mit $\frac{1}{n}$ zu multiplizieren, um die entsprechenden Werte für die schiefe Ebene zu erhalten. In demselben Verhältnis ist also auch die Beschleunigung beim Falle auf der schiefen Ebene geringer als beim freien Falle. †) Am einfachsten und sichersten gelingt der Nachweis der Fallgesetze mittelst der **Atwoodschen Fallmaschine** (§ 58). Die genaue Beobachtung des wirklichen freien Falles, die Benzenberg (1802) am Michaelisturm in Hamburg und Reich (1832) in einem Bergwerkschacht in Freiberg mit grofser Sorgfalt vornahmen, ist schwierig und schon dadurch sehr beschränkt, dafs die erforderlichen grofsen Fallräume nicht vorhanden sind.

2. Der senkrechte Wurf. Während beim freien Falle nur eine Kraft wirkt, sind die Wurfbewegungen ein Ergebnis vom Zusammenwirken zweier Kräfte. Die einzelnen Bewegungsrichtungen, in welchen die Wurfkraft und die Schwerkraft auf den geworfenen Körper einwirken, bilden entweder eine gerade Linie (senkrechter Wurf), oder sie schliefsen einen Winkel ein (wagerechter und schiefer Wurf). Wird der Körper senkrecht aufwärts geworfen, so wirkt die Schwerkraft der Wurfkraft gerade entgegen. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper aufsteigt, mufs daher in jeder folgenden Sekunde seiner aufwärts gerichteten Bewegung um 10 m abnehmen; *die Bewegung ist somit eine gleichmäfsig verzögerte.* Wird ein Körper senkrecht abwärts geworfen, so

†) Trigonometrisch ausgedrückt: $g_1 = g \cdot \sin w$, wenn g_1 die Beschleunigung beim Fall auf der schiefen Ebene und w den Neigungswinkel der Ebene bezeichnet. Die oben aufgestellten Formeln für den freien Fall behalten Giltgkeit für den Fall auf der schiefen Ebene, wenn in denselben statt g überall $g_1 = g \cdot \sin w$ gesetzt wird. Die Endgeschw., mit welcher ein Körper am Fufse der schiefen Ebene ankommt, nachdem er die Länge derselben durchlaufen hat, ergiebt sich demnach: $v = \sqrt{2g_1s} = \sqrt{2g \cdot \sin w \cdot s} = \sqrt{2g \cdot \frac{h}{l} \cdot l} = \sqrt{2gh}$; in Worten?

vergröfsert sich seine Geschwindigkeit durch die Schwerkraft in jeder Sekunde um 10 m; *die Bewegung ist also eine gleichmäfsig beschleunigte.*

Beispiel zum senkrecht aufwärts gerichteten Wurfe.

a. Geschwindigkeiten

beim Steigen: (Von unten zu lesen.)	beim Fallen: (Von oben zu lesen.)
„ „ „ 5. „ 50—5.10 = 0 „	Anfangsgeschwindigkeit . . . . . . 0 m
„ „ „ 4. „ 50—4.10 = 10 „	Geschw. nach der 1. Sek. . . . . 10 „
„ „ „ 3. „ 50—3.10 = 20 „	„ „ „ 2. „ . . . . 20 „
„ „ „ 2. „ 50—2.10 = 30 „	„ „ „ 3. „ . . . . 30 „
Geschw. nach d. 1. Sek. 50—1.10 = 40 m	„ „ „ 4. „ . . . . 40 „
Anfangsgeschwindigkeit . . . . . . 50 m	„ „ „ 5. „ . . . . 50 „

Die Geschwindigkeit eines senkrecht geworfenen Körpers nimmt beim abwärts gerichteten Wurfe um ebensoviel zu, beim aufwärts gerichteten Wurfe während des Steigens um ebensoviel ab, als sie beim freien Falle in der gleichen Zeit zunimmt.

Wenn a die Anfangsgeschwindigkeit bezeichnet und v, g und t die oben angegebene Bedeutung haben, so ist in Zeichen:

$$v = a \pm gt.$$

Hat der Körper den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht, so ist v = o. Setzt man dies in der Gleichung v = a — gt ein, so erhält man

$$gt = a$$ und daraus die Steigdauer

$$t = \frac{a}{g};$$ in Worten?

Für die Endgeschwindigkeit beim Fallen ergiebt sich demnach:

$$v = gt = g.\frac{a}{g} = a;$$ in Worten?

Ein senkrecht aufwärts geworfener Körper steigt ebenso lange, als er fällt; die Endgeschwindigkeit, welche er durch das Herabfallen erlangt, ist gleich der Anfangsgeschwindigkeit a.

b. Höhen und Fallräume.

(Von unten zu lesen.)	(Von oben zu lesen.)
„ „ „ „ „ 5. „ 50—9.5 = 5 „	Der K. fällt in der 1. Sek. 1.5 = 5 m
„ „ „ „ „ 4. „ 50—7.5 = 15 „	„ „ „ „ „ 2. „ 3.5 = 15 „
„ „ „ „ „ 3. „ 50—5.5 = 25 „	„ „ „ „ „ 3. „ 5.5 = 25 „
„ „ „ „ „ 2. „ 50—3.5 = 35 „	„ „ „ „ „ 4. „ 7.5 = 35 „
Der K. steigt in d. 1. Sek. 50—1.5 = 45 m	„ „ „ „ „ 5. „ 9.5 = 45 „

Da der Weg, welchen ein in gerader Linie zu zwei Bewegungen angeregter Körper zurücklegt, bei entgegengesetzter Richtung der Kräfte gleich dem Unterschiede der Einzelwege ist (§ 63), so gilt der Satz:

Die Steighöhe eines senkrecht aufwärts geworfenen Körpers ist um den Fallraum der Steigzeit kleiner als diejenige Höhe, welche er während dieser Zeit durch die Wurfkraft allein erreichen würde.

In Zeichen: $$h = at - t^2\frac{g}{2}.$$

Drückt man wie oben die Zeit durch die Wurfgeschwindigkeit und die Beschleunigung der Schwere aus $(t = \frac{a}{g})$, so erhält man:

$$h = \frac{a_2}{2g};$$ in Worten?

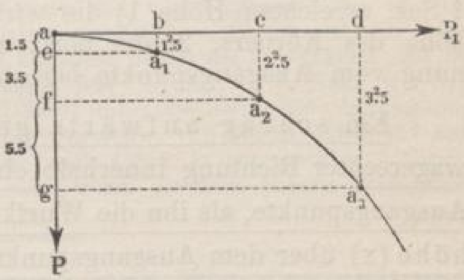
Übungsstoff. 1. Ist die Meinung richtig, ein K. falle deshalb immer schneller, weil die Erde ihn immer stärker anziehe? Grund! — 2. Wie mag sich diese Meinung gebildet haben? — 3. Wie erklärt es sich, dafs die Geschw. des freien Falles mit der Fallmaschine (Fig. 188) nachgewiesen werden können, obgleich die Bewegung viel langsamer erfolgt? — 4. Bei jenen Versuchen war die Beschleunigung *20 cm*, wenn $Q = Q_1 = 122{,}5$ g und $p = 5$ g, desgl. *40 cm*, wenn $Q = Q_1 = 120$ g und $p = 10$ g, ferner wieder *20 cm*, wenn $Q = Q_1 = 245$ g und $p = 10$ g. Grund! — 5. Wie grofs etwa hätten die Gewichte sein müssen, wenn die Beschleunigungen ebensoviel cm betragen sollten, als sie beim freien Falle Meter betragen? — 6. Wie ist durch eine rinnenförmige schiefe Ebene dasselbe zu erreichen? — 7. Ein Stein gebrauche 4 Sek., um von einem Turme frei auf den Boden zu fallen. a. Endgeschw., b. Höhe des Turmes? — 8. Wv. später ist das Aufschlagen des Steines von oben zu hören, als unten? — 9. Auf der Festung Königstein befindet sich ein Brunnen von solcher Tiefe, dafs ein hinabfallender Stein erst nach $5\frac{1}{2}$ Sek. unten ankommt? Wie tief ist der Brunnen? — 10. Wievielmal so schnell gelangt dabei der Schall von unten nach oben als der Stein nach unten? — 11. Wievielmal so grofs ist der Luftwiderstand beim freien Falle nach 2, 3, 4, 5 Sek. als nach 1 Sek.? (§ 61.) — 12. Geschw. einer senkrecht aufwärts geschossenen Kugel nach 10 Sek.? (Wurfgeschw. = 300 m.) — 13. Nach wv. Sek. kommt die Kugel unten wieder an? Steighöhe! — 14. Wie grofs ist ihre Geschw. 5 Sek. vor dem Aufschlagen auf den Boden? — 15. Eine andere Kugel bleibe 1 Minute aus. Wie hoch ist sie gestiegen?

---

§ 74. Wagerechter und schiefer Wurf.

1. Der wagerechte Wurf. Angenommen, eine Kugel werde in wagerechter Richtung abgeschossen und lege in 1 Sekunde den Weg ab zurück (Fig. 246). Wirkte dann keine andere Kraft auf die Kugel ein, so würde diese sich vermöge der Trägheit stets in derselben Richtung mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen (ab = bc = cd u. s. w.); ihre Bahn bildete eine gerade Linie. Da die Kugel jedoch der Wirkung der Schwerkraft unterliegt, so sinkt sie innerhalb der 1. Sek. um den Fallraum dieser Sekunde, nämlich um 5 m, unter die Schufslinie herab, in der 2. Sek. um **3** . 5 m, in der 3. Sek. um **5** . 5 m u. s. w.; oder in 2 Sek. um $2^2 . 5$ m, in 3 Sek. um $3^2 . 5$ m u. s. w. Man erhält demnach den *Ort*, an welchem die abgeschossene Kugel nach Ablauf einer jeden Sek. unter der Wirkung der Schwerkraft ankommt, durch das Parallelogramm der Bewegungen. Die *Wege*, welche die Kugel in den einzelnen Sekunden zurücklegt, können nicht geradlinig sein. Wäre letzteres der Fall, so müfste die Kugel z. B. nach $\frac{1}{2}$ Sek. schon um die Hälfte von 5 m gesunken sein. Dies ist unmöglich, da jeder frei fallende Körper wegen der zunehmenden Geschwindigkeit in jedem folgenden Zeitteilchen einen gröfseren Weg zurücklegt als in dem vorhergehenden. Die Kugel mufs somit nach $\frac{1}{2}$ Sek. sich noch über der Diagonale des Parallelogramms befinden. Dasselbe gilt auch für jeden anderen Bruchteil der 1. Sek. wie für alle folgenden Sekunden. Da die Ablenkung von der eingeschlagenen Richtung eine stetige ist und gesetzmäfsig erfolgt, so mufs die Bahn der Kugel eine *gesetzmäfsig gekrümmte Linie* sein.

Fig. 246.



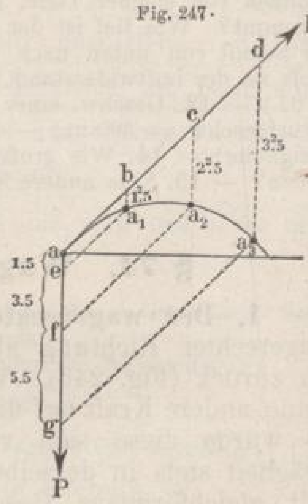
Ein wagerecht geworfener Körper entfernt sich in wagerechter Richtung innerhalb einer bestimmten Zeit so weit von seinem Ausgangspunkte, als ihn die Wurfkraft allein treiben würde; er sinkt dabei so tief herab, als ob er der Schwerkraft allein folgte.

Wenn y die wagerechte Entfernung, a die Anfangsgeschwindigkeit und x die Tiefe unter der Horizontalen bezeichnet, so ist in Zeichen:

$$y = ta \text{ und } x = t^2 \cdot \frac{g}{2}.$$

2. Der schiefe Wurf. Wird ein Körper unter irgend einem Winkel schräg aufwärts geworfen, so mufs seine Bahn ähnlich wie beim wagerechten Wurfe eine *gesetzmäfsig gekrümmte Linie* bilden.

Fig. 247.



Wie läfst sich die Wurfbewegung für den schiefen Wurf nach obigem unter Anleitung von Fig. 247 erklären? Vergleiche ferner die Dreiecke miteinander, welche entstehen, wenn man sich die von b, c und d ausgehenden Senkrechten bis zur wagerechten Geraden verlängert denkt. Wie läfst sich hiernach aus der Anfangsgeschwindigkeit des geworfenen Körpers und der durch die Wurfkraft allein in 1 Sek. erreichten Höhe 1) die wirkliche Steighöhe des Körpers, 2) die horizontale Entfernung vom Ausgangspunkte berechnen?

Ein schräg aufwärts geworfener Körper entfernt sich in wagerechter Richtung innerhalb einer bestimmten Zeit so weit von seinem Ausgangspunkte, als ihn die Wurfkraft allein treiben würde; seine Steighöhe (x) über dem Ausgangspunkte ist um den Fallraum dieser Zeit kleiner als die Höhe (h), welche er durch den Wurf allein erreichen würde.

In Zeichen: $y = te$ und $x = th - t^2 \cdot \frac{g}{2}$, wenn e die Strecke bedeutet, um welche der K. sich in 1 Sek. in wagerechter Richtung von seinem Ausgangspunkte entfernt und die übrigen Buchstaben die oben angegebene Bedeutung haben.†)

---

†) Trigonometrisch: $y = t \cdot a \cdot \cos w$ (1) und $x = t \cdot a \cdot \sin w - t^2 \cdot \frac{g}{2}$ (2), wenn a die Wurfgeschw., w den Elevationswinkel bezeichnet. Wenn der Körper den wagerechten Boden wieder erreicht, so ist x = Null, folglich $t^2 \cdot \frac{g}{2} = t \cdot a \cdot \sin w$ oder $t \cdot \frac{g}{2} = a \cdot \sin w$, also $t = \frac{2 a \sin w}{g}$ (3), demnach $y = \frac{2 a \sin w}{g} \cdot a \cos w = \frac{a^2 \cdot \sin 2 w}{g}$ (da $2 \sin w \cdot \cos w = \sin 2 w$). Dieser Ausdruck hat seinen gröfsten Wert (**gröfste Wurfweite**), wenn $\sin 2 w = 1$, also $2 w = 90^0$, $w = 45^0$ ist — Ist $\sphericalangle w < 45^0$, so erhält man durch Einsetzen des Winkels und seines Komplement-

Durch Zeichnung wie durch Rechnung läfst sich nachweisen, dafs die Wurfweite am gröfsten ist, wenn der Winkel, den die Wurfrichtung mit der wagerechten Richtung bildet *(Erhebungs- oder Elevationswinkel)*, 45° beträgt. Jede andere, geringere Entfernung kann durch 2 Neigungswinkel erreicht werden, von denen der eine ebensoviel kleiner, als der andere gröfser ist als 45° (45° — n und 45° + n).

Die Bahn, welche ein in wagerechter oder schräger Richtung geworfener Körper zurücklegen würde, wenn die Luft der Bewegung nicht hemmend entgegenwirkte, ist eine *Parabel*. Bei dem wirklichen Wurfe in der Luft ist der absteigende Teil der Bahn, namentlich wenn die zurückgelegte Strecke sehr grofs ist, mit dem aufsteigenden Teile nicht symmetrisch, sondern stärker gekrümmt (*ballistische Kurve*[1]), Fig. 248). Schräg aufsteigende Wasserstrahlen bieten eine gute Veranschaulichung der Wurfbahn. Bei Geschossen übt sowohl deren Form, als auch die Art ihrer Bewegung einen Einflufs auf die Gestalt der Flugbahn aus (Achsendrehung der Spitzkugeln gezogener Geschütze).

Fig. 248.

a b c

Die genaue Kenntnis der Flugbahn der Geschosse ist besonders für die Artillerie sehr wichtig.

Übungsstoff. 1. Die Wurfgeschw. der beiden K., deren Bahnen in Fig. 246 und 247 dargestellt sind, sei 400 m. Wievielmal so lang würde dann ab als ae sein müssen, wenn die Verhältnisse dieser Linien der Wirklichkeit entsprechen sollten? — 2. Welchen Einflufs übt die Gröfse der Kraft, mit welcher eine Feuerspritze in Thätigkeit gesetzt wird, bei gleicher Richtung des Mundstückes auf Länge und Gestalt des Strahles aus? — 3. Vgl. die Bahn einer wagerechten oder schräg abgeschossenen Kugel mit der Richtung der Achse des Geschützes? — 4. Vgl. beide mit der Richtung der Visierlinie für den Fall, dafs bei aufgeschlagenem Visier gezielt wurde? Wo ist das Visier angebracht, u. w.? — 5. Warum wendet man bei Gewehren für verschiedene Entfernungen Visiere von verschiedener Höhe an, und warum sind bei geringen Entfernungen Visiere unnötig? — 6. Können die wirklichen Bahnen zweier Geschosse verschieden ausfallen, wenn die Pulverkraft und die Richtung der Achse des Geschützrohres dieselbe ist? Grund! — 7. Nach wv. Sek. ist eine schräg aufwärts geschossene Kugel 20 m unter die Schufslinie herabgesunken? — 8. Eine Kugel werde mit einer Anfangsgeschw. von 300 m unter 45° aufwärts geschossen. Wv. Meter würde sie dann nach 4 Sek. in wagerechter Richtung sich entfernt haben und wv. m gestiegen sein, wenn die Luft keinen Widerstand leistete?

§ 75. Die Centralbewegung und die Centralkraft (Centripetalkraft).

Bei einem wagerecht oder schräg geworfenen Körper ist der ganze zurückgelegte Weg im Vergleich zu der Entfernung des Anziehungs-Mittelpunktes (Mittelpunkt der Erde), nach welchem hin die Ablenkung erfolgt, sehr klein. Die Linien ba_1, ca_2, da_3 (Fig. 247), welche die Ablenkungsrichtung angeben, können daher als parallel angesehen werden. Liefse sich die Wurfgeschwindigkeit beliebig steigern, so würden bei der zunehmenden Gröfse des zurückgelegten Weges jene Linien mehr und mehr als Schenkel mefsbarer Winkel betrachtet werden

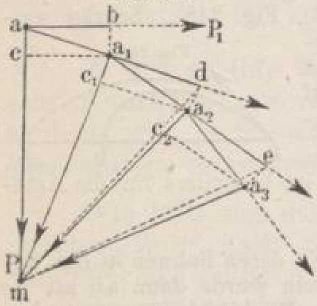
winkels in der Gleichung $y = \frac{a^2 \sin 2w}{g}$ zwei gleiche Werte, da die doppelten Winkel sich zu zwei 2 R ergänzen und ihre Sinus also gleich sind. — Da der geworfene Körper in der 1. Hälfte seiner Bahn ebenso steigt, wie er in 2. Hälfte fällt, so ergiebt sich die gröfste Höhe, wenn man nach (3) für t die Hälfte jenes Wertes, nämlich $\frac{a \sin w}{g}$ in (2) einsetzt: $x = \frac{a^2 \sin^2 w}{2g}$.

[1]) βάλλειν (bállein), werfen und curvus, krumm.

müssen, deren Scheitelpunkte im Mittelpunkte der Erde lägen. Bei genügender Geschwindigkeit würde dann der geworfene Körper, da die Erde kugelförmig ist, den Erdboden überhaupt nicht wieder erreichen, sondern *nach Art eines Himmelskörpers die Erde unaufhörlich umkreisen*, vorausgesetzt, dafs nicht etwa Bewegungshindernisse hemmend auf die Bewegung einwirkten.

Fig. 249 stelle eine derartige Bewegung, welche man **Centralbewegung**[1]) nennt, dar. Einem in a befindlichen Körper sei durch irgend eine Kraft eine bestimmte Anfangsgeschwindigkeit mitgeteilt, sodafs er infolge seiner Trägheit in gleichförmiger Bewegung fortzugehen bestrebt ist und im 1. Zeitteilchen den Weg a b zurücklegt. Würde dann der Körper zugleich durch eine *stetig wirkende Kraft* so stark nach m hingezogen, dafs er dieser Kraft allein folgend, im 1. Zeitteilchen von a nach c gelangte, so ist der *Ort*, an welchem er am Ende des 1. Zeitteilchens in Wirklichkeit ankommen mufs, die seinem Ausgangspunkte gegenüberliegende Ecke a_1 des Bewegungsparallelogramms $a c a_1 b$. Der vom Körper während dieses Zeitteilchens zurückgelegte *Weg* kann, da die anziehende Kraft (P) beständig wirkt, nicht geradlinig sein, er mufs aber um so mehr mit der Diagonale $a a_1$ zusammenfallen, je kleiner man das Zeitteilchen annimmt. Wäre das Zeitteilchen, in welchem der Körper von a nach a_1 gelangt, so klein, dafs der Weg als geradlinig angesehen werden könnte, so würde der Körper vermöge der Trägheit seine Bewegung in der Richtung der Diagonale $a a_1$ fortsetzen und in dem folgenden ebenso grofsen Zeitteilchen den Weg $a_1 d = a a_1$ zurücklegen, wenn er nicht durch die in der Richtung nach m hin wirkende Kraft von der Linie $a_1 d$ abgezogen würde. Ist nun $a_1 c_1$ die Strecke, um welche der Körper während dieses Zeitteilchens von seiner Richtung abgelenkt wird, so erhält man den *Ort* a_2, an welchem der Körper nach Ablauf des 2. Zeitteilchens ankommt, wiederum durch das Bewegungsparallelogramm und den zurückgelegten *Weg* durch die Diagonale desselben $a_1 a_2$. Setzt man diese Betrachtung für die folgenden, immer als gleich grofs angenommenen Zeitteilchen weiter fort, so ergiebt sich für den vom Körper zurückgelegten Weg die gebrochene Linie $a a_1 a_2 a_3 \ldots\ldots$ In Wirklichkeit ist *wegen der stetigen Wirkung der ablenkenden Kraft der Weg des Körpers eine gesetzmäfsig gekrümmte Linie*, von der nur die in unendlich kleinen Zeitteilchen zurückgelegten Strecken als geradlinig angesehen werden können.

Fig. 249.



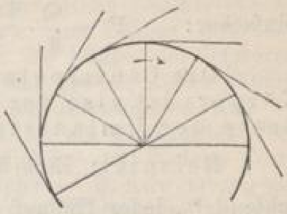
Durch folgenden **Versuch** läfst sich veranschaulichen, wie durch Zusammenwirken eines einmaligen Stofses und einer beständig nach einem festen Mittelpunkt hin wirkenden Kraft eine Centralbewegung zu Stande kommt.

Einer an einem langen Faden schwingenden Pendelkugel erteilt man, wenn sie sich eben an der Stelle ihrer gröfsten Ausweichung be-

[1]) centrum, Mittelpunkt.

findet, einen seitlichen Stofs. Die Kugel beschreibt sodann eine krummlinige Bahn um den festen Punkt ihrer Gleichgewichtslage (Aufhängepunkt des Pendels). Die Form der Bahn ist von der Stärke des Stofses abhängig; ein schwacher Stofs bewirkt, dafs das Pendel in einer Ellipse schwingt, bei bestimmter Stärke des Stofses wird die Bewegung kreisförmig. Brennt man den Faden während der Bewegung ab, so fliegt die Pendelkugel in der Richtung der Tangente fort (Fig. 250); sich selbst überlassen, kommt sie allmählich in Folge des Luftwiderstandes und der Reibung am Aufhängepunkt des Fadens zur Ruhe.

Fig. 250.



Wenn ein Körper, welcher das Bestreben hat, sich in bestimmter Richtung gleichförmig zu bewegen, von einem nicht in dieser Richtung liegenden Punkte aus beständig angezogen wird, so entsteht eine krummlinige Bewegung: **Centralbewegung.**

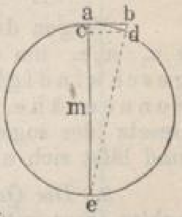
Die Anziehungskraft, welche den bewegten Körper beständig von seiner Bewegungsrichtung ablenkt, heifst **Centralkraft** *oder* **Centripetalkraft** [1]) — *Jede vom Mittelpunkte einer Centralbewegung nach einem beliebigen Punkte der Bahn gezogene Gerade heifst* **Leitstrahl** *oder* **Radiusvector** [2])

Die Geschwindigkeit, mit welcher der bewegte Körper von irgend einem Punkte seiner Bahn aus seine Bewegung geradlinig fortzusetzen strebt, wird **Tangential-Geschwindigkeit** *genannt.*

Die Gröfse der Centralkraft (Centripetalkraft) läfst sich unter der Annahme einer gleichförmigen Bewegung in kreisförmiger Bahn durch eine einfache Rechnung nachweisen.

Man stelle sich vor, ein Körper vom Gewichte Q lege von dem Kreiswege Fig. 251, in einem sehr kleinen Zeitteilchen, etwa in 1 Sek., die Strecke ad, in t Sek. den ganzen Kreisweg zurück. Denkt man sich dann diese kurze Strecke geradlinig und in die beiden Seitenwege ac und ab zerlegt, von denen ab eine Tangente und ac einen Teil des Durchmessers bildet, so stellt ac diejenige Strecke dar, um welche der Körper, wenn er der Centripetalkraft (P) allein folgte, sich in 1 Sek. dem Anziehungspunkte m nähern würde. Mit dem freien Falle verglichen, entspricht die letztere Strecke offenbar dem Fallraume der 1. Sek., den wir mit $\frac{g}{2}$ bezeichnen. Da nun die Gröfsen zweier Kräfte im Verhältnis ihrer Wirkungen zu einander stehen, so ergiebt sich die Proportion $P : Q = ac : \frac{g}{2}$, also $\mathbf{P} = 2 \cdot \frac{Q}{g} \cdot ac = 2 \cdot \frac{Q}{g} \cdot \frac{(ad)^2}{2r} = \frac{\mathbf{Q}}{g} \cdot \frac{(ad)^2}{r}$, denn $ac = \frac{(ad)^2}{2r}$, da $\triangle acd \sim ade$, also $ac : ad = ad : 2r$). Indem man (nach § 59) den Quotienten $\frac{Q}{g}$ als Ausdruck für die Masse des Körpers ansieht, läfst sich die für die Centripetalkraft aufgestellte Formel $\left(P = \frac{Q}{g} \cdot \frac{(ad)^2}{r}\right)$ so aussprechen: Die Centripetalkraft steht im geraden Verhältnis zur Masse und zum Quadrat der Geschwindigkeit des bewegten Körpers und im umgekehrten Verhältnis zum Halbmesser der Bahn.

Fig 251.



[1]) petĕre, streben. — [2]) radius, Strahl und vector, Träger.

Da die Geschwindigkeit aus der Länge der Kreisbahn ($2r\pi$) und der Umlaufszeit (t) berechnet werden mufs, so ist es für die Anwendung der Gleichung zweckmäfsiger, für ad den Wert $\frac{2r\pi}{t}$ einzusetzen. Dies ergiebt $P = \frac{Q}{g} \cdot \frac{4r^2 \cdot \pi^2}{t^2 r}$ oder einfacher: $P = \frac{Q}{g} \cdot \frac{4r\pi^2}{t^2}$.

Die Centripetalkraft eines gleichförmig im Kreise bewegten Körpers ist also der Masse und dem Halbmesser direkt, dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Beispiel: Eine Kugel von 0,5 kg werde an einer 0,8 m langen Schnur geschleudert, jeder Umlauf dauere $\frac{1}{2}$ Sek; dann ist $P = \frac{0{,}5}{10} \cdot \frac{4 \cdot 0{,}8 \cdot 3{,}14^2}{0{,}5^2} = 6{,}31$ kg.

Wie grofs würde die Centrifugalkraft sein, wenn a. die Kugel das doppelte Gewicht hätte, b. die Schnur doppelt so lang, c. die Umdrehungszeit halb so grofs wäre?

Die grofsartigsten Centralbewegungen sind die Bewegungen der Himmelskörper. Von besonderer Wichtigkeit für uns sind die Bewegungen der Planeten um die Sonne als ihren Centralkörper und die Bewegungen der Monde um die Planeten als ihre Centralkörper. Bis zum 16. Jahrhundert war man der Meinung, dafs die Erde im Weltraume stillstehe und Sonne und Gestirne sich um sie bewegten. Erst Kopernikus (geb. 1473 in Thorn, gest. 1543) wies nach, dafs die Erde und die übrigen Planeten sich um die Sonne bewegen. Während Kopernikus aber die Bahnen der Planeten noch für Kreise hielt, wurde von Kepler die wirkliche Gestalt der Planetenbahnen entdeckt. Auf Grund langjähriger Beobachtungen und mühsamer Berechnungen stellte er (1610) über die Planetenbewegung folgende Gesetze auf:

1. Die Bahnen, in welchen die Planeten sich um die Sonne bewegen, sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht.

Die Gestalt der Planetenbahnen weicht von der Kreisform so wenig ab, dafs sie in vielen Fällen als kreisförmig betrachtet werden kann.

2. Die Leitstrahlen der Planeten beschreiben in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.

Beweis. (Fig. 249). $\triangle ama_1 = \triangle a_1md$, weil beide gleiche Grundlinie ($aa_1 = a_1d$) und gleiche Höhe haben.
$\triangle a_1md = \triangle a_1ma_2$ aus demselben Grunde ($a_1m = a_1m$ und $da_2 \parallel a_1m$); folglich
$\triangle ama_1 = \triangle a_1ma_2$. Ebenso folgt, dafs $\triangle a_1ma_2 = \triangle a_2ma_3$ ist u. s. w.

Wegen der Inhaltsgleichheit der Flächenräume müssen die Bahnstrecken aa_1, a_1a_2, a_2a_3 um so gröfser sein, je geringer ihr Abstand von m ist. Die Bahngeschwindigkeit eines Planeten ist daher am gröfsten in der Sonnennähe, am kleinsten in der Sonnenferne. — Das 2. Keplersche Gesetz (der sogen. Flächensatz) hat für jede Art der Centralbewegung Giltigkeit und läfst sich auch umkehren.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Kubikzahlen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Beweis. Nach dem Gravitationsgesetze (§ 56) ist $P : P_1 = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r_1^2}$; ferner ist $P : P_1 = \frac{r}{t_2} : \frac{r_1}{t_1^2}$. Hieraus folgt $\frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_1^2} = \frac{r}{t_2} : \frac{r_1}{t_1^2}$ oder, wenn man die Vorderglieder mit $r^2 \cdot t^2$ und die Hinterglieder mit $r_1^2 \cdot t_1^2$ multipliziert, $t^2 : t_1^2 = r^3 : r_1^3$.

Newton gelang es (1682), die Bewegungen der Planeten auf die Wirkung der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation zurückzuführen und damit auch ihre scheinbaren Unregelmäfsigkeiten zu erklären.

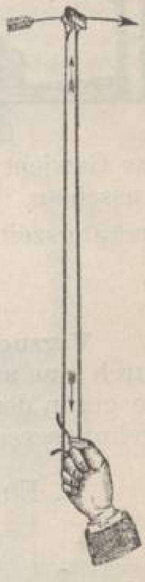
Übungsstoff. 1. Schnell umlaufende Schleifsteine und Wagenräder zeigen sehr häufig Erschn., aus denen hervorgeht, dafs die sich bewegenden Teile das Bestreben haben, in tangentialer Richtung ihre Bewegung fortzusetzen, welche? — 2. In welchem Augenblicke mufs man die Schnur einer Schleuder (Fig. 252) los lassen, um das Ziel zu treffen? — 3. Wie ist es zu erreichen, dafs ein schwingendes Fadenpendel seine Schwingungsebene verläfst und eine andere Bahn beschreibt? — 4. Wie hat man zu verfahren, wenn die Bahn des Pendels eine Ellipse mit sehr kurzer kleiner Achse werden soll? — 5. Wie ferner, wenn die Länge der letzteren bei wiederholten Versuchen sich mehr und mehr der Länge der grofsen Achse nähern soll? — 6. Welchen Erfolg hat eine weitere Zunahme der ablenkenden Kr.? — 7. Für welche der beiden hierbei möglichen Bahnformen ist ein bestimmtes Verhältnis zwischen den zusammenwirkenden Kräften erforderlich? — 8. Welche Form wird bei derartigen Versuchen daher am meisten vorkommen? — 9. Anwendung auf die Bahnen der Planeten und anderer Himmelskörper! (Im Weltraume kommen auch nicht geschlossene Bahnen vor.) — 10. Newton prüfte sein aus den Planetenbewegungen abgeleitetes Gravitationsgesetz zuerst an der Bewegung des Mondes, indem er die Anziehungskraft der Erde als die auf den Mond wirkende Centripetalkraft ansah. Nach jenem Gesetze mufs der Fallraum der 1. Sek. in der mittleren Entfernung des Mondes (= 60 Erdhalbmesser) den 3600. Teil vom Fallraum der 1. Sek. (4,9 : 3600 = 0,00136) betragen, w.? Dieser Fallraum ist in Fig. 249 und 251 durch ac dargestellt, wenn m die Erde, aa_1 (Fig. 249) oder ad (Fig. 251) den in 1 Sek. zurückgelegten Teil der Mondbahn bedeutet. Nach Fig. 251 läfst sich dieselbe Strecke ac auch aus ad und dem Durchmesser ae der nahezu kreisförmigen Mondbahn berechnen, indem man die Proportion anwendet: ac : ad = ad : ae, denn sieht man ad als geradlinig an, so bilden adc und ade rechtwinklige Dreiecke. Der mittlere Halbmesser am der Mondbahn = 384 436 000 m. Die in 1 Sek. zurückgelegte Strecke ad läfst sich aus der ganzen Bahnlänge und der Umlaufszeit (= 2 360 000 Sek.) berechnen. Führt man die Rechnung aus, so ergiebt sich ac = 0,00136 m, welche Zahl mit dem vorher angegebenen Fallraum übereinstimmt.

---

§ 76. Versuche über die Centrifugalkraft (Schwungkraft).

Die einfachste aller Centralbewegungen ist diejenige, bei welcher eine kreisförmige Bahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen wird. Ein sehr bekanntes Beispiel einer solchen ist die Bewegung, welche ein Stein ausführt, wenn man ihn in einer Schleuder (Fig. 252) rasch im Kreise schwingt. Hierbei stellt der von der Hand ausgeübte Zug die Centripetalkraft dar. Indem der Stein den Kreisweg zurücklegt, fühlt man in der Hand einen nach aufsen gerichteten Zug, welcher um so mehr zunimmt, 1) je schneller man schleudert, 2) je gröfser das Gewicht des Steines ist und 3) je länger bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit die Schnur ist. Dünne Fäden zerreifsen dabei leicht, elastische Schnüre oder schraubenförmig gewundene Drähte strecken sich. Der Stein übt demnach während seiner Bewegung eine Rückwirkung auf die Hand aus, ähnlich wie etwa eine elastische Feder einen Gegendruck oder Zug gegen die Hand ausübt, welche die Feder spannt (Gesetz der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung, § 59).

Fig. 252.



Die Gegenwirkung, welche ein Körper bei einer Kriesbewegung ausübt, wird als **Centrifugalkraft**[1]) *oder* **Schwungkraft** *bezeichnet. Sie ist der Centripetalkraft an Gröfse gleich.*

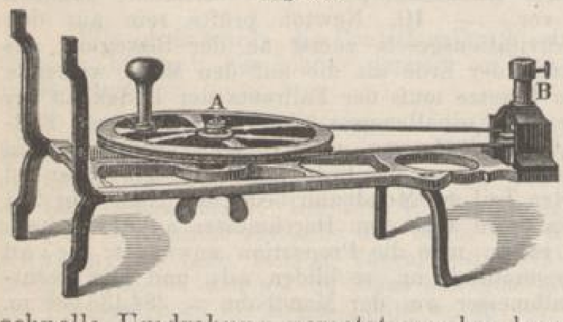
---

[1]) fugĕre, fliehen.

Bem. Die Centrifugalkraft ist nichts anderes, als der Widerstand, welchen das Beharrungsvermögen eines im Kreise bewegten Körpers der Centripetalkraft entgegensetzt; denn indem der Körper gezwungen wird, sich im Kreise zu bewegen, statt in der Richtung der Tangente fortzugehen, wozu ihn die Beharrung antreibt, wirkt er der nach dem Centrum hinziehenden Kraft entgegen. Diese Wirkung ist also lediglich eine Folge des Beharrungsvermögens; die Annahme einer besonderen Kraft, welche den Körper in der Richtung des Radius nach aufsen treibt, ist nicht zulässig.

Durch Versuche mit dem **Centrifugalapparate** (der Schwungmaschine) läfst sich die Abhängigkeit der Centrifugalkraft von der Masse, der Bahnweite und der Umlaufszeit eines kreisförmig bewegten Körpers ermitteln und somit das im vorigen Paragraphen entwickelte Gesetz bestätigen. Die Schwungmaschine (Fig. 253) besteht aus einem gusseisernen *Gestell,* auf welchem eine kleine *Triebrolle* (B) durch ein *Schwungrad* (A) in sehr schnelle Umdrehung versetzt werden kann.

Fig. 253.



1. Einflufs der Umdrehungszeit.

Versuch a. Als Hülfsapparat läfst sich ein sehr leicht drehbarer Winkelhebel (Fig. 254) anwenden, dessen senkrechter Arm in eine Metallkugel und dessen wagerechter Arm in einen Metallring endigt, auf welchen zum Zwecke der Belastung durchbohrte Metallscheiben gelegt werden können. Die zunächst aufgelegte Metallscheibe habe ein solches Gewicht, dafs die Kugel gegen den Rahmen schlägt, wenn man das Schwungrad einmal in einer Sekunde umdreht. Belastet man dann den Ring so stark, dafs das Gewicht 4- oder 9mal so grofs ist als vorhin, so erfolgt ein Ausschlag, wenn man 2- oder 3mal so schnell dreht, sodafs die Umdrehungszeit also nur noch $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ Sekunde beträgt.

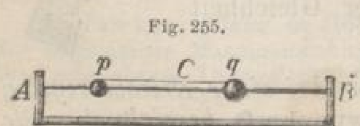
Fig. 254.

2. Einflufs der Masse.

Versuch b. Wird die Kugel des aufrechten Hebelarmes (Fig. 254) durch eine andere von 2- oder 3fachem Gewichte ersetzt, so schlägt sie gegen den Rahmen, wenn der wagerechte Hebelarm bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit 2- oder 3mal so stark als vorhin belastet ist.

3. Einflufs der Gröfse des Umdrehungshalbmessers.

Fig. 255.



Versuch c. Läfst man auf dem Centrifugalapparate einen Rahmen (Fig. 256), welcher auf einem wagerecht ausgespannten Drahte 2 leicht verschiebbare Kugeln enthält, immer schneller umlaufen, so ändern letztere ihre Lage nicht, wenn ihre Abstände von der Drehungsachse sich umgekehrt verhalten, wie ihre Gewichte, also wenn $p = \frac{1}{2}q, \frac{1}{3}q, \frac{1}{4}q \ldots$, und 2-, 3-, 4 mal so weit von der Drehungsachse entfernt ist als q.

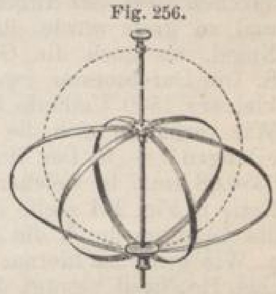
Bei einer **kreisförmigen Centralbewegung** wächst die Centrifugalkraft oder Schwungkraft unter sonst gleichen Umständen 1) umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszeit, 2) ebenso wie die Masse des bewegten Körpers, und 3) wie der Halbmesser der Bahn.

In Zeichen: 1) $P : P_1 = t_1^2 : t^2$, 2) $P : P_1 = M : M_1$, 3) $P : P_1 = R : R_1$.

Anwendung der Gesetze der kreisförmigen Centralbewegung.

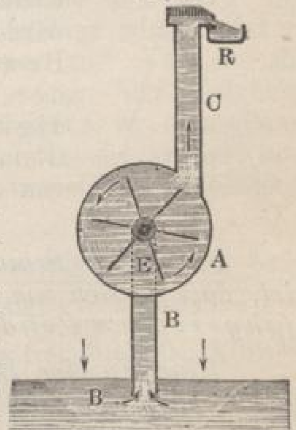
Abplattung der Erde und Abnahme der Schwerkraft durch die Achsendrehung. Wird ein Kugelgerippe (Fig. 256) oder ein Öltropfen (letzterer in einer Flüssigkeit von gleichem spec. Gewicht schwebend) immer schneller um seine Achse gedreht, so tritt eine immer stärkere Abplattung ein. (Erkl.!) Diese Wirkung der Centrifugalkraft macht es höchst wahrscheinlich, dafs auch die einst feurig flüssige Erde durch die Achsendrehung ihre abgeplattete Gestalt erhielt. (Die Abplattung beträgt ungefähr $\frac{1}{299}$ vom Durchmesser des Äquators, letzterer ist 42,64 km länger als die Erdachse.) — Die Achsendrehung der Erde bewirkt ferner eine Abschwächung der Schwerkraft und zwar mittelbar durch die Abplattung nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze, unmittelbar durch die Centrifugalkraft, da infolge der Achsendrehung jeder Körper auf der Erdoberfläche ein um so gröfseres Bestreben hat, sich von der Erde zu entfernen, je gröfser sein Abstand von der Erdachse ist. Nur an den Polen kann daher die Schwerkraft voll zur Wirkung kommen, während ihre Abschwächung durch die Schwungkraft von den Polen nach dem Äquator hin zunimmt und am Äquator selbst am meisten beträgt. Hier wirkt die Schwungkraft der Schwerkraft gerade entgegen, sodafs letztere um den vollen Betrag der Schwungkraft ($\frac{1}{289}$ der Erdanziehung) geringer ist, als sie sonst sein würde. Drehte sich die Erde 17 mal so schnell, also in 1 Stunde 25 Min. einmal um ihre Achse ($17^2 = 289$), so würde die Schwerkraft durch die Schwungkraft vollständig aufgehoben werden. Zwischen Pol und Äquator bilden die Richtungen dieser beiden Kräfte einen Winkel miteinander, von dessen Gröfse jene abschwächende Wirkung der Schwungkraft abhängig ist.

Fig. 256.



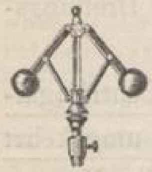
Im praktischen Leben findet die Schwungkraft vielfache Anwendung. Fig. 257 stellt eine zum schnellen Heben von Wasser dienende **Centrifugalpumpe** dar, welche dadurch wirkt, dafs in einem kapselförmigen eisernen Gehäuse ein kleines Schaufelrad (gewöhnlich durch eine Dampfmaschine) in sehr schnelle Umdrehung versetzt wird, sodafs die Luft aus dem seitlich einmündenden Saugrohre entweicht. Letzteres hat zur Folge, dafs das Wasser in das Gehäuse eindringt und von den Schaufeln im Steigrohre hinaufgeworfen wird, aus welchem es oben ausfliefst. Ähnliche Vorrichtungen dienen zur Erzeugung eines kräftigen Luftstromes **(Ventilatoren)**.

Fig. 257.



Bei Dampfmaschinen regelt man mittelst des **Centrifugal-Regulators** (Fig. 258, folg. Seite) den Zutritt des Dampfes zum Cylinder. — Bei der Zuckerfabrikation wird die aus Rüben gewonnene Zuckermasse (Melasse) durch die Schwungkraft von den nicht krystallisierten, flüssigen Bestandteilen in weiten metallenen Trommeln *(Centrifugen)*, deren Wand fein durchlöchert ist, gereinigt (1000—1500 Umdrehungen in der Minute). — In ähnlicher Weise dient die Schwungkraft zum Ausschleudern des Honigs aus den Bienenwaben, zur Gewinnung der Butter aus der Milch, des Stärkemehls aus dem Gereibsel der Kartoffeln u. s. w.

Fig. 258.

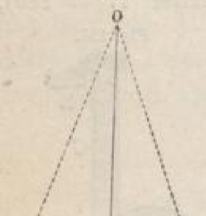


Übungsstoff. 1. Ein kugelförmiges, mit W. und Qu. gefülltes Gefäfs werde mittelst der Schwungmaschine schnell wie ein Kreisel gedreht. Wie werden sich dann die Flgkn. im Gefäfse ordnen? (sogen. Quecksilbergürtel.) — 2. Warum liegen bei Eisenbahnkurven die äufseren Schienen höher als die inneren? — 3. Kunstreiter können sich auf einem galoppierenden Pferde an der nach dem Mittelpunkte der Bahn gerichteten Seite desselben ohne festen Sitz hängend erhalten. Erkl.! — 4. Bei den (in Spielwarenhandlungen käuflichen) sogen. Centrifugalbahnen rollt ein kleiner Wagen auf einer geneigten Bahn herab und durchläuft sodann mit den Rädern nach oben eine kreisförmige Schlinge. Erkläre dies! — 5. Eine Kugel werde an einer a. 40, b. 60, c. 80 cm langen Schnur im Kreise geschleudert. Verhältnis der Schwungkräfte? — 6. Einflufs a. des 2- oder 3fachen Gew. der Kugel, b. einer 2- oder 3mal so grofsen Geschw.? — 7. Wievielmal so grofs würde die Schwungkraft werden, wenn man sowohl das Gew. der Kugel, als auch die Geschw. in der vorhin angegebenen Weise vergröfserte? — 8. Die Durchmesser zweier Centrifugen verhalten sich wie 4 : 5; während aber die kleinere 1500 Umläufe in 1 Min. macht, führt die gröfsere nur 1200 Umläufe aus. Wie verhalten sich die Schwungkräfte, welche gleiche Massen in den Centrifugen erlangen? — 9. Der Halbmesser des Erdäquators ist 6377,4 km, die halbe Erdachse 6356,08 km. In welchem Verhältnis ist hiernach die Erde abgeplattet? — 10. Der Kreis in Fig. 251 stelle den Äquator der Erde dar, ad die Strecke, welche ein Punkt des Äquators durch die Achsendrehung der Erde in 1 Sek. zurücklegt (ad = 464 m). a. Wie grofs ist hiernach ac? (ac : ad = ad : ae, vgl. Frage 10, § 75). b. Welchen Bruchteil beträgt diese Strecke vom Fallraume der 1. Sek. am Äquator (4,89 m)? Denselben Bruchteil von der Erdschwere mufs die Schwungkraft am Äquator betragen; um den gleichen Bruchteil mufs demnach auch das Gew. der K. am Äquator geringer erscheinen, als wenn die Erde stillstände.

§ 77. Die Pendelbewegung.

Die Pendelbewegung entsteht, wenn ein an einem Faden oder dünnen Drahte (Fig. 259) frei aufgehängter Körper (Bleilot) aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und dann sich selbst überlassen wird. Eine aufmerksame Beobachtung lehrt, dafs diese Bewegung um so schneller erfolgt, je kürzer der Aufhängefaden ist, und dafs die Geschwindigkeit der Bewegung mit der Annäherung an die Gleichgewichtslage zunimmt und mit der Entfernung von derselben wieder abnimmt.

Fig. 259.



Jeder Körper, welcher in einem nicht mit seinem Schwerpunkte zusammenfallenden Punkte so aufgehängt ist, dafs er sich um diesen Punkt frei bewegen kann, wird **Pendel** *(physisches Pendel) genannt.*

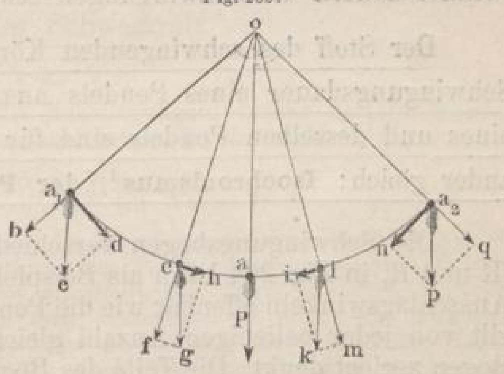
Eine einzelne Bewegung aus der äufsersten Lage der einen Seite in die entgegengesetzte (von a_1 nach a_2 oder umgekehrt) *heifst* **Schwingung,** *die dazu erforderliche Zeit* **Schwingungsdauer.** — *Der Winkel, um welchen das Pendel aus seiner senkrechten Lage sich entfernt, wird als* **Ausschlagswinkel** *bezeichnet* ($\sphericalangle\, a_1 o a$ und $a o a_2$).

Vom physischen (zusammengesetzten) Pendel unterscheidet man das mathematische (einfache) Pendel. Bei letzterem, welches in Wirklichkeit nicht vorhanden ist und sich nur annähernd durch eine an einem dünnen Faden hängende Metallkugel darstellen läfst, hat man sich den Pendelfaden gewichtslos und das Gewicht des aufgehängten Körpers in einem Punkte vereinigt zu denken.

1. Einfaches (mathematisches) Pendel (Gesetze der Pendelbewegung).

Denkt man sich den Schwingungsbogen eines Pendels ($a_1 a_2$, Fig. 260) aus zahlreichen kleinen geraden Linien zusammengesetzt, so läfst sich die Pendelbewegung als ein abwechselndes Fallen und Steigen eines Körpers auf schiefen Ebenen betrachten, deren Neigungswinkel gleich den Ausschlagswinkeln des Pendels sind, wie sich leicht ergiebt, wenn man die durch a_1 gezogene Tangente bis zum Schnitt mit der Verlängerung von oa verlängert und durch diesen Punkt eine Horizontale legt. Zerlegt man nun die auf den pendelnden Körper einwirkende Schwerkraft für irgend eine schräge Lage des Pendels, z. B. für a_1, durch das Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte, von denen die eine ($a_1 b$) mit dem Pendelfaden, die andere ($a_1 d$) mit der betreffenden schiefen Ebene gleich gerichtet ist, so giebt erstere die Spannung des Fadens, letztere die Richtung und Gröfse der Kraft an, mit welcher der Körper an diesem Punkte in seine Gleichgewichtslage zurückzufallen strebt. Je näher das Pendel seiner Gleichgewichtslage kommt, um so gröfser ist die Seitenkraft, welche den Faden spannt, um so kleiner dagegen die bewegende Kraft. In der Gleichgewichtslage selbst ist letztere gleich Null. Wie sich nun die bewegenden Kräfte zu einander verhalten, ebenso müssen sich auch die Beschleunigungen verhalten. Bis zur Gleichgewichtslage nimmt daher die Geschwindigkeit stetig, aber um immer weniger zu. Von da ab setzt das Pendel seine Bewegung nur noch zufolge der Trägheit weiter fort. Da die Schwerkraft während des Steigens in demselben Verhältnis hemmend auf die Bewegung einwirkt, wie sie vorher beschleunigend wirkte, so mufs die Geschwindigkeit auch ebenso abnehmen, wie sie vorher zunahm.†) Hieraus folgt:

Fig. 260.



Die Pendelbewegung ist während des Fallens ungleichmäfsig beschleunigt, während des Steigens ungleichmäfsig verzögert.

Da die Beschleunigung der Schwere für alle frei fallenden Körper dieselbe ist, so müssen auch alle Körper, gleichviel aus welchem Stoffe sie bestehen, auf derselben schiefen Ebene ohne Bewegungshindernisse

†) Trigonometrisch: Die Seitenkräfte sind P . sin w und P . cos w, wenn w den Ausschlagswinkel bezeichnet; die Beschleunigung = g . sin w.

gleichschnell fallen, folglich an gleichlangen Pendeln bei gleichen Ausschlägen auch gleichschnell schwingen. Obwohl nun die bewegenden Kräfte (nach Fig. 260) mit der Gröfse der Ausschläge zunehmen, so können doch die Schwingungszeiten nicht für alle Ausschlagswinkel einander genau gleich sein. Denn denkt man sich des besseren Vergleiches wegen z. B. die beiden Dreiecke efg und a_1bc so verschoben, dafs eg und a_1c von o aus auf oa fallen, und stellt man sich vor, um o sei mit eg ($= a_1c$) ein Kreisbogen geschlagen, so ist ersichtlich, dafs das Wachstum der Kraft bei vergröfsertem Ausschlagswinkel hinter dem Wachstum des Schwingungsbogens zurückbleibt. †) Bei gröfseren Ausschlagswinkeln müssen demnach die Pendelausschläge etwas länger dauern als bei kleinen Winkeln. Bestätigung:

Versuch a. Läfst man mehrere kleine Kugeln, welche aus verschiedenen Stoffen (Metall, Holz, Glas) bestehen, an möglichst dünnen und 1 m langen Fäden nebeneinander schwingen, so dauert jede Schwingung bei kleinen Ausschlägen nahezu 1 Sek. Bei gröfserem Ausschlagswinkel dauern die Schwingungen etwas länger.

Der Stoff des schwingenden Körpers übt keinen Einflufs auf die Schwingungsdauer eines Pendels aus. — Die Schwingungszeiten eines und desselben Pendels sind für sehr kleine Ausschlagswinkel einander gleich: **Isochronismus** [1]) **der Pendelschwingungen.**

Die Schwingungsbogen verschiedener Pendel von ungleicher Länge (R und R_1 in Fig. 264 kann als Beispiel dienen) verhalten sich bei gleichen Ausschlagswinkeln offenbar wie die Pendellängen ($ea : db = R : R_1$); dasselbe gilt von jeder beliebigen Anzahl gleicher Teile, in welche man sich die Bogen zerlegt denkt. Die Teile des Bogens ea bilden sodann mit der Horizontalen dieselben Winkel, wie die gleichliegenden Teile des Bogens db, mithin wirken auf diesen einander entsprechenden Teilen auch gleich grofse beschleunigende Kräfte auf das Pendel ein. Da sich nun die Fallzeiten wie die Quadratwurzeln der Fallräume verhalten (§ 73), so müssen sich auch die Zeiten, in denen einander entsprechende Bogenteilchen durchlaufen werden, ebenso verhalten wie die Quadratwurzeln aus den Teilchen selbst oder, nach dem Vorhergehenden, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen. Durch den Versuch bestätigt man dies, indem man die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel vergleicht.

Versuch b. Läfst man mehrere Pendel schwingen, deren Längen sich wie 1 : 4 : 9 u. s. w. verhalten, so verhalten sich ihre Schwingungszeiten wie 1 : 2 : 3 u. s. w.

---

[1]) ἴςος (isos), gleich und χρόνος (chronos), Zeit.

†) Trigonometrisch: Die beschleunigenden Kräfte wachsen wie die Sinus der Ausschlagswinkel, also langsamer als die Schwingungsbogen; nur bei sehr kleinen Ausschlägen (etwa bei 5⁰) verhalten sie sich demnach ebenso wie die Schwingungsbogen, also auch wie die Aussschlagswinkel selbst.

Bei Pendeln von verschiedener Länge verhalten sich die Schwingungszeiten (t und t_1) wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen (l und l_1).

In Zeichen: $t : t_1 = \sqrt{l} : \sqrt{l_1}$.

Die Schwingungsdauer eines Pendels von bestimmter Länge nimmt, genauen Beobachtungen zufolge, vom Äquator nach den Polen hin etwas ab. Die Länge des Sekundenpendels, welches in der Sek. eine Schwingung (einen Hingang oder Hergang) ausführt, ist für die Äquatorgegend annähernd 991 mm, unter 45° geogr. Breite 993,5 mm, für Berlin 994,3 mm; sie beträgt an den Polen ungefähr 5 mm mehr als am Äquator. Genaue Beobachtungen der Pendelschwingungen in verschiedener geographischer Breite, auf hohen Bergen und in tiefen Bergwerken haben zu dem Gesetze geführt:

Die Schwingungszeiten eines Pendels, welches an verschiedenen Orten der Erde schwingt, stehen im umgekehrten Verhältnis zur Quadratwurzel aus der Beschleunigung der Schwerkraft.

In Zeichen: $t : t_1 = \sqrt{g_1} : \sqrt{g}$.

Bedeutet n und n_1 die Anzahl der Schwingungen, welche dasselbe Pendel an verschiedenen Orten in gleichen Zeiten ausführt, so ist demnach:

$$n : n_1 = \sqrt{g} : \sqrt{g_1} \text{ oder}$$
$$g : g_1 = n^2 : n_1^2 \text{ (in Worten?)}$$

Galilei, der durch die Beobachtung der Schwingungen einer herabhängenden Lampe im Dom zu Pisa auf die Untersuchung der Pendelbewegung geführt worden sein soll, hat die Pendelgesetze zuerst ausgesprochen (1602). Huyghens (spr. Heuchens) setzte Galileis Untersuchungen fort, bestimmte die Länge des Sekundenpendels und machte eine sehr wichtige Anwendung vom Pendel zur Regulierung des Ganges der Räderuhren (1657). Auch berechnete er aus den Pendelschwingungen die Schwerkraft der Erde. Dafs ein und dasselbe Pendel nicht an allen Orten der Erde gleichschnell schwingt, wurde zuerst von dem französischen Astronomen Richer (1672) beobachtet, der eine Reise nach Cayenne (5° n. Br.) unternommen hatte, um diese und noch andere wissenschaftliche Fragen zu untersuchen. Er fand, dafs das Pariser Sekundenpendel in Cayenne sich langsamer bewegte und um $1\frac{1}{4}$ Linie verkürzt werden mufste, damit es wieder Sekunden schlage. Damit war ein sicherer Beweis für die Abnahme der Schwerkraft nach dem Äquator hin geliefert. Die wichtigsten Pendelbeobachtungen dieser Art verdankt man Sabine (spr. Säbbin), der von Bahia bis Spitzbergen (13° s. bis 80° n. Br.) genaue Versuche ausgeführt hat.

2. Zusammengesetztes (physisches) Pendel.

Beim wirklichen Pendel stellen genau genommen alle mit dem Aufhängepunkte fest verbundenen Massenteilchen des Pendels mathematische oder einfache Pendel dar, von denen jedes unabhängig vom anderen um so schneller schwingen würde, je näher es dem Aufhängepunkte liegt. Man kann daher jedes physische Pendel als aus zahlreichen einfachen Pendeln bestehend betrachten und aus diesem Grunde als zusammengesetztes Pendel bezeichnen.

Die Schwingungen der dem Aufhängepunkt näher gelegenen Teilchen werden durch die entfernteren verzögert, die Schwingungen der entfernteren dagegen durch die näheren beschleunigt. Demnach mufs es in jedem physischen Pendel einen Punkt geben, dessen Schwingungen durch die übrige Masse des Pendels nicht beeinflufst werden, der also wie ein einfaches Pendel schwingt.

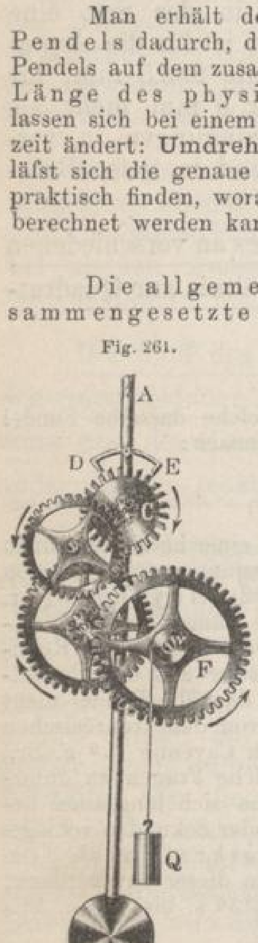
Derjenige Punkt eines zusammengesetzten Pendels, welcher wie ein einfaches (mathematisches) Pendel schwingt, wird **Schwingungspunkt des Pendels** *genannt. Er liegt etwas tiefer als dessen Schwerpunkt.*

Man erhält den Schwingungspunkt eines zusammengesetzten Pendels dadurch, dafs man die Länge eines ebenso schnell schwingenden einfachen Pendels auf dem zusammengesetzten vom Aufhängepunkte aus abträgt (reducierte Länge des physischen Pendels). Aufhängepunkt und Schwingungspunkt lassen sich bei einem solchen Pendel vertauschen, ohne dafs sich die Schwingungszeit ändert: **Umdrehungs- oder Reversionspendel.** Mittelst des Reversionspendels läfst sich die genaue Länge des Sekundenpendels für einen bestimmten Ort praktisch finden, woraus dann die Beschleunigung der Schwere für den Ort berechnet werden kann.†)

Anwendungen des Pendels.

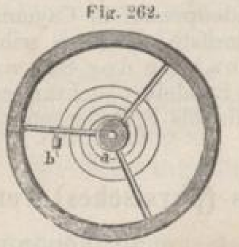
Die allgemeinste und nützlichste Anwendung findet das zusammengesetzte Pendel zur **Regulierung des Ganges der Räderuhren** (Fig. 261). Diese werden dadurch in Bewegung gesetzt, dafs ein Gewicht (Q) oder eine Feder am Umfange einer Welle (w) einen Zug ausübt. Damit das Räderwerk dadurch nicht in eine beschleunigte Umdrehung gerät, greifen in die Zahnlücken des obersten Rades, des sogen. Hemmungs- oder Steigrades (C), die beiden hakenförmigen Enden eines Ankers (DE) ein, welcher sich mit einem Pendel (AB) hin- und herbewegt und bei jedem Hin- und Hergange das Steigrad um einen Zahn vorrücken läfst (Ankerhemmung). Da nun die Pendelschwingungen von gleicher Dauer sind, so erfolgt der Umlauf des Räderwerkes gleichmäfsig. Das Pendel regelt somit die Bewegung und bildet also den *Regulator der Uhr.* Um den Einflufs, welchen die Wärme auf die Pendellänge ausübt, für den Gang der Uhr auszugleichen, wendet man Kompensationspendel an (§ 115).

Fig. 261.



Da Pendel nur an gröfseren feststehenden Uhren angebracht werden können, so hat man für Taschenuhren besondere Regulatoren (Unruhen) erfunden. Diese bestehen aus sehr kleinen Schwungrädern. Die Achse eines solchen Rades ist mit einem cylindrischen oder ankerförmigen Hemmapparate versehen, welcher ähnlich wie bei einer Pendeluhr auf die Bewegung eines Steigrades einwirkt und das Ticken der Uhr hervorruft. Das gesamte Räderwerk wird durch kleine Spiralfedern in Bewegung gesetzt (Fig. 262).

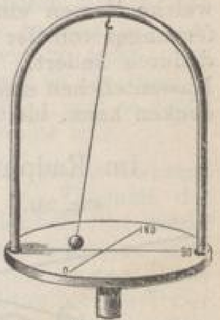
Fig. 262.



†) Für die Schwingungsdauer eines Pendels (einfache Schwingung) gilt bei sehr kleinen Ausschlagswinkeln die Gleichung $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Hieraus folgt: $g = \frac{\pi^2 . l}{t^2}$ und wenn man für t die Zahl 1 (1 Sek.) setzt: $g = \pi^2 . l$, wonach sich die Beschleunigung der Schwere für diejenigen Orte der Erde berechnen läfst, für welche die Länge des Sekundenpendels durch den Versuch ermittelt worden ist. Ein hinreichend genaues Resultat erhält man auch, indem man die Schwingungen zählt, welche ein Pendel von gemessener Länge in einer bestimmten Zeit, z. B. in der Minute, ausführt und dann die Formel $g = \frac{\pi^2 . l}{t^2}$ anwendet.

Durch Foucault in Paris (1851) ist die Pendelbewegung zu einem Beweise für die **Achsendrehung der Erde** benutzt worden. Läfst man nämlich ein sehr langes Pendel mit ziemlich schwerem Pendelkörper etwa in der Richtung des Meridians schwingen, so ist nach einiger Zeit eine auffällige und um so gröfsere Änderung in der Lage der Schwingungsebene zu den Gegenständen der Umgebung erkennbar, je weiter der Beobachtungsort vom Äquator entfernt liegt. Da nun beim Schwingen eines Pendels die Schwingungsebene infolge der Trägheit der schwingenden Masse ihre Richtung nicht ändert, wenn der Aufhängepunkt des Pendels eine Drehung erleidet (Drehung der Scheibe, Fig. 263), so mufs jene scheinbare Drehung der Schwingungsebene durch eine wirkliche Drehung der Erde hervorgerufen werden. — Denkt man sich etwa über dem Nordpole der Erde ein Pendel aufgehängt, so würde die geradlinige Verlängerung des ruhenden Pendels mit der Erdachse zusammenfallen. Ein seitlich vom Pendel in der Schwingungsebene stehender Beobachter würde demnach mit der (durch die drehbare Scheibe, Fig. 263, veranschaulichten) Erdoberfläche innerhalb 24 Stunden von W. nach O. einen vollen Kreis beschreiben; dagegen dreht sich scheinbar in derselben Zeit die Schwingungsebene des Pendels von O. nach W. um 360°. Wendete der Beobachter dem Pendel den Rücken zu, so würde die Schwingungsebene für ihn nach *rechts* abgelenkt erscheinen, am Südpole nach *links*. Ein am Äquator aufgehängtes Pendel bildet in seiner Ruhelage mit der Erdachse einen rechten Winkel. Die in der Schwingungsebene gelegenen Punkte der Erdoberfläche müssen also ihre Lage gegen diese Ebene unverändert beibehalten. Für alle Orte, welche zwischen Pol und Äquator liegen, kann man sich die Sache so vorstellen, ab ob eine um so geringere Drehung um eine senkrechte Achse erfolgte, je weiter der Ort vom Pole entfernt liegt.

Fig. 263.



Übungsstoff. **1.** Warum kann die Schwingungsweite eines Uhrpendels nicht immer genau dieselbe sein? — **2.** Warum werden demnach Uhren, welche sehr genau gehen sollen, so eingerichtet, dafs das Pendel möglichst kleine Ausschläge macht? — **3.** Wie läfst sich der Gang einer Pendeluhr durch das Pendel a. verlangsamen, b. beschleunigen? — **4.** Wird es einen Einflufs auf den Gang einer in unserer Gegend richtig gehenden Pendeluhr ausüben, wenn die Uhr an einem weiter nach N., S., O. oder W. gelegenen Orte aufgehängt wird; inwiefern? — **5.** Welchen Einflufs hat die Aufstellung einer Pendeluhr auf einem sehr hohen Berge oder in einem sehr tiefen Schachte auf den Gang derselben? (§ 56.) — **6.** Einflufs der Wärme auf den Gang gewöhnlicher Pendeluhren? — **7.** Welche auf die Pendelbewegung bezügliche Thatsache ist eine Bestätigung des Gesetzes, dafs alle K. gleichschwer sind? — **8.** Bei welcher Länge des einfachen Pendels ist die Schwingungsdauer a. $\frac{1}{2}$, b. 2 Sek. (annähernd)? — **9.** Verhältnis der Schwingungszeiten zweier Pendel, von denen das eine 2,5, das andere 1,6 m lang ist? — **10.** Wie verhalten sich die Pendellängen a. zu den Schwingungszeiten, b. zu den Schwingungszahlen? — **11.** Von zwei Pendeln mache das eine 100, das andere 120 Schwingungen in 1 Min. Wie verhalten sich ihre Längen? — **12.** Warum mufs zum Foucaultschen Pendelversuche ein sehr langes Pendel mit ziemlich schwerem Pendelkörper benutzt werden? (Foucault benutzte ein Pendel von 28 kg Gew., welches an einem Draht von 67 m Länge hing.)

---

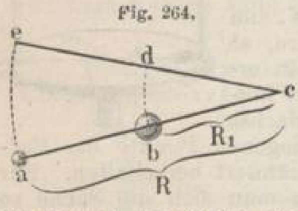
§ 78. Trägheitsmoment. Bei unseren früheren Betrachtungen über die Bewegungen der Körper konnten wir uns in allen denjenigen Fällen, in denen eine blofse Verschiebung der Masse, d. h. eine solche Bewegung stattfand, bei welcher alle Massenteilchen des Körpers mit gleicher Geschwindigkeit parallele Strecken zurücklegen, die ganze Masse des bewegten Körpers in seinem Schwerpunkte vereinigt denken und diesen Punkt als Angriffspunkt der Kräfte ansehen. Die

Lehre von der Pendelbewegung hat nun bereits gezeigt, dafs sich dies auf einen Körper, welcher sich um eine feste Achse dreht, aus dem Grunde nicht anwenden läfst, weil die lineare Geschwindigkeit der Teile des Körpers in verschiedenen Abständen von der Drehungsachse verschieden, die Winkelgeschwindigkeit aber für alle Teile gleich ist. Eine andere Bewegung, für welche dasselbe gilt, ist die Drehung von Schwungrädern.

Der Einfachheit wegen soll in folgendem nur die Frage erörtert werden, welche Massen einander bei der Drehung um eine feste Achse in beliebigen Entfernungen von der Achse ersetzen können, ohne dafs die Winkelgeschwindigkeit sich dadurch ändert. Die Bestimmung des Punktes, in welchem man sich sämtliche Massenteilchen eines sich drehenden Körpers ohne Änderung der Bewegung vereinigt denken kann, bleibt demnach unberücksichtigt.

Im Endpunkte a (Fig. 264) des gewichtslos gedachten Stabes ac sei eine Masse M angebracht; diese werde durch Drehung des Stabes von a nach e bewegt. Die Kraft wirke dabei in der Drehungsebene rechtwinklig zum Stabe und zwar so auf den Körper, dafs dieser dadurch eine bestimmte lineare Geschwindigkeit erlange. Würde dann die Masse M von a nach der Mitte b des Stabes verlegt und der Stab abermals um denselben Winkel gedreht, so brauchte die Kraft, wenn sie zunächst wieder wie vorhin unmittelbar auf den Körper einwirkte, bei gleicher Geschwindigkeit des Stabes nur halb so grofs zu sein, denn die lineare Geschwindigkeit, welche der Körper in derselben Zeit erlangt, ist auch nur halb so grofs als vorher ($bd = \frac{1}{2} ae$). Ganz dieselbe Wirkung kann von a aus nach dem Hebelgesetze schon durch $\frac{1}{4}$ der Kraft hervorgebracht werden. Denken wir uns nun nicht die Kraft, sondern die Masse veränderlich, so folgt, dafs die ganze Kraft von a aus einer 4 mal so grofsen, in b befindlichen Masse die gleiche Winkelgeschwindigkeit zu erteilen vermag. Wäre $bd = \frac{1}{3} ae$ oder $\frac{1}{4} ae$, so könnte die Masse aus denselben Gründen 9- oder 16 mal so grofs sein, ohne dafs die Winkelgeschwindigkeit sich änderte. Umgekehrt würde die Masse, wenn sie um die 2-, 3-, 4 . . . fache Länge des Drehungsradius der Kraft von der Drehungsachse entfernt wäre, nur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ . . . so grofs als im einfachen Abstande sein dürfen, wenn an der Winkelgeschwindigkeit nichts geändert werden sollte. Hieraus folgt:

Fig. 264.



Die Massen, welche sich bei der Drehung um eine feste Achse ersetzen können, ohne dafs ihre Winkelgeschwindigkeit sich ändert, verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Abstände vom Drehpunkte.

In Zeichen: $M : M_1 = R_1^2 : R^2$, folglich $MR^2 = M_1 R_1^2$; in Worten?

Die Produkte aus den Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen vom Drehpunkte werden die **Trägheitsmomente** *dieser Massen genannt.*

Auf der Veränderung des Trägheitsmomentes eines schwingenden Pendels beruht der Taktmesser (Metronom) zur Messung der Taktgeschwindigkeit von Musikstücken.

Besonders wichtig ist die Kenntnis des Trägheitsmomentes für die Beurteilung der Wirkung von **Schwungrädern.** Diese sind gewöhnlich so eingerichtet, daſs an ziemlich langen und verhältnismäſsig leichten Armen ein sehr schwerer Reifen (Schwungring) befestigt ist. Man kann sich daher die Masse eines Schwungrades ohne groſsen Fehler im Schwungringe vereinigt denken. Je gröſser somit bei gleichem Gewichte der Radius des Schwungrades ist, desto mehr Kraft ist dazu nötig, dem Schwungrade eine gewisse Geschwindigkeit zu erteilen, desto mehr Kraft ist aber auch erforderlich, diese Geschwindigkeit wieder aufzuheben. Denn wie sich die treibenden Kräfte zu einander verhalten müssen, um gleichen, aber in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsachse befindlichen Massen dieselbe Winkelgeschwindigkeit zu erteilen, ebenso müssen sich auch bei unveränderten Angriffspunkten die hemmenden Kräfte zu einander verhalten, wenn die erlangte Geschwindigkeit in derselben Zeit wieder aufgehoben werden soll. Die Fähigkeit der Schwungräder, Bewegungswiderstände zu überwinden, ist demnach bei gleicher Winkelgeschwindigkeit ungefähr 4-, 9-, 16-... mal so groſs, wenn der Radius 2-, 3-, 4-... mal so lang, das Gewicht aber dasselbe ist.

Läſst sich bei der Drehung um eine Achse die Richtung der Achse während der Drehung ändern (z. B. bei einem Kreisel), so giebt sich die Trägheit der bewegten Masse noch in besonderer Weise zu erkennen, indem nämlich eine merkliche Kraft dazu gehört, die Achse während der Drehung aus ihrer Lage zu bringen. Alle Massenteilchen des Körpers haben das Bestreben, in ihrer Drehungsebene zu bleiben; demgemäſs sucht der rotierende Körper seine Drehungsachse unverändert beizubehalten und setzt jeder Kraft, welche die Achse aus ihrer Richtung zu bringen sucht, einen Widerstand entgegen. Ist die Achse des rotierenden Körpers eine sogen. freie Achse, d. h. eine solche, welche in ihrer Lage nicht festgehalten wird, so nimmt sie unter der Einwirkung einer Kraft allmählich eine Richtungsänderung an und beschreibt einen Kegelmantel (z. B. die Achse eines Kreisels oder des Bohnenbergerschen Apparates). Die Gesetze der freien Achsen finden Anwendung auf die Richtungsänderung der Erdachse im Weltraume und dienen zur Erklärung der Präzession (Vorrücken der Nachtgleichenpunkte).

Übungsstoff. 1. Wie muſs sich das Trägheitsmoment eines Wagebalkens durch die Belastung der Wage ändern? — 2. Wird demnach vor oder nach der Belastung durch ein Übergewicht leichter ein Ausschlag erfolgen, u. w.? — 3. Inwiefern stimmen Schwungräder hinsichtlich der Verteilung ihrer Masse meist überein, und welchen Vorteil gewährt diese Einrichtung? — 4. Ein Schwungrad von der beschriebenen Einrichtung wiege 2000, ein anderes 4000 kg; beide seien gleichgroſs. Wie verhalten sich die Wirkungen derselben bei gleicher Umdrehungsgeschw.? — 5. Wie aber, wenn beide gleiches Gew. hätten und das eine doppelt so groſs wäre als das andere? — 6. Die Gewichte zweier Schwungräder mit leichten Armen und schweren Reifen verhalten sich wie 2 : 3, ihre Halbmesser wie 3 : 2; wie verhalten sich ihre Wirkungen? — 7. Wie würden sie sich verhalten, wenn ihre Gew. sich wie 3 : 2 und ihre Halbmesser sich wie 2 : 3 verhielten? — 8. Inwiefern ist das Vorhandensein eines Schwungrades bei Beginn der Bewegung mit einem Verlust an Nutzarbeit verbunden? — 9. Warum ist dieser Verlust in Wirklichkeit nur ein scheinbarer? — 10. Warum fällt ein sich schnell drehender Kreisel nicht leicht um?

B. Von den flüssigen Körpern.

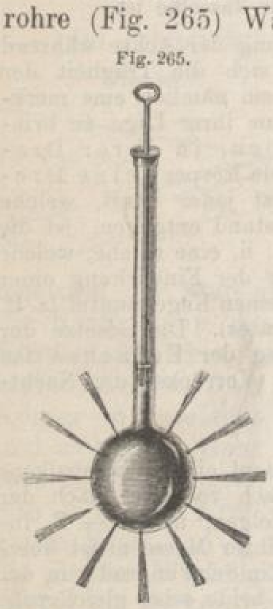
(Siehe §§ 15—17.)

§ 79. Gleichmäſsige Fortpflanzung eines äuſseren Druckes. Hydraulische Presse. Meiſsel, Stemmeisen und ähnliche Werkzeuge kann man mit der Hand halten, ohne den auf sie ausgeübten Schlag zu fühlen; dieser pflanzt sich nur in seiner

Richtung fort. Beständen die Handgriffe solcher Werkzeuge aus einem weichen, leicht dehnbaren Stoffe, so würde der Schlag fühlbar sein. Säcke, welche mit Mehl oder Sand gefüllt sind, dehnen sich in die Breite aus, wenn sie von oben einen starken Druck erleiden. Hieraus geht hervor, dafs ein äufserer Druck sich nach verschiedenen Richtungen fortpflanzen kann, wenn die Teilchen des gedrückten Körpers leicht verschiebbar sind. Dies mufs daher namentlich bei flüssigen und luftförmigen Körpern der Fall sein und zwar bei ersteren ohne merkliche Verkleinerung des von ihnen eingenommenen Raumes, da Flüssigkeiten sich auch durch starken Druck nur sehr wenig zusammenpressen lassen.

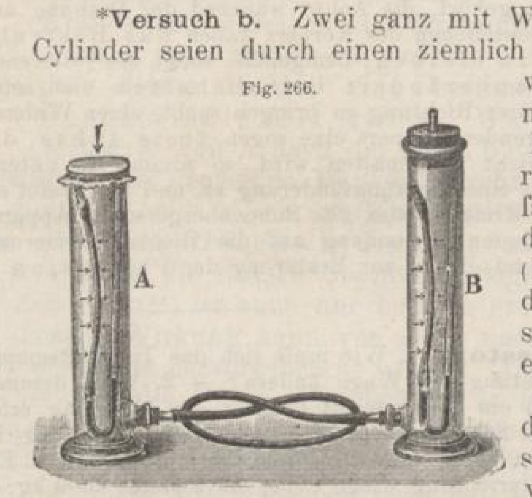
Versuch a. Wird in einem Glasgefäfs mit cylindrischem Ansatzrohre (Fig. 265) Wasser dem Drucke eines hineingeschobenen Kolbens ausgesetzt, so spritzt es nach allen Seiten durch die feinen Wandöffnungen. (Druck nach aufsen.)

Fig. 265.



***Versuch b.** Zwei ganz mit Wasser gefüllte Cylinder seien durch einen ziemlich langen, dickwandigenGummischlauch zu kommunizierenden Gefäfsen miteinander verbunden (Fig. 266) und der eine derselben durch einen Stöpsel, der andere durch eine elastische Haut verschlossen;

Fig. 266.



in jedem stehe ein U förmiges Manometer, auf dessen kurzem Schenkel ein am freien Ende verschlossener, dünnwandiger Gummischlauch befestigt ist. Übt man dann auf die elastische Haut einen Druck aus, so zeigen die beiden Manometer an, dafs der Druck sich durch das Wasser nach allen Richtungen fortpflanzt. (Druck nach innen.)

Da die Teilchen der Flüssigkeiten vollkommen leicht verschiebbar sind, d. h. nach allen Richtungen mit gleicher Leichtigkeit ausweichen, wenn der geringste äufsere Druck auf sie ausgeübt wird, so mufs folgendes Gesetz Giltigkeit haben, dessen Richtigkeit alle Erfahrungen bestätigen:

Eingeschlossene Flüssigkeiten pflanzen einen äufseren Druck nach allen Richtungen gleichmäfsig fort, d. h. jede Fläche, welche so grofs ist wie die gedrückte, erleidet einen gleichen Druck.

In Zeichen: $D : D_1 = F : F_1$,

wenn D und D_1 den ausgeübten Druck, F und F_1 die gedrückten Flächen bezeichnen.

Auf dieser gleichmäfsigen Fortpflanzung des Druckes beruht die Wirkung der **hydraulischen Pressen,**[1]) *d. h. der Vorrichtungen zur Ausübung eines bedeutenden Druckes unter Anwendung einer Flüssigkeit.* Eine sehr einfache Vorrichtung dieser Art zeigt Fig. 267. *Zwei Hohlcylinder* (A und B) von sehr ungleicher Weite, von denen der engere in einen Wasserbehälter hinabreicht, sind miteinander durch eine Röhre verbunden und mit Wasser gefüllt. Jeder Cylinder enthält einen verschiebbaren *Kolben.* Der engere Cylinder (A) bildet den Stiefel einer Saugdruckpumpe, welche das Wasser durch die Verbindungsröhre in den weiten Cylinder (B) treibt, sodafs der Kolben desselben gehoben wird — Fig. 268 stellt eine zum praktischen Gebrauch (für den Handbetrieb) eingerichtete hydraulische Presse dar. Erkläre die Figur!

Fig. 267.

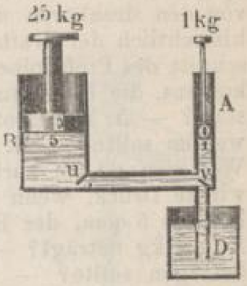
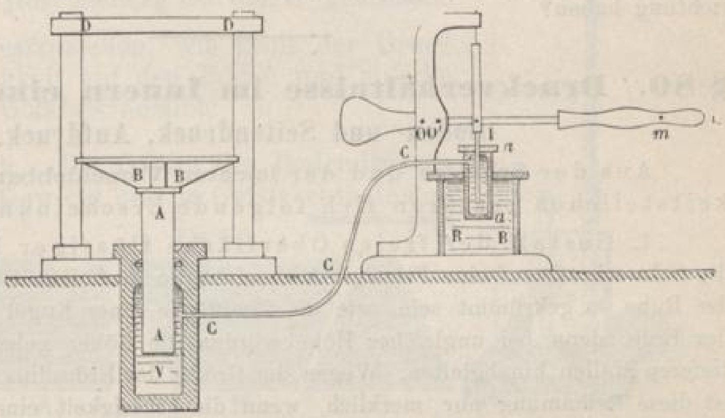


Fig. 268.



Beispiel: Ist in Fig. 268 der Kraftarm des Hebels 6 mal so lang als der Lastarm und die Kraft gleich 20 kg, so ist der Druck des Pumpenkolbens $6 \times 20 = 120$ kg. Ist ferner der Durchmesser des Prefskolbens 10 mal so grofs als der des Pumpenkolbens, die gedrückte Fläche also 100 mal so grofs, so erleiden die zu pressenden Gegenstände einen Druck von $100 \times 120 = 12000$ kg, mithin einen Druck, welcher 600 mal so grofs ist, als der von der Kraft ausgeübte Druck.

Bei der hydraulischen Presse ist wie bei allen anderen Maschinen mit dem *mechanischen Vorteil ein mechanischer Nachteil* verbunden; denn wenn z. B. in dem angeführten Falle der Pumpenkolben um 10 cm niedergedrückt ist, so hat sich der Prefskolben erst um 1 mm gehoben, die am Hebel wirkende Kraft aber hat in der Richtung des von ihr ausgeübten Druckes schon einen Weg von 60 cm zurückgelegt. Der Weg der Kraft ist also 600 mal so grofs als der Weg der Last. (Arbeit der Kraft = Arbeit der Last, also keine Ersparnis an Arbeit.)

Hydraulische Pressen finden eine mannigfache Anwendung, z. B. zum Pressen von Baumwolle, Heu u. s. w., zum Krümmen der Schiffspanzer, zum Prüfen der Haltbarkeit von Wasserleitungsröhren, Ankerketten u. dgl., zum Heben sehr bedeutender Lasten in sogen. Hebetürmen (Trajekten). In ähnlicher Weise wird das Probieren der Dampfkessel ausgeführt, indem man den Kessel zunächst ganz mit Wasser füllt und die dazu benutzte Speisepumpe (Druckpumpe, welche mit dem Kessel verbunden ist) solange in Thätigkeit erhält, bis das Manometer den gesetzmäfsigen Druck (etwas mehr als der Druck beim Betriebe der Maschine betragen darf) anzeigt, oder das Wasser an dem entsprechend belasteten Sicherheitsventile hervordringt.

[1]) ὕδραυλος (hydraulos), Wasserorgel (ein von den Griechen erfundenes musikalisches Instrument).

Übungsstoff. 1. Eine ganz mit Flgk. gefüllte Flasche zerspringt leicht durch einen kräftigen Schlag auf den Kork. Erkl.! — 2. Warum mufs bei einer hydr. Presse der Prefscylinder weiter sein als der Pumpencylinder? — 3. Welche von den drehbaren einfachen Maschinen kommt bei ihrer praktischen Anwendung hinsichtlich der Krafterspamis der hydr. Presse wohl am nächsten? — 4. Der Querschnitt des Prefskolbens einer hydr. Presse sei 120 mal so grofs als der des Pumpenkolbens, die Hebelarme verhalten sich wie 5 : 1. Welche Druckvergröfserung findet statt? — 5. Wie grofs müfste die Kr. sein, wenn ein Druck von 18000 kg ausgeübt werden sollte? — 6. Um wv. müfste der Prefskolben sich heben, wenn die Kr. einen Weg von 60 cm zurücklegte? — 7. Wie grofs ist der durch die hydr. Presse bewirkte Druck, wenn der Querschnitt des Prefskolbens 800 qcm, der des Pumpenkolbens 5 qcm, der Hebelarm der Kr. 90 cm, der Hebelarm der L. 15 cm und die Kr. 24 kg beträgt? — 8. Wie grofs müfste die Kr. sein, wenn der Druck 15000 kg betragen sollte? — 9. Wie verhalten sich die Wege zu einander, welche beide Kolben gleichzeitig zurücklegen? — 10. In Fig. 268 deuten O und O_1 zwei Durchbohrungen für die Drehungsachse des Hebels an. Welchen Zweck mag diese Einrichtung haben?

§ 80. Druckverhältnisse im Innern einer Flüssigkeit.
Boden- und Seitendruck, Aufdruck.

Aus der **Schwere** und der **leichten Verschiebbarkeit** der Flüssigkeitsteilchen erklären sich folgende Erscheinungen:

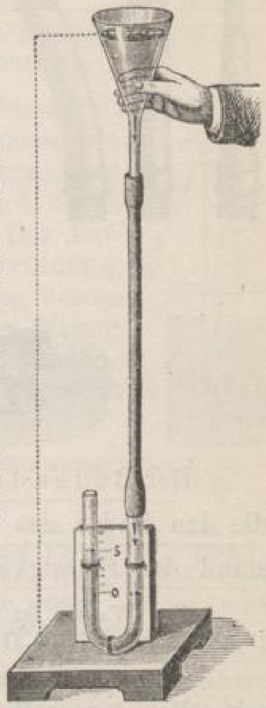
1. Gestalt der freien Oberfläche flüssiger Körper. Wenn nur die Schwerkraft auf eine Flüssigkeit einwirkt, so mufs ihre Oberfläche im Zustande der Ruhe so gekrümmt sein, wie die Oberfläche einer Kugel mit dem Halbmesser der Erde, denn bei ungleicher Höhe würden die höher gelegenen Teilchen in die tieferen Stellen hinabgleiten. Wegen der Gröfse des Erdradius (annähernd 6366 km) ist diese Krümmung nur merklich, wenn die Flüssigkeit eine bedeutende Ausdehnung hat (Meeresspiegel); die Oberfläche kleinerer Flüssigkeitsmengen bildet im Ruhezustande eine wagerechte Ebene.

2. Allseitiger Druck im Innern der Flüssigkeit. Im Innern einer Flüssigkeit erleidet jedes Flüssigkeitsteilchen durch das Gewicht der senkrecht über ihm liegenden Teilchen einen Druck, der um so stärker sein mufs, je gröfser die Anzahl der Flüssigkeitsteilchen ist, welche über den gedrückten Teilchen liegen, je tiefer also das Teilchen unter dem Flüssigkeitsspiegel liegt. Diesem Drucke würden die Teilchen bei ihrer leichten Verschiebbarkeit offenbar nach allen Richtungen mit gleicher Leichtigkeit ausweichen, wenn nicht die benachbarten Teilchen oder die Wand des Gefäfses einen gleichen Widerstand leisteten. Der in der Flüssigkeit vorhandene senkrechte Druck nach unten wird demnach durch die leichte Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen zu einem allseitigen (§ 16) und ein ruhiger Gleichgewichtszustand derselben ist nur dann möglich, wenn der Druck von allen Seiten her der gleiche ist.

3. Stand einer Flüssigkeit in leitend verbundenen Gefäfsen. Stellt man sich vor, in der Verbindungsröhre solcher Gefäfse (siehe Fig. 47) sei die Flüssigkeit durch eine leicht verschiebbare Querwand geteilt, so kann letztere sich offenbar nur dann in Ruhe befinden, wenn der Druck, welchen sie in jedem Punkte durch die Flüssigkeit erleidet, von beiden Seiten gleich ist. Dies ist nach dem Vorigen (2.) aber nur dann möglich, wenn die Flüssigkeit in beiden Schenkeln des Gefäfses gleichhoch steht, d. h. wenn die Oberflächen in derselben Horizontalebene liegen.

Werden zwei kommunizierende Gefäfse mit Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht gefüllt, so verhalten sich die Höhen der im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitssäulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte. Die Form und Stellung der Röhre ist ohne Einflufs auf die Höhe der Flüssigkeitssäulen.

Fig. 269.



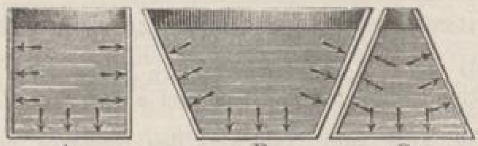
Bestätigung durch den Versuch:

Versuch. Verbindet man den einen Schenkel einer Uförmig gebogenen und ungefähr zur Hälfte mit Quecksilber gefüllten Glasröhre (Fig. 269) mittelst eines Gummischlauches nacheinander mit mehreren Glasröhren von verschiedener Form und Weite und füllt jedesmal Schlauch und Röhren bis zu derselben Höhe mit Wasser, so steigt das Quecksilber im anderen Schenkel bei jeder Stellung der Röhren gleichhoch.

Es ist nun festzustellen, wie grofs der Druck ist, den eine Flüssigkeit auf den Boden und auf die Seitenwände eines Gefäfses ausübt.

1. Bodendruck. Die Gröfse des Bodendruckes im Verhältnis zum Gewicht der im Gefäfs enthaltenen Wassermasse ergiebt sich durch folgende Überlegung: In dem Gefäfs mit senkrechten Wänden (A, Fig. 270) heben sich die auf dieselben gerichteten Druckkräfte (in der Figur durch Pfeile angedeutet) auf; es kommt also für den Bodendruck nur die nach unten gerichtete Druckwirkung in Betracht, welche dem Gewicht der Wassermasse entsprechen mufs.

Fig. 270.



Bei dem nach oben erweiterten Gefäfs (B) wirkt der Wasserdruck auf die Seitenwände schräg nach unten; dieser Teil des Druckes wird aber durch den Widerstand der Wände aufgehoben, sodafs für die Bodenfläche wiederum nur der Druck der senkrecht über derselben stehenden Wassersäule in Betracht kommt. Bei dem nach oben enger werdenden Gefäfs (C) wirkt der Seitendruck schräg nach oben und sucht also das Gefäfs zu heben, während die Bodenfläche, da sie ebenso grofs ist und das Wasser gleichhoch steht, denselben Druck erleidet, wie in den beiden anderen Gefäfsen.

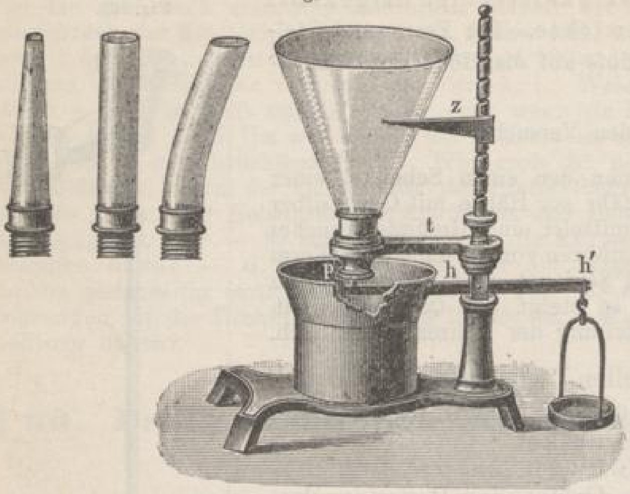
Der Bodendruck ist also in jedem Fall gleich dem Gewicht der senkrecht über dem Boden stehenden Wassersäule; von der Form der Gefäfse ist er unabhängig und kann also auch kleiner oder gröfser sein als das Gewicht des im Gefäfse enthaltenen Wassers. Diese Folgerung hat man, weil sie einen Widerspruch zu enthalten scheint, das **hydrostatische Paradoxon**[1]) genannt. Ihre Richtigkeit läfst sich indes leicht

---

[1]) Hydrostastik, Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

nachweisen mittelst einer Wage, deren eine Wagschale als beweglicher Boden verschiedener Gefäfse dient, welche man nacheinander auf das Gestell aufschraubt (Pascalscher Apparat, Fig. 271). Bei gleicher Höhe der Wassersäulen bleibt der Bodendruck beim Aufschrauben der verschiedenen Gefäfse unverändert derselbe, sodafs man also dasselbe Gewicht auf die andere Wagschale legen mufs, um dem Druck gegen die bewegliche Bodenplatte das Gleichgewicht zu halten.

Fig. 271.



Bestätigung durch den Versuch.

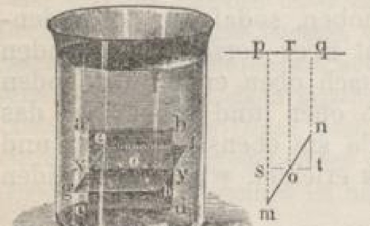
Der *Bodendruck* ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die den Boden des Gefäfses zur Grundfläche und den senkrechten Abstand des Flüssigkeitsspiegels vom Boden zur Höhe hat.

Für Wasser ist D = G . h; für jede andere Flüssigkeit D = G . h . s, wenn D den Druck, G die Grundfläche, h die Höhe und s das spec. Gewicht bezeichnet.

Der Apparat (Fig. 271) zum Nachweis des Gesetzes vom Bodendruck hat seinen Namen nach *Pascal*, der (um 1653) die Gesetze vom Gleichgewichtszustande der Flüssigkeiten in scharfsinniger Weise begründet hat; das Verdienst, dieselben zuerst aufgefunden zu haben, gebührt dem Holländer *Stevin* (um 1586).

2. Seitendruck. Zur Bestimmung des Seitendruckes sei eine etwa 5 cm breite quadratische Platte 10 cm tief in eine Flüssigkeit eingetaucht und in verschiedene Lagen gebracht (Fig. 272). *Die Platte liege zunächst wagerecht.* Wie grofs ist dann der Druck, welchen die Flüssigkeit von oben auf sie ausübt? Wird die Platte darauf *um eine durch ihren Schwerpunkt* (o) *gehende wagerechte Gerade* (xy) *gedreht*, so behalten nur diejenigen Punkte ihre ursprüngliche Entfernung vom Flüssigkeitsspiegel, welche in dieser Geraden liegen; für diese Punkte bleibt demnach der Druck unverändert. Alle übrigen Punkte aber kommen entweder in eine höhere oder tiefere Lage. Da nun hierbei jedem höher gelegenen Punkte ein Punkt entspricht, welcher um ebensoviel tiefer liegt (siehe die Figur rechts), so wird der Druck auf die ganze Fläche durch diese Änderung der Lage weder kleiner noch gröfser. Ähnliche Betrachtungen lassen sich für jede anders geformte Fläche anstellen, mag diese im Innern der Flüssigkeit liegen, oder mit der Wand des Gefäfses zusammenfallen. Hieraus folgt der *allgemeinere Satz:*

Fig. 272.

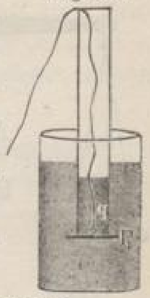


Der Seitendruck einer Flüssigkeit ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die gedrückte Fläche zur Grundfläche und die Entfernung ihres Schwerpunktes vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Von der Gröſse des Seitendruckes ist die Ausfluſsgeschwindigkeit eines Wasserstrahles, sowie der Rückstoſs ausfliesenden Wassers (§ 16) abhängig.

3. Aufdruck. Der Druck im Innern einer Flüssigkeit muſs sich nach dem Gesetze der allseitigen Fortpflanzung desselben auch in der Richtung von unten nach oben äuſsern. Das Vorhandensein dieses sogen. Aufdruckes läſst sich durch einen Versuch (nach Fig. 273) leicht bestätigen. Der Aufdruck trägt das Gewicht der Platte p und der Wassersäule q, welche von oben in den Cylinder gegossen wird (am besten gefärbtes Wasser). Die Platte p fällt erst ab, wenn das Wasser im Cylinder fast ebenso hoch steht, wie auſserhalb desselben; inwiefern ist die Höhe des Wassers im Cylinder vom Gewicht der Platte abhängig?

Fig. 273.



Wie läſst sich das Gesetz über den Aufdruck in Worten aussprechen?

Übungsstoff. 1. Welcher Widerspruch scheint in dem Gesetze über den Bodendruck zu liegen? — 2. Mit W. gefüllte Gefäſse von der Form der 3 Gefäſse A, B und C (Fig. 270) sollen auf dem Kopfe getragen werden. Hat der Kopf dann den Bodendruck oder das Gew. des W. zu erleiden? — 3. Wie würde sich der Druck auf die Bodenplatte ändern, wenn man das W. in den Pascalschen Vasen (Fig. 271) gefrieren lieſse? — 4. Warum darf ein Regenfaſs, in dessen Deckel das Rohr einer Dachrinne mündet, oben nicht dicht verschlossen sein? — 5. Wv. würde bei dichtem Verschluſs der Druck auf den Boden des Fasses betragen, wenn dieser 80 cm breit wäre und das W. bei einem starken Regen 5 m hoch in der Röhre stände (vom Boden ab)? — 6. Ein nach oben sich erweiterndes Gefäſs enthalte 8 Liter W. Wäre es überall gleichweit, so würden bei gleicher Höhe des Wasserstandes 2 Liter weniger darin sein. a. Welches Gew. hat das W.? b. Wie groſs ist der Druck des W. auf den Boden des Gefäſses? — 7. Ein anderes, nach oben sich verengendes Gefäſs mit gleicher Bodenfläche enthalte bei derselben Wasserhöhe nur 4 Liter W. Wie groſs ist in diesem Falle der Bodendruck und das Gew. des W.? — 8. Welchen Druck erleidet 1 qm der Seitenfläche eines Deiches, wenn der Schwerpunkt der Fläche 60 cm unter dem Wasserspiegel liegt? — 9. Wie groſs ist der Druck des W. gegen ein Schleusenthor von 6 m Breite und 4 m Höhe, wenn das W. bis zur Mitte desselben steht? — 10. In welcher Weise kann man den Druck, welchen W. in kommun. Röhren (Wasserleitungen) ausübt, als hebende Kraft verwenden? (sogen. hydraulische Aufzüge.)

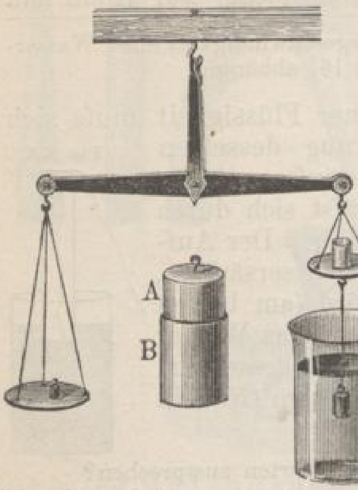
§ 81. Gewichtsverlust fester Körper in Flüssigkeiten.

Die tägliche Erfahrung lehrt, daſs ein Körper in Wasser eingetaucht leichter erscheint als auſserhalb desselben (Beispiele!) Es bleibt zu untersuchen, wovon die Gröſse dieses Gewichtsverlustes abhängig ist.

Versuch. Man hänge an das eine Ende eines Wagebalkens an Stelle der einen Wagschale zwei kleine Messingcylinder (A und B, Fig. 274, folg. Seite), von denen der eine hohl, der andere massiv und genau so groſs ist, daſs er den hohlen Cylinder ausfüllt, oder man hänge die eine Schale kürzer auf und verfahre, wie in der Figur angegeben ist. Darauf werde Gleichgewicht hergestellt. Taucht man dann den unteren

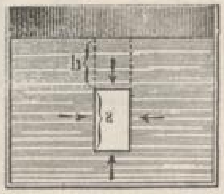
Cylinder ganz in Wasser ein, so wird das Gleichgewicht aufgehoben; es ist jedoch wieder hergestellt, sobald man den hohlen Cylinder vollständig mit Wasser füllt. Versuche mit anderen Flüssigkeiten ergeben dasselbe. Hieraus folgt:

Fig. 274.



Ein Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht und überall von ihr umgeben ist, verliert (scheinbar) von seinem Gewichte soviel, als die Flüssigkeit wiegt, welche er verdrängt: **Archimedisches Prinzip.**

Fig. 275.



Erklärung: Da der untergetauchte Körper (Fig. 275) in allen gleichtief unter dem Flüssigkeitsspiegel liegenden Punkten seiner Oberfläche den gleichen Druck erleidet, so heben sich die Seitendrucke gegenseitig auf. Anders verhält es sich mit den auf beiden Endflächen wirkenden Druckkräften. Da die untere Fläche um die Höhe (s) des Cylinders tiefer liegt als die obere Fläche, so ist der Druck, welchen sie von unten erleidet, auch um das Gewicht der vom Cylinder verdrängten Flüssigkeitssäule gröfser als der Druck auf die obere Fläche. Dieser Druckunterschied entspricht dem Gewichtsverlust.

An Stelle eines unregelmäfsig gestalteten Körpers kann man sich eine gleichgrofse Wassermasse denken und zwar im erstarrten Zustande. Da letztere vom umgebenden Wasser schwebend erhalten wird, so mufs von dem Gewichte des Körpers ebensoviel getragen werden.

Der Überdruck, welchen ein Körper durch eine ihn umgebende Flüssigkeit von unten über den Druck von oben erleidet, wird **Auftrieb** *genannt. Der Auftrieb ist gleich dem Gewichtsverluste des untergetauchten Körpers.*

Übungsstoff. 1. Eine Wage werde durch ein bis an den Rand mit W. gefülltes Gefäfs belastet und es sei Glgew. hergestellt. Wie wird sich die Wage verhalten, wenn man einen K. in das W. eintaucht und das überfliefsende W. entfernt? — 2. Wie aber, wenn das Gefäfs nur soviel W. enthält, dafs dasselbe beim Eintauchen des K. nicht überfliefsen kann? — 3. Wv. Kraft ist erforderlich, um a. mittelst einer festen, b. mittelst einer losen Rolle einen im W. untergetauchten Stein im Glgew. zu halten, welcher in der Luft 120 kg wiegt und 50 Liter W. verdrängt? — 4. Wv. wiegt ein K. von 36 cdm aufserhalb des W., wenn er im W. bei Anwendung einer losen Rolle durch 25 kg im Glgew. gehalten werden kann? — 5. Die obere Hälfte eines Würfels, dessen Seiten 1 qdm grofs sind, liege 20 cm tief unter dem Wasserspiegel. Wie grofs ist a. der Druck, welchen jede Seite des Würfels erleidet, wenn dieser senkrecht steht, b. der Auftrieb? — 6. Was würde eintreten, wenn der Würfel im W. losgelassen würde und sein Gew. a. 500 g, b. $1\frac{1}{2}$ kg betrüge? — 7. Mit welcher Kraft würde er im W. untersinken oder aufsteigen, wenn er aus Blei bestände? (§ 17.) — 8. Eine überall verschlossene Tonne von 2,5 cbm Rauminhalt und 150 kg Gew. werde in W. untergetaucht. Mit welcher Kraft wird sie wieder aufsteigen? — 9. Wv. kg könnte die Tonne im W. heben? —

10. Wv. solcher Tonnen müſste man anwenden, um einen Gegenstand, welcher im W. 4000 kg wiegt, zu heben?

---

§ 82. Das Schweben, Untersinken und Schwimmen in einer Flüssigkeit. Vergleicht man das Gewicht (P) eines Körpers mit dem Gewichtsverluste (Q), welchen derselbe erleidet, wenn er in einer Flüssigkeit untergetaucht ist, so lassen sich 3 Fälle unterscheiden: $P < Q$, $P = Q$ und $P > Q$ (in Worten?).

1) Ist $P < Q$, so muſs der Körper, wenn er untergetaucht und dann sich selbst überlassen wird, dem Auftriebe folgen und solange in der Flüssigkeit aufsteigen, bis die verdrängte Flüssigkeit seinem Gewichte gleich ist.

2) Ist $P = Q$, so wird dem Auftriebe durch den untergetauchten Körper das Gleichgewicht gehalten; der Körper muſs also in der Flüssigkeit schweben.

Fig. 276.

3) Ist $P > Q$, so vermag der Körper den Auftrieb zu überwinden; er sinkt also in der Flüssigkeit.

Dies läſst sich in folgender Weise veranschaulichen.

Versuch a. Wirft man ein Stück Wachs oder Stearin in einen mit Weingeist gefüllten Maſscylinder (Fig. 276), so sinkt es darin unter. Mischt man darauf den Weingeist mit soviel Wasser, daſs das spec. Gewicht der Flüssigkeit dem des Körpers gleich ist, so schwebt letzterer in der Flüssigkeit; bei Zusatz von noch mehr Wasser steigt der Körper darin auf und schwimmt in der Flüssigkeit.

Ein Körper schwimmt in einer Flüssigkeit, wenn sein Gewicht kleiner ist als sein Auftrieb; er schwebt darin, wenn Gewicht und Auftrieb einander gleich sind; er sinkt darin unter, wenn sein Gewicht gröſser ist als der Auftrieb.

Das Gewicht der von einem schwimmenden Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge ist dem Gewichte des Körpers selbst gleich.

Je nach der Lage, welche der Schwerpunkt eines Körpers gegen den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit einnimmt, können verschiedene Erscheinungen eintreten:

Versuch b. Ein Stück Wachs oder Stearin (siehe Fig. 276), das an einem Ende durch eine kleine Bleikugel (Bleischrot) belastet ist, lege man in eine Kochsalzlösung, in welcher der Körper schwebt. Ebenso verfahre man mit einem nicht belasteten Stück Wachs oder Stearin unter Anwendung einer Mischung aus Weingeist und Wasser. Giebt man dann den beiden Körpern verschiedene Lagen, so behält der unbelastete Körper jede ihm gegebene neue Lage bei, während der belastete Körper stets seine ursprüngliche Lage wieder einzunehmen strebt.

Erklärung. Da man sich das Gew. eines Körpers in seinem Schwerpunkte vereinigt denken kann, so läſst sich der Schwerpunkt des in einer Flüssigkeit schwebenden oder schwimmenden Körpers als Angriffspunkt des abwärts gerichteten, der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit als Angriffspunkt der aufwärts gerichteten Druckkräfte, also gleichsam als Unterstützungspunkt des Körpers ansehen. Schwebt nun der Körper in der Flüssigkeit, so bleibt die gegenseitige Lage der beiden Schwerpunkte offenbar immer dieselbe; schwimmt er aber auf der Flüssigkeit, so können mancherlei Änderungen eintreten. Der erstere Fall ist demnach der einfachere: *Fallen die beiden Schwerpunkte zusammen, so ist der Körper in jeder Lage im Gleichgewichte* (indifferente Gleichgewichtslage); *im anderen Falle stellt der Körper sich so, daſs sein Schwerpunkt senkrecht unter dem Schwerpunkte des Auftriebes liegt* (sichere Gleichgewichtslage). Ähnliches gilt auch für schwimmende Körper. Ein Schiff kentert um so schwerer, je tiefer sein Schwerpunkt liegt (Ballast der Schiffe).

Übungsstoff. 1. Taucht man ein etwa durch Bleischrot belastetes Probiergläschen (Fig. 277) in W., so schwimmt es darin, obgleich Glas und Blei sonst im W. untersinken (Schiffe mit Ballast, eiserne Schiffe). Erkl.! — 2. In einem mit W. gefüllten und mit Tierblase oder Kautschuk verschlossenen Gefäſse (Fig. 278) sinkt ein hohler, unten offener Schwimmer hinab, wenn man auf das W. einen Druck ausübt; läſst der Druck nach, so steigt er wieder. Erkl.! (Die bisweilen auf Jahrmärkten gezeigten kleinen Taucher haben eine menschenähnliche Gestalt. Cartesianische Taucher.) — 3. Wie läſst es sich deuten, daſs die Schwimmblase der Fische dicht unter dem Rückgrat liegt, und welche Bedeutung hat dieselbe überhaupt für das Schwimmen? — 4. Erkläre die verschiedenen Arten des künstlichen Schwimmens (Brust- und Rückenschwimmen), die Anwendung von Schwimmgürteln und Korkplatten, das leichtere Schwimmen im Meerwasser u. s. w. — 5. Warum sinken Badende um so tiefer ein, je weiter sie die Arme aus dem W. hervorstrecken, und welchen Erfolg muſs es haben, wenn man beim Schwimmen tief einatmet? — 6. Warum können vierfüſsige Tiere leichter schwimmen als Menschen? — 7. Welche Regeln müssen beim Schiffsbau und bei der Belastung von Schiffen beachtet werden, damit dieselben stabil schwimmen? — 8. Wie ändert sich der Tiefgang eines Schiffes, wenn es vom Meere in einen Fluſs fährt?

Fig. 277.

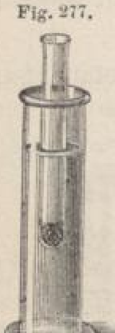


Fig. 278.

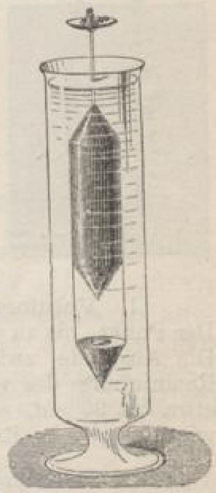
§ 83. Bestimmung des specifischen Gewichtes fester und flüssiger Körper. Das spec. Gewicht ist das Gewicht der Volumeneinheit eines Körpers (§ 17). Beträgt das absolute Gewicht eines Körpers p (gr) und sein Volumen v (ccm), so besteht demnach die Beziehung: $p = vs$, woraus sich ergiebt: $s = \frac{p}{v}$, d. h.: *das spec. Gewicht eines Körpers erhält man, indem man sein absolutes Gewicht durch sein Volumen dividiert.*

Da indes die Bestimmung des Volumen unregelmäſsig gestalteter Körper auf einfache Weise nur durch die Wasserverdrängung auszuführen ist, so verwendet man zur Bestimmung des spec. Gew. auch direkt das archimedische Princip. Man faſst das spec. Gewicht dann als eine unbenannte Zahl auf, welche angiebt, wieviel mal so schwer ein Körper ist als ein gleichgroſses Volumen Wasser (§ 17). Das Gewicht eines dem Körper gleichen Volumens Wasser wird durch den Gewichtsverlust ermittelt; bezeichnet man denselben mit q, so entsteht die Gleichung: $s = \frac{p}{q}$, d. h. *man erhält das spec. Gew. eines Körpers, indem man sein absolutes Gewicht durch den Gewichtsverlust, welchen er im Wasser erleidet, dividiert.*

Bem. Kommt es bei den Bestimmungen des spec. Gewichtes der Körper auf grofse Genauigkeit an, so mufs darauf Rücksicht genommen werden, dafs Wasser bei 4^0 C seine gröfste Dichtigkeit hat. Ist die Ausdehnung des Körpers beträchtlich, so pflegt man aus dem gefundenen spec. Gewichte das spec. Gewicht für dasjenige Volumen zu berechnen, das er bei 0^0 einnimmt.

I. Bestimmung des spec. Gewichts fester Körper. *a. Mittelst der hydrostatischen Wage, d. h. einer Balkenwage, an welcher die eine Wagschale unterhalb mit einem Häkchen versehen und kürzer aufgehängt ist* (Fig. 274). Die Körper werden, nachdem man vorher ihr absolutes Gewicht bestimmt hat, mittelst eines dünnen Fadens oder Drahtes an dem Häkchen aufgehängt und darauf ganz im Wasser untergetaucht. Das Gewicht im Wasser, abgezogen vom absoluten Gewicht, ergiebt den Gewichtsverlust, mit dem man in das absolute Gewicht zu dividieren hat, um das spec. Gewicht zu erhalten.

Fig. 279.



Ist der Körper leichter als Wasser, so verbindet man ihn mit einem anderen, schwereren Körper, dessen Gewichtsverlust man kennt, und zieht letzteren Gewichtsverlust von dem Gewichtsverluste beider Körper ab (Beisp.: Kork und Blei). Wenn der Körper im Wasser löslich ist, so bestimmt man seinen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit, in der er sich nicht auflöst, und deren spec. Gewicht bekannt ist (Beisp.: Kochsalz und Öl). Man ermittelt dann zunächst, wievielmal so grofs sein absolutes Gewicht ist als der Gewichtsverlust, welchen er in jener Flüssigkeit erleidet, und multipliziert die erhaltene Zahl mit dem spec. Gewichte der Flüssigkeit.

b. Mittelst des Gewichts-Aräometers. Das **Nicholsonsche Gewichtsaräometer**[1] (Fig. 279) besteht aus einem hohlen Schwimmer von Blech, welcher oben auf einem senkrechten Drahte eine kleine Schale zur Aufnahme von Gewichtstücken und unten ebenfalls eine Schale oder ein siebartiges Körbchen trägt. Die obere Schale wird zunächst so stark belastet, dafs der Apparat bis zu einer am Drahte angebrachten Marke einsinkt. Legt man dann den Körper, dessen spec. Gewicht bestimmt werden soll, auf die obere Schale und nimmt soviel Gewicht weg, dafs die Marke den Wasserspiegel wieder berührt, so erhält man das *absolute Gewicht* des Körpers. Wird der Körper hiernach auf die untere Schale gelegt und oben wieder soviel Gewicht hinzugefügt, dafs der Apparat abermals bis zur Marke einsinkt, so erhält man den *Gewichtsverlust* durch Vergleichung der in beiden Fällen aufgelegten Gewichte.

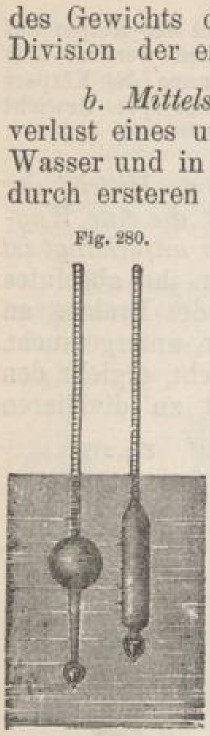
II. Bestimmung des spec. Gewichts flüssiger Körper. *a. Mittelst des sogen. Hundertgrammfläschchens (Pyknometer).* Dasselbe ist ein Fläschchen von bekanntem Gewicht, welches bis zu einer bestimmten Marke genau 100 g Wasser fafst. Man füllt es mit der zu bestimmenden Flüssigkeit bis zur Marke und ermittelt durch Abwägen und Subtrahieren

[1]) ἀραιός (araiós), dünn.

des Gewichts der Flasche das absolute Gewicht der Flüssigkeit. Die Division der erhaltenen Zahl durch 100 ergiebt das spec. Gewicht.

b. Mittelst der hydrostatischen Wage, indem man den Gewichtsverlust eines unter die kürzere Wagschale gehängten Senkgläschens im Wasser und in der zu untersuchenden Flüssigkeit bestimmt und letzteren durch ersteren dividiert.

Fig. 280.



c. Mittelst des Gewichtsaräometers. Man bestimmt dessen Gewicht und addiert dazu nacheinander die Zulagegewichte, welche das Aräometer erst in Wasser und dann in der anderen Flüssigkeit bis zur Marke einsinken machen. Durch diese Zahlen erhält man die Gewichte der vom Aräometer verdrängten Wasser- und Flüssigheitsmenge, deren Quotient das spec. Gewicht ergiebt.

d. Mittelst der Skalenaräometer. Diese Aräometer *(Senkwagen)* sind Glasröhren, deren unterer Teil cylindrisch, birnförmig oder kugelig erweitert ist (Fig. 280). Im Innern der Röhre (Spindel) ist in der Regel eine auf Papier gezeichnete Skala angebracht. Das untere, äufserste Ende der Röhre ist etwas aufgeblasen und mit Quecksilber oder Bleischrot gefüllt, damit das Instrument in der Flüssigkeit senkrecht schwimmt. Nach der Beschaffenheit der Skala unterscheidet man dreierlei Aräometer:

1. **Volumeter,** *d. h. Senkwagen, deren Skala gleiche* R a u m t e i l e *angiebt.* Der Punkt, bis zu welchem das Instrument im Wasser einsinkt, ist mit 100 bezeichnet. Die Abstände zwischen den einzelnen Teilstrichen geben Hundertteile von dem Rauminhalte des verdrängten Wassers an. Sinkt das Volumeter in einer Flüssigkeit etwa bis 90 ein, so weifs man, dafs 90 Raumteile dieser Flüssigkeit soviel wiegen, wie 100 gleiche Raumteile Wasser.

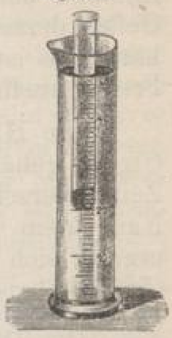
2. **Densimeter,** *d. h. Senkwagen, deren Skala das* s p e c. G e w i c h t *einer Flüssigkeit unmittelbar angiebt,* sodafs eine Rechnung nicht nötig ist. Für Flüssigkeiten, welche leichter sind als Wasser, ist die Skala ü b e r dem Punkte angebracht, bis zu welchem das Instrument im Wasser einsinkt, für Flüssigkeiten von höherem spec. Gewichte dagegen unter demselben; warum?

3. **Prozentaräometer** sind *solche Senkwagen, welche das* M i s c h u n g s v e r h ä l t n i s *zweier Flüssigkeiten in Prozenten unmittelbar angeben.* Da der Kaufwert gemischter Flüssigkeiten von ihrem Mischungsverhältnis abhängt, so werden im praktischen Leben diese Instrumente von allen Aräometern am meisten gebraucht. Ein Prozentaräometer, das zur Bestimmung von Alkohol dient, welcher mit Wasser gemischt ist, heifst *Alkoholometer.* Ist ein Prozentaräometer zur Bestimmung des Prozentgehaltes von Zuckerlösungen eingerichtet, so wird es *Saccharometer* genannt (*Bierwage* für Bierwürze, *Weinwage* für Most); *Salzspindeln* geben den Prozentgehalt von Kochsalzlösungen an, *Essigspindeln* den von Essig, *Milchwagen* dienen zur Untersuchung der Milch u. s. w.

Da das spec. Gewicht aller Körper bei der Erwärmung kleiner und bei der Abkühlung gröfser wird, so sind die Skalen sämtlicher Aräometer auf eine bestimmte Temperatur (gewöhnlich 15° C) bezogen, welche an jedem Instrumente angegeben ist.

Übungsstoff. 1. Wie läfst sich mit einem Mafscylinder annähernd bestimmen, wv. Gew. ein Stein im W. verliert? — 2. Der Stein wiege in der Luft 42 g und verdränge 15 ccm W. Wie grofs ist sein spec. Gew.? — 3. Eine Bleikugel wog in der Luft 34 g, im W. 31 g. Wv. wiegt das verdrängte W., und welches ist hiernach das spec. Gew. des Bleies? — 4. Ein Kork wog in der Luft 1,6 g; mit Blei verbunden ergab sich im W. ein Gewichtsverlust von 9 g, während das Blei allein nur 1 g verlor. a. Wv. W. hatte der Kork verdrängt? b. Spec. Gew. des Korkes? — 5. Ein Stück Steinsalz habe ein absolutes Gew. von 11 g; in Petroleum getaucht sei es um 4 g leichter. Wievielmal so schwer ist Steinsalz a. als Petroleum, b. als W., wenn das spec. Gew. des Petroleums 0,8 ist, c. wie grofs würde der Gewichtsverlust im W. sein? (Berechne auch hiernach das spec. Gew. des Steinsalzes.) — 6. Ein Gefäfs wog leer 110 g, mit W. gefüllt 235 g, mit Qu. gefüllt 1,81 kg. a. Wv. Qu. war im Gefäfse? b. Berechne das spec. Gew. des Qu. — 7. Ein mit Schrotkörnern belastetes Probiergläschen (Fig. 281) sei einmal in einen mit W., ein andermal in einen mit Spiritus gefüllten Mafscylinder eingesenkt; das W. sei dabei um 10, der Spiritus um 12 ccm gestiegen. a. Vgl. die Gewichte der verdrängten Flgkn. miteinander. b. Berechne daraus das spec. Gew. des Spiritus. — 8. Das Gläschen verdränge in W. 12, in Salzsäure 10 ccm Spec. Gew.?

Fig. 281.



C. Von den luftförmigen Körpern.

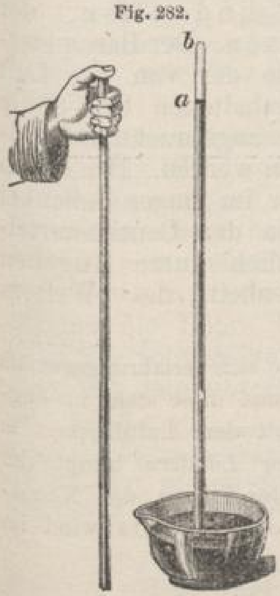
(Siehe §§ 18—21.)

§ 84. Gröfse des Luftdruckes. Barometer.

a. Die luftförmigen Körper besitzen in noch höherem Mafse als Flüssigkeiten die Eigenschaft, dafs ihre Teilchen vollkommen leicht verschiebbar sind. Der von ihnen infolge der Schwere ausgeübte Druck mufs daher wie bei den Flüssigkeiten mit der Gröfse der gedrückten Fläche im gleichen Verhältnis stehen und läfst sich demnach am einfachsten nach dem Drucke auf die Flächeneinheit (z. B. 1 qcm) berechnen.

Bei der Fortpflanzung eines äufseren Druckes verhalten sich luftförmige Körper wesentlich anders als Flüssigkeiten, indem sie ihren Rauminhalt dabei in weit höherem Grade ändern. Hört der äufsere Druck auf, so nehmen sie infolge ihrer Ausdehnsamkeit stets den ursprünglichen Raum wieder ein. Letztere Eigenschaft macht es auch erklärlich, dafs geringe Mengen eines eingeschlossenen luftförmigen Körpers auf die Wand des Gefäfses einen über die Wirkung der Schwere weit hinausgehenden Druck auszuüben vermögen.

Fig. 282.



Wie grofs der von der freien Luft ausgeübte Druck ist, läfst sich in folgender Weise ermitteln:

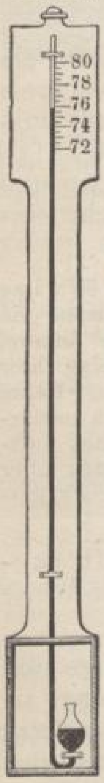
*Versuch. Wird eine 80—90 cm lange und etwa 4 mm weite Glasröhre, nachdem man sie ganz mit Qu. gefüllt und alle Luft daraus entfernt hat, mit dem Finger verschlossen und umgekehrt in ein mit Qu. gefülltes Gefäfs (Fig. 282) eingetaucht, so bleibt nach dem Wegheben des Fingers das Qu. 70—80 cm hoch in der Röhre stehen. Der Raum (ab) über dem Qu. in der Röhre ist luftleer. Auch bei schräger Stellung der Röhre bleibt der senkrechte Abstand der Quecksilberkuppe in der Röhre vom Quecksilberspiegel im Gefäfs derselbe. — Da die Zimmerluft mit der freien Luft zusammenhängt, so ist es gleichgiltig, ob man den Versuch im Zimmer oder im Freien ausführt.

Die Höhe der Quecksilbersäule, welche von der Luft im Glgew. gehalten wird, ist an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten verschieden; am Meeresspiegel beträgt sie im Durchschnitt 76 cm. Nach dem Gesetze über den Bodendruck der Flüssigkeiten (§ 80) ergiebt sich hieraus für den Druck der Luft auf 1 qcm annähernd 1 kg (76 . 13,6 g = 1,033 g; warum?).

Der **Druck der Atmosphäre** ist am Meeresspiegel im Mittel gleich dem Drucke einer 76 cm hohen Quecksilbersäule (1 Atmosphäre = 1 kg auf 1 qcm.)

Nach Toricelli, der zum ersten Mal den Luftdruck durch eine Quecksilbersäule gemessen hat, nennt man den beschriebenen Versuch Toricellischen Versuch, und den über dem Qu. befindlichen luftleeren Raum Toricellische Leere.

Fig. 283.

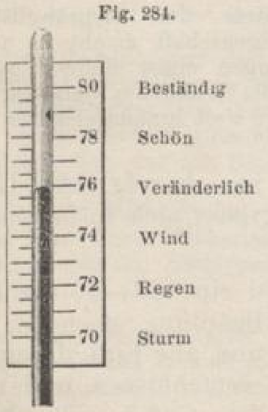


b. Um den Luftdruck bequem und genau messen zu können, werden besondere Instrumente, **Barometer,**[1]) angewandt. Diese bestehen entweder aus einer gegen 90 cm langen, *mit Quecksilber gefüllten Glasröhre* (Quecksilberbarometer) oder aus einem *luftleeren Metallgefäfse* (Aneroidbarometer).

a. Quecksilberbarometer.

1. Gefäfsbarometer. Die einfachste Einrichtung eines Barometers zeigt das in Fig. 283 dargestellte *Gefäfsbarometer*. Die Glasröhre desselben ist unten U förmig umgebogen, der kurze Schenkel gefäfsförmig erweitert und offen, der lange Schenkel hingegen geschlossen. Der Barometerstand, d. h. die Höhe der von der Luft im Gleichgewichte gehaltenen Qu.-Säule kann auf einer oben angebrachten Centimeterteilung abgelesen werden. Der Raum über dem Quecksilber im langen Schenkel ist luftleer. Neben der Centimeterteilung stehen gewöhnlich kurze Angaben über die Beschaffenheit des Wetters (Fig 284).

Fig. 284.



Das Wetter ändert sich erfahrungsgemäfs mit der Windrichtung, und diese steht im engsten Zusammenhange mit dem Luftdrucke. In den *nordwesteuropäischen Ländern* bringt der Südwind warmes Wetter, der Westwind meist Regen oder Schnee, der Nordwest- und Nordwind rauhes, kaltes Wetter, der Nordost- und Ostwind im

[1]) βαρυς (barys), schwer.

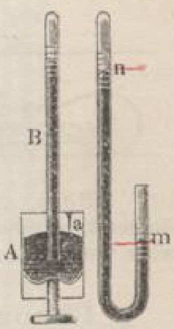
Sommer trockene Wärme und im Winter trockenen Frost. *In diesen Ländern ist der Barometerstand im allgemeinen bei SW.-Wind am niedrigsten, bei NO.-Wind am höchsten,* weil ersterer in der Regel feuchte und warme, letzterer dagegen trockene und kalte Luft bringt (feuchte Luft ist leichter als trockene, weil sie viel Wasserdampf enthält, welcher leichter als Luft ist). Da ein Wechsel der Luftströmung zuerst in den oberen Luftschichten eintritt, so kündigt *das Steigen des Barometers gewöhnlich eine Drehung des Windes über N. nach der östlichen Richtung, das Fallen eine Drehung über Süden nach der westlichen Richtung an:* **Doves Winddrehungsgesetz.** Barometerstand und Windrichtung bieten demnach wichtige Anhaltspunkte, nach denen das zu erwartende Wetter zu beurteilen ist.*)

Otto von Guericke, der ein *Wasserbarometer* erfand und dasselbe an seinem Hause in Magdeburg anbrachte, erkannte auch zuerst den Zusammenhang zwischen Luftdruck und Wetter; es erregte die Bewunderung seiner Zeitgenossen, als er (1660) auf Grund seiner Barometerbeobachtungen den Ausbruch eines gewaltigen Sturmes einige Tage vorhersagte.

Gefäfsbarometer geben den Barometerstand ungenau an, da bei ihnen die Änderungen, welche der Stand des Quecksilbers im Gefäfse erleidet, unberücksichtigt bleiben, und die Kapillarwirkungen (§ 54) wegen der ungleichen Weite der Schenkel sich nicht ausgleichen. Die hierdurch entstehenden Fehler sind jedoch so gering, dafs sie, wenn es sich nicht um wissenschaftliche Beobachtungen handelt, vernachlässigt werden können.

Bei dem zu genauen Messungen dienenden *Kapselbarometer von Fortin* (Fig. 285) ist die Röhre gerade und in eine mit Quecksilber gefüllte Kapsel eingetaucht, deren Boden aus Leder besteht und mittelst einer Schraube ein wenig gehoben und gesenkt werden kann. Dadurch kann die untere Qu.-Oberfläche zu jeder Ablesung so eingestellt werden, dafs sie die Spitze eines kleinen feststehenden Elfenbein- oder Stahlkegels berührt und also immer dieselbe Höhe hat.

Fig. 285. Fig. 286.



Wegen der durch die Kapillarität bewirkten Verkürzung der Quecksilber-Säule bedarf jede Ablesung noch einer Berichtigung. Zum genauen Ablesen mufs bei allen Barometern das Auge mit dem Gipfel der gewölbten Quecksilberkuppe in gleicher Höhe gehalten werden.

2. Heberbarometer. Sie bestehen aus einer U förmig gebogenen Röhre (Fig. 286), deren ungleichlange Schenkel, wenigstens soweit sich die Veränderungen im Qu.-Stande erstrecken, gleichen inneren Durchmesser haben. Der Stand des Qu. wird entweder an beiden Schenkeln auf einer feststehenden Skala oder nur am langen Schenkel abgelesen. In letzterem Falle kann die Skala längs der Röhre oder umgekehrt die Röhre längs der Skala mittelst einer unten angebrachten Schraube so verschoben werden, dafs jedesmal der Nullpunkt der Teilung mit dem unteren Qu.-Spiegel gleichhoch steht.

Da die Kapillarwirkungen wegen der gleichen Weite der Schenkel aufser acht gelassen werden können, so sind die Heberbarometer als die vollkommensten Barometer zu bezeichnen. Ihre Ablesungen bedürfen nur noch einer Berichtigung wegen des Einflusses der Temperatur.

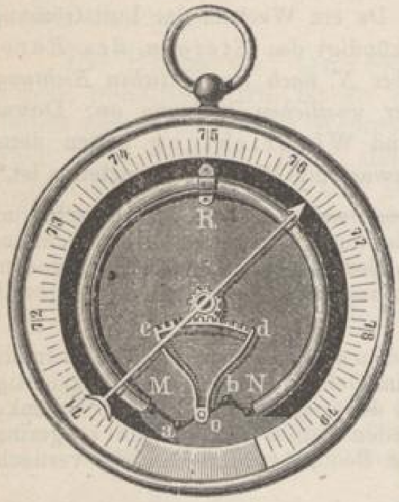
---

*) Vgl. II. Lehrstufe, § 129 u. ff. über das Winddrehungsgesetz von Buys-Ballot, welches allgemeinere Giltigkeit hat als das Gesetz von Dove.

b. Aneroidbarometer.

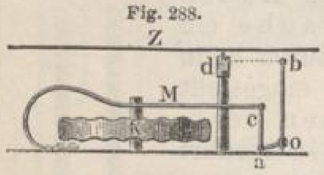
Das luftleer gemachte Gefäfs, aus welchem dieselben bestehen, ist entweder eine dünnwandige, kreisförmig gebogene *Metallröhre* (MRN, Fig. 287), welche etwa in ihrer Mitte (R) auf der Rückwand eines metallenen Gehäuses befestigt ist und bei zunehmendem Luftdrucke sich stärker krümmt, oder eine *Dose* (K, Fig. 288) mit dünnem wellenförmigen Deckel, der sich etwas nach innen biegt, wenn der Luftdruck zunimmt. Bei Abnahme des Luftdruckes führen Röhre wie Deckel vermöge ihrer Elasticität die entgegengesetzte Bewegung aus. Damit diese äufserst geringen Bewegungen deutlich wahrgenommen werden können, werden sie durch ein l e i c h t e s H e b e l w e r k vergröfsert und auf einen Z e i g e r übertragen, der auf einer Kreisteilung die Stärke des Luftdruckes angiebt. Gewöhnlich sind dieser Teilung, wie beim Gefäfsbarometer, auch Angaben über das Wetter beigefügt.

Fig. 287.



In welcher Weise überträgt sich die Bewegung der Metallröhre (Fig. 287) auf den Zeiger? — Fig. 288 stellt die Teile eines *Metallbarometers mit luftleerer Dose* von der Seite gesehen dar. M ist ein mit dem Deckel der Dose K fest verbundener, elastischer Bügel, welcher den Winkelhebel aob mittelst des Verbindungsstabes ac um o dreht; b ist durch eine feine Kette mit dem drehbaren Cylinder d verbunden, der bei seiner Bewegung den Zeiger Z mitnimmt.

Fig. 288.



B e m. Aneroidbarometer sind für geringe Schwankungen des Luftdruckes äufserst empfindlich; wegen der etwaigen Änderung der Elasticität des Metalles ist aber von Zeit zu Zeit ein Vergleich mit einem guten Quecksilberbarometer erforderlich.

Übungsstoff. 1. Welchen Luftdruck hat der menschliche K. auszuhalten, wenn dessen Oberfläche etwa $1\frac{1}{2}$ qm beträgt, und wie ist es zu erklären, dafs wir von der Wirkung dieses Druckes nichts empfinden (trotzdem derselbe z. B. das Gew. der Gliedmafsen bei Bewegung derselben aufhebt)? — 2. Wie lang müfste die Röhre sein, wenn man zum Toricellischen Versuche W. statt Qu. benutzen wollte *(Guerickes Wasserbarometer)*? — 3. Wenn man ein Qu.-Barometer vorsichtig umkehrt, so soll das Qu. mit hellem Klange gegen das Ende der Röhre schlagen. Wie läfst sich hiernach die Güte des Barometers beurteilen? — 4. Die Röhre eines guten Qu.-Barometers soll wegen der Kapillarwirkungen mindestens 5 mm weit sein. Welcher Art sind die Kapillarwirkungen, und welche Ungenauigkeit müssen sie beim Gefäfsbarometer zur Folge haben? — 5. Wodurch wird beim Toricellischen Kapselbarometer der andere Mangel des Gefäfsbarometers beseitigt? — 6. Warum sind Heberbarometer frei von diesen Mängeln? — 7. Um wv. ist das Qu. im kurzen Schenkel eines Heberbarometers gefallen, wenn es im langen Schenkel 5 mm gestiegen ist? — 8. Um wv. hat in diesem Falle der Barometerstand sich geändert? — 9. Um wv. ist das Qu. im Gefäfse eines Stubenbarometers gefallen, wenn es in der Röhre um 5 mm gestiegen ist und der Durchmesser des unteren Qu.-Spiegels das 10fache von der Weite der Röhre beträgt? — 10. Um wv. würde es gefallen sein, wenn das

---

[1]) ἀνηρός (a-n e r ó s), nicht feucht.

Gefäfs a. 5-, b. 15-, c. 20 mal so weit wäre als die Röhre? — **11.** Wv. betrüge in diesen Fällen die wirkliche Änderung des Barometerstandes? — **12.** Wv. ferner, wenn das Qu. um 5 mm gefallen wäre? — **13.** Infolge der Kapillarität beträgt die Verkürzung einer Qu.-Säule in einer Glasröhre von 2 mm Weite etwa 4,6 mm, bei 5 mm Weite nur 1,5 mm. Wie grofs würde demnach der wirkliche Luftdruck sein, wenn man an einem Gefäfsbarometer einen Druck von 76 cm abgelesen hätte und die Röhre a. 2 mm, b. 5 mm weit wäre? — **14.** Der Deckel der Dose eines Aneroidbarometers sei 40 qcm grofs. Um wv. Gramm wird der Druck auf den Deckel gröfser oder kleiner, wenn der Barometerstand a. 1 cm zu-, b. 1 cm abnimmt?

---

§ 85. Beziehung zwischen Druck und Volumen eingeschlossener Luft (Mariottesches Gesetz). Manometer.

1. Nachweis für verdichtete Luft. ***Versuch a.** Giefst man in eine U förmig gebogene Glasröhre, deren kurzer Schenkel geschlossen ist (Fig. 289), zunächst nur soviel Qu., dafs dieses in beiden Schenkeln gleichhoch steht, so erleiden beide Qu.-Oberflächen einen Druck von 1 Atmosphäre. Wird darauf noch soviel Qu. nachgegossen, dafs es im langen Schenkel um den Barometerstand höher steht als im kurzen Schenkel, so ist

1) der Raum der abgesperrten Luft nur noch halb so grofs,
2) der Druck, welchen sie erleidet, dagegen doppelt so grofs als vorhin.

Fig 289.

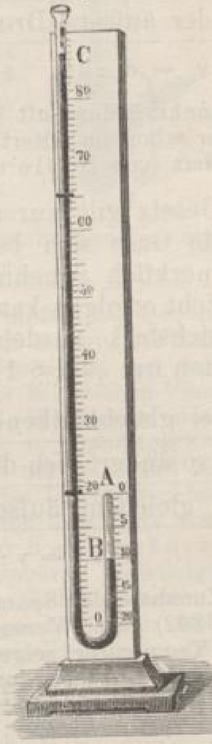
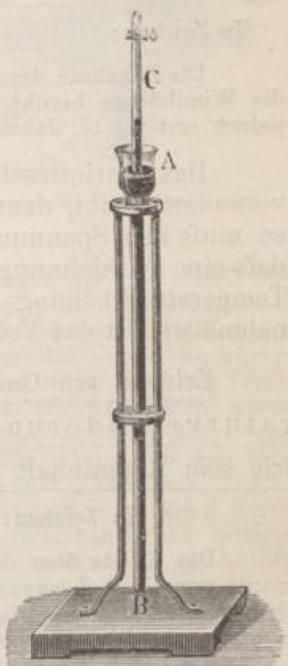


Fig. 290.



Da Druck und Gegendruck gleich sein müssen, so mufs nach der Verdoppelung des äufseren Druckes auch die Spannung der eingeschlossenen Luft das Doppelte der ursprünglichen Spannung betragen. Betrüge der äufsere Druck das 3-, 4-, 5-... fache, so würde der Raum der eingeschlossenen Luft nur $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ... so grofs, die Spannung derselben dagegen 3-, 4-, 5-... mal so grofs sein als anfangs.

2. Nachweis für verdünnte Luft. Versuch b. Eine unten geschlossene und oben trichterförmig erweiterte Glasröhre von Barometerlänge (Fig. 290) sei mit Qu. gefüllt; in letzteres werde eine etwas längere und an beiden Enden offene, dünnere Glasröhre so tief eingetaucht, dafs der darin freibleibende Raum etwa 10 cm betrage. Verschliefst man darauf diese Röhre oben luftdicht und zieht sie dann langsam heraus, so dehnt sich die abgesperrte Luft aus, wobei der Abstand der beiden Qu.-Oberflächen sich in folgender Weise ändert:

1. Ist die Röhre so weit gehoben, dafs der 10 cm lange Luftraum sich auf das Doppelte, also auf 20 cm, vergröfsert hat, so stehen die

beiden Qu.-Oberflächen um die Hälfte des Barometerstandes voneinander ab. Der Druck, welchen die abgesperrte Luft erleidet, ist demnach nur noch $\frac{1}{2}$ Atmosphäre.

2. Hat die Luft sich auf das Dreifache, also auf 30 cm, ausgedehnt, so stehen die Qu.-Oberflächen um $\frac{2}{3}$ des Barometerstandes auseinander. Demnach beträgt der Überdruck der äufseren, also auch die Spannung der eingeschlossenen Luft nur noch $\frac{1}{3}$ Atmosphäre u. s. w.

Da Gase sich im allgemeinen gegen Druck ebenso verhalten wie atmosphärische Luft, so gilt das Gesetz:

Bei gleichbleibender Temperatur ändert sich der Rauminhalt (v) eines gasförmigen Körpers umgekehrt, die Dichte und Spannung (s) dagegen gerade so wie der äufsere Druck (d): **Mariottesches Gesetz.**

In Zeichen: $v : v_1 = d_1 : d; \quad s : s_1 = d : d_1.$

Die Zunahme der Spannkraft der Luft bei Verdichtung derselben, worauf z. B. die Windbüchse beruht, war schon im Altertum bekannt; das obige Gesetz wurde jedoch erst im 17. Jahrhundert (von Boyle und Mariotte) aufgefunden.

Das Mariottesche Gesetz gilt nur so lange, als die Temperatur unverändert bleibt, denn da Gase sich beim Erwärmen stark ausdehnen, so mufs ihre Spannung merklich zunehmen, wenn man sie so einschliefst, dafs eine Ausdehnung nicht erfolgen kann. Da alle Gase sich bei gleicher Temperaturerhöhung gleichstark ausdehnen (für je 1 °C Temperaturzunahme wächst das Volumen um $\frac{1}{273}$, § 115), so gilt noch folgendes Gesetz:

Erleidet ein Gas bei gleichbleibendem Rauminhalte eine Temperaturveränderung, so ändert sich die Spannung desselben ebenso, wie sein Rauminhalt bei gleichem äufseren Drucke sich ändern würde.

In Zeichen: $s : s_1 = v : v_1.$

Das Gesetz über die Zunahme der Spannkraft von Gasen mit der Temperatur wurde von Gay-Lussac (1802) durch Versuche nachgewiesen. Bei sehr starkem Drucke und sehr niedriger Temperatur zeigen indes die Gase erhebliche Abweichungen von dem **Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetze.**

Instrumente, welche dazu dienen, die Spannung eingeschlossener Gase oder Dämpfe zu bestimmen, werden **Manometer**[1]) genannt. Sie sind so eingerichtet, dafs der Druck entweder durch den Stand einer Qu.-Säule *(Quecksilbermanometer,* Fig. 291) oder durch die Formveränderungen von sehr elastischem Metallblech *(Metallmanometer)* angezeigt wird.

Offene Quecksilbermanometer bestehen aus einer U förmig gebogenen Röhre, welche zum Teil mit Qu. gefüllt ist. Ihr Gebrauch beschränkt sich auf die Messung von geringem Drucke, da bei hohem Drucke die Länge der Röhre unbequem werden würde. (Anwendung von sogen. Sicherheitsröhren für sehr schwachen Druck.) — Für hohen Druck werden geschlossene Qu.- oder Metallmanometer angewandt.

---

[1]) μανός (manós), dünn.

Geschlossene Quecksilbermanometer (Fig. 291) bestehen aus einer oben geschlossenen Glasröhre, in welcher Luft durch Qu. abgesperrt ist. Die Skala ist nach dem Mariotteschen Gesetze eingerichtet.

Bei dem in Fig. 292 dargestellten, zur Messung des Dampfdruckes bei Dampfmaschinen häufig angewandten Metallmanometer übt der Dampf auf eine dünne, wellenförmig gebogene Stahlplatte (n), welche in einen linsenförmig erweiterten Raum der Dampfröhre (A) eingeschaltet ist, einen Druck aus. Um die geringen Bewegungen der Platte deutlich sichtbar zu machen, läfst man letztere durch ein Stäbchen (m) auf einen Winkelhebel (ghi) einwirken, dessen einer Arm mit einem Zahnbogen versehen ist. Letzterer dreht einen Zeiger (Z), der auf einer Kreisteilung die Spannung angiebt. Das unter der Stahlplatte angebrachte Kautschukblättchen (o) dient nur zum Schutze.

Fig. 291.

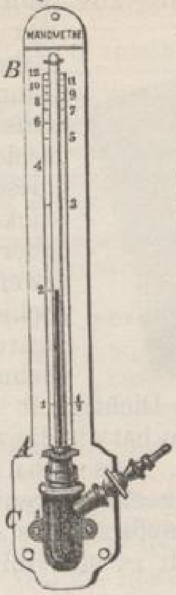
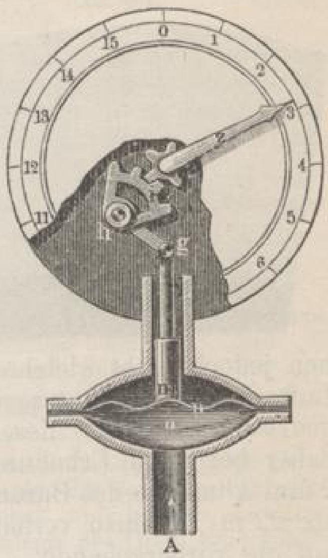


Fig. 292.



Eine sehr weit verbreitete Anwendung finden Manometer auch zum Messen des Luftdruckes in den Bierdruckapparaten, durch welche Bier aus den Kellern in die Schankräume gehoben wird.

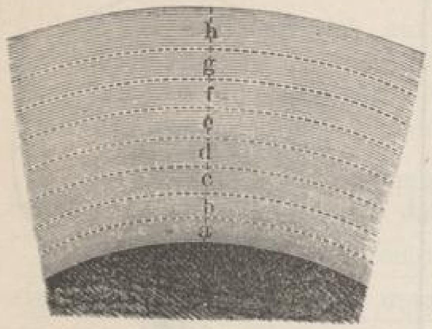
Übungsstoff. **1.** Um wv. müfste das Qu. im langen Schenkel (Fig. 289) höher stehen als im kurzen, wenn die abgesperrte Luft auf $\frac{1}{5}$ ihres ursprünglichen Rauminhaltes zusammengeprefst werden sollte, und der Barometerstand a. 75, b. 76, c. 77 cm betrüge? — **2.** Warum mufs bei solchen Versuchen die Kuppe des kurzen Schenkels besonders stark sein? — **3.** Was würde eintreten, wenn man die Temp. der eingeschlossenen Luft a. erhöhte, b. erniedrigte? — **4.** Welchen Raum würde die abgesperrte Luft einnehmen, wenn der Qu.-Stand im langen Schenkel nur $\frac{1}{4}$ Atm. betrüge? — **5.** Erkläre die Teilung des Luftmanometers (Fig. 291). — **6.** Die Verflüssigung von Wasserstoff ist durch eine Kälte von — 140° C bei einem Drucke von 650 Atmosphären erreicht worden; Kohlensäure läfst sich bei 21,5° C durch einen Druck von ungefähr 60 Atmosphären verflüssigen. Welchen Druck erleidet hierbei jedes qcm der Gefäfswand? — **7.** Mit welchem Überdrucke wird der Kolben einer Dampfmaschine in Bewegung gesetzt, wenn die Dampfspannung 6 Atm. beträgt und die Dämpfe nach ihrer Arbeitsleistung in die Luft entweichen? — **8.** Eine Taucherglocke sei 10 m tief in W. eingesenkt. Der wievielte Teil derselben würde dann noch mit Luft erfüllt sein, wenn von oben keine Luft nachgepumpt würde? — **9.** Wie stark ist die Luft verdichtet, welche ein Taucher in 15 und 20 m Tiefe einatmet? Druck auf 1 qcm? — **10.** Wie hoch könnte der Strahl einer Feuerspritze aufsteigen, wenn die Luft im Windkessel a. auf die Hälfte, b. auf $\frac{1}{4}$ ihres Rauminhaltes zusammengeprefst wäre, und der Strahl beim Aufsteigen keine Widerstände zu überwinden hätte?

---

§ 86. Abnahme des Barometerstandes mit der Höhe.

Wenn man aus Meereshöhe in der Atmosphäre aufsteigt, so nimmt der Luftdruck mehr und mehr ab, und zwar um 1 mm, wenn die Steigung etwa 11 m (genau 10,52 m bei 0°, 11,36 m bei 20°) beträgt, bei einer abermaligen Erhebung von 11 m etwas weniger als 1 mm, überhaupt jedes folgende Mal um etwas weniger als das vorhergehende Mal, vorausgesetzt dafs man jedesmal um die gleiche Höhe steigt. Um bei jeder Steigung eine Abnahme von je 1 mm zu erhalten, mufs man also jedes folgende Mal etwas höher steigen als vorher. Zur Erklärung stelle man sich die Atmosphäre aus zahlreichen Schichten zusammengesetzt vor (Fig. 293). Nimmt nun bei einer Erhebung um 11 m der Druck um 1 mm ab, so hat dies seinen Grund darin, dafs jetzt der Druck der untersten Luftschicht nicht mitwirkt und das Gewicht dieser Schicht dem Gewichte einer 1 mm dicken Qu.-Schicht gleich ist. Steigt man abermals um 11 m, so drückt auch die zweite Schicht nicht mit. Wäre nun diese Schicht ebenso dicht wie die erste, so würde der Druck wieder um 1 mm abnehmen müssen. Beide Schichten können jedoch nicht gleiche Dichtigkeit haben, da die untere Schicht eine Luftschicht mehr zu tragen hat als die zweite, also auch stärker zusammengedrückt wird, als diese. Die Abnahme des Luftdruckes mufs daher bei 22 m Erhebung etwas weniger betragen als 2 mm; oder: um 2 mm Abnahme des Barometerstandes zu erhalten, mufs man höher steigen als 22 m. Ebenso verhält es sich mit jeder folgenden Schicht in Bezug auf die vorhergehende.

Fig. 293.



Genaueres ergiebt sich unter Anwendung des Mariotteschen Gesetzes durch folgende Überlegung: Eine Luftsäule sei in parallele Schichten von gleicher, aber so geringer Dicke geteilt, dafs innerhalb jeder Schicht die Dichte als gleichmäfsig angesehen werden kann. Bezeichnet man dann die Gewichte der einzelnen Schichten mit p_1, p_2 u. s. w., das Gewicht sämtlicher Schichten mit q_1, das Gewicht aller Schichten mit Ausnahme der untersten mit q_2, mit Ausnahme der beiden untersten mit q_3 u. s. w., so ergiebt sich, da die Dichten, also auch die Gewichte der aufeinander folgenden Luftschichten mit den drückenden Kräften in gleichem Verhältnis stehen, die Proportion: $p_1 : p_2 = q_2 : q_3$, oder nach Umstellung der inneren Glieder: $p_1 : q_2 = p_2 : q_3$, also auch $p_1 + q_2 : q_2 = p_2 + q_3 : q_3$.

Nun ist $p_1 + q_2 = q_1$ (durch den Barometerstand am Grunde der Atm. gemessen), ferner

$p_2 + q_3 = q_2$ (durch den Barometerstand in der Höhe der untersten Schicht gemessen). Folglich

$q_1 : q_2 = q_2 : q_3$. Ebenso erhält man: $q_2 : q_3 = q_3 : q_4$, $q_3 : q_4 = q_4 : q_5$ u. s. w.

Je 3 aufeinander folgende Barometerstände stehen daher in stetiger Proportion. Sind die beiden unteren gemessen, so lassen sich demnach alle übrigen daraus berechnen.

Ist z. B. der Luftdruck an der Erdoberfläche **760** mm, in 11 m Höhe **759** mm, so ergiebt sich die Proportion: 760 : 759 = 759 : x, also $x = \frac{759}{760} . 759$, d. h. der Barometerstand für die 2fache Höhe wird erhalten, wenn man den Barometerstand für die 1fache Höhe mit dem Quotienten $\frac{759}{760}$ multipliziert. Drückt man nun den Barometerstand für die 1fache Höhe in ähnlicher Weise aus, indem statt 759 das Produkt $\frac{759}{760} . 760$ setzt, so erhält man $x = \frac{759}{760} \times \frac{759}{760} . 760$ oder $(\frac{759}{760})^2 . 760$. Die Rechnung, nach obigen Proportionen weiter fortgesetzt, ergiebt die rechts stehende Tabelle (von unten nach oben zu lesen).

Arithm. Reihe.	Geom. Reihe.	
u. s. w.		
in d. **5**fachen Höhe	$(\frac{759}{760})^5 . 760$ „	(Berechnung.)
in d. **4**fachen Höhe	$(\frac{759}{760})^4 . 760$ „	
in d. **3**fachen Höhe	$(\frac{759}{760})^3 . 760$ „	
in d. **2**fachen Höhe	$(\frac{759}{760})^2 . 760$ „	
in d. **1**fachen Höhe	$(\frac{759}{760})^1 . 760$ „	(Messung.)
an der Erdoberfläche . .	760 mm	

Barometerstände:

Es gilt mithin das Gesetz:

Die Barometerstände nehmen in geometrischer Reihe ab, wenn die Höhen in arithmetischer Reihe zunehmen.

Wie sich der Barometerstand für gegebene Höhen berechnen läfst, so lassen sich umgekehrt aus beobachteten Barometerständen auch die Höhen der Beobachtungsorte berechnen (Barometrische Höhenmessung); doch ist zu genauen Bestimmungen die Abnahme der Schwere nach dem Äquator zu, die Temperatur und Feuchtigkeit der Luft mit in Rechnung zu ziehen.

Die erste barometrische Höhenmessung wurde bald nach der Erfindung des Barometers auf Pascals Veranlassung in Südfrankreich ausgeführt.

Mittlere Barometerstände für verschiedene Höhen:

Auf d. Brocken . . .	1145 m Höhe	660 mm	Auf d. Montblanc .	4600 m Höhe	430 mm
„ „ St. Gotthard .	2380 „ „	567 „	„ „ Chimborasso	6300 „ „	340 „
„ „ Ätna	3230 „ „	510 „	„ „ Dhawalagiri	8200 „ „	270 „

Die Höhe der Atmosphäre schätzt man auf ungefähr 100 km.

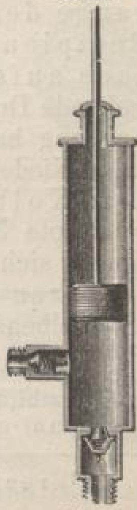
Übungsstoff. 1. Welche Änderungen des Barometerstandes wird ein Luftschiffer während der Fahrt wahrnehmen? — 2. Inwiefern sind die Barometerbeobachtungen für den Luftschiffer besonders wichtig? — 3. Warum mufs bei den auf Barometern befindlichen Wetterangaben (Fig. 284) die Höhenlage des Ortes berücksichtigt werden? — 4. Wie sind die Barometerstände für Orte zu berechnen, welche 2-, 3-, 4-... mal 10,52 m hoch (über dem Meere) liegen? — 5. Erkläre, warum barometrische Höhenmessungen um so genauer werden, a. je ruhiger die Luft ist, b. je weniger die beiden Orte, deren Höhenunterschied ermittelt werden soll, in horizontaler Richtung auseinander liegen. — 6. Betrüge der Barometerstand an einem Orte 500 mm, so würde sich die Höhe nach der Gleichung $(\frac{759}{760})^x \cdot 760 = 500$ unter gewissen Voraussetzungen berechnen lassen. a. Was bedeutet in dieser Gleichung das Zeichen x? b. Welches sind jene Voraussetzungen? — 7. Der Höhenunterschied zweier Orte, deren wagerechter Abstand gering ist (Fufs und Gipfel eines Berges), läfst sich durch barometrische Messungen dadurch genau bestimmen, dafs man die Beobachtungen an beiden Orten gleichzeitig macht oder längere Zeit hindurch zahlreiche Beobachtungen anstellt. Grund?

§ 87. Luftpumpen. 1. Verdichtungspumpen.

Sie bestehen im wesentlichen aus einem hohlen Metallcylinder, dem *Stiefel*, in welchem ein *Kolben* auf- und abbewegt werden kann. Das untere Ende des Cylinders ist zum Anschrauben an das zu füllende *Gefäfs* mit einem Gewinde versehen und enthält ein *Ventil*, das sich nach aufsen öffnet. Je nachdem nun atm. Luft oder andere Gase verdichtet werden sollen, befindet sich seitlich oben am Cylinder eine Öffnung (Fig. 294), oder unten ein Ansatzrohr mit einem nach innen sich öffnenden Ventile (Fig. 295), durch welches das zu verdichtende Gas einströmt.

Fig. 294.

Fig. 295.



Eine nützliche Anwendung finden Luftverdichtungspumpen im praktischen Leben zur Zuführung frischer Luft bei der Benutzung von Taucherglocken, zur Herstellung kohlensäurereicher Getränke, sowie um Kohlensäure zu einer Flüssigkeit zu verdichten und dadurch für den Versand (z. B. zur Verwendung beim Bierschank) geeignet zu machen. In einzelnen grofsen Städten (Berlin und London) werden durch Dampfmaschinen getriebene Luftpumpen dazu benutzt, um in kleinen Wagen, welche in unterirdischen Röhren laufen, Briefe und Packete zu befördern (Rohrpost). In neuester Zeit hat man verdichtete Luft auch zum Betriebe von Stein-Bohrmaschinen in der Weise benutzt, dafs man Stofsbohrer mit dem Kolben eines Cylinders in Verbindung brachte und die Kolbenbewegung durch abwechselnd eintretende Druckluft bewirkte (Bohrung des Mont-Cenis- und Gotthard-Tunnels). Die Verwendung verdichteter Luft zur Kraftübertragung wird auch in der Weise ausgeführt (z. B. in Paris) dafs man den Werkstätten verdichtete Luft durch Röhrenleitungen (ähnlich wie bei der Leuchtgasleitung) zuführt, um allerlei Arbeitsmaschinen dadurch in Thätigkeit zu setzen und so dem Kleingewerbe eine den Dampf ersetzende Betriebskraft zu liefern (Poppsches Luftdruckverfahren). Allgemein bekannt ist die Verwendung verdichteter Luft beim Gebrauche von Windbüchsen.

2. Verdünnungspumpen. Zur Verdünnung der atmosphärischen Luft werden gewöhnlich Hahn- oder Ventil-Luftpumpen benutzt.

Die wesentlichen Teile einer **Hahn-Luftpumpe** (Fig. 296 und 297)

Fig. 296.

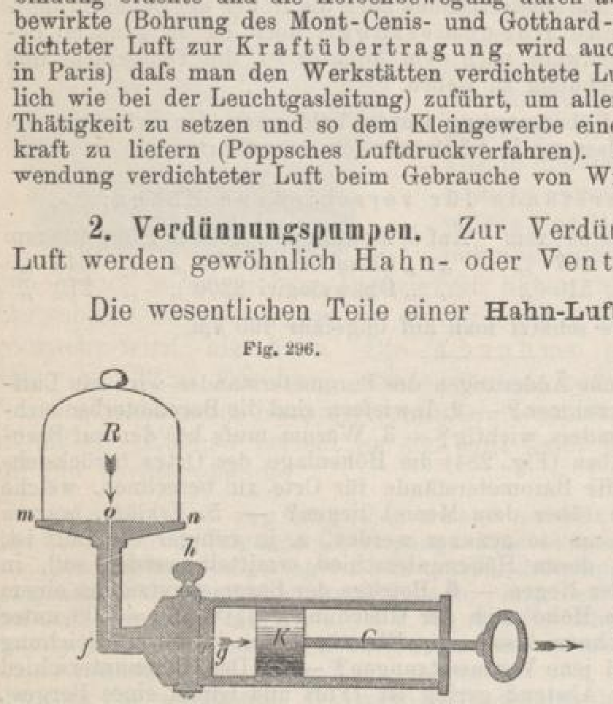
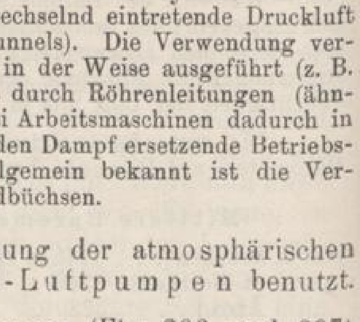


Fig. 297.



sind: 1) ein hohler Cylinder oder *Stiefel* mit *Kolben* (K), 2) das zu leerende Gefäfs, der *Recipient*[1]) (R), 3) die *Verbindungsröhre* (ofg) zwischen Stiefel und Recipient und 4) ein oder mehrere *Hähne* (h). — Bei der einfachsten Einrichtung enthält die Hahn-Luftpumpe nur einen Hahn, welcher im Verbindungsrohre dicht unter dem Stiefel angebracht und zweifach durchbohrt ist. Die eine geradlinige Durchbohrung (Fig. 296) geht mitten quer durch den Hahn und verbindet beim Aufgange des Kolbens den Innenraum des Stiefels mit dem des Recipienten; die andere rechtwinklige Durchbohrung (Fig. 297) führt nach aufsen und ist mit ihrem kurzen Schenkel gegen die quer durchgehende Durchbohrung gerichtet, ohne diese zu erreichen. Diese Durchbohrung hat einen doppelten Zweck, nämlich 1) während des Pumpens beim Niedergange des Kolbens eine offene Verbindung zwischen dem Kolben und der äufseren Luft herzustellen, damit die ausgepumpte Luft entweichen kann, 2) nach dem Pumpen, wenn der Recipient sich wieder mit Luft füllen soll, den Recipienten mit der äufseren Luft zu verbinden. Bei jedem Auf- und Niedergange des Kolbens mufs demnach der Hahn um 90° gedreht werden.

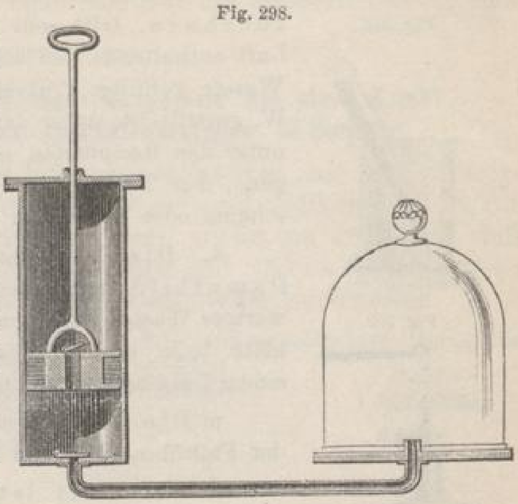
Als Recipient dient gewöhnlich eine Glasglocke, welche auf eine starke, genau eben geschliffene Glasplatte gestellt wird. Die letztere ist auf einen metallenen Teller (mn) gekittet, der bei o durchbohrt ist.

---

[1]) recipĕre, aufnehmen.

Bei der **Ventilluftpumpe** (Fig. 298) sind die Hähne durch 2 Ventile ersetzt, welche sich wie die Ventile einer Saugpumpe öffnen und schliefsen.

Fig. 298.



Selbst bei der vollkommensten Einrichtung einer Luftpumpe läfst sich die Luft kaum stärker als bis $\frac{1}{1000}$ verdünnen. Die Ursache hiervon ist namentlich der sogen. schädliche Raum, d. h. der Raum, welcher zwischen der inneren Kolbenfläche und dem Hahn oder Ventil freibleibt, wenn der Kolben seine tiefste Stellung einnimmt. Die in diesen Raum von aufsen eindringende Luft breitet sich bei jedem Kolbenzuge im Stiefel aus. — Bei der Ventilluftpumpe vermag die verdünnte Luft schliefslich das Bodenventil nicht mehr zu heben.

Die erste Luftpumpe, welche (um 1650) von Otto von Guericke erfunden wurde, war eine Ventilluftpumpe; Guericke suchte zuerst einen luftleeren Raum dadurch zu erhalten, dafs er mittelst einer Wasserpumpe ein mit Wasser gefülltes Fafs entleerte, welches er nachher durch eine kupferne Hohlkugel ersetzte. Er erfand fast alle Versuche, welche jetzt noch mit der Luftpumpe angestellt werden. — Um die Luft stärker zu verdünnen, als dies mit Hahn- oder Ventilluftpumpen möglich ist, wendet man die in neuerer Zeit erfundenen **Quecksilberluftpumpen** an. Bei denselben wird durch Bewegung von Quecksilber in zwei durch einen Gummischlauch verbundenen und mit Sperrhähnen versehenen Glasröhren eine Torricellische Leere erzeugt. Weit bequemer zu handhaben sind die **Wasserluftpumpen**; dieselben beruhen auf der Saugwirkung, welche schnell abfliefsendes Wasser hervorbringt (vgl. § 19: Zerstäubungsapparat).

Versuche mit der Luftpumpe.

a. Der Druck der Luft. Der Recipient haftet nach einigen Kolbenzügen fest am Teller. Ein auf einem Ringe von Glas oder Messing (Fig. 299) befestigtes Blatt Pergamentpapier oder Tierblase wird nach mehreren Kolbenzügen durch den Druck der äufseren Luft stark nach innen gebogen. Quecksilber wird durch Holz geprefst *(Quecksilberregen.)*

Fig. 299.

Fig. 300.

Am auffälligsten tritt die Gröfse des Luftdruckes hervor bei Benutzung der sogen. Magdeburger Halbkugeln, hohler Metallhalbkugeln, welche genau aufeinander passen und mit Handgriffen versehen sind (Fig. 300).

Guericke benutzte derartige Halbkugeln, um auf dem Reichstage zu Regensburg 1654 dem Kaiser Ferdinand sowie den übrigen versammelten Herren einen Beweis für den Druck der Luft und zugleich eine Vorstellung von der Gröfse desselben zu geben. 16 Pferde vermochten die beiden Halbkugeln von beinahe 60 cm Durchmesser nicht auseinander zu reifsen.

Fig. 301.

b. Um den Grad der Verdünnung der Luft zu bestimmen, stellt man eine sogen. Barometerprobe (Fig. 301), d. h. ein abgekürztes Barometer, unter den Recipienten. Mit einer guten Luftpumpe mufs sich die Luft bis auf 1 mm Druck verdünnen lassen.†)

c. In wie hohem Grade die Luft das Bestreben hat, sich auszudehnen, tritt sehr deutlich hervor, wenn man eine etwas Luft enthaltende und zugebundene Blase oder ein fast ganz mit Wasser gefülltes Probiergläschen (Fig. 302), das umgekehrt in W. gestellt ist, unter den Recipienten bringt. — Der Strahl eines unter den Recipienten gestellten Heronsballes beginnt zu springen. Aus Holz unter Wasser steigen Luftblasen auf. Seifenschaum oder ein welker Apfel bläht sich auf u. s. w.

Fig. 302.

d. Die Luft setzt der Verdunstung und der Dampfbildung einen Widerstand entgegen. Lauwarmes Wasser kocht unter dem Recipienten. Die Verdunstungskälte beim raschen Verdampfen von Äther bringt Wasser in einem Uhrgläschen zum Gefrieren (vgl. Wärmelehre §§ 118 u. 120).

Fig. 303.

e. Die Luft hemmt fallende Körper. Versuch mit der Fallröhre (§§ 6 und 73).

f. Die Luft ist notwendig zur Schallleitung (§ 90), zum Brennen und Atmen (ein Licht erlöscht).

g. Das Gewicht der Luft läfst sich annähernd bestimmen, indem man die in einem Glasballon (Fig. 303) enthaltene Luft so stark als möglich verdünnt und dann das Gewicht des luftleer gemachten Ballons von dem Gewichte des mit Luft erfüllten Ballons subtrahiert. Genaue Wägungen ergeben, dafs *1 Liter atmosphärische Luft von 0° und 760 mm Druck 1,293 g wiegt.*

Übungsstoff. 1. In welcher Weise kann eine Hahnluftpumpe zum Verdichten der Luft benutzt werden? — 2. Erkläre die Erschn. der oben (unter c) angeführten Versuche. — 3. Bei dem durch Fig. 302 dargestellten Versuche steigen aus dem W. zahlreiche Bläschen auf. Wie erklärt sich diese Ersch.? — 4. Bei der Barometerprobe sei das Qu. so tief gesunken, dafs der Abstand beider Qu.-Oberflächen noch 1 cm betrage. Wie grofs ist dann der Druck der verdünnten Luft auf 1 qcm und welchen Teil ihrer ursprünglichen Dichtigkeit hat die Luft erreicht? — 5. Welchen Raum würde die unter dem Recipienten anfangs enthaltene Luft bei solcher Verdünnung ausfüllen, wenn der Innenraum des Recipienten 2000 ccm betrüge? — 6. Wie grofs ist bei solcher Verdünnung der auf 1 qcm berechnete Überdruck, welchen der Recipient durch die äufsere Luft erleidet, wenn das Barometer bei Anstellung des Versuches einen Luftdruck von 770 mm anzeigt? — 7. Wie grofs würde in diesem Falle der Druck der Luft auf den Kolben sein, a. von innen, b. von aufsen, wenn die Kolbenfläche 20 qcm betrüge? — 8. Wie erklärt es sich demnach, dafs das Pumpen um so beschwerlicher wird, je stärker die Luft schon verdünnt ist? — 9. Die Halbkugeln, welche Otto v. Guericke (1654) in Regensburg benutzte, hatten einen Durchm. von 1 magdeburger Elle (etwa 57¼ cm). Es soll berechnet werden, wv. Kr. zum Auseinanderreifsen derselben erforderlich war, wobei völlige Luftleere

---

†) Beträgt der Innenraum des Recipienten m, der des Stiefels mit der Verbindungsröhre q ccm, so verteilen sich mit jedem Kolbenzuge m ccm Luft auf (m + q) ccm. Bei einem Barometerstande von 76 cm würde somit die Spannung der verdünnten Luft nach dem 1. Kolbenzuge $\frac{m}{m+q} \cdot 76$, nach dem 2. Kolbenzuge $\left(\frac{m}{m+q}\right)^2 \cdot 76 \ldots$, nach dem n. Kolbenzuge $\left(\frac{m}{m+q}\right)^n \cdot 76$ cm betragen.

angenommen werden mag. (Man erhält die für jede Halbkugel erforderliche Kr., wenn man den Luftdruck für eine Kreisfläche von 57¼ cm Durchmesser berechnet.) — **10.** Wie ist es zu erklären, dafs mehrere Pferde die Kugeln nicht auseinander zu reifsen vermochten, während doch ein Pferd eine Last von mehr als 1000 kg fortziehen kann?

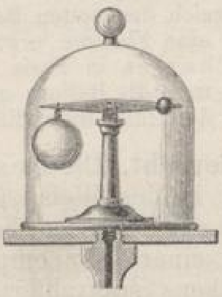
§ 88. Gewichtsverlust der Körper in der Luft. Specifisches Gewicht luftförmiger Körper.

1. Gewichtsverlust. Da die luftförmigen Körper mit den Flüssigkeiten zwei wesentliche Eigenschaften (Schwere und vollkommen leichte Verschiebbarkeit der Teilchen) gemein haben, so ist zu erwarten, dafs auch das Gesetz des Auftriebes für dieselben gilt (Archimedisches Prinzip). Dies läfst sich mit Hilfe der Luftpumpe nachweisen.

Erkläre zunächst die Ersch. des durch Fig. 304 veranschaulichten Versuches, bei welchem von 2 in Wasser untergetauchten Körpern (Stein und Gewichtstück von Blei), die sich anfangs das Gleichgewicht halten, der gröfsere das Übergewicht erlangt, wenn man das Wasser entfernt.

Fig. 304.

Fig. 305.



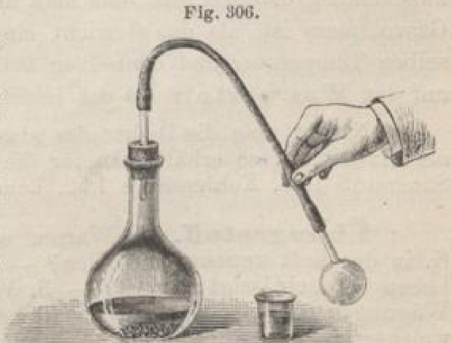
Versuch a. Bringt man einen Wagebalken, an dem ein kleiner Glasballon einem Metallstück das Gleichgewicht hält, unter den Recipienten der Luftpumpe (Fig. 305), so sinkt der Ballon nach einigen Kolbenzügen nieder. Läfst man dann Luft einströmen, so entsteht wieder Gleichgewicht. (Vergleiche die Ergebnisse der beiden Versuche miteinander.) — Genaue Wägungen bestätigen den Satz:

In der Luft verliert ein Körper von seinem Gewichte ebensoviel, als die Luft wiegt, welche er verdrängt.

Die gewöhnlichen Wäguugen ergeben hiernach streng genommen das wahre Gewicht der Körper nur dann, wenn die gewogenen Körper mit den Gewichtstücken gleichen Raum einnehmen.

Wie bei den Flüssigkeiten, so ist auch bei den luftförmigen Körpern der Gewichtsverlust das Mafs für die Gröfse des **Auftriebes,** d. h. *des Überdruckes, welchen ein Körper durch die ihn umgebende Luft nach oben erleidet.* Dem Auftrieb in der Luft überlassene Körper müssen daher auch, je nachdem ihr Gewicht kleiner, ebensogrofs oder gröfser ist als ihr Auftrieb, entweder aufsteigen, schweben oder sinken.

Fig. 306.



Versuch b. Füllt man Seifenblasen mit Wasserstoff oder Leuchtgas (Fig. 306), so steigen dieselben in der Luft auf; mit Kohlensäure gefüllt sinken sie nieder. — Werden die Blasen mit Sauerstoff oder Stickstoff gefüllt, so schweben sie nahezu in der Luft.

Durch den Auftrieb der atm. Luft erklärt sich das Steigen eines mit Leuchtgas oder Wasserstoff gefüllten Ballons. Der Ballon (Fig. 307) besteht aus einer Hülle von Seidenzeug, das durch Kautschuk oder Firnis luftdicht gemacht ist. Zur Aufnahme der Luftfahrer, der Beobachtungs-Instrumente, des Ballastes u. s. w. wird unter dem Ballon eine leichte Gondel aufgehängt. Die Luftballons finden Anwendung zu wissenschaftlichen Beobachtungen (Abnahme des Luftdruckes, der Temperatur, Strömungen in den oberen Luftschichten, elektr. Zustand derselben); sehr ausgedehnt ist neuerdings auch die Verwendung derselben zu Kriegszwecken. Die gröfste bis jetzt erreichte Höhe beträgt gegen 11000 m.

Fig. 307.

Durch Versuche ist die Möglichkeit erwiesen, einen Ballon bei windstillem Wetter in beliebiger Weise zu lenken; bei einer stärkeren Luftströmung ist dies jedoch unmöglich, da weder das Material des Ballons die hinreichende Festigkeit besitzt, noch die zur Überwindung des Luftwiderstandes erforderliche Kraft vorhanden ist.

Im Jahre 1783 liefsen die Gebrüder Montgolfier in Frankreich den ersten Ballon steigen, welcher Luft enthielt, die durch eine Flamme erwärmt wurde. Kurze Zeit darauf wurde von Charles in Paris die Füllung mit Wasserstoffgas angewandt; gegenwärtig füllt man die Ballons meist mit Leuchtgas, welches billiger ist und weniger stark durch die Hülle diffundiert, als Wasserstoff.

2. Specifisches Gewicht. Die Bestimmung des spec. Gewichtes der Gase wird in der Weise ausgeführt, dafs man einen Glasballon sowohl leer, als auch mit dem betreffenden (vollkommen trockenen) Gase gefüllt, mittelst einer sehr empfindlichen Wage wägt und dann das Gewicht des Balkens subtrahiert. Aus den erhaltenen Gewichten wird darauf das Gewicht für 1 ccm in Grammen, also das spec. Gewicht, berechnet. Einen bestimmten brauchbaren Wert erhält man jedoch erst dadurch, dafs man die Dichtigkeit des Gases für einen Druck von 760 mm Qu. und eine Temperatur von 0° berechnet.

Bei 0° und mittlerem Barometerstande ist das spec. Gewicht von atm. Luft 0,001293, von Wasserstoff 0,0000896. Atm. Luft ist demnach ungefähr 770, Wasserstoff über 10000 mal so leicht als Wasser.

Das spec. Gewicht (eigentlich die Dichte) der gasförmigen Körper drückt man zweckmäfsig dadurch aus, dafs man angiebt, wievielmal so grofs das Gewicht eines Gasvolumens ist, als das Gewicht einer gleichen Raummenge atm. Luft bei derselben Temperatur und demselben äufseren Drucke, oder man bezieht das Gewicht auf den Wasserstoff als das leichteste aller Gase.

Nimmt man die Dichte der atm. Luft bei 0° und mittlerem Barometerstande als Einheit an, so erhält man für die Dichte von Wasserstoff 0,07, Stickstoff 0,97, Sauerstoff 1,10, Kohlensäure 1,52, Leuchtgas ungefähr 0,4.

Übungsstoff. 1. Warum werden infolge des Auftriebes Wägungen der K. in der Luft ungenau ausfallen? — 2. Warum können diese Fehler im täglichen Leben vernachlässigt werden? — 3. Wie müfste man verfahren, um nach solchen Wägungen das genaue Gewicht zu bestimmen? — 4. Wie läfst sich die Kr., mit welcher ein Kautschukballon (Spielzeug der Kinder) aufsteigt, ohne Wage bestimmen? — 5. Wann mufs der Ballon aufhören zu steigen? — 6. Welchen Einflufs mufs die Höhe auf den Rauminhalt desselben ausüben? — **7.** Wie würde sich eine mit Stickstoff gefüllte Seifenblase a. in einer Wasserstoff-, b. in einer Kohlensäure-Atm. verhalten? — **8.** Was wird eintreten, wenn 2 Gefäfse, von denen das eine mit Wasserstoff, das andere mit Kohlensäure gefüllt ist, längere Zeit offen stehen? (Kohlensäure in Kellern und Brunnenschächten; Dunsthöhlen.) — **9.** Der Glasballon (Fig. 305) sei 100 ccm, die Metallkugel 1 ccm grofs. Um wv. ist das Gew. des Ballons im luftleeren Recipienten gröfser als das der Metallkugel? — **10.** Wv. Liter von den oben genannten Gasen haben mit 1 Liter atm. Luft gleiches Gew.? — **11.** Gew. der Luft, welche ein Ballon von 500 cbm Rauminhalt am Boden verdrängt? (1 Liter Luft wiege 1,3 g.) — **12.** Wie grofs ist das Gew. des Ballons, wenn $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ seines ganzen Rauminhaltes mit Leuchtgas gefüllt ist und die Hülle des Ballons 100 kg wiegt? Mit welcher Kr. wird ein solcher Ballon aufsteigen?

III. Abschnitt.

Die Lehre vom Schalle.

(Akustik.)

(I. Lehrstufe, §§ 22—24.)

§ 89 a. Wellenbewegung flüssiger und fester (elastischer) Körper. Ein Schall entsteht, wenn durch Schwingungen eines elastischen Körpers in den umgebenden Luftschichten abwechselnd Verdünnungen und Verdichtungen erzeugt werden; indem sich diese auf die folgenden Luftschichten übertragen und so schliefslich auf unser Ohr einwirken, wird der Schall fortgepflanzt. *Die Schallfortpflanzung beruht somit auf einer Wellenbewegung der Luft,* d. h. *der Mitteilung einer schwingenden Bewegung von Teilchen zu Teilchen, wobei die in der Fortpflanzungsrichtung aufeinander folgenden Teilchen nacheinander dieselbe Schwingung machen.* Zum Verständnis dieses Vorganges ist zunächst ein genaueres Eingehen auf die Wellenbewegung flüssiger und elastischer (fester) Körper erforderlich.

a. Wasserwellen. Wirft man einen Stein auf eine ruhende Wasserfläche, so wird das Gleichgewicht der Wasserteilchen gestört; von dem Erschütterungsmittelpunkte ausgehend breiten sich kreisförmige Wellen aus, welche rasch fortschreiten und den Eindruck machen, als befände sich die ganze Wasserfläche in einer fliefsenden Bewegung. Ein leichter Körper indes, der auf dem Wasser schwimmt, wird von den Wellen, die unter ihm hinwegziehen, nur gehoben und gesenkt ohne wesentliche seitliche Fortbewegung; demnach ist auch die Wassermasse als Ganzes nicht in fortschreitender Bewegung, sondern es tritt nur eine abwechselnde Hebung und Senkung der einzelnen Wasserteilchen ein, welche dabei kleine Kreisbahnen beschreiben, also immer wieder an ihren Ausgangspunkt zurückkommen.