Erste Abtheilung.

Mechanische Erscheinungen.

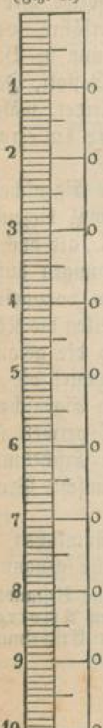
Erster Abschnitt.

Von den mechanischen Eigenschaften der Körper im allgemeinen.

§. 5. Allgemeine Eigenschaften.

Solche Eigenschaften, welche allen Körpern zukommen, sind: *Ausdehnung*, *Undurchdringlichkeit*, *Porosität*, *Theilbarkeit*, *Schwere*, *Beweglichkeit*. Die ersten beiden Eigenschaften, Ausdehnung und Undurchdringlichkeit, heißen *nothwendige* allgemeine Eigenschaften, weil ohne sie kein Körper gedacht werden kann oder nicht für uns vorhanden sein würde. Die anderen können *zufällige* allgemeine Eigenschaften genannt werden, weil wir uns wohl einen Körper auch ohne dieselben denken können. Denn obschon z. B. alle uns bekannten Körper schwer sind, so wäre es doch nicht geradezu unmöglich, daß ein Körper aufgefunden würde, welcher keine Schwere besäße.

(Fig. 1.)



§. 6. Ausdehnung.

Jeder Körper ist *ausgedehnt*, d. h. er nimmt einen Raum ein, wie schon im mathematischen Begriffe des Körpers liegt. Die Größe des von einem Körper eingenommenen Raumes heißt sein *Volumen*. Wir unterscheiden an jedem Körper drei Ausdehnungen: *Länge*, *Breite* und *Höhe*.

Dasjenige Maß, nach welchem naturwissenschaftliche Angaben gegenwärtig am häufigsten ausgedrückt werden, ist das neuere französische Metermaß. Ein *Meter* (= ~~3,078 par.~~ Fuß = 3,186 rheinl. Fuß) ist der zehnmillionste Theil vom nördlichen Meridianquadranten der Erde. Derselbe wird zunächst in 10 *Decimeter*, der Decimeter in 10 *Centimeter* und der Centimeter in 10 *Millimeter* eingetheilt. Ein Millimeter ist also der 1000te Theil des Meter. Eine Länge von tausend Metern führt dagegen den Namen *Kilometer*. Fig. 1 stellt die ungefähre Größe eines in Centi- und Millimeter eingetheilten Decimeters dar. Vierzig Millionen solcher Decimeter würden zusammen dem Umfange der Erde gleichkommen.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0010-4
DFG

(Fig. 2.)

Da jedoch dieses Maß in Deutschland noch nicht allgemeinen Eingang gefunden hat, so werden wir uns im Folgenden für Maßbestimmungen des älteren französischen Maßes bedienen, welches weniger von den in den Ländern deutscher Zunge gebräuchlichen Maßen abweicht, früher fast allgemein für naturwissenschaftliche Längenbestimmungen gebraucht wurde und auch gegenwärtig noch häufig für dieselben angewendet wird. Die Einheit dieses Maßes bildet der **Pariser Fuß**; dieser wird in 12 **Zolle** und der Zoll in 12 **Linien** getheilt; eine Länge von 6 Fuß aber führt den Namen **Toise**. — Fig. 2 stellt die ohngefähre Größe von 6 in Linien eingetheilten Pariser Zollen dar.

Für größere Entfernungen ist das gebräuchlichste Maß die **geographische Meile**, deren 15 auf einen Grad des Aequators gehn (1 geogr. M. = 22842,54 par. Fuß = 23642,1 pr. Fuß*).

Wenn auch die in andern Ländern gebräuchlichen Fußmaße mit dem älteren Pariser nicht genau übereinstimmen, so lassen sich doch die meisten derselben mit diesem, wo es nur auf eine ohngefähre Abschätzung abgesehen ist, ohne wesentlichen Irrthum verwechseln. Für Bestimmungen aber, bei denen es sich um größere Genauigkeit handelt, gibt die folgende Tabelle das nähere Verhältniß an.

1 Pariser Fuß	= 325	Millimeter.
1 Rheinländischer oder Preußischer Fuß	= 314	"
1 Wiener Fuß	= 316	"
1 Würtembergischer Fuß	= 286	"
1 Bairischer Fuß	= 292	"
1 Hessen-Darmstädtischer Fuß	= 250	"
1 Badenscher und Schweizer Fuß	= 300	"
1 Englischer und Russischer Fuß	= 305	"
1 Schwedischer Fuß	= 297	"
1 Dänischer Fuß	= 314	"

Sehr nahe sind 29 Par. Fuß = 30 preuß. oder rheinl. Fuß, 15 Par. Fuß = 16 engl. Fuß, 34 preuß. Fuß = 35 engl. Fuß. — 1 Meter ist fast genau gleich $1\frac{1}{2}$ preuß. Elle (1 Elle = $2\frac{1}{8}$ Fuß); er unterscheidet sich hiervon um weniger, als $1/_{1600}$. 2/125 = 25,5''

Mit dem 1. Januar 1872 wird in dem Norddeutschen Bunde das Metermaß eingeführt werden, wobei folgende deutsche Benennungen zulässig sein sollen: 10 Meter (1 Decimeter) = **Kette**, 1 Meter = **Stab**, 1 Centimeter = **Zoll**, 1 Millimeter = **Strich**. Die **norddeutsche Meile** wird = 7500 Meter und folglich um 246 par. Fuß größer als die geogr. Meile (und um 104 preuß. Fuß kleiner als die preuß. Meile) sein.

Nach den von französischen Gelehrten am Ende des vorigen Jahrhunderts ausgeführten Messungen sollte der Meter, wie oben im Haupttexte angegeben, gleich dem zehnmillionsten Theile vom Meridianquadranten der Erde sein. Die spätere Aufdeckung eines in den Rechnungen begangenen Fehlers und nach vervollkommneter Methode ausgeführte Messungen haben jedoch ergeben, daß die Länge des nördlichen Meridianquadranten der Erde nicht 10 Millionen, sondern 10 Millionen und 856 Meter beträgt. Der Meter ist also, wenn er genau dem angebenen Verhältnisse entsprechen soll, etwas zu groß.

*) Eine preußische Meile ist = 24000 preuß. Fuß und **übertrifft** also die geogr. Meile um 357,9 Fuß.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0011-0
DFG

§. 7. Undurchdringlichkeit.

Die Undurchdringlichkeit ist die Eigenschaft, vermöge deren zwei Körper nicht zugleich in demselben Raume sein können. — In einem Cylinder, welcher mit einem beweglichen Kolben geschlossen ist, wird die Luft um so mehr zusammengepreßt, je größer der auf den Kolben ausgeübte Druck ist; niemals aber ist es möglich, die Luft ganz zu verdrängen, den Kolben bis auf den Boden so niederzupressen, daß gar kein Zwischenraum bliebe, vorausgesetzt, daß der Kolben vollkommen dicht an die Wände des Cylinders anschließt, so daß keine Luft entweichen kann.

Auf gleichem Grunde beruht die Taucherglocke, in welcher das Wasser um so höher steigt, je tiefer dieselbe eingesenkt wird, ohne jedoch wegen des Widerstandes der eingeschlossenen Luft den obern Boden zu erreichen. (Hallei konnte in einer solchen mit noch vier anderen Personen 1 1/2 Stunde auf dem Meeresboden zubringen. Ein längeres Verweilen verhinderte die durch das Athmen verdorbene Luft.)

Die Undurchdringlichkeit ist diejenige Eigenschaft, welche uns mit Sicherheit über das Vorhandensein der Körper außer uns belehrt, indem dieselben nämlich vermöge ihrer Undurchdringlichkeit dem Eindringen unseres eigenen Körpers, insbesondere der Finger widerstehen. Nur die Zeugnisse des Tastsinnes geben uns volle Gewißheit von der Existenz der Körper außer uns, während das Auge sich auch wohl durch bloße Bilder, z. B. im Spiegel, täuschen läßt.

Da, wie schon oben bemerkt, die Luft in der Taucherglocke durch das Athmen der unter derselben befindlichen Personen sehr bald verdorben wird, so pflegt man gegenwärtig dieselbe durch einen langen Schlauch, welcher bis über die Oberfläche des Wassers hinauf reicht, mit der äußern Luft zu verbinden und vermittelst einer Druckpumpe durch den Schlauch frische Luft in die Taucherglocke einzupumpen. Bei fortgesetztem Pumpen wird nicht bloß die Glocke ganz mit Luft gefüllt, sondern es entweichen auch, wenn mit Pumpen fortgefahren wird, beständig Luftblasen am untern Rande der Glocke, so daß auf diese Art die Luft in der Glocke fortwährend erneuert wird.

§. 8. Porosität.

Das den Raum Erfüllende, vermöge dessen die Körper dem Eindringen anderer Körper widerstehen, nennen wir Materie. Die Menge der in einem Körper enthaltenen Materie nennen wir seine Masse und die Größe dieser Masse, verglichen mit dem Raume, welchen der Körper einnimmt, seine Dichtigkeit. Die Dichtigkeiten zweier Körper verhalten sich daher bei gleichem Volumen wie ihre Massen und bei gleicher Masse umgekehrt wie ihre Volumina.

Die von der Materie eines Körpers nicht ausgefüllten leeren Zwischenräume nennt man Poren. In einem Schwamme können wir dieselben schon mit bloßen Augen, bei vielen anderen Körpern mit Hülfe des Microscopes wahrnehmen. Häufig können wir auch aus gewissen Erscheinungen, welche die Körper uns darbieten, auf das Vorhandensein von Poren schließen. So läßt sich z. B. durch Leder schon bei einem mäßigen, durch dichtes Holz bei stärkerem Drucke Quecksilber pressen; Wasser und andere Flüssigkeiten nehmen Luft in sich auf, welche aus denselben, wenn sie erwärmt werden, in Gestalt kleiner Bläschen entweicht. Selbst die dichtesten Körper, die Metalle, sind nicht ohne Poren. Wenn eine mit Wasser angefüllte goldene Kugel einem starken Drucke ausgesetzt wird, so bedeckt sich ihre Oberfläche mit einem feinen Thau.

Dieser Versuch ist zuerst 1661 von den Mitgliedern der Akademie zu Florenz ausgeführt worden. Die goldenen Hohlkugeln waren, um dieselben mit Wasser füllen zu können, mit einem Deckel versehen, welcher festgeschraubt und überdies verlöthet wurde. Bei einem von außen ausgeübten Drucke von solcher Stärke, daß die Kugel ihre Gestalt verändert, vermindert sich ihr Raumesinhalt, obschon die Größe der Oberfläche unverändert bleibt, da bei gleich bleibender Oberfläche die Kugel unter allen Körpern den größten körperlichen Inhalt hat. Es wird daher, wenn die goldene Kugel so stark zusammengepreßt wird, daß eine Aenderung der Gestalt eintritt, auch auf das eingeschlossene Wasser ein Druck ausgeübt, welcher bei hinreichender Stärke, wie schon oben angeführt, veranlaßt, daß sich die Kugel an ihrer äußern Oberfläche mit einem feinen Thau bekleidet. — Auch mit anderen Metallen ist später der nämliche Versuch und mit gleichem Erfolge ausgeführt worden.

§. 9. Theilbarkeit.

Alle Körper lassen sich theilen, und so weit unsere Erfahrung reicht, diese Theile wieder in kleinere Theile zerlegen. Fragt man nun, ob diese Theilung sich ins Unendliche fortsetzen lasse, so ist zu erwiedern, daß einerseits noch niemand auf Körpertheilchen gestoßen ist, von denen sich hätte behaupten lassen, daß sie nicht weiter theilbar seien, andererseits aber natürlich kein Mensch, wenn er auch das höchste Alter erreichte, dahin gelangen könnte, die Materie wirklich ins Unendliche zu theilen. Dazu kommt, daß sehr kleine Theile sich zuletzt der Wahrnehmung unserer Sinne und der Behandlung unserer Instrumente entziehen.

Ein Beispiel sehr feiner auf künstlichem Wege hervorgebrachter Vertheilung liefert die Vergoldung. Es ist bekannt, daß ein Dukaten hinreicht, die Statue eines Mannes zu Pferde zu vergolden. So vielmal die Fläche des Dukaten in der Oberfläche des Reiters und Pferdes enthalten ist, so vielmal muß die überkleidende Goldschicht dünner als der Dukaten sein. Noch unvergleichlich feiner sind die Vertheilungen, welche bei der Verflüchtigung riechender Stoffe stattfinden. Legt man ein kleines Stückchen Moschus etwa von der Größe eines Hirsekorns in ein Zimmer, so wird binnen kurzer Zeit sich der Geruch desselben durch den ganzen Raum des Zimmers verbreiten, welches auch bei mäßiger Größe doch leicht einige tausend Kubikfuß umfaßt; und selbst wenn die Luft mehrmals am Tage gewechselt wird, wird der Moschusgeruch doch noch längere Zeit in dem Zimmer wahrzunehmen sein.

Bei der Anfertigung des sogenannten Golddrahtes, welcher zu den Lyoner Treffen verwandt wird, wird eine Silberstange erst vergoldet und dann zu feinem Drahte ausgezogen. Indem Réaumür aus dem Gewichte des verbrauchten Goldes das Volumen desselben und aus der Länge und Dicke des Drahtes dessen Oberfläche berechnete, ergab sich die Dicke der Vergoldung = $1/_{31500}$ Par. Linie. Dennoch erwies sich die Vergoldung auch unter dem besten Microscope als eine zusammenhängende Fläche ohne alle Unterbrechung. (Gehler's Phys. Lex. Bd. 2. S. 507.)

Von der atomistischen Hypothese wird weiter unten bei den chemischen Erscheinungen ausführlicher die Rede sein.

§. 10. Aggregatzustand. VI (X)

In Hinsicht des Widerstandes, welchen die Körper der wirklichen Theilung entgegensetzen, zeigen dieselben ein sehr verschiedenes Verhalten. Wir unterscheiden in dieser Beziehung drei Zustände der Körper: fest, flüssig und luftförmig, welche wir Aggregatzustände nennen. Diese können jedoch keinen wesentlichen Unterschied begründen, nach welchem sich die Körper in verschiedene Classen theilen ließen, da der nämliche Körper alle drei Zustände durchlaufen kann; so z. B. kennen wir das Wasser im luftförmigen

Zustande als Dampf, für gewöhnlich im flüssigen Zustande und im festen Zustande als Eis. Auch die meisten Metalle vermögen wir mit Hilfe der Wärme in alle drei Zustände zu versetzen; und wenn uns dasselbe noch nicht bei allen Körpern gelungen ist, so kann dieses einerseits darin seinen Grund haben, daß wir nicht im Stande sind, die erforderliche Wärme hervorzubringen; andererseits erleiden viele Körper in hohen Hitzegraden eine chemische Zersetzung. So wird z. B. das Holz bekanntlich in der Hitze verkohlt, d. h. die gasförmigen Bestandtheile Wasserstoff und Sauerstoff entweichen (in Verbindung mit etwas Kohlenstoff) und der feste Kohlenstoff bleibt zurück.

Wir nennen einen Körper fest, dessen Theile sich nur bei Anwendung einer bedeutenden Kraft trennen oder verschieben lassen. Absolut fest würde ein Körper sein, dessen Theile sich gar nicht trennen oder verschieben ließen. Einen solchen Körper gibt es in der Natur nicht. Flüssig heißt ein Körper, dessen Theile sich sehr leicht trennen oder verschieben lassen, und luftförmig heißen diejenigen Körper, welche sich überdies leicht zusammendrücken lassen und bei nachlassendem Drucke wieder ausdehnen.

§. 11, a. Festigkeit.

Die Festigkeit eines Körpers ist der Widerstand, welchen derselbe der Trennung seiner Theile entgegensetzt. Unter den Metallen besitzt Eisen, unter den Holzarten haben Eichen- und Buchenholz die größte Festigkeit.

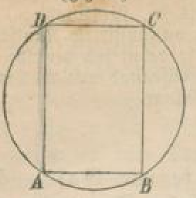
Man unterscheidet absolute, relative und rückwirkende Festigkeit. — Unter der absoluten Festigkeit versteht man den Widerstand, welchen ein Körper dem Zerreißen entgegensetzt. Dieselbe wächst bei dem nämlichen Körper in gleichem Verhältnisse mit dem Querdurchschnitte; ein doppelt so dicker Eisendraht vermag also viermal so viel zu tragen, weil bei Verdoppelung des Durchmessers die Größe des kreisförmigen Querdurchschnitts sich vervierfacht.

Die relative Festigkeit ist der Widerstand, welchen ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt. Wenn man einen gleichförmigen Balken von rechteckigem Querdurchschnitt an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet, so steht die relative Festigkeit desselben in gleichem Verhältnisse mit der Breite, im quadratischen der Höhe und im umgekehrten der Länge. Es vermag also ein doppelt so breiter Balken auch doppelt so viel, ein doppelt so hoher viermal so viel, aber ein doppelt so langer Balken unter übrigens gleichen Umständen nur halb so viel zu tragen. Derselbe Balken besitzt eine größere relative Festigkeit, wenn die schmalen Seiten wagerecht, die breiten Seiten aufrecht stehen. — Hohle Röhren besitzen eine größere Festigkeit, als massive Cylinder von gleichem Gewichte und gleicher Länge. Die röhrenförmigen Knochen gewähren also den Vortheil, daß sie bei geringem Gewichte doch eine große relative Festigkeit besitzen.

Die rückwirkende Festigkeit ist der Widerstand, welchen ein Körper, der von oben her belastet wird, dem Zerdrücken oder Brechen entgegensetzt. Die genauere Feststellung ihrer Gesetze ist jedoch mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden. Sie wächst im allgemeinen mit der Größe des Querdurchschnittes und nimmt mit der Höhe ab

An den festen Körpern unterscheiden wir ferner folgende Verschiedenheiten. Ein Körper heißt hart, dessen Theile sich sehr schwer verschieben lassen; unter allen bekannten Körpern besitzt der Diamant die größte Härte. Das Gegentheil von hart heißt weich. Spröde heißt ein Körper, dessen Theile schon bei einer geringen Ver-

(Fig. 3.)



schiebung sich gänzlich trennen, z. B. Glas; das Gegentheil von spröde ist zähe. Die Theile eines zähen Körpers lassen sich leicht verschieben, setzen aber der Trennung einen großen Widerstand entgegen. Dehnbar heißt ein Körper, welcher sich leicht nach der einen oder andern Dimension verlängern läßt, ohne daß hierdurch der Zusammenhang seiner Theile ganz aufgehoben wird. Die meisten Metalle sind dehnbar; die größte Dehnbarkeit besitzt das Gold.

Ueber die absolute Festigkeit der Körper sind von Musschenbroek und anderen Physikern zahlreiche Versuche angestellt worden. Die folgende Tabelle gibt für verschiedene Substanzen die Belastung in Pfunden an, welche erforderlich ist, um einen Stab von einer Par. Quadratlinie Querdurchschnitt zu zerreißen.

Stahl	800 bis 1000	Eichenholz	180
Eisendraht	420	Buchenholz	140
Kupferdraht	280	Kiefernholz	90 bis 140
Messingdraht	340	Weißtanne	90 bis 110
Golddraht	466	Lindenholz	95
Silberdraht	350	Glas	20
Bleidraht	27	Hanfseile	40 bis 60

In Hinsicht der relativen Festigkeit führen wir noch an, daß aus einem cylinderförmigen Baumstamme der rechteckige Balken von der größten relativen Festigkeit dann erhalten wird, wenn bei dem rechteckigen Durchschnitte ABCD, Fig. 3, sich die Höhe BC zur Breite AB verhält wie die Diagonale eines Quadrates zur Seite, also wie $\sqrt{2} : 1 = 1{,}414\ldots$ (S. Algebraische Analysis, Essen, 1869. S. 19.)

§. 11, b. Elasticität.

Elasticität ist die Eigenschaft eines Körpers, daß er bei Einwirkung äußerer Kräfte eine Veränderung in der Lage seiner Theile erfährt, bei nachlassendem Drucke aber seine Gestalt wieder herstellt. Vollkommen elastisch würde ein Körper sein, welcher vollständig und mit derselben Kraft, mit welcher er gedrückt worden ist, seine vorige Gestalt wieder herstellte. Die vollkommenste Elasticität besitzen die luftförmigen Körper. Flüssigkeiten erleiden auch bei sehr großem Drucke nur eine geringe Verminderung ihres Volumens, so z. B. Wasser bei dem ungeheuren Drucke von 100 Atmosphären (d. h. bei dem Drucke einer Wassersäule von 3200 Par. Fuß Höhe) nur ungefähr $1/200$.

Unter den festen Körpern besitzen Kautschuk (gummi elasticum), Stahl, geschlagenes Messing, Fischbein u. a. m. eine bedeutende Elasticität. Glas, welches in größeren Massen bekanntlich so spröde ist, zeigt, in feine Fäden oder dünne Blättchen ausgezogen, eine hohe Elasticität.

Höchst mannigfaltig sind besonders die Anwendungen, welche der elastische Stahl findet; wir führen als Beispiele an: die Federn in Schlössern und Taschenmessern, die Springfedern in Polstern, die spiralförmig gewundenen Federn in Taschen- und Tafeluhren, welche, indem sie sich etwas aufrollen, das Räderwerk in Bewegung setzen, die elastischen Federn in den sogenannten Ziehwagen u. a. m.

Wahrscheinlich verhalten sich alle Körper, so lange die auf sie einwirkende Kraft eine gewisse Grenze nicht übersteigt, vollkommen elastisch. Innerhalb der Grenze der vollkommenen Elasticität, welche jedoch für verschiedene Körper sehr verschieden ist, gilt das Gesetz, daß die Veränderung des Volumens eines Körpers der Größe der einwirkenden Kraft proportional ist.

Man nennt die Belastung, welche nach diesem Gesetze erforderlich sein würde, um einen stabförmigen Körper von bestimmtem Querdurchschnitte bis zur doppelten Länge auszudehnen, wenn er bis dahin vollkommen elastisch bliebe, den Elasticitäts-Modulus. Derselbe ist bei einem Querdurchschnitt von einem Par. Quadratzoll für

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0015-3
DFG

vulkanisirtes (mit Schwefel verbundenes) Kautschuk gleich 144 Pfund*), für Buchen-, Eichen- und Tannenholz ohngefähr gleich 2, für Eisen 20 bis 26, für Stahl 30 bis 44 Millionen Pfund. Hängt man also an einen Stab von vulkanisirtem Kautschuk, welcher einen Quadratzoll Querdurchschnitt hat, 144 Pfund, so dehnt sich derselbe bis zur doppelten Länge aus; belastet man einen eben so dicken Eisenstab mit 20 bis 26 Pfund, so verlängert sich derselbe um ein Milliontel seiner Länge.

§. 12. Gase und Dämpfe.

Man theilt die luftförmigen Körper in Dämpfe und Gase. Die Dämpfe behalten die luftförmige Gestalt nur bei hoher Temperatur oder geringem äußeren Drucke; bei größerem Drucke dagegen oder verminderter Wärme kehren sie in den flüssigen Zustand zurück, in welchem sie sich uns am häufigsten zeigen, so z. B. Wasser, Spiritus, Aether u. dgl. Diejenigen Luftarten, welche bei der gewöhnlichen Temperatur und nicht allzustarkem Drucke die luftförmige Gestalt behalten, nennt man Gase. Hiernach findet also zwischen Gasen und Dämpfen kein wesentlicher Unterschied statt, zumal viele Gase (wie z. B. Chlor, Kohlensäure, Schwefelwasserstoff, Ammoniak u. a. m.) bei Anwendung großer Kälte und starken Druckes in den flüssigen Zustand übergehen. Andere dagegen, wie z. B. atmosphärische Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff u. a. m. haben sich bis jetzt noch nicht flüssig darstellen lassen.

§. 13. Cohäsion und Adhäsion.

Wenn man zwei sorgfältig abgeschliffene Metallplatten an einander hält, so bemerkt man, daß sie der Trennung mit einer nicht unbedeutenden Kraft widerstehen. Dasselbe findet statt, wenn man eine ebene Fläche eines festen Körpers mit der Oberfläche einer Flüssigkeit in Berührung bringt. Es findet also zwischen den Theilen zweier sich berührenden Körper eine Anziehung statt, welche, wie man sich leicht überzeugen kann, im allgemeinen um so größer ist, in je mehr Punkten sich beide Körper berühren. Man nennt diese zwischen den Theilen zweier verschiedenen Körper stattfindende Anziehung Adhäsion. Die anziehende Kraft aber, welche die sich berührenden Theile des nämlichen Körpers auf einander ausüben, heißt Cohäsion. Sie zeigt sich uns bei den festen Körpern in dem Widerstande, welchen sie der Trennung oder Verschiebung ihrer Theile entgegensetzen, und bei den Flüssigkeiten in dem Bestreben, wenn sie nicht durch störende Einwirkungen daran verhindert werden, die Kugelgestalt anzunehmen, wie wir z. B. an den Regentropfen sehen. Es kann nämlich in einer gleichartigen flüssigen Masse, auf welche keine anderen Kräfte einwirken als die Anziehung, welche die materiellen Theile derselben auf einander ausüben, offenbar nur bei einer gleichförmigen Vertheilung der Masse um den Mittelpunkt, also bei der Kugelgestalt, Gleichgewicht stattfinden. Hiernach dürfte die Erde, welche nach der Annahme der Geologen sich früher in einem geschmolzenen Zustande befunden hat, nicht bloß im bildlichen, sondern im eigentlichen Verstande einem Tropfen im Weltraum zu vergleichen sein. — Wenn aber größere flüssige Massen auf einer festen Unterlage ruhen, bewirkt die Schwere, zum Theil auch die Anziehung der berührenden Theile der Unterlage ein Auseinanderfließen und verhindert so die Bildung der Kugelgestalt.

---

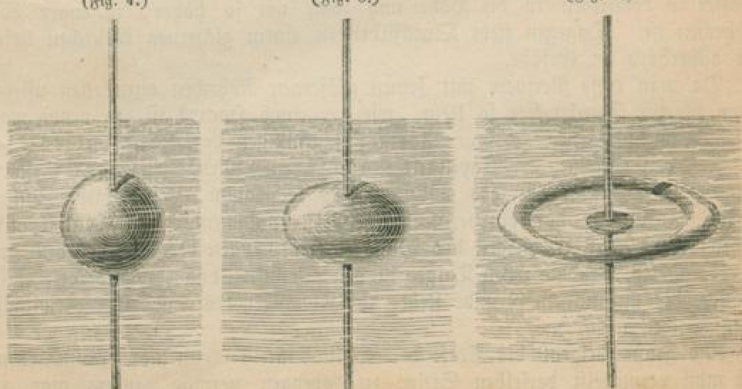
*) 1 Pfund = 500 Gramm. S. unten §. 29 Anm.

Erscheinungen, welche auf der Adhäsion der sich berührenden Theile verschiedener Körper beruhen, sind: das Anlegen des Staubes an die Decke und die Wände des Zimmers, das Schreiben mit Kreide und Bleistift, das (galvanische) Vergolden oder Verkupfern, das Plattiren (Zusammenwalzen einer Kupfer- und Silberplatte), auch das Schreiben mit Dinte, indem nämlich das in der Flüssigkeit schwebende Dintenpulver nach der Verdunstung derselben an dem Papier vermöge der Adhäsion haftet. — Ferner gehören hierher das Leimen, Kitten, Löthen u. s. w. Da nämlich die Oberflächen fester Körper, auch wenn sie auf's sorgfältigste polirt sind, niemals ebene Flächen bilden, so können sie sich immer nur in einer sehr beschränkten Zahl von Punkten berühren, und es kann daher zwischen denselben nur eine schwache Adhäsion stattfinden. Viel inniger dagegen berühren sich eine feste und eine flüssige Masse; und da diese Berührung fortbesteht, nachdem der flüssige Körper, nämlich der flüssige Leim, erstarrt ist, so hält die hieraus hervorgehende starke Adhäsion, so wie auch die Cohäsion der Theile des Leimes unter sich die beiden durch den Leim verbundenen Körper zusammen. Aehnliches gilt vom Kitten und Löthen, ferner von der Vergoldung im Feuer, dem Verzinnen, dem Belegen der Spiegel mit Amalgam und dgl. m.

Von der zwischen festen und luftförmigen und zwischen flüssigen und luftförmigen Körpern stattfindenden Adhäsion werden wir weiter unten (§. 77) ausführlicher handeln.

Auch größere Flüssigkeitsmassen gestalten sich zu Kugeln, wenn dieselben der Einwirkung der Schwere entzogen werden. Man gelangt hierzu durch das folgende von dem belgischen Physiker Plateau angegebene Verfahren. Da Wasser specifisch schwerer, Alkohol leichter als die verschiedenen Sorten Oele, z. B. Olivenöl ist, so läßt sich aus Wasser und Alkohol, wenn man dieselben in angemessenem Verhältnisse mengt, eine Mischung herstellen, welche mit dem Oele genau gleiches specifisches Gewicht hat. Bringt man nun in diese Mischung vermittelst eines langhalsigen Trichters, dessen Spitze man etwa bis zur Mitte in die Flüssigkeit einsenkt, etwas Olivenöl, so gestaltet sich das vorsichtig eingegossene Oel, wenn die Mischung mit dem Oele genau gleiches specifisches Gewicht hat, zu einer Kugel, welche nach Entfernung des Trichters frei in der Flüssigkeit schwebt. Ist dagegen die Mischung specifisch leichter oder schwerer als das Oel, so löst sich dasselbe von der Spitze des Trichters in einzelnen Tropfen ab, welche zu Boden gehen oder langsam an dem Trichter emporsteigen. Man vereinigt dann zunächst vermittelst eines Drahtes, dessen Spitze man mit Oel bestrichen hat, diese Tropfen zu einer größern Kugel und setzt hierauf vorsichtig so lange Wasser oder Spiritus zu, bis die Oelkugel frei in der Mischung schwebt.

(Fig. 4.) (Fig. 5.) (Fig. 6.)



Befindet sich die Flüssigkeit in einem Kasten mit Glaswänden, in welchem eine kleine eiserne Scheibe so angebracht ist, daß sich dieselbe rasch um eine durch ihre Mitte gehende Axe drehen läßt, so kann man noch folgende Versuche anstellen: Vermittelst des Drahtes bewegt man die Oelkugel nach der eisernen Scheibe, welche man vorher mit Oel bestrichen hat, daß diese von der Oelkugel ganz umhüllt wird (Fig. 4). Wird dann die Scheibe um ihre Axe mit allmählich zunehmender Geschwindigkeit gedreht, so breitet sich die Kugel zuerst zu einem Rotations-Ellipsoid (Fig. 5) und endlich zu einem Ringe (Fig. 6) aus.

§. 14. Capillarität.

In Hinsicht der Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern findet zunächst folgende Verschiedenheit statt:

1) Wenn man einen festen Körper in eine Flüssigkeit getaucht hat und dann wieder herauszieht, so bleiben entweder Theilchen des Flüssigen an der Oberfläche des festen Körpers haften, und man sagt dann, der feste Körper werde von dem flüssigen benetzt, oder dieses ist nicht der Fall. Im ersteren Falle ist offenbar die Adhäsion zwischen dem festen und flüssigen Körper größer als die Cohäsion der Theile der Flüssigkeit unter sich; im andern Falle findet das Umgekehrte statt. So wird z. B. Glas von Wasser, aber nicht von Quecksilber benetzt. Vom Quecksilber werden Gold, Silber, Kupfer, Blei, aber nicht Eisen benetzt. Vom Wasser bleiben fette Körper unbenetzt. Man kann daher die mit Fett bestrichene Hand ins Wasser tauchen und trocken wieder herausziehen. — Die Federn der Schwimmvögel sind durch eine ölige Fettigkeit gegen das Naßwerden, eben so viele Baumknospen, z. B. die der Roßkastanie, durch fettiges Harz der einhüllenden Schuppen gegen das Eindringen des Regens gesichert.

2) Wenn kleinere Mengen einer Flüssigkeit sich auf einer Unterlage befinden, welche von denselben benetzt wird, z. B. Wasser auf Glas, so fließen sie aus einander. Dagegen sammelt sich Quecksilber auf Glas, Wasser auf fettigen Körpern in kleinen Kugeln, Tropfen, an.

3) Eine Flüssigkeit steht in einem Gefäße, dessen Wände sie benetzt, z. B. Wasser in einem Glase, am Rande höher, als in der Mitte und bildet also eine concave Oberfläche. Dagegen steht in einem Gefäße, dessen Wände nicht benetzt werden, die Flüssigkeit, z. B. Quecksilber in einem Glase, am Rande tiefer als in der Mitte, und die Oberfläche der Flüssigkeit ist also convex.

4) Wenn man ein gläsernes Röhrchen ins Wasser taucht, so steigt das Wasser in demselben in die Höhe und zwar um so höher, je enger das Röhrchen ist. Dagegen steht Quecksilber in einem gläsernen Röhrchen tiefer als außerhalb im Gefäße.

Da man diese Versuche mit feinen gläsernen Röhrchen anzustellen pflegt, deren innerer Durchmesser so klein, wie der eines Haares ist, so nennt man die hier angeführten Erscheinungen die Erscheinungen der Capillarität.

Auf den Gesetzen der Capillarität beruht eine Menge bekannter Erscheinungen: das Einsaugen des Wassers von Schwamm, Löschpapier, Zucker, trockenem Holze u. dgl. Körpern, deren Poren zusammenhängende feine Canäle bilden; ferner das Aufsteigen der Dinte in dem Spalte der Feder, des Weingeistes, Oeles, geschmolzenen Talges in den Dochten; das Feuchtwerden einer Mauer, die auf nassem Grunde steht; das Abwischen des Schweißes vermittelst eines Tuches u. a. m.

Wie groß übrigens die Kraft der Capillarität ist, kann man daraus sehen, daß man vermittelst derselben Steine zu sprengen vermag, indem man in

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0018-0

Spalten Keile von trockenem Holze eintreibt und sie dann befeuchtet, wodurch sie ausgedehnt werden und die Felsen aus einander reißen. Eben so werden Stricke, welche durch eine bedeutende Kraft gespannt sind, verkürzt, indem sie sich in der Dicke ausdehnen, wenn man sie befeuchtet.

Zu den oben angeführten Erscheinungen, welche auf der Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern beruhen, können noch die beiden folgenden hinzugefügt werden.

5) Wenn man aus einem Gefäße eine Flüssigkeit, welche die Wände desselben benetzt, unter einem kleinen Neigungswinkel ausgießt, so fließt die Flüssigkeit nicht senkrecht, sondern an den Wänden des Gefäßes herab. Dieses ist weniger bei einer Flüssigkeit der Fall, welche die Wände des Gefäßes nicht benetzt. Daher ist es leichter, aus einem vollen Gefäße Quecksilber als Wasser auszugießen.

6) Körper von geringem Durchmesser schwimmen auf Flüssigkeiten, von denen sie nicht benetzt werden, auch wenn sie specifisch schwerer sind. So z. B. kann man eine Nähnadel auf Wasser zum Schwimmen bringen; dieses gelingt aber nicht, wenn man die Nadel vorher durch Waschen mit Weingeist von allem anhaftenden Fette reinigt. Eben so vermögen viele Insekten über die Oberfläche des Wassers zu laufen oder vielmehr hinzugleiten, ohne daß sie einsinken.

Man zeigt die Erscheinung der Haarröhrchen zweckmäßig auf die Art, daß man dünnwandige Gasentbindungsröhren vor der Lampe bis zum Glühen erhitzt und in feine Röhrchen auszieht. Man sieht in diesen, wenn man sie mit dem einen Ende in Wasser oder noch besser in eine Auflösung von Kupferoxydamoniak taucht, die Flüssigkeit in raschem Laufe bis zur Höhe von 6—10 Zoll emporsteigen.

La Place hat zuerst eine umfassende mathematische Theorie der Capillarerscheinungen im Jahre 1806 gegeben.

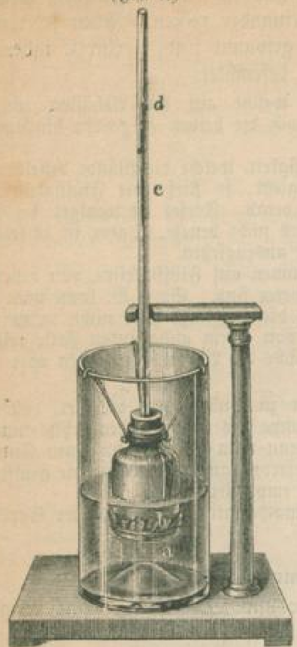
§. 15. Endosmose.

Manche Flüssigkeiten, wie z. B. Wasser und Oel, zeigen keine Neigung sich zu vermischen; selbst wenn sie durcheinander geschüttelt werden, lagern sie sich nach einiger Zeit wieder nach der Verschiedenheit ihres specifischen Gewichtes über einander, so daß das leichtere Oel auf dem schwereren Wasser schwimmt. Andere Flüssigkeiten, wie Wasser und Weingeist, zeigen ein entgegengesetztes Verhalten; wenn man in ein Gefäß erst Wasser und dann vorsichtig darüber Weingeist gießt, so mischen sich beide Flüssigkeiten allmählich mit einander und nach einiger Zeit enthalten auch die untersten Schichten Weingeist und die obersten Schichten Wasser. Es muß daher Wasser in dem leichteren Weingeist emporgestiegen und Weingeist in dem schwereren Wasser zu Boden gegangen sein. So wie Wasser und Weingeist verhalten sich auch die Auflösungen von Zucker oder irgend einem Salze in Wasser und reines Wasser.

Eine noch auffallendere Erscheinung, welche man mit dem Namen Endosmose (von ἔνδον hinein und ὠσμός Stoß) bezeichnet, bietet der folgende Versuch dar. Wenn man an einem Medizinglase den Boden absprengt*) und dasselbe unten mit einer thierischen Blase überbindet, hierauf mit einer Auflösung von Kupfervitriol in Wasser füllt und den Hals mit einem Korke, durch welchen eine gläserne Röhre hindurchgeht, verschließt, dann dieses Gläschen b (Fig. 7) in ein mit Wasser gefülltes Gefäß a so weit einsenkt, daß beide Flüssigkeiten gleiche Höhe haben, so sieht man sehr bald die Flüssigkeit in dem innern Glase b steigen und sich allmählich in der Röhre c zu einer beträchtlichen Höhe erheben, während das Wasser in dem äußeren

*) Was leicht geschieht, wenn man dasselbe mit einem glühenden Eisen umfährt und dann in kaltes Wasser taucht.

(Fig. 7.)



Gefäße a fällt. Es muß daher Wasser durch die Blase aus dem weiteren Gefäße in das engere getreten sein. Daß aber auch umgekehrt Kupfervitriollösung durch die Blase in der entgegengesetzten Richtung hindurchgegangen ist, zeigt die blaue Färbung der Flüssigkeit in dem äußeren Gefäße. — Bringt man in das äußere Gefäß Kupfervitriollösung und in das innere und die Röhre Wasser, so fällt dasselbe in diesen, während die Flüssigkeit in dem äußeren Gefäße steigt. — Dasselbe Verhalten wie Wasser und Kupfervitriollösung in dem angeführten Versuche zeigen auch Wasser und Weingeist, reines Wasser und eine Auflösung von Zucker oder irgend einem Salze in Wasser u. a. m.

Aehnliche Erscheinungen zeigen nicht bloß animalische, sondern auch vegetabilische Membranen, in geringem Maße auch Thon und andere poröse anorganische Körper.

Die Ursachen, durch welche die Erscheinungen der Endosmose hervorgebracht werden, ja selbst die Gesetze derselben sind bis jetzt mit voller Sicherheit noch nicht ermittelt. Ohne Zweifel aber beruhen dieselben auf der ungleichen Anziehung, welche die Theile der porösen Blase auf die verschiedenen Flüssigkeiten ausüben, welche sich zu beiden Seiten derselben befinden.

Die Endosmose ist als eine Hauptursache des Einsaugens des Wassers durch die Spitzen der Wurzelfasern und des Aufsteigens des Pflanzensaftes im Stamme bis an die Spitze der Zweige und der Blätter anzusehen. Da nämlich das Wasser, welches die Wurzeln in der Erde umgibt, weniger nicht gelöste Theile enthält, als der in den Zellen der Wurzelfasern befindliche Saft, so muß das Wasser vermöge der Endosmose in diese Zellen eindringen, den Saft derselben verdünnen und dann weiter in solche Zellen, welche noch dichtere Säfte enthalten, übergehen und so aus der Wurzel in den Stengel und zuletzt bis zu den äußersten Zweigen und den Blättern emporsteigen. Indem aber die Blätter fortwährend wässerige Theile ausdünsten, wodurch der in den Zellen derselben enthaltene Pflanzensaft verdichtet wird, muß während der wärmeren Jahreszeit, so lange überhaupt die Pflanze mit Blättern bekleidet ist, eine fortdauernde aufsteigende Bewegung des von den Spitzen der Wurzelfasern eingesogenen Wassers, überhaupt des Pflanzensaftes von der Wurzel bis zu den Blättern hin stattfinden.

Ueber die Endosmose haben seit 1822 verschiedene Physiker Untersuchungen angestellt. — Als Dütrochet in das innere Gefäß eine Auflösung von Zucker in zwei Theilen Wasser brachte und statt einer geraden Röhre eine doppelt gekrümmte Röhre anwendete, welche in ihrem unteren Theile Quecksilber enthielt, war nach zwei Tagen durch den Druck des durch die Blase hindurchgegangenen und in der Röhre aufgestiegenen Wassers das Quecksilber über drei Fuß emporgetrieben worden. Da nun

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0020-9

Quecksilber (ohngefähr) 14mal schwerer als Wasser ist, so würde in einer geraden Röhre das Wasser gegen 42 Fuß gestiegen sein.

Wenn die den Boden des inneren Glases bildende Blase nicht ganz dicht an die Außenwand dieses Glases anschließt, vielmehr die Flüssigkeiten nicht bloß durch die Poren der Blase, sondern auch zwischen der Blase und dem Glase in einander übergehn können, so wird durch diesen Uebergang der beabsichtigte Erfolg vereitelt. Der Versuch gelingt am sichersten, wenn man das innere Gefäß nur so weit einsenkt, daß die äußere Flüssigkeit nicht über den obern Rand der Blase treten kann.

Dasselbe Verhalten wie Flüssigkeiten, zeigen auch Gase, wenn dieselben durch einen porösen Körper getrennt sind. Man nennt diese Erscheinung die Diffusion der Gase. Dieselbe bewirkt, daß aus einer Flasche, in welcher sich irgend ein Gas befindet, auch wenn die Flasche verkorkt und umgekehrt gestellt und der Hals mit Wasser angefüllt ist, das Gas allmählich entweicht und die atmosphärische Luft in die Flasche tritt.

§. 16. Krystallisation.

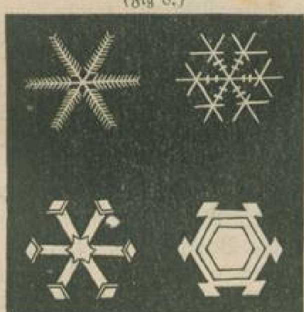
Auf der Anziehung, welche die Theile der Körper auf einander ausüben, beruht auch die merkwürdige Erscheinung, daß sich dieselben bei dem Uebergange aus dem flüssigen in den festen Zustand zu regelmäßigen Gestalten zu verbinden pflegen. Man nennt diese regelmäßigen Körper Krystalle. Dieselben werden im allgemeinen um so größer und vollständiger, je langsamer der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand geschieht. Die schönsten Krystalle liefert uns die Natur in den Edelsteinen und anderen Mineralien.

Wir kennen zwei Mittel, feste Körper flüssig zu machen, erstens durch Auflösen im Wasser, Weingeist, Säuren und anderen Flüssigkeiten und zweitens durch Schmelzen im Feuer. Wenn man Kochsalz oder Zucker in Wasser auflöst und dann in einem offenen Schälchen die Flüssigkeit verdunsten läßt, so sieht man das Salz in Würfeln, den Zucker in vier- und sechsseitigen Säulen anschießen.

Die Krystalle legen sich gern an feste Körper an; es bilden sich daher die ersten Krystalle an den Wänden oder am Boden des Gefäßes. Beim Kandiszucker pflegt man durch Einführung von Fäden die Krystallbildung zu befördern; beim Hutzucker dagegen sucht man durch Umrühren die Krystallbildung zu verhindern.

Wenn man Schwefel in einem Tiegel schmilzt, denselben dann allmählich erkalten läßt, und nachdem die oberste Schicht erstarrt ist, dieselbe durchsticht und die noch flüssige Masse ausgießt, so sieht man, daß im Innern der erstarrte Schwefel in regelmäßigen Nadeln angeschossen ist.

(Fig 8.)



Auch das Wasser zeigt beim Frieren Neigung zum Krystallisiren. An den gefrorenen Fensterscheiben bemerkt man feine Eisnadeln, welche regelmäßig sich unter Winkeln von 60^{0}, auch wohl von 30^{0} an einander legen. Eben so zeigen die Schneeflocken, von denen Fig. 8 einige Beispiele darstellt, regelmäßige Gestaltungen, welchen die Form des regelmäßigen Sechsecks zu Grunde liegt.

Auf dem krystallinischen Gefüge beruht es auch, daß viele Mineralien sich nach gewissen Richtungen vorzüglich leicht spalten lassen, wie man dies besonders deutlich am Kalkspath beobachten kann.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0021-5

Die Krystallisation ist jedesmal mit Wärmeentwickelung, nicht selten auch mit Lichtentwickelung verbunden.

Auf ähnliche Weise, wie oben für den Schwefel angegeben, erhält man aus geschmolzenem Wismuth würfelförmige Krystalle.

Viele Substanzen lösen sich in größerer Menge in heißem als in kaltem Wasser auf. So vermögen 2 Loth kaltes Wasser nur ohngefähr $1/_2$ Loth Salpeter, 2 Loth siedendes Wasser dagegen über 4 Loth Salpeter aufzulösen. Läßt man die letztere Auflösung allmählich erkalten, so krystallisirt der größte Theil des in derselben enthaltenen Salpeters in sechsseitigen Säulen und nur etwa $1/_2$ Loth Salpeter bleibt in der erkalteten Flüssigkeit zurück. Die Krystalle fallen jedoch bei einer weniger concentrirten Auflösung schöner und größer aus.

Das Bittersalz, (welches etwa zur Hälfte aus schwefelsaurer Magnesia, zur Hälfte aus Krystallwasser besteht), ist ohngefähr in der dreifachen Gewichtsmenge kalten Wassers (von 10° C.) löslich; es vermögen daher 2 Loth kaltes Wasser nur etwa $2/_3$ Loth Bittersalz aufzulösen; dagegen können 2 Loth siedendes Wasser ohngefähr 3 Loth Bittersalz auflösen. Wenn diese heiße Auflösung erkaltet, so scheidet sich aus derselben ein Theil des Salzes in großen vierseitigen Säulen aus.

Wenn man zu 4 Loth siedendem Wasser sowohl Salpeter als auch Bittersalz, von jedem etwa 2 Loth hinzusetzt, so krystallisirt beim Erkalten der Auflösung jedes der Salze für sich; die entstandenen Salpeterkrystalle sind frei von Bittersalz; die Bittersalzkrystalle enthalten keinen beigemengten Salpeter. — Die Krystallisation bietet daher dem Chemiker das sehr geeignete Mittel dar, Salze, welchen andere Substanzen beigemischt sind, von diesen zu scheiden, chemisch rein darzustellen.

Solche Salze, welche, wie das Kochsalz, in ziemlich gleichen Mengen kalten und heißen Wassers löslich sind, werden nicht durch Abkühlung, sondern durch Verdunstung des Wassers zum Krystallisiren gebracht.

§. 17. Beweglichkeit.

Unter Bewegung verstehen wir die Veränderung des Ortes, unter dem Orte die Stelle, welche ein Körper im Raume einnimmt. Um den Ort eines Körpers zu bestimmen, sind wir genöthigt, denselben auf andere Körper zu beziehen, deren Lage wir als gegeben annehmen. Wollen wir z. B. angeben, wo wir uns selbst befinden, so beziehen wir uns auf unseren Wohnort; die Lage unseres Wohnortes bestimmen wir, indem wir gewisse Punkte oder Linien auf der Erde als gegeben annehmen; wollten wir aber weiter fragen, wo die Erde sich befindet, so werden wir uns leicht überzeugen, daß wir hierauf keine bestimmte Antwort zu geben im Stande sind. Selbst wenn wir auch die Lage der Erde gegen andere Weltkörper zu bezeichnen vermöchten, so würde man uns doch weiter nach der Lage dieser Weltkörper fragen können. Es ist hiernach wohl einleuchtend, daß es überhaupt nicht möglich ist, den absoluten Ort eines Körpers im Raume anzugeben, und daß wir nur im Stande sind, den relativen Ort eines Körpers zu bestimmen, indem wir ihn auf andere Körper beziehen, deren Lage wir uns als gegeben denken. Eben so vermögen wir nur die relative, niemals die absolute Bewegung eines Körpers festzustellen.

Bei einer jeden Bewegung berücksichtigen wir den Weg, den der Körper zurücklegt, die Zeit, die Geschwindigkeit, die Richtung, die Masse des bewegten Körpers und die Kraft, welche die Bewegung hervorbringt.

Den Weg messen wir nach Fußen, Meilen u. dgl., die Zeit nach Jahren, Tagen, Stunden u. s. w. Durch die Vergleichung des Weges mit der Zeit gelangen wir zu dem Begriffe der Geschwindigkeit. Legt ein Körper in gleichen Zeiten immer gleiche Wege zurück, so versteht man unter Geschwindigkeit den in einer Zeiteinheit zurückgelegten Weg. Als Zeiteinheit nimmt man in der Regel die Secunde an. Legt ein Körper in

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0022-1 DFG

gleichen Zeiten ungleiche Wege zurück, so versteht man unter der **Geschwindigkeit** den Weg, welchen der Körper in der Zeiteinheit zurücklegen würde, wenn der Zustand der Bewegung, in welchem er sich in einem bestimmten Momente befindet, unverändert fortdauerte. — Eine Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit beständig dieselbe bleibt, heißt **gleichförmig**; ändert sich aber die Geschwindigkeit, so heißt die Bewegung **ungleichförmig**. Die ungleichförmige Bewegung kann **beschleunigt** und **verzögert** sein. Ein Beispiel einer beschleunigten Bewegung ist ein fallender Körper und ein Beispiel einer verzögerten Bewegung ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper. Das einzige bekannte Beispiel einer gleichförmigen Bewegung ist die Axendrehung der Erde*) und wahrscheinlich auch die der übrigen Himmelskörper.

Wenn der Weg eines Körpers eine gerade Linie ist, so behält derselbe beständig dieselbe **Richtung** bei; beschreibt aber ein Körper eine krummlinige Bahn, so nimmt er in jedem folgenden Punkte derselben eine andere Richtung an. Man findet diese für einen bestimmten Punkt einer krummlinigen Bahn, indem man an dieselbe durch diesen Punkt eine Tangente zieht.

Die **Kräfte**, welche Bewegung hervorbringen, können **momentan** oder **continuirlich** wirken. Als eine momentan wirkende Kraft können wir den Stoß ansehen. Ein Beispiel einer continuirlichen Kraft ist die Schwere.

Da wir die Kräfte selbst nicht wahrzunehmen vermögen, vielmehr auf das Vorhandensein derselben nur aus ihren Wirkungen schließen, so werden wir auch nach diesen die Größe der bewegenden Kräfte beurtheilen müssen. Es ist klar, daß eine Kraft um so größer sein muß, je größer die Geschwindigkeit ist, welche sie einem Körper ertheilt, und je größer die Masse dieses Körpers ist. Weiter unten (§. 36) werden wir sehen, daß die **Größe einer bewegenden Kraft** im geraden Verhältnisse der Masse und Geschwindigkeit steht.

Auf einen Körper können auch zu gleicher Zeit mehrere Kräfte wirken. So wird z. B. der Mond zu gleicher Zeit von der Erde und der Sonne angezogen, Schiffe werden häufig durch die vereinte Kraft des Windes und der Ruder fortbewegt, u. dgl. m. Wenn auf einen Körper mehrere Kräfte so wirken, daß durch dieselben keine Bewegung hervorgebracht wird, so sagt man: die Kräfte halten sich das **Gleichgewicht**, wie dieses z. B. bei zwei gleichen, nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräften der Fall ist.

Die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte heißt **Statik**, die Lehre von der Bewegung **Mechanik**. Man unterscheidet die **Statik im engeren Sinne**, welche bloß von den festen Körpern handelt, von der **Hydrostatik** und **Aerostatik**, welche das Gleichgewicht der flüssigen und luftförmigen Körper zu ihrem Gegenstande haben. Eben so behandeln die **Mechanik**, **Hydraulik** und **Pneumatik** die Gesetze der Bewegung fester, flüssiger und luftförmiger Körper. — Uebrigens faßt man auch wohl alle hier genannten Wissenschaften in den Gesammtnamen **Mechanik im weitesten Sinne** zusammen.

---

*) Wenigstens kommt diese einer gleichförmigen Bewegung so nahe, daß wir eine Abweichung hiervon nicht nachzuweisen im Stande sind. Wenn aber die Erde, wie von den meisten Geologen angenommen wird, in einer allmählich fortschreitenden Abkühlung begriffen ist, so muß auch die Zeit ihrer Axendrehung sich verkürzen, da in Folge der Zusammenziehung alle Punkte der Erde der Axe näher rücken und folglich kleinere Kreise durchlaufen, — wenn auch diese Verkürzung erst in Jahrtausenden eine merkliche Größe erlangen dürfte.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0023-7
DFG

Beispiele von Geschwindigkeiten in einer Secunde:

Geschwindigkeit eines Fußgängers, welcher 3 Meilen in 5 Stunden zurücklegt	4	Fuß.
„ eines Windhundes	80	„
„ eines englischen Rennpferdes	40	„
„ des berühmten Rennpferdes Sterling	80	„
„ eines Adlers	100	„
„ einer Brieftaube	120	„
„ eines schnellsegelnden Schiffes	14	„
„ eines Postwagens, welcher eine Meile in 50 Minuten zurücklegt	8	„
„ eines Dampfwagens, welcher in einer Stunde 6 Meilen macht	40	„
„ der meisten Flüsse	3—4	„
„ der Donau	5—6	„
„ eines mäßigen Windes	10	„
„ eines Sturmwindes	50	„
„ des heftigen Orkanes	120	„
„ des Schalles in der Luft	1044	„
„ einer Büchsenkugel	1500	„
„ einer 24pfündigen Kanonenkugel	2300	„
„ der Erde in ihrer Bahn (ohngefähr)	4	Meil.
„ des Lichtes	42000	„

Zu den vorstehenden Beispielen fügen wir noch hinzu: die Rotationsgeschwindigkeit eines Punktes auf dem Aequator der Erde beträgt 1431,5 Par. Fuß (1481,7 preuß. Fuß).

§. 18, a. Das Trägheitsgesetz und die Schwungkraft.

Von der Ruhe und der Bewegung der Körper gilt das Fundamentalgesetz: Jeder Körper beharrt so lange im Zustande der Ruhe oder Bewegung, bis er durch irgend eine äußere Ursache hieran verhindert wird. Was zunächst die Ruhe anlangt, so leuchtet uns die Richtigkeit des Satzes sogleich ein. Daß aber auch jeder bewegte Körper das Bestreben hat, den Zustand der Bewegung, die er einmal erlangt hat, beständig beizubehalten, können wir durch keinen Versuch nachweisen, da bei allen auf der Erde bewegten Körpern Widerstand der Luft und Reibung vermindernd auf die Geschwindigkeit derselben einwirken, bis sie zuletzt zur Ruhe kommen. Nur die Bewegungen der Himmelskörper bieten uns Beispiele solcher Bewegungen dar, welche, so weit unsere Erfahrungen reichen, mit unverminderter Geschwindigkeit fortdauern.

Daß aber jeder einmal in Bewegung gebrachte Körper diese Bewegung fortzusetzen strebt, lehren uns unzählige Erfahrungen: — Wenn der Wagen, in welchem wir sitzen, plötzlich anhält, so schwanken wir nach vorn; fährt derselbe plötzlich ab, so schwanken wir nach hinten; — der Dampfwagen setzt seine Bewegung fort, auch wenn die Maschine aufgehört hat zu wirken; — der Stein in unserer Hand, welchen wir durch rasche Schwingungen unseres Armes in Bewegung setzen, fährt fort sich zu bewegen, auch nachdem unsere Hand ihn losgelassen hat; — eben so setzen der Pfeil, welchen die Elasticität der Sehne, die Kugel, welche die Expansion der Pulverdämpfe im Flintenlaufe in Bewegung setzte, ihre Bewegung noch fort, nachdem die Ursache dieser Bewegungen längst aufgehört hat zu wirken. — Der Hammer oder das Beil wird am Stiele befestigt, wenn man mit dem entgegengesetzten Ende des Stieles gegen eine feste Wand stößt oder auf dasselbe einen Schlag ausübt. — Auch folgende Beispiele gehören hierher: Wenn aus dem Mastkorbe eines schnell segelnden Schiffes ein Stein fällt, so fällt derselbe doch neben dem Maste nieder, obschon das Schiff während des Falles sich fortbewegt hat, weil nämlich der Stein die Bewegung, welche er mit dem ganzen Schiffe theilte, so lange er sich im Mastkorbe befand, auch während des Fallens beibehält. — Aehnliches gilt von den Bällen, welche Kunstreiter auf rasch laufenden Pferden in die Höhe werfen und wieder auffangen.

Ueber .bewegende Kräfte bemerken wir schon vorläufig Folgendes: Wenn eine Kraft andauernd auf einen bewegten Körper in der Richtung seiner Bewegung wirkt, so nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, wovon die in Folge der Schwere fallenden Körper (vergl. unten §. 38) ein deutliches Beispiel geben. Wie groß aber auch die auf einen Körper einwirkende Kraft sein mag, der vorher ruhende Körper beginnt seine Bewegung mit verschwindend kleiner Geschwindigkeit und diese nimmt nur allmählich zu. Umgekehrt: Wenn ein Körper frei beweglich ist, so reicht auch die kleinste Kraft aus, denselben in Bewegung zu setzen. — Anders verhält sich dies, wenn ein Körper auf einer Unterlage ruht; dann ist der Körper nicht frei beweglich, und die bewegende Kraft muß stark genug sein, um die Reibung zu überwinden. — Zwischen einer großen und einer kleinen Kraft ist nur der Unterschied, daß die erstere in kürzerer Zeit einem frei beweglichen Körper eine beträchtliche Geschwindigkeit ertheilt, wozu die letztere eine längere Zeit gebraucht.

Der Zug auf der Eisenbahn beginnt seine Bewegung, wie groß auch die Kraft der gespannten Dämpfe der Locomotive sein mag, nur mit ganz geringer Geschwindigkeit, und diese nimmt nur allmählich zu, um so rascher, je größer die Spannkraft der Dämpfe ist. Es ist ganz unmöglich, daß der Zug sich sofort mit bedeutender Geschwindigkeit in Bewegung setzt. — Liegt die Bahn vollkommen horizontal und wirken die Dämpfe mit gleichbleibender Stärke, so leisten dieselben anfangs ein Doppeltes; sie überwinden die der Bewegung entgegenstehenden Hindernisse, Reibung und Widerstand der Luft, und vermehren die Geschwindigkeit des Zuges. Hat diese eine gewisse Größe erreicht, so wird die Dampfkraft nur noch zur Ueberwindung der der Fortbewegung entgegenstehenden Hindernisse verwendet; der Zug bewegt sich nun lediglich zufolge des Trägheitsgesetzes mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiter, ohne daß die Dampfkraft hierzu unmittelbar etwas beiträgt.

Ganz Aehnliches gilt von einem Wagen, welcher auf einer festen und horizontalen Straße von Pferden fortgezogen wird. Soll der Wagen sehr rasch abfahren, d. h. in kurzer Zeit eine bedeutende Geschwindigkeit erlangen, so müssen die Pferde anfangs sehr stark anziehn, wobei es denn geschehen kann, daß zu schwache Stricke reißen, während dieselben gehalten haben würden, wenn die Pferde auch zu Anfange nur mit mäßiger Kraft angezogen hätten. Die Geschwindigkeit, mit welcher überhaupt die Fahrt gemacht werden soll, wäre ebenfalls sehr bald, wenn auch ein wenig später, erreicht worden.

Wenn ein Faden eben stark genug ist, um ein schweres Gewicht zu tragen, so kann dasselbe an dem Faden von dem Fußboden aufgehoben werden, wenn langsam emporgezogen wird. Der Faden zerreißt dagegen und das Gewicht wird nicht aufgehoben, wenn der Zug mit großer Heftigkeit erfolgt.

Auch das bekannte Kunststück gehört hierher, bei welchem ein Kartenblatt auf die Mündung einer Flasche und auf die Karte gerade über der Mündung ein kleines Geldstück gelegt wird. Wird das Kartenblatt nicht zu rasch fortgezogen, so reicht die Reibung aus, das aufliegende Geldstück fortzubewegen. Wird aber das Kartenblatt horizontal mit Heftigkeit fortgeschnellt, so wirkt die Reibung nur eine äußerst kurze Zeit auf das Geldstück ein, sie ertheilt demselben daher auch nur eine ganz geringe Verschiebung und das Geldstück fällt in die Mündung der Flasche.

§. 18, b. Fortsetzung.

Ein bewegter Körper hat nicht bloß das Bestreben, seine Geschwindigkeit, sondern auch die Richtung der Bewegung unverändert beibehalten, also in gerader Linie fortzuschreiten. Kein in Bewegung gesetzter und dann sich selbst überlassener Körper beschreibt eine krummlinige Bahn, wenn er nicht durch fortwährende Einwirkung einer continuirlichen Kraft hierzu genöthigt wird; — die geworfenen Körper zieht die Schwere, die Planeten die Anziehung der Sonne von der geraden Linie ab. Wenn die anziehende Kraft der Sonne plötzlich zu wirken aufhörte, so würden die Planeten nach der

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0025-8
DFG

Richtung der Tangente des Punktes ihrer Bahn, in welchem sie sich gerade beim Aufhören dieser Anziehung befänden, vermöge des Trägheitsgesetzes in gerader Linie fortgehen.

Die Schwere, nicht die krummlinige Bewegung unserer Hand ist der Grund, daß wir im Bogen werfen; wir vermögen keinen Stein um die Ecke zu werfen.

Jeder bewegte Körper hat, wie wir gesehen haben, das Bestreben, in gerader Linie fortzugehen, und setzt daher, wenn er durch irgend eine Ursache genöthigt ist, eine krummlinige Bahn zu durchlaufen, derselben einen Widerstand entgegen. Man nennt diesen Widerstand in der wissenschaftlichen Sprache: Schwungkraft*) oder Centrifugalkraft. Dieselbe ist es, welche den Faden spannt, an welchem wir einen geschwungenen Stein halten; sie ist der Grund der abgeplatteten Gestalt der Erde; sie nöthigt uns, bei raschem Laufen oder Reiten im Kreise den Oberleib nach dem Mittelpunkte des Kreises hinzuneigen, bis die Schwere der nach außen treibenden Schwungkraft das Gleichgewicht hält; sie bewirkt die Gefahr des Umwerfens bei einem Wagen, welcher im raschen Laufe um eine Ecke biegt, und veranlaßt, daß auf Eisenbahnen die Schienen an der äußeren Seite der Curven eine etwas höhere Lage als an der inneren erhalten, starke Krümmungen aber ganz vermieden werden müssen.

Die Schwungkraft ist dem Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers direkt und dem Radius der Krümmung umgekehrt proportional.

Außerdem wächst dieselbe natürlich in gleichem Verhältnisse mit der Masse des bewegten Körpers.

Die Wirkung der Schwungkraft zeigt sich sehr deutlich beim Roulettespiel.

Auf derselben beruht auch das bekannte Kunststück mit einem Glase Wasser, welches man in einen Reifen stellt, der so rasch umgeschwungen wird, daß weder das Glas aus dem Reifen fällt, noch das Wasser ausfließt.

Wenn in einem nicht luftleeren Thermometer durch Erschütterung oder einen anderen Umstand eine Luftblase zwischen das Quecksilber gekommen ist, wodurch natürlich das Thermometer unbrauchbar wird, so läßt sich dieselbe dadurch beseitigen, daß man das Thermometer mit dem oberen Ende an einen Bindfaden befestigt und dann rasch im Kreise schwingt. Die Schwungkraft treibt das schwerere Quecksilber vom Mittelpunkte der Drehung weg, also nach der Kugel, und die leichtere Luftblase begibt sich über das Quecksilber nach der Spitze der Röhre hin.

Auf dem Prinzipe der Centrifugalkraft beruhen auch mehrere gewerbliche Vorrichtungen; so unter andern der sogenannte Hydroextractor, welcher in Kattundruckereien und Bleichen angewendet wird, um das Auswinden der nassen Zeuge zu ersetzen. Derselbe besteht im wesentlichen aus einem cylinderförmigen Kessel mit vielfach durchlöcherten Wänden, welcher mit großer Geschwindigkeit um seine Axe gedreht werden kann. Bei der Umdrehung wird aus dem an die innere Seite der Wände angelegten feuchten Zeuge das Wasser vermöge der Centrifugalkraft ausgetrieben.

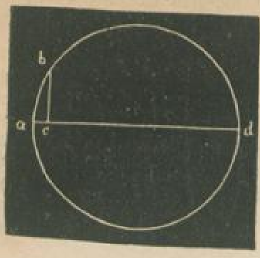
Das oben über die Größe der Schwungkraft angegebene Gesetz kann auf elementarem Wege in folgender Weise abgeleitet werden: Es sei ab (Fig. 9) ein sehr kleiner Bogen, welchen der bewegte Körper in der Zeiteinheit durchläuft; dann gibt, wenn wir durch den Endpunkt b eine Senkrechte bc auf den durch den andern Endpunkt a gehenden Durchmesser ad ziehen, ac die Entfernung an, um welche sich der bewegte

---

*) Im gemeinen Leben verbindet man mit diesem Worte einen andern Becriff; man versteht nämlich hierunter das Bestreben der Körper, den Zustand der einmal erlangten Bewegung vermöge des Trägheitsgesetzes beizubehalten; so z. B. in dem Worte Schwungrad, dessen Anwendung keineswegs auf der Schwungkraft, sondern lediglich auf dem Trägheitsgesetze beruht.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0026-4

(Fig. 9.)



Körper in der Zeiteinheit von der durch a gehenden Tangente, welche er vermöge des Trägheitsgesetzes zu durchlaufen strebt, entfernt hat und kann daher als Maß der Schwungkraft dienen. Da wir den Bogen ab sehr klein angenommen haben, so werden wir denselben füglich mit der Sehne ab verwechseln dürfen. Denken wir uns noch bd gezogen, so ist in dem rechtwinkligen Dreiecke abd

$$ac : ab = ab : ad, \text{ also } ac = \frac{ab^2}{ad}.$$

Nun ist ab offenbar der (tangentialen) Geschwindigkeit des bewegten Körpers, also ab^2 dem Quadrate dieser Geschwindigkeit proportional und ad gleich dem doppelten Radius, wonach durch die eben erhaltene Formel die Richtigkeit des obigen Gesetzes dargethan ist.

Setzen wir den Radius $= r$, so ist der Durchmesser $ad = 2r$, die Peripherie $= 2r\pi$, und wenn wir die Umlaufszeit t nennen, der in der Zeiteinheit durchlaufene Bogen $ab = \frac{2r\pi}{t}$, folglich $ac = \frac{4r^2\pi^2}{t^2 . 2r} = \frac{2r\pi^2}{t^2}$.

Wir können daher auch das Gesetz über die Größe der Schwungkraft in der folgenden, für weiter unten (§. 20) auszuführende Ableitungen bequemen Form ausdrücken:

Die Schwungkraft ist bei einer kreisförmigen Bewegung dem Radius direct und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Wir haben einmal die Schwungkraft dem Radius umgekehrt und das anderemal direct proportional angegeben. Zwischen diesen Angaben findet jedoch nur ein scheinbarer, kein wirklicher Widerspruch statt, indem sie sich auf ganz verschiedene Voraussetzungen beziehen. Das letztere findet statt, wenn zwei auf ungleichen Kreisen bewegte Körper, z. B. zwei auf der Erdoberfläche in ungleichen Abständen vom Aequator befindliche Körper, in der nämlichen Zeit einen Umlauf vollenden; dann ist die Schwungkraft für den auf dem größeren Kreise bewegten Körper die größere und zwar im Verhältniß der Größe des Radius. Das erstere ist der Fall, wenn zwei auf verschiedenen Bahnen bewegte Körper, z. B. zwei Locomotiven, welche mit gleicher Geschwindigkeit Bahncurven ungleicher Krümmung durchlaufen, in gleichen Zeiten gleich große Wege zurücklegen, also der eine in der Secunde eben so viel Fuß, wie der andere durchläuft. Dann ist die Schwungkraft für den auf der stärker gekrümmten Bahn bewegten Körper, d. h. auf der Bahn, welche den kleinern Krümmungsradius hat, die größere. Sie ist dann dem Radius umgekehrt proportional.

§. 19, c. Erhaltung der Drehungsebene.

Aus dem Trägheitsgesetze erklärt sich auch die Erscheinung, daß ein Körper, welcher sich frei um eine Axe dreht, die Lage derselben beizubehalten strebt, und einer Kraft, welche hierin eine Aenderung zu bewirken strebt, einen Widerstand entgegensetzt. Bei der Umdrehung beschreiben nämlich alle Theilchen des Körpers Kreise, deren Ebenen auf der Axe senkrecht stehn, und deren Mittelpunkte in die Axe fallen. Zufolge des Trägheitsgesetzes aber hat jedes Theilchen in jedem Punkte des von demselben durchlaufenen Kreises das Bestreben, in der Richtung der Tangente, also in einer geraden Linie fortzugehen, welche in die Ebene dieses Kreises fällt. Dasselbe setzt daher einer Kraft, welche es aus dieser Ebene abzulenken strebt, einen Widerstand entgegen, welcher um so beträchtlicher ist, je rascher die Umdrehung erfolgt. Es erklärt sich hieraus (wenigstens theilweise) die Erscheinung, daß eine Scheibe, ein Rad, ein Reifen, auch wenn sie eine etwas schiefe Lage haben, nicht umfallen, so lange sie rasch genug dahin rollen. Eben so beruht auf dem Angeführten die Erscheinung, daß die Axe der Erde bei dem Umlaufe um die Sonne, (abgesehen von einer kleinen Aenderung, welche aus der abgeplatteten

Gestalt der Erde und der von Sonne und Mond ausgeübten Anziehung entspringt), beständig in paralleler Lage fortschreitet. Aehnliches findet bei den übrigen Planeten statt.

Ein zur Darlegung des erörterten Princips von Bohnenberger construirter Apparat besteht aus einer um eine Axe drehbaren Kugel, welche (in ähnlicher Art wie die Schiffslampe, Fig. 34, aber nicht innerhalb zweier, sondern) innerhalb dreier Ringe so angebracht ist, daß die Axe jede beliebige Lage annehmen kann. Hat man nun durch Abziehen einer um die Axe der Kugel gewundenen Schnur diese in rasche Umdrehung versetzt, so bleibt die Axe auch bei einer Wendung des ganzen Apparates ihrer ursprünglichen Lage parallel.

Auf dem Trägheitsgesetze beruht eben so der weiter unten (§. 40, b) zu beschreibende Pendelversuch von Foucault.

§. 19. Von der Schwere.

Alle uns bekannten Körper sind schwer, d. h. sie haben das Bestreben, sich dem Mittelpunkte der Erde zu nähern; werden Körper durch eine Unterlage verhindert, diesem Streben zu folgen, so üben sie einen Druck aus, welchen wir Gewicht nennen. Schwere und Gewicht unterscheiden sich also von einander wie Ursache und Wirkung.

Wir unterscheiden absolutes und specifisches Gewicht; unter dem absoluten Gewichte verstehen wir den Druck an und für sich, welchen ein Körper vermöge der Schwere auf eine Unterlage ausübt. Zum Begriffe des specifischen Gewichtes gelangen wir, indem wir zugleich das Volumen des Körpers berücksichtigen. In der Regel werden hierbei alle anderen Körper mit dem Wasser verglichen, und wenn wir z. B. das specifische Gewicht des Platins = 21 setzen, so heißt dies: Platin ist 21 mal so schwer, als ein gleich großes Volumen Wasser, oder ein Volumen Platin wiegt eben so viel, als 21 gleich große Volumina Wasser. Wir drücken das absolute Gewicht nach Pfunden, Loten u. s. w. aus. Das specifische Gewicht dagegen ist eine bloße Verhältnißzahl, welche anzeigt, wie vielmal ein Körper so schwer ist, als ein gleiches Volumen Wasser. — (Die Mittel, das specifische Gewicht der Körper zu bestimmen, werden wir weiter unten §. 53 u. 74 kennen lernen.)

Das absolute Gewicht eines Körpers dient uns zugleich als Maß der Masse desselben. Wir nehmen nämlich an, daß sich die Massen zweier Körper, welche wir an sich nicht zu ermitteln vermögen, wie ihre absoluten Gewichte verhalten. Masse und Gewicht sind jedoch darum nicht gleich bedeutende Ausdrücke. So vermindert sich z. B. das Gewicht eines Körpers, wie wir gleich weiter sehen werden, mit der Entfernung von der Erdoberfläche, während doch seine Masse dieselbe bleibt.

Wenn ein Körper nicht unterstützt ist, so fällt er; ohne den Widerstand der Luft würde ein fallender Körper in der ersten Secunde (ohngefähr) 15 Par. Fuß durchlaufen; in jeder folgenden Secunde aber legt er einen größeren Weg zurück, da seine Bewegung wegen der fortdauernden Wirkung der Schwere eine beschleunigte ist. Von den Gesetzen des freien Falles werden wir unten (in §. 38) ausführlich handeln.

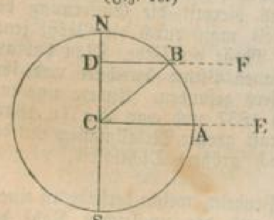
Die Richtung der Schwere geht nach dem Mittelpunkte der Erde; ganz streng gilt dieses jedoch nur für den Aequator und die Pole der Erde; an anderen Stellen weicht die Richtung der Schwere, da die Erde keine vollkommene Kugel ist, ein wenig von der Linie nach dem Mittelpunkte ab.

Wir haben uns die Schwere nicht als eine von dem Mittelpunkte der Erde ausgehende, sondern als eine Kraft zu denken, welche durch die gesammte Anziehung, die alle materiellen Theile der Erde ausüben, hervorgebracht wird; sie ist deshalb nach dem Mittelpunkte gerichtet, weil um diesen die gesammte Masse der Erde gleichförmig vertheilt ist.

Die Schwere ist am größten an der Erdoberfläche; sie nimmt ab, wenn wir uns von der Oberfläche nach der Höhe oder Tiefe entfernen. Die erste Hälfte dieses Satzes, daß die Schwere um so mehr abnimmt, je mehr wir uns über die Oberfläche der Erde erheben, also auf hohen Bergen geringer als im Thale ist, sind wir leicht geneigt zuzugeben. Von der Richtigkeit der andern Hälfte, daß die Schwere im Innern der Erde mit der Tiefe ebenfalls abnehmen muß, überzeugen wir uns durch folgende Ueberlegung: Denken wir uns zunächst in den Mittelpunkt der Erde, so ist klar, daß die anziehenden Kräfte hier nach allen Seiten gleich stark wirken und sich gegenseitig aufheben, also die Schwere im Mittelpunkte gleich Null ist. Wir würden hier, wo es kein oben und unten mehr gibt, jede beliebige Lage nach Willkür annehmen und in derselben beharren können, ohne je besorgen zu müssen, zu fallen. — Entfernen wir uns nun vom Mittelpunkte nach der Oberfläche hin, so ist klar, daß die anziehende Kraft der Masse, welche wir unter uns zurückgelassen haben, die anziehende Kraft der Masse, welche sich noch über uns befindet, übertrifft und zwar um so mehr, je weiter wir uns vom Mittelpunkte entfernen und der Oberfläche nähern, und daß folglich die Schwere an der Oberfläche, wo die ganze Masse nach unten hin anziehend wirkt, am größten sein muß.

Die Schwere ist aber auch nicht für alle Gegenden der Erdoberfläche dieselbe; sie ist am Aequator am kleinsten und nimmt nach den Polen hin zu, theils deshalb, weil wegen der abgeplatteten Gestalt der Erde die Punkte des Aequators um ohngefähr drei Meilen weiter vom Mittelpunkte der Erde entfernt sind, als die Pole, theils deshalb, weil die Verminderung, welche die Schwere durch die aus der Axendrehung der Erde hervorgehende Schwungkraft erfährt, am Aequator mehr als in höheren Breiten beträgt. Ist nämlich A (Fig. 10) ein Punkt des Aequators, B ein zwischen dem Aequator und dem Pole gelegener Punkt der Erdoberfläche, so ist zunächst die aus der Axendrehung der Erde hervorgehende Schwunkraft in A größer als in B, weil der Abstand AC des Punktes A von der Drehungsaxe NS größer ist als der Abstand BD des Punktes B von dieser Axe und also der Punkt A in der nämlichen Zeit einen größeren Kreis beschreibt, als der Punkt B. Zweitens wirkt in A die Schwere in der Richtung AC, die Schwungkraft in der Richtung AE, und da diese Richtungen einander gerade entgegengesetzt sind, so wird die Schwere hier um die volle Größe der Schwungkraft vermindert. Im Punkte B dagegen wirkt die Schwere in der Richtung BC, die Schwungkraft in der Richtung BF, und da diese Richtungen einen (stumpfen) Winkel einschließen, so wird hier die Schwere zwar ebenfalls durch die Schwungkraft vermindert, aber nicht um die volle Größe derselben (vergl. unten §. 24 u. 25). Die Verminderung, welche

(Fig. 10.)



die Schwere durch die Schwungkraft erfährt, ist also aus zwei Gründen in B kleiner als in A, erstens weil schon an sich die Schwungkraft in B kleiner als in A ist, und zweitens weil in B die Schwere nicht um die volle Größe, sondern nur um einen Theil dieser kleinern Schwungkraft vermindert wird.

Die Schwere ist unter dem Aequator ohngefähr um $^1/_{300}$ kleiner als in unseren Breiten und ohngefähr um $^1/_{200}$ kleiner als am Pole. Man würde daher mit einem gleichen Aufwande von Muskelkraft am Aequator eine Last von 100 ℔, in unseren Breiten von $99^2/_3$ ℔ und am Pole $99^1/_2$ ℔ tragen können*).

Die angeführten Bestimmungen sind durch die Beobachtungen von Pendelschwingungen (vergl. unten §. 40) erhalten worden. Da nämlich das Pendel durch die Schwere in Bewegung gesetzt wird, so ist klar, daß dasselbe an einem Orte um so rascher schwingen, also in einem Tage, einer Stunde um so mehr Schwingungen machen muß, je größer an diesem Orte die Schwere ist. Umgekehrt wird man aus der verschiedenen Zahl der Schwingungen, welche dasselbe Pendel an zwei Orten in der nämlichen Zeit macht, auf die verschiedene Größe der Schwere an beiden Orten schließen können. Ein Pendel, welches am Aequator Secunden schwingt, also in jeder Stunde 3600 Schwingungen macht, macht in unseren Breiten ohngefähr 5 und am Pole 9 Schwingungen mehr in der Stunde.

Eben so haben Beobachtungen von Pendelschwingungen gezeigt, daß die Schwere auf hohen Bergen geringer ist, als im Thale.

Wir haben oben gesagt, daß die Schwere eine Folge der Anziehung sei, welche alle Theile der Erde auf die Körper ausüben. Wenn diese Ansicht richtig ist, müssen auch die Körper auf der Erdoberfläche sich gegenseitig anziehen. Da aber die Masse des größten Berges, wenn sie mit der Masse der Erde verglichen wird, nur als ein sehr Geringes erscheint, so können auch diese Anziehungen nur sehr klein sein. Sehr sorgfältig angestellte Versuche**), bei welchen man ein Pendel zu beiden Seiten eines Berges aufhing, haben wirklich gezeigt, daß das Pendel ein wenig von der Richtung nach dem Mittelpunkte der Erde gegen die Masse des Berges hin abgelenkt wurde.

Indem man die Masse des Berges zu ermitteln suchte, ferner die Entfernung derselben von dem aufgehängten Pendel bestimmte und hiermit die Entfernung des Pendels vom Mittelpunkte der Erde verglich, so erhielt man durch die Größe jener Ablenkung ein Mittel zur Abschätzung der gesammten Masse der Erde. Man hat auf diese Art die Masse der Erde zu etwa 10 Quadrillionen Pfund berechnet und ihre Dichtigkeit 4,7mal so groß, als die Dichte des Wassers gefunden. Andere und mit großer Sorgfalt (von Cavendish 1797, von Reich 1837 und von Baily 1842) angestellte Versuche, bei denen man die anziehende Kraft großer Metallmassen mit der Anziehung der Erde verglich, haben für diese eine noch größere Dichtigkeit, nämlich 5,3 bis 5,7 ergeben.

Endlich hat Airy (1854) aus Beobachtungen an Pendeln, welche derselbe in einem Bergwerksschachte und an der Oberfläche anstellte, aus der ungleichen Zahl der Schwingungen, welche dieselben in gleichen Zeiten vollendeten, die ungleiche Größe der Schwere an den Beobachtungspunkten und die mittlere Dichtigkeit der Erde, letztere = 6,5 hergeleitet.

Obschon die Ergebnisse dieser mit großer Schwierigkeit verbundenen Versuche von einander abweichen, so führen sie doch übereinstimmend zu dem in geologischer Hinsicht

---

*) Bezeichnet g die Schwere am Aequator, φ die Breite eines Ortes, so ist die Schwere an demselben $= g(1 + 0{,}0052 \sin \varphi^2)$.

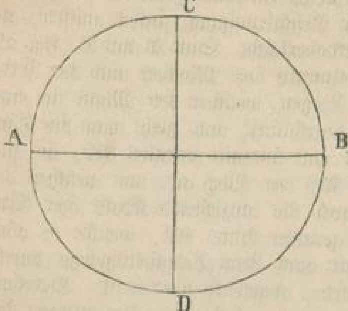
**) Diese Versuche sind in den Jahren 1774—1776 von Maskelyne und Hutton in der Nähe des Berges Shehallien an der Grenze von Schottland angestellt worden.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0030-5
DFG

höchst wichtigen Resultate, daß die Erde im Innern eine größere Dichtigkeit als an der Oberfläche besitzt, indem die Massen, welche die Erdrinde zusammensetzen, nur etwa 3mal so dicht als Wasser sind.

Ueber die Gestalt der Erde bemerken wir noch Folgendes: Nach den mit der äußersten Sorgfalt ausgeführten Gradmessungen übertrifft der Durchmesser die Axe ohngefähr um $^1/_{300}$ (genauer $^1/_{299}$). Obschon die in verschiedenen Gegenden der Erde vorgenommenen Messungen zu keinem genau übereinstimmenden Resultate geführt haben, so scheint doch die Gestalt der Erde der eines Sphäroids sehr nahe zu kommen. — Man versteht aber unter einem Sphäroid einen Körper, welcher entsteht, wenn man eine Ellipse um ihre größte oder kleinste Axe dreht. In Betreff der Gestalt der Erde hat man sich eine Ellipse vorzustellen, deren große Axe AB (Fig. 11) die kleine CD nur um $^1/_{300}$ übertrifft, und sich dieselbe um die kleine Axe CD gedreht zu denken. Die bei dieser Umdrehung in gänzlicher Ruhe bleibenden Punkte C und D entsprechen den Polen und der von dem Punkte A oder B beschriebene Kreis entspricht dem Aequator der Erde.

(Fig. 11.)



Wie wir oben gesehen haben, muß die Schwere am Aequator sowohl wegen der aus der Axendrehung der Erde hervorgehenden Schwungkraft, als auch wegen der größeren Entfernung der Punkte des Aequators vom Mittelpunkte der Erde kleiner sein, als an den Polen. Wenn wir nach Anleitung der Anmerkung zu §. 18,b die Linie ac in Fig. 9 berechnen, indem wir als Zeiteinheit eine Secunde annehmen und diese Größe mit dem Fallraume für eine Secunde (15 Par. Fuß ohngefähr) vergleichen, so finden wir, daß die Schwungkraft am Aequator nahe dem 289. Theile der Schwere gleich ist. Nach §. 18 wächst die Schwungkraft, wenn die Umlaufszeit abnimmt und zwar im umgekehrten quadratischen Verhältnisse. Nun ist 289 das Quadrat von 17, und es würde folglich die Schwungkraft am Aequator der Schwere gleichkommen, wenn sich die Erde 17mal rascher, also in der Zeit von ohngefähr 1,4 Stunden um ihre Axe drehte. Es würden dann die Körper am Aequator schwerlos, ohne Gewicht sein; bei noch rascherer Axendrehung aber würden alle losen Körper fortgeschleudert werden.

§. 20. Das Newton'sche Gravitationsgesetz.

Wenn wir uns von der Erde entfernen, so nimmt die Schwere ab und zwar im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde*), d. h. in einem Abstande vom Mittelpunkte, welcher dem doppelten, dreifachen Radius gleich ist, ist die Schwere nur der vierte, neunte Theil von der Schwere an der Oberfläche der Erde.

Newton hat dieses Gesetz zuerst für die Kraft nachgewiesen, mit welcher die Sonne die Planeten anzieht. Indem er nämlich für die bereits bekannten Bahnen, welche die Planeten um die Sonne beschreiben, die Größe der Schwungkräfte (Centrifugalkräfte) berechnete, fand er, daß dieselben dem Quadrate der Abstände der Planeten von der Sonne umgekehrt proportional sind, und da nun die Schwungkraft (Centrifugalkraft) offenbar durch die anziehende Kraft der Sonne (Centripetalkraft) aufgehoben werden muß, damit der Planet sich nicht nach dem Trägheitsgesetze in gerader Linie fortbewege, sondern seine krummlinige Bahn um die Sonne beschreibe, so folgte hieraus,

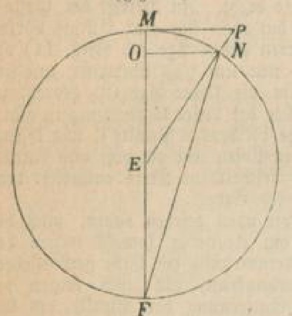
*) Dieses Gesetz gilt jedoch nur für größere Entfernungen von der Erde; in der Nähe der Oberfläche bringt die abgeplattete Gestalt der Erde Abweichungen von demselben hervor.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0031-1
DFG

daß auch die Kraft, mit welcher die Sonne die Planeten anzieht, umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung des Planeten von der Sonne abnimmt.

Newton untersuchte nun weiter (1682), ob dieses Gesetz auch für die Kraft gälte, mit welcher die Erde den Mond anzieht. Da nämlich der Abstand des Mondes von der Erde ohngefähr 60 Erdhalbmessern gleich ist, so muß ein Körper in der Entfernung des Mondes von der Erde mit einer 3600mal schwächern Kraft als an der Oberfläche der Erde angezogen werden.

(Fig. 12.)



Es wird daher ein von der Erde angezogener Körper in dieser Entfernung mit einer 3600mal geringeren Beschleunigung fallen müssen, als an der Erdoberfläche. Sind M und E (Fig. 12) die Mittelpunkte des Mondes und der Erde, MN der Bogen, welchen der Mond in einer Secunde durchläuft, und zieht man die Tangente MP und hiermit parallel NO, so gibt offenbar MO den Weg an, um welchen der Mond durch die anziehende Kraft der Erde von der geraden Linie MP, welche er ohne diese Kraft nach dem Trägheitsgesetze durchlaufen würde, abgelenkt worden ist. Berechnet man nun aus der bekannten Umlaufszeit des Mondes (27 Tage 8 Stunden ohngefähr) zunächst die Größe des Bogens MN und hieraus die Linie MO, so findet man, daß sich dieselbe zu dem Fallraume eines Körpers an der Erdoberfläche (15 Par. Fuß) wie 1 : 3600 verhält, folglich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung des Mondes und eines Punktes an der Oberfläche der Erde vom Mittelpunkte der Erde. Die nämliche Kraft also, welche den Stein zur Erde zieht, ist es zufolge des Newton'schen Gesetzes auch, welche den Mond in seiner Bahn erhält.

Da der mittlere Abstand des Mondes von der Erde ohngefähr 51,800 geogr. Meilen, also der Umfang der Mondbahn 325,500 Meilen beträgt und der Mond seinen Umlauf um die Erde in ohngefähr 27 Tagen 8 Stunden = 2,361,600 Secunden vollendet, so ist der Bogen MN, welchen der Mond in einer Secunde durchläuft, = 0,138 M. Da dieser Bogen nur einen sehr kleinen Theil des ganzen Umfanges ausmacht, so werden wir denselben ohne erheblichen Fehler mit der Sehne MN verwechseln können. Ziehen wir nun noch den Durchmesser MF, dann verhält sich in dem rechtwinkligen Dreieck MNF $MO : MN = MN : MF$.

Wir erhalten also für die Größe, um welche der Mond durch die Anziehung der Erde während einer Secunde von der geradlinigen Tangente MP abgelenkt wird, den Werth

$$MO = \frac{MN^2}{MF} = \frac{0{,}138^2}{103600} \text{ Meilen,}$$

oder da eine geogr. Meile ohngefähr = 22,800 Par. Fuß ist,

$$MO = \frac{0{,}138^2 \cdot 22800}{103600} = 0{,}00418 \text{ Par. Fuß.}$$

Bezeichnen wir diese Größe mit s, den Fallraum eines Körpers an der Erdoberfläche in der ersten Secunde, welcher bekanntlich 15 Par. Fuß beträgt, mit f, so bekommen wir die Proportion $s : f = 0{,}00418 : 15$,
wofür wir auch annähernd, da wir ja überhaupt nur mit Näherungswerten gerechnet haben, setzen können $s : f = 1 : 3600$.

Zur Auffindung des Gravitationsgesetzes wurde Newton besonders durch die vorangegangenen Entdeckungen des großen Keppler in den Stand gesetzt. Keppler hatte nämlich bereits gefunden (s. unten §. 42), daß sich die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten (t und t') wie die Kuben der mittleren Abstände von der Sonne (r und r') verhalten, also 1) $t^2 : t'^2 = r^3 : r'^3$.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0032-7 DFG

Nun sind aber nach §. 18,b die Schwungkräfte k und k' den Radien direct und den Quadraten der Umlaufszeiten umgekehrt proportional; also

$$2)\ k : k' = \frac{r}{t^2} : \frac{r'}{t'^2} = rt'^2 : r't^2 = (r : r') \,.\, (t'^2 : t^2)$$

Nach (1) verhält sich $t'^2 : t^2 = r'^3 : r^3$.

Setzen wir diesen Wert von $t'^2 : t^2$ in (2) ein, so ergibt sich

$$3)\ k : k' = r'^2 : r^2,$$

d. h. die Schwungkräfte zweier Planeten und folglich auch die Kräfte, mit welchen dieselben von der Sonne angezogen werden, verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer mittleren Abstände von der Sonne.

Durch Vergleichung der Kraft, mit welcher der Mond von der Erde angezogen wird, mit der Kraft, mit welcher die Sonne die Erde oder einen anderen Planeten anzieht, läßt sich auch die Masse der Sonne im Vergleich zur Masse der Erde berechnen. Man findet so, daß die Masse der Sonne ohngefähr 360,000mal größer als die Masse der Erde ist. Eben so läßt sich für die Planeten, welche von Nebenplaneten begleitet sind, aus dem Abstande vom Hauptplaneten und der Umlaufszeit die anziehende Kraft des Hauptplaneten, also auch seine Masse berechnen. Größere Schwierigkeit bietet diese Ableitung bei denjenigen Planeten dar, welchen ein Trabant fehlt; man benutzt dann für diesen Zweck die in §. 22 angeführten Perturbationen, worauf wir jedoch hier nicht näher eingehen können.

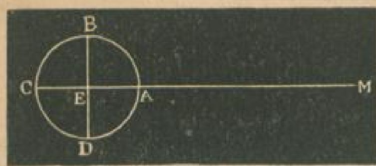
§. 21. Ebbe und Flut.

Daß auch umgekehrt der Mond die Erde anzieht, beweisen die Erscheinungen der **Ebbe** und **Flut**. Man bemerkt nämlich an den Küsten größerer Meere täglich ein zweimaliges Steigen (Flut) und Fallen (Ebbe) des Meerwassers. Der Unterschied zwischen dem höchsten Stande bei der Flut und dem niedrigsten bei der Ebbe ist für verschiedene Küsten sehr verschieden; er beträgt an den norddeutschen Küsten bei windstillem Wetter ohngefähr 12 Fuß. Die Flut erreicht ihre größte Höhe, nachdem der Mond durch den Meridian des Ortes gegangen ist, und dann ohngefähr 12 Stunden später, wenn er diesem Punkte gegenüber steht. Die Ebbe und Flut treten nicht immer zu derselben Tageszeit ein, sondern verspäten sich mit jedem folgenden Tage ohngefähr um 50 Minuten ganz eben so wie die Durchgänge des Mondes durch den Meridian. Die Unterschiede zwischen dem höchsten Stande des Meerwassers bei der Flut und dem tiefsten Stande bei der Ebbe sind beträchtlicher, wenn sich der Mond auf seiner elliptischen Bahn in der Erdnähe, als wenn er sich in der Erdferne befindet. Die höchsten Fluten (Springfluten) finden zur Zeit des Neu- und Vollmondes statt.

Diese Thatsachen lassen wohl keinen Zweifel, daß die Erscheinungen der Ebbe und Flut ihre Entstehung wesentlich der anziehenden Kraft des Mondes verdanken.

Um diese Einwirkung des Mondes deutlicher einzusehn, erinnern wir zunächst daran, daß ohne die anziehende Kraft der Sonne die Erde zufolge des Trägheitsgesetzes in gerader Linie nach der Richtung der Tangente des Punktes ihrer Bahn, in welchem sie sich beim Aufhören dieser Anziehung gerade befände, fortgehen würde. Durch die anziehende Kraft der Sonne wird eine fortwährende Ablenkung von der geraden Linie, gleichsam ein beständiges Fallen gegen die Sonne hin veranlaßt, in Folge dessen die Erde eine elliptische Bahn beschreibt. Denken wir uns nun noch die anziehende Kraft des Mondes hinzutretend, so wird diese ebenfalls eine, wenn auch wegen der schwächeren Anziehungskraft des Mondes unvergleichlich kleinere Ablenkung von der elliptischen Bahn gleichsam ein geringes Fallen der Erde gegen den Mond hin herbeiführen. Ist M (Fig. 13) der Mittelpunkt des Mondes, E der Mittelpunkt der Erde und ABCD ein durch diese Punkte gehender Durchschnitt derselben, so wird offenbar der Punkt A, welcher den Mond im Zenith hat, stärker, der Punkt C, welcher den Mond im Nadir hat, schwächer angezogen als der Mittelpunkt E. Denken wir

(Fig. 13.)



uns nun die ganze übrige Erdmasse weg und nur die 3 Punkte A, E, C übrig bleibend, so wird A mit größerer, C mit geringerer Beschleunigung gegen den Mond hin fallen, als der Mittelpunkt E, und in Folge dieser Verschiedenheit sich der gegenseitige Abstand dieser Punkte von einander vergrößern. Aehnliches wird auch dann eintreten, wenn die Erde an ihrer Oberfläche mit einer Wasserschicht umgeben ist. Das Wasser wird in A und C wegen der verschiedenen Beschleunigung durch den Mond sich vom Mittelpunkte E entfernen, also steigen und in Folge hiervon bei B und D fallen. Diejenigen Gegenden, für welche der Mond im Zenith oder Nadir steht, werden also Flut und diejenigen, welche ihn im Horizonte erblicken, werden Ebbe haben, und da die Erde sich in 24 Stunden um ihre Axe dreht, so werden auch die angeführten Erscheinungen in dieser Zeit einen Umlauf um die Erde machen.

Ebbe und Flut können sich jedoch nur in weit ausgedehnten Meeren zeigen und sind in Binnenmeeren, wie in der Ostsee, im Caspischen Meere und dgl. unmerklich. Denn da hier alle Theile der Oberfläche eine fast gleiche Anziehung durch den Mond erleiden, so kann das Wasser auf keiner Stelle derselben beträchtlich höher als an einer andern Stelle stehen.

Nach dieser Darstellung müssen auch durch die anziehende Kraft der Sonne Ebben und Fluten hervorgerufen werden; diese sind jedoch unvergleichlich schwächer als die vom Monde bewirkten. Denn wenn auch die Erde von der Sonne weit stärker angezogen wird, so findet doch wegen der ungeheuren Entfernung der Sonne von der Erde zwischen der Kraft, mit welcher die der Sonne zugewendeten Theile der Erde, und derjenigen, mit welcher die abgewendeten angezogen werden, ein weit geringerer Unterschied statt, als bei der Anziehung durch den viel nähern Mond der Fall ist. — Bei den Neu- und Vollmonden vereinigen sich die von der Sonne bewirkten Fluten mit den vom Monde hervorgebrachten Fluten und verstärken dieselben. In Hinsicht der Neumonde ist die Richtigkeit dieser Behauptung an sich einleuchtend, da hier Sonne und Mond an der nämlichen Seite der Erde sich befinden und daher beide in gleichem Sinne wirken. Dasselbe muß aber auch bei dem Vollmond stattfinden, bei welchem Sonne und Mond an entgegengesetzten Seiten der Erde stehn, wie schon daraus hervorgeht, daß zufolge der vorhergehenden Auseinandersetzung durch den Mond bei A und C Fluten, bei B und D Ebben sowohl dann bewirkt werden, wenn der Mond sich dem Punkte A, als wenn sich derselbe dem Punkte C gegenüber befindet. Da nun das nämliche offenbar auch von der Wirkung der Sonne gelten muß, so müssen folglich eben so wohl verstärkte Fluten eintreten, wenn Sonne und Mond sich wie beim Neumonde an derselben Seite der Erde befinden, als auch wenn dieselben sich wie beim Vollmonde gerade gegenüber stehn. — Um dieses noch deutlicher zu zeigen, fügen wir Folgendes hinzu:

Wie wir oben gesehen haben, hängt die Größe der Fluten in A und C (Fig. 13) von dem Unterschiede der Anziehungen ab, welche diese Punkte vom Monde oder von diesem und der Sonne erleiden. Bezeichnen wir nun mit M die Kraft, mit welcher der nähere Punkt A vom Mond M angezogen wird, und mit $M - m$ die Kraft, mit welcher der Mond auf den weiter entfernten Punkt C anziehend wirkt, ferner mit S die Anziehung, welche beim Vollmonde die diesem gegenüberstehende Sonne auf den Punkt A ausübt, und mit $S + s$ die Anziehung, welche der der Sonne nähere Punkt C von derselben erfährt, so ergeben sich als Resultirende der nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Anziehungen für den Punkt A die Differenz $S - M$, für den Punkt C aber $S + s - (M - m) = S - M + s + m$. Diese Resultirenden unterscheiden sich also beim Vollmond um die Größe $s + m$, während sich ohne die Wirkung der Sonne die Anziehungen, welche die Punkte A und C vom Monde allein erleiden würden, nur um die Größe m unterscheiden. Es wird folglich beim Vollmonde, eben so wie beim Neumonde, die durch den Mond hervorgebrachte Flut durch die Sonne verstärkt. — Bei dem ersten und letzten Viertel dagegen treffen die von der Sonne bewirkten Ebben mit den Mondfluten zusammen und schwächen dieselben. Die Fluten sind daher größer beim Neu- und Vollmonde als bei dem ersten und letzten Viertel.

Die Verschiedenheit dieser Fluten führt zu einer Vergleichung zwischen der anziehenden Kraft der Sonne und des Mondes, woraus sich auf die Masse des Mondes

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0034-8
DFG

schließen läßt. Man hat auf diese Art gefunden, daß die Masse des Mondes ohngefähr dem 80sten Theile von der Masse der Erde gleich ist.

§. 22. Perturbationen der elliptischen Bahnen der Planeten.

So wie die Sonne, die Erde und der Mond sich gegenseitig anziehen, so ziehen auch die Planeten einander an. Diese gegenseitigen Anziehungen bewirken, daß die Planeten keine vollkommenen Ellipsen um die Sonne beschreiben, und da sie bei jedem Umlaufe ihre gegenseitigen Stellungen verändern, also auch verschieden auf einander einwirken, nie wieder genau denselben Weg durchlaufen, sondern immer abweichende Bahnen beschreiben, welche gleichsam in kleinen Schwankungen um eine vollkommene Ellipse oscilliren.

Diese Perturbationen sind jedoch, verglichen mit der eigentlichen elliptischen Bewegung, welche durch die anziehende Kraft der Sonne bewirkt wird, nur sehr klein, da die ungeheure Masse der Sonne die Masse aller Planeten zusammen um mehr, als 800mal übertrifft. Irrig dagegen ist die Ansicht, daß die Planeten in festen, durchaus unveränderlichen Bahnen die Sonne umkreisen. In der Natur findet sich überhaupt nichts Bleibendes, Ruhendes; ewig unveränderlich ist nur die Macht und Liebe des Schöpfers.

Aus den Perturbationen des Uranus hat der Pariser Astronom le Verrier das Vorhandensein und selbst den Ort eines jenseits des Uranus sich um die Sonne bewegenden, aber bis dahin noch unbekannten Planeten, des Neptun hergeleitet, welcher wirklich nahe an der vorher verkündigten Stelle am 23. September 1846 aufgefunden worden ist.

So wie nach dem Newton'schen Gesetze die Kräfte, mit denen die Körper sich gegenseitig anziehen, mit der Entfernung rasch abnehmen, eben so müssen diese Kräfte nach demselben Gesetze mit der Annäherung stark wachsen, und sie müssen bei der unmittelbaren Berührung unvergleichlich am stärksten sein; und wirklich haben wir oben in §. 13 gesehen, daß die Theile der Körper bei der Berührung starke Anziehungen äußern, welche dagegen schon bei dem kleinsten wahrnehmbaren Abstande unmerklich werden. Wir können hiernach vermuthen, daß die Cohäsion, Adhäsion und Schwere nicht verschiedene Kräfte, sondern nur Modifikationen ein und derselben Grundkraft sind.

Zweiter Abschnitt.

Von den mechanischen Erscheinungen fester Körper.

---

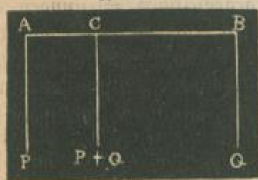
§. 23. Zusammensetzung und Zerlegung paralleler Kräfte.

Wenn auf einen Punkt eines Körpers mehrere Kräfte wirken, so können sich dieselben entweder gegenseitig aufheben, z. B. zwei gleiche, nach entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte, oder sie bringen eine Bewegung hervor. Im letzteren Falle ist es immer möglich, sich eine Kraft zu denken, welche allein im Stande ist, die nämliche Bewegung hervorzubringen. Ein Beispiel, wo mehrere Kräfte zusammen eine Bewegung hervorbringen, ist ein Rammklotz, wie man sie zum Einrammen der Pfähle gebraucht. Dasselbe wird durch eine Menge Seile, die sich in einem Punkte vereinigen und an ihren Enden von einer großen Zahl Menschen angezogen werden, in die Höhe gehoben. Es ist klar, daß eine hinreichend große Kraft diese Bewegung allein hervorbringen würde. — Eine Kraft, welche allein das nämliche wirkt als mehrere gegebene Kräfte zusammen, wird die Resultirende, auch Mittelkraft, und die gegebenen Kräfte werden Seitenkräfte oder Componenten genannt.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0035-4 DFG

Wenn zwei Kräfte auf den nämlichen Punkt eines Körpers nach derselben Richtung wirken, so ist die Resultirende offenbar der Summe der beiden Kräfte gleich; wirken aber die Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen, so ist die Resultirende dem Unterschiede der gegebenen Kräfte gleich.

(Fig. 14.)



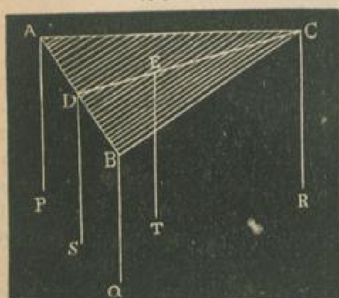
Wenn ferner auf verschiedene Punkte eines festen Körpers zwei parallele Kräfte P und Q (Fig. 14) nach derselben Seite wirken, so ist die Resultirende gleich der Summe der beiden gegebenen Kräfte P + Q. Sind diese einander gleich, so liegt der Angriffspunkt C der Resultirenden in der Mitte zwischen A und B. Sind die gegebenen Kräfte ungleich, so theilt der Angriffspunkt C der Resultirenden die Entfernung AB der Angriffspunkte der beiden gegebenen Kräfte in zwei Stücke AC und BC, welche sich umgekehrt wie die gegebenen Kräfte verhalten, also

$$AC : BC = Q : P.$$

Der Punkt C liegt folglich näher bei der größeren Kraft, also näher bei P, wenn P größer als Q ist. — Man nennt diesen Punkt C, in welchem die Richtung der Resultirenden die Verbindungslinie AB der Angriffspunkte A und B der gegebenen Kräfte durchschneidet, den **Mittelpunkt** der beiden parallelen Kräfte.

Umgekehrt läßt sich die Mittelkraft P + Q durch die beiden parallelen Seitenkräfte P und Q ersetzen. Diese sind einander gleich, wenn AC = BC ist; ist aber AC kleiner als BC, so ist P in dem Verhältnisse größer als Q, in welchem AC kleiner als BC ist. — Wenn z. B. zwei Menschen an den Enden einer Stange AB, (von deren Gewicht wir hier abstrahiren), eine in C aufgehängte Last tragen, so hat derjenige den größeren Theil zu tragen, welchem die Last am nächsten ist.

(Fig. 15.)



Wirken auf einen festen Körper drei parallele Kräfte, z. B. in den Punkten A, B und C (Fig. 15) die Kräfte P = 3, Q = 4 und R = 5, so lassen sich zunächst zwei derselben, P und Q in eine Resultirende S = P + Q = 7 vereinigen; und man findet den Mittelpunkt D dieser Kraft, wenn man die Linie AB in D so theilt, daß sich AD : BD = Q : P = 4 : 3 verhält. — Wenn man nun die Kraft S mit der Kraft R zu einer Resultirenden T = S + R = 12 verbindet und, um den Angriffspunkt E derselben zu finden, die Linie CD in E so theilt, daß sich CE : DE = S : R = 7 : 5 verhält, so wird die in E angebrachte Kraft T = 12 das nämliche bewirken wie die drei parallelen Kräfte P, Q und R zusammen. — Der Punkt E heißt der **Mittelpunkt** dieser Kräfte.

Man sieht hiernach leicht, wie man zu verfahren hätte, wenn die Resultirende und der Mittelpunkt für 4 und mehr parallele Kräfte gefunden werden sollte.

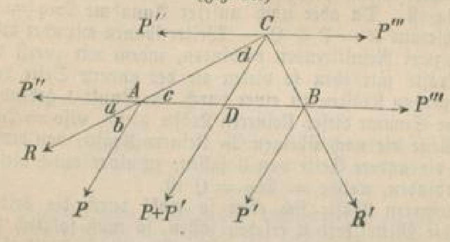
Der oben aufgeführte Satz über die *Zusammensetzung paralleler Kräfte* läßt sich theils auf dem Wege des Versuchs leicht bestätigen, theils durch theoretische Schlüsse ohne Schwierigkeit erweisen. Diesem letzteren Beweise haben wir die folgenden Grundsätze voranzustellen.

1) *Die Wirkung einer Kraft wird nicht geändert, in welchen Punkt ihrer Richtung man auch den Angriffspunkt verlegt.*

2) *Wenn auf einen Punkt zwei gleiche Kräfte wirken, so halbirt die Resultirende den Winkel, welchen dieselben einschließen;* denn es ist kein Grund vorhanden, warum dieselbe näher an die eine als an die andere der gegebenen Kräfte fallen sollte.

Nun läßt sich zunächst zeigen, daß die *Resultirende zweier gleichen parallelen Kräfte gleich ihrer Summe, also doppelt so groß, als jede derselben ist und in die Mitte zwischen beide fällt.* — Denn wenn wir zu den beiden gleichen und parallelen Kräften P und P′ (Fig. 16), deren Angriffspunkte A und B sind, zwei ihnen gleichgroße Kräfte P″ und P‴ in den Punkten A und B so hinzufügen, daß die Richtungen derselben in die Verlängerungen der Linie AB fallen, so wird hierdurch nichts geändert, da sich die beiden gleichen und entgegengesetzten Kräfte P″ und P‴ gegenseitig aufheben. Die Resultirende der vier Kräfte P, P′, P″ und P‴ kann also von der Resultirenden der beiden gegebenen Kräfte P und P′ nicht verschieden sein. Nun lassen sich aber nach dem Obigen die Kräfte P und P″ und eben so die Kräfte P′ und P‴ in eine Resultirende vereinigen, welche den von diesen Kräften eingeschlossenen Winkel halbirt. Bezeichnen wir die erstere Resultirende mit R, die letztere mit R′, und verlängern wir die Richtungen derselben, bis sie sich in C schneiden, so werden wir unbeschadet des Erfolges die Angriffspunkte der Kräfte R und R′ von A und B nach C verlegen können. So wie aber die Kraft R aus der Zusammensetzung der beiden Kräfte P und P″ in A hervorgegangen ist, so wird sich dieselbe in C auch wieder in zwei eben solche Kräfte zerlegen, durch dieselben ersetzen lassen. Da das nämliche auf gleiche Weise von der Kraft R′ gilt, so erhalten wir jetzt in C vier Kräfte, deren jede gleich P ist, und von denen zwei P″ und P‴ einander entgegengesetzt sind und sich also aufheben, die beiden andern aber P und P′ mit den ursprünglich gegebenen Kräften gleiche Richtung haben und sich folglich zu einer Kraft $= P + P' = 2P$ vereinigen. — Es erübrigt nun nur noch zu zeigen, daß diese Mittelkraft die Linie AB im Punkte D halbirt, was leicht daraus hervorgeht, daß der von den Kräften P und P″ und eben so der von P′ und P‴ eingeschlossene Winkel durch die Resultirende R und R′ halbirt wird. Denn aus der Gleichheit der Winkel a und b folgt zunächst $c = d$ und hieraus $AD = CD$. Da nun aus gleichen Gründen auch $BD = CD$ ist, so ist folglich $AD = BD$, also AB in D halbirt.

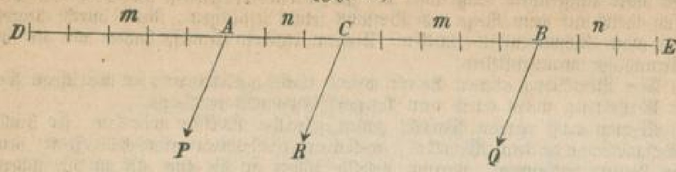
(Fig. 16.)



Dies vorausgeschickt, wenden wir uns nun zu dem Beweise des allgemeinen Satzes, daß *die Resultirende zweier gleich gerichteten Kräfte allemal ihrer Summe gleich ist und die Verbindungslinie der Angriffspunkte in zwei Stücke theilt, welche sich umgekehrt wie die gegebenen Kräfte verhalten.*

Sind die beiden gegebenen Kräfte P und Q (Fig. 17) und verhalten sich dieselben wie die Zahlen m und n, so theilen wir die Verbindungslinie AB ihrer Angriffspunkte in $m + n$ gleiche Theile und bezeichnen mit C denjenigen Theilungspunkt, welcher um n solcher Theile von P und um m dieser Theile von Q absteht. Hierauf verlängern wir die Linie AB über beide Endpunkte und tragen auf die Verlängerung von A bis D m und von B bis E n eben solcher Theile auf. — Da nach unserer Annahme sich $P : Q = m : n$ verhält, so ist $\frac{1}{m} P = \frac{1}{n} Q$, also auch $\frac{1}{2m} P = \frac{1}{2n} Q$. Denken wir uns nun eine diesem letztern Theile gleiche Kraft, welche wir mit q bezeichnen wollen, in der Mitte eines jeden der $2m + 2n$ gleichen Theile, aus denen die

(Fig. 17.)



ganze Linie DE besteht, angebracht, dann folgt aus dem oben über zwei gleiche Kräfte erwiesenen Satze, daß diese kleinern Kräfte, wenn man immer je zwei, welche gleich weit vom Punkte C entfernt sind, vereinigt, sich sämmtlich zu einer durch den Punkt C gehenden Resultirenden R verbinden lassen, welche der Summe aller dieser kleineren Kräfte gleich, also $= 2(m + n)q$ ist. Da aber nach unserer Annahme $2mq = P$ und $2nq = Q$ war, so ergibt sich hieraus $R = P + Q$. — Weiter können wir aber auch die $2m + 2n$ kleineren Kräfte zu zwei Resultirenden verbinden, indem wir zuerst die m zwischen A und D fallenden Kräfte mit eben so vielen an der andern Seite von A und diesem Punkte zunächst liegenden Kräften zu einer durch den Punkt A gehenden Resultirenden vereinigen, welche der Summe dieser kleineren Kräfte gleich, also $= 2mq = P$ ist, und dann auf gleiche Weise die noch übrigen $2n$ kleinern Kräfte, von denen eben so viele an die eine als an die andere Seite von B fallen, zu einer durch diesen Punkt gehenden Resultirenden verbinden, welche $= 2nq = Q$ ist.

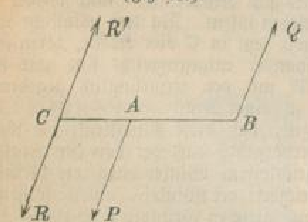
Da hiernach die $2m + 2n$ kleineren Kräfte sich eben so wohl durch die beiden Kräfte P und Q als auch durch die Mittelkraft R ersetzen lassen, so muß folglich die letztere dasselbe leisten wie jene beiden Kräfte zusammen. Die Mittelkraft R ist aber, wie wir gesehen haben, gleich der Summe der gegebenen Kräfte $P + Q$, und es verhält sich

$$AC : BC = Q : P,$$

was gezeigt werden sollte.

Wir haben bisher angenommen, daß die parallelen Kräfte nach derselben Seite hin gerichtet sind. Haben dagegen zwei parallele Kräfte P und Q (Fig. 18) eine entgegengesetzte Richtung, so ist ihre Resultirende R gleich der Differenz $P - Q$ und durchschneidet die Verlängerung der Linie AB, welche die Angriffspunkte A und B der gegebenen Kräfte verbindet, in einem der größern Kraft P näher liegenden Punkte C so, daß sich verhält $AC : BC = Q : P$. — Denn wenn wir uns in dem Punkte C zwei nach entgegengesetzten Richtungen wirkende, mit P und Q parallele und ihrer Differenz gleiche Kräfte, welche wir mit R und R′ bezeichnen wollen, angebracht denken, so müssen die vier Kräfte P, Q, R und R′ die nämliche Resultirende haben, wie die beiden gegebenen Kräfte P und Q, da die beiden Kräfte R und R′ sich gegenseitig aufheben. Nun halten aber die drei Kräfte P, Q und R′ sich gegenseitig das Gleichgewicht. Denn die Resultirende von Q und R′ ist zufolge des Vorhergehenden gleich $Q + R' = Q + P - Q = P$. Sie geht auch durch den Punkt A, weil sich nach unserer Annahme verhält

(Fig. 18.)



$$BC : AC = P : Q,$$

also auch

$$BC - AC : AC = P - Q : Q,$$

d. h.

$$AB : AC = R' : Q.$$

Da hiernach die drei Kräfte P, Q und R′ sich gegenseitig aufheben, so ist folglich R die Resultirende der vier Kräfte P, Q, R und R′ und also auch die Resultirende der beiden gegebenen Kräfte P und Q.

Aus der oben aufgeführten Proportion

$$AB : AC = R' : Q = P - Q : Q$$

folgt

$$AC = \frac{AB \cdot Q}{P - Q} \text{ und } BC = \frac{AB \cdot P}{P - Q}.$$

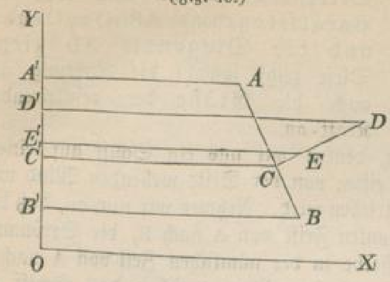
Der Punkt C rückt also um so weiter hinaus, je weniger P von Q verschieden ist, und er entfernt sich ins Unendliche, wenn $P = Q$ ist. Zwei gleiche und parallele,

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0038-1
DFG

aber nach entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte haben überhaupt keine Resultirende, und eben so wenig läßt sich ihnen durch eine einzige Kraft das Gleichgewicht halten.

Wir beschäftigen uns nun noch ausführlicher mit der Aufgabe, den Mittelpunkt mehrerer auf einen Körper wirkenden parallelen Kräfte zu bestimmen. Um diese Aufgabe bequem zu lösen, durchschneiden wir die Richtungen der parallelen Kräfte mit einer zu denselben senkrechten Ebene und ziehen durch einen willkürlichen Punkt in dieser Ebene zwei sich senkrecht schneidende Linien, Axen, OX und OY (Fig. 19). Weiter ziehen wir aus den Angriffspunkten A und B zweier gegebenen Kräfte P und Q und aus dem Angriffspunkte C ihrer Resultirenden R mit der einen Axe OX die Parallelen AA′, BB′ und CC′, welche die andere Axe OY in den Punkten A′, B′ und C′ schneiden. Setzen wir dann noch der Kürze wegen AA′ = a, BB′ = b, CC′ = c, so verhält sich nach

(Fig. 19.)



dem Vorhergehenden $P : Q = BC : AC = b - c : c - a,$

woraus weiter folgt $b \cdot Q - c \cdot Q = c \cdot P - a \cdot P$

oder $a \cdot P + b \cdot Q = c \cdot (P + Q) = c \cdot R.$

Versteht man daher unter dem **statischen Momente** einer Kraft für eine Axe das Product aus der Größe der Kraft in die senkrechte Entfernung ihres Angriffspunktes von der Axe, so ergibt sich aus der vorstehenden Proportion der Satz:

Das statische Moment der Resultirenden zweier parallelen Kräfte für irgend eine Axe ist gleich der Summe der statischen Momente der gegebenen Kräfte für diese Axe.

Wie leicht zu zeigen, gilt jedoch dieser wichtige Satz nicht bloß für zwei, sondern für jede beliebige Anzahl von Kräften. Denn wenn wir uns z. B. zu den beiden in A und B angebrachten Kräften P und Q noch eine dritte S in irgend einem Punkte D hinzugefügt denken und den Abstand dieses Punktes von der Axe OY mit d bezeichnen, wenn ferner T die Resultirende der drei gegebenen Kräfte P, Q und S, E ihr Angriffspunkt und e der Abstand EE′ desselben von der Axe OY ist, dann läßt sich, da die beiden Kräfte P und Q zur Resultirenden R haben, T auch als die Resultirende von R und S ansehen, und es ist folglich nach dem oben für zwei Kräfte Erwiesenen

$$e \cdot T = c \cdot R + d \cdot S.$$

Nun ist aber, wie wir schon gesehen haben, $c \cdot R = a \cdot P + b \cdot Q$, folglich

$$e \cdot T = a \cdot P + b \cdot Q + d \cdot S.$$

Weiter sieht man auch leicht, daß sich dasselbe eben so für vier und mehr parallele Kräfte darthun läßt, und daß das für die der Axe OX parallelen Abscissen Erwiesene auf gleiche Weise auch für die der Axe OY parallelen Ordinaten gilt. Die Lage eines Punktes in einer Ebene ist aber bestimmt, wenn seine Abscisse und Ordinate gegeben sind.

Wir haben bei der Ableitung des zuletzt erwiesenen Satzes stillschweigend angenommen, daß die parallelen Kräfte nach derselben Seite hinwirken. Dieser Satz bleibt aber auch, wie äußerst leicht zu sehen, noch richtig, wenn ein Theil der Kräfte nach der einen, der andere nach der entgegengesetzten Seite hin gerichtet ist. Man hat nämlich dann nur nöthig, die nach der einen Richtung hin wirkenden Kräfte als positiv, die nach der entgegengesetzten Richtung wirkenden als negativ anzusehen.

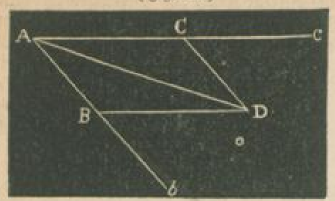
Wenn eine Axe durch den Mittelpunkt der parallelen Kräfte geht, so verschwindet für dieselbe offenbar das statische Moment der Resultirenden. Es ergibt sich hieraus der für spätere Entwickelungen nicht unwichtige Satz: **Für eine durch den Mittelpunkt mehrerer parallelen Kräfte gehende Axe ist die Summe der statischen Momente dieser Kräfte gleich Null.**

§. 24. Zusammensetzung der Kräfte, welche auf einen Punkt wirken.

Wenn zwei auf einen Punkt wirkende Kräfte, deren Richtungen und verhältnißmäßige Größen wir durch die Lienen AB und AC (Fig. 20)

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0039-0

(Fig. 20.)



darstellen, einen Winkel BAC einschließen, so wird die Resultirende gefunden, wenn man aus den Seitenkräften AB und AC das Parallelogramm ABDC vollendet und die Diagonale AD zieht. Diese zeigt sowohl die Richtung als auch die Größe der resultirenden Kraft an.

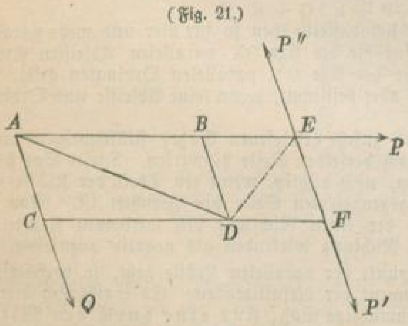
Um diesen Satz zu verdeutlichen, denken wir uns ein Schiff auf einem Flusse, welches zu gleicher Zeit durch einen von der Seite wehenden Wind und durch die Strömung des Flusses fortgetrieben wird. Nehmen wir nun an, daß der Wind allein das Schiff in einer bestimmten Frist von A nach B, die Strömung des Flusses aber ohne den Wind dasselbe in der nämlichen Zeit von A nach C führen würde, so ist die Diagonale AD der Weg, welchen das Schiff in dieser Zeit wirklich zurückgelegt, wenn es beiden Kräften zugleich unterworfen ist.

Aus dem über die Bestimmung der resultirenden Kraft angeführten Satze folgt: — Die Resultirende zweier Kräfte ist niemals größer als die Summe und niemals kleiner als die Differenz der gegebenen Kräfte. Sie wird um so größer, je kleiner der Winkel ist, welchen die gegebenen Kräfte einschließen, und sie fällt um so kleiner aus, es geht um so mehr an Kraft verloren, je größer dieser Winkel ist. Sind die beiden gegebenen Kräfte einander gleich, so halbirt die Resultirende den Winkel, welchen dieselben enschließen. Sind die gegebenen Kräfte ungleich, so fällt die Resultirende näher an die größere als an die kleinere.

Wirken auf einen Punkt mehrere Kräfte, so wird die Resultirende gefunden, wenn man zwei Kräfte zu einer Mittelkraft verbindet, diese dann mit der dritten in eine vereinigt u. s. w.

Sollen drei Kräfte, welche auf einen Punkt wirken, sich das Gleichgewicht halten, so muß die Resultirende von zweien der dritten gerade gleich und entgegengesetzt sein.

(Fig. 21.)



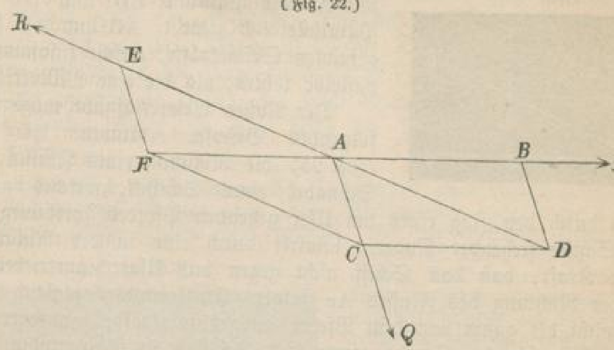
Der Beweis des oben aufgeführten wichtigen Satzes vom Parallelogramm der Kräfte ist folgender: Wenn wir aus den beiden Kräften AB = P und AC = Q (Fig. 21) das Parallelogramm ABDC vollenden, so läßt sich zunächst zeigen, daß die Diagonale AD die Richtung der Resultirenden angibt. Zu diesem Zwecke verlängern wir die Linie AB über den Punkt B, machen die Verlängerung BE = BD und denken uns den Angriffspunkt der Kraft P von A nach E verlegt. Ferner denken wir uns noch im Punkte E zwei entgegengesetzte Kräfte P' und P'' angebracht, welche mit P gleiche Größe, mit AC und BD parallele Richtungen haben. Da die beiden Kräfte P' und P'' sich gegenseitig aufheben, so müssen die vier Kräfte P, Q, P' und P'' die nämliche Resultirende wie die beiden gegebenen Kräfte P und Q haben. Verbinden wir zunächst die beiden Kräfte P und P'' zu einer Resultirenden, so muß dieselbe nach dem in der Anmerkung zum vorh. §. Angeführten den Winkel halbiren, welchen die Richtungen dieser Kräfte am Punkte E einschließen und die verlängerte

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0040-1

Richtung derselben muß folglich durch den Punkt D gehn, da das Parallelogramm BEFD vier gleiche Seiten hat. Vereinigen wir ferner die beiden parallelen Kräfte P′ und Q zu einer Resultirenden, so muß nach dem im vorhergehenden §. erwiesenen Hauptsatze die Resultirende derselben ebenfalls durch den Punkt D gehn, da sich nach unserer Annahme $P : Q = AB : AC = CD : DF$ verhält. Da hiernach der Punkt D sowohl auf der Resultirenden der beiden Kräfte P und P″ als auch auf der Resultirenden der Kräfte P′ und Q liegt, so muß folglich die Resultirende der vier Kräfte P, P′, P″ und Q durch den Punkt D gehn, und dasselbe muß zufolge des oben Angeführten auch von der Resultirenden der beiden gegebenen Kräfte P und Q gelten.

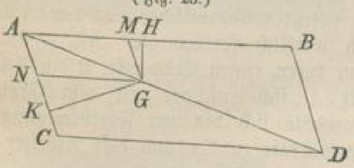
Wir haben nun weiter noch zu zeigen, daß die Diagonale AD des Parallelogramms ABDC auch die Größe der Resultirenden anzeigt. Um dieses darzuthun, verlängern wir die Diagonale AD des Parallelogramms ABCD (Fig. 22) über A und bringen in der Richtung

(Fig. 22.)



dieser Verlängerung eine Kraft $R = AE$ an, von welcher wir annehmen, daß sie mit der Resultirenden der beiden gegebenen Kräfte $P = AB$ und $Q = AC$ gleiche Größe hat. Dann ist offenbar zwischen den drei Kräften P, Q und R Gleichgewicht vorhanden. — Ziehen wir ferner $CF \parallel AE$ und $EF \parallel AC$ und verbinden den Durchschnittspunkt F der Parallelen mit A, so zeigt zufolge des oben Erwiesenen die Diagonale AF des Parallelogramms ACFE die Richtung der Resultirenden der beiden Kräfte Q und R an. Weil aber, wie schon bemerkt, zwischen den drei Kräften P, Q und R Gleichgewicht vorhanden ist, so muß die Richtung der Resultirenden von Q und R der Richtung der dritten Kraft P gerade entgegengesetzt, also FAB eine gerade Linie sein. Nun ist $\triangle ACD \cong EFA$ ($AC = EF$, W. $CAD = FEA$ und $CDA = FAE$), folglich $AD = AE = R$, was gezeigt werden sollte.

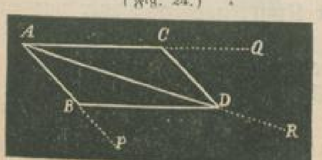
(Fig. 23.)



Wenn man aus irgend einem Punkte G der Resultirenden AD zweier Kräfte $AB = P$ und $AC = Q$ (Fig. 23) Lote auf die Richtungen derselben fällt, so verhalten sich diese Lote GH und GK umgekehrt wie die gegebenen Kräfte. Denn wenn man noch $GM \parallel AC$ und $GN \parallel AB$ zieht, so ist $\triangle GHM \sim GKN$, folglich verhält sich $GH : GK = GM : GN = AC : AB = Q : P$.

Aus dieser Proportion folgt $P \,.\, GH = Q \,.\, GK$,
d. h. für jeden Punkt der Resultirenden sind die statischen Momente der beiden Seitenkräfte einander gleich, wenn man nämlich unter dem statischen Momente einer Kraft für einen gegebenen Punkt das Produkt aus der Größe der Kraft in das aus dem gegebenen Punkte auf die Richtung derselben gefällte Lot versteht.

(Fig. 24.)



Für die mit der Trigonometrie vertrauten Leser fügen wir noch Folgendes hinzu: Ist α der von den Seitenkräften P und Q eingeschlossene Winkel BAC (Fig. 24) und R die Resultirende

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0041-7

derselben, so ist in dem Dreiecke ABD

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \,.\, BD \,.\, \cos ABD$$
$$= AB^2 + BD^2 + 2AB \,.\, BD \cos \alpha,$$

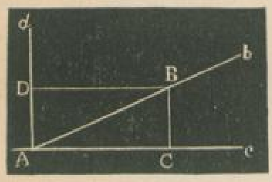
folglich, da sich die Kräfte P, Q und R wie die Linien AB, AC und AD verhalten,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}.$$

§. 25. Zerlegung der Kräfte.

Häufig ist es auch der Fall, daß für eine Mittelkraft AB (Fig. 25) zwei Seitenkräfte von vorgeschriebener Richtung Ac und Ad gesucht werden, welche das nämliche leisten wie die eine gegebene Mittelkraft. Man findet die gesuchten Größen der Seitenkräfte, wenn man durch B mit Ac die Parallele BD und mit Ad die Parallele BC zieht. AC und AD sind die gesuchten Seitenkräfte, welche zusammen eben dasselbe leisten, als die eine Mittelkraft AB.

(Fig. 25.)



Den Nutzen dieser Aufgabe möge zunächst folgendes Beispiel erläutern: Es sei Ac (Fig. 25) die Richtung eines Flusses, A der Schnabel eines Schiffes, welches an einer Leine Ab durch den Zug eines am Ufer gehenden Pferdes fortbewegt wird; ein im Schiffe stehender Ruderer bewirkt durch eine in der Richtung Ad ausgeübte Kraft, daß das Schiff nicht gegen das Ufer hingetrieben wird, sondern der Richtung des Flusses Ac folgt. Es leuchtet sogleich ein, daß hiernach nicht die ganze von dem Pferde ausgeübte Kraft, sondern nur ein Theil derselben für die Fortbewegung des Schiffes in Anwendung kommt. Um diesen Theil zu finden, drücken wir die Kraft, welche das Pferd wirklich ausübt, durch AB aus und zerfällen dieselbe in die beiden Seitenkräfte AC und AD, indem wir BD parallel zu Ac und BC parallel zu Ad ziehen. Die Linie AC gibt uns die verhältnißmäßige Größe der Kraft an, mit welcher das Schiff wirklich fortbewegt wird, und die Linie AD zeigt uns die Kraft an, welche der Ruderer anzuwenden hat, damit das Schiff nicht seitwärts gegen das Ufer getrieben wird.

So wie in dem angeführten Beispiele an Kraft verloren geht, so findet dasselbe in unzähligen anderen Fällen, überhaupt allemal dann statt, wenn ein Körper durch einen Zug in Bewegung gesetzt wird, welcher von der Richtung abweicht, in welcher der Körper sich wirklich fortbewegt. Ist z. B. AB (Fig. 25) die Deichsel einer Karre, an deren einem Endpunkte B ein Arbeiter zieht, während der andere Endpunkt A sich auf der mit dem Erdboden parallelen Linie AC fortbewegt, so verhält sich die zur Fortbewegung der Karre wirklich in Anwendung kommende Kraft zu der von dem Arbeiter ausgeübten Kraft wie AC zu AB.

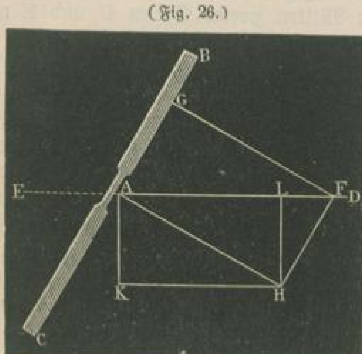
Ein anderes Beispiel von der Zerlegung der Kräfte ist folgendes: — Eine Kraft kann auf eine Fläche einen Druck niemals anders als in senkrechter Richtung hervorbringen. Der Druck, welchen eine schief wirkende Kraft ausübt, ist niemals der vollen Größe der Kraft, sondern immer nur einem Theile derselben gleich, welcher sich auf folgende Art finden läßt: Es sei Ac (Fig. 25) eine ebene Fläche, AB eine schief wirkende Kraft, (z. B. die Kraft eines Wasser- oder Luftstromes). Um den Druck zu bestimmen, welchen diese Kraft auf die Fläche Ac ausübt, zerlegen wir dieselbe in die beiden Seitenkräfte AC und AD, von denen AC der ebenen Fläche parallel und

AD auf derselben senkrecht ist. AD zeigt die Größe des wirklich ausgeübten Druckes an; (AC aber mißt die Kraft, mit welcher die Wasser- der Lufttheilchen längs der Fläche Ac fortbewegt werden). — Der Druck AD ist um so größer, je größer der Neigungswinkel BAC ist, und derselbe ist der vollen Größe der Kraft AB gleich, wenn diese auf der ebenen Fläche Ac senkrecht steht.

Auf die angegebene Art läßt sich der Druck bestimmen, welchen die Strömung des Wassers auf das schief gestellte Steuerruder eines Schiffes, der Wind auf die schief gestellten Segel eines Schiffes oder auf die Flügel einer Windmühle ausübt. Diese letztern sind an der Drehungsaxe so angebracht, daß ihre Ebenen mit derselben schiefe Winkel bilden, und da die Axe allemal so gestellt wird, daß sie in der Richtung des Windes fällt, so werden die Flügel selbst von dem Winde in schiefer Richtung getroffen. Wird nun z. B. der senkrecht in die Höhe gerichtete Flügel nach der rechten Seite hin vom Winde gedrückt, so erleidet der nach unten gerichtete Flügel einen Druck nach der linken Seite, so daß beide die Axe in demselben Sinne zu drehen streben.

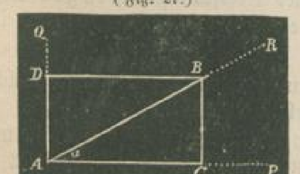
Es sei BC (Fig. 26) der wagerechte Durchschnitt eines Windmühlenflügels und AD die Richtung des Windes; dann ist die Verlängerung dieser Linie AE der Axe, an welcher die Flügel befestigt sind, parallel. Um den senkrechten Druck zu finden, welchen der Wind auf den Flügel BC ausübt, drücken wir die Kraft desselben durch die Linie AF aus und ziehen FG und AH senkrecht auf BC, FH aber parallel mit BC; dann gibt die Linie AH die Größe des vom Winde senkrecht ausgeübten Druckes an. Der Punkt A kann jedoch der Richtung dieses Druckes nicht unmittelbar folgen, sondern sich nur in einer auf der Linie DE senkrechten Richtung fortbewegen. Um nun die Größe der Kraft zu finden, mit welcher der Punkt A in dieser Richtung fortgetrieben wird, zerlegen wir AH nochmals in zwei Seitenkräfte, indem wir AK und HL senkrecht auf DE und HK parallel mit DE ziehen. Dann gibt AK die Größe der Kraft an, mit welcher der Wind den Flügel antreibt, sich um die Axe, an welcher derselbe befestigt ist, zu drehen.

(Fig. 26.)



Wenn wir uns über AF als Durchmesser einen Halbkreis beschrieben denken, so muß dieser durch den Punkt H gehen, da der Winkel AHF ein rechter ist. Es ist daher die Linie LH und also auch AK dann am größten, wenn der Punkt L in den Mittelpunkt des Halbkreises fällt und folglich LH = AL, also Winkel LAH = 45° = LAG ist. Damit die größte Wirkung erzielt werde, müssen hiernach die Flügel an der Drehungsaxe so angebracht sein, daß ihre Ebenen mit derselben Winkel von 45° bilden.

(Fig. 27.)



Ganz ähnliche Betrachtungen würden sich auch über das Steuerruder einer sogenannten fliegenden Brücke anstellen lassen.

Wenn überhaupt eine Kraft AB = R (Fig. 27) in zwei aufeinander senkrechte Seitenkräfte AC = P und AD = Q zerfällt wird und Winkel BAC = α ist, so ist $P = R \cos \alpha$ und $Q = R \sin \alpha$.

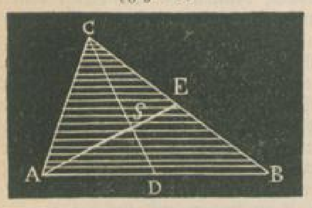
§. 26, a. Schwerpunkt.

In jedem schweren Körper gibt es einen Punkt, bei dessen Unterstützung der Körper ruht; dieser Punkt heißt der Schwerpunkt. Um zu einem klaren Verständniß der Richtigkeit dieses Satzes zu gelangen, dient Folgendes:

Man kann die Schwere eines Körpers als die Summe der Anziehungen ansehen, welche alle materiellen Theile desselben von der Erde erleiden. Obschon die Richtungen dieser anziehenden Kräfte gegen den Mittelpunkt der Erde hin convergiren, so kann man doch wegen der großen Entfernung des Mittelpunktes der Erde die Richtungen der Kräfte, mit welchen die verschiedenen Punkte eines Körpers auf der Erde von derselben angezogen werden, als parallel annehmen. Man kann daher die Schwere eines Körpers als die Resultirende und den Schwerpunkt als den Mittelpunkt dieser parallelen Kräfte ansehen und im Schwerpunkte sich die ganze Schwere eines Körpers vereinigt denken. Es folgt hieraus, daß ein Körper nur so lange ruhen kann, als sein Schwerpunkt unterstützt ist.

Der Schwerpunkt einer Kugel, in welcher die Masse gleichförmig vertheilt ist, liegt offenbar im geometrischen Mittelpunkt derselben, der Schwerpunkt eines gleichförmigen Stabes in dessen Mitte. Der Schwerpunkt eines materiellen Dreiecks (eines dreieckigen Brettes) ABC (Fig. 28) wird gefunden, wenn man die Mitten zweier Seiten D und E mit den gegenüberliegenden Ecken C und A verbindet. Der Durchschnittpunkt S dieser Verbindungslinien ist der gesuchte Schwerpunkt. Denn wenn man sich das Dreieck ABC durch Linien parallel zu AB gezogen in sehr schmale Streifen getheilt denkt, so werden diese Streifen sämmtlich durch CD halbirt. In der Linie CD müssen daher die Schwerpunkte aller Streifen und folglich auch der Schwerpunkt des Dreiecks liegen. Eben so findet man, daß derselbe in der Linie AE liegt. Er muß folglich im Durchschnittspunkte S liegen. — Der Punkt S ist doppelt so weit von der Spitze, als von der Grundlinie enfernt (DS = ½ CS*)).

(Fig. 28.)



Der Schwerpunkt eines beliebigen Vielecks wird gefunden, wenn man dasselbe durch Diagonalen in Dreiecke zerschneidet, die Schwerpunkte und Gewichte der einzelnen Dreiecke bestimmt, diese Gewichte als parallele Kräfte ansieht und (nach Anleitung von §. 23) den Mittelpunkt derselben sucht.

Der Schwerpunkt eines Kreises oder eines kreisförmigen Ringes liegt im Mittelpunkte desselben, der Schwerpunkt eines Parallelogramms im Durchschnittspunkte der beiden Diagonalen.

Der Schwerpunkt eines Prismas fällt in die Mitte der Linie, welche die Schwerpunkte der beiden Grundflächen verbindet.

Der Schwerpunkt einer Pyramide liegt in der Linie, welche die Spitze mit dem Schwerpunkte der Grundfläche verbindet, und ist von der Spitze dreimal so weit als von der Grundfläche entfernt. — Dieses gilt eben so vom Kegel.

Der Schwerpunkt eines Cylinders liegt in der Mitte seiner Axe.

---

*) Vergl. Planimetrie, §. 265.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0044-4
DFG

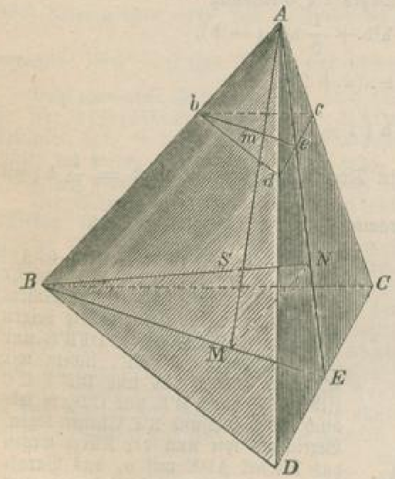
Da alle eckigen Körper sich in Pyramiden zerfällen lassen, so ist man durch das Vorhergehende in den Stand gesetzt, ihre Schwerpunkte auf theoretischem Wege zu bestimmen.

Praktisch wird der Schwerpunkt eines Körpers gefunden, wenn man denselben an zwei beliebigen Stellen an einem Faden aufhängt. Da der Schwerpunkt, wenn der Körper zur Ruhe gekommen ist, jedesmal in der verlängerten Richtung des Fadens liegt, so schneiden sich diese Verlängerungen in dem gesuchten Schwerpunkte.

Ueber die theoretischen Bestimmungen des Schwerpunktes fügen wir noch Folgendes hinzu:

Um den Schwerpunkt einer **dreiseitigen Pyramide** ABCD (Fig. 29) zu finden, halbiren wir eine Seitenkante CD im Punkte E, verbinden diesen Punkt mit den gegenüberstehenden Ecken A und B, theilen die Verbindungslinien AE und BE in den Punkten M und N so, daß $ME = \frac{1}{3}$ BE, $NE = \frac{1}{3}$ AE ist, und verbinden die Theilungspunkte M und N mit A und B. Dann ist der Durchschnittspunkt S dieser Verbindungslinien der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide ABCD. — Denn wenn wir in irgend einem Abstande von der Spitze A die Pyramide ABCD mit einer der Grundfläche BCD parallelen Ebene bcd durchschneiden, welche von den Linien AE und AM in den Punkten m und e getroffen wird, so ist, wie leicht zu sehen, $ce = de$ und $me = \frac{1}{2}$ mb, folglich der Punkt m der Schwerpunkt des Dreiecks bcd. Denken wir uns daher die Pyramide parallel mit der Grundfläche BCD in unendlich viele, unendlich dünne Schichten zerschnitten, so fallen die Schwerpunkte dieser sämmtlichen Schichten in die Linie AM, in welcher daher auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide enthalten sein muß. — Da nun aus gleichen Gründen der Schwerpunkt der Pyramide auch auf der Linie BN liegen muß, so muß derselbe folglich in den Punkt S fallen, in welchem sich die Linien AM und BN durchschneiden. — Verbinden wir noch die Punkte M und N, so ist, wie leicht zu sehen, $MN \parallel AB$ und $\triangle MNS \sim ABS$; daher verhält sich $MS : AS = MN : AB = EM : EB = 1 : 3$. Demnach ist MS dem vierten Theile von AM und folglich auch der senkrechte Abstand des Schwerpunktes S von der Grundfläche BCD dem vierten Theile der Höhe der Pyramide gleich.

(Fig. 29.)



Ist die **Grundfläche** der **Pyramide** ein **mehrseitiges Vieleck**, so muß zunächst der Schwerpunkt derselben auf der Linie liegen, welche die Spitze mit dem Schwerpunkt S der Grundfläche verbindet. Denn diese Linie durchschneidet jeden mit der Grundfläche parallelen Durchschnitt in einem Punkte S', dessen Lage in dem der Grundfläche ähnlichen Durchschnitte ganz homolog ist der Lage des Punktes S in der Grundfläche, und der folglich, da S nach unserer Annahme der Schwerpunkt der Grundfläche sein soll, der Schwerpunkt des ähnlichen Durchschnitts sein muß. — Der Schwerpunkt der Pyramide muß ferner um ein Viertel der Höhe von der Grundfläche abstehen, da, wenn wir uns die mehrseitige Pyramide durch Ebenen, welche durch die Spitze gehen, in dreiseitige zerlegt denken, die Schwerpunkte dieser dreiseitigen Pyramiden sämmtlich den angegebenen Abstand von der Grundfläche haben.

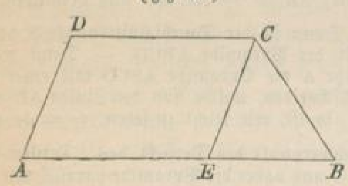
Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0045-0 DFG

Aus dem für die Pyramiden Erwiesenen ergibt sich leicht weiter, daß der Schwerpunkt eines **Kegels** in der Axe desselben liegt und um den vierten Theil derselben von dem Mittelpunkte der Grundfläche absteht.

Ehe wir zu weiteren Ableitungen übergehen, schicken wir noch den folgenden, für dieselben wichtigen Satz voran: Da nach §. 23, Anm., das statische Moment mehrerer parallelen Kräfte für irgend eine Axe gleich der Summe der statischen Momente der einzelnen Kräfte für diese Axe ist, so folgt hieraus, daß, wenn ein Körper aus Theilen besteht, das statische Moment des ganzen Körpers gleich ist der Summe der statischen Momente der einzelnen Theile.

Der Schwerpunkt eines **Trapezes** ABCD (Fig. 30) muß aus demselben Grunde, welchen wir oben in dem Haupttexte für das Dreieck in Anwendung gebracht haben, in der Linie liegen, welche die Mitte der parallelen Seiten AB und CD verbindet. Um seinen Abstand von der größeren Parallelen AB, welchen wir mit x bezeichnen wollen, zu bestimmen, zerschneiden wir das Trapez durch die Linie CE, welche wir mit AD parallel ziehen, in das Parallelogramm AECD und das Dreieck BCE und denken uns AB als Momenten-Axe. Dann sind, wenn wir AB = a und CD = b setzen und die Höhe des Trapezes mit h bezeichnen, die Inhalte des Trapezes, des Parallelogramms und des Dreiecks

(Fig. 30.)



$$h \cdot \frac{a+b}{2},\ h \cdot b,\ \frac{1}{2} h \cdot (a-b)$$

und die Abstände ihrer Schwerpunkte von AB

$$x,\ \frac{1}{2} h \text{ und } \frac{1}{3} h.$$

Wir erhalten daher zufolge des oben über die statischen Momente angeführten Satzes die Gleichung

$$h \cdot \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot x = \frac{1}{2} h^2 b + \frac{1}{6} h^2 (a-b),$$

oder

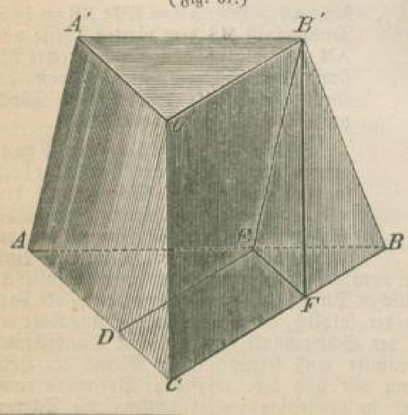
$$(a+b)\, x = \frac{1}{3} h \cdot (a + 2b),$$

also

$$x = \frac{1}{3} h \left(1 + \frac{b}{a+b}\right).$$

Ist $b = 0$, so geht das Trapez in ein Dreieck über, und x wird $= \frac{1}{3} h$; ist $b = a$, so ist das Trapez ein Parallelogramm, und x wird dann $= \frac{1}{2} h$.

(Fig. 31.)



Um den Schwerpunkt einer **abgekürzten dreiseitigen Pyramide** ABCA'B'C' (Fig. 31) zu bestimmen, zerschneiden wir dieselbe in die beiden Prismen A'B'C'AED, CC'DFB'E und in die Pyramide B'BEF, indem wir B'E und C'D ∥ A'A und B'F ∥ C'C ziehen und durch B'E und C'D, so wie auch durch B'E und B'F Ebenen legen. Bezeichnen wir nun der Kürze wegen das Dreieck ADE mit α, das Parallelogramm CDEF mit 2β und das Dreieck BEF mit γ, ferner die Höhe der abgekürzten Pyramide mit h, dann sind die Inhalte der drei Körper A'B'C'ADE, CC'DFB'E und BB'EF gleich

$$h\alpha,\ h\beta^{*)} \text{ und } \frac{1}{3} h\gamma,$$

*) Das Prisma CC'DFB'E ist die Hälfte eines Parallelepipedums, welches CDEF zur Grundfläche und h zur Höhe hat.

und die Abstände ihrer Schwerpunkte von der Grundfläche ABC gleich

$$\frac{1}{2}\,h,\ \frac{1}{3}\,h \text{ und } \frac{1}{4}\,h.$$

Bezeichnen wir den Inhalt des ganzen Körpers mit k und den Abstand seines Schwerpunktes von der Grundfläche ABC mit x, so erhalten wir, da der ganze Körper der Summe der drei Theile und das statische Moment desselben der Summe der statischen Momente dieser Theile gleich sein muß, die Gleichungen

$$1)\ k = h\left(\alpha + \beta + \frac{1}{3}\gamma\right) = \frac{1}{3}h\,(3\alpha + 3\beta + \gamma)$$

$$2)\ k\,.\,x = h^2\left(\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{3}\beta + \frac{1}{12}\gamma\right) = \frac{1}{12}h^2\,(6\alpha + 4\beta + \gamma).$$

Setzen wir, um abzukürzen, $3\alpha + 3\beta + \gamma = g$, so ist g die Grundfläche einer Pyramide, welche mit dem gegebenen Körper k gleiche Höhe und gleichen Inhalt hat, und die vorstehenden Gleichungen gehen in die folgenden über:

$$3)\ k = \frac{1}{3}hg = \frac{1}{12}h\,.\,4g$$

$$4)\ kx = \frac{1}{12}h^2\,(2g - 2\beta - \gamma).$$

Dividiren wir diese Gleichungen in einander, so ergibt sich

$$5)\ x = h\left(\frac{1}{2} - \frac{2\beta + \gamma}{4g}\right) = \frac{1}{2}h\left(1 - \frac{2\beta + \gamma}{2g}\right).$$

Da $2\beta + \gamma$ offenbar der Differenz der beiden Grundflächen ABC und A'B'C', welche wir mit G und G' bezeichnen wollen, gleich ist, so verwandelt sich die vorstehende Gleichung in

$$6)\ x = \frac{1}{2}h\left(1 - \frac{G - G'}{2g}\right).$$

Beim Prisma ist $G = G'$, und die Gleichung (6) ergibt $x = \frac{1}{2}h$; bei der vollständigen Pyramide ist $G' = 0$ und $G = g$ und unsere Gleichung liefert für x den Werth $\frac{1}{4}h$.

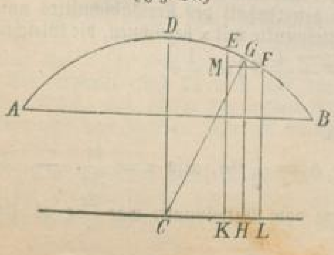
Daß aber diese Gleichung nicht bloß für die dreiseitige abgekürzte, sondern auch für jede vierseitige abgekürzte Pyramide und den abgekürzten Kegel Giltigkeit hat, so wie, daß der Schwerpunkt in der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Grundflächen liegen muß, wird nach den früher ausgeführten Entwicklungen eines besondern Beweises nicht bedürfen.

Der Schwerpunkt eines Kegelmantels muß, wie sofort einleuchtet, in der Axe desselben liegen. — Denken wir uns, um die Lage des Schwerpunktes in der Axe genauer zu bestimmen, den Kegelmantel durch Linien, von der Spitze nach dem Umfange der Grundfläche gezogen, in unendlich schmale Streifen zerschnitten, so werden wir dieselben füglich als Dreiecke ansehen können. Da nun der Schwerpunkt eines jeden dieser Dreiecke doppelt so weit von der Spitze als von der Grundfläche absteht, so muß dasselbe auch von dem Schwerpunkte des Kegelmantels gelten.

Die Lage des Schwerpunkts eines abgekürzten Kegelmantels erhalten wir nach der nämlichen Regel, welche wir oben für das Trapez entwickelt haben.

Der Schwerpunkt eines materiellen Kreisbogens ADB (Fig. 32) muß offenbar in dem Radius CD liegen, welcher die Mitte des Bogens mit dem Mittelpunkte verbindet. Nehmen wir auf dem Bogen ADB einen unendlich kleinen Theil EF an, so werden wir diesen unendlich kleinen Bogen EF ohne erheblichen Fehler mit seiner Sehne verwechseln und annehmen können, daß sein Schwerpunkt in den Halbirungspunkt G fällt. Ziehen wir nun durch den Mittelpunkt C eine zum Radius CD senkrechte Linie und fällen auf dieselbe das Lot GH, so ist das statische Moment des Bogens EF für die Linie CH als Axe gleich EF . GH.

(Fig. 32.)



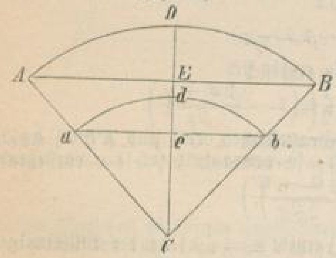
Ziehen wir ferner EK und FL ∥ GH und FM ∥ KL, so ist $\triangle$ EMF $\sim$ CHG (W. CGH + HGF = 90° = HGF + GFM, also CGH = GFM und W. CHG = EMF = 90°).

Daher verhält sich $EF : FM = CG : GH;$
folglich ist das statische Moment des unendlich kleinen Bogens EF
$$EF \,.\, GH = CG \,.\, FM = r \,.\, KL,$$
wenn wir den Radius CG mit r bezeichnen.

Denken wir uns nun den Bogen ADB in unendlich viele, unendlich kleine Theile getheilt, auf welche wir die so eben angestellte Ueberlegung anwenden, so werden wir leicht zu dem Schlusse gelangen, daß das statische Moment des Bogens ADB gleich
$$r \,.\, AB = r \,.\, s$$
ist, wenn wir der Kürze wegen die Sehne $AB = s$ setzen. Bezeichnen wir dann weiter den Abstand des Schwerpunktes des Bogens ADB vom Mittelpunkte C mit x und die Länge dieses Bogens, (wenn wir uns denselben zur geraden Linie ausgestreckt denken), mit l, so erhalten wir die Gleichung $l \,.\, x = r \,.\, s$, also $x = \frac{r \,.\, s}{l}$.

Für den Halbkreis ist $s = 2r$ und $l = r\pi$, daher $x = \frac{2r}{\pi}$.

(Fig. 33.)



Um die Lage des Schwerpunktes eines Kreisausschnittes CADB (Fig. 33) zu bestimmen, denken wir uns denselben durch Linien aus dem Mittelpunkte gezogen in unendlich viele, unendlich schmale Streifen zerschnitten. Da wir diese Streifen als Dreiecke ansehen können, so stehen die Schwerpunkte derselben sämmtlich um $^2/_3$ des ganzen Radius vom Mittelpunkte C ab, und der Schwerpunkt des Kreisausschnittes muß folglich mit dem Schwerpunkte eines materiellen Kreisbogens adb zusammenfallen, welchen wir uns zwischen CA und CB mit $^2/_3$ des Radius um den Punkt C beschrieben denken. Bezeichnen nun die Buchstaben r, s, l für den Bogen ADB dasselbe wie bei der vorstehenden Ableitung, und haben die Buchstaben r′, s′, l′ die nämliche Bedeutung für den Bogen adb, so ist der Abstand des Schwerpunktes des Bogens adb, also auch des Kreisausschnittes CADB vom Mittelpunkte C,
$$x = \frac{r' \,.\, s'}{l'},$$
oder da $r' = \frac{2}{3}r$, also auch $s' = \frac{2}{3}s$ und $l' = \frac{2}{3}l$ ist,
$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \,.\, s}{l}.$$

Der Kreisabschnitt ADB (Fig. 33) ist die Differenz zwischen dem Kreisausschnitte CADB und dem Dreiecke ACB. Die Inhalte dieser beiden Figuren sind
$$\frac{1}{2}rl \text{ und } \frac{1}{2}s \,.\, \sqrt{r^2 - \frac{1}{4}s^2}.$$

Die Abstände ihrer Schwerpunkte vom Mittelpunkte C sind zufolge des Vorhergehenden
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{rs}{l} \text{ und } \frac{2}{3}\sqrt{r^2 - \frac{1}{4}s^2}.$$

Da nun für eine durch den Punkt C zur Sehne AB parallel gezogene Axe das Moment des Abschnittes gleich der Differenz der Momente des Ausschnittes und des Dreiecks sein muß, so erhalten wir, wenn wir den Inhalt des Kreisabschnittes mit A und den Abstand seines Schwerpunktes vom Mittelpunkte mit x bezeichnen, die Gleichung
$$A \,.\, x = \frac{1}{3}r^2s - \frac{1}{3}s\left(r^2 - \frac{1}{4}s^2\right) = \frac{1}{12}s^3,$$
folglich
$$x = \frac{s^3}{12A}.$$

Bei einem Halbkreise ist $s = 2r$ und $A = \frac{1}{2}r^2\pi$, also $x = \frac{4r}{3\pi}$. — Der Abstand des Schwerpunktes der halben Peripherie vom Mittelpunkte war $\frac{2r}{\pi}$; es liegt

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0048-7 DFG

daher der Schwerpunkt der halben Kreislinie anderthalbmal so weit vom Mittelpunkte entfernt als der Schwerpunkt der halben Kreisfläche.

Der Schwerpunkt einer Kugelzone liegt offenbar in der Axe derselben. Denken wir uns die Kugelzone durch unendlich viele gleich weit von einander abstehende und senkrecht zur Axe gelegte Ebenen in unendlich schmale kreisförmige Streifen zerschnitten, so haben diese Streifen, da wir ihnen gleiche Höhe gegeben haben, auch gleichen Flächeninhalt, und da überdies ihre Schwerpunkte sämmtlich auf der Axe der Zone liegen, so sieht man leicht ein, daß der Schwerpunkt der Zone selbst in die Mitte des Theiles der Axe fällt, welcher die Höhe der Zone bildet.

Um den Schwerpunkt eines kegelförmigen Kugelausschnittes zu finden, denken wir uns denselben als aus unendlich vielen Kegeln bestehend, welche sämmtlich ihre Spitzen im Mittelpunkte der Kugel haben, und deren Grundflächen zusammen die den Kugelausschnitt begrenzende Zone bilden. Da die Schwerpunkte dieser Kegel sämmtlich um drei Viertel des Radius vom Kugelmittelpunkte abstehen, so ergibt sich aus einer ähnlichen Ueberlegung, wie wir früher für den Kreisausschnitt angestellt haben, daß der Schwerpunkt des Kugelausschnittes mit dem Schwerpunkte einer Kugelzone zusammenfällt, welche wir uns um den Kugelmittelpunkt mit $\frac{3}{4}r$ innerhalb der den Ausschnitt begrenzenden Kegelfläche beschrieben denken. Der Schwerpunkt dieser Zone liegt aber, wie wir gesehen haben, in der Mitte ihrer Höhe. — Nehmen wir in Fig. 33 an, daß $aC = \frac{3}{4}AC$ ist, so liegt der gesuchte Schwerpunkt in der Mitte der Linie de, welche, wie leicht zu sehen, gleich $\frac{3}{4}DE = \frac{3}{4}h$ ist, wenn wir $DE = h$ setzen. Demnach ist der Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkte C

$$x = Ce + \frac{1}{2}de = \frac{3}{4}CE + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}DE = \frac{3}{4}(r-h) + \frac{3}{8}h = \frac{3}{8}(2r-h).$$

Den Kugelabschnitt können wir uns als die Differenz zwischen einem Kugelausschnitte und einem Kegel vorstellen. Die Inhalte dieser Körper sind

$$\frac{2}{3}hr^2\pi \text{ und } \frac{1}{3}h(r-h)(2r-h)\pi\text{*)},$$

und die Abstände ihrer Schwerpunkte vom Mittelpunkte sind

$$\frac{3}{8}(2r-h) \text{ und } \frac{3}{4}(r-h).$$

Bezeichnen wir daher mit x den Abstand des Schwerpunktes des Abschnittes vom Mittelpunkte, so erhalten wir, da der Inhalt des Abschnittes gleich

$$\frac{2}{3}hr^2\pi - \frac{1}{3}h(r-h)(2r-h)\pi = \frac{1}{3}h^2(3r-h)\pi$$

ist, die Gleichung

$$\frac{1}{3}h(3r-h)x = \frac{1}{4}r^2(2r-h) - \frac{1}{4}(r-h)^2 . (2r-h),$$

also

$$x = \frac{3(2r-h)^2}{4(3r-h)}.$$

Für die Halbkugel ist $h = r$, also $x = \frac{3}{8}r$; für die halbe Kugelfläche ist zufolge des Obigen $x = \frac{1}{2}r$.

Endlich führen wir über den Schwerpunkt noch den folgenden Satz an. In der Anmerkung zu §. 23 haben wir gesehen, daß die Summe der statischen Momente paralleler Kräfte für eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe gleich Null ist. Da nun der Schwerpunkt eines Körpers als der Mittelpunkt der parallelen Kräfte angesehen werden kann, mit denen die materiellen Theile desselben von der Erde angezogen werden und das statische Moment eines Körpers gleich der Summe der statischen Mo-

*) Der Kugelausschnitt ist einer Pyramide gleich, welche den Radius r zur Höhe und die den Ausschnitt begrenzende Zone $2r\pi h$ zur Grundfläche hat; die Höhe des Kegels aber ist $= r - h$ und der Radius seiner Grundfläche $= \sqrt{h(2r-h)}$.

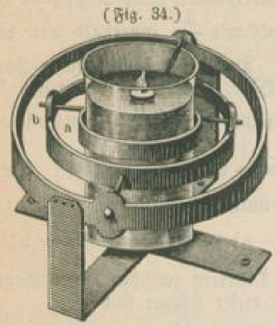
mente aller materiellen Theile desselben ist, so folgt hieraus, daß für eine durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende Axe das statische Moment desselben gleich Null ist.

§. 26, b. Fortsetzung.

Wenn ein Körper in einem einzigen Punkte unterstützt ist, so müssen für den Fall des Gleichgewichts der Schwerpunkt und der unterstützte Punkt in einer lotrechten Linie liegen. Wir unterscheiden hierbei folgende Fälle:

1) Wenn der unterstützte Punkt lotrecht über dem Schwerpunkte liegt, wie dies bei einem aufgehängten Körper der Fall ist, so strebt dieser bei einer kleinen Verrückung von selbst in die frühere Lage zurückzukehren, und man sagt dann, der Körper befinde sich im stabilen Gleichgewichte.

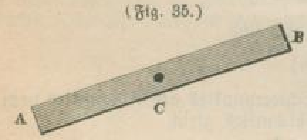
(Fig. 34.)



Dieses Princip findet unter andern bei der Schiffslampe Anwendung, welche in zwei Ringen aufgehängt ist. Der innere Ring a (Fig. 34) welcher die Lampe selbst trägt, ist um zwei Stifte drehbar, welche von dem äußeren Ringe b getragen werden, und dieser ist eben so um zwei andere Stifte beweglich, welche sich mit jenem rechtwinkelig kreuzen und von einem größeren, das Ganze umschließenden Ringe getragen werden.

2) Fällt der Unterstützungspunkt in den Schwerpunkt, so ruht der Körper in jeder Lage. Man kann dies an einem Rade sehen, welches sich um eine wagerecht liegende Axe drehen läßt. Aber auch jeder andere Körper, z. B. der längliche Körper AB (Fig. 35), welcher um eine wagerechte Axe drehbar ist, muß ruhen, wenn diese Axe gerade durch den Schwerpunkt C geht, da in diesem Falle keine der beiden Hälften AC oder BC ein Uebergewicht haben kann. Man nennt diesen Fall indifferentes Gleichgewicht.

(Fig. 35.)



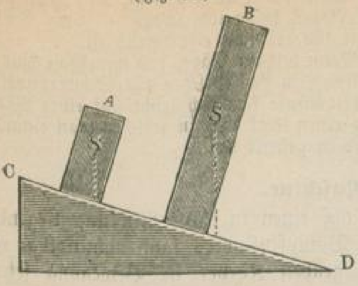
3) Wenn der Unterstützungspunkt lotrecht unter dem Schwerpunkte liegt, z. B. wenn man einen Körper auf einer feinen Spitze balancirt, so kann der Körper zwar in dieser Lage ruhen, aber er verändert dieselbe bei der kleinsten Verrückung gänzlich; man sagt daher, der Körper befinde sich im labilen Gleichgewichte.

Soll ein von unten unterstützter Körper mit Stabilität ruhen, so müssen im allgemeinen*) wenigstens drei Punkte desselben, welche nicht in gerader Linie liegen, unterstützt sein, und eine lotrechte Linie durch den Schwerpunkt gezogen, muß durch die Fläche des Dreiecks gehen, welches diese drei Punkte bestimmen. Eben so muß, wenn ein Körper mit einer ganzen Fläche auf einer Unterlage mit Stabilität ruhen soll, eine durch den Schwerpunkt gezogene lotrechte Linie die unterstützte Fläche durchschneiden. —

*) Es gibt indeß auch Fälle, wo Körper nur in einem einzigen Punkte unterstützt sind und mit Stabilität ruhen, z. B. eine Halbkugel, welche mit der nach unten gewendeten krummen Fläche auf einer horizontalen Unterlage ruht.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0050-6
DFG

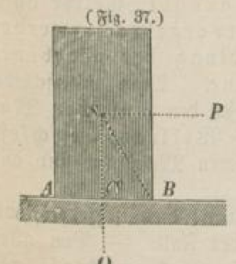
(Fig. 36.)



Der Körper A (Fig. 36), welcher von der schiefen Unterlage CD getragen wird, ruht auf derselben mit Stabilität, weil das durch den Schwerpunkt S gezogene Lot die unterstützte Fläche durchschneidet; der Körper B muß dagegen umfallen, weil für denselben diese Bedingung nicht erfüllt ist. — Ein hoch beladener Wagen, überhaupt Körper, deren Schwerpunkt hoch liegt, fallen unter übrigens gleichen Umständen leichter um, als solche, deren Schwerpunkt niedrig liegt.

Die Stabilität eines Körpers, welcher auf einer horizontalen Unterlage ruht, wird gemessen durch eine wagerechte Kraft, welche man sich im Schwerpunkte desselben angebracht denkt, und die eben im Stande ist, den Körper umzuwerfen.

(Fig. 37.)



Bezeichnet P die Größe dieser Kraft, Q das Gewicht des Körpers, ferner a die Höhe des Schwerpunktes S über der Grundfläche AB (Fig. 37) und b die Entfernung des Punktes C, in welchem eine durch den Schwerpunkt S lotrecht gezogene Linie die Unterstützungsfläche AB durchschneidet, von der Kante B, um welche der Körper gedreht werden soll, so ist das Moment der Kraft P für diese Kante $= a \cdot P$ und das Moment des Körpers $= b \cdot Q$. Das Gleichgewicht ist also vorhanden, d. h. die Resultirende der beiden Kräfte P und Q geht (zufolge §. 24, Anm.) durch die Umdrehungskante, wenn $a \cdot P = b \cdot Q$, folglich $P = \frac{b \cdot Q}{a}$ ist. Die Stabilität eines Körpers ist demnach um so größer, je größer sein Gewicht ist, je weiter die durch den Schwerpunkt gezogene lotrechte Linie von der Umdrehungskante absteht und je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Bei einem aufrecht stehenden Menschen fällt der Schwerpunkt ohngefähr in die Mitte des Unterleibes; eine Linie, lotrecht durch den Schwerpunkt gezogen, muß das Trapez durchschneiden, welches die Füße bestimmen. Die Stabilität eines Menschen ist daher um so größer, je weiter die Füße aus einander stehen. Läuft ein Mensch Gefahr, nach der linken Seite hin zu fallen, so sucht er durch Aufheben des rechten Armes den Schwerpunkt wieder über jenes Trapez zu bringen. Eben so hält der Seiltänzer die Balancirstange nach der Seite, welche der entgegengesetzt ist, nach welcher er Gefahr läuft zu fallen, um den Schwerpunkt wieder über das Seil zu bringen. Trägt ein Mensch an einer Seite eine Last, so fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Menschen und der Last mehr nach dieser Seite, und er muß sich daher mehr nach der entgegengesetzten Seite neigen, um den Schwerpunkt senkrecht über die Fläche zu bringen, welche zwischen seinen Füßen liegt. — Beim Gehen wird durch Aufheben und Vorwärtsbewegen des einen Fußes und durch Vorwärtsneigen des Oberleibes das Gleichgewicht aufgehoben, und der ganze Körper fängt an, nach vorn hin zu fallen, bis er am weiteren Fallen durch das Niedersetzen des aufgehobenen Fußes verhindert wird. Indem wir dasselbe abwechselnd mit dem einen und dem andern Fuße wiederholen, ist unser Gehen ein beständiges Fallen von einem Fuße auf den andern.

Die Kunst des Balancirens besteht darin, den unterstützten Punkt beständig in lotrechter Linie unter den Schwerpunkt des balancirten Körpers zu halten oder bei einer Abweichung wieder unter denselben zu bringen. — Es ist leichter einen rotirenden als einen ruhenden Körper zu balanciren, weil bei jenem der Schwerpunkt einen Kreis beschreibt, und um das Umfallen zu verhindern, bei rascher Rotation fast nur erforderlich ist, daß der unterstützte Punkt senkrecht unter der Fläche dieses Kreises liegt, (und weil zufolge §. 19, c ein rotirender Körper die Lage der Umdrehungsaxe beizubehalten strebt). — Schwere Körper sind leichter zu balanciren als leichte, weil jene einen stärkeren Druck auf die Unterlage, z. B. die Fingerspitze, ausüben und daher eine Veränderung dieses Druckes leichter empfunden wird. — Ein Körper ist leichter zu balanciren, wenn sein Schwerpunkt hoch liegt, als wenn er niedrig liegt, weil dann beim Umfallen der Schwerpunkt einen größeren Bogen beschreibt, wozu — ganz ähnlich wie bei einem längeren Pendel — auch eine längere Zeit erforderlich ist.

Verschiedene Spielereien, wie z. B. der Mann mit der Säge, das chinesische Burzelmännchen u. a. m. finden ihre leichte Erklärung in den Gesetzen des Schwerpunktes; — ferner folgender Versuch: Eine kleine Geldmünze läßt sich leicht auf einer Nadelspitze balanciren, wenn man auf die Münze einen Kork setzt, in welchen man einander gegenüber zwei schief abwärts gerichtete Gabeln gesteckt hat.

§. 27. Maschine.

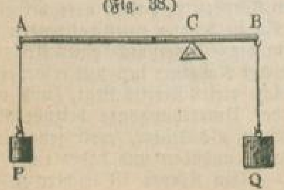
Eine Kraft kann unmittelbar nur auf einen in ihrer Richtung liegenden Punkt wirken. Die Kolbenstange eines Dampfcylinders kann unmittelbar nur einen in der Richtung der Stange liegenden Körper in Bewegung setzen. Soll durch dieselbe irgend ein Körper bewegt werden, welcher sich außerhalb dieser Richtung befindet, so bedarf es hierzu einer besonderen Vorrichtung, des Balancirers, des Schwungrades u. s. w. Eine jede Vorrichtung, vermittelst deren eine Kraft eine Wirkung ausübt, welche ohne diese Vorrichtung nur durch eine Kraft hervorgebracht werden könnte, deren Richtung nicht mit der Richtung der gegebenen Kraft zusammenfällt, heißt eine Maschine. Man unterscheidet einfache und zusammengesetzte Maschinen. Zu den einfachen Maschinen rechnet man: den Hebel, die Rolle, das Wellrad, die schiefe Ebene, den Keil und die Schraube. Alle anderen Maschinen sind aus diesen zusammengesetzt.

Bei sehr vielen Maschinen wird an Kraft gewonnen; dies ist jedoch, wie wir bald weiter sehen werden, keineswegs immer der Fall. — Von allen Maschinen ohne Ausnahme aber gilt das Gesetz: So viel an Kraft gewonnen wird, eben so viel geht am Wege verloren; d. h. so vielmal die Last größer ist, als die Kraft, welche ihr das Gleichgewicht hält, eben so vielmal ist bei entstehender Bewegung der Weg, welchen die Last beschreibt, kleiner als der Weg, welchen die Kraft durchläuft. Die folgenden Angaben über die einzelnen Maschinen werden durchgehends dieses Gesetz bestätigen. Bei der praktischen Anwendung desselben zur Berechnung des wirklichen Effectes irgend einer bestimmten Maschine hat man jedoch nicht außer Acht zu lassen, daß ein großer Theil dieses Effectes durch die Reibung verloren geht.

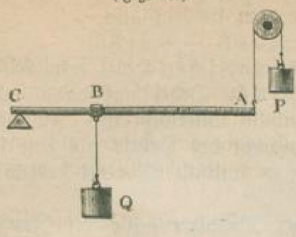
§. 28. Hebel.

Ein Hebel ist eine unbiegsame Stange, welche sich um einen festen Punkt drehen läßt, und an welcher in willkürlichen Punkten Kräfte angebracht sind, welche die Stange zu drehen streben. Um das Gesetz des Hebels in seiner größten Einfachheit vortragen zu können, wollen wir uns die Hebelstange selbst für's erste ohne Schwere denken. Man nennt einen solchen Hebel einen mathematischen zum Unterschiede von dem wirklichen oder physischen Hebel. — Weiter wollen wir zunächst annehmen, daß auf einen Hebel nur zwei Kräfte P und Q (Fig. 38) wirken. Da ferner der Hebel, wie schon sein Name sagt, häufig dazu angewendet wird, Lasten zu heben, so wollen wir die eine Kraft Q die Last, die andere P vorzugsweise die Kraft nennen. Wenn Kraft und Last an entgegengesetzten

(Fig. 38.)



(Fig. 39.)



Seiten vom Unterstützungspunkte angebracht sind, so heißt der Hebel **zweiarmig** (Fig. 38); liegen aber beide an derselben Seite vom Unterstützungspunkte (Fig. 39), so wird der Hebel **einarmig** genannt. Man unterscheidet ferner **gradlinie, Winkel- und krummlinige Hebel**, je nachdem die Hebelarme eine gerade Linie oder einen Winkel bilden oder aus krummen Linien bestehen. — Von allen Arten von Hebeln aber gilt das Gesetz: **Am Hebel ist das Gleichgewicht vorhanden, wenn sich Kraft und Last umgekehrt verhalten, wie ihre senkrechten Entfernungen vom Unterstützungspunkte**, also wenn sich verhält

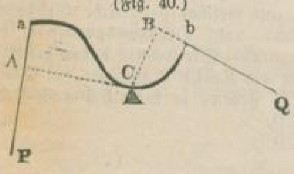
$$P : Q = BC : AC.$$

Wenn daher z. B. AC dreimal so groß ist, als BC, so wird man der Last Q mit einer dreimal kleinern Kraft P das Gleichgewicht zu halten im Stande sein. — Soll aber die Last Q durch die Kraft P wirklich gehoben werden, so wird die Kraft P einen dreimal so großen Weg zu durchlaufen haben, als die Last Q.

Das so eben ausgesprochene Gesetz ist offenbar nur eine besondere Anwendung des in §. 23 aufgestellten Gesetzes über die Zusammensetzung und Zerfällung paralleler Kräfte.

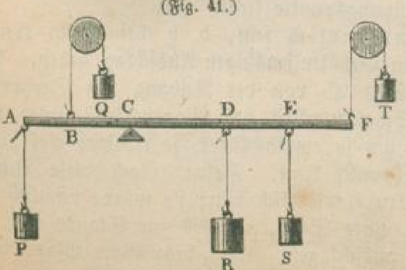
Wenn die Arme eines Hebels nicht geradlinig sind oder die Kräfte P und Q auf dieselben in schiefen Richtungen wirken, so hat man nicht die Hebelarme aC und bC (Fig. 40), sondern die aus dem Unterstützungspunkte C auf die Richtungen der Kräfte oder ihre Verlängerungen gefällten Lote AC und BC als die Entfernungen der Kräfte vom Unterstützungspunkte anzusehen. Auch hier gilt für den Fall des Gleichgewichtes die Proportion $P : Q = BC : AC$.

(Fig. 40.)



Da in jeder Proportion das Product der äußeren Glieder gleich ist dem Producte der inneren Glieder, so läßt sich die vorstehende Proportion $P : Q = BC : AC$ auch so schreiben $P . AC = Q . BC$. Man nennt das Product aus der Kraft in ihre senkrechte Entfernung vom Unterstützungspunkte das **statische Moment**. Hiernach läßt sich das Gesetz vom Hebel auch so aussprechen: — **Am Hebel ist das Gleichgewicht vorhanden, wenn die statischen Momente gleich sind.**

(Fig. 41.)



Wirken auf einen Hebel mehr als zwei Kräfte, z. B. auf den Hebel AF (Fig. 41) die Kräfte P, Q, R, S und T, von denen P und T den Hebel nach der einen Seite, Q, R und S aber nach der entgegengesetzten Seite zu drehen streben, so findet das Gleichgewicht statt, wenn die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche den Hebel nach der einen Seite zu drehen streben, gleich ist der Summe der statischen Momente der Kräfte, welche den Hebel nach der andern Seite zu drehen streben, also

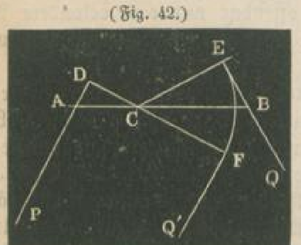
$$P . AC + T . CF = Q . BC + R . CD + S . CE.$$

Die bisher für den schwerlosen oder **mathematischen** Hebel entwickelten Gesetze haben für den wirklichen oder **physischen** Hebel nur dann volle Gültigkeit, wenn derselbe in seinem Schwerpunkte unterstützt ist. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so hat man das Gewicht des Hebels als eine im Schwerpunkte wirkende Kraft anzusehen und das statische Moment derselben mit in Rechnung zu bringen.

Der Hebel findet unzählige Anwendungen. Beispiele sind: die Zange, Scheere, die gemeine Wage, bei welcher Kraft und Last einander gleich sein müssen, weil die Hebelarme eine gleiche Länge haben; die Schnellwage, bei welcher die abzuwägende Last am kürzern Hebelarme hängt und durch ein bewegliches Gewicht am längern Hebelarme ins Gleichgewicht gebracht wird; der Winkelhebel beim Schellenzuge, die Thürklinke, der Schlüssel, Bohrer, der Hebebaum, die Häckselschneide u. s. w.

Das Gesetz über das Gleichgewicht am Hebel läßt sich in voller Allgemeinheit aus dem Satze über die Zusammensetzung paralleler Kräfte in folgender Art ableiten:

(Fig. 42.)



Wenn auf den in C unterstützten Hebel AB (Fig. 42) zwei Kräfte P und Q wirken, so muß für den Fall des Gleichgewichtes die Resultirende dieser Kräfte offenbar durch C gehen. Fällen wir aus C auf die verlängerten Richtungen der Kräfte P und Q die Senkrechten CD und CE, beschreiben wir ferner um C mit CE einen Kreis, welcher die verlängerte Linie CD in F schneidet, und denken wir uns dann in F senkrecht auf CF eine Q gleiche Kraft Q′ angebracht, so sieht man leicht ein, daß diese Kraft am Hebel ganz die nämliche Wirkung wie die Kraft Q, mit welcher sie gleiche Größe und gleichen Abstand vom Drehungspunkte C hat, hervorbringen muß. Wir werden daher die Kraft Q durch die Kraft Q′ ersetzen können. Sollen aber die Kräfte P und Q′ im Gleichgewichte sein, also die Resultirende derselben durch C gehen, so muß sich nach §. 23 verhalten

$$P : Q' = CF : CD,$$

oder da $CF = CE$ und $Q' = Q$ ist: $P : Q = CE : CD.$

*§. 29. Wage. III

Die **Wage** besteht aus dem **Wagebalken**, der **Zunge** und den **Schalen**. Die Erfordernisse einer guten Wage sind:

1) Bei gleicher Belastung der Wagschalen muß der Wagebalken in horizontaler Lage mit **Stabilität** ruhen. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn bei horizontaler Lage des Wagebalkens der Schwerpunkt desselben in lotrechter Linie unter dem Unterstützungspunkte liegt.

2) Eine gute Wage muß **empfindlich** sein, d. h. bei einem kleinen Uebergewichte auf einer Seite einen verhältnißmäßigen Ausschlag geben. Die **Empfindlichkeit** einer Wage hängt ab von der Reibung am Drehungspunkte und von der Tiefe des Schwerpunktes des Wagebalkens unter dem Drehungspunkte. Die Wage ist um so empfindlicher, je weniger tief dieser Schwerpunkt unter dem Drehungspunkte liegt. Fielen jedoch diese Punkte zusammen, so würde die Wage allzu empfindlich sein; sie würde nämlich bei dem geringsten Uebergewichte auf einer Seite, welches im Stande ist, die Reibung zu überwinden, gänzlich ausschlagen. Eine brauchbare Wage muß

der Lage des Gleichgewichts sich allmählich nähern, so wie durch Hinzufügung von Gewichten auf der einen Seite die Belastung der beiden Wagschalen allmählich einander gleich gemacht werden.

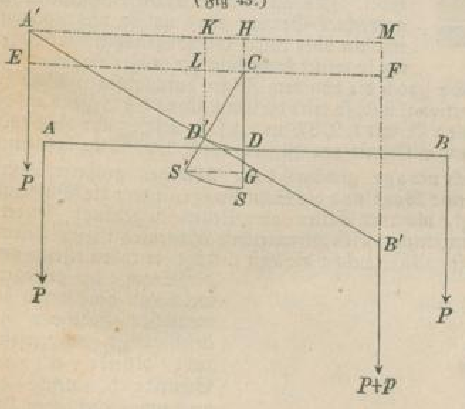
Man schätzt die Empfindlichkeit einer Wage nach demjenigen aliquoten Theile der Belastung, bei welchem die Wage noch einen Ausschlag gibt. Eine gute Wage, wie sie der Physiker gebraucht, muß noch ein 100,000tel der Belastung anzeigen, also bei 100 Gramm (= 10 Lot) Belastung noch für 1 Milligramm (s. die Anmerk.) einen Ausschlag geben. Geschickte Künstler haben Wagen mit einer Empfindlichkeit von 1 Zwölfmilliontel konstruirt.

3) Die Wage muß richtig sein. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn beide Arme des Wagebalkens gleiche Länge, gleiche statische Momente und die Wagschalen gleiches Gewicht haben. Man überzeugt sich von der Richtigkeit einer Wage, wenn dieselbe 1) ohne alle Belastung im Gleichgewichte steht, und wenn 2) eine willkürliche Last in der einen Schale, welche mit Gewichten in der andern Schale ins Gleichgewicht gebracht ist, sich mit diesem Gewichte ohne Störung des Gleichgewichts vertauschen läßt.

Man kann indeß auch mit einer Wage, welche nicht vollkommen richtig ist, wenn dieselbe nur empfindlich ist, genau Abwägungen vornehmen. Man legt nämlich den abzuwägenden Körper A in die eine Wagschale und in die andere irgend willkürliche Gewichte B, bis das Gleichgewicht hergestellt ist, nimmt dann A aus der ersten Wagschale heraus und legt in dieselbe so lange Gewichte C, bis das Gleichgewicht mit B wieder hergestellt ist. Dann ist das Gewicht von A gleich C.

Ueber die Empfindlichkeit der Wage bemerken wir noch Folgendes: Ist C (Fig. 43) der Drehungspunkt, S der Schwerpunkt eines Wagebalken, sind ferner A und B die Aufhängepunkte der Schalen einer richtigen Wage, so liegt bei gleicher Belastung der Schalen, also für den Fall des Gleichgewichts, der Punkt S mit C in einer lotrechten Linie, welche durch die Mitte D der Linie AB geht. Nehmen wir an, daß diese Bedingung nicht erfüllt, daß vielmehr die eine Schale stärker, als die andere belastet ist, dann wird die Linie AB in eine schiefe Stellung A'B' übergehen und der Punkt S in einen seitlich von der lotrechten Linie CS liegenden Punkt S' fortrücken. Bezeichnen wir das Gewicht des Wagebalkens mit Q, das Gewicht der einen Wagschale nebst der in derselben befindlichen Belastung mit P, das Gewicht der andern Schale mit der etwas größeren Belastung mit P + p, ferner die Linie AB = A'B' mit 2a, CD = CD' mit b und CS = CS' mit c, so muß nach dem Satze von den statischen Momenten die folgende Gleichung stattfinden:

(Fig 43.)



$$P \cdot CE + Q \cdot S'G = (P + p)\ CF.$$

Da, wie leicht zu sehen, $CE = A'K + CL$ und $CF = KM - CL = A'K - CL$ ist, so ergibt sich aus der vorstehenden Gleichung

$$(2P + p) \cdot CL + Q \cdot S'G = p \cdot A'K,$$

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0055-5 DFG

oder wenn wir den Winkel SCS', um welchen der Wagebalken eine Drehung erfahren hat, mit α bezeichnen,

$$(2P + p) . b . \sin \alpha + Q . c . \sin \alpha = p . a . \cos \alpha,$$

folglich
$$\text{tang}\ \alpha = \frac{a . p}{b . (2P + p) + c . Q}.$$

Wenn die Aufhängepunkte A und B der Wagschalen und der Drehungspunkt C des Wagebalkens in einer geraden Linie liegen, was bei guten Wagen möglichst erzielt wird, dann ist b = o, und die vorhergehende Gleichung vereinfacht sich in

$$\text{tang}\ \alpha = \frac{a . p}{c . Q}.$$

Da kleine Winkel sich nahezu wie ihre trigonometrischen Tangenten verhalten, so folgt aus dieser Gleichung, daß der Ausschlagswinkel, so lange derselbe nur klein ist, der Größe des Uebergewichtes p und der Länge der Arme des Wagebalkens a direct, dem Gewichte des Wagebalkens Q aber und dem Abstande seines Schwerpunktes vom Drehungspunkte c umgekehrt proportional ist. Dagegen ist der Ausschlagswinkel, wenn die Aufhängepunkte der Wagschale A und B und der Drehungspunkt C in einer geraden Linie liegen, von der Größe der Belastung P unabhängig.

(Fig. 44.)

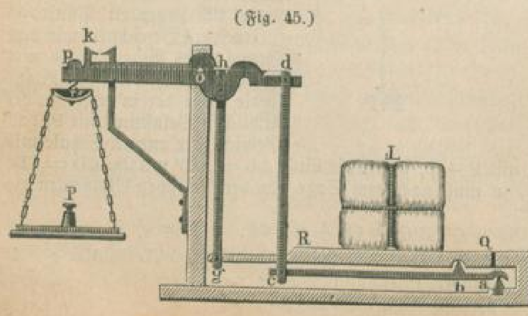
Außer der oben beschriebenen gemeinen Wage, welche der größten Genauigkeit fähig ist und daher von dem Physiker bei seinen Untersuchungen fast ausschließlich angewendet wird, bedient man sich im gemeinen Leben, wo es sich mehr um Bequemlichkeit des Gebrauches, als um große Genauigkeit handelt, noch verschiedener anderer Wagen, von denen die wichtigsten folgende sind:

Die römische oder Schnellwage, deren schon am Ende des vorhergehenden Paragraphen Erwähnung geschehen ist, ferner:

Die Zeigerwage (Fig. 44) besteht aus einem um den Scheitelpunkt drehbaren Winkelhebel. Ein an dem senkrechten Hebelarme angebrachtes Gewicht wird um so mehr gehoben und ein über einem Gradbogen spielender Zeiger um so weiter fortgeführt, je größer die am andern Hebelarme aufgehängte Last ist. Da jedoch die von dem Zeiger durchlaufenen Wege der Größe dieser Last keineswegs proportional sind, so wird die Eintheilung des Bogens auf die Art erhalten, daß man die Wagschale z.B. mit 1, 2, 3 Pfund u. s. w. belastet und die Punkte des Bogens, auf welche der Zeiger weist mit den Ziffern 1, 2, 3 u. s. w. bezeichnet.

Die Dezimal- oder Brückenwage gewährt beim Abwägen größerer Lasten mehr Bequemlichkeit, als die gemeine Wage und die Schnellwage, indem die Wagschale oder Brücke, welche die Last trägt, nicht in Seilen oder Ketten aufgehängt, sondern von unten unterstützt ist. Die Einrichtung dieses sinnreichen Apparates ist im wesentlichen folgende: Die Brücke QR (Fig. 45), welche die Last L trägt, wird einerseits von der Stange hg getragen, welche an dem um o beweglichen Hebelarm dp befestigt ist, andererseits ruht dieselbe auf der Schneide b, welche an dem um a drehbaren Hebelarme ac angebracht ist, dessen anderes Ende c durch die Stange cd ebenfalls mit dem Hebelarme dp verbunden ist, welcher an dem entgegengesetzten Ende p die zur Aufnahme der Gewichte bestimmte

(Fig. 45.)



Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0056-1
DFG

Wagschale trägt. Eine richtige Brückenwage ist so regulirt, daß dieselbe ohne Belastung und Gewicht für sich im Gleichgewichte ist, welches dadurch angezeigt wird, daß eine bei k an dem Hebelarme dp angebrachte Spitze einer an dem Gestell befestigten Spitze gerade gegenübersteht; ferner verhält sich die Länge ab zu ac genau eben so wie oh zu od. Dies vorausgesetzt ist die von der Last L auf den Hebelarm dp ausgeübte Wirkung ganz die nämliche, als wenn die Last L unmittelbar an der Stange hg aufgehängt wäre. Bezeichnen wir nämlich den von der Last L auf die Punkte b und g ausgeübten Druck beziehlich mit B und G, so ist offenbar $B + G = L$ und das Moment der Kraft G in Beziehung auf den um o drehbaren Hebelarm dp

$$= G \, . \, oh.$$

Die Kraft B drückt den um a beweglichen Hebelarm ac niederwärts; nehmen wir nun an, daß die Länge ab in ac mmal enthalten ist, so ist die Größe der Kraft, mit welcher in Folge dieses Druckes die Stange cd abwärts gezogen wird, $= \frac{1}{m} B$ und folglich ihr Moment in Beziehung auf den Hebelarm $pd = \frac{1}{m} B \, . \, od$, oder da zufolge unserer oben ausgesprochenen Voraussetzung die Länge $od = m \, . \, oh$ ist,

$$= B \, . \, oh.$$

Demnach ist die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche die Stangen hg und dc vermöge des von der Last L ausgeübten Druckes niederwärts ziehn

$$= G \, . \, oh + B \, . \, oh = (G + B) \, . \, oh,$$

also da G und B zusammen = L sind,

$$= L \, . \, oh,$$

d. h. diese Summe ist eben so groß, als wenn die Last L unmittelbar im Punkte h aufgehängt wäre.

Da ferner bei den Decimalwagen die Länge op 10mal so groß ist, als oh, so ist folglich das Gewicht P dem zehnten Theile der Last L gleich.

Unter den verschiedenen gebräuchlichen Gewichten führen wir zunächst an:

a. Das neuere französische Gewicht.

Die Einheit dieses Gewichtes ist das Gramm, welches gleich ist dem Gewichte eines Kubikcentimeters reinen Wassers bei seiner größten Dichtigkeit (bei der Temperatur von 4° C.) im luftleeren Raume.

Myriagramm.	Kilogramm.	Hectogramm.	Decagramm.	Gramm.
1	10	100	1000	10,000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

Gramm.	Decigramm.	Centigramm.	Milligramm.
1	10	100	1000
	1	10	100
		1	10

Auf dieses Gewicht gründet sich

b. das preußische Gewicht,

welches in Preußen im Jahre 1858 eingeführt worden ist und auch in andern Ländern des Zollvereins gebraucht wird. Die Einheit dieses Gewichtes ist das Pfund, welches genau gleich einem halben Kilogramm oder 500 Gramm ist.

Pfund.	Lot.	Quentchen.	Cent.	Korn.
1	30	300	3000	30,000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

100 Pfund machen einen Centner und 40 Centner eine Schiffslast.

Mit dem 1. Januar 1872 wird in Preußen und den übrigen Ländern des Zollvereins eine abermalige Veränderung des Gewichtes stattfinden, nämlich das unter (a) angegebene neuere französische Gewicht vollständig eingeführt werden. Außer den bei diesem gebräuchlichen Benennungen sollen auch noch folgende Namen zulässig sein:

1 Pfund = 500 Gramm, 1 Lot = 10 Gramm = $^1/_{50}$ Pfund, 1 Centner = 50 Kilogramm, 1 Tonne = 1000 Kilogramm = 200 Centner.

Bei dem bis zum Jahre 1858 in Preußen gebräuchlichen Gewichte war 1 Pfund = 467,711 Gramm; dasselbe wurde in 32 Lot, das Lot in 4 Quentchen getheilt.

Nach diesem älteren Gewichte geregelt war

c. das früher gebräuchliche Medicinal-Gewicht.

Pfund. ℔	Unze. ℥	Drachme. ʒ	Scrupel. ℈	Gran. Gr.	Lot. Lt.
1	12	96	288	5760	24
	1	8	24	480	2
		1	3	60	$^1/_4$
			1	20	$^1/_{12}$
				1	$^1/_{240}$

(1 Unze = 29,233 Gramm.)

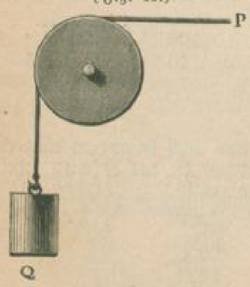
Zur Vergleichung anderer landesüblicher Gewichte kann die folgende Tabelle dienen:

1 ℔ in Preußen, Sachsen u. s. w. Zollpfund	= 500	Gramm.
" " " Oesterreich	= 560	"
" " " Baiern	= 560	"
" " " Frankreich (alt)	= 490	"
" " " England	= 454	"
" " " Rußland	= 410	"
" " " Dänemark und Norwegen	= 499	"
" " " Schweden	= 425	"

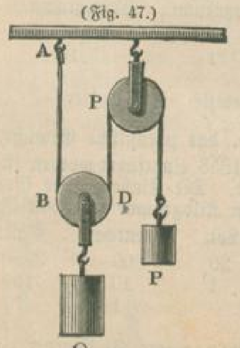
§. 30. Rolle.

Eine Rolle ist eine kreisförmige Scheibe, welche an ihrem Umfange mit einer Rinne versehen ist. Die Rolle ist entweder frei beweglich oder fest, wenn sie nur um eine durch ihren Mittelpunkt gehende feste Axe drehbar ist. Da bei der festen Rolle die Kraft P und die Last Q (Fig. 46) am Umfange der Rolle angebracht sind, also gleichen Abstand vom Unterstützungspunkte haben, so muß P = Q sein, wenn das Gleichgewicht stattfinden soll. Bei der festen Rolle sind also Kraft und Last gleich. Durch dieselbe wird an Kraft weder gewonnen noch verloren, und sie dient lediglich dazu, einer Kraft eine andere Richtung zu geben. Man benutzt dieselbe z. B. an Thüren, um durch ein senkrecht niederwärts ziehendes Gewicht der Thüre eine wagerechte Bewegung zu ertheilen.

(Fig. 46.)

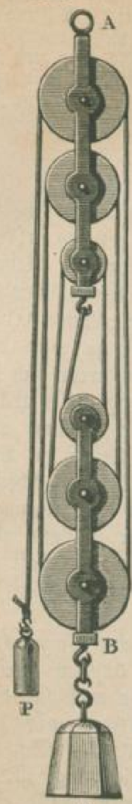


(Fig. 47.)



Bei der beweglichen Rolle ist die Last Q (Fig. 47) am Mittelpunkte der Rolle angebracht, und die Kraft P wirkt am Umfange derselben vermittelst eines Seiles, dessen anderes Ende irgend wo in A befestigt ist. Wir wollen hier nur den Fall berücksichtigen, daß die beiden freien Enden des Seiles AB und PD parallel laufen. Da die Länge des Seiles AB, auf dessen Gewicht wir keine Rücksicht nehmen, offenbar auf das Gleichgewicht ohne

(Fig. 48.)



Einfluß ist, so können wir uns auch den festen Punkt A nach B verlegt denken. Wir sehen dann um so deutlicher, daß der senkrechte Abstand der Last Q von dem festen Punkte A oder B nur halb so groß ist, als der senkrechte Abstand der Kraft P; es muß folglich beim Gleichgewichte $P = \frac{1}{2}Q$ sein, d. h. bei der beweglichen Rolle ist die Kraft halb so groß, als die Last.

Aus der Verbindung mehrerer festen und beweglichen Rollen geht der Flaschenzug hervor. Die Rollen befinden sich in zwei Kloben oder Hülsen, einer festen A (Fig. 48.) und einer beweglichen B, an welcher die Last Q angebracht ist. Den Lauf des Seiles, an dessen freiem Ende die Kraft P wirkt, zeigt die Figur. Da alle einzelnen Seile mit der Kraft P gespannt sind, so wird die Last Q offenbar mit der Kraft 6 P gehoben, wenn, wie hier in der Figur, 6 Seile um die Rollen der beweglichen Hülse herumgehen (und die Seile einander parallel laufen). Ueberhaupt verhält sich beim Flaschenzuge die Kraft zur Last wie 1 zur Anzahl der Seile. — Eben so sieht man auch leicht, daß in dem verzeichneten Falle, um die Last Q 1 Fuß zu heben, die an dem freien Ende des Seiles wirkende Kraft P 6 Fuß zu durchlaufen hat.

Wir übergehen den Potenzflaschenzug, da derselbe kaum irgend Anwendung findet.

§. 31. Wellrad.

Das Wellrad besteht aus einer Walze (Welle), welche um ihre Axe drehbar ist, und einem Rade, welches mit der Walze fest verbunden ist, und dessen Ebene auf der Axe der Walze senkrecht steht. Die Kraft P (Fig. 49) wirkt am Umfange des Rades und die Last Q am Umfange der Walze. Wie aus dem Gesetze des Hebels (§. 28) folgt, ist das Gleichgewicht vorhanden, wenn sich verhält

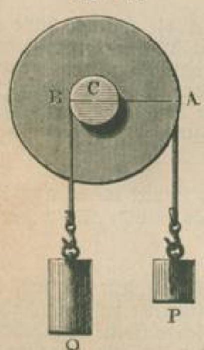
$$P : Q = BC : AC, \quad = r : R$$

$P = \frac{r}{R} Q$

d. h. am Wellrade verhält sich die Kraft zur Last, wie der Radius der Walze zum Radius des Rades.

$R = 4r$

(Fig. 49.)



Man gewinnt also um so mehr an Kraft, je kleiner der Radius der Walze und je größer der Radius des Rades ist. Das Wellrad erhält nach Verschiedenheit des Gebrauchs verschiedene Namen: Erdwinde, Haspel, Windseil u. dergl.

$P = \frac{r}{4r} Q$

$P = \frac{1}{4} Q$

Bei einem Wagen, welcher sich auf einer ebenen und harten Straße fortbewegt, werden die Räder durch die Reibung, welche sie an ihrem Umfange an der Straße erleiden, um ihre Axe gedreht. Die Pferde an einem Wagen auf einer vollkommen ebenen und harten Straße haben also eigentlich weiter nichts zu thun, als die Umdrehung der Räder zu bewirken. (Denn die Last selbst wird von der Straße getragen, und einmal in Bewegung gesetzt, folgt sie dem Trägheitsgesetze.) Der Umdrehung der

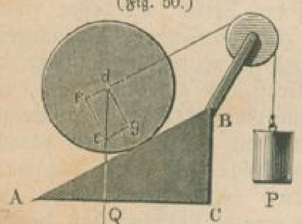
Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0059-1

Räder wirkt die Reibung an der Axe hindernd entgegen. Aus dem über das Wellrad Gesagten geht hervor, daß sich die Kraft zur Last, als welche wir hier die Reibung an der Axe anzusehen haben, wie der Durchmesser der Axe zum Durchmesser des Rades verhält. Es ist daher vortheilhaft, den Durchmesser der Axe möglichst klein und den des Rades möglichst groß zu machen. Eiserne Axen verdienen deshalb, da sie dünner sein dürfen, vor hölzernen den Vorzug. Die Höhe der Räder findet darin eine Beschränkung, daß sie bei größerer Höhe mehr schwanken, und wenn sie nicht allzu schwer werden sollen, zerbrechlicher werden.

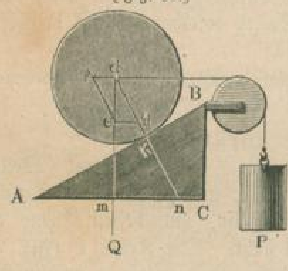
§. 32. Schiefe Ebene.

Auf der schiefen Ebene AB (Fig. 50) werde eine Last Q durch eine im Schwerpunkte d angebrachte und mit der schiefen Ebene AB parallele Kraft P im Gleichgewicht erhalten. Nennen wir AB die Länge, die lotrechte Linie BC die Höhe und die wagerechte Länge AC die Basis der schiefen Ebene, so wird das Gleichgewicht vorhanden sein, wenn sich die Kraft zur Last verhält wie die Höhe BC zur Länge AB. Man gewinnt also um so mehr an Kraft, je kleiner im Verhältniß zur Länge die Höhe der schiefen Ebene ist, d. h. je kleiner der Neigungswinkel ABC ist; um so länger ist dann aber auch der Weg AB, welchen die Last zu durchlaufen hat, damit sie um die Höhe BC gehoben wird.

(Fig. 50.)



(Fig. 51.)



Soll die Last Q durch eine wagerecht wirkende Kraft P (Fig. 51) im Gleichgewichte erhalten werden, so muß sich die Kraft zur Last verhalten, wie die Höhe BC zur Basis AC. — Da die Basis allemal kleiner, als die Länge ist, so sieht man leicht, daß in diesem Falle eine größere Kraft erforderlich ist, um das Gleichgewicht herzustellen, als im vorhergehenden.

1) Wenn man das Gewicht der Last Q (Fig. 50) durch die lotrechte Linie de ausdrückt und diese Kraft in zwei Seitenkräfte dg und df zerfällt, von denen dg auf AB senkrecht und df damit parallel ist, so zeigt dg den senkrechten Druck an, welcher von der Last auf die schiefe Ebene AB ausgeübt und durch den Widerstand derselben aufgehoben wird; df aber gibt die Kraft an, mit welcher die Last längs der schiefen Ebene herabzugleiten strebt. Da nun für den Fall des Gleichgewichts diese Kraft $=$ P sein muß, so muß sich folglich verhalten

$$P : Q = df : de.$$

Nun ist aber $\triangle$ edf $\sim$ ABC, weil Winkel $f = C = 90^0$ und Winkel fde $=$ ABC ist, da ihre Schenkel parallel laufen. Demnach verhält sich df : de $=$ BC : AB, wodurch die vorhergehende Proportion übergeht in

$$P : Q = BC : AB.$$

2) Zerfällt man in Fig. 51 die Kraft Q, welche durch de vorgestellt sein soll, in die Seitenkräfte df und dg, von denen df wagerecht und dg senkrecht auf der schiefen Ebene AB ist, so wird dg wieder durch den Widerstand der schiefene Ebene aufgehoben, und df muß für den Fall des Gleichgewichts $=$ P sein; es muß sich also verhalten

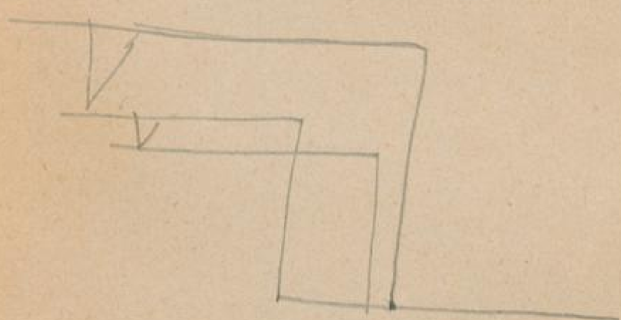
$$P : Q = df : de = eg : de.$$

Nun ist aber $\triangle$ dge $\sim$ ABC. Denn wenn man de und dg bis zum Einschnitte in AB und AC verlängert, so ist Winkel dmn und Akn $= 90^0$, folglich auch Winkel edg + mnk = 90⁰ und BAC + mnk = 90⁰, also Winkel edg = BAC; ferner ist Winkel deg = ACB = 90⁰, also △ dge ∾ ABC. Demnach verhält sich eg : de = BC : AC, wodurch sich die obige Proportion verwandelt in

$$P : Q = BC : AC.$$

§. 33. Schraube.

Man unterscheidet bei jeder Schraube die Schraubenspindel und ... ssiver Cy- ... n Gestalt ... Schrau- ... an der ... n Gänge ... iche Vor- ... Mantel ... , aa'bb',



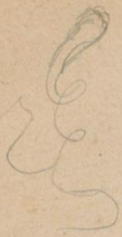
... Rechtecke ... Rechtecken ... eder um ... hängende ... = d'ee' ... auben-

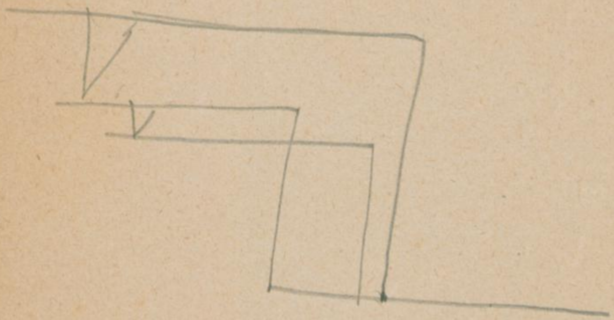
... benmutter ... ern fort- ... rem Um- ... ung der- ... wirkt, so ... wie wenn ... rgezogen ... lle Kraft ... men wir ... f', d. h. ... und bb', ... ne. Es verhält sich daher bei der Schraube die Kraft zur Last wie der Abstand zweier Schraubengänge zum Umfange der Schraube. Man gewinnt folglich bei einer Schraube um so mehr an Kraft, je näher die Schraubengänge neben einander herlaufen.

$P : Q = H : U$

$P = \frac{QH}{U}$

$P = \frac{QH}{2\pi r}$





Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0062-4

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0063-9

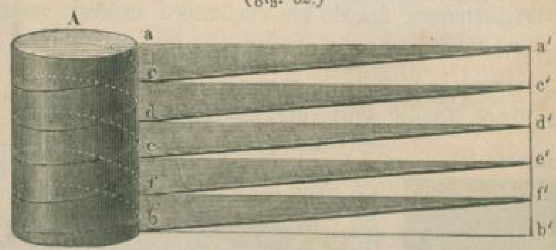
edg + mnk = 90⁰ und BAC + mnk = 90⁰, also Winkel edg = BAC; ferner ist Winkel deg = ACB = 90⁰, also △ dge ∾ ABC. Demnach verhält sich eg : de = BC : AC, wodurch sich die obige Proportion verwandelt in

$$P : Q = BC : AC.$$

§. 33. Schraube.

Man unterscheidet bei jeder Schraube die Schraubenspindel und die Schraubenmutter. Die Schraubenspindel ist ein massiver Cylinder, um welchen die Schraubenwindungen als Erhabenheiten in Gestalt einer krummen Linie, der Schraubenlinie, herumlaufen. Die Schraubenmutter ist ein hohler Cylinder, in welchem die Schraubengänge an der innern Seite als Vertiefungen so eingeschnitten sind, daß die erhabenen Gänge der Schraubenspindel genau in dieselben einpassen. — Um eine deutliche Vorstellung von der Schraubenlinie zu erhalten, denke man sich den Mantel eines geraden Cylinders AB (Fig. 52) in eine Ebene als ein Rechteck, aa'bb',

(Fig. 52.)



aufgerollt, dasselbe durch Parallelen mit der Grundlinie in kleinere Rechtecke zerschnitten, welche alle eine gleiche Höhe haben, und in diesen Rechtecken parallele Diagonalen gezogen. Wird nun das Rechteck aa'bb' wieder um den Cylinder gerollt, so bilden diese Diagonalen eine zusammenhängende krumme Linie, welche überall unter demselben Winkel a'cc' = c'dd' = d'ee' u. s. w. gegen die Grundfläche des Cylinders geneigt ist und Schraubenlinie genannt wird.

Bei der Umdrehung der Schraubenspindel oder der Schraubenmutter werden die Erhabenheiten der einen längs den Vertiefungen der andern fortgeschoben, und wenn z. B. die Schraubenspindel durch eine an ihrem Umfange wirkende wagerechte Kraft umgedreht wird und der Fortbewegung derselben ein in der Richtung ihrer Axe ausgeübter Druck entgegenwirkt, so wird hier dasselbe Verhältniß zwischen Kraft und Last stattfinden, wie wenn eine Last auf einer schiefen Ebene durch eine wagerechte Kraft emporgezogen werden soll. Wir haben in §. 32 gesehen, daß sich in diesem Falle Kraft und Last wie Höhe und Basis der schiefen Ebene verhalten. Nehmen wir z. B. den Schraubengang bf' als die schiefe Ebene an, so ist b'f', d. h. der Abstand zweier Schraubengänge von einander, gleich der Höhe und bb', d. h. der Umfang der Schraube, gleich der Basis der schiefen Ebene. Es verhält sich daher bei der Schraube die Kraft zur Last wie der Abstand zweier Schraubengänge zum Umfange der Schraube. Man gewinnt folglich bei einer Schraube um so mehr an Kraft, je näher die Schraubengänge neben einander herlaufen.

P : Q = H : U
P = QH / U
P = QH / 2πr

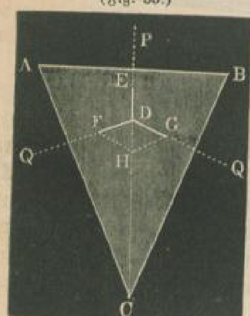
Wir haben bisher angenommen, daß die Schraube durch eine an ihrem Umfange wirkende Kraft in Bewegung gesetzt wird. In der Regel wirkt jedoch diese Kraft nicht unmittelbar am Umfange der Schraube, sondern an dem Ende eines Hebelarmes. Man gewinnt dann noch so vielmal an Kraft, als der Radius des Schraubencylinders in der Länge des Hebelarmes entfernt ist. Wäre z. B. bei einer Schraube die Höhe der Schraubengänge in dem Umfange des Schraubencylinders 30mal und der Radius desselben in der Länge des Hebelarmes 10mal enthalten, so würde man das 300fache an Kraft gewinnen. Ueberhaupt gewinnt man so vielmal an Kraft, als der Abstand zweier Schraubengänge in dem Umfange des Kreises enthalten ist, welchen derjenige Punkt des Hebelarmes, in welchem die Kraft angebracht ist, bei der Umdrehung beschreibt. Es wird also auch bei der Schraube gerade so viel an Kraft gewonnen, als am Wege verloren geht.

Obschon der berechnete Efect bei der wirklichen Anwendung durch die Reibung sehr vermindert wird, so gehört doch die Schraube zu denjenigen mechanischen Vorrichtungen, bei welchen am meisten an Kraft gewonnen wird.

§. 34. Keil.

Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma, dessen Durchschnitt gewöhnlich ein gleichschenkliches Dreieck ABC (Fig. 53) bildet. Die gleiche Seite AC oder BC heißt die Länge und die Grundlinie AB die Breite des Keiles. Gewöhnlich wird der Keil zur Trennung zweier Flächen angewendet, welche auf die Seiten des Keiles einen Druck ausüben, während die Kraft senkrecht auf die Breite des Keiles wirkt. Nennen wir den Druck, welchen eine jede der beiden Seiten erleidet, die Last, so ist am Keile das Gleichgewicht vorhanden, wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie die Breite zur Länge. Der Gewinn an Kraft ist also um so größer, je geringer die Breite des Keiles im Verhältniß zur Länge ist. Dieser Gewinn wird jedoch bei der praktischen Anwendung bedeutend durch die Reibung vermindert. — Als besondere Anwendungen des Keiles sind anzusehen: Messer, Scheeren, Beile, Aexte, Degen, Nägel, Nadeln, Meißel u. s. w.

(Fig. 53.)



Wenn wir die auf die Breite AB wirkende Kraft mit P und den auf die gleichen Seiten AC und BC ausgeübten Druck mit Q bezeichnen, ferner diese Kräfte ihrer Richtung und verhältnißmäßigen Größe nach durch die Linien DE, DF und DG darstellen, so muß für den Fall des Gleichgewichts die Resultirende aus DF und DG, welche DH sein mag, der Kraft DE gerade gleich und entgegengesetzt sein. Es muß sich also verhalten

$$P : Q = DH : DF.$$

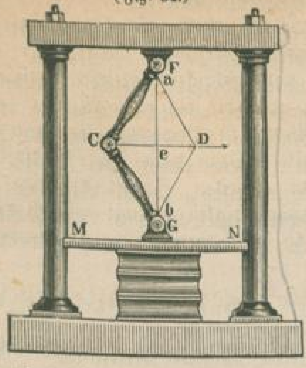
Nun ist Winkel $FDH + FDE = 180^0$, und da DF und DE auf AC und AB senkrecht sind, auch Winkel $FDE + A = 180^0$, folglich Winkel $FDH = A$; eben so findet man Winkel $FHD = HDG = B$. Demnach ist $\triangle DHF \sim ABC$, und folglich verhält sich $DH : DF = AB : AC$. Hiernach verwandelt sich die obige Proportion in

$$P : Q = AB : AC.$$

Ein großer Theil des Effectes geht bei dem Keile durch die Reibung verloren. Dies ist in weit geringerem Maße der Fall bei der Kniepresse, welche auf ähnlichem Prinzipe, wie der Keil beruht. Dieselbe besteht aus den beiden festen Stangen CF und CG (Fig. 54), welche bei C durch ein Gelenk verbunden sind. Der Arm CF drückt bei F gegen eine feste Widerlage, der Arm CG bei G auf die zusammenzupressende Last.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0065-1

(Fig. 54.)



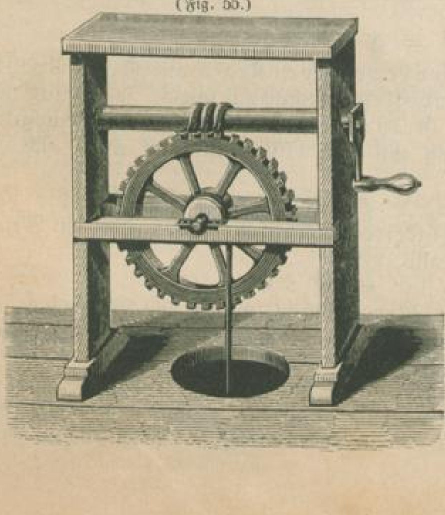
Wirkt nun auf C in wagerechter Richtung die Kraft CD so läßt sich dieselbe zunächst in die den beiden festen Armen parallelen Kräfte Ca und Cb zerlegen. Weil aber jeder Druck auf eine Unterlage nur in senkrechter Richtung wirkt, so müssen wir, um die Größe des senkrechten Druckes zu finden, welchen die in der Richtung CG wirkende Kraft Cb bei G ausübt, dieselbe noch in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine auf MN senkrecht, die andere damit parallel ist. Da nun die Größen dieser Kräfte, wie leicht zu sehen, durch die Linien Ce und be dargestellt werden, von denen be den auf MN ausgeübten senkrechten Druck angibt, so verhält sich folglich beim Knie die Kraft zur Last wie CD zu be. So vielmal also CD in be enthalten ist, so vielmal wird an Kraft gewonnen. Der Gewinn an Kraft wird daher um so größer, je mehr der zusammengepreßte Gegenstand nachgibt und in Folge hiervon die Schenkel CF und CG einen immer größeren Winkel einschließen und sich der geraden Linie nähern. — Man benutzt das Knie als Siegelpresse, als (amerikanische) Buchdruckerpresse und beim Prägen von Münzen.

§. 35. Zusammengesetzte Maschinen.

Aus den angeführten einfachen Maschinen ist die unzählige Mannigfaltigkeit der verschiedenen Maschinen zusammengesetzt. Man findet den Effect einer zusammengesetzten Maschine, wenn man die Effecte der einzelnen in einander greifenden Theile berechnet und die erhaltenen Zahlen mit einander multiplicirt. In allen Fällen gilt die Regel, daß *eben so viel an Kraft gewonnen wird, als am Wege verloren geht.* Der bei praktischen Anwendungen wirklich zu erlangende Effect bleibt jedoch hinter dem berechneten wegen der nie ganz zu beseitigenden Hindernisse der Bewegung (Reibung, Widerstand der Luft, Steifheit der Seile; vergl. unten §. 43) um ein Beträchtliches zurück.

Als Beispiel einer zusammengesetzten Maschine führen wir die *Schraube ohne Ende* (Fig. 55) an, welche zum Emporwinden von Lasten gebraucht wird. Dieselbe besteht aus einer Schraubenspindel, deren Windungen in die Zähne eines Rades eingreifen, welches an einer Welle befestigt ist. Die Kraft P wirkt am Ende eines an der Schraubenspindel angebrachten Kurbelarmes, die emporzuhebende Last Q am Ende eines um die Welle geschlungenen Seiles. Bezeichnen wir mit K eine Kraft, welche, am Umfange des Rades wirkend, im Stande sein würde, der Last das Gleichgewicht zu halten, ferner mit d den Abstand zweier Schraubengänge, mit a die Länge des Hebelarmes und mit R und r die Radien des Rades und der Welle, so erhalten wir für den Fall des Gleichgewichts die Gleichungen

(Fig. 55.)



$$P : K = d : 2a\pi$$

und $$K : Q = r : R,$$

folglich

$$P : Q = dr : 2a\pi R.$$

*§. 36. Größe der bewegenden Kräfte.

Da die Kräfte selbst uns gänzlich unbekannt sind, so können wir die Größe derselben nur nach den hervorgebrachten Wirkungen beurtheilen; wir nennen diejenige Kraft die größere, welche unter übrigens gleichen Umständen die größere Wirkung ausübt. Nun besteht aber die einfachste Wirkung einer Kraft darin, daß sie eine vorher ruhende Masse in Bewegung setzt und derselben eine bestimmte Geschwindigkeit ertheilt. Wenn daher zwei Kräfte der nämlichen Masse ungleiche Geschwindigkeiten ertheilen, so ist diejenige als die größere anzusehen, welche die größere Geschwindigkeit erzeugt. Nach dieser Ueberlegung führen wir den folgenden Satz an, welcher ein Hauptprincip der Mechanik ausmacht:

1) Bei gleichen Massen verhalten sich die Kräfte wie die erzeugten Geschwindigkeiten.

Wenn ferner zwei Kräfte auf zwei ungleiche Massen wirken und beiden eine gleiche Geschwindigkeit ertheilen, so ist offenbar diejenige Kraft die größere, welche die größere Masse mit der gleichen Geschwindigkeit fortbewegt. Da wir uns die doppelte, dreifache Masse aus zwei, drei gleichen Massen bestehend denken können, so sehen wir leicht ein, daß die doppelte, dreifache Masse, um mit gleicher Geschwindigkeit wie die einfache Masse fortbewegt zu werden, auch die doppelte, dreifache Kraft erfordert. Wir erhalten so das folgende Princip:

2) Bei gleichen Geschindigkeiten verhalten sich die Kräfte wie die in Bewegung gesetzten Massen.

Aus der Verknüpfung dieser beiden Sätze geht weiter der folgende allgemeine Satz hervor:

Die bewegenden Kräfte verhalten sich überhaupt wie die Producte aus Masse und Geschwindigkeit.

Wenn z. B. eine Kraft einer Masse von 5 Pfund eine Geschwindigkeit von 10 Fuß und eine andere Kraft einer Masse von 3 Pfund eine Geschwindigkeit von 7 Fuß zu ertheilen vermag, so verhalten sich die Kräfte wie $5 \,.\, 10 : 3 \,.\, 7 = 50 : 21$; und wenn wir überhaupt die Kräfte mit P und P', die Massen mit M und M' und die Geschwindigkeit mit C und C' bezeichnen, so verhält sich

$$P : P' = M \,.\, C : M' \,.\, C'.$$

Da hiernach die Größe der bewegenden Kraft durch das Product aus Masse und Geschwindigkeit gemessen wird, so nennt man dieses Product auch die Größe oder Quantität der Bewegung.

Als unmittelbare Folgerung aus dem dritten Prinzipe ergibt sich folgender Satz:

Sind die Kräfte P und P' gleich, so verhalten sich die hervorgebrachten Geschwindigkeiten umgekehrt wie die in Bewegung gesetzten Massen, also:

$$C : C' = M' : M.$$

So vermag z. B. dieselbe Menge Pulver, welche eine Flintenkugel mit ungeheurer Geschwindigkeit forttreibt, einer Bombe nur eine verhältnißmäßig langsame Bewegung zu ertheilen.

Das in einem Geschütze entzündete Pulver verwandelt sich in Dämpfe, welche sich vermöge ihrer durch die Hitze außerordentlich gesteigerten Elasticität nach allen Richtungen hin auszudehnen streben; der Ausdehnung nach der Seite widerstehen die

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0067-3
DFG

Wände des Geschützes, und es findet daher die eigentliche Wirkung nur in der Richtung des Laufes statt. Die bewegliche Kugel wird durch die Elasticität der entwickelten Gase mit großer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt, das Geschütz selbst aber wird nach der entgegengesetzten Richtung fortgetrieben. Diese beiden Bewegungen sind durch die nämliche Kraft hervorgebracht und haben folglich eine gleiche Größe; aber die Kugel bewegt sich wegen ihrer geringeren Masse weit schneller als das Geschütz, dessen Bewegung überdies noch durch beträchtliche Hindernisse aufgehalten wird. — Das nämliche gilt von einer Flintenkugel und dem mit dem Schusse allemal verbundenen Rückschlage.

Wir haben oben den Satz, daß bei gleichen Massen sich die Kräfte wie die Geschwindigkeiten verhalten, ohne Beweis hingestellt. Es gründet sich derselbe auf den folgenden Satz, welcher ebenfalls ein Hauptprinzip der Mechanik bildet.

Wenn eine Kraft, welche einer ruhenden Masse eine bestimmte Geschwindigkeit C zu ertheilen vermag, auf eine bewegte Masse wirkt, so vermehrt oder vermindert sie die Geschwindigkeit dieser Masse, je nachdem sie in der Richtung der Bewegung derselben oder in der entgegengesetzten Richtung wirkt, allemal um dieselbe Größe C, welches auch immer die ursprüngliche Geschwindigkeit der bewegten Masse sein mag. — Als Erfahrungen, welche für die Richtigkeit dieses Satzes sprechen, führen wir folgende an: — Auf einem schnell segelnden Schiffe erfordert es gleichen Kraftaufwand wie auf einem ruhenden, um vom Vordertheile nach dem Hintertheile oder umgekehrt zu werfen, obschon hierbei der geworfene Körper wegen der eigenen Bewegung des Schiffes Wege von ganz verschiedener Größe durchläuft. Eben so finden wir keinen Unterschied, ob wir nach Osten oder Westen schießen, werfen u. dgl., wiewohl im einen Falle die Bewegung mit der Axendrehung der Erde übereinstimmt, im andern ihr entgegengesetzt ist und folglich der Körper sehr verschiedene Wege zurücklegt.

Wenn nun zwei Kräfte auf zwei gleiche Massen wirken und die eine dieser Kräfte z. B. dreimal so groß ist, als die andere, so werden wir uns die dreifache Kraft in drei gleiche Kräfte von der einfachen Größe zerlegt denken und annehmen können, es wirkten diese drei Kräfte in untheilbaren Momenten nach einander auf die zu bewegende Masse; dann müssen sie derselben, wie wir im Vorhergehenden gesehen haben, auch eine dreifache Geschwindigkeit ertheilen. Eben so läßt sich für jedes andere Verhältniß zeigen, daß bei gleichen Massen die Geschwindigkeiten den Kräften proportionirt sind.

§. 37. Stoß fester Körper.

Der Stoß entsteht, wenn ein bewegter Körper auf einen andern ruhenden oder bewegten Körper trifft.

Wir haben bei jedem Stoße die Gestalt, die Masse, die materielle Beschaffenheit der zusammenstoßenden Körper, ferner ihre Geschwindigkeit und die Richtung der Bewegung zu berücksichtigen. Was zunächst die Gestalt anlangt, so wollen wir uns um größerer Einfachheit willen auf die Betrachtung kugelförmiger Körper beschränken. In Hinsicht der Richtung unterscheiden wir den geraden und schiefen Stoß. Der Stoß heißt gerade, wenn die Richtungen der Bewegungen beider zusammentreffenden Kugeln mit der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte zusammenfallen, schief, wenn dieses nicht stattfindet. Beim geraden Stoß hängt die Stärke desselben allein von der Masse und Geschwindigkeit der bewegten Kugeln ab; ist die eine Kugel ruhend, so wird die Stärke des Stoßes durch die Größe der Bewegung, d. h. durch das Pruduct der Masse und Geschwindigkeit der andern bestimmt. Der Stoß ist also um so stärker, je größer die Masse und je größer die Geschwindigkeit des stoßenden Körpers ist; eine Kanonenkugel übt bei gleicher Geschwindigkeit einen weit stärkeren Stoß aus, als eine Flintenkugel; ein fallender Körper schlägt um so härter auf, je größer die Höhe ist, von welcher er fällt, weil mit dieser Höhe auch seine Geschwindigkeit zunimmt. — Beim schiefen Stoße hängt die Stärke desselben auch noch von der Richtung der Bewegung ab; der schiefe Stoß ist um so schwächer, je kleiner der Winkel ist, welchen die Richtung der Bewegung der stoßenden Kugel mit der gestoßenen Fläche bildet.

In Hinsicht der materiellen Beschaffenheit der zusammenstoßenden Körper hat die größere oder geringere Elasticität derselben wesentlichen Einfluß auf den Erfolg des Stoßes. Wir berücksichtigen hier nur die beiden einfachsten Fälle und nehmen entweder an, daß die zusammenstoßenden Massen vollkommen elastisch oder vollkommen unelastisch sind. Da in der Natur keine dieser Annahme vollständig entsprechenden Körper angetroffen werden, so geben die sogleich anzuführenden Gesetze gleichsam die Grenze an, zwischen denen die wirklichen Erscheinungen liegen. Wir beschränken uns aber hierbei, da diese Gesetze nur wenig Anwendung finden, auf die Annahme, daß die zusammenstoßenden Körper, wenn beide beweglich sind, eine gleiche Masse haben, und daß einer derselben vor dem Stoße ruhte.

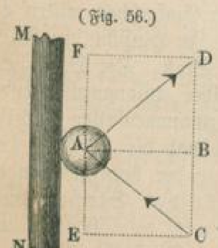
1) Stößt eine unelastische Kugel gegen eine feste Wand in einem geraden Stoße, so ruht sie nach dem Stoße.

2) Stößt eine unelastische Kugel gegen eine andere ruhende in einem geraden Stoße, so gehen beide nach dem Stoße mit der halben Geschwindigkeit der stoßenden Kugel fort.

3) Stößt eine elastische Kugel gegen eine feste Wand in einem geraden Stoße, so springt sie mit derselben Geschwindigkeit und auf demselben Wege zurück, auf welchem sie ankam. — Die elastische Kugel wird nämlich im Stoße zusammengedrückt, und da sie mit der nämlichen Kraft ihre Gestalt wieder herzustellen strebt, so erhält sie nach dem Stoße gerade die entgegengesetzte Bewegung, welche sie vor dem Stoße hatte.

4) Wenn eine elastische Kugel gegen eine feste Wand in einem schiefen Stoße trifft, so springt sie mit derselben Geschwindigkeit und unter dem nämlichen Winkel an der andern Seite zurück. — Denn wenn wir uns die Bewegung CA (Fig. 56) der stoßenden Kugel in die beiden Seitenbewegungen BA und EA zerlegt denken, von denen BA auf der festen Wand MN senkrecht, EA aber mit derselben parallel ist, so bleibt die Bewegung EA offenbar im Stoße ungeändert, und die Kugel würde sich, wenn sie nur diese Bewegung hätte, nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit AF = EA längs der Wand fortbewegen. Dagegen verwandelt sich die Bewegung BA, wie wir in Nr. 3 gesehen haben, in die gerade entgegengesetzte AB. Durch Zusammensetzung dieser beiden Bewegungen, AB und AF, ergibt sich AD als die wirkliche Bewegung der mit der Bewegung CA angekommenen Kugel nach dem Stoße, wo, wie man leicht sieht, AD = AC und Winkel DAF = CAE ist.

(Fig. 56.)



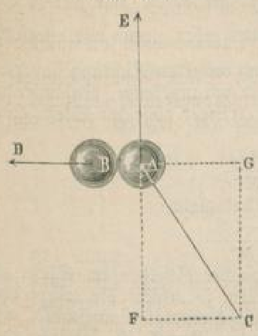
Dem so eben erwiesenen Gesetze über den schiefen Stoß elastischer Kugeln werden wir auch noch in mehreren anderen Zweigen der Physik (in der Lehre vom Schalle, Lichte u. a. m.) wieder begegnen. /

/ 5) Stößt eine elastische Kugel an eine andere ruhende in einem geraden Stoße, so bleibt sie nach dem Stoße ruhen und die vorher ruhende geht mit der Geschwindigkeit der stoßenden fort.

Versuche mit Kugeln auf dem Billard stellen dieses Gesetz darum weniger gut dar, weil sie wegen der Reibung an dem Tuche des Billards zugleich eine rollende Bewegung annehmen, welche durch den Stoß nicht aufgehoben wird. Besser eignen sich an Fäden aufgehängte elastische Kugeln für diese Versuche.

6) Stößt eine elastische Kugel A (Fig. 57) an eine andere ruhende B in einem schiefen Stoße, so gehn dieselben unter rechten Winkeln aus einander und zwar geht die gestoßene Kugel B in der verlängerten Richtung BD einer Linie, welche durch die Berührungsstelle beider Kugeln im Stoße und die Mittelpunkte derselben geht, die stoßende Kugel A aber in einer hierauf senkrechten Richtung AE fort. — Denn wenn AC die Richtung und Geschwindigkeit der stoßenden Kugel A vor dem Stoße anzeigt, und wir zerlegen diese Bewegung in die beiden Seitenbewegungen AF und AG, so bleibt die erstere im Stoße unverändert, die letztere aber wird nach Nr. 5 ganz auf die gestoßene Kugel B übertragen; es geht daher diese nach dem Stoße in der Richtung BD, die stoßende Kugel A aber in der Richtung AE fort.

(Fig. 57.)



Man muß daher beim Billard, um eine ruhende Kugel durch den Stoß einer bewegten nach einem bestimmten Punkte fortzutreiben, gerade die diesem Punkte gegenüberliegende Stelle der ruhenden Kugel zu treffen suchen.

Bei einem jeden Stoße verfließt einige Zeit, ehe sich die Bewegung der ganzen Masse des gestoßenen Körpers mittheilt. Da indeß diese Zeit in der Regel äußerst kurz ist, daß sie für unsere Wahrnehmung gänzlich verschwindet, so können wir füglich den Stoß als eine momentan wirkende Kraft ansehen. Da jedenfalls nach Beendigung des Stoßes alle weitere Wirkung aufhört, so würden die durch den Stoß in Bewegung gesetzten Körper mit vollkommen gleichförmiger Bewegung fortschreiten, wenn nicht Reibung, Widerstand der Luft u. dgl. dieses verhinderten.

Bei sehr heftigem Stoße kann es geschehen, daß der gestoßene Körper eine Trennung seiner Theile erfährt und ein Theil seiner Masse durch den stoßenden Körper mit fortgerissen und von der übrigen Masse in einer so kurzen Zeit getrennt wird, daß dieselbe nicht ausreicht, die Bewegung durch die übrige Masse des Körpers fortzupflanzen. So wird z. B. ein aufrecht stehendes Brett, welches ein mäßiger Stoß umzuwerfen vermöchte, von einer abgeschossenen Flintenkugel bloß durchbohrt; — dieselbe macht in eine Glasscheibe ein rundes Loch und läßt die übrige Scheibe unversehrt, während der schwache Wurf eines kleinen Steines die Scheibe ganz zerschmettert u. dgl. m.

An die oben aufgeführten Gesetze über den Stoß zweier Kugeln von gleicher Masse reihen wir noch die folgenden:

7) Wenn zwei unelastische Kugeln, welche sich beide nach derselben Richtung bewegen, zusammenstoßen, indem die eine die andere einholt, so gehen sie nach dem Stoße mit der halben Summe der Geschwindigkeiten fort.

8) Stoßen zwei unelastische Kugeln mit entgegengesetzten Geschwindigkeiten an einander, so gehen sie nach dem Stoße mit der halben Differenz der Geschwindigkeiten fort.

9) Stoßen zwei nach derselben oder entgegengesetzten Richtung bewegte elastische Kugeln zusammen, so gehen sie nach dem Stoße mit verwechselten Geschwindigkeiten fort.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0070-8

Sind überhaupt M und M' die Massen zweier Kugeln, C und C' ihr Geschwindigkeiten vor dem Stoße, so ist im Stoße die zu bewegende Masse $= M + M'$, die bewegende Kraft $MC \pm M'C'$, je nachdem die Kugeln vor dem Stoße hinter einander her oder einander entgegen gingen, folglich, wenn die Kugeln unelastisch sind, ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße.

$$v = \frac{MC \pm M'C'}{M + M'}.$$

Sind dagegen die Kugeln elastisch, so werden dieselben zunächst im Stoße zusammengedrückt; sie würden, wenn sie ihre Gestalt nicht wieder herstellten, wie wir so eben gesehen haben, mit der Geschwindigkeit $\frac{MC + M'C'}{M + M'}$ weiter gehen, wenn wir zuerst den Fall behandeln, daß beide Kugeln sich vor dem Stoße nach derselben Richtung bewegten. Nehmen wir ferner die Kugel mit der Masse M' als die vorangehende, die Kugel mit der Masse M als die nachfolgende, also $C > C'$ an, so erleidet diese im Stoße einen Verlust an Geschwindigkeit gleich

$$C - \frac{MC + M'C'}{M + M'} = \frac{M'(C - C')}{M + M'},$$

die andere aber erfährt einen Zuwachs an Geschwindigkeit gleich

$$\frac{MC + M'C'}{M + M'} - C' = \frac{M(C - C')}{M + M'}.$$

Da nun aber beide Kugeln mit derselben Kraft, mit welcher dieselben im Stoße zusammengedrückt worden sind, ihre Gestalt wieder herstellen, so erfährt die erstere denselben Verlust, die andere den nämlichen Zuwachs an Geschwindigkeit nochmals, also überhaupt doppelt. Die Geschwindigkeit der nachfolgenden Kugel ist folglich nach dem Stoße.

$$v = C - \frac{2M'(C - C')}{M + M'} = \frac{2M'C' + C(M - M')}{M + M'},$$

die Geschwindigkeit der vorangehenden aber

$$v' = C' + \frac{2M(C - C')}{M + M'} = \frac{2MC + C'(M' - M)}{M + M'}.$$

Diese Formeln gelten auch noch für den Fall, daß die Kugeln vor dem Stoße sich nicht hinter einander her, sondern gegen einander bewegten, wenn wir in den vorstehenden Formeln die Geschwindigkeit der einen Kugel C als positiv, die der andern C' als negativ annehmen.

X §. 38, a. Fall der Körper. V

V Wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß eine momentane Kraft eine gleichförmige Bewegung hervorbringt. Wirkt dagegen auf einen bewegten Körper eine continuirliche Kraft in der Richtung seiner Bewegung, so wird wegen der fortdauernden Wirkung der Kraft seine Geschwindigkeit beständig zunehmen und seine Bewegung folglich eine beschleunigte sein. Wenn aber eine continuirliche Kraft der Bewegung eines Körpers gerade entgegenwirkt, so muß seine Geschwindigkeit fortwährend abnehmen und seine Bewegung folglich eine verzögerte sein.

Von allen continuirlichen Kräften ist für uns die Schwere bei weitem die wichtigste. Wir betrachten hier zuerst diejenigen Bewegungen, welche durch die alleinige Wirkung der Schwere hervorgebracht werden.

Jeder sich selbst überlassene Körper, welcher von keiner Unterlage getragen wird, fällt, indem er durch seine Schwere nach dem Mittelpunkte der Erde hingezogen wird. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper fällt, hängt jedoch nicht allein von seiner Schwere, sondern auch wesentlich von dem Widerstande ab, welchen die Luft seiner Bewegung entgegensetzt; dieser Widerstand hängt aber wieder von der Größe, der Gestalt und der Masse des fallenden Körpers, so wie auch von der mit der Zeit des Falles zunehmenden Geschwindigkeit desselben und von der Dichtigkeit der Luft, durch welche der Körper fällt, ab. Hiernach könnte ein alle diese Umstände zugleich berücksichtigendes Gesetz, wenn es möglich wäre ein solches aufzustellen, nur ein äußerst verwickeltes sein, und wir werden daher darauf verzichten müssen, dieses zu ermitteln. — Zu sehr einfachen Gesetzen gelangen wir dagegen, wenn wir uns einen im gänzlich leeren Raume fallenden Körper denken und die ganze Höhe des Falles als verschwindend klein gegen die Entfernung vom Mittelpunkte der Erde annehmen, so daß wir die Zunahme, welche die Schwere des fallenden Körpers dadurch erfährt, daß er während seines Falles sich dem Mittelpunkte der Erde nähert, unberücksichtigt lassen können. Unter diesen Voraussetzungen gelten für den freien Fall folgende Gesetze:

1) Alle Körper sind gleich schwer, d. h. im gänzlich leeren Raume müssen alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit fallen.

2) Die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers nimmt in gleichem Verhältnisse mit der Zeit des Falles zu.

3) Der von demselben durchlaufene Weg aber wächst wie das Quadrat dieser Zeit.

Ein Körper fällt im leeren Raume in der ersten Secunde ohngefähr 15 Par. Fuß, also in 2 Secunden 4 . 15 = 60, in 3 Secunden 9 . 15 = 135, in 4 Secunden 16 . 15 = 240 Fuß u. s. w.

4) Die am Ende der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit ist doppelt so groß, als der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg und beträgt also 30 Par. Fuß, d. h. der Körper würde, wenn er mit der am Ende der ersten Secunde erlangten Geschwindigkeit fortginge, ohne daß die Schwere weiter auf ihn einwirkte, in der zweiten Secunde 30 Fuß zurücklegen. — Am Ende der zweiten Secunde beträgt die Geschwindigkeit des fallenden Körpers 2 . 30 = 60 Fuß, am Ende der drtiten Secunde 3 . 30 = 90 Fuß u. s. w.

Die Gesetze sind zuerst von Galilei 1602 aufgefunden und durch den Fall auf der schiefen Ebene nachgewiesen worden. Da nämlich die Körper, welche auf einer schiefen Ebene fallen, ebenfalls durch eine continuirliche und unveränderliche Kraft, (welche sich, wie wir oben [§. 32] gesehen haben, zu der ganzen Schwere wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge verhält), beschleunigt werden, so müssen sie dieselben Gesetze, wie die frei fallenden Körper befolgen, nur mit dem Unterschiede, daß diese Bewegung in dem angegebenen Verhältnisse langsamer erfolgt, als beim freien Falle. Je langsamer aber ein Körper fällt, um so geringer ist der Widerstand der Luft; während derselbe für rasch bewegte Körper sehr beträchtlich ist, ist er dagegen für langsam fallende nur unbedeutend. Ein anderes Hinderniß entspringt jedoch für den Fall auf der schiefen Ebene aus der Reibung. Um diese zu vermindern, ließ Galilei glatte messingene Kugeln in Rinnen, welche mit glattem Pargament ausgefüttert waren, herabrollen.

Aus den oben angeführten Gesetzen ergibt sich weiter und zwar zunächst durch Umkehrung des dritten Gesetzes, daß

5) die Zeiten des Falles wie die Quadratwurzeln aus den Fallhöhen zunehmen, daß also z. B. ein Körper eine doppelte, drei-, viermal . . . so lange Zeit braucht, um durch eine 4, 9, 16mal . . so große Höhe zu fallen, und da nach dem zweiten Gesetze sich die Endgeschwindigkeiten gerade wie die Fallzeiten verhalten, so folgt hieraus ferner, daß auch

6) die Endgeschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Fallhöhen wachsen.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0072-9 DFG

Fragen wir daher, wie lange ein Körper im luftleeren Raume gebrauchen würde, um durch eine bestimmte Höhe, z. B. 100 Fuß zu fallen, so erhalten wir, da ein Körper in einer Secunde 15 Fuß fällt, zufolge des vierten Gesetzes, wenn wir die gesuchte Zeit mit t bezeichnen, die Proportion:

$$1 : t = \sqrt{15} : \sqrt{100},$$

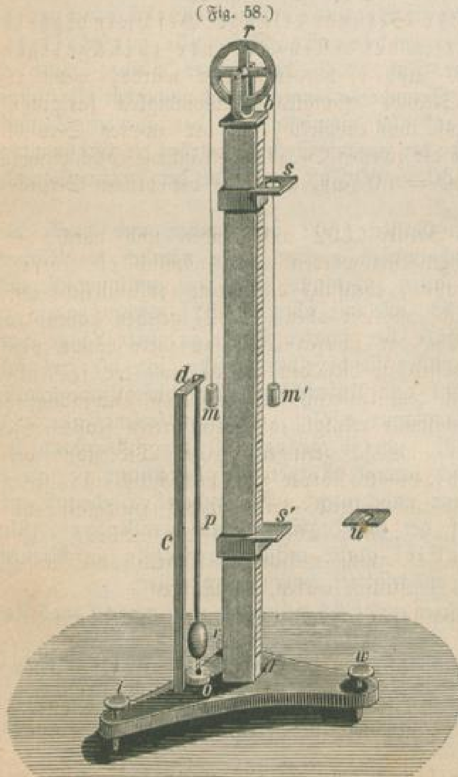
also

$$t = \sqrt{\frac{100}{15}} = \sqrt{6{,}66\,..} = 2{,}58\,..$$

Ein Körper würde also im luftleeren Raume etwas mehr als $2^1/_2$ Secunde brauchen, um durch die Höhe von 100 Fuß zu fallen. — Wollen wir weiter die Geschwindigkeit wissen, welche er am Ende dieses Falles erlangt hat, so ergibt sich, da die am Ende der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit 30 Fuß beträgt und die Geschwindigkeit überhaupt in gleichem Verhältnisse mit der Zeit zunimmt, die gesuchte Geschwindigkeit gleich $2{,}58 \times 30 = 77$ Fuß.

Ueber die Begründung der obigen Gesetze führen wir Folgendes an: Das erste dieser Gesetze geht mit voller Entschiedenheit aus Pendelversuchen hervor (vergl. unten §. 40); auch läßt sich dasselbe durch Versuche unter dem Recipienten der Luftpumpe und noch einfacher durch den folgenden Versuch bestätigen. Wenn man auf einen zwischen zwei Fingern wagerecht gehaltenen Thaler ein kleines Blättchen Papier oder eine kleine Feder legt und dann den Thaler (aus mäßiger Höhe) fallen läßt, so gelangt das Blättchen oder die Feder, wenn der Thaler während des Fallens die wagerechte Lage beibehält, gleichzeitig mit demselben am Fußboden an, indem der vorangehende Thaler den Widerstand der Luft überwindet.

(Fig. 58.)



Zum empirischen Beweise des zweiten, dritten und vierten Gesetzes dient die von Atwood angegebene Fallmaschine. Dieselbe besteht aus einer in Fuße und Zolle getheilten Säule ab (Fig. 58), welche durch die drei Schrauben v, w, i des Fußgestelles in eine genau senkrechte Lage gebracht werden kann. Ueber der Säule befindet sich ein sehr leichtes und leicht drehbares Rädchen r, über welches eine Schnur läuft, die an ihrem Ende zwei gleiche Gewichte m und m' trägt; an der Säule selbst sind zwei Schieber s und s' angebracht, von denen der obere eine Oeffnung hat, durch welche die Schnur und das Gewicht m' frei hindurchgeht, während das auf dieses gelegte Uebergewicht u bei dem Durchgange des Gewichtes m' durch die Oeffnung auf dem Schieber liegen bleibt. Zur Messung der Zeit dient ein neben der Säule ab an dem senkrechten Stabe cd aufgehängtes Pendel p, welches genau Secunden schlägt. Unten ist an das Pendel ein Kügelchen angehängt, welches bei jedem Hin- und Hergange des Pendels an eine kleine metallne Glocke o schlägt. — Wenn das Uebergewicht u auf das Gewicht m' aufgelegt ist, so ist die zu bewegende Masse $= m + m' + u = 2m + u$,

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0073-5

welche nur durch das Uebergewicht u, da m und m' sich das Gleichgewicht halten, zur Bewegung angetrieben wird. Bezeichnen wir daher die am Ende der ersten Secunde bei diesem Falle erlangte Geschwindigkeit mit g', die Geschwindigkeit aber, welche die frei fallenden Körper am Ende der ersten Secunde haben, mit g, so verhält sich

$$g' : g = u : 2m + u.$$

Ist z. B. 2m = 14n, so ist $g' = \frac{1}{15}g$. Erheben wir das Gewicht m, bis zum obersten Theilstriche, stellen den Schieber s einen Fuß tiefer, den Schieber s' zwei Fuß unter diesen, so fällt bei aufgelegtem Uebergewichte u' das Gewicht m, in der ersten Secunde bis zu dem Schieber s und in der zweiten bis s', indem nämlich nach abgehobenem Uebergewichte u die Gewichte m und m' ihre Bewegung mit der am Ende der ersten Secunde erlangten Geschwindigkeit fortsetzen. Stellen wir bei weiter folgenden Versuchen den Schieber s 4, 9 ... Fuß unter den Anfangspunkt der Scale und den Schieber s' 4, 6 ... Fuß tiefer, so erreicht das bis oben an gehobene Gewicht m', nachdem es mit dem Uebergewichte u belastet und dann losgelassen worden ist, den Schieber s nach 2, 3 ... Secunden und eine Secunde später den Schieber s'. — Die Atwood'sche Fallmaschine wird jedoch in der Genauigkeit der Resultate von dem Phonoscop übertroffen. S. die Abhandlung von W. Rollmann in dem Programme des Gymn. zu Stralsund, 1867.

Zur theoretischen Begründung der Gesetze des freien Falles führen wir Folgendes an: Da die Schwere in jedem Zeittheilchen mit gleicher Stärke auf einen fallenden Körper beschleunigend einwirkt, so muß sie auch seine Geschwindigkeit in jeder Secunde um gleichviel vermehren. Heißt daher die am Ende der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit g, so wird sie am Ende der zweiten Secunde = 2g, am Ende der dritten Secunde = 3g u. s. w. sein. — Der Raum, welchen der fallende Körper in irgend einer Secunde, z. B. in der dritten Secunde wirklich zurücklegt, ist offenbar größer, als die Geschwindigkeit am Anfange und kleiner als die Geschwindigkeit am Ende dieser Secunde, also > 2g, aber < 3g; und er muß genau dem Mittel dieser beiden Größen $\frac{5}{2}g$ gleich sein, da die Geschwindigkeit während dieser Secunde ganz gleichmäßig von 2g bis 3g gewachsen ist. — Eben so findet man den Fallraum für die erste Secunde $= \frac{1}{2}g$, für die zweite $= \frac{3}{2}g$ u. s. w. Die Fallräume in den einzelnen Secunden verhalten sich also wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5 u. s. w.

Durch Addition der in den einzelnen Secunden zurückgelegten Räume ergeben sich die Fallräume für die ganzen Zeiten; für die erste Secunde $= \frac{1}{2}g$, für 2 Secunden $= \frac{1}{2}g + \frac{3}{2}g = \frac{4}{2}g$, für 3 Secunden $= \frac{4}{2}g + \frac{5}{2}g = \frac{9}{2}g$, für 4 Secunden $= \frac{9}{2}g + \frac{7}{2}g = \frac{16}{2}g$ u. s. w. Diese Fallräume verhalten sich also wie die Quadratzahlen 1, 4, 9, 16 u. s. w.

Bezeichnen wir überhaupt beim freien Falle die in Secunden ausgedrückte Zeit mit t, die am Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit mit v, den in der ganzen Zeit durchlaufenen Raum mit s und den Fallraum in der ersten Secunde mit $\frac{1}{2}g$, so ist

$$1)\ v = gt \text{ und } 2)\ s = \frac{1}{2}gt^2.$$

Fragen wir, welche Geschwindigkeit ein von einer bestimmten Höhe herabfallender Körper erlangt, so ist s gegeben und v gesucht. Aus (2) ergibt sich zunächst die Zeit

$$3)\ t = \sqrt{\frac{2s}{g}},$$

und dieses in (1) eingesetzt, gibt

$$4)\ v = \sqrt{2gs}.$$

Wenn ein fallender Körper die Endgeschwindigkeit v während der ganzen Dauer t seiner Bewegung, von Anfang bis zu Ende, gehabt hätte, so würde der von demselben durchlaufene Weg = vt, oder da wir vermöge Gleichung (1) statt v auch gt setzen

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0074-1

können, $= gt^2$ sein. Da nun nach Gleichung (2) der wirklich durchlaufene Weg $= \frac{1}{2}gt^2$ ist, so folgt hieraus, daß *ein mit der Endgeschwindigkeit eines fallenden Körpers gleichförmig fortbewegter Körper in der nämlichen Zeit einen doppelt so großen Raum als der fallende Körper durchläuft.*

Bei dem Falle auf der schiefen Ebene ist (nach §. 32) die Beschleunigung dem Verhältniß zwischen der Höhe und Länge, d. h. dem Sinus des Neigungswinkels proportional. Nennen wir denselben α und bedienen uns im Uebrigen ähnlicher Bezeichnungen, wie beim freien Falle, so ist

$$5)\ v' = gt \sin\alpha \text{ und } 6)\ s' = \frac{1}{2}gt^2 \sin\alpha.$$

V

$v = ct$

Beantworten wir auch hier wieder die Frage, welche Geschwindigkeit ein Körper erlangt, wenn er einen bestimmten Weg s auf der schiefen Ebene durchlaufen hat, so ergibt sich zunächst aus (5) die Zeit

$$7)\ t = \sqrt{\frac{2s'}{g \sin\alpha}},$$

und wenn wir diesen Werth in (6) einsetzen,

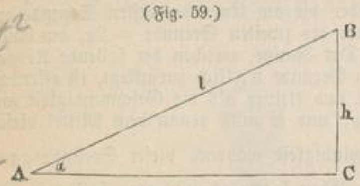
$$8)\ v' = \sqrt{2gs' \sin\alpha}.$$

$S = t.v$

$\frac{t^2c^2}{2}$

Bezeichnen wir die Länge der schiefen Ebene AB (Fig. 59) mit l, die Höhe BC mit h, ferner die Geschwindigkeit, welche beim Fall auf der schiefen Ebene ein Körper erlangt, welcher die ganze Länge derselben zurückgelegt hat, mit v' und die Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er durch die senkrechte Höhe BC gefallen wäre, mit v, so ist zufolge der Gleichung (8)

(Fig. 59.)



$h = \frac{1}{2}gt^2$

$v = gt,$

$$v' = \sqrt{2gl \sin\alpha}$$

und vermöge Gleichung (4)

$$v = \sqrt{2gh}.$$

$v = \sqrt{2g \cdot h}$

Nun ist aber $l \sin\alpha = h$, folglich $v = v'$, d. h. *ein Körper erlangt beim Falle auf der schiefen Ebene, wenn er die Länge derselben AB durchlaufen hat, die nämliche Geschwindigkeit wie ein frei fallender Körper, welcher durch die senkrechte Höhe derselben BC gefallen ist.*

*§. 38, b. Das Trägheitsmoment.

Bei den im Vorhergehenden behandelten Bewegungen beschrieb der bewegte Körper eine gerade Linie. Wir wenden uns nun zur Betrachtung solcher Bewegungen, bei denen der bewegte Körper genöthigt ist, eine krummlinige Bahn, insbesondere einen Kreis zu durchlaufen.

Wir unterscheiden bei einer kreisförmigen Bewegung die *lineare* und die *Winkelgeschwindigkeit.* Unter der linearen Geschwindigkeit verstehn wir so wie früher (§. 17) die Länge des Weges, welchen ein Körper in der Zeiteinheit zurücklegt, wenn der Zustand seiner Bewegung unverändert derselbe bleibt, unter der Winkelgeschwindigkeit aber den Winkel, welchen der *Radius vector,* d. h. die Linie, welche den bewegten Körper mit dem Mittepunkt des Kreises verbindet, unter den eben angeführten Bedingungen beschreibt.

Bewegen sich zwei Körper auf gleichen Kreisen, so verhalten sich die Winkelgeschwindigkeiten offenbar wie die linearen. Bewegen sich dagegen zwei Körper auf ungleichen Kreisen mit gleicher linearer Geschwindigkeit, so verhalten sich, wie leicht zu sehen, die Winkelgeschwindigkeiten umgekehrt wie die Radien. Ist z. B. der Radius des einen Kreises dreimal größer als der des anderen, so ist der Winkel, um welchen der größere Radius fortgerückt ist, nur der dritte Theil des Winkels, welchen der kleinere Radius beschrieben hat, wenn beide Körper Bogen von gleicher Länge durchlaufen haben. — Ueberhaupt verhalten sich bei kreisförmigen Bewegungen die Winkelgeschwindigkeiten direkt wie die linearen Geschwindigkeiten, aber umgekehrt wie die Radien. — Bezeichnen wir daher für zwei Körper, welche sich auf verschiedenen Kreisen bewegen, die Radien dieser Kreise mit R und R′, die linearen Geschwindigkeiten mit C und C′, die Winkelgeschwindigkeiten mit V und V′, so verhält sich

(Fig. 60.)

$$V : V' = \frac{C}{R} : \frac{C'}{R'} = CR' : C'R.$$

Wir behandeln nun zunächst die folgende Aufgabe: Auf einer schwerlosen Stange BC (Fig. 60), welche um den festen Punkt C drehbar ist, ist im Punkte A eine Masse M angebracht, und eine auf den nämlichen Punkt A in senkrechter Richtung zu CB und mit unveränderlicher Stärke wirkende Kraft P ertheilt der Stange CB in einer bestimmten Zeit die Winkelgeschwindigkeit V; wie groß wird die in der nämlichen Zeit erzeugte Winkelgeschwindigkeit sein, wenn die Größe der Kraft P und ihr Angriffspunkt A unverändert bleiben, die Masse M aber aus dem Punkte A in irgend einen andern Punkt B der Stange BC verlegt wird?

Bevor wir diese Frage beantworten, bestimmen wir zunächst die Größe der Kraft, welche im Punkte B (nach der entgegengesetzten Richtung hin) angebracht werden müßte, um der in A wirkenden Kraft P das Gleichgewicht zu halten. Bezeichnen wir die gedachte Kraft mit Q, dann verhält sich nach dem Gesetze vom Hebel

$$Q : P = AC : BC.$$

Mit einer der Größe dieser Kraft Q entsprechenden Stärke wird daher auch die nach B verlegte Masse M durch die in A wirkende Kraft P angetrieben. Da sich nun für zwei Kräfte, welche auf gleiche Massen wirken, die durch dieselben in gleichen Zeiten hervorgebrachten linearen Geschwindigkeiten (nach §. 36) wie diese Kräfte verhalten, so bekommen wir weiter, wenn wir mit C die Geschwindigkeit bezeichnen, welche die Kraft P der Masse M in der Zeiteinheit ertheilt, als diese Masse sich in A befand, und mit c die Geschwindigkeit, welche diese Kraft der von A nach B verlegten Masse M in der Zeiteinheit ertheilt, die Proportion

$$c : C = Q : P = AC : BC,$$

oder wenn wir der Kürze wegen AC = R und BC = r setzen,

$$c : C = R : r.$$

Ist uns aber für zwei kreisförmige Bewegungen das Verhältniß der Radien und der linearen Geschwindigkeiten bekannt, so setzt sich hieraus nach der oben angeführten Regel das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeiten zusammen. Bezeichnen wir daher mit v die Winkelgeschwindigkeit, welche die in den Punkt B verlegte Masse in der nämlichen Zeit erlangt, in welcher dieselbe, als sie sich im Punkte A befand, die Winkelgeschwindigkeit V erreichte, dann verhält sich $v : V = cR : Cr$,
oder da $c : C = R : r$ ist: $v : V = R^2 : r^2$.
Verlegen wir die Masse M aus B noch in irgend einen andern Punkt B′ der festen Stange BC und geben wir v′ und r′ für diesen Punkt die nämliche Bedeutung, welche v und r für den Punkt B erhalten haben, dann ist aus den angeführten Gründen $v' : V = R^2 : r'^2$.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0076-2
DFG

Verbinden wir diese Proportion mit der vorhergenden, so ergibt sich

$$v : v' = r'^2 : r^2,$$

d. h. wenn die Größe und der Angriffspunkt der bewegenden Kraft die nämlichen bleiben, der Abstand der zu bewegenden Masse vom Drehungspunkte aber sich verändert, so verhalten sich die Winkelgeschwindigkeiten umgekehrt wie die Quadrate dieser Abstände. Die zwei-, dreimal so weit entfernte Masse braucht also unter den angeführten Bedingungen zu einem ganzen Umlaufe vier-, neunmal so viel Zeit, als eine gleichgroße Masse in der einfachen Entfernung. Um die erstere mit derselben Geschwindigkeit fortzubewegen, würde eine vier-, neunmal so große Kraft erforderlich sein.

Da überhaupt zufolge der obigen Proportion die Winkelgeschwindigkeit bei ungeändeter Kraft in dem nämlichen Verhältnisse abnimmt, in welchem das Quadrat des Radius wächst, und da ferner (nach §. 36) die Geschwindigkeiten den Kräften proportional sind, so werden wir, wenn die Winkelgeschwindigkeit ungeändert bleiben soll, die Kraft in gleichem Verhältnisse mit dem Quadrat des Radius wachsen lassen müssen. Wenn wir also mit p und p′ zwei in A angebrachte Kräfte bezeichnen, welche der in B oder B′ befindlichen Masse M gleiche Winkelgeschwindigkeiten ertheilen, so muß sich verhalten

$$p : p' = r^2 : r'^2.$$

Bisher haben wir die zu bewegende Masse als unverändert angesehen; vergrößern wir die Masse, so muß (nach §. 36), wenn die nämliche Geschwindigkeit erzielt werden soll, die Kraft in demselben Verhältnisse zunehmen. Da also die Kräfte bei gleichen Radien sich gerade wie die Massen, bei gleichen Massen wie die Quadrate der Radien verhalten müssen, wenn die Winkelgeschwindigkeit keine Aenderung erfahren soll, so müssen folglich überhaupt bei gleichen Winkelgeschwindigkeiten sich die bewegenden Kräfte wie die Producte aus den Massen und den Quadraten der Radien verhalten, in Zeichen

$$p : p' = Mr^2 : M'r'^2,$$

wo M und M′ die zu bewegenden Massen bezeichnen, die übrigen Buchstaben aber die schon früher angegebene Bedeutung haben.

Das Product aus der Masse und dem Quadrate des Radius, welches zufolge des Vorstehenden als das Maaß der bewegenden Kraft angesehn werden kann, führt den Namen Trägheitsmoment. Dasselbe ist besonders für die Maschinenlehre von großer Wichtigkeit.

Verhalten sich z. B. bei zwei Schwungrädern von gleicher Masse die Radien wie 1 : 3, so verhalten sich, wenn nur das Gewicht des äußern Ringes in Betracht gezogen, von dem Gewicht der Speichen u. s. w. aber abgesehn wird, die Trägheitsmomente derselben wie 1 : 9. Wären überdies noch die Massen verschieden, und verhielten sich dieselben wie 1 : 5, so wäre das Verhältniß der Trägheitsmomente = 1 : 45.

Zufolge der obigen Proportion

$$p : p' = Mr^2 : M'r'^2$$

verhalten sich bei gleichen Winkelgeschwindigkeiten die bewegenden Kräfte wie die Trägheitsmomente. Da nun bei gleichen Trägheitsmomenten sich die bewegenden Kräfte offenbar wie die Winkelgeschwindigkeiten verhalten müssen, so folgt hieraus, daß sich überhaupt die bewegenden Kräfte wie die Producte aus den Winkelgeschwindigkeiten und Trägheitsmomenten verhalten, also

$$p : p' = v' . Mr^2 : v' . Mr'^2.$$

Ist $p = p'$, so verhält sich

$$v : v' = M'r'^2 : Mr^2,$$

d. h. bei gleichen bewegenden Kräften verhalten sich die Winkelgeschwindigkeiten umgekehrt wie die Trägheitsmomente.

Unter dem Trägheitsmomente eines materiellen Körpers versteht man die Summe der Trägheitsmomente aller seiner materiellen Theile. Dasselbe kann, wenn die Größe und Gestalt eines aus gleichförmiger Materie bestehenden Körpers und die Lage der Drehungsaxe gegeben ist, durch Rechnung gefunden werden. Diese Rechnungen bieten jedoch, wenn nur die Lehren der Elementarmathematik zu Hilfe genommen werden, im allgemeinen nicht unerhebliche Schwierigkeiten dar. Wir beschränken uns auf die folgenden einfachen Fälle.

Es soll zunächst das Trägheitsmoment einer sehr dünnen Stange, welche um den einen Endpunkt drehbar ist, gefunden werden, wenn die Länge der Stange gleich a, die Masse derselben gleich M gegeben ist. — Denken wir uns die Länge der Stange in n gleiche Theile getheilt, dann ist die Masse eines jeden Theilchens $= \frac{M}{n}$; die Abstände dieser Theilchen von dem Drehungspunkte sind offenbar größer als

$$0, \frac{1}{n}a, \frac{2}{n}a, \frac{3}{n}a \ldots\ldots \frac{n-1}{n}a$$

und kleiner als

$$\frac{1}{n}a, \frac{2}{n}a, \frac{3}{n}a \ldots\ldots \frac{n}{n}a.$$

Bezeichnen wir das gesuchte Trägheitsmoment der ganzen Stange mit T, so ist folglich

$$T < M \cdot \frac{a^2}{n^3}(1 + 2^2 + 3^2 \ldots + (n-1)^2),$$

aber

$$T > M \cdot \frac{a^2}{n^3}(1 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2).$$

Nun ist bekanntlich*)

$$1 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

und

$$1 + 2^2 + 3^2 \ldots + (n-1)^2 = \frac{(n-1) \cdot n \cdot (2n-1)}{6}$$

also

$$T > \frac{a^2 \cdot M}{6}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right)$$

und

$$T < \frac{a^2 \cdot M}{6}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{n}\right).$$

Je größer wir n annehmen, um so mehr nähert sich sowohl die obere wie die untere der beiden Grenzen, zwischen denen T liegt, dem Werthe $\frac{1}{3}a^2M$, und da beide, wenn wir n unendlich groß annehmen, in diesen einen Werth zusammenfallen, so folgt hieraus

$$T = \frac{1}{3}a^2M.$$

Das Trägheitsmoment der um einen Endpunkt drehbaren Stange ist daher eben so groß, als wenn der dritte Theil ihrer ganzen Masse in dem andern Endpunkte vereinigt, die Stange im Uebrigen aber ohne Schwere wäre. — Liegt der Drehungspunkt nicht in einem Endpunkte, sondern zwischen beiden Endpunkten, so ist das Trägheitsmoment der ganzen Stange gleich der Summe der Trägheitsmomente der beiden Theile, in welche die Stange durch den Drehungspunkt getheilt wird. Ist die Stange um ihren Schwerpunkt, also um ihre Mitte drehbar, so ist die Länge der einen Hälfte $= \frac{1}{2}a$, ihre Masse $= \frac{1}{2}M$, also ihr Trägheitsmoment $= \frac{1}{24}a^2M$ und folglich das Trägheitsmoment der ganzen Stange $= \frac{1}{12}a^2M$.

Wir behandeln ferner die Aufgabe, das Trägheitsmoment einer um den Mittelpunkt drehbaren kreisförmigen Scheibe zu finden, wenn die Masse derselben $= M$ und der Radius $= r$ gegeben ist. — Theilen wir einen Radius in n gleiche Theile und beschreiben aus dem Mittelpunkte Kreise, welche die Abstände der

*) Arithm. u. Alg. §. 254 Anm.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0078-4
DFG

Theilungspunkte vom Mittelpunkte zu Radien haben, so wird der ganze Kreis, wenn wir den innersten kleinen Kreis ebenfalls als einen Ring bezeichnen, in n Ringe zerschnitten, deren Breite $= \frac{1}{n}r$ ist. Der m^{te} dieser Ringe hat zum innern Radius $\frac{m-1}{n} \cdot r$, zum äußern $\frac{m}{n} \cdot r$, zur innern Peripherie $\frac{m-1}{n} \cdot 2r\pi$, zur äußern $\frac{m}{n} \cdot 2r\pi$, und da die Breite des Ringes $= \frac{1}{n}r$, so ist folglich sein Inhalt

$$> \frac{m-1}{n^2} \cdot 2r^2\pi, \text{ aber } < \frac{m}{n^2} \cdot 2r^2\pi.$$

Da ferner der Flächeninhalt der ganzen kreisförmigen Scheibe $= r^2\pi$, ihre Masse $= M$ ist, so ist die Masse des gedachten Ringes

$$> \frac{2(m-1)}{n^2}M, \text{ aber } < \frac{2m}{n^2}M,$$

und da endlich der Abstand dieses Ringes vom Drehungspunkte offenbar $> \frac{m-1}{n}r$ aber $< \frac{m}{n}r$ zu setzen ist, so ist folglich das Trägheitsmoment des m^{ten} Ringes

$$> \frac{2(m-1)^3}{n^4} \cdot r^2M, \text{ aber } < \frac{2m^3}{n^4} \cdot r^2M.$$

Bezeichnen wir daher mit T das Trägheitsmoment der ganzen kreisförmigen Scheibe, so ist hiernach $T > \frac{2r^2M}{n^4}(1 + 2^3 + 3^3 \ldots + (n-1)^3)$,

aber $T < \frac{2r^2M}{n^4}(1 + 2^3 + 3^3 \ldots n^3)$.

Nun ist bekanntlich*)

$$1 + 2^3 + 3^3 \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

und

$$1 + 2^3 + 3^3 \ldots + (n-1)^3 = \frac{(n-1)^2n^2}{4},$$

demnach ist

$$T > \frac{1}{2}r^2M\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

aber

$$T < \frac{1}{2}r^2M\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

Hieraus ergibt sich, wenn wir n unendlich groß annehmen,

$$T = \frac{1}{2}r^2M.$$

Um das Trägheitsmoment eines von zwei concentrischen Kreisen begrenzten Ringes zu finden, wenn der größere Radius $= r$, der kleinere $= \varrho$ und die Masse des Ringes $= M$ gegeben ist, denken wir uns auch die innere Kreisfläche, welche ϱ zum Radius hat, eben so wie den Ring selbst gleichförmig mit Masse besetzt; dann ist die Masse der ganzen Kreisfläche, welche r zum Radius hat,

$$= \frac{r^2M}{r^2 - \varrho^2} \text{ und ihr Trägheitsmoment } = \frac{r^4M}{2(r^2 - \varrho^2)},$$

die Masse der abzuziehenden Kreisfläche, welche zum Radius ϱ hat,

$$= \frac{\varrho^2M}{r^2 - \varrho^2} \text{ und ihr Trägheitsmoment } = \frac{\varrho^4M}{2(r^2 - \varrho^2)},$$

also das gesuchte Trägheitsmoment des Ringes

$$= \frac{(r^4 - \varrho^4)M}{2(r^2 - \varrho^2)} = \frac{r^2 + \varrho^2}{2}M.$$

Auf gleiche Weise ist das Trägheitsmoment eines massiven oder hohlen um seine Axe drehbaren Cylinders zu berechnen.

Durch eine Betrachtung, welche derjenigen, die wir über eine kreisförmige um ihren Mittelpunkt drehbare Scheibe angestellt haben, ganz ähnlich ist, findet man das

*) Arithmetik und Algebra a. a. O.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0079-2 DFG

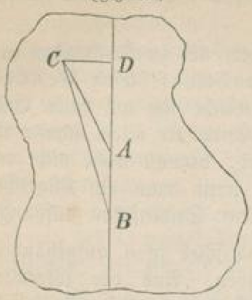
Trägheitsmoment einer Kugel, wenn die Drehungsaxe durch den Mittelpunkt geht

$$= \frac{2}{5} r^2 M,$$

wenn r den Radius und M die Masse der Kugel bezeichnet.

Endlich führen wir über das Trägheitsmoment noch den folgenden Satz*) an: Wenn ein Körper um eine Axe gedreht wird, welche nicht durch den Schwerpunkt geht, so ist das Trägheitsmoment größer, als wenn die Drehung um eine zu jener parallele, aber durch den Schwerpunkt gehende Axe erfolgt, und zwar um das Product aus der Masse des Körpers und dem Quadrate des senkrechten Abstandes der parallelen Achsen von einander. — Wir betrachten zunächst irgend einen materiellen Punkt C des in Rede stehenden Körpers (Fig. 61) und bezeichnen die Masse dieses Punktes mit m. Legen wir dann durch denselben eine Ebene senkrecht zu den beiden parallelen Axen, welche die durch den Schwerpunkt gehende Axe in A, die andere in B schneidet, fällen wir ferner aus dem Punkte C auf die verlängerte Linie AB die Senkrechte CD und setzen $AB = a$, $AD = x$, $CD = y$, dann ist das Trägheitsmoment des in C befindlichen materiellen Theilchens für die durch den Schwerpunkt gehende Axe gleich

(Fig. 61.)



$$m \cdot AC^2 = m \cdot x^2 + m \cdot y^2,$$

für die andere Axe aber gleich

$$m \cdot BC^2 = m(a + x)^2 + my^2$$
$$= ma^2 + 2max + mx^2 + my^2.$$

Es unterscheidet sich daher das letztere Trägheitsmoment von dem ersteren um die Größe

$$ma^2 + 2max.$$

Denken wir uns dieselbe Betrachtung auf alle anderen materiellen Theilchen unseres Körpers angewendet, bezeichnen wir die Massen derselben mit m', m'', m''' ..., ihre Abscissen mit x', x'', x''' ..., ferner das Trägheitsmoment des ganzen Körpers für die durch den Schwerpunkt gehende Axe mit T, für die andere ihr parallele Axe mit T^1, so erhalten wir die Gleichung

$$T^1 - T = a^2(m + m' + m'' + m''' + \ldots) + 2a(mx + m'x' + m''x'' + m'''x''' + \ldots).$$

Der Factor $m + m' + m'' + m''' \ldots$ ist offenbar der Masse des ganzen Körpers gleich, welche wir mit M bezeichnen wollen; der Factor $mx + m'x' + m''x'' + m'''x''' + \ldots$ ist die Summe der statischen Momente der materiellen Theile des fraglichen Körpers für eine durch den Schwerpunkt gehende Axe und folglich nach §. 26, a. Anm. gleich Null. Die zuletzt erhaltene Gleichung geht daher über in

$$T^1 = T + a^2M, \text{ w. z. b. w.}$$

Oder haben wir das Trägheitsmoment einer kreisförmigen Scheibe $= \frac{1}{2} r^2 M$ und das Trägheitsmoment einer Kugel $= \frac{2}{5} r^2 M$ gefunden, wenn die Drehungsaxe durch den Mittelpunkt geht. Werden die Scheibe oder die Kugel um eine Axe gedreht, welche von dem Mittelpunkt um den Abstand a entfernt ist, so ist für die erstere das Trägheitsmoment

$$T^1 = \left(\frac{1}{2} r^2 + a^2\right) M,$$

für die letztere

$$T^1 = \left(\frac{2}{5} r^2 + a^2\right) M.$$

§. 39. Mathematisches Pendel.

Eine zweite durch die Schwere hervorgebrachte Bewegung ist die schwingende Bewegung eines Pendels. Unter einem Pendel versteht man einen schweren Körper, welcher in irgend einem Punkte, welcher jedoch nicht gerade

*) Auf diesen Satz gründet sich das weiter unten (§. 40, a.) anzuführende Reversionspendel.

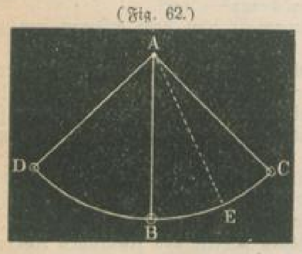
Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0080-3
DFG

der Schwerpunkt sein darf, so aufgehängt ist, daß er sich um diesen Punkt frei herumdrehen kann. Ein solcher Körper kann, wie wir wissen, nur dann ruhen, wenn sein Schwerpunkt lotrecht unter dem Aufhängepunkte liegt. Aus dieser Lage gebracht und dann sich selbst überlassen, kehrt er vermöge seiner Schwere nicht bloß in dieselbe zurück, sondern überschreitet sie nach dem Trägheitsgesetze, kehrt dann wieder zurück u. s. w., wodurch die schwingende Bewegung des Pendels entsteht.

Wir gehen auch hier, wie beim Falle der Körper, am zweckmäßigsten von einer hypothetischen Annahme, nämlich vom mathematischen Pendel, aus. Hierunter versteht man eine gerade Linie, welche sich um einen Endpunkt frei herumdrehen kann, und deren anderer Endpunkt allein schwer ist. Daß ein solches Pendel in der Natur nicht existirt, braucht wohl nicht erst gesagt zu werden; man stellt es annähernd dar, wenn man ein Kügelchen von Blei oder noch besser von Platin an einem feinen Seidenfaden aufhängt.

Denken wir uns, AB (Fig. 62) sei ein mathematisches in A aufgehängtes Pendel und B der einzige schwere Punkt desselben. Aus der lotrechten Lage AB in die schiefe Lage AC gebracht und sich dann selbst überlassen, wird das Pendel vermöge der Schwere in die Lage AB zurückkehren und der schwere Endpunkt den Bogen CB durchlaufen. Wir können diese Bewegung mit dem Falle auf der schiefen Ebene vergleichen, indem wir uns den Bogen BC als aus unendlich vielen, unendlich kleinen geraden Stücken bestehend denken; doch findet der wesentliche Unterschied statt, daß beim Falle auf der schiefen Ebene der Neigungswinkel fortwährend der nämliche bleibt, während derselbe hier von C nach B beständig abnimmt und in B selbst verschwindet. Die Geschwindigkeit des Pendels wird daher zwar beständig, aber nicht gleichförmig, sondern um so langsamer zunehmen, je mehr sich der schwere Punkt dem Punkte B nähert, wo seine Geschwindigkeit gar keinen Zuwuchs mehr erhält. Da indeß, wie gesagt, die Bewegung von C nach B fortwährend durch die Schwere beschleunigt worden ist, so muß die Geschwindigkeit in B am größten sein; vermöge des Trägheitsgesetzes fährt daher der schwere Punkt fort, sich über B hinaus zu bewegen und steigt nun in dem Bogen BD in die Höhe. Da die Schwere seiner Bewegung jetzt genau eben so entgegenwirkt, als sie vorhin beschleunigend wirkte, so muß der äußerste Punkt D, welchen der schwere Punkt erreicht, eben so hoch über B wie C liegen, also Bogen BC genau gleich BD sein, indem bei einem mathematischen Pendel alle Hindernisse der Bewegung, Widerstand der Luft, Reibung u. dgl. wegfallen. Nachdem der schwere Punkt in D angekommen ist, hat er vermöge der Gegenwirkung der Schwere seine ganze Geschwindigkeit verloren, und er durchläuft nun auf ganz gleiche Weise den Bogen CD in der entgegengesetzten Richtung von D nach C u. s. w. Ein mathematisches Pendel würde daher, wenn wir ein solches darzustellen vermöchten, ein vollkommenes perpetuum mobile sein.

(Fig. 62.)



Von den Schwingungen eines mathematischen Pendels gelten folgende Gesetze:

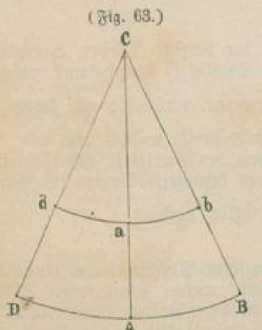
1) Bei dem nämlichen Pendel ist für kleine Schwingungsbogen, (welche 10 Grad nicht übersteigen,) die Dauer der Schwingungen von der Größe der durchlaufenen Bogen fast unabhängig.

Wenn man die Schwingungen zählt, welche ein wirkliches oder physisches Pendel während einer Stunde macht, so findet man, daß es in der letzten Minute eben so viele Schwingungen macht wie in der ersten, obschon die Schwingungsbogen in der ersten Minute bedeutend größer waren, als in der letzten; es muß daher die größern Bogen auch mit einer größern Geschwindigkeit durchlaufen haben. — Wenn nämlich ein Pendel einmal von B bis E, (Fig. 62), das anderemal von B bis C aufgehoben wird, so ist die Richtung seiner Bewegung in C stärker gegen den Horizont geneigt, als in E; es wird also auch in C mehr durch die Schwere beschleunigt, als in E und bewegt sich daher, wenn es von B bis C aufgehoben wird, mit größerer Geschwindigkeit, als wenn man es nur bis E aufgehoben hätte. Hierdurch wird es möglich, daß ein bis C aufgehobenes Pendel den größern Bogen BC in derselben Zeit durchläuft, wie ein bis E aufgehobenes Pendel den kleinen Bogen BE.

2) Wenn zwei Pendel ungleiche Länge haben, so schwingt das 4=, 9=, 16mal längere 2=, 3=, 4mal langsamer. Ueberhaupt verhalten sich die Schwingungszeiten zweier Pendel wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Dieses Gesetz läßt sich in folgender Art verdeutlichen: Wie wir oben (in §. 38, a) gesehen haben, verhalten sich beim freien Fall die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten; folglich verhalten sich die Fallzeiten wie die Quatratwurzeln aus den Fallräumen. Dasselbe muß offenbar auch bei zwei gleich geneigten schiefen Ebenen stattfinden, da für den Fall auf den schiefen Ebenen die nämlichen Gesetze wie für den freien Fall gelten; und es dürfte daher dieses Gesetz auch noch auf die Bewegungen zweier um gleiche Neigungswinkel aufgehobenen Pendel anzuwenden sein. Es werden sich also bei denselben die Schwingungszeiten wie die Quadratwurzeln aus den Schwingungsbogen DAB und dab (Fig. 63) verhalten. Diese Bogen verhalten sich aber bekanntlich wie die Radien CA und Ca, d. h. wie die Pendellängen; folglich müssen sich auch die Schwingungszeiten wie die Quadratwurzeln aus diesen Längen verhalten.

(Fig. 63.)



Die Gesetze der Pendelschwingungen sind ebenfalls zuerst von Galilei aufgefunden worden.

Ist l die Länge eines mathematischen Pendels, t die Dauer einer Schwingung und $\frac{1}{2}$g der Raum, welchen ein frei fallender Körper in der ersten Secunde zurücklegt, so ist sehr nahe $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$,

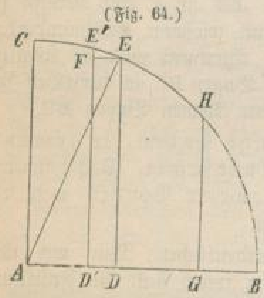
wo π die Verhältnißzahl zwischen Peripherie und Durchmesser bezeichnet.

Die so eben angeführte Formel ist jedoch nur eine Annäherung an die Wahrheit: sie würde vollkommen richtig sein, wenn beim Pendel die beschleunigende Kraft beim Beginn seiner Bewegung im höchsten Punkte C (Fig. 62) dem zwischen diesem und dem tiefsten Punkte B liegenden Bogen BC proportional wäre und während der Bewegung von C nach B sich in demselben Verhältnisse verminderte, in welchem der noch bis B hin zu durchlaufende Bogen kleiner wird, was, wie wir weiterhin noch ausführlicher besprechen werden, nicht genau, sondern nur annähernd zutrifft.

Wir beschäftigen uns nun zunächst mit der Lösung der Aufgabe, welche uns auch noch weiter unten (§. 168) wesentlichen Nutzen gewähren wird, die Gesetze der Bewegung eines Körpers zu ermitteln, für welchen die eben ausgesprochenen Voraussetzungen nicht annähernde, sondern volle Gültigkeit haben, daß nämlich die Größe der beschleunigenden Kraft dem überhaupt von dem bewegten Körper bis zu einem bestimmten Punkte seiner Bahn zu durchlaufenden Wege proportional ist und sich in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem während der Bewegung die Größe des bis zu diesem Punkte hin noch zurückzulegenden Weges abnimmt.

Dem zufolge nehmen wir an, daß von dem Punkte B aus (Fig. 64) sich ein Körper den angegebenen Voraussetzungen gemäß gegen den Punkt A bewege. Da diese Voraussetzungen offenbar von der Gestalt der Bahn ganz unabhängig sind, so werden wir dieselbe am einfachsten als eine gerade Linie AB zeichnen.

(Fig. 64.)



Nach unserer Annahme ist die beschleunigende Kraft im Punkte B, also auch die Geschwindigkeit, welche dieselbe, wenn sie mit unveränderlicher Stärke wirkte, dem bewegten Körper in der Zeiteinheit ertheilen würde, der Größe des Weges AB proportional. Bezeichnen wir das Verhältniß dieser Geschwindigkeit zu dem Wege AB mit k, so gibt das Product

$$k \,.\, AB$$

für den Punkt B die Größe dieser Geschwindigkeit an, welche wir, da durch dieselbe die Größe der bewegenden Kraft gemessen wird, im Folgenden kurzweg *die Größe der bewegenden Kraft* nennen wollen. Da nach unserer Annahme dieselbe dem noch bis A zu durchlaufenden Wege porportional abnimmt, so ist sie für irgend einen andern Punkt D der Linie AB

$$= k \,.\, AD.$$

Bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, welche der bewegte Körper, nachdem er den Weg BD durchlaufen hat, bei seiner Ankunft im Punkte D besitzt, und errichten wir in D auf AB ein Lot DE, welches wir $= \frac{v}{\sqrt{k}}$ machen, verbinden wir ferner den Punkt E mit A, und beschreiben wir mit AE um A einen Kreis, welcher ein Lot, das wir auf AB in irgend einem andern Punkte D′ errichten, im Punkte E′ durchschneidet, so läßt sich zeigen, daß, wenn v′ die Geschwindigkeit des bewegten Körpers im Punkte D′ bezeichnet, das Lot D′E′, $= \frac{v'}{\sqrt{k}}$ ist, und daß sich folglich verhält

$$v : v' = DE : D'E'.$$

Nehmen wir zunächst an, daß der Punkt D′ von dem Punkte D um einen unendlich kleinen Abstand entfernt ist, so ist auch die Zeit, welche der bewegte Körper gebraucht, die unendlich kleine Strecke von D bis D′ zu durchlaufen, unendlich klein, und der unendlich kleine Weg DD′ ist offenbar der Geschwindigkeit im Punkte D und der unendlich kleinen Zeit proportional. Bezeichnen wir diese letztere mit t, so erhalten wir die Geichung

$$1)\ DD' = v \,.\, t.$$

Indem der bewegte Körper in D′ anlangt, hat sich auch seine Geschwindigkeit um eine unendlich kleine Größe, welche wir z nennen wollen, vermehrt. Da dieser Zuwachs an Geschwindigkeit der bewegenden Kraft, welche zufolge des Obigen $= k \,.\, AD$ ist, und der unendlich kleinen Zeit t proportional ist, so erhalten wir ferner die Gleichung

$$2)\ z = k \,.\, AD \,.\, t.$$

Aus den beiden vorstehenden Gleichungen ergibt sich

$$3)\ \frac{z}{DD'} = \frac{k \,.\, AD}{v}.$$

Da wir die Linie DD′ als unendlich klein angenommen haben, so gilt dasselbe offenbar auch von dem Bogen EE′; wir werden daher diesen ohne merklichen Fehler mit der Sehne EE′ verwechseln und den Winkel E′EA als einen rechten annehmen können. Dies vorausgesetzt, ist, wenn wir $EF \parallel DD'$ ziehn, $\triangle EFE' \sim EDA$, da Winkel $E'EF + FEA = 90^0 = FEA + AED$, also Winkel $E'EF = AED$ ist. Demnach verhält sich

$$E'F : EF = AD : DE,$$

oder da nach unserer Annahme $DE = \frac{v}{\sqrt{k}}$ und $EF = DD'$ ist,

$$4)\ \frac{E'F}{DD'} = \frac{AD\sqrt{k}}{v}.$$

Dividiren wir die Gleichung (4) durch (3), so erhalten wir

$$5)\ \frac{E'F}{z} = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ oder } E'F = \frac{z}{\sqrt{k}}.$$

Wir haben oben $DE = \frac{v}{\sqrt{k}}$ angenommen; demnach verhält sich

$$E'F : DE = z : v,$$

folglich auch

$$E'F + DE : DE = z + v : v,$$

d. h.

$$D'E' : DE = v' : v.$$

Die nämliche Beziehung findet aber auch für jeden andern Punkt G der Linie AB zwischen der Geschwindigkeit, welche der bewegte Körper in diesem Punkte erlangt, und dem in demselben errichteten Lote GH statt. Denn wenn wir uns die Linie AB durch unendlich viele Punkte, deren einer D sein soll, in unendlich viele unendlich kleine Theile getheilt denken, so wird sich das im Vorhergehenden für den Punkt D' Erwiesene, wenn wir immer von einem vorangehenden Punkte zu einem nächstfolgenden — einerseits von D nach A, andererseits von D nach B hin — übergehn, eben so von jedem andern Theilungspunkte darthun lassen.

Da die Geschwindigkeit des bewegten Körpers im Anfangspunkte B der Bewegung gleich Null ist, das der Geschwindigkeit proportionale Lot $(v : \sqrt{k})$ aber da verschwindet, wo der mit AE beschriebene Kreis die verlängerte Linie AD durchschneidet, so muß dieser Durchschnitt im Punkte B stattfinden, folglich der Radius AE gleich der Linie AB sein, welche wir oben mit a bezeichnet haben.

Zufolge des Vorhergehenden ist die Geschwindigkeit, welche der bewegte Körper in den Punkten G, D, A erlangt, gleich den Producten aus der Größe der in diesen Punkten errichteten Lote GH, DE, AC und $\sqrt{k}$. Insbesondere ist hiernach die Geschwindigkeit, mit welcher der bewegte Körper in dem Punkte A ankommt $= AC\sqrt{k} = a\sqrt{k}$.

Wir haben nun noch die Zeit zu suchen, welche der bewegte Körper braucht, die Strecke von B bis A zu durchlaufen. Vermöge der oben unter (1) aufgeführten Gleichung ist

$$6)\ t = \frac{DD'}{v},$$

wo t die unendlich kleine Zeit bedeutet, welche der bewegte Körper gebraucht, um den unendlich kleinen Weg DD' zu durchlaufen. Da $DD' = EF$ und zufolge des Vorhergehenden $v = DE\sqrt{k}$ ist, so können wir die so eben angeführte Gleichung auch umwandeln in

$$7)\ t = \frac{EF}{DE \cdot \sqrt{k}}.$$

Nun verhält sich aber, da, wie oben gezeigt, $\triangle EFE' \sim EDA$ ist,

$$EF : DE = EE' : AE,$$

wonach die Gleichung (7) übergeht in

$$8)\ t = \frac{EE'}{AE\sqrt{k}}.$$

Da der Radius AE für alle in Betracht zu ziehenden Punkte und eben so die Verhältnißzahl k die nämliche Größe behalten, so ist zufolge der vorstehenden Gleichung die Zeit, welche der bewegte Körper gebraucht, um von D nach D' zu gelangen, dem Bogen EE' proportional.

Denken wir uns, wie wir dies in ähnlicher Art schon oben einmal gethan haben, den Quadranten BC in unendlich viele unendlich kleine Theile getheilt und aus den Theilungspunkten Lote auf AB gefällt, so werden wir leicht zu der Ueberzeugung gelangen, daß die Zeit, welche der bewegte Körper gebraucht, den Weg von B nach D zu durchlaufen, gleich $\frac{BE}{AE \cdot \sqrt{k}}$,

die Zeit für den Weg DA gleich $\frac{CE}{AE \cdot \sqrt{k}}$

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0084-7
DFG

und die Zeit für den ganzen Weg AB gleich

$$\frac{BC}{AE\,.\,\sqrt{k}}$$

ist. Nun ist aber BC ein mit dem Radius AE beschriebener Quadrant, folglich

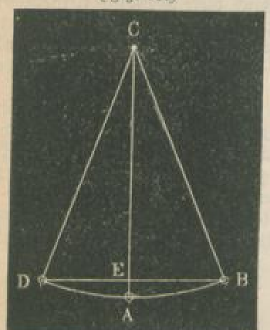
$$\frac{BC}{AE}=\frac{\pi}{2},$$

wenn π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser bezeichnet. Es ist daher die Zeit der ganzen Bewegung von B nach A gleich

$$\frac{\pi}{2\sqrt{k}}.$$

Wir haben so das höchst merkwürdige Resultat erhalten, daß die Zeit, welche der bewegte Körper braucht, um von dem Punkte B bis zu dem unveränderlichen Punkte A zu gelangen, von der Größe des Weges AB ganz unabhängig, nämlich allemal gleich dem obigen Ausdrucke $\frac{\pi}{2\sqrt{k}}$ ist, welches auch immer die Größe des Weges AB sein mag, vorausgesetzt, daß die bewegende Kraft dem angebenen Gesetze folgt, nämlich in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem der Weg bis zum Punkte A verkürzt wird*).

(Fig. 65.)



Diese Voraussetzungen treffen jedoch beim Pendel nicht mit voller Genauigkeit, sondern nur annähernd zu. Ist nämlich B (Fig. 65) der schwere Punkt eines mathematischen Pendels, welches mit der lothrechten Linie AC einen Winkel $ACB=\alpha$ bildet, und denken wir uns durch B eine Tangente an den Bogen AB gezogen, so ist der Neigungswinkel derselben gegen den Horizont, wie leicht zu sehen, gleich $ACB=\alpha$, folglich die beschleunigende Kraft der Schwere (nach §. 32 und 38, a) gleich

$$g\sin\alpha=\frac{g\,.\,BE}{BC}=\frac{g\,.\,BE}{l},$$

wenn wir die Länge des Pendels mit l bezeichnen. Wiewohl nun hiernach die beschleunigende Kraft beim Pendel dem Sinus BE des Bogens AB und nicht dem Bogen AB selbst proportional ist, so werden wir doch, wenn dieser Bogen nur wenige Grade umfaßt, ohne einen allzu erheblichen Fehler besorgen zu müssen, den Sinus BE mit dem Bogen AB verwechseln dürfen. Wir erhalten dann für die Größe der beschleunigenden Kraft den Ausdruck

$$\frac{g\,.\,AB}{l}.$$

In der obigen Entwickelung haben wir diese Größe durch das Product

$$k\,.\,AB$$

ausgedrückt, woraus sich

$$k=\frac{g}{l}$$

ergibt. Am Schlusse dieser Entwickelung haben wir die Zeit der Bewegung von A nach B gleich

$$\frac{\pi}{2\sqrt{k}}$$

gefunden. Setzen wir den so eben für k erhaltenen Werth ein, so ergibt sich für die

---

*) Wenn die Erde aus einer Masse von gleichförmiger Dichtigkeit bestände, so würde die Schwere im Innern der Erde in gleichem Verhältniß mit der Annäherung an den Mittelpunkt abnehmen. Bezeichnen wir die Beschleunigung der Schwere an der Erdoberfläche mit g, den Radius der Erde mit r, so ist zufolge des Obigen $g=k\,.\,r$, also $k=\frac{g}{r}$. Denken wir uns nun ein Loch bis zum Mittelpunkte der Erde getrieben, so ist die Zeit, welche ein Körper gebrauchen würde, um in demselben von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte zu fallen, gleich

$$\frac{\pi}{2\sqrt{k}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r}{g}}=1270 \text{ Secunden} = 21 \text{ Minuten ohngefähr.}$$

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0085-2

Zeit der Bewegung von B nach A der Ausdruck

$$\frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

folglich für die Zeit einer ganzen Schwingung von B bis D

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Die Zeit, welche das Pendel zu einem Hin- und Hergange, zu einer Doppelschwingung gebraucht, ist hiernach

$$2t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Nach §. 38, a ist die Zeit, welche ein Körper gebraucht, um durch eine der doppelten Länge des Pendels gleiche Höhe zu fallen,

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Es verhält sich daher

$$2t : T = \pi : 1,$$

d. h. die Zeit einer Doppelschwingung verhält sich zu der Fallzeit der doppelten Pendellänge, wie die Peripherie zum Durchmesser.

§. 40, a. Physisches Pendel.

Wir haben nun noch weiter zu zeigen, wie diese Gesetze auf ein physisches Pendel zu übertragen sind. Da in einem physischen Pendel jedes, auch das kleinste Theilchen Schwere hat, so kann man sich dasselbe als aus unzähligen mathematischen Pendeln, von ungleicher Länge bestehend denken. Die dem Aufhängepunkte näheren Theilchen haben zufolge des zweiten Gesetzes das Bestreben rascher zu schwingen, als die entfernteren; da sie aber alle miteinander fest verbunden sind und daher gleichzeitig schwingen müssen, so werden offenbar die näheren durch die entfernteren in ihrer Bewegung verzögert, die entfernteren aber durch die näheren Punkte beschleunigt. Zwischen ihnen muß es nun einen Punkt geben, welcher weder beschleunigt noch verzögert wird, und welcher daher ganz eben so schwingen würde, wenn er der einzige schwere Punkt des physischen Pendels wäre. Dieser Punkt verhält sich also genau wie der schwere Punkt eines mathemathischen Pendels und wird der Schwingungspunkt genannt. Sein Abstand vom Aufhängepunkte heißt die reducirte Länge des physischen Pendels. Man kann die Länge eines jeden physischen Pendels sehr nahe dadurch finden, daß man zugleich mit demselben ein kleines Bleikügelchen an einem feinen Faden schwingen läßt und diesen Faden so lange verkürzt oder verlängert, bis beide Pendel gleichzeitig schwingen.

Wenn man eine gleichförmige Stange um das eine Ende schwingen läßt, so fällt der Schwingungspunkt ein Drittel vom andern Ende. Der Schwingungspunkt fällt also keineswegs mit dem Schwerpunkte zusammen.

Die Länge des Secundenpendels beträgt für unsere Gegenden ohngefähr 3 Par. Fuß (genauer 36½ Par. Zoll oder 38 preuß. Zoll). Sie nimmt vom Aequator nach den Polen hin zu*). Denn da am Aequator die Schwere am kleinsten ist (vergl. §. 19), so wird das nämliche Pendel am Aequator langsamer schwingen, als in höhern Breiten, z. B. in Paris; man wird dasselbe folglich am Aequator verkürzen müssen, wenn es eben so rasch schwingen soll, als in Paris. Der französische Astronom Richer fand im

*) Bezeichnet φ die geographische Breite eines Ortes, so ist in Pariser Linien die Länge des Secundenpendels für denselben

$$l = 493{,}4008 + 2{,}2887 \sin \varphi^2.$$

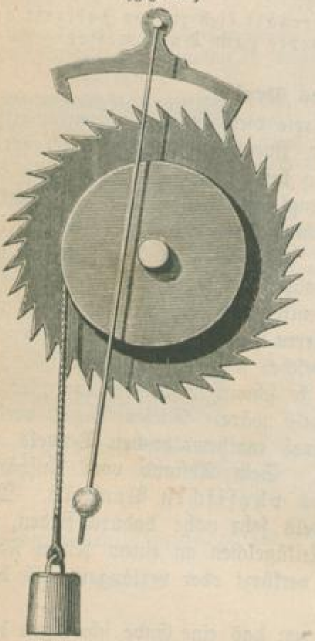
Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0086-8 DFG

Jahre 1672 zu Cayenne, welches nur 5 Grad nördlich vom Aequator liegt, daß die aus Paris mitgebrachte Pendeluhr täglich 2½ Minute zurückblieb, und er mußte das Pendel um 1¼ Linie verkürzen, damit die Uhr wieder richtig ging.

Eben so hat man durch Pendelbeobachtungen gefunden, daß die Schwere auf hohen Bergen geringer ist, als im Thale.

Wiewohl nun hiernach ein Körper am Aequator langsamer als in höheren Breiten und auf hohen Bergen langsamer als im Thale fallen muß, so sind doch die Unterschiede in diesen Bewegungen viel zu gering, als daß sie sich durch die Beobachtungen wirklich fallender Körper nachweisen ließen. Wir verdanken allein den Beobachtungen der Pendelschwingungen die nähere Kenntniß dieser Abnahme der Schwere.

(Fig. 66.)

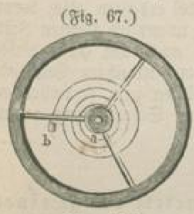


Durch das Pendel werden wir ferner in den Stand gesetzt, den Satz zu erweisen, daß alle Körper gleich schwer sind, d. h. ohne den Widerstand der Luft mit gleicher Geschwindigkeit fallen würden. Newton verfertigte Pendel aus den verschiedensten Materien und fand, daß sie bei gleicher Länge genau gleichzeitig schwingen, und Bessel hat später in Königsberg dieselben Versuche mit großer Sorgfalt wiederholt und bestätigt, auch zwischen magnetischen und unmagnetischen Körpern keinen Unterschied gefunden. Aus diesen Versuchen folgt, daß verschiedene Materien auf gleiche Weise durch die Schwere beschleunigt werden.

Da wegen der unveränderlichen Größe der Schwere an dem nämlichen Orte der Erde die Schwingungen desselben Pendels in genau gleichen Zeiten geschehen, so eignet sich dasselbe vorzüglich zum genauen Zeitmaße. Der holländische Physiker Huyghens hat zuerst die Anwendung des Pendels für diesen Zweck gelehrt und im Jahre 1658 die erste Pendeluhr construirt.

Wenn man um eine Rolle, welche um ihre Axe leicht drehbar ist, eine Schnur wickelt und an diese ein Gewicht hängt, so wird die Rolle, während das Gewicht abläuft, umgedreht werden; diese Bewegung wird aber nicht mit gleichförmiger, sondern mit immer mehr wachsender Geschwindigkeit erfolgen. Wenn aber die Rolle mit einem gezähnten Rade verbunden ist, in dessen Zähne die Spitzen eines Doppelhakens eingreifen, welcher an einer Pendelstange befestigt ist, wie dies Fig. 66 zeigt, so wird das Rad nur jedesmal, nachdem das Pendel eine (Doppel-) Schwingung vollendet hat, um einen Zahn weiter gehn, und da das Pendel zu jeder Schwingung eine gleiche Zeit gebraucht, so wird auch die Umdrehung des Rades jetzt mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgen. — Auf diese Art wird bei unsern Pendeluhren die Bewegung des Räderwerkes durch das mit demselben verbundene Pendel regulirt, mit dem Unterschiede, daß die Rolle, an welcher das Gewicht hängt, und das Zahnrad, in welches der Doppelhaken der Pendelstange eingreift, nicht an der nämlichen Axe befestigt, sondern durch einige Räder und Triebe mit einander verbunden sind. Auf gleiche Weise wird auch die Verbindung mit den Wellen, an denen die Zeiger sitzen, hergestellt. — Indem das Pendel jedesmal, wenn der Doppelhaken einen Zahn des Steigrades losläßt, von demselben, vermöge des dieses Rad zur Umdrehung antreibenden Gewichtes einen kleinen Stoß erhält, so wird ihm hierdurch Ersatz für die Verluste, welche es durch die Reibung und den Widerstand der Luft erleidet, gewährt und so die schwingende Bewegung des Pendels fortdauernd bis zum Ablaufen des Gewichtes unterhalten.

(Fig. 67.)



(Fig. 68.)

An das Vorstehende anreihend führen wir noch an, daß wir dem Scharfsinne Huyghens auch die Regulirung der Taschenuhren verdanken, welche zwar schon früher (ums Jahr 1500) erfunden worden sind, hierdurch aber erst ihre volle Brauchbarkeit erhalten haben. Die Bewegung des Räderwerkes wird bei den Taschenuhren bekanntlich nicht durch ein Gewicht, sondern durch die Aufwindung einer starken elastischen Feder hervorgebracht; zur Regulirung dieser Bewegung aber dient die sogenannte Unruhe, welche aus einem kleinen Schwungrädchen besteht, in welchem eine sehr feine elastische Feder, welche mit dem einen Ende an der Axe des Rädchens a (Fig. 67), mit dem andern an irgend einer Stelle des Gehäuses b befestigt ist, indem das Rädchen hin und her schwingt, sich abwechselnd zusammenzieht und ausdehnt. Was also beim Pendel die Schwere leistet, bewirkt hier die Elasticität der feinen Feder. — Die Pendeluhren übertreffen jedoch die Taschenuhren bei weitem in der Regelmäßigkeit des Ganges.

Da die Stange eines physischen Pendels in der Wärme sich verlängert, so muß dasselbe bei einer höheren Temperatur langsamer schwingen, als bei einer niederen Temperatur. Um dieses zu vermeiden, pflegt man bei Uhren, welche einen sehr genauen Gang haben sollen, die Pendelstange aus zwei Metallen von sehr verschiedener Ausdehnung durch die Wärme, z. B. Zink und Eisen, deren Ausdehnungen bei gleichen Temperaturerhöhungen sich nahe wie 18 : 7 verhalten, ohngefähr in der Art, wie dieses die Fig. 68 zeigt, zusammenzusetzen, so daß bei der Ausdehnung des einen Metalls z durch die Wärme die Linse sich um eben so viel hebt, als sie durch die Ausdehnung des andern e sich senkt. Man nennt dergleichen Pendel Compensationspendel.

Auch an der Unruhe der Taschenuhren wird, wenn dieselben einen sehr genauen Gang haben sollen, eine Compensation angebracht, auf deren nähere Beschreibung wir jedoch nicht eingehen können.

Zur genauen Theorie des Schwingungspunktes führen wir noch Folgendes an: Es sei T′ das Trägheitsmoment (vergl. oben §. 38, b), M die Masse und a der Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsachse eines physischen Pendels. Wird dasselbe in eine von der senkrechten abweichende Lage gebracht, in welcher die Verbindungslinie des Schwerpunktes mit der Drehungsachse einen Winkel $= \alpha$ mit der Verticalen bildet, so würde die Schwere, wenn die ganze Masse des Pendels im Schwerpunkte vereinigt wäre, diesem (nach §. 38, a) in dem unendlich kleinen Zeittheilchen t eine lineare Geschwindigkeit

$$1)\quad c = g \cdot \sin \alpha \cdot t$$

ertheilen. Bezeichnen wir die dieser linearen Geschwindigkeit entsprechende Winkelgeschwindigkeit mit v', mit v aber die Winkelgeschwindigkeit, welche unser um den Elongationswinkel α aufgehobenes physisches Pendel in dem unendlich kleinen Zeittheilchen t wirklich erlangt, so verhält sich, da das Trägheitsmoment der in dem Schwerpunkte vereint gedachten Masse $= a^2M$ ist, nach §. 38, b

$$2)\ v : v' = a^2 . M : T'.$$

Wenn ein mathematisches Pendel, dessen Länge wir mit l bezeichnen wollen, um den Elongationswinkel α aufgehoben worden ist, so ist, wie schon in Gleichung (1) angegeben, die lineare Geschwindigkeit, welche der schwere Punkt desselben in dem unendlich kleinen Zeittheilchen t erlangt, $c = g . t . \sin \alpha$. Bezeichnen wir die dieser linearen Geschwindigkeit entsprechende Winkelgeschwindigkeit mit w, so verhält sich

$$3)\ v' : w = l : a,$$

da bei kreisförmigen Bewegungen die Winkelgeschwindigkeiten, wenn die linearen Geschwindigkeiten gleich sind, sich umgekehrt wie die Radien verhalten. Aus den Gleichungen (2) und (3) ergibt sich $4)\ v : w = a . M . l : T'$.

Machen wir daher die Länge des mathematischen Pendels

$$5)\ l = \frac{T'}{a . M},$$

so wird $v = w$. Dieses mathematische und unser physisches Pendel erhalten also, wenn sie um den gleichen Winkel α aufgehoben worden sind, in dem unendlich kleinen Zeittheilchen t gleiche Winkelgeschwindigkeiten und müssen daher auch am Ende dieses Zeittheilchens wieder unter gleichen Elongationswinkeln von der senkrechten Lage abweichen. Da dasselbe nun eben so von jedem folgenden Zeittheilchen gilt, so vollenden folglich das mathematische Pendel und das physische Pendel eine Schwingung genau in derselben Zeit, wenn die Länge des mathematischen Pendels

$$l = \frac{T'}{a . M}$$

ist. — Aus dieser Gleichung folgt der wichtige Satz: Die reducirte Länge eines physischen Pendels ist gleich dem Quotienten aus dem Trägheitsmomente desselben dividirt durch das Produkt aus der Masse in den Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsachse.

Das Trägheitsmoment eines gleichförmigen, um den einen Endpunkt drehbaren Stabes ist (nach §. 38, b) $= \frac{1}{3} a^2 M$, wenn a die Länge des Stabes bezeichnet. Da der Abstand seines Schwerpunktes vom Drehungspunkte $= \frac{1}{2} a$ ist, so ist folglich die reducirte Länge dieses Pendels $= \frac{2}{3} a$, wie schon oben im Haupttexte angegeben.

In der Anmerkung zu §. 38, b haben wir ferner die Gleichung erhalten:

$$T' = T + a^2 M.$$

Setzen wir diesen Werth in die obige Gleichung (5) ein, so verwandelt sich dieselbe in

$$6)\ l = a + \frac{T}{aM}.$$

Da hiernach immer $l > a$ ist, so liegt folglich der Schwingungspunkt eines physischen Pendels allemal tiefer, als der Schwerpunkt.

Wenn wir ein physisches Pendel um eine durch den Schwingungspunkt gehende Axe schwingen lassen, so ist der Abstand des Schwerpunktes von dieser Axe offenbar $= l - a$. Setzen wir diesen Werth statt a in die Gleichung (6), und bezeichnen wir die reducirte Länge des jetzt um den früheren Schwingungspunkt schwingenden Pendels mit l', so erhalten wir die Gleichung

$$l' = l - a + \frac{T}{(l - a)M},$$

oder da vermöge Gleichung (6) $l - a = \frac{T}{aM}$ ist,

$$l' = \frac{T}{aM} + a,$$

also

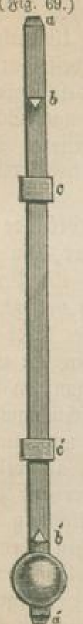
$$7)\ l' = l.$$

Bei einem physischen Pendel lassen sich also der Schwingungspunkt und der Aufhängepunkt vertauschen, ohne daß die Schwingungsdauer eine Aenderung erfährt. Auf diesen merkwürdigen Satz gründet sich das Reversionspendel, welches zuerst von dem Engländer Kater ums Jahr 1815 zur genauen Abmessung der Länge des Secundenpendels angewendet worden ist. Dasselbe besteht aus

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0089-8
DFG

einer Messingstange aa' (Fig. 69), an welcher in dem ohngefähren Abstande von 3 Fuß zwei feste Schneiden b und b', um welche die Stange schwingen kann, und ganz nahe unter dem Rücken der einen Schneide b' ein festes, mehrere Pfund schweres Gewicht, ferner zwischen den beiden Schneiden zwei kleine verschiebbare Gewichte c und c' angebracht sind. Wenn man nun das Pendel abwechselnd um die eine und um die andere Schneide schwingen läßt und die Laufgewichte c und c' so lange verschiebt, bis das Pendel um beide Schneiden genau gleichzeitig schwingt, in der Stunde gleich viel Schwingungen macht, so gibt der Abstand der beiden Schneiden von einander die Länge dieses Pendels an.

(Fig. 69.)



Hieraus läßt sich aber dann weiter die Länge des Secundenpendels, d. h. eines Pendels, welches zu einer Schwingung genau eine Secunde Zeit braucht, leicht herleiten, vermöge des obigen Gesetzes, daß sich die Schwingungszeiten wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen, also die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten verhalten. Da nun die Schwingungszeiten zweier Pendel sich offenbar umgekehrt verhalten, wie die Anzahlen der Schwingungen, welche dieselben in einer gleichen Zeit, z. B. in einer Stunde vollenden, so verhalten folglich die Längen zweier Pendel sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungszahlen. — Bezeichnen wir daher mit l die Länge des Reversionspendels, mit n die Zahl der Schwingungen, welche dasselbe in der Stunde macht, und mit x die gesuchte Länge des Secundenpendels, welches in der Stunde genau 3600 Schwingungen vollendet, so ergibt sich die gesuchte Länge des Secundenpendels leicht aus der Proportion

$$x : l = n^2 : 3600^2.$$

Durch die genaue Abmessung und Berechnung der Lände des Secundenpendels gelangen wir auch zur schärferen Bestimmung des Raumes, welchen ein Körper beim freien Falle in der ersten Secunde zurücklegt. Ist nämlich in der oben (§. 39) mitgetheilten Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l gegeben, und wird $t = 1$ gesetzt, so ergibt sich hieraus

$$g = \pi^2 l.$$

Bezeichnen wir für zwei Orte der Erdoberfläche die ungleichen Größen der Schwere mit g und g', die ungleichen Zeiten, welche das nämliche Pendel an diesen Orten zu einer Schwingung gebraucht, mit t und t', die ungleichen Anzahlen der Schwingungen, welche dasselbe in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Stunde, an diesen Orten vollendet, mit n und n', endlich die Länge des Pendels mit l, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ und } t' = \pi \sqrt{\frac{l}{g'}},$$

folglich

$$g : g' = t'^2 : t^2 = n^2 : n'^2,$$

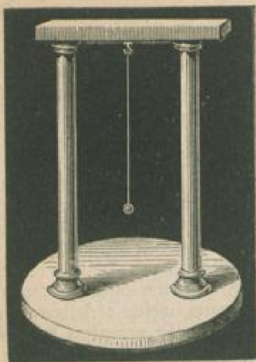
indem offenbar $t' : t = n : n'$ ist. *Es verhalten sich also die ungleichen Größen der Schwere zweier Orte umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungszeiten und direct wie die Quadrate der Schwingungszahlen des nämlichen Pendels.*

*§. 40, b. Foucault's Pendelversuch.

In neuerer Zeit hat Foucault in Paris das Pendel dazu benutzt, um einen directen Beweis für die Axendrehung der Erde zu liefern. Um dieses zu begreifen, hängen wir ein Pendel an einem beweglichen Gestelle vermittelst eines feinen Fadens in der Art auf, wie dieses Fig. 70 zeigt, setzen dann dasselbe in irgend einer Richtung, z. B. senkrecht auf die Ebene des Gestelles, in Schwingungen und drehen dieses so, daß der Querbalken und die Grundfläche die wagerechte, die Seitenbalken aber die senkrechte Stellung beibehalten. Wir werden dann bemerken, daß trotz der Drehung des Gestelles die Schwingungsebene des Pendels ihre ursprüngliche Lage beibehält. War also die Ebene des Gestelles ursprünglich von Osten nach Westen gerichtet, und

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0090-2 DFG

(Fig. 70.)



erfolgten die Schwingungen des Pendels in der Richtung von Norden nach Süden, so daß sie also die Ebene des Gestelles senkrecht durchschnitten, so wird nach einer Umdrehung des Gestelles um 90° die Ebene desselben mit der Schwingungsebene des Pendels, welche unverändert die Lage von Norden nach Süden beibehält, zusammenfallen; bei weiterer Drehung um 90° dieselbe wieder senkrecht durchschneiden u. s. f.

Denken wir uns nun ein Gebäude an einem Pole der Erde aufgerichtet, an der Decke desselben an einem Faden ein Pendel aufgehängt und in Schwingungen versetzt, so wird vermöge der Axendrehung der Erde sich das Gestell innerhalb 24 Stunden um volle 360°, in einer Stunde also um 15° von Westen nach Osten, ganz in derselben Art wie bei dem eben beschriebenen Versuche drehen, die Schwingungsebene des Pendels dagegen ihre Lage gegen die Himmelsgegenden unverändert beibehalten. Da wir bekanntlich von der Axendrehung der Erde, an welcher wir selbst theilnehmen, nichts bemerken, so würde einem Beobachter am Pole die Schwingungsebene des Pendels sich in der entgegengesetzten Richtung von Osten nach Westen und zwar in einer Stunde um 15° zu drehen scheinen.

Führen wir diesen Versuch, da wir an den Pol nicht zu gelangen vermögen, an irgend einem zwischen dem Pole und dem Aequator gelegenen Orte aus, so wird sich im wesentlichen derselbe Erfolg zeigen, nur mit dem Unterschiede, daß, da die Drehungsaxe der Erde nicht wie am Pole mit der lotrechten Linie zusammenfällt, sondern mit derselben einen spitzen Winkel bildet, die scheinbare Drehung der Schwingungsebene des Pendels nicht mehr 15° für die Stunde beträgt, sondern hinter dieser Größe um so mehr zurückbleibt, je weiter der Beobachtungsort vom Pole entfernt ist. [Bezeichnen wir die Breite des Beobachtungsortes mit φ, so ist die Größe der angegebenen Drehung für die Stunde sehr nahe gleich $15^\circ . \sin \varphi$, also für unsere Breiten ungefähr gleich 12°*).] Nur am Aequator wird die angegebene Drehung ganz ausbleiben, da hier die lotrechte Linie mit der Umdrehungsaxe der Erde einen rechten Winkel bildet.

Der hier beschriebene Versuch ist mit dem angegebenen Erfolge zuerst von Foucault in Paris im Anfange des Jahres 1851 ausgeführt und später an anderen Orten von verschiedenen Physikern wiederholt worden.

*§. 41. Wurfbewegung.

Die bisher besprochenen Bewegungen (Fall und Pendelschwingungen) wurden allein durch die Schwere hervorgebracht. Die geworfenen Körper dagegen werden zuerst durch irgend eine momentane Kraft in Bewegung gesetzt und würden sowohl beim horizontalen, als beim schiefen Wurfe beständig in gerader Linie fortschreiten, wenn nicht die Einwirkung der Schwere fortwährend die Richtung ihrer Bewegung veränderte.

*) Einen einfachen Beweis dieses Satzes findet man in Poggendorfs Annalen, Bd. 88, S. 477. Tiefer eingehend behandelt diesen Gegenstand Dr. Lottner in dem Programme der Realschule zu Lippstadt vom Jahre 1855.

Wir gehen auch bei der Wurfbewegung von der Betrachtung eines hypothetischen Falles aus, da die Bewegung der wirklich geworfenen Körper eine viel zu verwickelte Erscheinung ist, als daß wir im Stande wären, dieselbe auf ein einfaches Gesetz zurückzuführen. Wir setzen nämlich erstens voraus, daß der geworfene Körper sich im gänzlich leeren Raume bewege; zweitens vernachlässigen wir die Verminderung, welche seine Schwere erfährt, indem er sich vom Mittelpunkte der Erde entfernt, und drittens nehmen wir an, daß die Weite des Wurfes klein genug ist, daß wir die Richtungen der Schwere für alle Punkte der Bahn, welche der geworfene Körper beschreibt, als parallel ansehen können. Die beiden letzten Annahmen weichen in den meisten Fällen von der Wahrheit so wenig ab, daß auch die genauesten Beobachtungen und Messungen der Bahnen geworfener Körper nicht im Stande sein würden, einen Unterschied nachzuweisen.

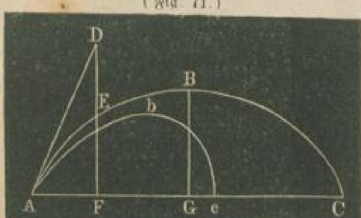
Wir unterscheiden folgende Fälle:

1) Wenn die Richtung des Wurfes mit der Schwere übereinstimmt oder derselben gerade entgegengesetzt ist, mit anderen Worten, wenn ein Körper senkrecht niederwärts oder senkrecht aufwärts geworfen wird, so findet man die Geschwindigkeit, welche er in einer bestimmten Zeit erlangt, wenn man die ursprüngliche Geschwindigkeit und die Geschwindigkeit, welche ein Körper beim freien Falle in dieser Zeit erlangen würde, entweder zu einander addirt oder von einander subtrahirt, und eben so findet man den Raum, um welchen sich ein senkrecht abwärts oder aufwärts geworfener Körper in einer bestimmten Zeit fortbewegt, wenn man den Weg, welchen er mit der ursprünglichen Geschwindigkeit vermöge des Trägheitsgesetzes in dieser Zeit durchlaufen haben würde, und den Weg, welchen ein frei fallender Körper in der nämlichen Zeit durchläuft, entweder addirt oder diese Wege von einander subtrahirt.

Ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper steigt so lange, bis seine Geschwindigkeit durch die Gegenwirkung der Schwere gänzlich aufgehoben ist, und er fällt dann ganz in dieselben Art, in welcher er vorher gestiegen ist. Ohne den Widerstand der Luft müßte er mit der nämlichen Geschwindigkeit an der Stelle, von der er ausging, wieder ankommen, mit welcher er in die Höhe geworfen wurde. Der Widerstand der Luft bewirkt jedoch hierin einen großen Unterschied. Ohne denselben würden nicht bloß die aus der Höhe der Wolken niederfallenden Hagelkörner, sondern auch Regentropfen große Verwüstungen anrichten.

2) Wenn die Richtung des Wurfes mit der Richtung der Schwere einen Winkel bildet, so beschreibt der geworfene Körper eine krumme Linie ABC (Fig. 71), welche man eine Parabel nennt. Man findet den Ort E, welchen der geworfene Körper nach irgend einer bestimmten Zeit in seiner Bahn erreicht, wenn man zunächst den Weg AD zeihinchnet, welchen er vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit ohne alle Einwirkung der Schwere zurückgelegt haben würde, und von D

(Fig. 71.)



aus auf einer lotrechten Linie DF den Raum DE aufträgt, welchen ein frei fallender Körper in derselben Zeit zurücklegt.

Die wagerechte Linie AC heißt die **Weite**, die senkrechte Höhe BG des höchsten Punktes die **Höhe** des Wurfes; der Winkel DAC wird der **Elevationswinkel** genannt. Die Höhe des Wurfes ist natürlich am größten, wenn der Elevationswinkel ein rechter ist. Die Weite des Wurfes ist aber am größten, wenn der Elevationswinkel 45^0 beträgt.

Wenn aus einem erhöhten Punkte B ein Körper in wagerechter Richtung geworfen wird, so beschreibt derselbe eine halbe Parabel BC.

Die Gesetze des Wurfes sind zuerst von **Galilei** aufgefunden worden.

Aus der vorstehenden Darstellung folgt offenbar, daß man den Lauf eines Geschützes oder einer Büchse, um einen bestimmten Punkt zu treffen, etwas höher richten muß, und zwar um so mehr, je weiter das Ziel entfernt ist, was durch die verschiedene Stellung des Visirs bewirkt wird.

Wegen des Widerstandes der Luft weicht die wirkliche Bahn geworfener Körper, welche man die **ballistische Curve** nennt, von der parabolischen Gestalt bedeutend ab. Während die Parabel ABC durch den höchsten Punkt B in zwei ganz gleiche Hälften AB und BC getheilt wird, ist bei der ballistischen Curve der Schenkel bc bedeutend kürzer und steiler, als der Schenkel Ab.

Bezeichnen wir die ursprüngliche Geschwindigkeit eines geworfenen Körpers mit c, die in Secunden ausgedrückte Zeit mit t, den in dieser Zeit durchlaufenen Raum mit s, die erlangte Geschwindigkeit mit v, ferner den Raum, welchen ein frei fallender Körper in der ersten Secunde zurücklegt, mit g, so ist für einen senkrecht niederwärts geworfenen Körper

$$1)\ v = c + gt \text{ und } 2)\ s = ct + \frac{1}{2}gt^2$$

und für einen senkrecht in die Höhe geworfenen Körper

$$3)\ v = c - gt \text{ und } 4)\ s = ct - \frac{1}{2}gt^2.$$

So lange $t < \frac{c}{g}$ ist, ist v positiv, und der Körper steigt in die Höhe; ist $t > \frac{c}{g}$, so wird v negativ, und der Körper fällt. Ist $t = \frac{c}{g}$, so wird $v = 0$, und der Körper hat dann seine größte Höhe erreicht. Um diese zu bestimmen, setzen wir den Werth $t = \frac{c}{g}$ in die Gleichung (4) ein und finden so die größte Höhe $= \frac{c^2}{2g}$.

Bildet die Richtung des Wurfes mit dem Horizonte einen schiefen Winkel $DAF = \alpha$, und bezeichnen wir für irgend einen Punkt E auf der Bahn des geworfenen Körpers die in wagerechter und lotrechter Richtung durchlaufenen Räume AF und EF mit x und y, so ist $AD = ct$, $AF = ct \cos\alpha$, $DF = ct \sin\alpha$ und $DE = \frac{1}{2}gt^2$,

folglich $$5)\ x = ct\cos\alpha \text{ und } 6)\ y = ct\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2.$$

Der Werth von y verschwindet für $t = 0$, d. h. am Anfange des Wurfes, und für $t = \frac{2c\sin\alpha}{g}$, d. h. am Ende des Wurfes, wenn der geworfene Körper in C angekommen ist. Dieser letzte Werth von t gibt also die ganze Dauer des Wurfes an. Setzen wir denselben in (5) ein, so erhalten wir die Weite des Wurfes

$$AC = \frac{2c^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Die Weite des Wurfes ist folglich am größten, wenn $2\alpha = 90^0$ oder $\alpha = 45^0$ ist. — Da der geworfene Körper in der einen Hälfte seiner Bahn eben so steigt, wie er in der andern fällt, so muß er nach der halben Dauer des ganzen Wurfes, also für $t = \frac{c \sin \alpha}{g}$ die größte Höhe erreichen. Dieser Wert von t in (6) eingesetzt gibt $BG = \frac{c^2 \sin \alpha^2}{2g}$ d. h. zufolge der Gleichung (4) in §. 38, a: der Körper steigt eben so hoch, als ein mit der Geschwindigkeit $c \sin \alpha$ in die Höhe geworfener Körper.

*§. 42. Bewegung der Himmelskörper.

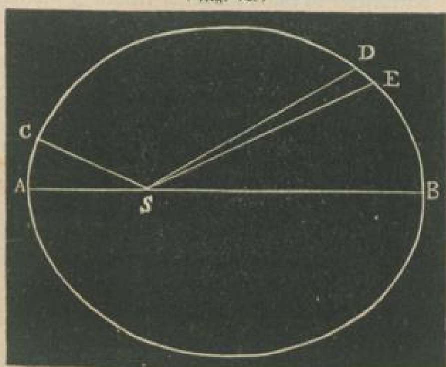
Die vorhergehenden Abschnitte behandelten solche Bewegungen, welche durch die Schwere, d. h. durch die gegenseitige Anziehung der Erde und der ihr zugehörigen Körper hervorgebracht werden. Den nämlichen Gesetzen ist auch die Kraft, mit welcher die Sonne die Planeten anzieht und dieselben in ihren Bahnen erhält, unterworfen (§. 20).

Die Gesetze dieser Bahnen, welche wir dem Scharfsinne des unsterblichen Keppler (1610) verdanken, sind folgende:

1) Die Planeten bewegen sich in Ellipsen, in deren einem Brennpunkte S (Fig. 72) die Sonne steht.

2) Sie durchlaufen diese Bahnen nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, sondern rascher in der Sonnennähe, A, langsamer in der Sonnenferne, B, überhaupt nimmt ihre Geschwindigkeit zu und ab, so wie sie sich in ihrer elliptischen Bahn der Sonne nähern oder von derselben entfernen, und zwar in der Art, daß, wenn man sich den Mittelpunkt des Planeten mit dem Mittelpunkte der Sonne durch eine gerade Linie, Radius vector, verbunden denkt, der Radius vector in gleichen Zeiten gleiche Sectoren beschreibt.

(Fig. 72.)



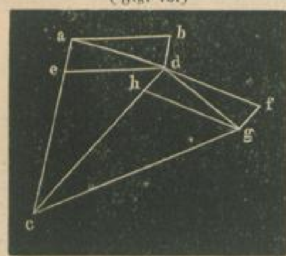
Sind daher AC und DE zwei Bogen, welche der Planet in gleichen Zeiten durchläuft, so ist der Sector ASC gleich dem Sector DSE und folglich der Bogen AC größer als der Bogen DE.

3) Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Kuben der großen Axen (AB) der Planetenbahnen. So verhalten sich z. B. beim Merkur und Mars die großen Axen ihrer Bahnen, oder was auf dasselbe hinausläuft, die mittleren Entfernungen von der Sonne (nahe) wie 1 : 4, also die Kuben hiervon wie 1 : 64, und die Umlaufszeiten (nahe) wie 1 : 8, also die Quadrate hiervon ebenfalls wie 1 : 64.

Diese nämlichen Gesetze, welche die Grundlage der gesammten neuern Astronomie bilden, befolgen auch diejenigen Kometen, deren Bahnen näher bekannt sind, sowie auch die Nebenplaneten oder Monde bei ihrem Umlaufe um den Hauptplaneten. Ja selbst von zwei Doppelsternen (Fixsternen, welche sehr nahe bei einander stehen), bewegt sich, wie neuere, besonders von Encke in Berlin angestellte Untersuchungen gezeigt haben, der eine um den andern in einer Ellipse und befolgt hierbei das zweite Kepplersche Gesetz, daß der Radius vector in gleichen Zeiten gleiche Räume beschreibt. Es sind hiernach auch noch solche Himmelskörper, welche unserm Sonnensysteme nicht angehören, den von dem unsterblichen Keppler entdeckten Gesetzen unterworfen.

Sämmtliche Kepplersche Gesetze sind jedoch nur Folgerungen des von Newton (1682) aufgefundenen allgemeinen Gravitationsgesetzes, daß die Himmelskörper (unseres Sonnensystems) sich gegenseitig anziehen, und daß diese anziehende Kraft in geradem Verhältnisse ihrer Masse und im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernung steht.

(Fig. 73.)



Das erste der drei Kepplerschen Gesetze läßt sich bequem nur mit Hilfe der höheren Analysis ableiten. Das zweite Gesetz, welches überhaupt für jede Centralbewegung, d. h. für eine jede Bewegung gilt, bei welcher ein Körper durch eine beständig nach dem nämlichen Punkte hinziehende Kraft von der geraden Linie abgelenkt wird, welches auch immer das Gesetz sein mag, nach welchem diese Kraft wirkt, ergibt sich leicht aus folgender Ueberlegung: Ist ab (Fig. 73) der Weg, welchen der bewegte Körper vermöge der in a erlangten Geschwindigkeit zufolge des Trägheitsgesetzes in einem unendlich kleinen Zeittheilchen durchlaufen würde, ae der Raum, durch welchen die von dem Centrum c aus wirkende Kraft ihn in diesem Zeittheilchen führen würde, so gibt die Diagonale ad des Parallelogramms abde den Weg an, welchen der Körper wirklich durchläuft, indem wir für die unendlich klein angenommene Dauer der Bewegung diesen Weg als eine gerade Linie ansehen können. Ohne die Einwirkung der Centralkraft würde nun der bewegte Körper in dem nächsten, eben so kleinen Zeittheilchen in der nämlichen Richtung um eine ad gleiche Linie df sich fortbewegen, und wenn dh den Weg anzeigt, durch welchen die Centralkraft ihn in diesem Zeittheilchen führen würde, so ist die Diagonale dg des Parallelogramms dfgh der wirkliche Weg des Körpers in dem zweiten dem ersten gleichen Zeittheilchen. Da wir df = ad gemacht haben, so ist auch, wenn wir uns cf gezogen denken, △ adc = dfc, und da fg parallel cd ist, △ dfc = dgc, folglich △ adc = dgc. Es haben daher die in gleichen Zeiten von dem Radius vector beschriebenen Flächenräume gleiche Größe.

Den Zusammenhang des dritten Kepplerschen Gesetzes mit dem Newtonschen Gravitationsgesetze haben wir bereits oben in §. 20 nachgewiesen. — Aus diesem dritten Gesetze folgt auch noch, daß die ferneren Planeten nicht bloß mit einer geringern Winkelgeschwindigkeit, sondern auch mit einer geringern absoluten Geschwindigkeit in ihrer Bahn um die Sonne fortschreiten, als die dieser nähern Planeten, indem die Längen der ganzen Bahnen in gleichem Verhältnisse mit den mittlern Abständen von der Sonne, die Umlaufszeiten aber in einem stärkern Verhältnisse zunehmen. Bezeichnen wir nämlich, um ganz deutlich zu sein, die Geschwindigkeiten zweier Planeten, d. h. die in einer Secunde durchlaufenen Wege, mit c und c', die in Secunden ausgedrückten Umlaufszeiten mit t und t', und die Längen der ganzen Bahnen, welche wir um größerer Einfachheit willen als kreisförmig, wovon dieselben doch nicht erheblich abweichen, annehmen wollen, mit p und p', so ist offenbar

$$c = \frac{p}{t} \text{ und } c' = \frac{p'}{t'},$$

folglich $\quad$ 1) $c : c' = pt' : p't = (p : p') \, . \, (t' : t)$.

Nun ist aber $\quad$ 2) $p : p' = r : r'$,

wenn wir die Abstände der Planeten von der Sonne mit r und r' bezeichnen, und nach dem dritten Gesetze $\quad t'^2 : t^2 = r'^3 : r^3$,

also $\quad$ 3) $t' : t = \sqrt{r'^3} : \sqrt{r^3}$.

Setzen wir die in (2) und (3) erhaltenen Werthe in Gleichung (1) ein, so verwandelt sich dieselbe in $\quad c : c' = (r : r') \, . \, (\sqrt{r'^3} : \sqrt{r^3}) = \sqrt{r^2 r'^3} : \sqrt{r'^2 r^3}$

oder $\quad c : c' = \sqrt{r'} : \sqrt{r}$,

d. h. die mittleren Geschwindigkeiten zweier ungleich von der Sonne entfernten Planeten verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren mittleren Entfernungen von der Sonne; der nähere schreitet folglich mit einer größern, der fernere mit einer kleinern Geschwindigkeit fort. — Der Saturn ist ohngefähr 9mal so weit von der Sonne entfernt, als die Erde; die Erde durchläuft in einer Secunde 4 Meilen, der Saturn folglich nur $^4/_3 = 1^1/_3$ Meile. Er braucht zu einem Umlauf mehr als 29 Jahre, nicht bloß, weil er einen weiteren Weg zu machen hat, sondern auch, weil er langsamer fortschreitet.

Aus dem Newtonschen Gravitationsgesetze geht jedoch hervor, daß das erste und das zweite Kepplersche Gesetz nur für einen der Wahrheit sehr nahe kommenden Ausdruck der wirklichen Bewegungen der Planeten gelten können, indem die gegenseitigen Anziehungen der Planeten kleine Abweichungen (Perturbationen) von der elliptischen Bahn hervorbringen, welche indeß wegen der im Vergleich mit der Sonnenmasse sehr kleinen Massen der Planeten in der That nur gering sind; (vergl. oben §. 22). Weiter folgt aus dem Newtonschen Gravitationsgesetze, daß das dritte Kepplersche Gesetz nur unter der Voraussetzung ganz streng richtig sein kann, wenn die Planeten sich wirklich in einem gänzlich leeren Raume bewegen, welcher ihrer Bewegung keinen Widerstand entgegensetzt. Die von Encke angestellten Beobachtungen des nach ihm benannten Kometen scheinen jedoch dafür zu sprechen, daß die Kometen bei ihrer Bewegung um die Sonne den Widerstand einer sehr feinen Materie, welche man Aether nennt, zu überwinden haben. Wenn die bisherigen Beobachtungen der Planeten den Widerstand eines solchen Aethers, wenn ein solcher wirklich vorhanden sein sollte, nicht haben erkennen lassen, so dürfte dieses darin seinen Grund haben, daß die Planeten wegen ihrer dichteren Masse diesen Widerstand mit weit größerer Leichtigkeit zu überwinden vermögen, als die aus einer äußerst lockern, nebelartigen Materie bestehenden Kometen.

Tafel über die Sonne und die Planeten.

Name des Weltkörpers.	Entfernung von der Sonne in Millionen geogr. Meilen.		Tropische Umlaufszeit.			Durchmesser in geographischen Meilen.	Masse: die der Erde = 1 gesetzt.	Zeit der Axendrehung.			
	größte.	kleinste.	Jahre.	Tage.	Stdn.			Tage.	Stdn.	Min.	Secdn.
Sonne	—	—	—	—	—	193030	354020	25	4(?)	—	—
Merkur	9,65	6,36	—	87	23	670	0,08	1	0	5	—
Venus	15,06	14,86	—	224	17	1666	0,86	—	23	21	22
Erde	21,03	20,33	1*)	—	—	1719	1,00	—	23	26	4
Mars	34,45	28,57	1	321	16	938	0,12	1	—	37	23
Jupiter	112,80	102,41	11	312	20	20004	338	—	9	55	27
Saturn	208,33	186,24	29	154	17	17214	101	—	10	29	17
Uranus	424,89	378,27	83	271	4	8226	17	—	—	—	—
Neptun	626,89	615,46	163	200	12	7653	18	—	—	—	—

Zwischen dem Mars und Jupiter bewegen sich noch zahlreiche kleine Planeten um die Sonne, welche man unter dem gemeinschaftlichen Namen Planetoiden zusammenfaßt, und von denen vier (Vesta, Juno, Ceres, Pallas) im Anfange dieses Jahrhunderts, die übrigen seit dem Jahre 1845 entdeckt worden sind.

Von den in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Zahlen besitzen die Angaben über die Umlaufszeiten der Planeten im allgemeinen einen sehr hohen Grad von Genauigkeit. Von den Entfernungen der Planeten von der Sonne kennt der Astronom zwar die gegenseitigen Verhältnisse sehr genau; dagegen ist ihm die absolute Größe derselben nur ohngefähr bekannt. Eben so können auch die Angaben über die Durchmesser der Sonne und der Planeten nur für ohngefähre Abschätzungen gelten.

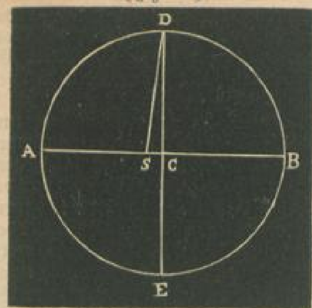
Von den Hauptplaneten sind die Erde, der Jupiter, der Saturn, Uranus und der Neptun von Nebenplaneten oder Monden begleitet.

Der Mond der Erde vollendet seinen Umlauf um dieselbe in 27 Tagen 7 Stunden und 43 Minuten und dreht sich genau während dieser Zeit einmal um seine Axe; seine

*) 365 Tage 5 St. 48 Min. 47,5 Sec. — Bei den Angaben über die Umlaufszeiten der folgenden Planeten ist unter einem Jahre die Zeit von $365^1/_4$ Tagen oder 365 Tagen 6 Stunden zu verstehen.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0096-8
DFG

(Fig. 74.)



mittlere Entfernung von der Erde beträgt 51800 geographische Meilen; sein Durchmesser mißt 470 Meilen und seine Masse ist ohngefähr der 80ste Theil von der Masse der Erde.

Von der zahllosen Menge der Kometen sind bereits für ohngefähr zweihundert die Bahnen näher berechnet.

Ueber die Gestalt der Erdbahn bemerken wir noch Folgendes: Nach der obigen Tabelle verhält sich die kleinste Entfernung der Erde von der Sonne zur größten, AS zu BS (Fig. 74), ohngefähr wie 29 zu 30. Ist C der Mittelpunkt der Ellipse, welche die Erde um die Sonne beschreibt, also DE der kleinste Durchmesser derselben, und nehmen wir den mittlern Abstand der Erde von der Sonne SD = AC als Einheit an, so ist die Excentricität $CS = \frac{1}{60}$, da nach dem Obigen $BS - AS = \frac{1}{30}$ ist. Aus dem rechtwinkligen Dreiecke DCS ergibt sich nun weiter die halbe kleine Axe

$$CD = \sqrt{DS^2 - CS^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3600}} = 1 - \frac{1}{7200} \;{}^{*)}$$

(ohngefähr). Die kleine Axe DE der Erdbahn ist folglich von der großen AB um weniger als ein 7000tel verschieden; es weicht daher die Gestalt der Erdbahn nur sehr wenig von einem Kreise ab. — Aehnliche Betrachtungen lassen sich mit Hilfe der obigen Tabelle leicht über die Bahnen der übrigen dort aufgeführten Planeten anstellen.

*§. 43, a. Hindernisse der Bewegung.

Wenn der Bewegung der Körper auf der Erde keine Hindernisse entgegenständen, so müßte jeder einmal in Bewegung gesetzte Körper sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit zu bewegen ohne Ende fortfahren. Die kleinste Kraft würde hinreichen, eine auf einer wagerechten Unterlage ruhende Last fortzubewegen oder eine Maschine, welche für sich im Gleichgewichte ist, in Bewegung zu setzen; und eine einmal in Bewegung gebrachte Maschine würde nun von selbst fortfahren, sich unaufhörlich zu bewegen, ohne daß es irgend einer Kraft bedürfte, diese Bewegung zu unterhalten. Diejenigen Hindernisse, welche die fortdauernde Anwendung bestimmter Kräfte erforderlich machen, um die angeführten Bewegungen zu unterhalten, sind vorzüglich die Reibung, der Widerstand der Luft oder des Wassers, überhaupt des Mediums, Mittels, in welchem die Bewegung geschieht, und die Steifheit der Seile.

Die Reibung entsteht dadurch, daß bei zwei sich berührenden Körpern, welche einen Druck gegen einander ausüben, die Berührungsflächen auch bei der sorgfältigsten Politur doch niemals vollkommen glatt sind, vielmehr die Erhabenheiten der einen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun der eine Körper längs des andern fortbewegt wird, so werden diese Erhabenheiten entweder losgerissen oder verschoben, oder die Erhabenheiten des einen Körpers müssen die Erhabenheiten des andern übersteigen. Der hierzu erforderliche Kraftaufwand bestimmt die Größe der Reibung. Die Reibung ist um so größer, je rauher die sich berührenden Flächen sind. Bei harten Körpern mit geglätteten Berührungsflächen nimmt die Reibung in gleichem Verhältniß mit dem Drucke zu, sie ist dagegen von der Größe der Berührungsflächen unabhängig; bei weichen und faserigen Körpern aber wächst

*) Arithmetik und Algebra §. 225, b.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0097-4 DFG

sie mit der Größe der Berührungsfläche. Die Geschwindigkeit hat, wenn sie nicht allzu groß ist, keinen bedeutenden Einfluß auf die Größe der Reibung. — Man mißt die Reibung durch die Kraft, welche eben ausreicht den auf horizontaler Unterlage ruhenden Körper in Bewegung zu setzen. Bezeichnen wir diese Kraft mit P, den von dem aufliegenden Körper auf die Unterlage ausgeübten Druck mit Q, so wird der Quotient P : Q der Reibungscoefficient genannt. Derselbe ist z. B. für Eisen auf Eisen $1/7$, für Eichenholz auf Eichenholz, wenn die Fasern der Richtung der Bewegung parallel laufen, $1/2$, für Eisen auf Eichenholz $1/4$ u. dgl. m. Bei bereits eingetretener Bewegung reicht jedoch eine erheblich geringere Kraft aus, die Bewegung zu unterhalten, also den Reibungswiderstand zu überwinden. — Die Reibung wird ferner vermindert durch Schmiermittel, und sie ist viel geringer bei der rollenden, als bei der gleitenden Bewegung, wie man deutlich an den Rädern unserer Wagen sehen kann.

Der Reibung ist es hauptsächlich zuzuschreiben, daß die wirklichen Leistungen unserer Maschinen immer bedeutend hinter dem berechneten Effecte zurückbleiben. — Andererseits gewährt uns die Reibung aber auch unzählige Vortheile. Ohne dieselbe würden wir kaum zu gehen im Stande sein; kein Nagel würde haften, kein Knoten, keine Nath würde halten; die Gewebe, aus denen unsere Kleider bestehen, würden in einzelne Fäden aus einander fallen u. dgl. m.

Man benutzt die Reibung ferner bei Maschinen, um vermittelst Riemen oder Schnüre die Bewegung eines Rades auf ein anderes zu übertragen. Das bekannteste Beispiel bietet das gewöhnliche Spinnrad dar. — Eben so wird die Fortbewegung der Locomotive auf der Eisenbahn durch die Reibung der durch die Dampfkraft in drehende Bewegung versetzten Räder an den eisernen Schienen vermittelt. Je größer die Zahl der angehängten Wagen und die Belastung derselben ist, um so beträchtlicher muß die Reibung der Räder der Locomotive an den Schienen und also um so größer das Gewicht der Locomotive sein. Dies ist noch mehr der Fall, wenn die Schienen nicht wagerecht liegen, sondern zugleich eine Steigung überwunden werden soll. Ist diese zu groß oder das Gewicht der Locomotive zu gering, so kann es geschehen, daß die Räder derselben sich um ihre Axe drehen, ohne den Zug fortzubewegen.

Der Widerstand des Mittels, der Luft oder des Wassers, besteht darin, daß ein Körper, welcher sich in demselben bewegt, fortwährend Theile desselben fortschieben muß und daher, so wie jeder stoßende Körper, welcher einen ruhenden in Bewegung setzt, an seiner eigenen Geschwindigkeit verliert. Dieser Widerstand wächst sehr stark mit der Geschwindigkeit *) des bewegten Körpers und hängt außerdem von der Größe und Gestalt desselben und von der Dichtigkeit des Mittels ab, in welchem die Bewegung geschieht. Man sucht diesen Widerstand dadurch zu verringern, daß man die Körper nach der Richtung hin, in welcher die Bewegung geschieht, z. B. die Schiffe, die Linsen an den Uhrpendeln u. dgl. schmal zulaufen läßt. Eben so kommt den Vögeln beim Fliegen, den Fischen beim Schwimmen ihr Bau sehr zu statten. — Der Nutzen dieses Widerstandes zeigt sich beim Rudern, Schwimmen, Fliegen, beim Fallschirme u. dgl.

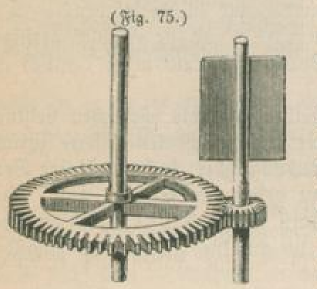
*) Bei mäßigen Geschwindigkeiten ohngefähr wie das Quadrat derselben.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0098-9
DFG

Die Steifheit der Seile setzt ihrer Krümmung über Rollen, Walzen u. dgl. einen Widerstand entgegen und bewirkt so ebenfalls einen Kraftverlust.

An einem Wagen haben die Pferde auf einer ebenen Straße hauptsächlich nur die der Bewegung entgegenstehenden Hindernisse zu überwinden. Da ein Frachtwagen auf einer guten Chaussee sich von einer Anhöhe von selbst zu bewegen anfängt, wenn die Straße auf 36 Fuß Länge 1 Fuß Neigung hat, so folgt hieraus, daß die zur Fortbewegung in der Ebene erforderliche Kraft $^1/_{36}$ der ganzen Last ist, und daß bei einer Neigung von 1 in 36 schon die doppelte Zugkraft erfordert wird. Wird die Kraft eines Pferdes zu 100 ℔ angenommen, so ergibt sich hieraus 3600 ℔ = 36 Ct. als Ladung für ein Pferd auf einer vollkommen horizontalen Straße. — Auf Eisenbahnen ist die zum Fortschaffen der Lasten erforderliche Kraft in der Ebene ohngefähr $^1/_{360}$ vom Gewichte der Last, also zehnmal geringer als auf einer Chaussee. Dagegen ist schon bei einer Neigung von 1 in 360 der doppelte Aufwand an Kraft erforderlich.

(Fig. 75.)



Man macht von dem Widerstande der Luft eine nützliche Anwendung in den sogenannten Windfängen, welche verhindern sollen, daß die Geschwindigkeit der Bewegung einer Maschine eine gewisse Grenze nicht überschreite. Man bringt nämlich an einer Welle, welcher durch das Räderwerk der Maschine die größte Geschwindigkeit ertheilt wird, Flügel an, welche von der Luft einen um so größeren Widerstand erfahren, je rascher die Umdrehung erfolgt, und daher dahin wirken, einen zu raschen Gang der Maschine zu verhindern. — Am bekanntesten sind die Windfänge an den Schlagwerken unserer Uhren.

*§. 43, b. Arbeitsgröße. Lebendige Kraft.

In der Technik werden die mannigfaltigsten Kräfte dazu benutzt, die der Fortbewegung der Körper entgegenstehenden Hindernisse zu überwinden. Diese Hindernisse bestehen bei einer senkrecht emporzuhebenden Last in der Schwere, bei einer auf horizontaler Unterlage fortzubewegenden Last in der Reibung, dem Widerstande des Mittels u. dgl. m. — Die durch eine Kraft hervorgebrachte Wirkung, die von derselben geleistete Arbeit ist einerseits der Größe des während der Fortbewegung überwundenen Widerstandes, andererseits der Größe des von dem bewegten Körper durchlaufenen Weges proportional. Man pflegt hiernach das Product aus der Größe des Weges und des überwundenen Widerstandes als das Maß der Arbeitsgröße einer Kraft anzusehen. Eine Kraft, welche im Stande ist, eine Last von 1 Pfd. 100 Fuß hoch zu heben, würde in der nämlichen Zeit eine Last von 100 Pfd. nur 1 Fuß hoch zu heben vermögen.

Man nimmt ziemlich allgemein, besonders in Frankreich, als Einheit die Kraft an, durch welche 1 Kilogramm 1 Meter hoch gehoben wird, und nennt dieselbe ein Meterkilogramm, welches man mit 1^{mk} bezeichnet. In Deutschland wird häufig die Kraft, welche 1 Pfd. 1 Fuß hoch hebt, als Einheit angenommen und 1 Fußpfund genannt. Bei Maschinen, durch welche sehr große Widerstände überwunden werden, wie z. B. bei den Dampfmaschinen, rechnet man meist nach Pferdekräften, indem man eine Pferdekraft gleich 75 Meterkilogramm (= 500 Fußpfund ohngefähr) setzt. Da die Leistung einer Kraft auch von der Zeit abhängt, während welcher dieselbe wirkt, so ist hierbei eine gleiche Zeiteinheit vorausgesetzt, als welche man allgemein die Secunde annimmt.

Wenn eine continuirliche und mit unveränderlicher Stärke wirkende Kraft einer Masse M in der Zeiteinheit die Endgeschwindigkeit G und eine andere Kraft der Masse M' in der nämlichen Zeit die Geschwindigkeit G' ertheilt, so wird nach §. 36 das Verhältniß dieser Kräfte durch den Quotienten MG : M'G' ausgedrückt. Bezeichnen wir ferner die Masse eines fallenden Körpers mit m, die am Ende der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit mit g und die Kraft, mit welcher die Schwere auf diesen Körper gewirkt hat, mit P, so erhalten wir für das Maß dieser Kraft die Gleichung

$$1)\ P = mg.$$

Nehmen wir weiter an, daß der Körper durch t Secunden gefallen ist, und bezeichnen den in dieser Zeit durchlaufenen Weg mit s, die erlangte Endgeschwindigkeit mit v, so ist (zufolge der in der Anm. zu §. 38, a angeführten Gleichungen)

$$v = gt \text{ und } s = \frac{1}{2} gt^2,$$

also wenn wir t eliminiren

$$2)\ s = \frac{v^2}{2g}.$$

Denken wir uns jetzt, daß dieser Körper (im luftleeren Raume) mit der Geschwindigkeit v senkrecht aufwärts geworfen wird, so steigt derselbe eben so hoch, als er vorher gefallen ist, also bis zu der Höhe $\frac{v^2}{2g}$, und er überwindet, bis er (für einen Augenblick) zur Ruhe kommt und diesen Weg s durchlaufen hat, die durch P ausgedrückte Gegenwirkung der Schwere. Wenn daher überhaupt ein bewegter Körper von der Masse m die Geschwindigkeit v besitzt, so ist derselbe im Stande, einen der Kraft P gleichen Widerstand auf eine Wegestrecke von der Größe s zu überwinden, und seine **Arbeitsgröße** oder **Wirkungsfähigkeit** wird zufolge des Obigen durch das Product P . s ausgedrückt. Vermöge der Gleichungen (1) und (2) ist aber dieses Product

$$P . s = \frac{1}{2} m . v^2.$$

Wenn zwei Kräfte P und P' zwei Massen m und m', nachdem sie dieselben eine gleiche Wegestrecke s fortgeführt haben, ohne daß dieser Bewegung ein Hinderniß im Wege stand, die Endgeschwindigkeiten v und v' ertheilen, so verhält sich zufolge der eben angeführten Gleichung

$$P : P' = mv^2 : m' . v'^2.$$

Man pflegt das Product aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit eines bewegten Körpers die **lebendige Kraft** desselben zu nennen. Die Wirkungsfähigkeit ist hiernach gleich der Hälfte der lebendigen Kraft.

Zufolge der zuletzt erhaltenen Proportion verhalten sich bei gleichen Massen die Kräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten; in §. 36 haben wir die Kräfte den einfachen Geschwindigkeiten porportional gesetzt. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich einfach dadurch, daß in jenem Falle die Wege, in diesem die Zeiten als gleich angenommen sind. Nun verhalten sich aber bei continuirlich und mit unveränderlicher Stärke wirkenden Kräften die Geschwindigkeiten einfach wie die Zeiten, die Wege wie die Quadrate der Zeiten, also auch wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Setzen wir dem Obigen gemäß eine Kraft P = mg, eine andere P' = mg', so erhalten wir, wenn die erstere der Masse m in der Zeit t die Geschwindigkeit v ertheilt und dieselbe durch den Weg s fortführt, die letztere aber der nämlichen Masse m in der Zeit t' die Geschwindigkeit v' ertheilt und dieselbe durch den Weg s' fortbewegt, die Gleichungen

$$v = gt,\ v' = g't',\ s = \frac{v^2}{2g},\ s' = \frac{v'^2}{2g'}.$$

Da sich nach unserer Annahme

$$P : P' = g : g'$$

verhält, so ergibt sich hieraus, wenn wir $t = t'$ setzen,

$$P : P' = g : g' = v : v';$$

wenn wir aber $s = s'$, also $\frac{v^2}{2g} = \frac{v'^2}{2g'}$ und folglich $\frac{g}{g'} = v^2 : v'^2$ annehmen,

$$P : P' = g : g' = v^2 : v'^2.$$

Als Anwendung der hier entwickelten Lehren wollen wir die folgende Aufgabe anführen: Wie groß ist die Wirkungsfähigkeit eines Gefälles, wenn in jeder Secunde eine Wassermasse m von der Höhe h herabfällt?

Die Wirkungsfähigkeit ist zufolge des Obigen gleich der Hälfte der lebendigen Kraft, also

$$= \frac{1}{2}\, m \,.\, v^2.$$

Bezeichnen wir das Gewicht der Wassermasse mit P, so ist nach dem Vorhergehenden $P = mg$, folglich $m = \frac{P}{g}$, und da nach §. 38, a. $v = \sqrt{2gh}$ ist, so erhalten wir

$$\frac{1}{2} mv^2 = Ph.$$

Die gesuchte Wirkungsfähigkeit ist also gleich dem Producte aus dem Gewichte des Wassers und der Fallhöhe. Fallen z. B. aus der Höhe von 12 Par. Fuß in jeder Secunde 50 Kubikfuß Wasser, und ist das Gewicht des Kubikfußes Wasser = 68 Pfund (ohngefähr), so ist die gesuchte Wirkungsfähigkeit des Gefälles

$$= 12 \,.\, 50 \,.\, 68 = 40800 \text{ Fußpfund} = 82 \text{ Pferdekräfte}.$$

*§. 44. Geschichtliche Uebersicht.

250 v. Chr. Archimedes erweist die Gesetze des Hebels, des Flaschenzuges, der schiefen Ebene, der Schraube u. s. w. Eben so lehrt er auch den Schwerpunkt der Körper auf mathematischem Wege bestimmen.

1543 n. Chr. Copernicus stellt das jetzt allgemein angenommene Sonnensystem auf.

1600—1700. Die Untersuchungen verschiedener Physiker führen zur Entdeckung des Theorems vom Parallelogramm der Kräfte, welches zuerst für Kräfte, welche unter einem rechten Winkel zusammenstoßen, später allgemein für Kräfte, deren Richtungen einen beliebigen Winkel einschließen, erwiesen wird.

1602. Galilei entdeckt die Gesetze des freien Falles, des Falles auf der schiefen Ebene und der Pendelschwingungen.

1610. Keppler entdeckt die allgemeinen Gesetze der Bewegungen der Planeten.

1658. Huyghens vervollständigt Galilei's Entdeckungen über das Pendel und wendet dasselbe als Zeitmaß an. Derselbe lehrt auch die Schwungkraft (Centrifugalkraft) berechnen.

1682. Newton entdeckt das allgemeine Gravitationsgesetz.

Da die Entdeckungen der neueren Physiker in den mechanischen Wissenschaften sich auf die höhere Analysis gründen, so haben sie in diesem Lehrbuche keine Aufnahme finden können.

Dritter Abschnitt.

Von den mechanischen Erscheinungen flüssiger Körper.

§. 45. Von den flüssigen Körpern im allgemeinen.

Die flüssigen Körper unterscheiden sich von den festen durch die leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile. — Die Zahl derjenigen Körper, welche sich uns bei der gewöhnlichen Temperatur im flüssigen Zustande zeigen, ist eine ziemlich beschränkte. Die bekanntesten Flüssigkeiten sind Wasser, Weingeist, Oele, Aether, Quecksilber. Die meisten anderen Flüssigkeiten, wie z. B. Bier, Wein, Branntwein, Essig u. s. w. sind Mischungen des Wassers mit anderen Flüssigkeiten oder festen Körpern, welche im Wasser aufgelöst sind.

Wir werden es in diesem Abschnitte nur mit den mechanischen Eigenschaften der Flüssigkeiten, welche durch die Schwere und die leichte Verschiebbarkeit der Theile bedingt werden, zu thun haben und dieselben vorzüglich an der verbreitetsten aller Flüssigkeiten, dem Wasser, studiren.

Mehrere der im vorhergehenden Abschnitte zunächst für feste Körper entwickelten Gesetze, z. B. über die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte, über den Schwerpunkt, den Fall und die Wurfbewegung, gelten auch für flüssige Körper, so lange nämlich nicht durch die leichte Verschiebbarkeit der Theile eine Verschiedenheit hervorgerufen wird.

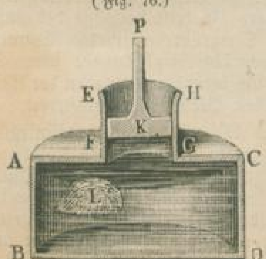
§. 46. Oberfläche des Flüssigen in einem offenen Gefäße.

Wegen der Schwere und leichten Verschiebbarkeit der Theile können wir eine Flüssigkeit nicht für sich allein, getrennt von andern Körpern, (wenigstens nicht in größerer Masse,) erhalten, sondern müssen dieselbe in Gefäße mit festen Wänden einschließen. Indem die Flüssigkeit den Raum des Gefäßes ausfüllt, nimmt sie natürlich die demselben eigenthümliche Gestalt an. In einem oben offenen Gefäße ist die Oberfläche des Flüssigen eine wagerechte Ebene, also senkrecht auf der Richtung der Schwere. Dieser Satz, dessen Richtigkeit überall die Erfahrung bestätigt, folgt mit innerer Nothwendigkeit aus der Schwere und leichten Verschiebbarkeit der Theile des Flüssigen, indem bei einer geneigten Oberfläche, welche mit der Richtung der Schwere einen schiefen Winkel bildete, die obersten Theile über die darunter liegenden, wie über eine schiefe Ebene, herabgleiten würden. — Eine Abweichung von der wagerechten Oberfläche des Flüssigen findet jedoch, wie wir schon früher (§. 14) gesehen haben, am Rande des Gefäßes statt, indem z. B. Wasser in einem Glase am Rande höher, Quecksilber aber niedriger als in der Mitte steht. — In sehr großen Behältern, wie z. B. in der Ostsee, ist die Oberfläche des Wassers ein Theil der gekrümmten Oberfläche der Erde.

§. 47. Verbreitung eines einseitig auf eine Flüssigkeit ausgeübten Druckes nach allen Seiten hin.

Eine Folge der leichten Verschiebbarkeit der Theile des Flüssigen ist die Eigenschaft, daß ein einseitig auf eine Flüssigkeit ausgeübter Druck sich nach allen Seiten hin gleichmäßig verbreitet. Um uns den Sinn dieses Satzes zu verdeutlichen, denken wir uns ein cylinderförmiges Gefäß ABCD (Fig. 76), welches mit Wasser angefüllt ist und in einen cylinderförmigen Hals EFGH ausläuft. Wird vermittelst eines beweglichen, aber dicht anschließenden Kolbens K auf das Wasser ein Druck P ausgeübt, welchen wir als groß genug annehmen wollen, daß wir gegen denselben das eigene Gewicht des Flüssigen als unbedeutend außer Acht lassen können, so erleidet auch jede mit der Grund-

(Fig. 76.)

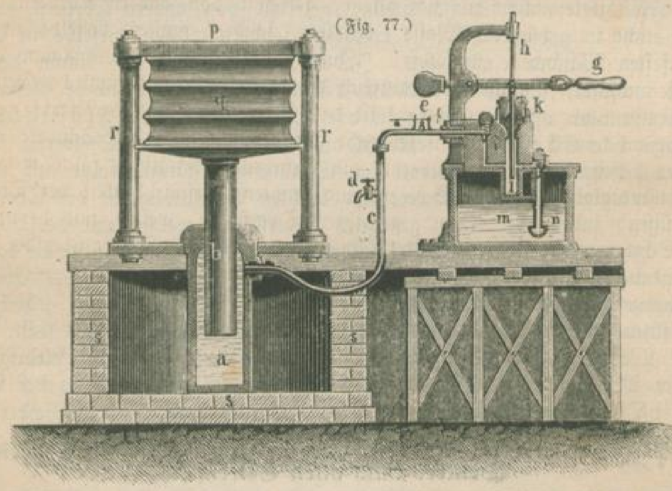


fläche des Kolbens K gleich große Stelle in dem Boden oder in einer Seitenwand des Gefäßes einen P gleichen Druck, und eine größere oder kleinere Stelle erleidet einen nach Verhältniß ihrer Größe größeren oder kleineren Druck. Wenn daher eine der Grundfläche des Kolbens gleiche Stelle in dem Boden oder in einer Seitenwand beweglich wäre, so würde man, um das Hervordringen des Wassers zu verhindern, von außen einen P gleichen Gegendruck anbringen müssen.

Einen eben solchen Druck, wie die Wände des Gefäßes, erleiden auch die Theile des Flüssigen selbst oder ein in die Flüssigkeit eingetauchter Körper L. Dieser erfährt von der ihn umgebenden Flüssigkeit an jeder Stelle seiner Oberfläche einen der verhältnißmäßigen Größe derselben entsprechenden Druck, so daß sich der eingetauchte Körper durch einen auf den Kolben ausgeübten, hinreichend starken Druck zerdrücken läßt, obschon dieser Druck von K nach L nur durch die Flüssigkeit fortgepflanzt wird.

Der eben aufgeführte Satz findet eine sehr nützliche Anwendung in der hydraulischen Presse (Fig. 77). Diese besteht im Wesentlichen aus zwei mit Wasser gefüllten und durch eine Röhre c verbundenen Cylindern, einem weiteren a und einem

(Fig. 77.)



engeren l. In dem weiteren befindet sich die bewegliche Kolbenstange b, in dem engeren kann vermittelst des Hebelarmes g die Kolbenstange h, welche durch die Stopfbüchse k luft- und wasserdicht hinuntergeht, auf- und niederbewegt werden. Wird vermittelst des Hebelarmes g die Kolbenstange h in die Höhe gezogen, so tritt vermöge des äußeren Luftdruckes Wasser aus dem Behälter m durch die Steigröhre n in den Cylinder l. An dem unteren Ende von dieser ist zur Abhaltung von Unreinigkeiten ein feines Sieb, am oberen Ende aber ein Ventil angebracht, welches sich beim Niederdrücken der Kolbenstange h schließt und den Rücktritt des Wassers in den Behälter m verhindert.

Das zusammengepreßte Wasser öffnet daher das bei i in der Communicationsröhre c befindliche Ventil und treibt den in dem Cylinder a befindlichen Kolben b in die Höhe, wodurch die über demselben befindliche Last q gegen die eiserne Platte p gepreßt wird. Diese ist durch Schrauben mit den eisernen Säulen rr, welche auf dem Mauerwerke ss ruhen, fest verbunden. Wird die Kolbenstange h in die Höhe gezogen, so schließt sich das Ventil i, aus dem Wasserbehälter m tritt aufs neue Wasser in den Cylinder l, welches beim Niedergange der Kolbenstange durch die Röhre c nach dem

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0103-1

größeren Cylinder a hingetrieben wird u. s. w. Soll der auf den Kolben b ausgeübte Druck nachlassen, so wird durch die Oeffnung des Hahnes d dem zusammengepreßten Wasser ein Abfluß dargeboten. Außerdem ist an der Röhre c noch das Sicherheitsventil e angebracht, welches sich bei einem der Haltbarkeit der einzelnen Theile Gefahr drohenden Drucke öffnet.

Vermittelst der hydraulischen Presse läßt sich bei Anwendung einer mäßigen Kraft ein sehr großer Druck ausüben. So vielmal nämlich der Querdurchschnitt des kleineren Kolbens in dem des größeren enthalten ist, so vielmal übertrifft die Kraft, mit welcher dieser in die Höhe getrieben wird, den auf jenen ausgeübten Druck. Es habe z. B. der kleinere Kolben einen Durchmesser von $^1/_4$″, der größere von 12″; dann verhalten sich ihre Grundflächen wie $^1/_{16} : 144 = 1 : 2304$. Wenn nun der Druck auf den kleineren Kolben vermittelst eines Hebels, dessen Arme sich wie 1 : 20 verhalten, ausgeübt wird und am längeren Hebelarme ein Arbeiter mit einer Kraft von 50 ℔ niederdrückt, so gibt dies auf den kleineren Kolben selbst einen Druck von 1000 ℔, und der größere Kolben wird folglich mit einer Kraft von 2,304,000 ℔ in die Höhe getrieben. Nehmen wir an, daß $^1/_4$ der Wirkung durch die Reibung der Kolben an den Wänden der Cylinder verloren geht, so bleibt dennoch der ungeheure Effect von 1,728,000 ℔ übrig. Mit einer so großen Kraft wird also ein zwischen dem größeren Kolben und einer festen Wand befindlicher Körper zusammengepreßt werden. — Man benutzt die hydraulische Presse häufig in Fabriken zum Pressen von Tuch und Papier, ferner zum Probiren von Ankerketten, Drahtseilen, Stäben zu Kettenbrücken, zur Untersuchung der rückwirkenden Festigkeit u. dgl. m.

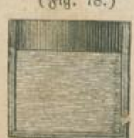
§. 48. Compression der Flüssigkeiten.

Wenn ein flüssiger Körper einen sehr starken Druck erleidet, so vermindert sich sein Volumen; bei nachlassendem Drucke aber dehnt sich derselbe wieder aus und nimmt, wenn der Druck ganz aufhört, seinen früheren Raum wieder ein. Diese Compression ist jedoch bei allen Flüssigkeiten sehr gering und beträgt z. B. beim Wasser bei einem Drucke von 100 Atmosphären, d. h. bei dem Drucke einer Wassersäule von ohngefähr 3200 Pariser Fuß Höhe, noch nicht ganz $^1/_{200}$ des ursprünglichen Volumens. Wenn man also im Meere in immer größere Tiefen hinabsteigt, so wird die Dichtigkeit des Meerwassers zunehmen, aber selbst in der großen Tiefe von 3000 Fuß die Dichte des Wassers an der Oberfläche noch nicht um $^1/_{200}$ übertreffen, vorausgesetzt nämlich, daß die Temperatur und die Bestandtheile des Meerwassers in der Tiefe dieselben sind, wie an der Oberfläche.

§. 49. Druck des Wassers auf den Boden der Gefäße.

Das Wasser, welches sich in einem Gefäße befindet, übt sowohl auf den Boden als auch auf die Seitenwände einen Druck aus. In einem cylinderförmigen Gefäße mit senkrechten Wänden (Fig. 78) ist dieser Druck offenbar dem Gewichte des in dem Gefäße enthaltenen Wassers gleich, also gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche den Boden des Gefäßes zur Grundlage und die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden zur Höhe hat. Diese Regel für die Bestimmung des Bodendrucks gilt aber auch für Gefäße, deren Wände sich nach oben erweitern oder verengern, und es ist folglich in dem Fig. 79 verzeichneten Gefäße der Druck auf den Boden kleiner, in dem Fig. 80 dargestellten Gefäße aber größer als das Gewicht der in

(Fig. 78.)



(Fig. 79.)

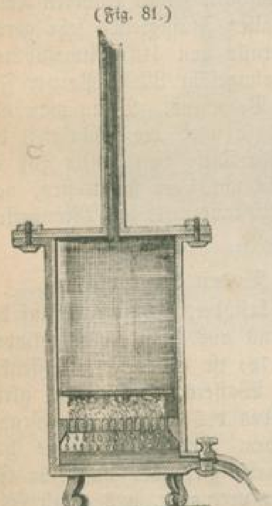
(Fig. 80.)

dem Gefäße enthaltenen Wassermasse. — Das erstere begreift man leicht, da in dem Gefäße (Fig. 79) auch die schiefen Wände einen Theil des Wassers tragen. Für das in Fig. 80 gezeichnete Gefäß aber ergibt sich die Richtigkeit der aufgestellten Behauptung durch folgende Ueberlegung:

Es sei ab irgend ein senkrecht unter dem Wasserspiegel liegender Theil des Bodens; dann erleidet derselbe offenbar den Druck der ganzen Wassersäule abcd, welche ab zur Grundfläche und den Abstand des Wasserspiegels vom Boden zur Höhe hat. Diesen nämlichen Druck erleidet auch die unterste auf ab ruhende Wasserschicht, welche wir uns so dünn denken wollen, daß wir ihr eigenes Gewicht vernachlässigen können. Da aber im Wasser, wie wir in §. 47 gesehen haben, jeder einseitig ausgeübte Druck sich nach allen Seiten hin fortpflanzt, so muß auch die ganze auf dem Boden befindliche unterste Wasserschicht und also auch der Boden selbst an jeder mit ab gleichen Stelle einen eben so großen Druck, wie ab selbst erleiden. Demnach *erleidet der ganze Boden einen Druck, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, welche den Boden zur Grundfläche und die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden zur Höhe hat.*

Wenn nun hiernach der Druck auf den Boden größer ist, als das Gewicht der in dem Gefäße (Fig. 80) enthaltenen Wassermasse, so übt doch das Gefäß selbst, wenn es mit dem Boden auf irgend eine Unterlage gestellt wird, keinen größeren Druck aus, als dem Gewichte des in demselben enthaltenen Wassers entspricht, indem dieses auch aufwärts auf die schiefen Seitenwände einen Druck ausübt, welcher dem Drucke auf dem Boden entgegenwirkt.

(Fig. 81.)



Eine nützliche Anwendung des Druckes auf den Boden und seiner Verbreitung nach allen Seiten hin ist *Real's* Auflösungspresse (Fig. 81). Diese besteht aus einem cylinderförmigen Gefäße mit starken Wänden, in welchem sich die auszupressende Substanz zwischen zwei Platten befindet, von denen die untere siebartig durchlöchert ist. Nachdem der Cylinder mit dem Auflösungsmittel, Wasser, Spiritus u. dgl., gefüllt ist, wird auf denselben ein dicht anschließender Deckel aufgeschraubt, welcher in der Mitte mit einer senkrechten, langen, aber engen (in der Figur abgekürzt gezeichneten) Röhre versehen ist. Wird diese nun mit Wasser gefüllt, so läßt sich auf das Auflösungsmittel und die auszupressende Substanz mit einer geringen Menge Wasser ein starker Druck ausüben und so ein kräftiger Extrakt erhalten. Ein großer Vortheil dieser Vorrichtung besteht darin, daß sich das Auflösungsmittel kalt anwenden läßt, indem viele Substanzen durch die Hitze Veränderungen, z. B. in der Farbe, im Geschmack u. dgl. erleiden.

§. 50. Druck des Wassers auf die Seitenwände der Gefäße.

So wie auf den Boden, so übt das Wasser auch *auf die Wände* der Gefäße, in denen es sich befindet, einen *Druck* aus; dieser Druck ist aber nicht für alle Stellen einer Seitenwand derselbe, sondern nimmt mit der Tiefe zu. *Er ist nämlich für jede Stelle einer Seitenwand gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche diese Stelle zur*

Grundfläche und die Höhe des Wasserspiegels über dem Schwerpunkte der gedrückten Stelle zur Höhe hat.

Da die gegenüberstehenden Seitenwände einen gleichen Druck erleiden, so hebt dieser Druck sich gegenseitig auf. Macht man aber in eine Wand eine Oeffnung, so daß das Wasser ausfließen kann, so erleidet die gegenüberstehende Wand einen größeren Druck, als die Wand, in welcher sich die Oeffnung befindet. Kann man die Oeffnung willkürlich öffnen und schließen, und hängt man das Gefäß bei verschlossener Oeffnung senkrecht an einem Faden auf, so wird es, wenn man die Oeffnung öffnet, so daß das Wasser ausfließen kann, jetzt nicht mehr senkrecht hängen, sondern nach der Seite hin abweichen, welche dem ausfließenden Wasserstrahle gegenüberliegt. Auf dieser rückwirkenden Kraft des ausfließenden Wassers beruht das Segnersche Wasserrad*). Dieses besteht nämlich aus einem hohlen, um seine Axe drehbaren Gefäße, welches unten mit seitwärts gebogenen Ausflußröhren versehen ist (Fig. 82). Wird in das Gefäß von oben her Wasser geleitet, welches durch die Röhren ausfließt, so dreht sich dasselbe in der entgegengesetzten Richtung um seine Axe.

(Fig. 82.)

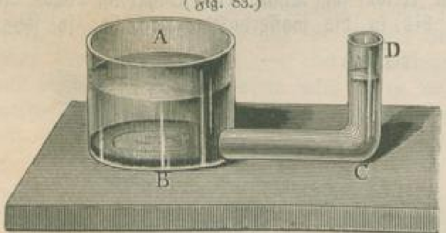
Auf demselben Principe beruhen auch die horizontalen Wasserräder, welche man Turbinen nennt, auf deren nähere Beschreibung wir jedoch hier nicht eingehen können.

§. 31. Communicirende Röhren.

Zwei Gefäße, welche einen solchen Zusammenhang haben, daß das Wasser frei aus dem einen in das andere treten kann, heißen communicirende Röhren. Von diesen gilt das Gesetz:

In communicirenden Röhren steht das Wasser in beiden Schenkeln gleich hoch.

(Fig. 83.)



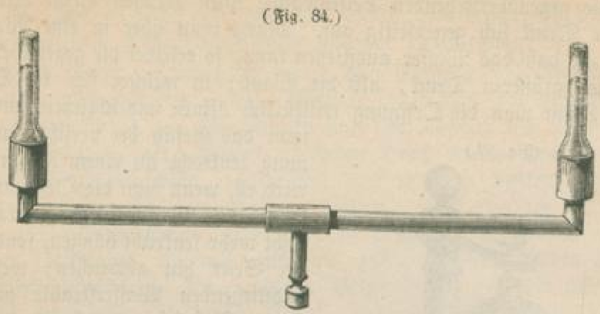
Wenn das Wasser in dem engeren Schenkel CD (Fig. 83) höher, als in dem weiteren AB stände, so würde das Wasser in der verbindenden Röhre von C her einen stärkeren Druck, als von B her erleiden. Das Gleichgewicht kann folglich nur bestehen, wenn beide Wasserspiegel, im weiten und im engen Schenkel, eine gleiche Höhe haben.

*) Segner machte dasselbe zuerst 1750 bekannt.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0106-8

Auf diesem Satze beruht die Canalwage, welche beim Nivelliren gebraucht wird und aus einer blechernen, mit Wasser gefüllten Röhre (Fig. 84)

(Fig. 84.)



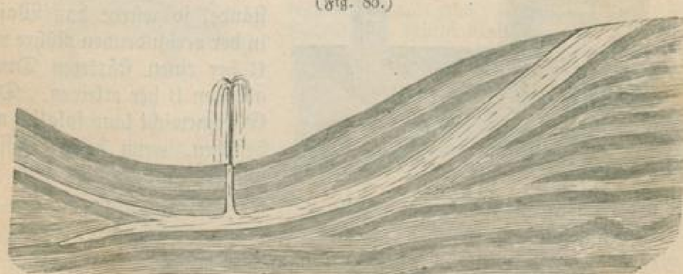
besteht, die an ihren Enden zwei senkrecht in die Höhe gehende gläserne Cylinder trägt. Die Oberflächen des Wassers in den beiden Glascylindern liegen allemal in einer wagerechten Linie.

Der Satz von den communicirenden Röhren findet ferner wichtige Anwendung bei Wasserleitungen. Es folgt nämlich aus demselben, daß sich das Wasser durch Röhren zu jeder Stelle hinleiten läßt, welche nicht höher liegt, als die Quelle, von welcher das Wasser ausfließt.

Eben so erklärt es sich hieraus, daß das Wasser in Teichen, auf überschwemmten Wiesen, in Brunnen u. dgl., welche sich in der Nähe von Flüssen befinden, gleichzeitig mit diesen steigt und fällt, indem das poröse Erdreich nicht allen Zusammenhang aufhebt, sondern die Poren desselben gleichsam verbindende Canäle herstellen.

Es gehört ferner hierher das Emporsteigen des Wassers in Bohrlöchern, welche man in die Erde treibt. Das durch poröse Gesteine oder Felsenspalten in die Tiefe eindringende Regenwasser sammelt sich hier theils in großen Becken, theils fließt es in unterirdischen Canälen fort, theils füllt es die Zwischenräume poröser oder zerklüfteter Gesteine aus. Verdankt dieses Wasser nun seinen Ursprung höher gelegenen Stellen, und befindet es sich zwischen zwei dichten Erd- oder Felsschichten, wie z. B. Lehm, Thon, Mergel u. dgl., welche sowohl sein weiteres Eindringen in die Tiefe als sein Emporsteigen hindern, und man treibt im Thale ein Bohrloch durch die überdeckende wasserdichte Schicht bis in die wasserhaltige Schicht, so steigt

(Fig. 85.)



das Wasser in dem Bohrloche und unter günstigen Umständen selbst bis über die Mündung desselben empor. — Man nennt diese gebohrten Brunnen, da sie zuerst in der Grafschaft Artois in häufige Anwendung gekommen sind, gewöhnlich artesische.

Quellen verdanken überhaupt ihre Entstehung dem durch das lockere Erdreich oder durch zerklüftetes Gestein allmählich hindurch sickernden Regenwasser; sie finden sich daher am häufigsten an den Abhängen der Berge; nirgends auf der Erde wird eine Quelle auf dem höchsten Gipfel eines Gebirges angetroffen; überall, wo Quellen sich finden, sind den hydrostatischen Gesetzen gemäß in deren Nähe höher emporragende Bergrücken oder Kuppen vorhanden, von denen aus — durch das von diesen aufgenommene Regenwasser — die Quellen gespeist werden. — Wenn bei anhaltend trockener Witterung der Wasserspiegel in einem unterirdischen Behälter bis unter die Mündung der Quellen hinabgeht, welche aus demselben ihren Zufluß erhalten, so hören dieselben auf zu fließen, und wenn diese Mündungen eine ungleiche Höhe haben, so werden die höher gelegenen früher trocken und beginnen nach vorangegangener nasser Witterung später wieder zu fließen, als die tiefer gelegenen. — In allen bewohnten und bewohnbaren Erdstrichen findet zu keiner Zeit eine so anhaltende Dürre statt, daß alle Quellen versiegten.

Wenn sich in den beiden Schenkeln communicirender Röhren Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewichte, z. B. Wasser und Quecksilber, befinden, so müssen sich, wie leicht zu sehen, die Höhen dieser Flüssigkeiten in den beiden Schenkeln umgekehrt wie die specifischen Gewichte verhalten. IX

IX §. 52. Gewichtsverlust fester Körper im Wasser.

Jeder Körper verliert im Wasser so viel an Gewicht, als die Wassermasse wiegt, welche er aus der Stelle treibt. Die Richtigkeit dieses wichtigen Satzes, welcher zuerst von Archimedes (250 v. Chr.) aufgefunden worden ist und daher auch das archimedische Princip genannt wird, geht leicht daraus hervor, daß ohne das Vorhandensein des eingetauchten Körpers der von demselben eingenommene Raum mit Wasser ausgefüllt sein würde, welches von den umgebenden Wassertheilen getragen wird. So viel also, als diese Wassermasse wiegt, so viel muß der Druck, welchen das umgebende Wasser in lotrechter Richtung von unten her ausübt, den von oben her ausgeübten Druck übertreffen.

Nun können drei Fälle stattfinden; entweder der eingetauchte Körper ist schwerer als das verdrängte Wasser; dann sinkt er zu Boden; — oder der Körper ist eben so schwer als ein gleiches Volumen Wasser; dann ruht er an jeder Stelle im Wasser; — oder der eingetauchte Körper ist leichter, als das verdrängte Wasser; dann wird er in die Höhe getrieben mit einer Kraft, welche gleich ist dem Unterschiede zwischen seinem eigenen Gewichte und dem des durch ihn verdrängten Wassers. Der Körper kann also nicht im Wasser, wohl aber auf demselben ruhen, wenn ein Theil ins Wasser taucht, der andere darüber hervorragt. Man sagt dann: der Körper schwimmt im Wasser.

Damit ein Körper auf dem Wasser schwimmen könne, ist nicht unbedingt erforderlich, daß er specifisch leichter ist, als Wasser; auch specifisch schwerere Körper können zum Schwimmen gebracht werden, wenn man sie aushöhlt oder mit specifisch leichtern Körpern verbindet. Damit aber ein schwimmender Körper sich im Gleichgewichte befinde, sind zwei Bedingungen unerläßlich:

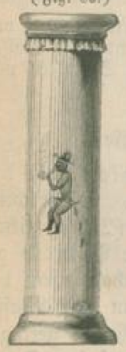
Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0108-0

1) das Gewicht des durch den eingetauchten Theil verdrängten Wassers muß gleich sein dem ganzen Gewichte des Körpers, und 2) der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse müssen in lotrechter Linie liegen.

Die Stabilität des schwimmenden Körpers ist im allgemeinen um so größer, je tiefer sein Schwerpunkt unter den Standpunkt des Wassers fällt, welches er aus der Stelle treibt. Dies ist der Grund, warum die Schiffer den unteren Schiffsraum mit möglichst schweren Körpern, Ballast, ausfüllen. Indem hierdurch der Schwerpunkt des Schiffes erniedrigt wird, gewinnt dasselbe an Stabilität.

Bei den Fischen trägt die Schwimmblase, welche mehrentheils unter dem Rückgrat liegt, dazu bei, den oberen Theil des Fisches leichter als den unteren zu machen und die Stabilität desselben beim Schwimmen zu vermehren. — Außerdem gewährt dieselbe den Fischen den großen Nutzen, indem sie durch den Druck der Rippen die in der Schwimmblase enthaltene Luft zusammenpressen, welche sich bei nachlassendem Drucke wieder ausdehnt, ihr Volumen willkürlich vergrößern und verkleinern und so im Wasser auf- und niedersteigen zu können.

(Fig. 86.)



Auf ähnlichem Principe beruht der cartesianische Taucher (Fig. 86). Dieser besteht aus einer kleinen gläsernen, inwendig hohlen Figur, welche in einem oben mit Blase zugebundenen und mit Wasser gefüllten Glase schwimmt. An dem unteren Ende der Figur ist eine kleine seitwärts gebogene Röhre angebracht, durch welche das Wasser in das Innere der Figur eintreten würde, wenn nicht die im Innern enthaltene Luft diesem widerstände. Wird nun aber auf die elastische Blase, welche über das Glas gebunden ist, von außen ein Druck ausgeübt, welcher sich durch das Wasser fortpflanzt, so tritt dieses in das Innere der Figur ein, indem die darin enthaltene Luft zusammengedrückt wird, und die hierdurch schwerer gewordene Figur sinkt zu Boden; sie steigt aber wieder in die Höhe, wenn der äußere Druck auf die Blase nachläßt, indem nun die in der Figur enthaltene Luft das Wasser wieder austreibt und so die Figur erleichtert wird, (wobei sich die Figur nach dem Prinzipe des Segnerschen Wasserrades im Kreise dreht).

Man unterscheidet natürliches und künstliches Schwimmen. Das oben Gesagte gilt zunächst nur vom natürlichen Schwimmen. Beim künstlichen Schwimmen wird ein Körper durch gegen das Wasser ausgeübte Stöße über der Oberfläche desselben erhalten. — Obschon der Körper der meisten Menschen ein wenig specifisch ~~leichter~~ als gewöhnliches Wasser ist, so können sie sich doch nur durch künstliches Schwimmen vor der Ertrinken sichern, da hierzu erforderlich ist, daß der Mund oder doch wenigstens die Nase, also bei der Lage auf dem Bauche, auch ein großer Theil des Kopfes sich außerhalb des Wassers befindet, wonach denn bald einleuchtet, warum man bequemer auf dem Rücken als auf dem Bauche schwimmt. Uebrigens ist auch bei demselben Menschen das specifische Gewicht veränderlich und natürlich nach starkem Einathmen, wobei sich der Brustkasten erweitert, geringer als nach starkem Ausathmen. — Durch ein sehr geringes specifisches Gewicht zeichnete sich der Neapolitaner Paolo Moccia aus, welcher nur bis an die Mitte der Brust im Meerwasser einsank und im Jahre 1767 bei Neapel verschiedene Kunststücke machte.

+ schwerer $\frac{1}{100} - \frac{1}{10}$

§. 53. Bestimmung des specifischen Gewichtes fester und flüssiger Körper.

Das archimedische Princip, daß jeder Körper im Wasser so viel an Gewicht verliert, als ein gleiches Volumen Wasser wiegt, liefert ein treffliches Mittel, das specifische Gewicht fester Körper zu finden. Man wiegt nämlich den Körper zunächst auf gewöhnliche Weise in der Luft und hierauf, indem man ihn an einem feinen Faden aufhängt, im Wasser. Der Gewichtsverlust, den er im Wasser erleidet, in das absolute Gewicht des Körpers dividirt, gibt sein specifisches Gewicht. — Wiegt z. B. ein Stück Kalkspath in der Luft 250 Gramm, im Wasser 158 Gramm, so ist sein Gewichtsverlust im Wasser, (also das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem Körper gleiches Volumen hat,) = 250 — 158 = 92 Gramm, folglich sein specifisches Gewicht $^{250}/_{92}$ = 2,717.

Um das specifische Gewicht eines Körpers zu bestimmen, welcher leichter ist, als Wasser, verbindet man ihn mit einem specifisch schwereren Körper, z. B. einem Stücke Blei, nachdem man vorher das absolute Gewicht, so wie auch den Gewichtsverlust dieses Körpers im Wasser bestimmt hat.

Wenn ein Körper, wie z. B. Steinsalz, im Wasser löslich ist, so bestimmt man seinen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit von bekanntem specifischem Gewichte, in welcher sich derselbe nicht auflöst, z. B. im Alkohol. So vielmal nun Alkohol leichter ist, als Wasser, so vielmal würde auch der Gewichtsverlust des Steinsalzes im Wasser größer sein, als im Alkohol.

Um das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, z. B. des Alkohols, (reinen Spiritus), zu finden, bedient man sich am bequemsten eines Fläschchens mit wohl eingeschliffenem, gläsernem Propfen. Bestimmt man nun zunächst das Gewicht des leeren Fläschchens und dann dasselbe Gewicht, nachdem man das Fläschchen einmal mit Wasser, das anderemal mit Spiritus gefüllt hat, und bringt beidemal das Gewicht des Fläschchens in Abrechnung, so hat man die Gewichte gleicher Volumina Wasser und Spiritus und erhält das specifische Gewicht des Spiritus, indem man das erstere Gewicht in letzteres dividirt.

Gewöhnlich wendet man ein Fläschchen an, welches genau hundert Gramm destillirten Wassers faßt, wodurch man der Arbeit des Dividirens überhoben wird. Wiegt der das Fläschchen füllende Spiritus z. B. 79,1 Gramm, so ist das spicifische Gewicht desselben = 79,1 : 100 = 0,791. X

(Fig. 87.)

Bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper wendet man gewöhnlich eine Wage (Fig. 87) an, deren eine Wagschale höher aufgehängt ist, als die andere und unten einen Haken hat, an welchem der zu untersuchende Körper aufgehängt wird. Man nennt eine solche Wage eine hydrostatische.

Bei sehr genauen Bestimmungen hat man auch auf den Gewichtsverlust des Fadens im Wasser, ja selbst auf den Gewichtsverlust, den der zu prüfende Körper in der Luft erleidet, und auf die Temperatur des Wassers Rücksicht zu nehmen, indem das Wasser und der feste Körper sich nicht gleichmäßig mit der Wärme ausdehnen. Gewöhnlich nimmt man reines destillirtes Wasser zwischen 15° — 20° C.

Man kann sich auch der hydrostatischen Wage zur Bestimmung des specifischen Gewichtes einer Flüssigkeit bedienen, indem man den Gewichtsverlust sucht, welchen irgend ein fester Körper in derselben und im Wasser erleidet, und ersteren Gewichtsverlust durch letzteren dividirt.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0110-9 DFG

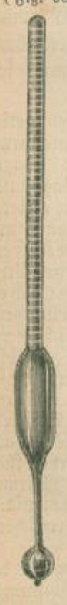
Da genaue und empfindliche Wagen kostbar sind, so hat man zur Bestimmung des specifischen Gewichtes besondere Instrumente erfunden, welche eine große Genauigkeit gewähren und billig herzustellen sind. Man nennt dieselben **Aräometer***) (Fig. 88 u. 89). — Ein solches besteht aus einem hohlen Cylinder von Messing oder Glas, welcher im Wasser mit Stabilität schwimmt und oben in einen dünnen Hals ausläuft, der ein kleines Schüsselchen trägt. Endlich ist, wenn das Aräometer zur Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper dienen soll, unten an demselben ein kleines Eimerchen angebracht, in welches man die Körper beim Abwägen unter Wasser legt (Fig. 88). Um nun zunächst vermittelst des Aräometers das absolute Gewicht eines festen Körpers zu finden, taucht man das Instrument in destillirtes Wasser und legt auf das Schüsselchen so viel Gewichte, bis das Instrument bis an ein an dem Halse angebrachtes Zeichen, die **Marke**, einsinkt, nimmt dann die Gewichte ab, legt den Körper ins Schüsselchen und so viel Gewichte zu, bis das Instrument abermals bis an die Marke einsinkt. Die Gewichte, welche man jetzt weniger zugelegt hat, geben das absolute Gewicht des Körpers an. Hierauf legt man den Körper aus dem Schüsselchen in den unten angehängten Eimer. Da der Körper im Wasser an Gewicht verliert, so muß man jetzt aufs neue Gewichte zulegen, damit das Aräometer bis an die Marke einsinkt. Die nun zugelegten Gewichte geben den Gewichtsverlust des Körpers im Wasser an, und wenn man mit diesem in das absolute Gewicht dividirt, so erhält man das gesuchte specifische Gewicht.

(Fig. 88.)

(Fig. 89.)

Um vermittelst eines Aräometers (Fig. 89) das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu bestimmen, hat man zunächst ein für allemal das absolute Gewicht des Instrumentes zu bestimmen, und zuzusehen, wie viel Gewichte man auflegen muß, damit das Aräometer in destellirtem Wasser bis an die Marke einsinkt. Diese Gewichte, zu dem Gewichte des Instrumentes addirt, geben das Gewicht einer dem Aräometer bis zur Marke gleichen Wassermasse. Taucht man nun das Instrument in die zu untersuchende Flüssigkeit, z. B. Spiritus, und legt wieder so viel Gewichte auf, bis das Aräometer bis an die Marke einsinkt, so geben diese Gewichte, zu dem Gewichte des Instrumentes addirt, das Gewicht eines eben so großen Volumens Spiritus an. Da man hiernach die Gewichte gleicher Volumina Wasser und Spiritus kennt, so braucht man dieselben nur durch einander zu dividiren, um das specifische Gewicht des Spiritus zu erhalten.

(Fig. 90.)



Da der richtige Gebrauch der Aräometer mit Gewichten Zeit und Uebung erfordert, so bedient man sich im Praktischen, wenn keine große Genauigkeit verlangt wird, zur Ermittelung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten der sogenannten **Senkwagen** oder **Aräometer mit Scalen** (Fig. 90). Ein solches besteht aus einer gläsernen Röhre, welche sich unten etwas erweitert und in eine Kugel endet, die etwas Quecksilber enthält, damit das Instrument in aufrechter Lage schwimmt. Der Gebrauch eines solchen Aräometers beruht auf dem Satze, daß ein fester Körper in einer Flüssigkeit, in welcher er schwimmt, um so tiefer einsinkt, je geringer das specifische Gewicht der Flüssigkeit ist. — Häufig will man nicht sowohl das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, sondern das Mischungsverhältniß ihrer Bestandtheile wissen, z. B. beim Branntwein, aus wie vielen Procenten Alkohol und Wasser derselbe besteht. Um eine diesem Zwecke entsprechende **Scale** zu construiren, taucht man das Instrument zunächst in destillirtes Wasser von bestimmter Temperatur (etwa 15° C.) und bezeichnet die Stelle, bis zu welcher es einsinkt, mit 0; hierauf taucht man das Instrument in eine Mischung aus 90 Theilen Wasser und 10 Theilen Spiritus, in eine Mischung aus 80 Theilen Wasser und 20 Theilen Spiritus u. s. w. und bezeichnet die Stellen, bis zu welchen das Instrument einsinkt, mit 10, 20 u. s. w. Die Zwischen-

*) Von ἀραιός leicht, weil man gewöhnlich bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes nur kleine Massen anwendet.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0111-5 DFG

räume aber theilt man in 10 gleiche Theile. Es ist einleuchtend, daß ein solches Instrument (Alkoholometer, Branntweinwage) nur für diese besondere Flüssigkeit zu brauchen ist. — In ähnlicher Art werden Salzspindeln für Mischungen aus reinem Wasser und Kochsalz, ferner Milchwagen, um zu untersuchen, ob die Milch durch Wasser verdünnt worden, verfertigt.

Von den oben beschriebenen Procent-Aräometern verschieden ist das Aräometer von Beaumé, dessen Scale man, obschon sie höchst willkürlich und ohne allen wissenschaftlichen Werth ist, noch häufig angeführt findet. Beaumé tauchte nämlich sein Aräometer in reines Wasser und in eine Auflösung von 1 Theil Kochsalz in 9 Theilen Wasser und bemerkte die Stellen, bis zu welchen das Instrument in beiden Fällen einsank. Den Zwischenraum theilte er in 10 gleiche Theile und trug dann eben solche Theile nach oben und nach unten auf. Für Flüssigkeiten, welche leichter als Wasser sind, bezeichnete er den Punkt des Wassers mit 10, für schwerere mit Null und zählte für erstere die Grade nach oben, für letztere dagegen nach unten.

Wenn man zwei Flüssigkeiten, deren specifische Gewichte man kennt, nach einem bestimmten Verhältnisse mischt, so läßt sich hieraus nicht ohne weiteres das specifische Gewicht der Mischung berechnen. Vermischt man z. B. gleiche Volumina Spiritus und Wasser mit einander, so ist das specifische Gewicht der Mischung keineswegs dem arithmetischen Mittel der specifischen Gewichte beider Gemengtheile gleich, sondern nicht unbeträchtlich größer, indem bei der Vermischung zugleich eine Zusammenziehung stattfindet. So geben z. B. 50 Quart Spiritus mit 50 Quart Wasser vermischt nicht 100, sondern nur 96 Quart Branntwein. Man kann dies leicht durch einen Versuch bestätigen, wenn man eine etwa 30 Zoll lange Röhre erst zur Hälfte mit Wasser füllt und hierauf vorsichtig Spiritus nachgießt, welcher sich über dem Wasser lagert und die obere Hälfte der Röhre füllt. Schließt man dann die Röhre mit einem Korke und schüttelt die Flüssigkeiten durcheinander, so findet eine merkliche Zusammenziehung statt.

Tafel der specifischen Gewichte einiger festen und flüssigen Körper.

Platin gemünzt	22,10	Kalkstein	2,70
„ gegossen	20,85	Schiefer	2,70
„ zu Draht gezogen	19,26	Ziegel, gebrannte	1,4 bis 2,21
Gold gehämmert	19,36	Bouteillenglas	2,64
„ gegossen	19,26	Spiegelglas	2,45
Quecksilber	13,60	Flintglas, englisches	3,44
Blei	11,38	Eis	0,92
Silber gegossen	10,41	Buchsbaumholz	1,33
„ gehämmert	10,62	Ebenholz	1,23
Kupfer gehämmert	9,00	Eichenkernholz	1,17
„ zu Draht gezogen	8,88	Lindenholz	0,60
Messing	8,40	Pappelholz	0,38
Stahl	7,80	Korkholz	0,24
Eisen geschmiedet	7,79	Schwefelsäure, concentrirte	1,85
„ gegossen	7,25	Salpetersäure	1,50
Zinn gegossen	7,29	Salzsäure	1,20
Zink gehämmert	7,86	Milch	1,03
„ gegossen	7,21	Meerwasser	1,03
Baryt	4,44	Leinöl	0,94
Diamant	3,50	Oliven-, Rüb-, Mohnöl	0,92
Marmor	2,84	Terpentinöl	0,87
Quarz (ohngefähr)	2,70	Alkohol	0,79
Feldspat	2,70	Schwefeläther	0,73

*§. 54. Ausfluß des Wassers aus Oeffnungen.

Wenn das Wasser aus einer engen Oeffnung im Boden eines Gefäßes ausfließt, so ist die Geschwindigkeit desselben um so größer, je tiefer die Oeffnung unter dem Wasserspiegel liegt. Diese Geschwindigkeit ist nahe derjenigen gleich, welche ein Körper beim freien Falle erlangt, wenn er durch eine Höhe gefallen ist, welche der Tiefe der Oeffnung unter dem Wasserspiegel gleich ist. Sie nimmt ab, so wie das Wasser im Gefäße sinkt.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0112-1
DFG

Befindet sich in der Seitenwand eines Gefäßes eine Oeffnung, so hat der ausfließende Strahl die Gestalt der krummen Linie, welche ein mit der Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers wagerecht geworfener Körper beschreibt, also nahe die Gestalt einer Parabel.

Strömt das Wasser durch eine enge Oeffnung aus einer aufwärts gebogenen Röhre, welche mit einem Wasserbehälter verbunden ist, wie dies bei den Springbrunnen der Fall ist, so müßte es zufolge des obigen Gesetzes über die Ausflußgeschwindigkeit bis zur ohngefähren Höhe des Wasserspiegels emporspritzen. Hinter dieser Höhe bleibt es jedoch deshalb zurück, weil seine Geschwindigkeit durch die Reibung an den Wänden der Röhre, durch den Widerstand der Luft, auch durch den Druck der zurückfallenden Wassertheile vermindert wird. Wegen dieses letzten Umstandes ist es vortheilhafter, wenn der aufsteigende Wasserstrahl ein wenig von der senkrechten Richtung abweicht.

Nach den von Weisbach (1861) angestellten Untersuchungen ist die Höhe, bis zu welcher sich ein aus einer engen Oeffnung emporspringender Strahl erhebt, wenn dieselbe 10 Fuß nicht übersteigt, von der Druckhöhe nur wenig verschieden.

In dem Springbrunnen bei Cassel, welcher sein Wasser durch eine Röhrenleitung von dem nahe bei der Wilhelmshöhe liegenden Berge erhält, erreicht das Wasser eine Höhe von 80 bis 90 Fuß.

Wenn wir die Geschwindigkeit des aus einer Oeffnung ausfließenden Wassers mit c, die Höhe des Wasserspiegels über der Oeffnung mit h und den Fallraum für die erste Secunde mit g bezeichnen, so ist nach dem oben angeführten Gesetze und §. 38 Anm. nahe

$$c = \sqrt{2gh}\text{*)}.$$

Bei verschiedenen Druckhöhen verhalten sich also die Ausflußgeschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus diesen Höhen.

Die Menge des ausfließenden Wassers hängt natürlich nicht bloß von der Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers, sondern auch von der Größe der Oeffnung ab. Weil aber der ausfließende Wasserstrahl nahe unter dem Boden keine cylinderförmige Gestalt hat, sondern sich etwas zusammenzieht, so muß man bei der Berechnung des aus einer Oeffnung an der Zeiteinheit ausfließenden Wassers statt der Oeffnung den Querdurchschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles da, wo er am kleinsten ist, setzen. — Diese Zusammenziehung ist bei einem dicken Boden geringer als bei einem dünnen, was von der Adhäsion an den Wänden der Oeffnung herrührt. Aus gleichem Grunde kann durch den Ansatz kurzer Röhren, welche von der ausströmenden Flüssigkeit benetzt werden, die Zusammenziehung des austretenden Wasserstrahles vermindert und daher die Menge des ausfließenden Wassers vermehrt werden. Bei längeren Röhren findet wieder wegen der vermehrten Reibung eine Verminderung des Effektes statt.

*§. 53. Fortbewegung des Wassers in Röhren und Canälen.

In diesen erleidet das fließende Wasser vorzüglich durch die Reibung an den Wänden eine fortwährende Verminderung seiner Geschwindigkeit. Aus gleichem Grunde ist die Geschwindigkeit des fließenden Wassers in einem Strome gewöhnlich in der Mitte größer, als nahe am Ufer. Aber auch in der Mitte des Stromes ist die Geschwindigkeit des Wassers niemals so groß, als die in §. 38, Anm. angeführte Regel vorschreibt, nach welcher sie der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers gleich sein müßte, welcher durch eine gleiche Höhe gefallen ist; und wenn sie auch mit dem Gefälle wächst, so bleibt sie doch immer bedeutend hinter der aus dieser Regel hervorgehenden

*) Es kann hier nicht der Ort sein, zu zeigen, daß nach einer richtigen und gründlichen Theorie dieser Ausdruck nicht für den genauen, sondern nur für einen Näherungswerth von c gelten kann. Vergleiche auch Gehlers phys. Wörterbuch. B. 5. S. 562.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0113-7 DFG

Größe zurück. Besonders stark wird die Geschwindigkeit des fließenden Wassers vermindert, wenn die Röhre oder der Canal (Strom) Krümmungen macht. Die Wissenschaft ist noch nicht dahin gelangt, einfache und allgemein gültige Regeln aufzustellen, nach denen sich die Geschwindigkeit des in Röhren, Canälen oder Strömen fließenden Wassers aus dem stattfindenden Gefälle unter Berücksichtigung aller Nebenumstände berechnen ließe.

*§. 56. Stoß des Wassers gegen feste Körper.

Trifft eine bewegte Wassermasse auf eine feste Wand, so übt sie gegen dieselbe einen Druck aus. Dieser ist z. B. bei einer in einen größeren Strom senkrecht auf die Richtung desselben eingetauchten Platte nahe gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die getroffene Fläche zur Grundfläche und die der Geschwindigkeit des Wassers entsprechende Fallhöhe, (die Höhe, durch welche ein Körper fallen muß, um eine mit dem Wasser gleiche Geschwindigkeit zu erlangen), zur Höhe hat. Diese Regel gilt auch, wenn die Platte von einem freien Wasserstrahle getroffen wird, dessen Querdurchschnitt sie nicht übertrifft. Wenn aber die gestoßene Fläche viel größer ist, so breitet sich der Wasserstrahl aus und übt nun beinahe die doppelte Wirkung aus.

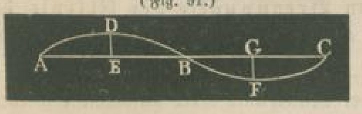
Diese Sätze kommen bei den sogenannten unterschlächtigen Wasserrädern in Anwendung, welche durch den Stoß, den ein Wasserstrom gegen die unteren Schaufeln ausübt, bewegt werden. Ist das Rad einmal in Bewegung, so entspricht die Kraft des Stoßes, welchen das bewegte Wasser gegen die Radschaufeln ausübt, nicht mehr der vollen Geschwindigkeit des Wassers, sondern nur noch dem Unterschiede zwischen dieser Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit der Radschaufeln.

Bei den oberschlächtigen Rädern wirkt vorzüglich das Gewicht des von oben in die Kasten einstürzenden Wassers als bewegende Kraft. Sie sind natürlich nur bei einem bedeutenden Gefälle anzuwenden, haben aber dann vor den unterschlächtigen den Vorzug.

§. 57. Wellen.

Die Wellen zeigen sich an der Oberfläche des Wassers als abwechselnde Erhöhungen und Vertiefungen. Man unterscheidet den Wellenberg ADB (Fig. 91) und das Wellenthal BFC; jener liegt über, dieses unter der horizontalen Ebene des ruhenden Wasserspiegels. Die Höhe der ganzen Welle ist gleich der Summe aus der Höhe DE des Wellenberges und der Höhe FG des Wellenthales. Eben so ist die Breite AC der ganzen Welle die Summe aus der Breite AB des Wellenberges und der Breite BC des Wellenthales.

(Fig. 91.)



Wellen können auf sehr mannigfaltige Weise im Wasser erregt werden, z. B. durch den Wind, durch den Stoß eines ins Wasser fallenden festen Körpers u. dgl. m. Wirft man einen Stein ins Wasser, so entsteht zunächst eine Vertiefung, um diese ein erhöhter Wall, um diesen wieder eine kreisförmige Vertiefung u. s. w. Indem die Welle so über die Oberfläche des Wassers fortschreitet, haben jedoch die Wassertheilchen selbst keine fortschreitende, sondern nur eine schwingende Bewegung *). Es finden nur abwechselnde Hebungen und Senkungen der Oberfläche des Wassers statt, wie man deutlich sehen kann, wenn leichte Körper auf der Oberfläche schwimmen, indem diese durch die Welle nur abwechselnd gehoben werden und wieder herabsinken, ohne in horizontaler Linie fortbewegt zu werden.

Der zuerst erregten Welle folgen noch einige in ganz gleicher Weise fortschreitende, aber schwächere Wellen, indem die einmal in Bewegung gesetzten Wassertheile nicht bloß in die Lage des Gleichgewichts zurückkehren, sondern wie ein aufgehobenes Pendel diese überschreiten und erst nach einigen Schwingungen wieder zur Ruhe kommen.

Ueber die wellenförmige Bewegung beschränken wir uns, folgende Hauptgesetze anzuführen, welche besonders in der Lehre vom Schalle und vom Lichte wichtige Anwendungen finden:

1) Die durch einen Stoß auf der Oberfläche des Wassers erzeugte Welle erweitert sich beständig und bleibt dabei kreisförmig, wenn sie auf kein Hinderniß trifft. Je mehr die Welle sich ausdehnt, um so mehr nimmt ihre Höhe ab, bis dieselbe endlich ganz verschwindet.

2) Werden auf der Oberfläche des Wassers zu gleicher Zeit zwei Wellen erregt, so durchkreuzen sie sich, ohne daß die eine die Fortbewegung der andern stört. Da, wo zwei Wellenberge oder zwei Wellenthäler zusammentreffen, findet eine Vermehrung der Höhen statt; wo aber ein Wellenberg mit einem Wellenthale zusammentrifft, wird diese Höhe vermindert.

3) Trifft eine Welle auf eine feste Wand in senkrechter Richtung, so wird sie senkrecht zurückgeworfen; es entsteht nämlich jetzt eine in entgegengesetzter Richtung fortschreitende Welle. Trifft die Welle schief auf die feste Wand, so wird sie unter dem nämlichen Winkel zurückgeworfen, unter welchem sie auffiel, (so lange sie nämlich ihre vollkommen kreisförmige Gestalt beibehält, was gewöhnlich nur in der Nähe der reflectirenden Wand stattfindet, indem in größerer Entfernung Unregelmäßigkeiten eintreten ꝛc.).

4) Endlich führen wir noch folgenden, von den Gebrüdern Weber angestellten und für die Lehre vom Schalle und vom Lichte wichtigen Versuch an: Wenn man in einem elliptischen Gefäße in dem einen Brennpunkte eine Welle erregt, so entsteht durch Zurückwerfung derselben von den Wänden des Gefäßes eine zweite sich immer mehr verengende Welle, welche ihren Mittelpunkt in dem andern Brennpunkte der Ellipse hat.

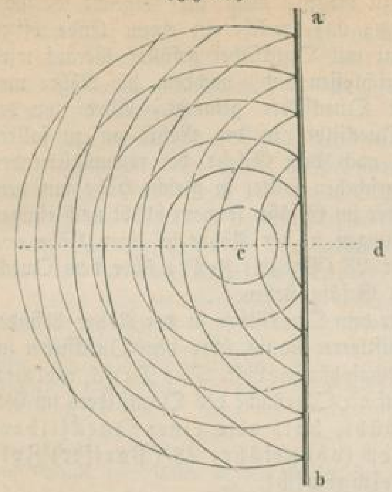
Wenn eine Welle im Wasser senkrecht auf eine reflectirende Wand ab (Fig. 92) trifft, so wird sie, wie schon oben bemerkt, auch senkrecht zurückgeworfen; die Kreisbogen der reflectirten Welle haben zum Mittelpunkte einen Punkt d, welcher eben so weit hinter der reflectirenden Wand, als der Mittelpunkt c der ankommenden Welle vor derselben liegt.

Je stärker der eine Welle erregende Stoß war, um so größer ist auch die Höhe und Breite der erzeugten Welle, und um so größer ist auch die Geschwindigkeit, mit welcher sich dieselbe über die Oberfläche des Wassers fortbewegt. Je mehr aber die Welle sich ausbreitet, um so mehr vermindert sich ihre Höhe und Breite und zugleich ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie man leicht zeigen kann, wenn man in die Wellen, welche durch den Fall eines Steines ins Wasser erzeugt worden sind, einen eben solchen Stein aus gleicher Höhe fallen läßt.

*) Nach den Untersuchungen der Gebrüder Weber in Göttingen stimmen die Bahnen, welche die Wassertheilchen hierbei durchlaufen, an der Oberfläche mehr oder weniger mit einem Kreise, in größerer Tiefe mit einer Ellipse überein.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0115-8

(Fig. 92.)



Dagegen ist bei den Schallwellen in der Luft und den Lichtwellen im Aether, welche auf der Elasticität des Fortpflanzungsmittels beruhen, während bei den Wellen im Wasser die Schwere der Wassertheilchen als bewegende Kraft wirkt, die Geschwindigkeit lediglich durch die Elasticität der Luft oder des Aethers bedingt und daher für alle Arten von Schwingungen die nämliche.

Bei den Wellen im Wasser ist auch die Tiefe desselben nicht ohne Einfluß auf die Geschwindigkeit der Wellen; sie vermindert sich, wenn die Tiefe abnimmt. Im Meere drängen sich daher da, wo über Felsen oder Sandbänken die Tiefe sich plötzlich vermindert, die voranschreitenden Wellen mit den nachfolgenden zusammen, was zur Entstehung der sogenannten Brandungen beiträgt.

Die Wellen des Meeres werden vorzüglich durch den Wind erregt. Ihre Höhe übersteigt in geschlossenen Meeren, wie in der Ostsee und im mittelländischen Meere, selten 8 Fuß, in der offenen See mag sie bei heftigen Stürmen wohl 20 bis 30 Fuß erreichen. Wo indeß zwei Wellen sich durchkreuzen, oder wo die Wellen an steile Felsenwände anprallen und sich über einander thürmen, indem die folgenden die in ihrem Laufe aufgehaltenen vorangehenden ereilen, desgleichen wenn die Wellen zwischen die engen Ufer der Strommündungen zusammengepreßt werden, erreichen sie viel beträchtlichere Höhen. Von dem Edystone-Felsen an der englischen Küste erzählt Smeaton, daß das Wasser zuweilen 100 Fuß höher als der Leuchtthurm, also 200 Fuß hoch emporgeschleudert werde. /

Vierter Abschnitt.

Von den mechanischen Erscheinungen der luftförmigen Körper.

§. 58. Von den luftförmigen Körpern im allgemeinen.

Unter allen luftförmigen Körpern ist die atmosphärische Luft bei weitem die verbreitetste und bekannteste. Da wir es hier nur mit den mechanischen Eigenschaften der luftförmigen Körper zu thun haben und diese für alle dieselben sind, so werden wir uns bei den folgenden Untersuchungen auf die Betrachtung der atmosphärischen Luft beschränken.

Die luftförmigen Körper haben mit den flüssigen die Schwere und die leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile gemeinschaftlich; sie unterscheiden sich aber von denselben dadurch, daß sie sich leicht in einen engeren Raum zusammenpressen lassen und bei nachlassendem Drucke sich wieder ausdehnen, während die flüssigen sich nur sehr schwer zusammendrücken lassen. Wird die Luft zusammengepreßt, so wächst ihre Elasticität in gleichem Verhältnisse mit der Dichtigkeit. Dieses Gesetz, welches wir hier vorläufig anführen und erst später näher begründen werden, wird das Mariottesche genannt.

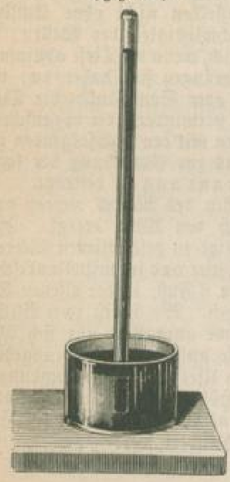
§. 59. Der Torricellische Versuch.

Da die Luft schwer ist, so muß sie eben so, wie wir dies früher von Flüssigkeiten gezeigt haben, auf die in derselben befindlichen Körper einen

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0116-4

Druck ausüben. Um diesen Druck zu messen, dient der folgende Versuch: Eine etwa 30 Zoll lange Röhre (Fig. 93), welche an einem Ende offen, am andern geschlossen ist, wird ganz mit Quecksilber gefüllt; hierauf wird das offene Ende mit dem Finger verschlossen und, nachdem die Röhre umgekehrt worden, in ein Gefäß mit Quecksilber getaucht. Wird nun der Finger weggezogen, so fängt das Quecksilber in der Röhre an zu fallen, stellt sich aber keineswegs, wie dies nach dem Gesetze der communicirenden Röhren geschehen sollte, in gleiche Höhe mit dem Quecksilber im Gefäße, sondern bleibt nach einigen Schwankungen in der Röhre in einer Höhe von ohngefähr 28 (Pariser) Zoll*) über dem Quecksilber im Gefäße stehen.

(Fig. 93.)



Ueber dem Quecksilber in der Röhre befindet sich ein luftleerer Raum, über dem Quecksilber im Gefäße atmosphärische Luft. *Der Druck, welchen diese auf die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße ausübt, hält also einer Quecksilbersäule von (ohngefähr) 28 (Pariser) Zoll das Gleichgewicht.*

Ist die Röhre nicht fest verschlossen, sondern oben mit einem luftdicht schließenden Korke versehen, so fällt das Quecksilber in der Röhre, so wie man dieselbe oben öffnet und Luft eintreten läßt, und hat dann in der Röhre, übereinstimmend mit dem Gesetze der communicirenden Röhren, dieselbe Höhe wie im Gefäße. — (In einer engen Röhre wird das Quecksilber vermöge der Capillar-Anziehung sogar etwas niedriger stehen, als im offenen Gefäße.)

Der hier beschriebene Versuch ist zuerst (1643) von *Torricelli*, einem Schüler des *Galilei*, angestellt worden; man nennt daher auch den luftleeren Raum über dem Quecksilber in der Röhre das *Torricellische Vacuum*; die ganze Vorrichtung aber, welche, wie wir gesehen haben, dazu dient, den Druck der Luft zu messen, wird *Barometer* genannt.

§. 60. Folgerungen aus dem Torricellischen Versuche.

Wie unmittelbar aus dem Torricellischen Versuche folgt, ist der Druck der Luft gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule von 28 Par. Zoll Höhe. Da Quecksilber 13,6 mal schwerer als Wasser ist, so müßte eine gleich schwere Wassersäule eine Höhe von $13{,}6 \times 28$ Par. Zoll oder ohngefähr 32 Par. Fuß (oder 33 preuß. Fuß) haben. Wollte man daher ein Barometer statt mit Quecksilber mit Wasser füllen, so würde man demselben die unförmliche Länge von mehr als 32 Par. Fuß geben müssen.

Um zu einer noch anschaulicheren Vorstellung von der Größe des Luftdrucks zu gelangen, suchen wir den Druck, welchen die Luft auf eine Fläche von bestimmter Größe, z. B. auf einen Quadratzoll ausübt, nach Pfunden auszudrücken. Zufolge des Obigen ist dieser Druck gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule, welche einen Quadratzoll zur Grundfläche und 28 Zoll

*) 28 Pariser Zoll sind sehr nahe = 29 Zoll rheinländisch.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0117-0
DFG

zur Höhe hat, also gleich dem Gewichte von 28 Kubikzoll Quecksilber. Nun wiegt aber ein Par. Kubikzoll Quecksilber ohngefähr 16 Lot, also 28 Kubikzoll 448 Lot oder sehr nahe 15 Pfund. Da ein Quadratfuß = 144 Quadratzoll ist, so ergibt sich hieraus die Größe des Luftdrucks für einen Quadratfuß = 144 × 15 Pfund = 2160 Pfund oder beinahe 22 Centner.

Diesen beträchtlichen Druck haben also alle in der Luft befindlichen Körper zu ertragen. Daß auch weiche Körper denselben auszuhalten vermögen, erklärt sich daraus, daß die Poren derselben mit Luft angefüllt sind. Dagegen können allerdings hohle luftleere Körper, welche nicht sehr starke Wände haben, durch den Luftdruck zertrümmert werden, wie wir unten bei den Versuchen mit der Luftpumpe sehen werden.

Nimmt man die Oberfläche eines erwachsenen Menschen zu 14 Quadratfuß an, so ergibt sich hieraus für den gesammten Druck, welchen derselbe von der Luft erleidet, die ungeheure Größe von 300 Centnern. Daß wir diesen Druck nicht empfinden, rührt daher, daß die in unserem Körper eingeschlossene Luft der äußeren, mit welcher sie gleiche Dichtigkeit, also auch gleiche Elasticität hat, das Gleichgewicht hält. Anders verhält es sich jedoch, wenn der äußere Luftdruck plötzlich vermehrt oder vermindert wird. So empfanden Personen, welche in Luftballons schnell zu bedeutenden Höhen emporstiegen, in Folge des verminderten äußeren Luftdruckes einen Drang des Blutes nach Außen, namentlich in den Augen und der Nase.

(Fig. 94.)

Wenn man ein Glas mit Wasser füllt, dann mit einem Stücke Papier bedeckt und dieses mit der flachen Hand fest an den Rand des Glases andrückt, so kann man das Glas umkehren und die Hand wegziehen, ohne daß das Wasser ausläuft. — Dieser einfache Versuch zeigt eben so, wie der Torricellische, das Vorhandensein des Luftdruckes, gibt aber über die Größe desselben keinen Aufschluß.

Der menschliche Oberschenkel- und Oberarmknochen endigen in einen kugelförmigen Kopf, welcher in die spiegelglatte, mit einer schlüpfrigen Feuchtigkeit benetzte Pfanne des Beckens oder Schulterblattes eingelenkt ist. Durch den Luftdruck wird dieser Kopf gegen die Pfanne, in welche derselbe genau einpaßt, gepreßt und so Arm und Fuß durch den Druck der Luft und nicht durch die Anstrengung der Arm- und Beinmuskeln getragen. — Es erklärt sich hieraus die auffallende Müdigkeit, welche Reisende bei dem stark verminderten Luftdrucke auf hohen Bergen empfinden, weil hier die Muskeln nicht bloß die Glieder in Bewegung zu setzen, sondern auch einen Theil ihres Gewichtes zu tragen haben.

§. 61. Das Barometer.

Durch den Torricellischen Versuch sind wir bereits zu einer ohngefähren Bestimmung des Druckes der Luft gelangt; soll aber ein Barometer zur genauen Abmessung des Luftdruckes dienen, so müssen den einzelnen Theilen desselben noch gewisse Eigenschaften zukommen, welche wir jetzt näher erörtern wollen.

1) Das Torricellische Vacuum muß wirklich luftleer sein, die unerläßlichste und am schwersten zu erfüllende Bedingung eines guten Barometers, da die Luft den Wänden der Röhre adhärirt, auch in dem Quecksilber selbst absorbirte Luft enthalten ist. Um diese auszutreiben, muß man das Quecksilber in der Röhre auskochen, eine Operation, welche mit mancherlei Schwierigkeiten verbunden ist. — Wir berücksichtigen ferner:

2) Die Scala, welche bestimmt ist, die Höhe des Quecksilbers im verschlossenen Schenkel über der Oberfläche des Quecksilbers im offenen Schenkel zu messen. Man theilt diese in Deutsch-

land am gewöhnlichsten in Pariser Zolle. Außerdem wird auch häufig die neufranzösische Eintheilung in Millimeter*) angewendet. — Es versteht sich von selbst, daß bei einer richtigen Beobachtung die Scala eine lotrechte Lage haben muß.

3) Das Quecksilber in der Röhre, welches durch sein Gewicht dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Da dieses Gewicht nicht allein von der Höhe, sondern auch wesentlich von dem specifischen Gewichte des Quecksilbers abhängt, so können zwei Barometer bei einerlei Luftdruck nur dann in ihren Angaben übereinstimmen, wenn das Quecksilber in beiden das nämliche specifische Gewicht hat. Um diese Bedingungen zu erfüllen, füllt man die Barometer mit reinem Quecksilber, da das specifische Gewicht des Quecksilbers sich ändert, wenn demselben fremdartige Stoffe, z. B. Blei oder andere Metalle, beigemischt sind.

Das Gewicht des Quecksilbers in der Barometerröhre wird aber nicht bloß durch die Reinheit, sondern auch durch die Temperatur desselben bedingt. Die Quecksilbersäule im Barometer verlängert sich, ohne daß der Luftdruck sich geändert hat, wenn dieselbe erwärmt wird. Bei Barometern, welche zu genauen Beobachtungen dienen sollen, ist daher jedesmal auch ein Thermometer angebracht, welches die Temperatur des Quecksilbers angibt. Man pflegt alle Beobachtungen auf Null Grad zu reduciren, d. h. man berechnet aus der beobachteten Länge der Quecksilbersäule im Barometer und aus der Temperatur derselben diejenige Länge, welche diese Quecksilbersäule annehmen würde, wenn ihre Temperatur gleich Null Grad wäre. (Es vergrößert sich nämlich die Quecksilbersäule für jeden Centesimal-Grad um $^1/_{5550}$ ihrer Länge.) Bei sehr genauer Beobachtung berücksichtigt man auch die Ausdehnung der Scale durch die Wärme.

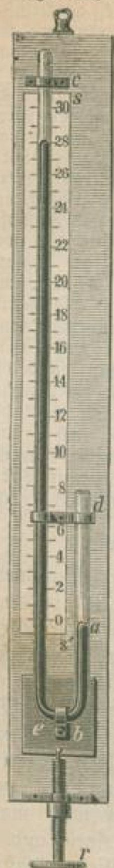
4) Die Röhre darf nicht zu eng sein, da durch die Reibung an den Wänden der Röhre das Quecksilber an Beweglichkeit verliert. (Die Weite der Röhre soll nicht unter $1^1/_2$ bis 2 Linien betragen.) Wegen des angeführten Grundes ist es zweckmäßig, vor jeder Beobachtung das Barometer etwas zu erschüttern.

Da der Luftdruck sich in horizontaler Linie gleichmäßig fortpflanzt, so muß derselbe in unseren Zimmern, überhaupt in allen nicht luftdicht verschlossenen Räumen derselbe wie im Freien sein. Es ist daher ganz gleichgültig, ob man das Barometer im Zimmer oder im Freien aufhängt. Dagegen ist die absolute Höhe des Beobachtungsortes, wie wir bald weiter unten sehen werden, von wesentlichem Einflusse auf den Barometerstand.

Von besonderen Einrichtungen des Barometers führen wir nur das Gefäß- und das Heberbarometer an. Bei dem ersteren, welches vorzüglich da gebraucht wird, wo es sich mehr um Bequemlichkeit als um große Genauigkeit der Beobachtungen handelt, besteht der kürzere Schenkel aus einem oben offenen Gefäße (Fig. 93). Ist dieses nun beträchtlich weiter, z. B. zehnmal so weit, als die Röhre, so wird das Quecksilber im Gefäße, wenn es in der Röhre um einen Zoll steigt oder fällt, nur um $^1/_{100}$ Zoll fallen oder steigen. Man kann daher, wenn es sich um keine große Genauigkeit der Beobachtung handelt, den Stand des Quecksilbers im Gefäße als unveränderlich ansehen und die Scale mit der Röhre fest verbinden, so daß der Nullpunkt derselben mit der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße bei dem mittleren Barometerstande (von etwa 28 Zoll) gleiche Höhe hat. — Will man jedoch mit einem Gefäßbarometer genaue Beobachtungen anstellen, so hat man auch das Steigen und Fallen des Quecksilbers im Gefäße zu berücksichtigen.

*) Ein Millimeter = 0,443295 Pariser Linien.

(Fig. 95.)



Das vollkommenste Barometer ist ohnstreitig das Heberbarometer, welches aus einer heberförmig gekrümmten Röhre besteht, deren längerer Schenkel verschlossen und deren kürzerer Schenkel offen ist. Da bei jedem Steigen oder Fallen des Quecksilbers im verschlossenen Schenkel zugleich das Quecksilber im offenen Schenkel fällt oder steigt, so muß hier die Scale sich längs der Röhre oder die Röhre längs der Scale verschieben lassen. Das in Fig. 95 abgebildete Barometer stellt die letztere Richtung dar. Die Scale ss' ist an ein Brett befestigt, dagegen die Röhre, deren aufrecht stehende Schenkel durch die Hülsen c und d frei hindurchgehn, beweglich. Diese Bewegung wird durch die Schraube r bewerkstelligt, durch welche die Messingplatte e, mit welcher die Röhre in ihrer Biegung bei b fest verbunden ist, nach oben und nach unten bewegt werden kann. Man stellt nun zunächst bei jeder Beobachtung die Röhre so, daß die Oberfläche des Quecksilbers im offenen Schenkel a mit dem Nullpunkte der Scale gleiche Höhe hat, und sieht dann zu, bis zu welchem Punkte der Scale das Quecksilber im verschlossenen Schenkel reicht.

Das Heberbarometer, dessen beide Schenkel eine nahe gleiche Weite haben, gewährt auch noch den Vortheil, daß man die Capillardepression außer Acht lassen kann. Das Gefäßbarometer gibt dagegen den Barometerstand allemal etwas zu niedrig an, da in engen Röhren das Quecksilber bekanntlich niedriger steht, als in weiten. Es bedarf daher hier jede Beobachtung einer Correction wegen der durch die Capillarität bewirkten Depression.

§. 62. Schwankungen des Barometers.

Der Luftdruck ist an dem nämlichen Orte der Erde nicht beständig derselbe, sondern fortwährenden Veränderungen und daher das Barometer beständigen Schwankungen unterworfen. Nördliche und östliche Winde sind in der Regel von einem höheren, südliche und westliche von einem niedrigeren Barometerstande begleitet.

Die Schwankungen des Barometers sind im Winter beträchtlicher, als im Sommer; sie betragen in unseren Breiten überhaupt ohngefähr 2 Par. Zoll; (sie erstrecken sich am Meeresspiegel von etwa 27 Zoll Barometerstand bis 29 Zoll;) in höheren Breiten sind dieselben noch beträchtlicher, viel geringer aber in der Nähe des Aequators, wo sie, mit Ausnahme außerordentlicher Fälle, z. B. vor dem Ausbruche heftiger Stürme, nur wenige Linien umfassen.

Sie zeigen hier eine merkwürdige Regelmäßigkeit; das Barometer steigt nämlich regelmäßig alle Tage ohngefähr von 4 Uhr bis 10 Uhr des Morgens, fällt dann bis 4 Uhr Nachmittags, steigt dann wieder bis 10 Uhr Abends und fällt dann aufs neue bis 4 Uhr Morgens. Es erreicht also zweimal täglich, um 10 Uhr Morgens und Abends, ein Maximum und zweimal, um 4 Uhr Morgens und Abends ein Minimum. Der Unterschied zwischen dem höchsten und niedrigsten Stande beträgt am Aequator noch keine volle Linie. In größerer Entfernung vom Aequator zeigt der Stand des Barometers viel beträchtlichere und sehr unregelmäßige Schwankungen. Wenn man aber ganze Monate hindurch alle Tage das Barometer ohngefähr zu den angegebenen Stunden beobachtet und aus den zu der nämlichen Tagesstunde angestellten Beobachtungen das Mittel nimmt, so wird man auch selbst in unseren Breiten noch zwei Maxima und zwei Minima unterscheiden können, deren Differenz jedoch bedeutend geringer ist, als am Aequator. Diese regelmäßigen Schwankungen sind eine Folge der Erwärmung der Erde und der Atmosphäre durch die Sonnenstrahlen und der hierdurch bewirkten Verdunstung. Dove in Berlin hat nämlich gezeigt, daß, wenn man von dem Ge-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0120-5
DFG

sammtdrucke der Atmosphäre, wie ihn das Barometer angibt, die Elasticität des Wasserdampfes abzieht, der noch übrig bleibende Druck der trockenen Luft zur Zeit der kleinsten Tageswärme (Sonnenaufgang) am größten, zur Zeit der größten Tageswärme aber (eine bis zwei Stunden nach dem Mittage), wo die am stärksten erwärmte und ausgedehnte Luft oben abfließt, am kleinsten ist, während umgekehrt die Elasticität des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfes zur Zeit der kleinsten Tageswärme am kleinsten und zur Zeit der größten Tageswärme, wenigstens für Orte, welche vom Meere oder großen Wasserbehältern nicht allzu entfernt sind, am größten ist. Da hiernach die täglichen Veränderungen des Druckes der trockenen Luft und der Elasticität des Wasserdampfes in entgegengesetztem Sinne erfolgen, die Größe der ersteren aber im allgemeinen die der letzteren übertrifft, so erklärt sich hieraus ohne Schwierigkeit, daß das Barometer, welches den Gesammtdruck der trockenen Luft und des Wasserdampfes anzeigt, innerhalb 24 Stunden abwechselnd zweimal steigt und zweimal fällt, also zweimal ein Maximum und zweimal ein Minimum erreicht. Eben so ist klar, daß mit der Größe der täglichen Temperaturveränderung, als der bedingenden Ursache, auch die Größe der täglichen Veränderung des gesammten Luftdruckes wachsen, also dieselbe vom Winter nach dem Sommer, von den Polen nach dem Aequator hin zunehmen muß.

Außer den periodischen täglichen zeigt das Barometer auch jährlich regelmäßig wiederkehrende Schwankungen, welche ihre Erklärung in den nämlichen durch den Wechsel der Wärme bedingten Ursachen, welche im Vorhergehenden für die täglichen Schwankungen entwickelt sind, finden und nach Dove im mittleren und westlichen Europa den folgenden Gang nehmen: Der atmosphärische Druck nimmt vom Januar nach dem Frühjahr hin ab und erreicht im April in der Regel ein Minimum; er wächst von da an langsam und ziemlich regelmäßig bis zum September und fällt dann wieder rasch bis in den November, wo er in der Regel znm zweiten Male ein Minimum erreicht.

§. 63. Barometrische Höhenmessung (Hypsometrie.)

Eine der nützlichsten Anwendungen, welche man von dem Barometer macht, ist die Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Orte durch correspondirende Barometerbeobachtungen. Da nämlich der Luftdruck offenbar mit der Höhe abnimmt, so muß auch das Barometer fallen, wenn man in die Höhe steigt, und zwar um die Länge einer Quecksilbersäule, welche eben so viel wiegt, als die Luftsäule, um welche man gestiegen ist. Da nun die Luft (bei Null Grad Wärme und) bei einem Barometerstande von 28 (Par.) Zoll ohngefähr 10,500mal leichter ist, als Quecksilber, so wird man um 10,500 Linien oder ohngefähr 73 Fuß steigen müssen, damit das Quecksilber im Barometer um eine Linie fällt, und umgekehrt wird man, wenn an einem Orte A das Barometer auf 28 Zoll und an einem andern Orte B zu derselben Zeit nur auf 27″ 11‴ steht, hieraus schließen, daß B um 73 Fuß höher liegt, als A. Da aber zufolge des Mariotte schen Gesetzes die Dichtigkeit der Luft mit der Höhe abnimmt, so wird das Barometer nicht in demselben Verhältnisse fallen, in welchem man steigt. So wird man z. B., wenn man in eine Höhe gelangt ist, in welcher das Barometer auf 14 Zoll steht, die Dichtigkeit der Luft also nur noch halb so groß ist, offenbar um $2 . 73 = 146$ Fuß steigen müssen, damit das Barometer um eine Linie fällt.

Um mit Leichtigkeit aus den Barometerständen, welche man zu gleicher Zeit an zwei Standpunkten beobachtet hat, den Höhenunterschied dieser beiden Standpunkte ableiten zu können, hat man besondere (hypsometrische) Tabellen berechnet, welche sich, so wie die Anweisung zum Gebrauche derselben, bei jedem neueren logarithmischen Handbuche finden, weshalb wir hierbei nicht länger verweilen. Wir bemerken nur noch, daß man bei dem barometrischen Höhenmessen auch die Temperatur der Luft zu berücksichtigen hat, da die Luft durch die Wärme ausgedehnt, also leichter wird und daher das Gewicht der zwischen beiden Standpunkten befindlichen Luftschicht wesentlich von der Temperatur dieser Luftschicht abhängt.

Da man diese Temperatur nur an den beiden Grenzen, dem oberen und unteren Standpunkte zu beobachten Gelegenheit hat, Beobachtungen der Luft-Temperatur an zwischenliegenden Punkten fehlen, so muß man sich darauf beschränken, das arithmetische Mittel der an beiden Standpunkten beobachteten Lufttemperaturen als die mittlere Temperatur der ganzen Luftschicht anzunehmen, eine Annahme, welche nur dann für streng richtig gelten kann, wenn die Lufttemperatur wirklich mit der Höhe gleichmäßig abnimmt, was jedoch keineswegs immer der Fall ist, indem gar nicht selten wärmere und kältere Luftschichten in verschiedenen Höhen mit einander abwechseln.

Man sieht schon hierin einen Grund, warum Höhenmessungen mit dem Barometer keine volle Genauigkeit gewähren können. Ein anderer Grund besteht in dem schwer zu ermittelnden und in Rechnung zu bringenden Feuchtigkeitsgehalte der Luft, indem feuchte Luft leichter ist, als trockene.

Weiter ist klar, daß das bisher Gesagte eigentlich streng genommen nur von zwei in lotrechter Linie über einander liegenden Orten oder unter der Voraussetzung gilt, daß überall in gleicher Höhe auch ein gleicher Barometerstand stattfindet. Da jedoch Luftströmungen, Winde, sehr wohl veranlassen können, daß das Barometer an zwei gleich hoch liegenden Orten, welche in horizontaler Richtung von einander entfernt sind, einen verschiedenen Stand hat, so begreift man leicht, daß man, um zuverlässige Resultate zu erhalten, den Punkt, dessen Höhe man sucht, mit einem nicht allzu entfernten Standpunkte von bekannter Höhe vergleichen muß. Sehr windige Tage und solche, an denen das Barometer unregelmäßige Schwankungen macht, sind aber von den Beobachtungen, welche zu Höhenmessungen dienen sollen, ganz auszuschließen. Endlich ist klar, daß die Resultate um so mehr an Zuverlässigkeit gewinnen werden, je größer die Zahl der an beiden Orten gemachten gleichzeitigen Beobachtungen ist, z. B. wenn man diese durch mehrere Monate oder Jahre täglich zu denselben Stunden anstellt. Auf diese Art lassen sich auch zwei entfernte Orte in Hinsicht ihrer Höhe mit einander vergleichen, wenn man hierbei die aus mehrjährigen Beobachtungen abgeleiteten mittleren Barometerstände zu Grunde legt. Hierdurch wird es möglich, auch die absolute Höhe tiefer im Binnenlande gelegener Orte über dem Meeresspiegel durch Beobachtungen des Barometers zu finden.

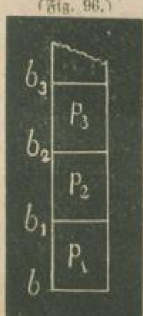
Wird der Höhenunterschied zweier Orte unter übrigens günstigen Umständen aus einem einzigen Paar correspondirender Beobachtungen hergeleitet, so wird auf einen Höhenunterschied von 1000 Fuß die Abweichung von der Wahrheit etwa 5 bis 10 Fuß betragen können.

Sind jedoch zwei Orte um mehrere Längen- oder Breitengrade von einander entfernt, so können die in der Atmosphäre beständig stattfindenden (regelmäßigen oder unregelmäßigen) Strömungen, wie Erdmann in Berlin gezeigt hat, sehr beträchtliche Differenzen veranlassen.

Auch der mittlere Barometerstand am Meeresspiegel ist nicht für alle Gegenden der Erde genau derselbe, etwa zwischen 30—40° nördl. Br. am größten und von da nach dem Pole und nach dem Aequator hin etwas abnehmend.

Bezeichnen wir mit b den Barometerstand am Fußpunkte einer zu messenden Höhe (Fig. 96), mit b_1, b_2, b_3 .. aber die Barometerstände in 1, 2, 3 ... Fuß Höhe, setzen wir ferner die Differenz, um welche das Barometer fällt, wenn wir von dem untersten Punkte aus um einen Fuß gestiegen sind, $b - b_1 = p_1$, dann ist p_1 offenbar die Länge einer Quecksilbersäule, welche mit der untersten Luftschicht von ein Fuß Höhe gleiches Gewicht hat. Uebereinstimmend hiermit setzen wir noch $b_1 - b_2 = p_2$, $b_2 - b_3 = p_3$ u. s. w. Da die Dichtigkeiten der auf einander folgenden Luftschichten, also auch ihre Gewichte sich wie die drückenden Kräfte verhalten, so ergibt sich hieraus die Proportion

(Fig. 96.)



$$p_1 : p_2 = b_1 : b_2,$$

folglich auch
$$b_1 + p_1 : b_2 + p_2 = b_1 : b_2,$$
oder da $b_1 + p_1 = b$ und $b_2 + p_2 = b_1$ ist,
$$b : b_1 = b_1 : b_2.$$
Ganz eben so finden wir weiter
$$b_1 : b_2 = b_2 : b_3,$$
$$b_2 : b_3 = b_3 : b_4 \text{ u. s. f.}$$
Es bilden daher, wenn wir um gleiche Höhen in der Luft

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0122-7

emporsteigen, die zugehörigen Barometerstände die Glieder einer abnehmenden geometrischen Reihe, während diese Höhen selbst, da wir immer um eine gleiche Größe gestiegen sind, eine arithmetische Reihe darstellen.

Setzen wir den beständigen Quotienten der eben erwähnten geometrischen Reihe $= q$, so erhalten wir die Gleichungen

$$b = q \,.\, b_1,$$
$$b_1 = q \,.\, b_2,$$
$$b_2 = q \,.\, b_3 \text{ u. s. w.}$$

folglich $b = q \,.\, b_1 = q^2 \,.\, b_2 = q^3 \,.\, b_3$ u. s. w.

Auf diesem Wege fortfahrend, finden wir, wenn wir den in der Höhe von h Fuß stattfindenden Barometerstand mit b' bezeichnen,

$$b = q^h \,.\, b',$$

also $\log b = h \log q + \log b'$

und folglich $h = \dfrac{\log b - \log b'}{\log q}$.

Da die Luft bei Null Grad Temperatur und einem Barometerstand von 28 Par. Zoll 10500mal leichter, als Quecksilber ist, so muß das Barometer um den 10500ten Theil eines Fußes oder 0,001143 Zoll fallen, wenn wir in dieser Luft um einen Par. Fuß steigen, also das Barometer von 28 Zoll auf 27,998857 Zoll herabgehen. Demnach ist

$$q = \frac{b}{b_1} = \frac{28}{27{,}998857}$$

und $\log q = \log 28 - \log 27{,}998857 = 0{,}0000177$,

folglich $h = \dfrac{\log b - \log b'}{0{,}0000177} = 56500 \,.\, (\log b - \log b')$.

Der so eben berechnete Coefficient 56500 ist unter der Voraussetzung erhalten worden, daß die Lufttemperatur gleich Null Grad ist. Ist die Temperatur an dem untern Standpunkte $= t$, an dem obern $= t'$, so hat man denselben, da die Luft für jeden Centesimalgrad sich um 0,00366 ihres Volumens ausdehnt, wenn man als mittlere Temperatur der Luftschicht zwischen beiden Standpunkten das arithmetische Mittel der beiden beobachteten Lufttemperaturen $\dfrac{t + t'}{2}$ annimmt, noch mit der Zahl $1 + 0{,}00183 \,.\, (t + t')$ zu multipliciren, wodurch die obige Formel übergeht in

$$h = 56500 \,.\, [1 + 0{,}00183 \,.\, (t + t')] \,.\, (\log b - \log b').$$

Außerdem hat man bei sehr genauen Bestimmungen eine Correction wegen des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft, wegen der Abnahme der Schwere mit der Höhe und wegen der verschiedenen Größe der Schwere in verschiedenen Gegenden der Erde anzubringen. Wir verweilen jedoch hierbei nicht länger, sondern verweisen wegen dieser Correctionen auf die hypsometrischen Tafeln.

Zufolge des Vorstehenden beträgt z. B. der mittlere Stand des Barometers auf dem Brocken (3500′) ohngefähr 24″, auf der Schneekoppe (4900′) 23″, Mexiko (7000′) 21″, Hospiz auf dem St. Bernhard (7700′) 20″, Chimborasso (20800′) 12″, Dhawalagiri (25000′) 10″ u. dgl. m.

§. 64. Anderweitiger Gebrauch des Barometers.

Der Gebrauch, welchen der Physiker von dem Barometer macht, beschränkt sich jedoch nicht auf das Höhenmessen; auch bei vielen chemischen, akustischen, optischen und thermischen Untersuchungen ist ihm die Kenntniß des Barometerstandes unentbehrlich. So werden wir z. B. weiter unten zeigen, daß ohne die Abmessung des Luftdruckes durch das Barometer die Anfertigung übereinstimmender Thermometer ganz unmöglich sein würde.

Auf die Verhältnisse des gewöhnlichen Lebens äußern dagegen die Veränderungen des Luftdruckes an dem nämlichen Orte keinen merklichen Einfluß. Während eine Zu- oder Abnahme der Lufttemperatur von wenigen Graden auf unser Gefühl schon bedeutend einwirkt, empfinden wir nichts, selbst von den stärksten Veränderungen im Luftdrucke.

Schon bald nach der Erfindung des Barometers hat man dasselbe zur Vorherbestimmung von Witterungsveränderungen zu benutzen versucht.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0123-2 DFG

Da die südlichen und westlichen Winde uns in der Regel feuchte und warme, also leichtere Luft zuführen, so steht das Barometer bei diesen gewöhnlich niedriger als bei den nördlichen und östlichen Winden, welche uns meist trockene und kalte, also schwerere Luft bringen. Da nun die Regenwolken uns in den meisten Fällen durch südwestliche Winde zugeführt werden, während die nordöstlichen Winde uns häufiger heiteres als regnerisches Wetter bringen, so erklärt sich schon hieraus, warum in den meisten Fällen die Schwankungen des Barometers mit den Veränderungen der Witterung zusammentreffen. Hierzu kommt noch, daß der Wechsel der Luftströmung sehr gewöhnlich früher in den obern als in den unteren Regionen eintritt, und indem derselbe den Luftdruck vermehrt oder vermindert, das Barometer schon steigt oder fällt, noch ehe eine Drehung des in den untern Regionen wehenden Windes und ein Wechsel der Witterung eingetreten ist, und so der letztere durch den veränderten Stand des Barometers vorher verkündigt wird. — Sehr starkes und plötzliches Fallen des Barometers ist als ein Vorbote heftiger Stürme anzusehen.

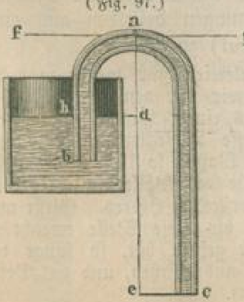
Wir haben oben angegeben, daß feuchte Luft leichter ist, als trockene. Feucht nennen wir die Luft dann, wenn sie neben den sogenannten Gasen, Sauerstoff und Stickstoff, reichlich Wasserdämpfe enthält. In §. 238 werden wir sehen, daß bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur das spezifische Gewicht des Wasserdampfes nur $^5/_8$ von dem der trocknen aus Sauerstoff und Stickstoff gemischten Luft beträgt. So wie nun bei gleichem Volumen ein Gemenge aus Wasser und Spiritus um so weniger wiegt, je mehr Spiritus darin enthalten ist, so muß dasselbe aus gleichem Grunde von der atmosphärischen Luft gelten, je größer ihr Gehalt an Wasserdämpfen ist.

Wenn in den meisten Fällen das Steigen oder Fallen des Barometers auf einen verminderten oder vermehrten Feuchtigkeitsgehalt der Luft schließen läßt und daher jenes das Bevorstehen trockener, dieses dagegen nasser Witterung wahrscheinlich macht, so werden dagegen rasch vorübergehende Gewitterschauer, welche sich nur über schmale Landstriche ergießen, während zu beiden Seiten derselben trockene Witterung herrscht, und auch da, wo sie niedergefallen sind, bald wieder die Sonne am klaren Himmel erscheint, durch ein locales Fallen des Barometers nicht angezeigt. Denn es ist nicht wohl möglich, daß an nahe benachbarten Orten das Barometer auch nur kurze Zeit andauernd einen erheblich verschiedenen Stand zeigt, da eine beträchtliche Ungleichheit im Luftdruck benachbarter Gegenden sich sofort wieder durch ein heftiges Strömen der Luft aus der Gegend des stärkeren in die des schwächeren Druckes ausgleichen müßte.

§. 65. Der gekrümmte Heber.

Auf den Gesetzen des Luftdruckes beruhen auch die Erscheinungen des gekrümmten Hebers, welcher aus einer zweischenkeligen gebogenen Röhre bac (Fig. 97) besteht. Wird der eine Schenkel in ein Gefäß mit Wasser getaucht und hierauf der Heber auf irgend eine Art, z. B. durch Saugen mit dem Munde an der Oeffnung c des äußeren Schenkels, gefüllt, so fließt das Wasser durch diesen so lange aus, als überhaupt noch der innere Schenkel ins Wasser reicht, wenn nämlich der äußere Schenkel länger ist, als der innere, entgegengesetzten Falles nur so lange, als die Oeffnung des äußeren Schenkels sich unter dem Spiegel des Wassers im Gefäße befindet. Der Heber bietet so die auffallende Erscheinung einer aufwärts gehenden Wasserströmung dar, welche sich zu einer größeren Höhe erhebt, als der Spiegel des Wassers, aus welchem sie entspringt.

(Fig. 97.)



Zur Erklärung dieser Erscheinung dient Folgendes: Das in dem Gefäße befindliche Wasser erleidet an seiner Oberfläche den Druck der Atmosphäre, welcher, wie wir im Vorhergehenden gesehen haben, ohngefähr dem Drucke einer Wassersäule von 32 par. Fuß Höhe gleich ist. Da dieser Druck sich auch durch das im Heber befindliche Wasser fortpflanzt, so erleidet ein Wassertheilchen, welches sich in demselben bei h in gleicher Höhe mit dem Wasserspiegel im Gefäße befindet, genau den nämlichen Druck; dagegen erleidet ein an der höchsten Stelle des Hebers bei a befindliches Wassertheilchen offenbar nur noch einen Druck, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule von der Höhe 32′ — ad.

An der äußern Oeffnung bei c übt die Luft ebenfalls einen Druck aus, welcher gleich dem Gewichte einer Wassersäule von 32′ Höhe ist, und indem dieser Druck durch das im Schenkel ac eingeschlossene Wasser sich fortpflanzt, die Schwere desselben aber diesem Drucke entgegenwirkt, so wird dieser Druck bei a nur noch durch das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe 32′ — ae gemessen.

Hiernach erleidet das Wasser im Heber bei a einen zweifachen und zwar entgegengesetzten Druck, nämlich in der Richtung ag einen Druck, welcher 32′ — ad, und in der Richtung af einen Druck, welcher 32′ — ae zum Maße hat. Der erstere Druck übertrifft aber den letzteren um das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe de, d. h. einer Wassersäule, welche die Tiefe der Oeffnung des äußeren Schenkels unter dem Spiegel des Wassers im Gefäße zur Höhe hat. — Da das, was wir für die höchste Stelle des Hebers gezeigt haben, eben so für jede andere Stelle desselben dargethan werden kann, so muß sich das Wasser folglich im Heber in der Richtung bae fortbewegen.

Man sieht aus dieser Darstellung auch noch, daß das Wasser aus dem Heber um so rascher ausfließt, je tiefer die Oeffnung des äußeren Schenkels unter dem Wasserspiegel liegt, ferner daß, wenn der äußere Schenkel kürzer ist, als der eingetauchte, das Wasser aufhört auszufließen, sowie der Spiegel des Wassers im Gefäße bis zu einer gleichen Höhe mit der Oeffnung des äußeren Schenkels gefallen ist, und endlich, daß das Wasser im Heber zu keiner größeren Höhe, als 32 Par. (oder 33 preuß.) Fuß über den Wasserspiegel im Gefäße emporsteigen kann. — Bei einem mit Quecksilber gefüllten Heber würde diese Höhe nur 28 Par. (oder 29 preuß.) Zoll betragen. /

Man benutzt den Heber, um Flüssigkeit aus einem Gefäße in ein anderes überzufüllen.

Der Heber war schon den Alten bekannt; da ihnen aber die Kenntniß des Luftdruckes abging, so suchten sie die Erscheinungen desselben aus einer anziehenden Kraft des leeren Raumes (horror vacui) zu erklären.

(Fig. 98.)

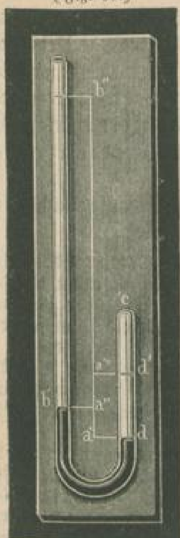
Unter den vielen Spielereien, für welche man den Heber benutzt hat, führen wir nur den Vexirbecher (Fig. 98) an, welcher aus einem Gefäße mit irgend einem, z. B. im Handgriffe versteckten Heber besteht. Befindet sich in dem Gefäße Wasser, so fließt kein Tropfen aus, so lange die Oberfläche des Wassers niedriger ist, als die höchste Stelle des versteckten Hebers. Gießt man aber nun noch Wasser zu, bis diese Stelle erreicht ist und sich folglich der Heber gefüllt hat, so fängt das Wasser an, durch den Heber auszufließen, und das Gefäß wird beinahe gänzlich entleert.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0125-4 DFG

§. 66. Das Mariottesche Gesetz.

Wenn man in eine heberförmig gebogene Röhre mit einem kürzeren, oben verschlossenen und einem längeren, oben offenen Schenkel etwas Quecksilber gießt, so erleidet die im kürzeren Schenkel abgesperrte Luft zunächst den Druck einer Quecksilbersäule von der Höhe a'a" (Fig. 99), um welche das Quecksilber im offenen Schenkel höher steht, als im verschlossenen, und außerdem noch den Druck der Atmosphäre. Nehmen wir an, daß das Barometer auf 28" steht, und daß a'a" = 2" ist, so ist der gesammte Druck, welchem die abgesperrte Luftsäule cd vermöge ihrer Elasticität das Gleichgewicht hält, = 30". Wird hierauf im offenen Schenkel Quecksilber zugegossen, so steigt auch das Quecksilber im verschlossenen Schenkel und die abgesperrte Luftmasse wird in einen engeren Raum zusammengepreßt. Wird hiermit so lange fortgefahren, bis der Raum cd' die Hälfte von cd ist, so findet man, daß die Höhe a'''b", um welche jetzt das Quecksilber im offenen Schenkel höher steht, als im verschlossenen, 32" beträgt. Die in den halben Raum zusammengepreßte Luft hält also einem Drucke von 32" + 28" = 60", d. h. einem doppelt so großen Drucke als vorhin das Gleichgewicht. Indem die Luft in den halben Raum zusammengepreßt wurde und folglich ihre Dichtigkeit verdoppelte, ist auch ihre Elasticität auf das Doppelte gestiegen.

(Fig. 99.)



In ähnlicher Art findet man, daß überhaupt der Raum, welchen die abgesperrte Luft einnimmt, in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem die drückende Kraft zunimmt, und daß also die Dichtigkeit der Luft in gleichem Verhältnisse mit ihrer Elasticität wächst.

(Fig. 100.)

Dieses Gesetz, welches man für atmosphärische Luft bis zur 27fachen Verdichtung nachgewiesen hat, gilt auch für andere Gasarten, jedoch für diejenigen, welche bei starkem Drucke flüssig werden, innerhalb engerer Grenzen.

Um das nämliche Gesetz auch für verdünnte Luft nachzuweisen, taucht man eine beiderseits offene Röhre in ein hohes Gefäß mit Quecksilber; dann wird das Quecksilber in der Röhre, (wenn dieselbe nicht sehr eng ist,) eben so hoch, als im Gefäße stehen, und dieses wird auch dann noch stattfinden, wenn die Röhre am oberen Ende luftdicht verschlossen wird. Es hält daher die in der Röhre eingeschlossene Luft vermöge ihrer Elasticität dem Drucke der Atmosphäre, d. h. einer Quecksilbersäule von der Höhe des Barometerstandes, für welchen wir 28" annehmen wollen, das Gleichgewicht. Wird nun die Röhre in die Höhe gezogen, so dehnt sich die in derselben enthaltene Luft aus, und das Quecksilber in der Röhre steht jetzt höher, als im Gefäße. Nehmen wir an, daß dasselbe in der Röhre bis a (Fig. 100), im Gefäße bis b reicht, so hat die Luft zwischen a und c nur noch dem um die Quecksilbersäule ab verminderten Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten. Ist z. B. ab = 21″, so ist der Druck, welchem die Elasticität der abgesperrten Luftmasse das Gleichgewicht hält, gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule von der Höhe 28″ — 21″ = 7″, und der Raum ac, welchen diese Luftmasse jetzt einnimmt, ist viermal so groß, als er ursprünglich war. Ueberhaupt findet man, daß die Elasticität der abgesperrten Luftmasse in dem nämlichen Verhältnisse abnimmt, in welchem sich dieselbe ausdehnt, also dünner wird.

Es gilt folglich das Gesetz, daß sich die Elasticität der Luft wie ihre Dichtigkeit verhält, eben sowohl für verdichtete als für verdünnte Luft.

Dieses Gesetz ist zuerst von Boyle in England 1660 aufgefunden und bald nachher von Mariotte in Frankreich bestätigt worden.

Da die Elasticität der Luft auch wesentlich von ihrer Temperatur abhängt, so können die angeführten Versuche nur dann richtige Resultate ergeben, wenn die Temperatur der Luft in allen Versuchen die nämliche ist. Auch muß bei den Versuchen mit verdichteter Luft dieselbe frei von Feuchtigkeit sein, weil beigemischte Dämpfe, wenn der Druck eine gewisse Grenze überschreitet, sich in flüssiges Wasser verdichten.

Nach Regnault gilt das Mariottesche Gesetz für atmosphärische Luft, Stickstoff, Wasserstoff und Kohlensäure auch bei mäßigem Drucke, zwischen 1 bis 20 Atmosphären, nicht mit vollkommener Genauigkeit. Die Abweichungen sind jedoch nur bei der Kohlensäure beträchtlich, bei den andern drei Gasen gering.

Nach Natterer vermindern die folgenden Gase bei dem ungeheuern Drucke von 2700 Atmosphären ihr Volumen nicht auf den 2700ten Theil, sondern Wasserstoffgas nur auf den 1008ten, Stickstoffgas auf den 705ten, atmosphärische Luft auf den 726ten und Kohlenoxydgas auf den 727ten Theil ihres ursprünglichen Volumens. Keines dieser Gase ging jedoch bei dem stärksten angewendeten Drucke und einer künstlichen Kälte von 80° in den flüssigen Zustand über.

§. 67. Anwendungen des Mariotteschen Gesetzes.

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß, wenn zwei mit Luft gefüllte Räume mit einander Gemeinschaft haben, das Gleichgewicht nur dann bestehen kann, wenn die Luft in beiden dieselbe Dichtigkeit hat. Eine Ausnahme hiervon würde in dem Falle stattfinden, wenn der eine Raum bedeutend höher als der andere gelegen oder die Luft in dem einen wärmer als in dem andern wäre. Abgesehen von dergleichen Ausnahmefällen muß bei verschiedener Dichtigkeit der Luft in beiden Räumen eine Strömung aus dem Raume, in welchem die Luft größere Dichtigkeit und also auch größere Elasticität hat, in den mit der weniger dichten Luft gefüllten Raum eintreten. — Eben so ist klar, daß das hydrostatische Gesetz über die gleiche Höhe einer Flüssigkeit in communicirenden Röhren nur so lange richtig bleibt, als die über den Oberflächen des Flüssigen in beiden Schenkeln befindliche Luft dieselbe Dichtigkeit hat. Ist dagegen diese Dichtigkeit verschieden, so wird die Flüssigkeit in dem Schenkel, über welchem sich die weniger dichte Luft befindet, höher stehen, als in dem Schenkel, über welchem die Luft eine größere Dichtigkeit und also auch größere Elasticität besitzt, und zwar um so mehr, je größer der Unterschied dieser Dichtigkeiten ist, wie wir dies deutlich an den im vorhergehenden Paragraphen näher beschriebenen Versuchen gesehen haben.

Aus dem Angeführten ergibt sich die Erklärung sehr vieler Erscheinungen; wir führen zunächst an:

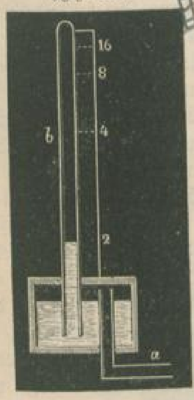
Das Athmen. Wenn durch Ausdehnung des Brustkastens die Lungensäcke sich erweitern und also die Luft in denselben verdünnt wird, so vermag

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0127-5
DFG

sie nicht mehr der äußeren das Gleichgewicht zu halten, und diese muß folglich durch die Luftröhre in die Lungen einströmen. Das Gegentheil findet statt, wenn durch Verengung des Brustkastens die Luft in den Lungen verdichtet wird. — Ferner führen wir an:

Das Saugen und Trinken. Wenn wir das eine Ende eines Röhrchens in den Mund nehmen, während das andere Ende in eine Flüssigkeit eintaucht, und nun durch Erweiterung des Brustkastens die Luft in den Lungen, im Munde und in dem Röhrchen verdünnen, so steigt die Flüssigkeit wegen des überwiegenden Druckes der äußeren Luft in dem Röhrchen in die Höhe. — Aehnliches gilt vom Trinken, nur daß hier die Lippen ohne dazwischen gebrachte Röhre unmittelbar mit der Flüssigkeit in Berührung sind. (Der Kehldeckel, welcher den Kehlkopf bedeckt, bewirkt, daß die Flüssigkeit beim Schlucken nicht in die Luftröhre, sondern in die Speiseröhre und durch diese in den Magen gelangt.)

(Fig. 101.)



Noch mehr Anwendungen des Mariotteschen Gesetzes enthalten die folgenden Paragraphen.

Eine besonders nützliche Anwendung des Mariotteschen Gesetzes, welche man vorzüglich bei Dampfmaschinen anwendet, um die Spannkraft der Dämpfe zu messen, ist das in Fig. 101 abgebildete Manometer. Dasselbe besteht aus einem starken eisernen, zum Theil mit Quecksilber gefüllten Gefäße, welches mit den Dämpfen, deren Spannkraft gemessen werden soll, durch das Rohr a verbunden ist. Der Druck derselben treibt das Quecksilber in die mit Luft gefüllte Röhre b und comprimirt die in derselben eingeschlossene Luft. Die Zahlen der neben der Röhre angebrachten Scale 2, 4, 8, 16 zeigen einen Druck von 2, 4, 8, 16 Atmosphären an.

Ueber das Athmen bemerken wir noch Folgendes: Bei der Erweiterung des Brustkastens, welcher überall geschlossen ist, wird zunächst die denselben erfüllende und die Lungen umgebende Luft ausgedehnt und verdünnt. In Folge hiervon bekommt die in den Lungen befindliche Luft das Uebergewicht, dehnt sich aus, und durch die Luftröhre strömt von außen Luft in die Lungen ein. Das Gegentheil findet bei der Zusammenziehung des Brustkastens statt, indem zunächst die in demselben die Lungen umgebende Luft verdichtet wird. Wäre der Brustkasten nicht luftdicht geschlossen, so würden die Lungen bei nachlassendem Drucke sich nicht wieder ausdehnen, sondern sich wie eine Blase verhalten, aus welcher man durch Zusammenpressen die Luft ausgetrieben hat.

(Fig. 102.)

§. 68. Der Stechheber.

Der Stechheber (Fig. 102) besteht aus einer Röhre, welche unten eine feine Oeffnung hat und sich nach oben bauchig erweitert. Taucht man denselben in eine Flüssigkeit, so wird dieselbe innerhalb eben so hoch als außerhalb stehen. Verschließt man nun die obere Oeffnung etwa mit dem Daumen und hebt den Stechheber aus der Flüssigkeit heraus, so fließt nur ein geringer Theil der in demselben enthaltenen Flüssigkeit aus; indem nämlich hierdurch die im Heber über der Flüssigkeit befindliche Luft verdünnt wird, bekommt der äußere Luftdruck am unteren offenen Ende das Uebergewicht und verhindert das Ausfließen, welches erst dann eintritt, wenn man die obere Oeffnung öffnet. Die untere Oeffnung muß jedoch so eng sein,

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0128-1 DFG

daß die Luft und die Flüssigkeit sich nicht ausweichen können; entgegengesetzten Falles würden in der Röhre Luftblasen durch die Flüssigkeit emporsteigen und die über derselben befindliche Luft verdichten.

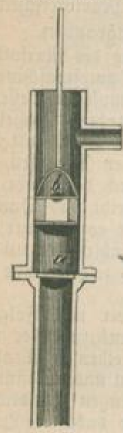
Aus dem nämlichen Grunde, weshalb die Flüssigkeit aus dem Heber erst dann ausfließt, wenn man die obere Oeffnung öffnet, pflegt man bei Fässern, welche eine Flüssigkeit enthalten, wenn man diese abzapfen will, den Spund zu öffnen, die Deckel der Thee- und Kaffeekannen mit einer kleinen Oeffnung zu versehen u. dgl. m.

Eben so wird man nach dem Vorhergehenden leicht im Stande sein, die Erscheinungen, welche die gewöhnliche Handspritze darbietet, zu erklären.

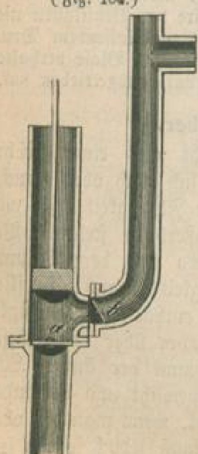
§. 69. Die Saug- und die Druckpumpe.

Die Saugpumpe (Fig. 103) besteht aus einem Cylinder, gewöhnlich Stiefel genannt, in welchem sich der Kolben luftdicht auf und nieder bewegt, und der Saugröhre, welche vom Boden des Stiefels bis in das zu hebende Wasser reicht. Da wo die Saugröhre mit dem Stiefel verbunden ist, befindet sich ein Ventil a, welches sich nur nach oben öffnet; das nämliche gilt von einem im Boden des Kolbens befindlichen Ventile b. Bei dem in die Höhe Ziehen des Kolbens öffnet sich das Ventil a, b schließt sich, und die Luft wird im Stiefel und in der Saugröhre verdünnt; sie wird aber beim Niedergange des Kolbens in der Saugröhre nicht wieder verdichtet, indem sich jetzt a schließt und b öffnet. Je mehr nun beim abwechselnden Auf- und Niedergange des Kolbens die Luft in der Saugröhre verdünnt wird, um so höher wird das Wasser in derselben durch den äußeren Luftdruck emporgetrieben, bis es in den Stiefel über das Ventil a, beim Niedergange des Kolbens auch über das Ventil b tritt und endlich beim Aufsteigen des Kolbens bis zu der Ausgußröhre gehoben wird.

(Fig. 103.)



(Fig. 104.)



Die Druckpumpe (Fig. 104) unterscheidet sich von der Saugpumpe nur darin, daß mit derselben nahe am Boden eine aufwärts gehende Röhre, die Steigeröhre, verbunden ist, an deren Mündung in den Stiefel ein in die Steigeröhre sich öffnendes Ventil b befindlich ist, statt des Ventils im Kolben, welches hier fehlt. Nachdem das Wasser durch das Ventil a bis in den Stiefel getreten ist, wird es beim Niedergange des Kolbens in der Steigeröhre, in dem sich a schließt und b öffnet, emporgetrieben.

Da der Luftdruck nur einer Wassersäule von etwa 32 Par. (oder 33 preuß.) Fuß das Gleichgewicht zu halten vermag, so darf auch bei der vollkommensten Einrichtung einer Saug- oder Druckpumpe der Theil der Saugröhre zwischen dem Wasserspiegel und dem Bodenventile a diese Länge nicht erreichen. Dagegen kann bei der Saugpumpe der Stiefel und bei der Druckpumpe die Steigeröhre jede beliebige Länge haben, nur daß natürlich bei vermehrter Höhe der Wassersäule die zum Heben derselben erforderliche Kraft in gleichem Verhältniß zunimmt.

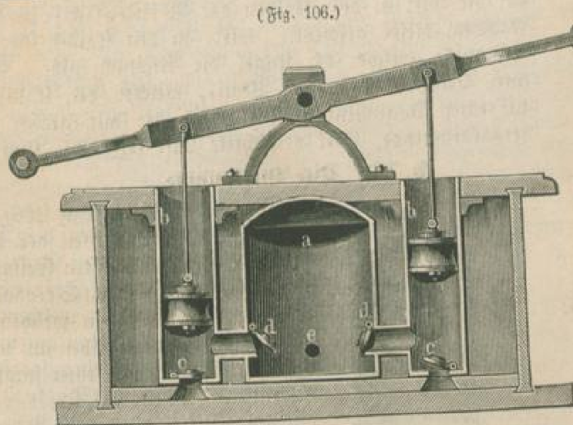
§. 70. Der Heronsball oder Windkessel und die Feuerspritze*).

Der Heronsball (Fig. 105) besteht aus einem luftdicht verschlossenen Gefäße, in welchem sich ein Röhrchen befindet, das unten bis nahe an den Boden des Gefäßes reicht und oben in eine feine Spitze endet. Wenn nun der Heronsball etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist und die Luft in demselben auf irgend eine Art, z. B. durch Einblasen mit dem Munde verdichtet wird, so bekommt die innere verdichtete Luft über die äußere das Uebergewicht und treibt das Wasser in der Röhre empor, so daß es durch die Spitze in einem feinen Strahle hervorspritzt.

(Fig. 105.)

Der Heronsball findet mannigfache Anwendungen, von denen eine der wichtigsten und bekanntesten die Feuerspritze (Fig. 106) ist, bei welcher er den Namen Windkessel führt.

(Fig. 106.)



Die Feuerspritze besteht nämlich aus dem Windkessel und zwei Druckpumpen b und b, welche in einem Kasten mit Wasser stehen. Beim Aufsteigen des Kolbens öffnet sich das Ventil c, durch welches das Wasser in den Stiefel tritt und d schließt sich. Beim Niedergange des Kolbens aber schließt sich c, d öffnet sich, und das Wasser tritt aus dem Stiefel in den Windkessel a. Je mehr es sich hier ansammelt, um so mehr wird die Luft in dem Windkessel verdichtet. In demselben ist entweder ein bis nahe an den Boden reichendes Rohr, welches oben in eine bewegliche engere Röhre, den sogenannten Schwanenhals, ausläuft, angebracht, oder, was in mancher Hinsicht bequemer ist, es befindet sich in dem Windkessel nahe am Boden bei e eine Oeffnung, an welche ein Schlauch, der in ein Rohr mit

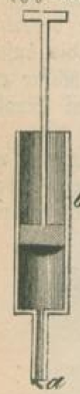
*) Heron lebte um das Jahr 210 zu Alexandrien. Von demselben rührt auch der Heronsbrunnen her, eine sehr sinnreiche Spielerei, welche wir jedoch übergehen, da sie keine Anwendung findet.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0130-1 DFG

enger Oeffnung endet, angeschraubt werden kann. So wie nun durch fortgesetztes Pumpen die Luft in dem Windkessel verdichtet wird, so wird das Wasser durch den Druck der comprimirten Luft aus der Oeffnung des Rohres in einem kräftigen Strahle hervorgetrieben. — Der Hauptnutzen des Windkessels besteht darin, daß das Wasser nicht bei dem Niedergange des einen oder andern Kolbens stoßweise, sondern in einem continuirlichen Strahle fortgetrieben wird, indem die verdichtete Luft einen beständigen Druck auf das Wasser im Windkessel ausübt.

§. 71. Die Compressionspumpe und die Windbüchse.

(Fig. 107.)

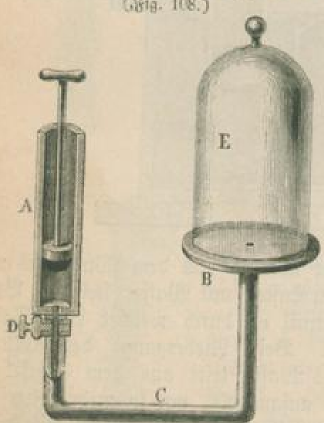


Die *Compressionspumpe* (Fig. 107) besteht aus einem starken metallenen Stiefel, in welchem sich ein dicht anschließender Kolben auf und nieder bewegt. Unten bei a befindet sich ein Ventil, welches sich nur nach außen öffnet, und nahe am oberen Ende bei b eine kleine Oeffnung, durch welche die zu verdichtende Luft in den Stiefel tritt. Das Gefäß, in welchem die Luft verdichtet werden soll, wird bei a an den Stiefel angeschraubt.

Man bedient sich der Compressionspumpe unter anderen, um die Luft in dem Kolben der *Windbüchse* zu verdichten. Nachdem dieses geschehen, wird an den Kolben der Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung gibt. Vermittelst eines Drückers wird das Ventil, welches den Kolben schließt, auf einen Augenblick geöffnet, und die mit großer Heftigkeit hervordringende, stark verdichtete Luft treibt die Kugel fort.

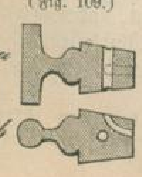
§. 72. Die Luftpumpe. IX

(Fig. 108.)



Die *Luftpumpe* (Fig. 108), eine der wichtigsten Geräthschaften des Physikers, besteht in ihrer einfachsten Gestalt 1) aus einem hohlen Cylinder (*Stiefel*) A von Messing oder Glas, in welchem sich ein dicht anschließender Kolben auf und nieder bewegen läßt; 2) aus einer sorgfältig abgeschliffenen Platte B (*Teller*), welche mit dem Stiefel durch eine Röhre C verbunden ist, und auf welche eine gläserne Glocke E (*Recipient*), in der die Luft verdünnt werden soll, zu stehen kommt, und 3) aus dem *Hahne* D, welcher eine doppelte Bohrung hat, wie die in größerem Maßstabe ausgeführten Abbildungen a und b (Fig. 109) zeigen. Wenn der Kolben in die Höhe gezogen wird, hat der Hahn die in Fig. 109, a abgebildete Stellung; die in dem Recipienten E und der Röhre C enthaltene Luft dehnt sich in den Stiefel A aus und wird folglich verdünnt. Damit sie aber beim Niedergange des Kolbens sich nicht wieder verdichte, wird vorher der Hahn D um 90° in die Fig. 109, b abgebildete Stellung gedreht, hierdurch die Röhre C und der Recipient E ab-

(Fig. 109.)



gesperrt, der Stiefel A aber mit der äußeren Luft verbunden, so daß die in dem Stiefel befindliche Luft nach außen entweichen kann. — Wird dann der Hahn wieder in die Fig. 109, a abgebildete Stellung gedreht und der Kolben in die Höhe gezogen, so wird die in dem Recipienten enthaltene Luft aufs neue ausgedehnt und so fort bei jedem folgenden Kolbenzuge immer mehr verdünnt. — Nehmen wir an, daß der Recipient E und die Röhre C zusammen mit dem Stiefel A einen gleichen Raumesinhalt haben, so wird nach dem ersten Kolbenzuge die Luft auf die Hälfte, nach dem zweiten Kolbenzuge die Hälfte wieder auf die Hälfte, also auf den vierten Theil, nach dem dritten Kolbenzuge auf den achten Theil u. s. w. verdünnt, so daß nach zehn Kolbenzügen schon eine 1024fache Verdünnung stattfinden müßte*), eine Verdünnung, welche jedoch in der Wirklichkeit auch die ausgezeichnetsten Luftpumpen kaum jemals hervorzubringen im Stande sind. Im Vorhergehenden ist nämlich zunächst vorausgesetzt, daß alle Theile vollkommen luftdicht schließen, was in der Wirklichkeit nie ganz zu erreichen ist, und dann zweitens, daß der Kolben bei seiner tiefsten Stellung dicht an den Boden des Stiefels und den Hahn anschließt, so daß zwischen denselben gar kein Raum übrig bleibt. Dieser Zwischenraum nämlich, welcher bei keiner Luftpumpe gänzlich fehlt und der schädliche Raum genannt wird, füllt sich, so wie man durch Umdrehung des Hahnes den Stiefel mit der äußeren Luft in Verbindung setzt, mit äußerer Luft, welche sich demnächst beim in die Höhe Ziehen des Kolbens in den Stiefel ausbreitet; man vermag daher die Luft nur höchstens so vielmal zu verdünnen, als wie vielmal der schädliche Raum in dem Stiefel enthalten ist. Diesem schädlichen Raume ist es vorzüglich beizumessen, daß auch bei guten Luftpumpen nur selten eine mehr als 1000fache Verdünnung erzielt werden kann.

Statt eines Stiefels bringt man an den Luftpumpen deren gewöhnlich zwei an, mit der Einrichtung, daß, während der Kolben in dem einen Stiefel niedergeht, er in dem andern in die Höhe steigt.

Auch wendet man statt des Hahnes D häufig zwei Ventile an, von denen das eine im Boden des Stiefels, das andere im Kolben angebracht wird. Ventilluftpumpen haben zwar keinen schädlichen Raum, dagegen vermag, wenn die Verdünnung einen gewissen Grad überschritten hat, die Elasticität der verdünnten Luft die Ventile nicht mehr in Bewegung zu setzen.

Um den Grad der Verdünnung zu bestimmen, bedient man sich eines kleinen Barometers von wenigen Zollen Höhe, welches man unter den Recipienten der Luftpumpe stellt. Steht dieses z. B. auf 1 Linie Höhe, während in der äußeren Luft ein Barometerstand von 28 Zoll stattfindet, so ist die Luft im Recipienten $12 \cdot 28 = 336$mal verdünnt.

Man kann sich der Hahnluftpumpen auch zum Verdichten der Luft bedienen, indem man an das Ende der Röhre C statt des Tellers das Gefäß luftdicht anschraubt, in welchem die Luft verdichtet werden soll, und beim Niedergange des Kolbens den Hahn D so stellt, daß der Stiefel mit dem Gefäße verbunden ist, beim Aufziehen des Kolbens aber den Hahn so stellt, daß das Gefäß abgesperrt und der Stiefel mit der äußeren Luft verbunden ist.

*) Ist überhaupt der Raumesinhalt des Stiefels a, der des Repicienten nebst der Röhre C = b, so ist nach m Kolbenzügen die Zahl der Verdünnung $= \left(1 + \frac{a}{b}\right)^m$.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0132-2 DFG

Die Luftpumpe ist von Otto v. Guerike, Bürgermeister zu Magdeburg, (1650) erfunden worden.

Für stärkere Verdichtungen wendet man niemals die Luftpumpe, sondern die schon oben (§. 71) beschriebene Compressionspumpe an, indem hierbei die Luftpumpe wegen der feineren Construktion ihrer Theile leicht Schaden leidet.

§. 73. Versuche mit der Luftpumpe.

Mit der Luftpumpe lassen sich zur augenfälligen Bestätigung der schon früher angeführten Gesetze folgende lehrreiche Versuche anstellen, deren leichte Erklärung wir der Kürze wegen dem Leser selbst überlassen wollen:

1) Nach einem oder einigen Kolbenzügen haftet der auf dem Teller lose aufgestellte Recipient an demselben, so daß er sich nur mit Gewalt wieder losreißen läßt.

2) Wenn man einen hohlen, beiderseits offenen Cylinder, welcher am oberen Rande mit einer Blase überbunden oder mit einer sorgfältig abgeschliffenen dünnen Glasplatte bedeckt ist, mit dem unteren Rande auf den Teller der Luftpumpe stellt, so wird die Blase oder die dünne Glasscheibe nach einigen Kolbenzügen zersprengt.

3) Wenn man in einer hohlen Kugel, welche aus zwei luftdicht auf einander passenden und äußerlich mit Handgriffen versehenen Hälften (Magdeburger Halbkugeln) besteht, die Luft stark verdünnt und dann die Kugel durch einen Hahn absperrt, so setzen ihre Hälften dem Auseinanderreißen einen bedeutenden Widerstand entgegen, während sich dieselben mit Leichtigkeit von einander trennen lassen, nachdem man den Hahn geöffnet hat.

4) Quecksilber kann vermittelst des Luftdruckes durch Holz getrieben werden.

5) Eine zugebundene, mit wenig Luft angefüllte Blase schwillt unter dem Recipienten der Luftpumpe an, wenn die Luft verdünnt wird, und fällt wieder zusammen, wenn man die Luft wieder eintreten läßt.

6) Körper von verschiedenem specifischen Gewichte, eine Flaumfeder und ein Ducaten, fallen unter dem Recipienten der Luftpumpe bei starker Verdünnung fast mit gleicher Geschwindigkeit.

Ein Heronsball fängt unter dem Recipienten, so wie die Luft verdünnt wird, an zu springen. Stellt man denselben mit nach unten gerichteter Spitze in ein Glas mit Wasser, so treten bei der Verdünnung zahlreiche Luftblasen durch die Spitze aus, bei dem Wiederzutritt der Luft aber füllt sich der Heronsball mit Wasser. — Bier kommt unter dem Recipienten zum Schäumen (vergl. §. 77). — Ein runzlicher Apfel wird glatt, indem er anschwillt. — Aus einem Ei oder einem Stückchen Holz, welches sich unter Wasser befindet, treten zahlreiche Luftblasen aus u. dgl. m.

Andere Versuche mit der Luftpumpe, welche erst in den folgenden Abschnitten erklärt werden können, werden später an den betreffenden Stellen angeführt werden. Den folgenden interessanten Versuch können wir uns jedoch nicht enthalten, schon hier vorläufig zu erwähnen: Stellt man ein Gefäß mit lauwarmem Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe, so kommt dieses, wenn man die Luft rasch und stark verdünnt, in heftiges Sieden, (ohne daß sich seine Temperatur erhöhet).

Im Jahre 1654 stellte Otto v. Guerike auf dem Reichstage zu Regensburg mit der Luftpumpe Versuche an, welche den Kaiser und die versammelten Reichsfürsten in das größte Erstaunen setzten. 24 Pferde vermochten die Magdeburger Halbkugeln, welche ohngefähr eine Elle im Durchmesser hatten, nicht aus einander zu reißen.

Bezeichnen wir den in Zollen ausgedrückten Halbmesser der beiden Halbkugeln mit r, und nehmen wir an, daß die Luft in denselben so stark verdünnt worden ist, daß wir ihre Elasticität als unbedeutend vernachlässigen können, und daß die äußere Luft auf jeden Quadratzoll mit einer Kraft von 15 ℔ drückt, so ist die zur Trennung der Halbkugeln erforderliche Kraft $= r^2\pi \,.\, 15$ ℔. — Nehmen wir die Magdeburger Elle zu $21\frac{1}{2}$ Par. Zollen an, so ergibt sich für jede der Guerikeschen Halbkugeln ein Druck

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0133-8 DFG

der Luft von ohngefähr 5400 ℔; rechnen wir nun die größte Kraft eines Pferdes zu 180 ℔, so würden 30 Pferde an jeder Halbkugel, also im Ganzen 60 Pferde, im Stande gewesen sein, die Halbkugeln aus einander zu reißen.

§. 74. Specifisches Gewicht der Gase.

Durch die Luftpumpe werden wir auch in den Stand gesetzt, das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft und der übrigen Gase zu bestimmen. Zu diesem Zwecke nimmt man einen Ballon von dünnem Glase, welcher mit einer messingenen Fassung versehen ist und durch einen Hahn verschlossen werden kann, macht denselben möglichst luftleer, verschließt hierauf den Hahn und bestimmt nun das absolute Gewicht des Ballons an einer empfindlichen Wage. Hierauf öffnet man den Hahn, läßt die atmosphärische Luft eintreten und bestimmt nun aufs neue das Gewicht des Ballons. Der Unterschied der beiden Gewichte gibt an, wie viel die in dem Ballon enthaltene atmosphärische Luft wiegt*).

Will man das specifische Gewicht einer anderen Gasart, z. B. des Wasserstoffgases, wissen, so läßt man, nachdem man den Ballon möglichst luftleer gemacht hat, nicht atmosphärische Luft, sondern Wasserstoffgas in denselben eintreten, und wendet im übrigen dasselbe Verfahren an. Man erhält auf diese Art zunächst die Gewichte gleicher Volumina atmosphärischer Luft und Wasserstoffgas und durch das Verhältniß derselben das specifische Gewicht des Wasserstoffgases, wenn das der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen wird. — Um nun noch die atmosphärische Luft mit Wasser zu vergleichen, hat man nur nöthig, den Ballon mit Wasser zu füllen, sorgfältig abzuwägen und natürlich von dem so erhaltenen Gewichte das des leeren Ballons in Abrechnung zu bringen. Man findet auf diese Art, daß die atmosphärische Luft bei 28 Zoll Barometerstand und Null Grad Temperatur 777**) mal leichter, als Wasser ist, und daß folglich ein par. Kubikfuß atmosphärische Luft ohngefähr $2^1/_2$ Loth wiegt.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger Gase, das der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen.

Atmosphärische Luft***)	1,00	Kohlensaures Gas	1,52
Sauerstoffgas	1,10	Kohlenoxydgas	0,97
Stickstoffgas	0,97	Schweres Kohlenwasserstoffgas	0,97
Wasserstoffgas	0,07	Leichtes Kohlenwasserstoffgas	0,56
Chlor	2,47	Schwefelwasserstoffgas	1,19
Stickstoffoxydul	1,53	Phosphorwasserstoffgas	0,92
Stickstoffoxyd	1,04	Cyan	1,81
Ammoniakgas	0,59	Flußsaures Gas	2,37
Salzsaures Gas	1,25	Schwefeligsaures Gas	2,20

§. 75. Der Luftballon.

Da die atmosphärische Luft flüssig und schwer ist, so muß nach dem archimedischen Principe jeder in derselben befindliche Körper so viel an seinem Gewichte verlieren, als die durch ihn verdrängte Luftmasse wiegt. Ein

*) Streng genommen findet man das Gewicht der Luft auf diese Art etwas zu klein, da es nicht möglich ist, den Ballon ganz luftleer zu machen. Die hieraus entspringende Correction ist jedoch, wenn man mit einer guten Luftpumpe die Verdünnung möglichst weit getrieben hat, so klein, daß man dieselbe als unbedeutend vernachlässigen kann.

**) Genauer 773.

***) Wir beschränken uns auf zwei Decimalstellen, da kaum über irgend eine Gasart die Angaben verschiedener Physiker in der dritten Decimalstelle noch übereinstimmen.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0134-4 DFG

Körper wird folglich in der Luft in die Höhe steigen, wenn er ein geringeres Gewicht hat, als eine gleich große Luftmasse. Man gelangt dazu, einen solchen herzustellen, wenn man einen hinreichend großen Ballon von möglichst leichtem, aber luftdichtem Zeuge mit einer Gasart füllt, welche ein geringeres specifisches Gewicht hat, als die atmosphärische Luft. Am besten wendet man Wasserstoffgas an, welches im ganz reinen Zustande beinahe 15mal leichter ist, als atmosphärische Luft. Zur Füllung großer Luftballons nimmt man häufig wegen der größeren Wohlfeilheit Steinkohlengas, wie es zur Gasbeleuchtung gebraucht wird, obschon dasselbe nur wenig mehr als zweimal*) leichter ist, als atmosphärische Luft. — Auch ein mit atmosphärischer Luft gefüllter Ballon kann zum Steigen gebracht werden, wenn man unter dem Ballon, welcher unten mit einer Oeffnung versehen ist, Feuer anbringt, wodurch die in demselben befindliche Luft ausgedehnt und verdünnt wird. — Der praktischen Anwendung der Luftballons steht die bis jetzt noch nicht besiegte Schwierigkeit ihrer Lenkung entgegen.

Den ersten mit erwärmter Luft gefüllten Ballon ließen die Gebrüder Montgolfier im Juni 1783 zu Anonay emporsteigen, und im August desselben Jahres ließ Charles den ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon zu Paris aufsteigen. Noch im October dieses Jahres wagte Pilatre de Rozier zuerst mit einer von Montgolfier angefertigten Maschine sich in die Luft zu erheben. Bei einer späteren Luftreise, welche derselbe mit Germain unternahm, entzündete sich die Maschine in einer Höhe von ohngefähr 1200 Fuß. Die Luftschiffer stürzten herab und wurden so beschädigt, daß kaum noch die menschliche Gestalt an ihnen zu erkennen war. — Blanchard führte im Januar 1785 die erste Luftreise von Frankreich über den Canal nach England aus. — Von den unzähligen seit dieser Zeit angestellten Luftfahrten verdienen noch diejenigen, welche Biot und Gay-Lüssac und wenige Wochen nachher Gay-Lüssac allein im Jahre 1804 unternahmen, wegen der damit verbundenen wissenschaftlichen Beobachtungen eine Erwähnung. — Gay-Lüssac erreichte eine Höhe von 3600 Toisen, eine der größten Höhen, bis zu welcher sich überhaupt Menschen erhoben haben; sie übertrifft selbst noch die Höhe des Chimborasso (um 333 Toisen). Das Thermometer zeigte in dieser Höhe 10° C. unter Null, während unten auf der Erde eine Hitze von 30° statthatte. Gay-Lüssac legte bei dieser Reise einen Weg von 15 Meilen zurück. — In neuerer Zeit hat besonders der Engländer Green zahlreiche Luftreisen unternommen. Im November 1836 stieg derselbe mit zwei Gefährten in einem mit Kohlengas gefüllten Ballon in London auf und ließ sich nach einer Luftreise von 19 Stunden bei Weilburg nieder.

Um die Kraft, mit welcher ein Luftballon emporsteigt, oder die Last, welche derselbe zu tragen vermag, um sich eben in der Luft schwebend zu erhalten, zu finden, hat man zuerst das Gewicht einer dem Ballon gleichen Luftmasse (1 Par. Kubikfuß = 2,6 Lot) zu berechnen und hiervon das Gewicht einer gleich großen Masse des den Ballon füllenden Gases, ferner das Gewicht der Hülle, zu welcher man gewöhnlich einen mit Firniß getränkten Taffet nimmt, (von welchem ein Quadratfuß ohngefähr $1\frac{1}{2}$ Loth wiegt), in Abrechnung zu bringen. Nimmt man an, daß das (nicht chemisch reine) Wasserstoffgas 7mal leichter als atmosphärische Luft ist, so erhält man

für einen Ballon von	5	Par. Fuß Durchmesser eine Steigkraft von	1	℔
" " " "	10	" " " " " "	23	"
" " " "	20	" " " " " "	232	"
" " " "	50	" " " " " "	4240	"
" " " "	100	" " " " " "	35300	"
" " " "	200	" " " " " "	288000	"

Ist überhaupt der in Fußen ausgedrückte Halbmesser eines Ballons r, das Gewicht eines Kubikfußes atmosphärischer Luft a, das Gewicht eines Kubikfußes Wasserstoffgas b, das Gewicht eines Quadratfußes der Hülle c, so ist die Steigkraft des Ballons gleich

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \, (a - b) - 4 r^2 \pi \, . \, c.$$

*) Die Dichtigkeit des Steinkohlengases ist im Mittel in England = 0,476.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0135-0

Da der Raumesinhalt eines Ballons in gleichem Verhältnisse mit der dritten Potenz, seine Oberfläche aber nur wie die zweite Potenz seines Durchmessers zunimmt, so begreift man leicht, warum die Steigkraft eines Ballons mit dem Durchmesser wächst. Wenn man z. B. den Durchmesser verdoppelt, so wird der körperliche Inhalt des Ballons, also auch das Gewicht der verdrängten Luftmasse 8mal vergrößert, während die Oberfläche, also auch das Gewicht der Hülle nur 4mal größer wird.

Da die Luft in den oberen Regionen eine geringere Dichtigkeit hat, so muß natürlich die Steigkraft des Ballons, je mehr er in die Höhe kommt, abnehmen und endlich der Ballon ganz aufhören zu steigen.

Da ferner die Hülle niemals ganz luftdicht schließt, so sinkt der Ballon nach längerer oder kürzerer Zeit wieder zu Boden.

Steigt der Ballon rasch in die Höhe, so wird das den Ballon füllende Gas, welches mit den unteren Luftschichten eine gleiche Elasticität besitzt, die oberen dünneren Luftschichten an Elasticität übertreffen und den Ballon zu zerreißen streben. Zur Vermeidung dieser Gefahr öffnet man eine am Ballon angebrachte Klappe und läßt etwas Gas ausströmen, wonach natürlich der Ballon wieder etwas fällt. Außerdem pflegen die Luftschiffer in der an den Ballon angehängten Gondel Ballast mitzunehmen, durch dessen Auswerfen der Ballon erleichtert und zum weiteren Emporsteigen gebracht werden kann. Da hiernach der Luftschiffer es einigermaßen in seiner Gewalt hat, eine größere oder geringere Höhe zu erreichen, und die Luftströmungen in verschiedenen Höhen oft ganz verschiedene Richtungen haben, so kann dieser Umstand dem Luftschiffer für die horizontale Fortbewegung des Ballons in einer gewünschten Richtung sehr günstig werden, wenn es ihm gelingt, einen Luftstrom, welcher diese Richtung hat, anzutreffen und sich längere Zeit in derselben Höhe zu erhalten, was jedoch große Schwierigkeit hat, da die zu den Ballons bis jetzt verwendeten Stoffe nicht völlig luftdicht sind.

*§. 76. Mengung zweier Gase.

Die atmosphärische Luft ist kein einfaches Gas, sondern ihren Hauptbestandtheilen nach ein Gemenge von zwei Gasen, Sauerstoff und Stickstoff. In 100 Theilen atmosphärischer Luft sind dem Volumen nach 21 Theile Sauerstoff und 79 Theile Stickstoff enthalten. Dieses Verhältniß ist für alle Schichten der Atmosphäre das nämliche; es bleibt dasselbe auf hohen Bergen, wie in der Ebene und in tiefen Thälern, obschon das specifische Gewicht des Sauerstoffs das des Stickstoffs ohngefähr um $^1/_8$ übertrifft.

Wenn man überhaupt in einen Raum oder in zwei mit einander verbundene Räume zwei Gase bringt, so ordnen sich dieselben nicht nach Maßgabe ihres specifischen Gewichtes über einander, sondern vermischen sich überall gleichförmig. So ist z. B. das kohlensaure Gas anderthalbmal so schwer als atmosphärische Luft; wenn man aber eine mit kohlensaurem Gase gefüllte aufrechtstehende Flasche öffnet, so mischt sich dieses Gas trotz seines größeren Gewichtes mit der leichteren atmosphärischen Luft, und nach einiger Zeit wird man in der Flasche kaum noch eine Spur von kohlensaurem Gase entdecken, (nämlich nicht mehr, als in der atmosphärischen Luft überhaupt, welche jederzeit einen geringen Antheil von Kohlensäure enthält).

*§. 77. Absorption der Gase.

Luftförmige Körper werden von flüssigen und porösen festen Körpern *absorbirt*, wobei sich der absorbirende Körper erwärmt und zwar um so mehr, je größer die Menge des absorbirten Gases ist. — Die Menge, welche eine *Flüssigkeit* von einem Gase verschluckt, hängt eben so wohl von der Natur der Flüssigkeit, als von der Natur des Gases ab. So absorbirt z. B. ein Maß reines Wasser (bei 15°) über 700 Maß Ammoniakgas, aber nur 1 Maß Kohlensäuregas, $^1/_{33}$ Maß Sauerstoffgas und $^1/_{66}$ Maß Stickstoffgas. In einem Maße Wasser, welches hinreichend lange an der

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0136-5

Luft gestanden hat, ist daher $^1/_{33}$ so viel absorbirter Sauerstoff und nur $^1/_{66}$ so viel Stickstoff als in einem Maße atmosphärischer Luft enthalten. Dieser verhältnißmäßig größere Gehalt an Sauerstoff als an Stickstoff der vom Wasser absorbirten Luft dürfte nicht ohne Nutzen für das Athmen der im Wasser lebenden Thiere sein.

Im allgemeinen gilt von der Absorption der Gase durch Flüssigkeiten folgendes Gesetz: — Eine Flüssigkeit absorbirt von einem Gase bei jedem Drucke das nämliche Volumen, wenn die Temperatur jedesmal dieselbe ist; sie absorbirt dagegen ein um so geringeres Volumen, je höher die Temperatur ist.

So absorbirt z. B. ein Maß Wasser bei 0° beinahe 2 Maß (genauer $1^4/_5$ Maß), bei 15° aber nur 1 Maß Kohlensäure.

Da nach dem Mariotte'schen Gesetze (§. 66) die Dichtigkeit eines Gases in gleichem Verhältnisse mit dem ausgeübten Drucke wächst, so muß auch in gleichem Verhältnisse die Gewichtsmenge des absorbirten Gases zunehmen. Umgekehrt muß von einem unter starkem Drucke absorbirten Gas ein Theil entweichen, wenn dieser Druck vermindert wird, wie man dieses z. B. am Champagner, Weißbiere, Selterser und anderen Kohlensäure enthaltenen Mineralwassern zu beobachten Gelegenheit hat. — In den beiden ersteren Flüssigkeiten entwickelt sich durch den Gährungsproceß Kohlensäure, welche, wenn die Flaschen gut verkorkt sind, größtentheils von der Flüssigkeit absorbirt wird, bis auf einen Theil, welcher nebst etwas atmosphärischer Luft den Theil der Flasche ausfüllt, welchen die Flüssigkeit leer gelassen hat. Je größer nun die Menge des überhaupt in der Flasche enthaltenen Gases ist, um so größer ist der Druck, welchen die Wände der Flasche und der Kork erleiden. Wird durch Oeffnung des Korkes dieser Druck vermindert, so entweicht das Gas mit Heftigkeit. — Aehnliches geschieht, wenn die Flüssigkeit sich in einem offenen Gefäße befindet, bei der Erwärmung, da, wie schon angegeben, mit der Erhöhung der Temperatur sich das Absorptionsvermögen einer Flüssigkeit verringert. Bier, in einem Glase auf den Ofen gestellt, fängt wieder an zu schäumen; eben so steigen aus dem Trinkwasser Luftblasen empor, wenn man dasselbe erwärmt. — Am vollständigsten, wenn auch nicht gänzlich, wird eine Flüssigkeit durch Sieden von den in ihr enthaltenen Gasen befreit. Aehnliches findet beim Frieren statt.

Bringt man in eine Flüssigkeit in derselben lösliche, feste Körper, so vermindert sich in der Regel das Absorptionsvermögen derselben, und ein Theil des verschluckten Gases entweicht; so kommt Bier ins Schäumen, wenn man in demselben Zucker auflöst. Auch durch Umrühren, Schütteln u. s. w. wird die Gasentwickelung beschleunigt.

Von den festen porösen Körpern heben wir besonders die Kohle hervor, welche die Eigenschaft, Gase zu absorbiren, in ausgezeichnetem Grade besitzt, wobei sich allemal Wärme entwickelt, welche bei frisch bereiteter und in großen Massen aufgehäufter, fein pulverisirter Holzkohle sich bis zur Entzündung steigern kann.

Aber nicht bloß poröse Körper, sondern auch die alle andern Körper an Dichtigkeit übertreffenden Metalle besitzen die Eigenschaft, Gase, mit denen sie in Berührung stehen, zu absorbiren und durch sich hindurch gehen zu lassen, und zwar in um so größerer Menge je höher ihre Temperatur ist. So absorbirt

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0137-1

z. B. Eisen, besonders wenn es bis zum Glühen erhitzt ist, Kohlenoxydgas in beträchtlicher Menge und läßt es durch sich hindurch gehen. Da nun dieses äußerst giftige Gas sich jederzeit beim Verbrennen von Holz, Torf, Kohlen u. dgl. in unsern Oefen entwickelt, so erklärt sich hieraus das Uebelbefinden, welches man in Zimmern empfindet, die durch stark erhitzte gußeiserne Oefen erwärmt werden.

Die Untersuchungen über die Absorption der Gase durch Metalle sind zuerst (1863) von Deville in Frankreich und später von Graham in England und andern fortgesetzt worden. Diese Untersuchungen haben ergeben, daß die verschiedenen Gase von verschiedenen Metallen in sehr ungleichen Verhältnissen absorbirt werden. Eisen absorbirt, wie schon oben erwähnt, Kohlenoxydgas in beträchtlicher Menge; besonders läßt das stets poröse Gußeisen dieses, sowie auch andere Gase, reichlich durch sich hindurchgehn; Sauerstoffgas wird besonders reichlich von rothglühendem Silber, Wasserstoffgas von Palladium, einem in der Natur spärlich vorkommenden, dem Silber ähnlichen Metalle, absorbirt. Sehr dünne Palladiumblättchen, welche Graham in Wasserstoffgas eine Stunde lang bis 100° erwärmte, absorbirten das 982fache ihres Volumens Gas. Aber auch das durch seine große Dichtigkeit ausgezeichnete Platin vermag Wasserstoffgas zu absorbiren. Eine Platinplatte als negative Electrode bei der Wasserzersetzung angewandt, absorbirte etwas mehr als das doppelte ihres Volumens Wasserstoffgas. Eine Palladiumplatte absorbirte unter gleichen Bedingungen das 200fache ihres Volumens. Das auf diese Art von Platin oder Palladium absorbirte Gas wird von den Metallen bei niederen Temperaturen festgehalten und erst bei beträchtlicher Erwärmung, (oder wenn man dieselbe als positive Electrode anwendet), wieder frei.

In nahem Zusammenhange mit der Absorption der Gase durch Metalle dürften die folgenden Erscheinungen stehen, welchen man auch den Namen: chemische Erscheinungen durch Contact, beigelegt hat. Wenn man ein ganz reines Platinblech in ein Gemisch von Sauerstoff- und Wasserstoffgas eintaucht, so tritt eine langsame Vereinigung beider Gase zu Wasser ein. Die hierbei entbundene Wärme steigert sich allmählich so weit, daß das Platin glühend wird, worauf eine rasche Verbindung beider Gase erfolgt. Am wirksamsten zeigt sich das Platin hierbei, wenn es als ein feines Pulver in Form kleiner Schwämmchen in das Gasgemenge gebracht wird, theils wegen der mit der vergrößerten Oberfläche vermehrten Anziehung, theils weil es in dem fein vertheilten Zustande sich leichter erwärmt; man wendet diese Schwämmchen unter anderen in den früher mehr gebräuchlichen Platinfeuerzeugen an. — Auf gleiche Weise wird durch das fein zertheilte Platin die Oxydation von Alkoholdämpfen zu Essigsäure, von schwefeliger Säure zu Schwefelsäure u. dgl. m. herbeigeführt. — Ein ähnliches Verhalten, wie Platin, zeigen auch andere Metalle, Palladium, Gold, Osmium, Iridium u. a. m. Selbst nichtmetallische Körper, wie Bimstein, zerstoßenes Glas u. a. m. vermögen, wenn sie bis über die Temperatur des siedenden Quecksilbers erwärmt werden, die nämlichen Wirkungen hervorzubringen.

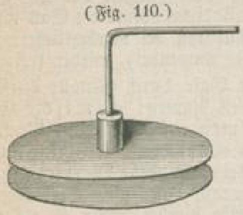
Wenn feste oder flüssige Körper mit Dämpfen in Berührung sind, so kann die Verdichtung, welche die Dämpfe durch die Adhäsionsanziehung an der Oberfläche des festen oder flüssigen Körpers (oder durch Absorption) erleiden, die Condensation der Dämpfe zu tropfbarer Flüssigkeit herbeiführen. So schlagen sich die Wasserdämpfe an den Wänden fester Körper zu Wasser nieder, womit zugleich, wie Magnus in Berlin (1864) gezeigt hat, eine Erhöhung der Temperatur verbunden ist. Thoniger Boden saugt aus der Luft Wasserdämpfe ein, condensirt dieselben und ist feucht, auch ohne daß es geregnet hat.

Da alle Flüssigkeiten bei der gewöhnlichen Lufttemperatur, ja selbst feste Körper verdunsten, so müssen der Atmosphäre beständig geringe Mengen der mannigfaltigsten Dämpfe beigemengt sein, welche sich in flüssiger oder fester Form an den Oberflächen fester Körper wieder ablagern; es müssen sich auf diese Art alle in der Luft befindlichen Körper mit der Zeit an ihrer Oberfläche theils mit condensirten Dämpfen, theils mit den in der Luft schwebenden Staubtheilchen bekleiden. Sind sich die Oberflächen zweier Körper sehrt genähert, so werden sich diese Ablagerungen zwischen beiden vertheilen, aber für verschiedene Stellen ungleich, wenn die Oberflächen nicht glatt, sondern mit Erhabenheiten und Vertiefungen versehen sind und also an verschiedenen Stellen ungleiche Abstände von einander haben. Eben so wird der auf der einen Fläche vorhandene Schmutz sich ungleich auf die andere übertragen. Hierdurch kann es geschehen, daß, wenn die eine Fläche glatt und polirt ist und beide Flächen sich längere Zeit einander gegenüber befinden, auf der glatten Fläche ein den Erhabenheiten und Vertiefungen der andern entsprechendes Bild hervorgerufen wird. Es erklärt sich hieraus die Erscheinung, daß man nicht selten in Uhren den auf dem Deckel des Uhrwerks eingravirten Namen des Verfertigers an der Innenseite des Gehäuses abgebildet findet, ferner daß auf einer Glasscheibe, welche lange Zeit vor einem Kupferstiche befestigt gewesen ist, sich ein mattes Bild desselben erzeugt u. dgl. m. Man kann ähnliche Bilder leicht hervorrufen, wenn man den Stempel eines Pettschaftes auf einer polirten Metallplatte oder ganz reinen Glasplatte längere Zeit stehen läßt und nachher die Platte anhaucht. Das auf diese Art erhaltene Bild ist eine Folge davon, daß die Wasserdämpfe sich an solchen Stellen der Oberfläche, welche eine, wenn auch sehr geringe und an sich für das Auge nicht wahrnehmbare Verschiedenheit besitzen, ungleich ablagern. — Da Moser in Königsberg zahlreiche Versuche über diese Bilder angestellt hat, so gibt man ihnen auch den Namen Moser'sche Bilder.

Wir haben die Pneumatik, die Lehre von den Gesetzen der Bewegung luftförmiger Körper, ganz übergangen, weil eine den wirklich stattfindenden Erscheinungen entsprechende Theorie mit zu großen Schwierigkeiten verbunden ist.

Die folgende zuerst von Clement und Desormes beschriebene Erscheinung wollen wir noch anreihen. Wenn ein rasch bewegter Luftstrom, welcher aus einer engen Oeffnung austritt, sich plötzlich in einen größeren Raum ausbreitet, so kann es geschehen, daß die Dichtigkeit der Luft in diesem Raume beträchtlich unter die der äußeren Luft herabgeht und daher die diesen Raum umschließenden Wände einen stärkeren Druck von der äußeren als von der umschlossenen Luft erleiden. Läßt man z. B. das eine Ende einer Röhre durch einen Kork gehen, an welchem man eine kreisförmige Scheibe von dünnem Pappdeckel befestigt hat, und hält unter diese Scheibe eine eben solche Scheibe in einem kleinen Abstande (Fig. 110), während man durch die Röhre bläst, so wird die untere Scheibe durch den stärkeren äußeren Luftdruck nach der oberen hingetrieben und getragen; sie fällt aber ab, wenn man mit Blasen aufhört.

(Fig. 110.)



*§. 78. Geschichtliche Uebersicht.

210 v. Chr. Heron von Alexanderien erfindet den Windkessel und kennt die Erscheinungen des Hebers.

1644 n. Chr. Torricelli erfindet das Barometer.

1650. Otto v. Guerike erfindet die Luftpumpe.

1660. Boyle in England entdeckt und 1676 Mariotte in Frankreich bestätigt das nach letzterem benannte Gesetz.

1783. Montgolfier und Charles lassen die ersten Luftballons aufsteigen.

1823. Faraday in England stellt verschiedene Gase flüssig dar.

1863. Deville in Frankreich lehrt die Absorption der Gase durch Metalle kennen.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf
urn:nbn:de:hbz:061:2-11319-p0139-5
DFG