Anfangsgründe der
Rechenkunst u. Geometrie
Altona, grössere Ausgabe

Anfangsgründe der Rechenkunst und Geometrie

für die

Feldmesser des Großherzogthums Berg.

Herausgegeben

von

Dr. J. F. Benzenberg,
Prof. der Astronomie und Direktor der Bergischen Landesvermessung.

Mit 50 Holzschnitten und 2 Kupfertafeln.

Düsseldorf,
bei Joh. Heinr. Chr. Schreiner. 1810.

Anfangsgründe der Rechenkunst und Geometrie für Landschulen.

Herausgegeben von

Dr. J. F. Benzenberg,
Prof. der Astronomie und Direktor der Bergischen Landesvermessung.

Mit 50 Holzschnitten und 2 Kupfertafeln.

Düsseldorf,
bei Joh. Heinr. Chr. Schreiner. 1810.

Sr. Excellenz

dem

Herrn Minister des Innern

Grafen von Nesselrode.

Durch die neue Landmesserordnung haben Ew. Excellenz alle Geometer des Großherzogthums in drei Classen eingetheilt.

In Feldmesser, welche einzelne Stücke mit Winkelkreuz und Ruthen messen.

In Landmesser, welche die Fluren ganzer Gemeinen mit dem Meßtische aufnehmen.

Und in Oberlandmesser, welche ganze Provinzen mit dem Spiegelsextanten trigonometrisch vermessen.

Hie-

Hiedurch ist eine neue Eintheilung im Vortrage der practischen Geometrie entstanden, wodurch diese an Deutlichkeit und Vollständigkeit in gleichem Grade gewinnt.

Da diese Eintheilung neu ist, so konnten die ältern Lehrbücher der practischen Geometrie nicht gebraucht werden, und ich habe deswegen den Versuch gemacht, neue auszuarbeiten, welche auf diese Eintheilung und auf die gegenwärtige Vollkommenheit unserer Meßinstrumente berechnet sind.

Der

Der erste Theil, welcher für die Feldmesser bestimmt ist, ist jetzt vollendet.

Indem ich die Ehre habe Ew. Excellenz ein Exemplar davon zu überreichen, erlauben Sie mir den Wunsch hinzuzufügen, daß diese Arbeit den Beifall Ew. Excellenz haben möge.

Ew. Excellenz

gehorsamster Diener
Benzenberg.

Einleitung.

Die Feldmeßkunst beschäftigt sich mit der Aufnahme einzelner Grundstücke und Güter.

Die, welche die Messungen verrichten, heißen Feldmesser, (in Frankreich arpenteurs). Sie machen nach unserer Landmesserordnung die unterste Classe der Geometer des Großherzogthums aus.

Alle Geometer sind nemlich in drey Classen eingetheilt: in Feldmesser, (arpenteurs) in Landmesser (geometres) und in Oberlandmesser oder Trigonometer (geometres en chef.)

Ich werde in diesem Theile alles abhandeln, was die Feldmesser zu wissen bedürfen, und daher in drey Abschnitten 1) von ihren theoretischen Kenntnissen, 2) von ihren Instrumenten, und 3) von der Anwendung derselben auf dem Felde reden.

Zu ihren Kenntnissen gehört, ausser einer deutlichen Handschrift und der Fertigkeit kleine Plane zu zeichnen, vorzüglich die Rechenkunst und Geometrie.

Ich habe in diesem Theile die vier Species in ganzen Zahlen und in Brüchen vollständig vorgetragen, weil ich hoffen durfte, daß sie diese völlig verstehen würden, da sie in den Schulen doch wenigstens das gewöhnliche Rechnen gelernt haben. Ich habe mich bemüht überall die faßliche Sprache des täglichen Lebens zu reden, damit sich desto leichter die neuen Begriffe an die alten anknüpfen.

Dann folgt das Ausziehen der Quadratwurzel, welches in einigen Schulen gar nicht, und in den meisten nur mechanisch gelehrt wird, obschon es nicht schwer ist, die Gründe zu begreifen, worauf das Ausziehen derselben beruht.

Hierauf habe ich die Anfangsgründe der Lehre von den Gleichungen und den Verhältnissen vorgetragen, in so fern sie nemlich jemand wissen muß, um die Richtigkeit der Regel von Dreien einzusehen.

Den Beschluß dieser Abtheilung machen die Anfangsgründe der Geometrie, welche in unsern deutschen Schulen noch fast gar nicht gelehrt werden.

Die drey letzten Abtheilungen, (die Lehre von den Gleichungen, die von den Verhältnissen und die Geometrie) werden im zweiten Theile dieses Werkes, der für die Geometer bestimmt ist, vollständig und mit den nöthigen Beweisen vorgetragen werden. Es wäre daher überflüßig gewesen hier mehr von ihnen zu sagen, als der Anfänger bey seinen Arbeiten zu wissen braucht. Es wäre vielleicht sogar unschicklich gewesen, weil die Kürze sehr zur Deutlichkeit beyträgt, und der Anfänger etwas immer um so leichter begreift, je besser er es übersehen kann.

Der zweyte Abschnitt handelt von den Instrumenten des Feldmessers. Diese sind für die Arbeiten auf

dem

dem Felde: Winkelkreuz und Ruthen; und für die auf dem Zimmer: Zirkel, Reißfeder, Lineal, Winkelhacken und Transporteur.

Der dritte Abschnitt handelt von der Anwendung der Instrumente, und enthält also dasjenige, was man eigentlich praktische Geometrie nennt.

Er handelt zuerst von den Arbeiten auf dem Felde, und zeigt die Ordnung in der sie aufeinander folgen. Nemlich:

1) Das Begrenzen der zu vermessenden Stücke.

2) Das Abstecken ihrer Figur mit Zielstäben.

3) Das Aufnehmen im Brouillon nach dem Augenmaß.

4) Das Messen der geraden Linien.

5) Das Abstecken und Messen der Perpendikel.

6) Das Eintragen ins Brouillon.

Dann folgen die Arbeiten auf dem Zimmer, das Berechnen und Zeichnen der Figuren nach bestimmten Maasstäben, das Coloriren der Plane und das Ausfertigen der Meßregister.

Auf diese Weise findet der Feldmesser hier alles beysammen, was er bey seinen Arbeiten gebraucht.

Ich habe dieses Buch zugleich für unsere Landschulen bestimmt, in denen gewöhnlich aller Unterricht im Rechnen blos in dem geistlosen Exempelrechnen nach den Schlieperschen, Schürmannschen und andern Rechenbüchern besteht. Hiedurch wird der Verstand des Schülers nicht entwickelt, er lernt das Wesen des Rech-

Rechnens und des Decimalsystems nicht einsehen, und findet er ein Exempel, das nicht gerade in seinem Rechenbuche steht, so weiß er sich gewöhnlich nicht zu helfen. Auch sind die Rechenbücher viel zu weitläufig, da sie blos Regula de Tri enthalten, und der Anfänger wird durch das dicke Buch mehr geschreckt als aufgemuntert. — Ein verständiger Schullehrer benutzt die Rechenbücher blos um Beispiele daraus zu nehmen, läßt aber nie alle Exempel durchrechnen, die sich in ihnen finden. Ein Beispiel oder eine Aufgabe dient nur die Sache zu erläutern und den Schüler zu üben, und 6 oder 8 Exempel sind in jeder Regel hierzu hinreichend. Das Ansetzen der Aufgaben ist die Hauptsache. Das Ausrechnen geschieht durch die Anwendung der Multiplication und Division, und diese soll der Schüler in der Regula de Tri nicht lernen, sondern sie schon verstehen ehe er Aufgaben berechnet.

Ein zweiter Grund, warum ich dieses Rechenbuch für Dorfschulen bestimmte, ist der, daß die Regierung bey der Verfertigung der Steuerrollen viele Feldmesser gebraucht, und diese werden am leichtesten in den Dorfschulen durch einen faßlichen Unterricht in Arithmethik und Geometrie gebildet. Denn ich weiß es aus Erfahrung, daß vielen geschickten und fleißigen Rechenschülern in den Dorfschulen weiter nichts fehlt als eine gute Anleitung, um geschickte Feldmesser zu werden.

Erstes

Erstes Kapitel.

Anfangsgründe der Rechenkunst.

§. 1.

Alles Rechnen geschieht entweder mit Zahlen oder mit Buchstaben. Hier handeln wir nur vom Rechnen mit Zahlen, das Rechnen mit Buchstaben kommt in den folgenden Theilen dieses Werkes vor.

Alle Zahlen haben ihren Ursprung vom Zählen. Die Menschen zählten anfangs über die Finger, so wie dieses auch noch diejenigen thun, welche nicht viel vom Rechnen verstehen. So oft man nun bis auf zehn gezählt hatte, so mußte man einen Absatz machen und von vorne wieder anfangen, weil der Mensch nur 10 Finger hat. Dieses ist die erste Entstehung unsers Decimalsystems, und die einzige Ursache, warum wir, so oft wir im Zählen bis auf 10 gekommen sind, einen Absatz machen.

2.

§. 2.

Die einfachen Zahlzeichen sind so wie ihre Aussprache so bekannt, daß es fast überflüßig ist sie hierhin zu setzen.

Eins	zwey	drey	vier	fünf	sechs	sieben	acht	neun.
1	2	3	4	5	6	7	8	9.

Man nennt diese Zahlzeichen auch wohl deutsche, zum Unterschiede von den römischen, welche aus dem lateinischen Alphabete genommen sind.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XX.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20

XXX.	XL.	L.	C.	D.	M.
30	40	50	100	500	1000.

Die deutschen Zahlzeichen stammen ursprünglich aus Indien her, und sind in ihrem Gebrauche weit bequemer als die römischen.

§. 3.

Wir befolgen beim Schreiben der Zahlen dieselbe Ordnung, welche man beim Zählen über die Finger befolgt.

Hat man bis 10 gezählt, so macht man einen Absatz und fängt von vorne an. Hat man wieder bis 10 gezählt, so macht man den zweiten Absatz, und sofort bis man zehn dieser Absätze hat, wo man dann einen großen Absatz macht, der Hundert heißt. Zehn von diesen heißen Tausend u. s. w.

Eben so schreibt man die Zahlen in Absätzen, und setzt in die erste: die Einer, in die zweite: die Zehner, in die dritte: die Hunderte, in die vierte: die Tausende, u. s. w.

Die

Die Morgenländer schreiben bekanntlich von der rechten Hand gegen die linke, und dieses ist auch die Ursache, warum wir unsere Zahlen rückwärts von der rechten Hand gegen die linke schreiben, da wir sie von den Morgenländern erhalten haben.

Die kleinsten Stellen stehen demnach in jeder Zahl nach der rechten Hand, und die größten nach der linken. Z. B. 325. dreihundert, zwanzig und fünf. Hier steht die 5 in der Classe der Einer, die die 2 in der der Zehner, und die 3 in der der Hunderten. Es wäre daher unrecht, wenn man diese Zahl so wollte aussprechen: fünfhundert, zwanzig, drey.

Ich muß hier noch bemerken, daß wir beim Schreiben der Zahlen, so wie beim Zählen, die kleinsten zuerst nehmen, beim Aussprechen hingegen nennen wir die höchsten Stellen zuerst. Man sagt z. B. nicht fünf, zwanzig und dreyhundert, sondern dreyhundert fünf und zwanzig.

Von zehn bis hundert pflegt man indeß doch die kleinste Stelle gewöhnlich zuerst auszusprechen. So sagt man z. B. fünf und achtzig öfter als achtzig fünf.

§. 4.

So wie man beim Zählen und Schreiben sehr drauf achten muß, ob eine Zahl in die Classe der Einer, Zehner oder Hunderte gehört, so muß man dieses auch beim Aussprechen der Zahlen beobachten, und man bezeichnet deswegen jede Stelle die fehlt mit einer Null, um sich weniger zu irren. Es ist z. B. ein großer Unterschied, ob man die Zahl 907

als

als sieben und neunzig, oder als neunhundert sieben läßt. Und doch besteht dieser Unterschied blos darin, daß man genau zusieht in welcher Classe die 9 steht, ob in der Classe der Zehner oder der Hunderten. Hierin fehlen Anfänger gewöhnlich am meisten, sie schreiben oft sechs und neunzig auf folgende Weise 69, so daß die 6 vorne steht, und die Zahl dann neun und sechszig heißt.

Wenn man das bisherige gefaßt hat, so hat das Aussprechen der Zahlen weiter keine Schwierigkeit. Z. B. folgende Zahl 5693 heißt fünftausend, sechshundert, neunzig, drey, weil die 3 in der Stelle der Einer, die 9 in der Stelle der Zehner, die 6 in der Stelle der Hunderter und die 5 in der Tausenden steht.

Aufgabe. Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen? 3965? 9356? 6935? 3569? 3695?

Alle diese Zahlen haben dieselbe Ziffern, aber sie stehen in andern Classen; so steht die 9 in der ersten in der Stelle der Hunderter, in der zweiten in der Stelle der Tausenden u. s. w. und man sieht wie wichtig es ist genau auf die Stelle zu merken, auf welcher die Ziffer steht.

An solchen und ähnlichen Beispielen muß sich der Anfänger üben, damit er die gehörige Fertigkeit bekomme, alle Zahlen nach dem Decimalsystem zu schreiben und auszusprechen.

§. 5.

Kommen große Zahlen vor, so werden diese, um sie bequemer aussprechen zu können, vorher mit kleinen Strichen zu drey und drey abgetheilt.

Z. B.

z. B. 4,038,679,521. Man fängt hiebei wieder hinten an, und das erste Comma kommt bey die zehntausende, das zweite bey die Millionen, und das dritte bey die tausend Millionen zu stehen.

Die Zahl kann nun ohne Mühe ausgesprochen werden. Sie heißt 4038 Millionen, 679 tausend und 521.

Aufgabe. Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen: 8,765,493,283? 23,896,348,967? 973,892,456,345?

1 Anmerkung. Man sieht aus dem bisherigen, mit welcher Leichtigkeit man große Zahlen nach dem Decimalsystem schreiben und aussprechen kann. — Die Landleute rechnen häufig beym Kaufen und Verkaufen mit Kreuzen, Fünfern und Strichen, (statt 27 schreiben sie XXVII.) Aber wie lange dauert es, ehe man auf diese Weise eine Zahl geschrieben hat, die größer als tausend ist.

2 Anmerk. Man kann jede Zahl als eine Reihe Ziffern ansehen, wovon die folgende immer zehnmal mehr Werth hat als die vorige, z. B. 5555, so daß wenn die erste in die Stelle der Einer ist, so ist die zweyte zehnmal mehr, die dritte hundertmal mehr, die vierte tausendmal mehr, und hierin liegt die eigentliche Ursache, daß wir große Zahlen mit so wenig Ziffern schreiben können. Um sich ein sinnliches Bild zu machen, wie groß die vorige Zahl ist, so mache man auf die Tafel vier Reihen Punkte, wo in der ersten fünf, in der zweiten fünfzig, in der dritten fünfhundert, und in der vierten fünftausend sind, und man hat die Zahl 5555 in Punkten ausgedruckt.

3 Anmerk. Noch größere Zahlen werden durch Millionen, Billionen, Trillionen u. s. w. ausgedrückt. Eine Million Millionen ist eine Billion, eine Million Billionen ist eine Trillion, und eine Million Trillionen ist eine Quadrillion.

Um

Um das Aussprechen so ganz großer Zahlen zu erleichtern, so schreibt man von sechs zu sechs Stellen den Anfangsbuchstaben der Million, Billion oder Trillion dabey, z. B

T. B. M.

782,384,546.897,368.934,568.

Diese Zahl wird nun so ausgesprochen: 782 Trillionen 384,546 Billionen 897,368 Millionen und 934,568.

Aufgabe. Wie wird folgende Zahl ausgesprochen: 1832,976,543,783,267,945,681.

Das Zusammenzählen. (Addiren.)

§. 6.

Hat man nur kleine Zahlen, die blos aus Einern bestehen, so macht das Zusammenzählen keine Schwierigkeiten. Z. B. 4 und 3 macht 7. Hat man aber größere Zahlen, die aus Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. bestehen, so muß man sie so übereinander schreiben, daß immer Einer über Einer, Zehner über Zehner u. s. w. zu stehen kommen. Z. B.

```
243     Wollte man so schreiben,  243
 12                                12
 41                                  41
---                               -----
296
```

so würde dieses beim Zusammenzählen eine falsche Summe geben, weil man immer die Zahlen zusammenzählt, welche übereinander stehen, und man addirte dann Zehner und Einer, welche keine gleichartigen Größen sind.

Denn man kann nur immer Gleichartiges zu Gleichartigem addiren. 5 Thaler

ler und 4 Thaler machen 9. Aber man kann nicht sagen 5 Thaler und 4 Groschen machen 9.

Aufgabe. Es sollen folgende Zahlen addirt werden: 231 und 38210. Ferner 10341 u. 27.

§. 7.

Man fängt beim Addiren hinten an, und schreibt unter jede Classe die Summe, welche die zusammengezählte Ziffern geben. Wird die Summe mit zwei Ziffern geschrieben, so setzt man die eine, welche das Zehnfache ist, unter die folgende Classe. Es soll addirt werden z. B.

```
  3827
  4598
 ------
    15
   11
  13
  7
```

Da man die Zahl so nicht aussprechen kann, so muß man sie noch einmal addiren, wo sie dann 8425 macht. Um das doppelte Addiren zu vermeiden, schreibt man lieber die zweite Ziffer klein unter die folgende Classe, und addirt sie gleich mit dieser. Z. B.

```
  3827
  4598
  111
 ------
  8425
```

Hier werden die 15, 12 und 14 so geschrieben, daß die zweite Ziffer gleich unter die ihr zugehörige Stelle kommt, und mit ihr addirt wird.

Um dieses Verfahren noch mehr abzukürzen, so behält man die zweite Ziffer im Sinn, ohne daß

daß man sie dahin schreibt, und addirt sie in Gedanken gleich mit zu der folgenden Classe.

Das Zeichen der Addition ist ein aufrechtstehendes Kreuz +. Man setzt es zwischen die Zahlen, welche addirt werden sollen, und spricht es im Lesen mit dem Wörtchen plus aus. Z. B 4 + 5 ist gleich 9.

Sind zwei Zahlen gleich, so macht man zwei Strichlein, als das Zeichen der Gleichheit zwischen sie. Z. B. 3 + 2 = 5 heißt drei plus zwei gleich fünf.

Aufgabe. Es sollen folgende Zahlen zu einander addirt werden: 420 + 387 + 219 + 3876 + 41 + 893 + 3.

Anmerk. Wenn man eine große Reihe von Zahlen zusammenzuziehen hat, so wird dieses sehr erleichtert, wenn man sie in mehrere kleine zerschneidet, und nachher die Summe dieser Stücke addirt. Man braucht dann nachher, wenn man sich irgendwo geirrt hat, nicht wieder von vorne anzufangen.

Das Abziehen. (Subtrahiren.)

§. 8.

Hat man kleine Zahlen von einander abzuziehen, so hat dieses keine Schwierigkeit. Z. B. 7 von 9 bleibt 2. — Sind aber die Zahlen größer, so schreibt man sie beide so untereinander, daß Einer, Zehner und Hunderter gehörig übereinander stehen, und zieht dann eine Ziffer nach der andern ab. Es soll z. B. von 7438 oder 12 von 437

abgezogen werden	4216		12
	Rest = 3222		Rest 425

Hiebei

Hiebei werden die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern abgezogen, also Gleichartiges von Gleichartigem. Wollte man das Beyspiel so schreiben:

$$\begin{array}{r} 437 \\ 12 \\ \hline 317 \end{array}$$

so würde dieses falsch seyn, weil hiebei die Einer von den Zehnern, und die Zehner von den Hunderten abgezogen werden. Es wäre dasselbe, als wenn man 3 Thaler an 7 Pferden abziehen wollte.

Anmerk. Das Zeichen der Subtraction ist ein Strich — oder auch wohl ein Strich mit zwey Punkten $\div$, und er wird minus oder weniger gelesen. Z. B. $9 - 7 = 2$. Neun weniger sieben gleich 2.

§. 9.

Man zieht zwar immer die kleinere Zahl von der größern ab. Allein es kann kommen, daß man eine größere Ziffer von einer kleinern abziehen soll. Es soll z. B. 9 von 43 abgezogen werden, so schreibt man dieses auf die gewöhnliche Weise:

$$\begin{array}{r} 43 \\ -9 \\ \hline \text{Rest } 34 \end{array}$$

Da 3 Einer zu klein sind, um 9 davon abzuziehen, so lehnt man 10 Einer aus der folgenden Stelle. Da man nur 13 Einer hat, so kann man von diesen ohne Schwierigkeit 9 abziehen, da aber von der 4 ein Zehner gelehnt ist, so ist diese nur noch 3.

Man hätte die Zahl 43 auch so schreiben kön-

 nen:

nen: $30 + 13$, weil man dieselbe Zahl, ohne daß sie ihren Werth vermindert, auf unzählig verschiedene Weise schreiben kann, wobei man immer diejenige wählt, welche beim Rechnen am bequemsten ist.

Aufgabe. Es soll 2876 von 9234 abgezogen werden.

$$\begin{array}{rr} & \overset{\prime\prime\prime}{9234} \\ - & 2876 \\ \hline \text{Rest} & 6358 \end{array}$$

Hier müssen Zehner, Hunderte und Tausender gelehnt werden, und die 3 wird zur 2, die 2 zur 1, und die 9 zu 8. Um sich nicht zu irren, pflegen Anfänger die 1, welche sie lehnen, oben über die Zahl zu schreiben.

Kommen Nullen vor, wie im folgenden Beyspiele, so verfährt man auf dieselbe Weise.

$$\begin{array}{rr} & \overset{\prime\prime\prime}{3004} \\ & 1657 \\ \hline \text{Rest} & 1347 \end{array} \qquad \text{dieses heißt} \quad \begin{array}{l} 7 \text{ von } 14 = 7 \\ 5 \text{ von } \;\,9 = 4 \\ 6 \text{ von } \;\,9 = 3 \\ 1 \text{ von } \;\,2 = 1 \end{array}$$

Als 7 von 4 sollte abgezogen werden, so mußte ein Zehner gelehnt werden. Da keiner da war, so mußte man vorher einen Hunderten lehnen. Da auch dieser fehlte, so mußte man in der Stelle der Tausender lehnen.

Anmerkung. Da die Subtraktion gerade das Entgegengesetzte der Addition ist, so dient immer einer der anderen zur Probe. Hat man zwey Zahlen addirt und zieht die kleinste von der Summe ab, so muß die größte übrig bleiben.

Hat

Hat man zwey Zahlen von einander abgezogen und addirt die kleinste zum Rest, so muß die größere wieder heraus kommen. Z. B. 434

+ 123
557
— 123
434
+ 123
557

Das Vervielfältigen (Multipliciren.)

§. 10.

Nimmt man eine Zahl ein oder mehreremal, so hat man ihr Vielfaches. Z. B. drey fünfmal genommen, macht 15. — Dieses heißt multipliciren. Die beiden Zahlen, welche multiplicirt werden, heißen die Faktoren, und das Vielfache, welches herauskommt, heißt das Produkt. So waren hier die Zahlen 3 und 5 die Faktoren, und 15 war das Produkt dieser beiden Faktoren.

Für alle Einer findet man die Produkte in dem Multiplicationstäflein, oder dem Einmal Eins. — Man muß dieses sorgfältig auswendig lernen, so daß man es vor- und rückwärts, und in jeder beliebigen Ordnung hersagen und anwenden kann.

Man nennt dieses Multiplicationstäflein auch wohl das Pytagoräische Täflein, nach dem berühmten Weltweisen Pytagoras, der es zuerst erfunden.

Das Einmal Eins,
oder
Produktentafel von 1 bis 10.

1 mal 1 ist 1	4 mal 1 ist 4	7 mal 1 ist 7
1 — 2 — 2	4 — 2 — 8	7 — 2 — 14
1 — 3 — 3	4 — 3 — 12	7 — 3 — 21
1 — 4 — 4	4 — 4 — 16	7 — 4 — 28
1 — 5 — 5	4 — 5 — 20	7 — 5 — 35
1 — 6 — 6	4 — 6 — 24	7 — 6 — 42
1 — 7 — 7	4 — 7 — 28	7 — 7 — 49
1 — 8 — 8	4 — 8 — 32	7 — 8 — 56
1 — 9 — 9	4 — 9 — 36	7 — 9 — 63
1 — 10 — 10	4 — 10 — 40	7 — 10 — 70
2 mal 1 ist 2	5 mal 1 ist 5	8 mal 1 ist 8
2 — 2 — 4	5 — 2 — 10	8 — 2 — 16
2 — 3 — 6	5 — 3 — 15	8 — 3 — 24
2 — 4 — 8	5 — 4 — 20	8 — 4 — 32
2 — 5 — 10	5 — 5 — 25	8 — 5 — 40
2 — 6 — 12	5 — 6 — 30	8 — 6 — 48
2 — 7 — 14	5 — 7 — 35	8 — 7 — 56
2 — 8 — 16	5 — 8 — 40	8 — 8 — 64
2 — 9 — 18	5 — 9 — 45	8 — 9 — 72
2 — 10 — 20	6 — 10 — 50	8 — 10 — 80
3 mal 1 ist 3	6 mal 1 ist 6	9 mal 1 ist 9
3 — 2 — 6	6 — 2 — 12	9 — 2 — 18
3 — 3 — 9	6 — 3 — 18	9 — 3 — 27
3 — 4 — 12	6 — 4 — 24	9 — 4 — 36
3 — 5 — 15	6 — 5 — 30	9 — 5 — 45
3 — 6 — 18	6 — 6 — 36	9 — 6 — 54
3 — 7 — 21	6 — 7 — 42	9 — 7 — 63
3 — 8 — 24	6 — 8 — 48	9 — 8 — 72
3 — 9 — 27	6 — 9 — 54	9 — 9 — 81
3 — 10 — 30	6 — 10 — 60	9 — 10 — 90

Anmerkung. Man nennt dieses das kleine Ein mal Eins. Es geht von 1 bis 10 Sonst lernte man wohl das große Ein mal Eins auswendig, welches alle Produkte der Zahlen 1 bis 100 enthielt. Allein dieses war eine überflüßige Anstrengung des Gedächtnisses. Weil man viel leichter die Produkte des großen aus dem kleinen herleiten kann, als sie im Gedächtniß behalten.

§. 11.

Bestehen die Zahlen, welche vervielfältigt werden sollen, aus mehreren Ziffern, so schreibt man sie auf die gewöhnliche Weise untereinander, und verrichtet dann das Multipliciren theilweise.

Soll z. B. 232 mit 3 multiplicirt werden, so geschieht dieses auf folgende Weise:

232	d. h.	3 mal 2 ist 6
3		3 mal 3 ist 9
696		3 mal 2 ist 6

Da man selbst die größte Zahlen in einzelne Ziffern zerlegen kann, und da man für diese aus dem Ein mal Eins die Produkte weiß, so sieht man, daß das Multipliciren weiter keine Schwierigkeit hat, weil man große Zahlen nicht auf einmal, sondern theilweise multiplicirt.

§. 12.

Im vorigen Beispiele wurde das Produkt zweier Faktoren nur mit einer Ziffer geschrieben, Wird es mit zweien geschrieben, so kommt die zweite so wie beim Addiren unter die folgende Stelle, und wird zum folgenden Produkt gezählt. Es soll z. B 564 mit 5 multiplicirt werden:

564	d. h.	5 mal 4 ist 20
$\overset{3\,2}{5}$		5 mal 6 ist $30+2=32$
2820		5 mal 5 ist $25+3=28$

Der

Der Kürze halber pflegt man aber diese Zahlen nicht immer drüber zu schreiben, sondern gleich in Gedanken dazu zu addiren.

§. 13.

Bestehen beide Faktoren aus mehrern Ziffern, so schreibt man sie auf folgende Weise. Es soll z. B. 382 mit 47 multiplicirt werden, und 482 mit 432.

```
   382            482
    47            432
  ----          -----
  2674            964
 1528            1446
 -----          1928
 17954         ------
               208224
```

Man begreift leicht, warum die Zahlen beim Multipliciren schief untereinander geschrieben werden, wenn man sich erinnert, daß im letzten Beispiele eigentlich mit 400 mit 30 und mit 2 ist multiplicirt worden, und da man nachher beim Zusammenzählen nur Gleichartiges zu Gleichartigem addiren kann, so muß man die einzelnen Produkte so schreiben, daß die Einer, Zehner und Hunderter gehörig untereinander zu stehen kommen.

Nullen bezeichnen nur leere Stellen; sie zeigen an, daß eine gewisse Classe von Zahlen fehlt. Wenn daher beim Multipliciren welche vorkommen, so werden sie auf folgende Weise geschrieben:

```
  20        137         408
  20        300         309
 ---      -----       -----
 400      41100        3672
                     12240
                     ------
                     126072
```

Im

Im letzten Beispiele bezeichnet die Null, daß keine Zehner da sind, mit denen könnte multiplicirt werden.

Aufgabe. Man multiplicire 83403 mit 8381, und 97623 mit 89831.

§. 14.

Man theilt die Zahlen in einfache und zusammengesetzte. Die einfachen oder Primzahlen sind solche, welche nicht durch die Multiplication zweier andern entstehen. Z. B. 1, 2, 3, 5, 7. 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31....

Die zusammengesetzten, z. B. 4, 6, 8, 9, 10, 12... sind als Produkte anderer Zahlen anzusehen, aus denen sie durch die Multiplication entstehen. 6 z. B. ist das Produkt aus 2 mal 3. Ferner 9 das Product aus 3 mal 3. 12 ist das Produkt aus 2 mal 2 mal 3.

Alle zusammengesetzten Zahlen lassen sich daher wieder in die Primzahlen zerlegen, aus denen sie entstanden sind.

1. Anmerkung. Die große Leichtigkeit mit der man die Produkte aus großen Faktoren erhält, rührt, wie man leicht sieht, aus der einfachen Einrichtung unseres Decimalsystems her, wobei die folgende Stelle immer das Zehnfache von der vorigen ist. — Ein Volk, welches nicht so einfache Zahlzeichen und eine so zweckmäßige Methode hat, die Zahlen zu schreiben, wird es daher nie weit in der Rechenkunst bringen. Um sich hievon zu überzeugen, versuche man es die Zahl 1838 mit 1838 zu multipliciren, wenn man sie mit römischen Zahlen schreibt. (MDCCCXXXVIII). Man begreift kaum, wie die alten Völker, welche ihre Zahlzeichen nicht nach dem Decimalsystem

schrieben, nur die leichtesten Rechnungen haben machen können.

2. Anmerk. Das Zeichen der Multiplication ist ein schiefes Kreuz (×) oder auch wohl ein bloßer Punkt (.), welchen man zwischen die Zahlen setzt, welche mit einander sollen multiplicirt werden. Z. B. $13 . 7 = 91$ oder $13 \times 7 = 91$ heißt 13 mal 7 gleich 91.

Das Eintheilen oder Dividiren.

§. 15.

Wenn man untersucht, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, so heißt dieses dividiren.

Die Division ist das Umgekehrte der Multiplication. – Jene, die Multiplication, sucht das Vielfache von zwei Zahlen. Diese, die Division, sucht wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist.

Man nennt Dividendus die Zahl, welche dividirt werden soll. Divisor oder Theiler aber die Zahl, welche dividirt, und Quotient die, welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten ist.

Das, was beim letzten Abziehen übrig bleibt, heißt der Rest.

Z. B. Wenn 72 mit 9 dividirt wird, so geht dieses 8 mal. 72 ist der Dividendus, 9 der Divisor, und 8 der Quotient.

Wird 75 mit 9 dividirt, so ist 8 der Quotient, und die 3, welche übrig bleibt, ist der Rest.

Anmerk. Das Zeichen der Division ist ein Doppelpunkt. Soll z. B. 84 mit 4 dividiret werden, so schreibt man dieses so $84 : 4 = 21$, d. h. 84 durch 4 dividiret gibt 21. Oder 4 ist 21 mal in 84 enthalten.

§. 16.

§. 16.

Sind die Zahlen klein, die miteinander sollen dividirt werden, so hat dieses gewöhnlich keine Schwierigkeit, da man sie leicht aus dem Ein mal Eins nehmen kann. Z. B. Da man weiß, daß 9 mal 8=72 ist, so weiß man auch, daß wenn 9 der Divisor, und 72 der Dividendus ist, jener in diesem 8 mal enthalten ist.

Sind aber die Zahlen größer, so kann man die Division nur theilweise vornehmen, so wie man bei großen Zahlen auch die Multiplication nur theilweise macht.

Es soll z. B. 693 mit 3 dividirt werden, dann sieht man wie oft die 3 in den 6 Hunderter, in den 9 Zehnern, und in den 3 Einern enthalten ist.

3 : 693 (231.

§. 17.

Ist die erste Ziffer des Dividends kleiner als der Divisor, so muß man die zweite hinzunehmen.

5 : 405 (81   6 : 480 (80

Bleibt ein Rest, indem man den Quotient mit dem Divisor multiplicirt, und das Product vom Dividend abzieht, so schreibt man dieses drunter, und nimmt ihn zur folgenden Ziffer.

Z. B.	5 : 425 (85	6 : 498 (83
	40 :	48 :
	25	18
	25	18

Dieses heißt: 5 in 42 achtmal. Die 8 setzt man hinter den Strich. Ferner: 5 mal 8 ist 40, diese schreibt man unter den Dividend, so daß Hunderte

und

und Zehner gehörig unter einander kommen. 40 von 42 läßt 2. hiezu die 5 herunter gezogen, macht 25, und da 5 in 25 fünfmal enthalten ist, so ist der Quotient 85.

§. 18.

Besteht der Divisor aus mehreren Ziffern, so wird die Division schon schwieriger, weil man jetzt das Multiplicationstäflein verläßt. Es bleibt dann nichts übrig als den Quotient durch Versuche zu finden, indem man zusieht, wie oft die höchste Ziffer des Divisors in der höchsten des Dividends enthalten ist. Es soll z. B. 845 mit 21 dividirt werden: 21 : 845 (40

84:

5

so sieht man, daß 2 in 8 viermal enthalten ist, und daß wahrscheinlich 4 der erste Theil des Quotienten seyn wird. Hätte man aber 23 zum Divisor gehabt, so hätte dieses mit 4 multiplicirt, 92 gegeben, also mehr als 84. Man hätte dann eine Zahl zum Quotient nehmen müssen, die um 1 kleiner wäre, also 3.

23 : 845 (36

69:

155

138

17

Es wäre dann 36 der Quotient, und 17 der Rest.

Kommen beim fortgesetzten Dividiren Stücke vor, in denen der Divisor nicht ganz enthalten ist, so setzt man in den Quotient eine Null.

Z. B. 23 : 7083 (307
69 : :
183
161
22

Weil in den 18 Zehnern der Divisor 23 nicht völlig enthalten ist, so steht im Quotient in der Stelle der Zehner eine Null. Aber in den 183 Einern ist der Divisor 23 siebenmal enthalten, wobei noch 22 übrig bleiben.

Endigt sich der Divisor in Nullen, so läßt man diese der Bequemlichkeit wegen weg, und schneidet im Dividend eben so viele Nullen weg.

Z. B. 400 : 8328 (20 mal und 328 Rest.
8 : : :
328

Aufgabe. Es soll 3807 durch 73 dividirt werden. Ferner: 98765 durch 731. Ferner: 345678 durch 8765 u. s. w.

Anmerk. 1. Alle diese Sätze begreift man leicht und ohne Beweis, sobald man sich daran erinnert, daß man jede Zahl auf verschiedene Weise schreiben kann, z. B. die vorige war gleich 8000 und 328, und daß, wenn man die einzelnen Theile einer Zahl richtig dividirt hat, die ganze Zahl nothwendig auch richtig dividirt ist.

Anmerk. 2. So wie die Addition der Subtraktion zur Probe diente, — so dient auch die Multiplication der Division zur Probe. Wenn man nämlich diese und den Quotient mit einander multipliciret, und zum Produkte den Rest addiret, so kommt der Dividendus wieder heraus.

§. 19.

§. 19.

Ein Divisor, der zwei Zahlen ohne Rest dividirt, ist das gemeinschaftliche Maas dieser Zahlen. Z. B. 6 dividirt 18 und 42 ohne Rest. Da nun 3 und 7 Primzahlen sind, so ist 6 das gemeinschaftliche Maas von 18 und 42.

Man findet zu zwei Zahlen das größte gemeinschaftliche Maas, wenn man die kleinste in die größte dividirt, und wenn ein Rest bleibt, diesen in den ersten Divisor. Man setzt dieses so lange fort bis entweder 1 oder gar kein Rest bleibt.

Z. B. 18 : 42 (2
36
6 : 18 (3

Geht aber der Rest nicht auf, so haben die Zahlen kein gemeinschaftliches Maas, und werden incommensurable genennt.

Z. B. 17 : 45 (2
34
11 : 17 (1
11
6 : 11 (1
6
5 : 6 (1
5
1

Der Rest ist hier Eins, welche, da sie weder multiplicirt noch dividirt, kein gemeinschaftliches Maas ist.

§. 20.

§. 20.

Die vier Rechnungsarten, welche wir bis jetzt erklärt haben, heißen die vier Species in ganzen Zahlen. — Sie sind: 1) Zusammenzählen, 2) Abziehen, 3) Vervielfältigen, und 4) Theilen. Auf ihnen und auf den Lehren von den Verhältnissen beruhet die ganze Rechenkunst.

Diese vier Species beruhen hingegen ganz und allein auf unserer Art die Zahlen zu schreiben und auszusprechen, und wer daher das Decimalsystem, welches bei unsern Zahlen zum Grunde liegt, gut gefaßt hat, der wird leicht jedes Verfahren bei ihrer Anwendung einsehen, und die Gründe davon anzugeben wissen. — Will man alle die Gründe ausführlich entwickeln, so wird die Erklärung weitläuftig, und durch die Weitläuftigkeit für den Anfänger dunkel.

Daß wir 10 Finger haben, ist die erste Veranlassung gewesen bis auf 10 zu zählen, und dieses macht den Grund unsers Decimalsystems aus. — Wer zuerst den sinnreichen und fruchtbaren Gedanken gehabt hat, die Zahlen so zu schreiben, daß ihre Stelle ihnen einen zehnfachen, hundertfachen, tausendfachen Werth gab, ist unbekannt, so wie wir von vielen der wichtigsten Erfindungen gar nicht wissen wer sie gemacht hat. Nur allein hiedurch ist es möglich geworden, daß wir große Zahlen mit Leichtigkeit nicht allein schreiben und aussprechen können, sondern auch durch alle vier Species hindurch verwandelen. — Wie wollte man es machen, wenn man große Zahlen mit römischen Ziffern geschrieben, in einander multipliciren oder dividiren wollte? —

Weil

Weil wir aber unsere Zahlen classenweise schreiben, so kann man jede Classe einzeln behandeln, und wenn man an den Zehnern ist, so thun, als wenn keine Tausende da wären, — bis denn auch endlich an diese die Reihe kommt.

Die vier Species sind an sich so leicht, daß bei kleinen Zahlen selbst der Wilde sie mit bloßem Zu- und Abzählen zu machen versteht. Soll er 4 und 3 Cokosnüsse zusammenzählen, so thut er dieses indem er sie zusammen legt. Soll er 8 von 12 abziehen, so thut er dieses wieder durch Abzählen. Soll er 4 mit 3 multipliciren, so legt er dreimal 4 Cokosnüsse beisammen, soll er 24 durch 8 dividiren, so zählt er Haufen von 8 ab, und sieht, daß er dieser Haufen 3 bekommt.

Allein über die kleine Zahlen hinaus erstrecken sich seine Geschicklichkeiten im Rechnen nicht, und es bleibt unmöglich, große Zahlen zu behandeln, ohne das Decimalsystem, durch das man den Zahlzeichen einen doppelten Werth gibt, — einen, der ihre Figur, und den zweiten, der ihre Classe bestimmt.

Von

Von den Brüchen.

§. 21.

Eine Zahl, die kleiner als Eins ist, heißt ein Bruch. Z. B. $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{10}$ u. s. w. Ein Viertel Apfel ist kleiner als der ganze. Eine Siebentel Elle kleiner als eine ganze.

Anmerk. Die obere Zahl heißt der Zähler des Bruchs, die unter dem Strich der Nenner. Hat man z. B. den Bruch $\frac{3}{4}$ Apfel, so nennt der Nenner die Anzahl der Theile in die der Apfel getheilt ist, nämlich in 4, und der Zähler zählt die Anzahl der Theile, und sagt wie viel deren da sind: nämlich hier 3.

§. 22.

Sind bei einem Bruche Zähler und Nenner gleich groß, so ist der Werth des Bruches = 1. Z. B. $\frac{4}{4}$ Apfel, $\frac{8}{8}$ Elle, $\frac{10}{10}$ Fuß. Es ist dann eigentlich kein Bruch mehr, sondern die Zahl 1 wie ein Bruch geschrieben, und $\frac{4}{4}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{10}{10}$ sind immer dasselbe, nemlich 1 ganzes.

Ist der Zähler aber größer als der Nenner, z. B. $\frac{5}{4}$ oder $\frac{9}{8}$, so heißt der Bruch ein unächter oder Bastard-Bruch. Aber eigentlich ist dieses eine ganze Zahl und ein Bruch, nemlich $1\frac{1}{4}$ und $1\frac{1}{8}$, die wie ein Bruch geschrieben sind.

Diese sogenannte unächte Brüche sind beim Rechnen oft sehr bequem, und es ist leicht, jede Zahl in einen zu verwandeln. Z. B. $2 = \frac{20}{10}$, $3 = \frac{30}{10}$, $3 = \frac{27}{9} = \frac{24}{8} = \frac{12}{4}$. — Man braucht sie nur mit dem Nenner zu multipliciren.

Eben

Eben so leicht ist es eine ganze Zahl die noch einen ächten Bruch bei sich hat, z. B. $3\frac{7}{8}$ in einen unächten zu verwandeln. Diese gibt $\frac{31}{8}$, nemlich 3 ganze sind $\frac{24}{8}$, und hiezu noch $\frac{7}{8}$ macht $\frac{31}{8}$.

Die Regel hiebei ist folgende: Man multiplicirt die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruchs, (hier 3×8) und addirt den Zähler hinzu. $(24 + 7 = 31)$ und schreibt den Nenner als Divisor darunter. $\frac{31}{8}$.

Anmerk. Man sieht leicht ein, daß man jedes Divisions-Exempel als einen solchen Bruch schreiben kann, z. B. $323 : 4 = \frac{324}{4} = 81$. Der Quotient 81 zeigt an, daß der Nenner 4 im Zähler 324 81 mal enthalten ist. Oder $325 : 4 = \frac{325}{4} = 81\frac{1}{4}$. Dieses heißt: der Nenner ist 81 mal im Zähler enthalten und noch $\frac{1}{4}$ mal. Den Rest $\frac{1}{4}$ schreibt man als Bruch an die ganze Zahl.

§. 23.

Der Werth eines Bruchs ist um so größer, je mehr er sich der Einheit nähert, z. B. $\frac{9}{10}$ ist größer als $\frac{4}{5}$.

Je größer die Zähler und Nenner sind, und je kleiner ihr Unterschied, desto größer ist der Werth des Bruchs. Denn in je mehr Theile die Einheit getheilt ist, desto kleiner werden sie, und je mehr man von diesen Theilen nimmt, desto weniger fehlen bis zur vollen Einheit, wo also der Bruch am größten ist, z. B. bei $\frac{99}{100}$ fehlt nur $\frac{1}{100}$ zur vollen Einheit.

Ein Bruch hingegen ist um so kleiner, je größer der Nenner und je kleiner der Zähler ist, d. h. in je mehr Theile die Einheit ist getheilt worden, und je weniger man von diesen Theilen nimmt.

So ist z. B. $\frac{3}{123456}$ kleiner als $\frac{4}{1000}$.

Wird

Wird bei einem Bruch der Zähler grösser, und der Nenner bleibt, so wächst der Werth des Bruchs, so ist z. B. $\frac{7}{8}$ mehr als $\frac{3}{8}$, weil bei einer gleichen Größe der Theile mehrere genommen werden. Wird aber der Nenner größer und der Zähler bleibt, so wird der Werth des Bruches kleiner, z. B. $\frac{3}{8}$ ist kleiner als $\frac{3}{4}$, weil die Theile, die man im Zähler nimmt, kleiner sind.

Multiplicirt man den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl, so wird der Werth des Bruchs um so vielmal größer. Z. B. $\frac{3}{8}$ mit 4 multiplicirt, gibt $\frac{12}{8}$. Multiplicirt man den Nenner mit einer ganzen Zahl, so wird er um so viel kleiner. Z. B. $\frac{3}{8}$ mit 4 im Nenner multiplicirt, gibt $\frac{3}{32}$.

Die Gründe sind die vorigen. Aus denselben Gründen wird der Werth eines Bruchs, dessen Zähler man mit einer ganzen Zahl dividirt, um so vielmal kleiner. Z. B. $\frac{12}{8}$ divid. mit 4, gibt $\frac{3}{8}$.

Dividirt man aber den Nenner mit einer ganzen Zahl, so wird er um so vielmal größer. Z. B. $\frac{3}{32}$ dividirt im Nenner mit 4, gibt $\frac{3}{8}$, welches 4mal größer ist als $\frac{3}{32}$. In diesem Falle wird die Anzahl der Theile, in die die Einheit getheilt worden, kleiner, und folglich diese Theile größer.

Der Werth eines Bruchs bleibt derselbe, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt. Eben so bleibt sein Werth derselbe, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl dividirt.

Wird z. B. der Bruch $\frac{3}{8}$ in Zähler und Nenner mit 2, 3, 4, 5 multiplicirt, so erhält man $\frac{6}{16}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{32}$, $\frac{15}{40}$.

Wird $\frac{60}{120}$ mit 5, 4, 3, 2 in Zähler und Nenner dividirt, so erhält man $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{40}$, $\frac{30}{60}$.

Es ist hiebei leicht einzusehen, warum der Werth des Bruchs derselbe bleibt, weil in demselben Verhältnisse, in dem die Theile im Nenner größer oder kleiner werden, man ihrer im Zähler weniger oder mehr nimmt.

Man kann demnach jeden Bruch auf unzählige Weise ausdrücken, ohne daß sein Werth geändert wird. So ist z. B. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ u. s. w.

Dieses heißt das Verwandeln der Brüche, und dient bei den Bruchrechnungen zu einer großen Bequemlichkeit. Soll z. B. $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{2}$ zu einander addirt werden, so geht dieses nicht, weil die beiden Größen ungleichartig sind, und man nur Gleichartiges zu einander addiren kann. Nimmt man aber statt $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{8}$, so ist das Hinzufügen von $\frac{1}{8}$ leicht.

Will man von zwei oder mehrern Brüchen, die verschiedene Nenner haben, den gemeinschaftlichen wissen, so multiplicirt man die Nenner mit einander, wo dann das Produkt der gemeinschaftliche Nenner ist. So ist von $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{5}$ der gemeinschaftliche Nenner $3 \times 4 \times 5 = 60$. Und $\frac{2}{3}$ ist $= \frac{40}{60}$, $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$ und $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$.

Oft kann man für mehrere Brüche einen gemeinschaftlichen Nenner finden, der kleiner und folglich bequemer im Gebrauch ist, als der, welcher aus der Multiplication aller Nenner entsteht. — Die allgemeinen Regeln, die man hinfür hat, gründen sich auf den oben angeführten Satz, vom gemeinschaftlichen Maas zweier Zahlen. Da dieses indeß weitläuftiger ist, als wenn man einen allgemeinen Nenner durch Multiplication findet, so begnügt man sich entweder mit diesem Nenner, oder man sieht, ob man durch ein paar

Ver-

Versuche nicht schnell einen kleinern finden kann; wobei man sich an Regeln, wie etwa folgende, erinnert. Für alle geraden Zahlen ist 2 das gemeinschaftliche Maas; — für sehr viele ungerade ist es 3, — für alle die am Ende 0 oder 5 haben, ist es 5 u. s. w.

Das Zusammenziehen der Brüche. (Addiren.)

§. 24.

Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, so hat dieses keine Schwierigkeit, weil es leicht ist gleichartige Größen zusammenzuzählen, z. B. $\frac{3}{8}$ und $\frac{7}{8}$ gibt $\frac{10}{8}$.

Sind aber die Nenner verschieden, so müssen die Brüche, ehe man sie addiren kann, auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden. Es sollen $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ addirt werden, so ist 12 der gemeinschaftliche Nenner. Dieser Nenner ist viermal größer als 3. Wenn man daher $\frac{2}{3}$ im Zähler und Nenner mit 4 multiplicirt, so erhält man $\frac{8}{12}$, welches dem Bruch $\frac{2}{3}$, wie wir eben gesehen haben, gleich ist. Ferner ist der gemeinschaftliche Nenner dreimal größer als der Nenner des Bruchs $\frac{1}{4}$. Multiplicirt man diesen in Zähler und Nenner mit 3, so erhält man $\frac{3}{12}$. Die beiden Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ sind also den beiden $\frac{8}{12}$ und $\frac{3}{12}$ gleich, und die Summe von diesen beiden ist $\frac{11}{12}$.

§. 25.

Sind der Brüche mehrere, so ist die Sache schwieriger, und sie lassen sich dann nicht mehr so leicht weg im Kopfe überrechnen. Wenn z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ und $\frac{5}{6}$ sollen addirt werden, so ist der gemeinschaftliche Nenner $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 = 180$. Man sieht aber leicht, daß in 30 auch alle Nenner aufgehen, und da dieser kleiner, und folglich bequemer ist, so nimmt man diesen statt 180 zum gemeinschaftlichen Nenner, und schreibt die Brüche auf folgende Weise.

	30		Man sagt nemlich	
$\frac{1}{2}$	15	— $\frac{15}{30}$	2 in 30	15 mal also $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$
$\frac{1}{3}$	10	— $\frac{10}{30}$	3 in 30	10 mal also $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$
$\frac{2}{5}$	6	— $\frac{12}{30}$	5 in 30	6 mal also $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$
$\frac{5}{6}$	5	— $\frac{25}{30}$	6 in 30	5 mal also $\frac{5}{8} = \frac{25}{30}$

Summa $\frac{62}{30} = 2\frac{2}{30}$.

Sobald man auf diese Weise lauter Brüche von gleichen Nennern erhalten hat, so hat die Addition weiter keine Schwierigkeiten.

1. Anmerk. Man hätte der Kürze wegen die gemeinschaftlichen Nenner 30 unter jedem Bruche weglassen können, da er schon einmal oben an stand. Folgendes Beispiel wird zeigen, wie man die Brüche auf die kürzeste Weise addiren kann. Der gemeinschaftliche Nenner ist 36.

	36		
$\frac{2}{3}$	12 — 24	die 24 bedeutet	$\frac{24}{36}$
$\frac{3}{4}$	9 — 27	die 27 —	$\frac{27}{36}$
$\frac{2}{6}$	6 — 12	die 12 —	$\frac{12}{36}$
$\frac{1}{18}$	2 — 2	die 2 —	$\frac{2}{36}$

Summa $1\frac{29}{36}$ 36 : 65 ($1\frac{29}{36}$
$\frac{36}{29}$

2. Anmerk. Den gemeinschaftlichen Nenner findet man immer, wenn man alle Nenner in einander multipliciret. $3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 18 = 1296$. Dieses wäre der gemeinschaftliche Nenner gewesen. Indeß

deß da 6 und 3 Faktoren von 18 sind, so wußte man auch, daß der Nenner für 18 auch für diese passen würde. Nun ist 2 das gemeinschaftliche Maaß für 4 und 18, also war 2 mal 18 der gemeinschaftliche Nenner für $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{6}$ und $\frac{1}{18}$.

3. Anmerk. Das Addiren der Brüche zu ganzen Zahlen oder ganze Zahlen die Brüche bey sich haben zu einander, hat, wie man aus folgendem sieht, gar keine Schwierigkeit.

$$\begin{array}{r|rcr}
 & \multicolumn{3}{l}{\underline{36}} \\
12\frac{2}{3} & 12 & — & 24 \\
7\frac{3}{4} & 9 & — & 27 \\
11\frac{2}{6} & 6 & — & 12 \\
9\frac{1}{18} & 2 & — & 2 \\
\cline{2-4}
1 & \multicolumn{3}{l}{36 : 65 \; (1\frac{29}{36}} \\
\hline
40\frac{29}{36} & \multicolumn{3}{l}{\quad \frac{36}{29}}
\end{array}$$

Aufgabe. Man addire $9\frac{3}{7}$, $8\frac{2}{3}$, $11\frac{1}{8}$ und $7\frac{1}{5}$ zusammen.

Ferner $112\frac{13}{14}$, $117\frac{14}{15}$ und $3\frac{17}{18}$.

Das Abziehen der Brüche.
(Subtrahiren.)

§. 26.

Sind die Nenner von zwei Brüchen dieselben, so hat das Abziehen keine Schwierigkeit. Da man nur die Zähler von einander abzuziehen braucht. Es soll von $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{8}$ abgezogen werden, so bleibt $\frac{4}{8}$ übrig.

Sind die Nenner verschieden, so bringt man vorher beide Brüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner, und zieht sie dann ab. Es soll z. B. von $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{5}$ abgezogen werden:

$$\begin{array}{r|l} & \quad 40 \\ \frac{7}{8} & 5 - \frac{35}{40} \\ \div \frac{3}{5} & 8 - \frac{24}{40} \\ \hline \text{Rest } \frac{11}{40} & \end{array}$$

Soll von einer ganzen Zahl ein Bruch abgezogen werden, z. B. $\frac{2}{3}$ von 6, so muß man vorher der Zahl folgende Form geben: $5\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$.

Die Vervielfältigung mit Brüchen. (Multiplication.)

§. 27.

Wenn eine ganze Zahl mit einem Bruche soll multiplicirt werden, so heißt das: man soll die Zahl so oft vervielfältigen, als der Bruch andeuten soll. Z. B. 6 soll durch $\frac{2}{3}$ vervielfacht werden, so ist dieses so viel, als 6 zwei Drittelmal zu nehmen. Oder 6 in 3 Theile zu theilen, und hievon 2 zu nehmen. Nun ist der dritte Theil von $6=2$ also zwei Drittel sind 4. oder $\frac{2 \cdot 6}{3}$.

Hieraus fließt die Regel: Man multiplicirt die ganze Zahl mit dem Zähler des Bruchs, und dividirt das Produkt mit dem Nenner.

Aufgaben. Es soll 14 mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden. $\frac{14 \cdot 3}{4} = 10\frac{1}{2}$. Ferner $18 \cdot \frac{4}{5} = \frac{18 \cdot 4}{5} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5}$.

Anmerk. Oft können die Anfänger nicht gut begreifen, warum bei einer Multiplication mit einem Bruche, das Produkt kleiner wird, da sie aus den ganzen Zahlen gewohnt sind, daß das Produkt immer größer war, als der Multiplikandus.

Aber

Aber die Multiplication ist keine *Vermehrung* sondern eine *Verfielfachung*. Vervielfältige ich eine Zahl mit 3, so bekomme ich das Dreyfache. Vervielfältige ich sie mit zwei, so bekomme ich das Zweifache, — mit 1 das Einfache und mit $\frac{2}{3}$ das Zweydrittelfache, und da $\frac{2}{3}$ kleiner als 1 ist, so ist es auch kleiner als das Einfache, und das Produkt ist kleiner als der Multiplicandus.

In allen den Fällen, wo der Multiplicator kleiner als Eins ist, also ein Bruch, ist das Vervielfachen kein Vermehren. Nur wenn er größer ist als 1 ist das Vervielfachen ein Vermehren.

Gewöhnlich kommt diese irrige Vorstellung bei Anfängern daher, daß man ihnen die Multiplication aus der Addition herleitet. Dieses ist irrig, denn beide Rechnungsarten sind in ihren Grundbegriffen wesentlich von einander verschieden, obschon sie auf den ersten Blick eine anscheinende Aehnlichkeit haben.

§. 28.

Soll ein Bruch mit einem andern multiplicirt werden, z. B. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{8}$, so heißt dieses: man soll $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ mal nehmen, oder man soll von $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ nehmen.

Dieses heißt mit andern Worten: Man soll die Zahl $\frac{3}{4}$ in 8 Theile theilen, und hievon 5 nehmen. Der 8te Theil von $\frac{3}{4}$ aber ist $\frac{3}{4.8} = \frac{3}{32}$, denn da von $\frac{1}{4}$ der achte Theil $\frac{1}{32}$ ist, so ist von $\frac{3}{4}$ der achte Theil dreimal größer, also $\frac{3}{32}$. Nimmt man diese $\frac{3}{32}$ fünfmal, so hat man $\frac{15}{32}$. Also $\frac{3}{4} . \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$.

Hieraus fließt folgende Regel: Wenn ein Bruch mit dem andern multiplicirt werden soll, so multiplicire man Zähler mit Zähler und Nenner mit

Nen-

Nenner. Der neue Bruch, der dann entsteht, ist das gesuchte Produkt.

§. 29.

Es kommt sehr häufig vor, daß man zwei ganze Zahlen miteinander zu multipliciren hat, die beide Brüche haben. Z. B. $121\frac{2}{3}$ mit $82\frac{3}{4}$.

Hiebei ist die Regel folgende: Man multiplicire erstlich die beiden ganzen Zahlen in einander. Dann die ganze Zahl des Multiplicandus mit dem Bruch des Multiplicators. Ferner den Bruch des Multiplicandus mit der ganzen Zahl des Multiplicators, und endlich noch beide Brüche miteinander.

Beispiel:

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 121\frac{2}{3} & \\
 & \underline{82\frac{3}{4}} & \\
 & 242 & \\
 & 968 & \quad 12 \\
\cline{3-3}
 & 90\frac{3}{4} & 3 - 9 \\
 & 54\frac{2}{3} & 4 - 8 \\
 & \frac{6}{12} & 1 - 6 \\
\cline{3-3}
 & \underline{\hat{1}} & 12 : 23\ (1\frac{11}{12} \\
\text{Summa} & 10067\frac{11}{12} & \quad\ \frac{12}{11}
\end{array}
$$

Da die ganze Auflösung auf dem 27 und 28ten §. beruht, nemlich auf der Multiplication einer ganzen Zahl mit einem Bruch, und auf der eines Bruchs mit einem Bruche, so hat sie weiter keine Schwierigkeit, und man sieht leicht die Richtigkeit des Verfahrens ohne fernern Beweiß ein.

Aufgaben. Es soll $113\frac{7}{9}$ mit $12\frac{3}{11}$ multiplicirt werden. Ferner $12\frac{7}{17}$ mit $11\frac{3}{19}$. Ferner $121\frac{7}{13}$ mit $3\frac{77}{103}$.

1. Anmerk. Man muß sich hierbey erinnern, daß es völlig einerley ist, ob man $\frac{3}{4}$ mit 8 multiplicieret, oder 8 mit $\frac{3}{4}$. Eben so erhält man dasselbe Resultat ob man $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{6}$ oder $\frac{5}{6}$ mit $\frac{2}{3}$ multipliciret.

2. Anmerk. Man kann auch beyde Zahlen mit ihren Brüchen in Bastardbrüche verwandeln und diese dann der größeren Bequemlichkeit wegen mit einander multipliciren. Ich will obiges Beyspiel nehmen: $121\frac{2}{3} = \frac{365}{3}$ und $82\frac{3}{4} = \frac{331}{4}$. Ferner $\frac{365}{3} \cdot \frac{331}{4} = \frac{120815}{12} = 10067\frac{11}{12}$.

Von dem Theilen durch Brüche.
(Division.)

§. 30.

Soll eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt werden, z. B. 12 durch $\frac{3}{4}$, so will man wissen, wie oft $\frac{3}{4}$ in 12 enthalten ist. Da 1 schon zwölfmal in 12 enthalten ist, so wird $\frac{3}{4}$, welches kleiner als 1 ist, noch öfter darin enthalten seyn, und der Quotient wird größer als der Dividendus.

Anmerk. Den Anfängern, welche bloß mit ganzen Zahlen gerechnet haben, pflegt dieses auffalland zu seyn, weil die Division eine Theilung ist. Aber es ist natürlich, daß der Quotient, welcher anzeigt, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten ist, immer um so größer werden muß je kleiner der Divisor ist, wenn der Dividendus derselbe bleibt. So gehen in einen Scheffel mehr Senfkörner als Erbsen — und mehr Erbsen als Nüsse.

§. 31.

Um also eine ganze Zahl durch einen Bruch zu dividiren, so verwandelt man sie in einen Bastard-

bruch,

bruch, der mit dem Divisor gleichen Nenner hat, und verrichtet die Division ohne Schwierigkeit. Z. B. 12 ist gleich $\frac{48}{4}$. Da nun $\frac{3}{4}$ der Divisor ist, so sieht man leicht, daß dieser 16 mal in $\frac{48}{4}$ enthalten ist, weil 3 in 48 sechszehnmal ist.

Hieraus folgt die Regel. Man kehre den Divisor um, und multiplicire dann mit dem Zähler und dividire mit dem Nenner. Z. B. $12 : \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} = \frac{48}{3} = 16$.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellt nicht allein aus dem vorigen, sondern auch daraus, daß die Division immer das umgekehrte von der Multiplication ist.

§. 32.

Soll ein Bruch durch einen andern dividiret werden, so hat das keine Schwierigkeit wenn beide gleiche Nenner haben. Soll z. B. $\frac{6}{8}$ mit $\frac{2}{8}$ dividiret werden, so sieht man leicht daß $\frac{2}{8}$ dreimal in $\frac{6}{8}$ enthalten ist.

Haben Dividendus und Divisor verschiedene Nenner, so bringt man sie vorher auf einen gemeinschaftlichen, und dividirt sie dann. Es soll z. B. $\frac{20}{24}$ durch $\frac{1}{3}$ dividirt werden. So ist dieses so viel, als wenn man $\frac{60}{72}$ durch $\frac{24}{72}$ dividiren sollte, da diese beyden Brüche jenen gleich sind. Man sieht daß der letzte $2\frac{1}{2}$ mal in ersterem enthalten ist. — Kehrte man nach der obigen Regel den Divisor um, so hätte man dasselbe erhalten. $\frac{20}{24} : \frac{1}{3} = \frac{20}{24} \times \frac{3}{1} = \frac{60}{24} = 2\frac{1}{2}$.

§. 33.

Sollen zwei ganze Zahlen mit einander dividirt

dirt werden, wovon entweder eine oder beide Brüche haben, so verwandle man sie vorher in Bastardbrüche, kehre dann den Divisor um, und multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Es soll z. B. $34\frac{2}{3}$ durch $11\frac{1}{5}$ dividirt werden. $34\frac{2}{3} = \frac{104}{3}$ und $11\frac{1}{5} = \frac{56}{5}$. Ferner $\frac{104}{3} \times \frac{5}{56} = \frac{520}{168} = \frac{65}{21}$.

Aufgaben. Es soll $17\frac{3}{7}$ mit $2\frac{1}{5}$ dividirt werden. Ferner $23\frac{1}{9}$ mit $18\frac{33}{35}$.

Anmerk. Es kommen wohl einmal Brüche vor, die einen doppelten Nenner haben. Man multipliciret dann beyde Nenner und erhält nun einen, welcher viel bequemer ist. Z. B. $\frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{1}{18}$. Ein drittel sechstel ist gleich ein achtzehntel.

§. 34.

Es kommt zu Zeiten die Aufgabe vor: einen Bruch durch die möglichst kleinsten Zahlen im Nenner und Zähler auszudrücken, ohne seinen Werth zu ändern.

Bekanntlich geschieht dieses dadurch, daß man Zähler und Nenner durch die möglichst größte Zahl dividirt, und es ist dieselbe Aufgabe, die wir eben hatten; das gemeinschaftliche Maas, zweier Zahlen zu finden.

Auflösung.

1) Man dividire den Zähler in den Nenner. Geht dieses auf, so ist der Zähler selbst das größte gemeinschaftliche Maas. Z. B. der Bruch $\frac{16}{64}$ soll auf die kleinsten Zahlen gebracht werden.
16 : 64 (4. Hier ist der Zähler 16 das größte ge-
64 mein-

meinschaftliche Maas, und der kleinste Ausdruck für diesen Bruch ist $\frac{1}{4}$.

2) Geht dieser nicht im Dividendus auf, so bleibt ein Rest. Wenn dieser Rest nun im Divisor aufgeht, so ist dieser das größte gemeinschaftliche Maas. Z. B. der Bruch $\frac{18}{42}$ soll auf die kleinsten Zahlen gebracht werden.

18 : 42 (2
36
6 : 18 (3
18

Hier ist 6 das gemeinschaftliche Maas und der Bruch $= \frac{3}{7}$.

Geht nemlich der Rest im Devisor auf, so ist er, wie man leicht sieht, sein Maas. Aber er wird auch im Divdendus aufgehen, weil der Dividendus erstens aus dem Vielfachen des Divisors und zweitens aus dem Reste selber besteht.

Hier war z. B. der Rest 6 dreimal im Divisor 18 enthalten, und dieser Divisor wieder zweimal im Dividendus + dem Reste 6, nemlich $2 \cdot 18 + 6 = 42$.

3) Geht der Rest nicht im Divisor auf, so bleibt wieder ein Rest übrig. Nun macht man diesen zum Divisor und den ersten Rest zum Dividendus. Gehen diese beide in einander auf, so ist dieser zweite Rest das größte gemeinschaftliche Maas beider Zahlen. Z. B. der Bruch $\frac{18}{44}$ soll auf die kleinsten Zahlen gebracht werden.

18 : 44 (2
36
8 : 18 (2
16
2 : 8 (4

Hier

Hier ist die Zahl 2 das größte gemeinschaftliche Maas für Zähler und Nenner. — Der Beweis wird hiebey wie im vorigen geführt.

Auf diese Weise fährt man fort, bis man endlich im Reste 1 findet; dieses ist ein Zeichen, daß 1 das größte gemeinschaftliche Maas ist, und daß keine Verkleinerung für den Bruch möglich sey.

Aufgabe der Brüche: $\frac{6}{44}$, $\frac{7}{44}$, $\frac{8}{44}$ sollen auf ihre kleinsten Zahlen gebracht werden.

Ferner die Brüche: $\frac{1561}{1575}$ und $\frac{4191}{4301}$.

Anmerk. Daß man auf diesem Wege eine Zahl findet, die beyde Zähler und Nenner ohne Rest dividiret, ist aus dem vorigen klar. Daß aber die Zahl auch zugleich die möglichst größte sey, die statt findet, sieht man leicht aus 2 ein. Denn der Dividendus besteht aus dem vielfachen des Divisors + einmal dem Reste. (2 . 18) + (1 . 6). Da nun der Rest in beiden Theilen des Dividendus aufgehen muß, und da es für den zweiten Theil kein größeres Maaß giebt, als der Rest selber (nemlich 6 in 6 einmal) so gibt es auch für die ganze Zahl kein größeres gemeinschaftliches Maas.

Die

Die vier Rechnungsarten mit Decimalbrüchen.

§. 35.

Die Decimalbrüche sind solche, welche im Nenner eine 1 mit einer oder mehrern Nullen haben. Z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{2}{1000}$, $\frac{7}{10,000}$ u. s. w.

Sie sind in der Rechnung viel leichter als die anderen Brüche, von denen wir bis jetzt gehandelt haben, weil sie dasselbe Decimalgesetz befolgen, welches bey den ganzen Zahlen statt findet.

Um das Wesen der Decimalbrüche recht einzusehen, muß man sich wieder an folgendes erinnern:

Wen man eine Zahl, z. B. 783 schreibt, so steht die 7 in der Stelle der Hunderter, die 8 in der Stelle der Zehner und die 3 in der der Einer. Jede folgende Stelle ist also zehnmal kleiner, als die vorige. Schreibt man nun nach demselben Gesetz hinter die 3 noch eine Ziffer, z. B. 783,5 so muß diese 5 zehnmal kleiner seyn als die vorige, und da die 3 schon in der Stelle der Einer stand, so steht die 5 in der der Zehntel und die Zahl heißt $783\frac{5}{10}$.

Schreibt man hinter die 5 noch eine Zahl, z. B. 7, so ist diese in einer Stelle, die wieder zehnmal kleiner ist, wie die vorige, also in der der Hundertel, und die Zahl 783,57 heißt $783\frac{5}{10}$ und $\frac{7}{100}$.

Es würde indessen eine unnöthige Weitläuftigkeit machen, die Zahlen auf diese Weise zu schreiben, und da die Decimalbrüche dasselbe Gesetz befolgen,

folgen, wie die ganzen Zahlen, so schreibt man sie auch auf dieselbe Weise, und setzt da ein Comma hin, wo die ganzen Zahlen und die Brüche sich berühren, hier z. B. zwischen die 3 und 5.

Da die Decimalbrüche dasselbe Gesetz befolgen wie die ganzen Zahlen, so kann man sie auch gerade auf dieselbe Weise addiren, wie diese.

Das Zusammenzählen der Decimalbrüche. (Addiren).

§. 36.

Man hat hierbei nur darauf zu sehen, daß alle Stellen gehörig unter einander zu stehen kommen, die Zehntel unter die Zehntel, die Hundertel unter die Hundertel u. s. w.

Aufgabe. Es soll addirt werden $121\frac{12}{100}$ $232\frac{8}{10}$ $320\frac{3}{100}$ $11\frac{5}{1000}$ und $210\frac{1}{10}$. So schreibt man diese Brüche auf folgende Weise:

$$\begin{array}{r} 121,12 \\ 232,8 \\ 320,03 \\ 11,005 \\ 210,1 \\ \hline 895,055 \end{array} = 895\tfrac{55}{1000}$$

Weil bei 320 keine Zehntel waren, so blieb die Stelle leer und wurde mit einer Null ausgefüllt. Aus demselben Grunde blieb bei $11\frac{5}{1000}$ die Stelle der Zehntel und der Hundertel leer, weil blos Tausendtel da waren.

Man sieht, daß man beym Uebereinanderschreiben nur darauf zu sehen hat, daß die Comma gehörig

gehörig in allen Zahlen übereinander stehen, weil dann von selber die Zehntel unter die Zehntel, die Einer unter die Einer kommen u. s w.

Das Abziehen der Decimalbrüche.

§. 37.

Das Abziehen der Decimalbrüche hat eben so wenig Schwierigkeiten, wie das der ganzen Zahlen, sobald man sie so geschrieben hat, daß Zehntel, Hundertel, tausendtel, gehörig übereinander stehen.

Aufgaben. Es soll von $337\frac{7}{10}$, $17\frac{7}{10}$ abgezogen werden.

337,3
17,7

Rest 319,6

Es soll von $229\frac{3}{100}$, $23\frac{5}{10}$ abgezogen werden.

229,03
23,5

Rest 205,53

Es soll von 10,0034, 6,384 abgezogen werden.

10,0034
6,384

Rest 3,6194

Das Vervielfältigen der Decimalbrüche. (Multipliciren.)

§. 38.

Nachdem man die Zahlen gehörig unter einander geschriebrn hat, so wird die Multiplication

wie

wie bei ganzen Zahlen verrichtet. Nur muß man am Ende mit dem Comma so viel Decimalstellen wegstreichen, als die beiden Faktoren zusammen haben. Hat der eine Faktor z. B. 4 und der andere 3 Decimalstellen, so muß man im Produkt 7 Decimalstellen abstreichen.

Aufgabe. Es soll $33\frac{3}{100}$ mit 13,3 multiplicirt werden.

	33,03
	13,3
	9909
	9909
	3303
Produkt	439,299

Es soll 12,32 mit 12,05 multiplicirt werden.

	12,32
	12,05
	6160
	24640
	1232
Produkt	148,4560

Da die Ziffern in den Decimalbrüchen nach demselben Gesetz geschrieben werden wie in den ganzen Zahlen, so kann man sie natürlich auch auf dieselbe Weise multipliciren.

Auch sieht man die Richtigkeit des Verfahrens leicht ein, im Produkt so viel Decimalstellen abzuschneiden, als die beiden Faktoren zusammengenommen haben, wenn man die Brüche auf gewöhnliche Weise schreibt.

Z. B. $\frac{37}{100} \times \frac{23}{1000} = \frac{851}{100000}$, wobei Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner multiplicirt wird. — Multiplicirt man diese beide Brüche auf die vorige Weise, so erhält man dasselbe Resultat.

$$\begin{array}{r} 0{,}37 \\ 0{,}023 \\ \hline 0111 \\ 074 \\ 0000 \\ \hline 0{,}00851 = \frac{851}{100000}. \end{array}$$

1. Anmerk. Man muß bey Decimalbrüchen die leeren Stellen bis ans Comma immer mit Nullen ausfüllen, um sich nicht zu irren. Auch pflegt man gewöhnlich noch in die Stelle der Einer eine Null zu setzen, wenn die Einer fehlen, um den Stand der Comma desto besser bezeichnen zu können.

2. Anmerk. Soll eine Zahl mit 10, 100 oder 1000 multipliciret werden, so braucht man, wenn sie einen Decimalbruch bey sich hat, das Comma nur um so viele Stellen zurückzusetzen. Es soll z. B. 37,896 durch 100 multipliciret werden, so ist dieses 3789,6.

Das Theilen mit Decimalbrüchen.
(Division.)

§. 39.

Hiebei kommen mehrere Fälle vor, die man der größern Deutlichkeit wegen auf folgende Weise unterscheiden kann. Das Dividiren mit Decimalbrüchen geht wie mit ganzen Zahlen, nur muß man auf das Comma achten, wo dieses in den Quotienten zu stehen kommt.

1) Hat

1) Hat blos der Dividendus Decimalstellen, der Divisor aber keine, so bekommt der Quotient so viele als der Dividendus hat. Z. B. 3:27,93 (9,31.

2) Hat der Divisor welche, aber der Dividendus keine, so hängt man diesem so viele Nullen an, als jener derselben hat, und der Quotient hat keine Decimalstellen.

Es soll z. B. 70 mit 3,5 dividirt werden:

3,5:70,0 (20. Oder: 35 : 700 (20.

Hiedurch wird der Divisor die ganze Zahl 35, und der Dividendus die Zahl 700. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist von selber klar.

3) Hat der Dividendus mehr Decimalstellen als der Divisor, so bekommt der Quotient so viele als dieser mehr hat.

Z. B. 3,5:70,735 (20,21.

Dieses ist aus dem vorigen klar.

4) Hat der Divisor mehr Decimalstellen als der Dividendus, so gibt man diesem so viel Nullen als ihm Stellen fehlen, und der Quotient hat keine Decimalbrüche. Z. B. 70,7 soll mit 0,35 dividirt werden: 0,35:70,70 (202.

Dieses ist aus Nr. 2 klar.

§. 40.

Wenn man bei der Division mit Decimalbrüchen auf Reste stößt, so hängt man diese hinten an den Quotienten.

Es soll z. B. 813,6 durch 454 dividirt werden.

$$
\begin{array}{rl}
454) & 813{,}6 \; (1{,}7\tfrac{418}{454} \\
& 454 \\
\hline
& 3596 \\
& 3178 \\
\hline
& 418
\end{array}
$$

 Jn=

Indes würde ein solcher Bruch im Gebrauche sehr unbequem seyn; und man drückt ihn deswegen lieber völlig in Decimaltheilen aus, indem man immer Nullen an den Dividendus hängt, und die Division so lange fortsetzt, bis der Bruch entweder aufgeht, oder bis man ihn hinlänglich genau hat.

Z. B. 454 : 813,6 (1,79207

454 :

3596

3178

An diesen Rest 4180 werden die Nullen angehängt.

4086

940

908

3200

3178

22

Dieser Decimalbruch zeigt nun bis auf ein Hunderttausendtheil genau wie oft der Divisor im Dividendus enthalten sey. — Wäre es nöthig gewesen, so hätte man leicht durch fortgesetztes Anhängen von Nullen ihn auch noch genauer finden können.

Anmerk. Durch das Anhängen von Nullen wird der Werth einer Zahl nicht gemindert, sobald die Stellen der Einer einmal durch das Comma bestimmt ist. Z. B. 8136, ist gleich 8136,00000 und ist gleich 000008136,000. Denn Nullen bedeuten nur leere Stellen, welcher an jeder Seite einer Zahl unendlich viele sind.

Das

Das Verwandeln der gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche.

§. 41.

Aus dem bisherigen ist die große Bequemlichkeit klar, welche die Decimalbrüche in den Rechnungen vor den gewöhnlichen haben.

Deswegen verwandelt man gerne die gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche. Dieses geschieht auf eine leichte Weise. Man dividirt nemlich den Zähler des Bruchs, den man verwandeln will, durch seinen Nenner.

Es soll z. B. $\frac{7}{8}$ in einen Decimalbruch verwandelt werden, so geschieht dieses auf folgende Weise.

8 : 7,000 (0,875 d. h. $\frac{7}{8}$ ist gleich $\frac{875}{1000}$.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \end{array}$$

Man hängt nemlich so viele Nullen an den Zähler bis entweder kein Rest bei der Division bleibt, oder bis man den Decimalbruch doch so genau hat als man ihn verlangt.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens sieht man leicht auf folgende Weise ein: Es ist aus dem vorigen bekannt, daß wenn man einen Bruch im Zähler und Nenner mit derselben Zahl dividirt, er seinen Werth nicht mindert. Nun ist aber das vorige Verfahren im Grunde folgendes:

$\frac{8}{8} : \frac{7}{8} \left(\frac{0,875}{1,000}\right.$, wobei mit derselben Zahl Zähler und Nenner dividirt wird.

Es

Es kann auch der Fall vorkommen, daß man einen Decimalbruch in einen andern verwandeln soll, der einen gegebenen Nenner hat. Z. B. $\frac{875}{1000}$ in einen Bruch, dessen Nenner 24 ist.

Man multiplicirt dann Zähler und Nenner mit der Zahl, welche der künftige Nenner seyn soll.

Z. B. $\frac{24 \times 875}{24 \times 1000}$ ($= \frac{21000}{24000} = \frac{21}{24}$.

Weil Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt werden, so ändern sich zwar die Ziffern des Bruchs, aber nicht sein Werth. S. §. 23.

§. 42.

Das Verwandeln der Brüche in Decimalbrüche kommt vorzüglich beim Addiren vor, wo es einem das Aufsuchen eines allgemeinen Nenners erspart.

Soll z. B. $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{7}$ und $\frac{1}{11}$ zusammen addirt werden, so ist 4620 der allgemeine Nenner, und die Brüche erhalten folgende Form:

$$\frac{924}{4620}\ \frac{1155}{4620}\ \frac{1540}{4620}\ \frac{1980}{4620}\ \frac{420}{4620}.$$

Statt sie auf einen allgemeinen Nenner zu bringen, verwandelt man sie in Decimalbrüche, und schreibt sie untereinander.

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ 0,2 \\ 0,3333 \\ 0,4285 \\ 0,0909 \\ \hline 1,3027 \end{array}$$

Hiebei hat man zugleich den Vortheil, daß man in der Summe nun auch gleich einen Decimalbruch hat, mit dem sich bequem fortrechnen läßt.

Aufgabe. Es sollen die Brüche $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{11}$ und $\frac{1}{17}$ in Decimalbrüche verwandelt, und zu einander addirt werden.

Die

Die vier Rechnungsarten in benannten Zahlen.

§. 43.

Wir haben bis jetzt die Zahlen im allgemeinen betrachtet, ohne auf die Art der Dinge zu sehen, die sie bezeichnen. — Wird die Art der Dinge genannt, welche sie bezeichnen, z. B. Pfunde, Loth, Quentchen, so heißen sie benannte Zahlen.

Wenn bei unseren Maaßen und Gewichten durchaus das Decimalsystem zum Grunde läge, so wären die Rechnungsarten in benannten Zahlen von denen in unbenannten fast in nichts unterschieden, weil sie dann bei ihren Eintheilungen dasselbe Gesetz befolgten, welches wir beim Schreiben unserer Zahlen haben. — Allein 1 Pf. wird nicht in 10, sondern in 32 Loth getheilt — ein Thaler nicht in 10, sondern in 24 Ggroschen, und so gehen alle unsere alten Eintheilungen nach einem anderen Gesetze als unsere Zahlen. — Man muß deswegen immer auf die Art der Eintheilung sehen, sobald man mit Zahlen rechnet, welche sich auf Münzen, Maaße und Gewichte beziehen.

Bei den neuen französischen Münzen, Maaßen und Gewichten hingegen, bedarf man dieses fast gar nicht, weil alle ihre Nebenabtheilungen nach dem Decimalsystem sind. — So hat z. B. die Ruthe 10 Ellen, die Elle 10 Hand, die Hand 10 Finger, der Finger 10 Linien. So hat das Pfund 10 Unzen, die Unze 10 Gran. So hat der Scheffel 10 Becher, der Becher 10 Maaß, das Maaß 10 Schöbchen.

Das Addiren in benannten Zahlen.

§. 44.

Man schreibt alle Zahlen derselben Art gehörig unter einander, und zieht dann jede Art für sich zusammen.

Z. B.	3	Centner	8	Pfund	28	Loth
	5	⸗	3	⸗	17	⸗
	8	⸗	4	⸗	12	⸗
Summa	16	⸗	15	⸗	57	⸗

Da 57 Loth = 1 ℔ 25 Loth sind, (weil das ℔ 32 Loth hat) so schreibt man lieber das 1 ℔ zu den Pfunden, und läßt hinten bloß die 25 Loth stehen. Wo es dann heißt 16 Centn. 16 Pfund 25 Loth.

Beispiele:	7	Thlr.	18	Ggr.	6	Pfennige
	3	⸗	17	⸗	8	⸗
	11	⸗	12	⸗	2	⸗

Da der Thlr. 24 Ggr. und der Ggr. 12 Pf. hat.

14	Morgen	93	Ruthen	20	Ellen
9	⸗	20	⸗	97	⸗
24	⸗	14	⸗	17	⸗

Weil der Morgen 100 Ruthen und die Ruthe 100 Quad. Ellen hat.

Das

Das Abziehen in benannten Zahlen.

§. 45.

Man schreibt die Zahlen so übereinander, daß die grössere oben kommt, und wenn in einer Stelle, z. B. in den Lothen die untere grösser ist als die obere, so borgt man in der obern Stelle 1 dazu, und verrichtet das Abziehen wie gewöhnlich.

34	Centn.	8	Pf.	10	Loth.
÷ 3	=	2	=	22	=
31	=	5	=	20	=

Weil von 10 Loth keine 22 können abgezogen werden, so wird 1 ℔ oder 32 Loth geborgt. Dieses macht mit den 10 Loth zusammen 42 von denen ohne Mühe die 22 Loth können abgezogen werden.

Die Multiplication in benannten Zahlen.

§. 46.

Hierbei ist der Multiplicator immer eine unbenannte Zahl.

Aufgabe. Es soll 34 Centn. 2 Pf. und 17 Loth mit 8 multipliciret werden.

Dieses macht 272 Centn. 16 Pf. 136 Loth. Oder da 32 Loth auf 1 ℔ gehen, 272 Centn. 20 Pf. 8 Loth.

Die Division in benannten Zahlen.

§. 47.

Hiebei ist der Divisor eine unbenannte Zahl, und der Dividendus eine benannte, wenn durch

die

die Division die letztere in eine gewisse Anzahl Theile getheilt werden.

Z. B. 24 Centn. 30 ℔ 12 Loth sollen durch 3 dividiret werden, so ist dieses 8 Centn. 10 ℔ 4 Loth.

Soll aber durch die Division gefunden werden, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten sey, so sind beide benannte Zahlen. Z. B. wie oft ist 3 ℔ 4 Loth in 30 ℔ 16 Loth enthalten.

In diesem Falle bringt man beide Zahlen auf die kleinste Gattung und dividiret sie dann in einander. 3 ℔ 4 Loth = 100 Loth und 30 ℔ 16 Loth sind 976 Loth. Die erste Zahl ist also in der letzten 9,76 mal enthalten. — Der Quotient ist also eine unbenannte Zahl. Im ersten Falle hingegen, wo der Divisor eine unbenannte Zahl war, war der Quotient eine benannte.

Anmerk. In den vorigen Beispielen gieng 3 in 24 Centn. 30 ℔ 12 Loth auf. Wären es 31 ℔ gewesen, so blieb 1 ℔ übrig. Dieses hätte man dann mit 32 zu Loth gemacht, hiezu die 12 addirt, macht 44, und diese dann mit 3 getheilt, gibt $11\frac{1}{3}$. Man sieht hieraus, wie man in solchen Fällen verfährt, wo der Divisor in einer Stelle der benannten Zahl nicht aufgeht.

§. 48.

Indem ich die Lehre von den vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen, in Brüchen und in benannten schließe, kann ich nicht unterlassen noch einmal zu erinnern, daß sie das Fundament der ganzen Rechenkunst ist; — und daß man sie sich daher ganz zu eigen machen muß.

Sie zu fassen ist für den nicht schwer, der das Wahre des Decimalsystems, welches wir beim

Zählen

Zählen und Schreiben der Zahlen befolgen, wohl begriffen hat.

Dieses ist nicht schwer, wenn man die Entstehung der Dekadik oder des Zählens bis auf 10, bis auf ihren Grund nachforscht. Bloß der Umstand, daß wir 10 Finger haben ist die Veranlassung, daß wir bis auf 10 zählen. Hätten wir 12 Finger, so zählten wir höchstwahrscheinlich bis 12, wo wir dann noch zwei einfache Zahlzeichen (Ziffern) haben müßten, die wir jetzt nicht bedürfen. Uebrigens würde dann das Duodecimalsystem nach denselben Gesetzen gehen, die jetzt das Decimalsystem befolgt. Man zählte dann mit Absätzen von 12 zu 12, statt von 10 zu 10, und 12 solcher Absätze (oder 144) würde einen großen Absatz bilden, der das wäre, was jetzt bey uns die 100 ist, und 12 von diesen oder 1728 wäre dann das, was bei uns die Tausende sind.

Es ist wirklich vor einigen Jahren vorgeschlagen worden, statt bis auf 10 zu zählen, dieses Duodecimalsystem (wo bis auf 12 gezählt wird) einzuführen. Man hielt es für bequemer, weil man dann die Grundzahl mit 2, 3, 4 und 6 theilen könnte ohne einen Bruch zu bekommen, welches man mit 10 nicht kann. — Allein dieser Vortheil wäre auf jeden Fall zu unbedeutend, um eine so unvernünftige Aenderung des Decimalsystems zu machen, welches alle Völker des Erdbodens angenommen haben, da alle 10 Finger haben.

Das Decimalsystem, die Buchstabenschrift und die Buchdruckerei gehören zu den größten und wohlthätigsten Erfindungen, indeß da wir an ihren Besitz gewöhnt sind, so denken wir wenig darüber nach.

nach, wie es in der Welt seyn würde, wenn diese Erfindungen, welche die Grundlage aller Cultur sind, nicht wären gemacht worden.

Schreibt man die Zahlen so wie Griechen und Römer sie schrieben, das heißt mit Zahlzeichen, denen die verschiedenen Stellen, auf denen sie stehen, keinen zehnfach größern oder geringeren Werth geben, so kann man Rechnungen, wie z. B. die Logarithmen erfordern, gar nicht machen, denn mit der Größe der Zahlen wächst die Menge der Ziffern in einem schnell steigenden Verhältnisse.

Um nur eine Zahl wie z. B. 9,879,398 zu schreiben, hatten die Römer schon 109 Zeichen oder Buchstaben nöthig. Nemlich: IↃↃↃↃↃ CCCCIↃↃↃↃ CCCCIↃↃↃↃ CCCCIↃↃↃↃ CCCCIↃↃↃↃ IↃↃↃↃ CCCIↃↃↃ CCCIↃↃↃ CCCIↃↃↃ IↃↃↃ CCIↃↃ CCIↃↃ IↃↃ CIↃ CIↃ CIↃ CIↃ CCC L XXXX V III.

Hätte die Zahl noch eine 9 mehr gehabt, z. B. 99,879,398, so würden die Römer noch 51 Zeichen mehr gebraucht haben um sich auszudrücken. Denn bei ihnen war D = 500. M oder CIↃ = 1000, CCIↃↃ = 10,000, CCCIↃↃↃ = 100,000 u. s. w.

Also das, was uns jetzt nur ein Zahlzeichen mehr kostet, dazu hätten sie 51 gebraucht. Hätte die Zahl zwei 9 statt einer erhalten, so hätten sie 111 Buchstaben mehr gebraucht. — Auch sieht man, daß Zahlen, welche auf diese Weise geschrieben sind, sich weder bequem mit einander multipliciren noch dividiren lassen. Es würde für die Römer leichter gewesen seyn, eine Heerstraße aus Italien nach Deutschland unter den Alpen hindurch zu brechen, als mit ihren Zahlzeichen nur eine Logarithmische Tabelle zu berechnen.

Von

Von den Quadratzahlen und dem Ausziehen der Quadratwurzeln.

§. 49.

Wenn man eine Zahl mit sich selber multipliciret, so heißt das Produkt, welches man erhält, das Quadrat dieser Zahl, und die Zahl selber heißt die Wurzel. Z. B. $8 \cdot 8 = 64$. So ist 64 das Quadrat von der Wurzel 8.

Aufgabe. Ein Land, welches 12 Meilen lang und 12 Meilen breit ist, wie viele Quadratmeilen hat das?

§. 50.

Für alle Wurzeln, die nicht mehr als eine Stelle haben, findet man die Quadrate in folgendem Täfelchen, eben so wie man im Ein mal Eins die Produkte aller Zahlen findet, die nicht mehr als eine Stelle haben.

Wurzel	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Quadrat	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81.

§. 51.

Soll man aus einer Zahl die Wurzel ziehen, so geschieht dieses mit Hülfe dieses Täfelchen, durch eine Art von Division, wobei sich bei jeder Stelle der Divisor ändert.

Um dieses zu begreifen, muß man erst sehen, wie eine Quadratzahl aus ihrer Wurzel durch die Multiplication entsteht, damit man nachher umgekehrt durch die Division aus der Quadratzahl die Wurzel wieder herleiten könne.

Es soll eine Zahl von zwei Stellen, z. B. 13, zum Quadrat erhoben werden.

13	Das Quadrat von 13 ist aso 169.
13	Die Wurzel 13 besteht aus zwei Theilen, aus 10 und 3, und das Quadrat 169 besteht aus vier Theilen. Nemlich:
9	
30	
30	
100	
169	

1) Dem Quadrat des zweiten Theils	3 . 3 =	9
2) aus dem Produkt des ersten in den zweiten	3 . 10 =	30
3) aus dem Produkte des zweiten in den ersten	10 . 3 =	30
4) aus dem Quadrat des ersten Theils	10 . 10 =	100
		169

Da Nr. 2 und 3 einander gleich sind, so drückt man diesen Satz noch kürzer auf folgende Weise aus.

Das Quadrat einer zweitheiligen Wurzel besteht:

1) Aus dem Quadrat des ersten Theils,
2) aus dem doppelten Produkt des ersten in der zweiten,
3) aus dem Quadrat des zweiten Theils.

§. 52.

Jede Quadratzahl, deren Wurzel nur 2 Stellen hat, hat selber nicht mehr als 3 oder 4 Stellen.

Denn wenn die Wurzel zwei Stellen hat, so ist sie größer als 10, und kleiner als 100, folglich ihr Quadrat größer als 100, und kleiner als 10000. Jede Zahl aber, die größer als 100, und kleiner als 10000 ist, wird entweder mit 3 oder mit 4 Ziffern geschrieben.

Wenn man also eine Zahl von 3 oder 4 Stellen hat, so weiß man, daß ihre Wurzel zwei Stellen haben wird, und daß diese 1tens aus dem Quadrat der ersten Stelle, 2tens aus dem doppelten Produkt der ersten Stelle in die zweite, und 3tens aus dem Quadrat der zweiten Stelle besteht.

Dieses ist alles, was vorher bekannt ist, ehe man anfängt die Wurzel auszuziehen, welches eine Art von Division ist, bei der beide der Divisor sowohl als der Quotient unbekannt sind, und wovon man blos weiß, daß sie sich einander gleich sind.

Das erste, was man thut, ist, daß man die Zahl in Classen eintheilt, so daß zwei und zwei Ziffern in eine Classe kommen, wobei man hinten anfängt. Besteht sie nur aus 3 Stellen, so kommt in die erste Classe nur eine Ziffer. Z. B. |1|69. Da eine solche Zahl eine zweitheilige Wurzel hat, so sieht man leicht ein, daß man gerade so viele Classen erhält, als die Wurzel Ziffern haben wird.

In der ersten Classe ist nun das Quadrat des ersten Theils die Wurzel, und in der zweiten Classe ist das Quadrat des zweiten Theils, nebst dem doppelten Produkt des ersten in den zweiten.

§. 53.

Nach diesen Vorbereitungen ist es nun leicht, die Wurzel zu finden. Wir wollen wieder das vorige Beispiel nehmen:

In

In der ersten Stelle ist das Quadrat vom ersten Theil der Wurzel. Da diese Stelle = 100 ist, so ist der erste Theil der Wurzel 10 und der Quotient also auch 10. Nachdem man die zweite Stelle heruntergezogen, so nimmt man den ersten Theil der Wurzel doppelt, (also 20) und dividirt damit in 69. Dieses geht 3mal. Diese 3 ist der zweite Theil der Wurzel. Das Quadrat vom zweiten Theile ist 9, und das doppelte Produkt des ersten Theils in den zweiten 2 mal 3 mal 10 = 60, und hiezu 9, macht

1	69	10
		3
1	00	
0	69	
	69	
	00	

Zweites Beispiel: Man soll die Wurzel aus 441 ziehen.

Die Wurzel des ersten Theils ist 20 und das Quadrat =

4	41	20
4	00	1
	41	
	41	
	00	

Den ersten Theil doppelt genommen, gibt 40. Diese 40 in die zweite Classe dividirt, geht 1mal, also ist 1 der zweite Theil der Wurzel. Das Quadrat des zweiten Theils plus dem doppelten Produkt des ersten in den zweiten ist 1 + (2 . 20) =

Drittes Beispiel: Man soll die Wurzel von 1225 suchen. Da die Zahl nur 4 Stellen hat, so sieht man gleich, daß die Wurzel eine zweitheitheilige ist.

Die

Die nächste Wurzel von 1200 ist 30	12|25 (30
ihr Quadrat =	9|00 5
Den ersten Theil der Wurzel doppelt genommen, macht 60. Dieses geht in 325 5mal, also ist 5 der zweite Theil der Wurzel.	3 25
Das doppelte Produkt des ersten Theils in den zweiten + dem Quadrat des zweiten Theils (30 . 5 = 150 150 . 2 = 300 + 25) ist =	325
	00

Anmerk. In dem letzten Beispiele enthält die erste Classe außer dem Quadrat des ersten Theils auch noch einen Theil vom Produkte des ersten Theils der Wurzel in den zweiten. Nachdem aber das Quadrat 900 davon abgezogen war, so blieb das, was zum Produkte gehörte übrig und kam zur zweiten Classe, mit der es 325 machte.

Aufgaben. Aus folgenden Zahlen sollen die Wurzeln gesucht werden. 1296, 1521 und 1849?

§. 54.

Wenn eine Wurzel 3 Stellen hat, so hat die Quadratzahl 5 oder 6 Stellen. Denn die Wurzel muß größer als 100 seyn und kleiner als 1000, — in allen Zahlen aber, die zwischen 100 und 1000 liegen, ist das Quadrat größer als 10,000 und kleiner als 1,000,000 — und kann daher nicht weniger als 5, und nicht mehr als 6 Stellen haben. Z B. das Quadrat von 235 ist 55225, die Wurzel hat drei, und die Quadratzahl fünf Stellen.

Soll man aus einer solchen Zahl die Wurzel ziehen, so muß man erst sehen, wie das Quadrat einer dreitheiligen Wurzel entsteht.

Es werde die Zahl 235 zum Quadrat erhoben, und man schreibe sie so, das alle Stellen einzeln stehen bleiben:

235	Diese Zahl besteht aus	200
235		+ 30
	Nr.	+ 5
25	. . 6	Quadrat des dritten Theils.
150	. . 5	Produkt des zweiten in den dritten.
1000	. . 3	Produkt des ersten in den dritten.
150	. . 5	Produkt des zweiten in den dritten.
900	. . 4	Quadrat des zweiten Theils.
6000	. . 2	Produkt des ersten Theils in den zweiten.
1000	. . 3	Produkt des ersten in den dritten.
6000	. . 2	Produkt des ersten in den zweiten.
40000	. . 1	Quadrat des ersten Theils.
55225		

Die Zahl 55225, die eine Wurzel von 3 Stellen hat, besteht demnach:
1) Aus dem Quadrat der ersten Stelle.
2) Aus dem doppelten Produkt der ersten in die zweite.
3) Aus dem doppelten Produkt der ersten in die dritte.
4) Aus dem Quadrate der zweiten Stelle.
5) Aus dem doppelten Produkte der zweiten in die dritte.
6) Aus dem Quadrat der dritten Stelle.

Nachdem man nun die Zahl gehörig in Classen getheilt hat, so fängt man das Ausziehen der Wurzeln mit der ersten Classe an.

Die

Die nächste Wurzel von 50000 ist 200 und das Quadrat =

Das dopelte Produkt von 200 ist 400.

Dieses in 15225 geht 30mal, also ist der zweite Theil der Wurzel 30.

Das doppelte Produkt des ersten in den zweiten plus dem Quadrat des 2ten Theils ist (200 . 30) . 2 + 900 =

Das doppelte vom ersten und 2ten Theil der Wurzel ist 230 . 2 = 460. Dieses in 2325 dividiret, geht 5mal, also ist der dritte Theil der Wurzel = 5.

Das doppelte Produkt vom 1ten und 2ten Theil in den 3ten plus dem Quadrat des 3ten ist (Nemlich 230 . 2 . 5 = 2300 und hiezu 25)

5	52	25	200
4	00	00	30
1	52	25	5
1	29	00	
	23	25	
	23	25	
	00	00	

1. Anmerk. Ich habe das Ausziehen der Quadratwurzel so gestellt, daß man leicht sieht, daß es in allen Theilen gerade das Umgekehrte der Multiplication ist, und da bedarf es weiter keines Beweises von der Richtigkeit des Verfahrens, weil das eine dem andern völlig gleich ist, blos daß beim Ausziehen der Wurzel die Ordnung umgekehrt ist, denn beim Zusammensetzen der Quadratzahl fängt man mit der niedrigsten, und beim Zerlegen mit der höchsten Stelle an.

Ich finde daß die Art des Vortrags auch für den Anfänger deutlicher ist, als wenn man alles mit Worten aus einander setzt und beweist. Dieses kann ohne weitläuftig zu werden nicht geschehen, und die Weitläuftigkeit schadet immer der Klarheit. — Denn hier liegt, wie fast in allen andern Fällen, die Schwierigkeit nicht in dem Begreifen des einzelnen Satzes, sondern in dem Uebersehen des Weges, den man gegangen hat, um zu diesem Satze zu kommen, und je mehr Worte gemacht werden, desto länger wird der Weg und je schwerer ist er zu übersehen.

In diesen und vielen andern Fällen ist es für jeden gewiß leichter und bequemer, ihn selber zu suchen, als ihn aus der weitläuftigen Beschreibung eines andern kennen zu lernen.

2. Anmerk. Wenn man eine Zahl zum Quadrat erheben will, so bezeichnet man dieses mit einer kleinen ^{2}, die oben neben sie geschrieben wird. z. B. $4^2 = 16$.

Will man aus einer Zahl die Wurzel ziehen, so setzt man das Wurzelzeichen davor, z. B. $\sqrt{25} = 5$. d. h. die Wurzel aus 25 ist 5.

§. 55.

Ich habe im vorigen Beyspiele alle Zahlen hingeschrieben, um desto deutlicher die Entstehung des Quadrats und seine Wiederauflösung in die Wurzel zu zeigen.

Ich will jetzt dasselbe Exempel auf die gewöhnliche Weise hier hinsetzen.

```
        235
        235
       ----
       1175
       705
      470
   ----------
      5|52|25 (235
      4|  |
   ----   |
  4  1|52 |
     1|29 |
   -------
 46   |23|25
      |23|25
   ----------
      |00|00
```

Aufgabe: Man suche aus folgenden Zahlen die Wurzel: 19025, 226576 und 998001.

§. 56.

Jede Wurzel von 4 Stellen hat im Quadrat entweder 7 oder 8 Stellen. — Der Beweiß wird wie im vorigen geführt.

Jede Wurzel von 5 Stellen hat im Quadrat 9 oder 10 u. s. w.

Aus diesen Wurzeln entsteht die Quadratzahl auf eine ähnliche Weise wie in §. 53 und 54 bey denen von 2 und 3 Stellen ist gezeigt worden.

Auch geschieht das Wurzelausziehen aus diesen Zahlen auf dieselbe Weise, wie bei den vorigen, und es wäre daher überflüssig, es hier weitläuftig zu beschreiben.

Ich will statt dessen nur ein Beispiel anführen:

Aus der Zahl 98765432 soll die Wurzel gezogen werden. Man sieht gleich, daß diese 4 Stellen haben wird, da die Zahl 8 Stellen hat.

```
          98|76|54|32 (9938
          81|
     18   17|76|
          17|01|
    198     |75|54|
            |59|49|
   1986      16 05|32
             15 89 44
                15 88
```

§. 57.

In dem letzten Beispiele ist 9938 die Wurzel. Aber es ist hier ein Rest geblieben, welcher anzeigt, daß die Wurzel zu klein ist, und daß ausser der ganzen Zahl noch ein Bruch zur Wurzel gehöre. Wie findet man nun diesen?

Auflösung. Man hängt an den Rest immer zwei und zwei Nullen an, und setzt das Ausziehen der Quadratwurzel so lange fort, bis man die Wurzel hinlänglich genau hat.

Ich will den Rest des vorigen Beispiels nehmen.

19876	15	88	00			9938, 079
	0	00	00			
198760	15	88	00	00		
	13	91	32	49		
1987614	1	96	67	51	00	
	1	78	88	53	41	
		17	78	97	59	

Die Wurzel ist jetzt bis auf tausend Theile genau. Wollte man sie noch genauer haben, so hätte man noch mehr Nullen an den Rest hängen müssen und das Ausziehen fortsetzen.

Allein völlig genau hätte man sie nie gefunden, denn wenn die Wurzel einer ganzen Zahl nicht genau in ganzen Zahlen enthalten ist, so ist sie auch nicht genau in Brüchen enthalten.

Beweis. Eine Quadratzahl entsteht, wenn ich die Wurzel mit sich selbst multiplicire. Nun besteht aber die Wurzel entweder aus einer ganzen Zahl, oder aus einem Bruche. Ist sie eine ganze

Zahl

Zahl, so ist das Quadrat auch eine ganze Zahl, und zieht man aus dem Quadrate die Wurzel, so erhält man natürlich wieder eine ganze Zahl ohne Bruch.

Ist aber die Wurzel ein Bruch, oder eine Zahl mit einem Bruche, so wird man beim Multipliciren mit sich selbst eine Quadratzahl erhalten, die auch ein Bruch ist, oder einen Bruch bei sich hat. Denn wenn man einen Bruch mit einem Bruche multipliciret, so wird man im Produkte immer wieder einen Bruch erhalten. Z. B. das Quadrat von 0, 34 ist = 0, 1156 und das Oradrat 12, 3 ist 151, 29.

Wenn man also aus diesem die Wurzel zieht, so wird man wieder eine Wurzel mit einem Bruche bekommen.

Es folgt hieraus, daß sobald man beim Ausziehen der Wurzel einen Bruch erhält, die Quadratzahl auch ein Bruch seyn werde, und wenn die Quadratzahl kein Bruch ist, daß dann auch ihre Wurzel kein vollkommner Bruch ist.

§. 58.

Soll aus einem Bruche oder aus einer ganzen Zahl mit einem Bruche die Wurzel ausgezogen werden, so verwandelt man ihn vorher in einen Decimalbruch, wenn es nicht schon einer ist. — Dann theilt man die Zahl rechts und links in Classen, so daß bei das Comma der erste Strich zu stehen kommt, und verfährt dann auf die gewöhnliche Weise.

Es soll aus der Zahl 783, 45671 die Wurzel gezogen werden.

	7	83	45	67	1	(27,990
	4					
4	3	83				
	3	29				
54		54	45			
		49	41			
558		5	04	67		
		5	03	01		
5598			1	66	10	

Wenn in die letzte Classe des Decimalbruchs nur eine Zahl zu stehen kommt, so hängt man noch eine Null an, (wodurch bekanntlich der Werth der Zahl nicht geändert wird) um sich beim Abziehen weniger zu irren.

Man sieht hier, daß wenn man die Wurzel genauer wie auf drei Decimalstellen hätte haben wollen, man nur nöthig gehabt hätte, so wie in den vorigen Beispielen, immer Nullen anzuhängen.

Aufgabe. Es soll aus folgenden Zahlen die Wurzel gezogen werden. 384, 8273 und 1178, 73251.

Anmerk. Das bisherige mag genug seyn, um dem Anfänger eine anschauliche Idee von der Entstehung der Quadratzahlen und dem Ausziehen der Wurzel zu geben.

Um sich dieses völlig eigen zu machen, muß er sich fleißig im Ausziehen der Wurzeln üben.

Anfangs=

Anfangsgründe der Lehre von den Gleichungen und Verhältnissen.

§. 59.

Jeder Satz, der anzeigt, daß zwei Größen einander gleich sind, heißt: eine Gleichung.

Z. B. $3 + 5 = 6 + 2$
oder $3 + 7 = 12 - 2$
oder $4 \times 6 = 8 \times 3$
oder $12 : 3 = 48 : 12$

Alle diese Sätze sind Gleichungen.

Man kann sich auch die Gleichungen unter dem Sinnbilde einer Wage vorstellen, wo in jeder Schaale gleichviel liegt, und also ein vollkommnes Gleichgewicht statt findet.

Wenn man dann zu jeder Seite gleichviel hinzulegt oder addirt, so wird das Gleichgewicht nicht gemindert. Z. B. $3 + 5 + 100 = 6 + 2 + 100$.

Eben so bleibt das Gleichgewicht, wenn man an jeder Seite gleichviel wegnimmt oder subtrahirt. Z. B. $3 + 5 - 4 = 6 + 2 - 4$.

Eben so bleibt das Gleichgewicht, wenn man jede Seite der Gleichung mit derselben Zahl vervielfacht oder multipliciret. Z. B. $(3 + 5) \times 10 = (6 + 2) \times 10$.

Eben so bleibt das Gleichgewicht, wenn man sie mit derselben Zahl dividirt.

Z. B. $\frac{3 + 5}{4} = \frac{6 + 2}{4}$.

1. Anmerk. Man pflegt der Kürze wegen die Zahlen, die mit einander dividiret werden sollen, als einem Bruch zu schreiben, wobey der Dividendus der

der Zähler und der Divisor, der Nenner ist, z. B. $\frac{3+5}{4} = 2$.

2. Anmerk. Die Zahlen, welche in einer Gleichung unmittelbar zu einander gehören, pflegt man der größern Deutlichkeit wegen in Klammern einzuschließen. Z. B. $(3 + 5) \times 10 = 80$.

§. 60.

Wenn man eine Gleichung hat, zu der man noch eine andere Gleichung addirt, so bleibt das Gleichgewicht. Z. B.

$$\begin{array}{r} 3 + 6 = 7 + 2 \\ + 3 + 7 = 22 - 12 \\ \hline 19 = 19 \end{array}$$

Zieht man von einer Gleichung eine andere ab, so bleibt ebenfalls das Gleichgewicht.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 3 + 7 = 12 - 2 \\ + 3 + 5 = 6 + 2 \\ \hline 2 = 2 \end{array}$$

Multiplicirt man eine Gleichung mit einer andern, so bleibt ebenfalls das Gleichgewicht.

Z. B. $3 + 5 = 6 + 2$

multiplicirt mit $3 + 7 = 12 \div 2$

$$80 = 80.$$

Dividirt man eine Gleichung mit der andern, so bleibt es ebenfalls.

Z. B. $3 + 5 = 6 + 2$

dividirt mit $6 - 4 = 12 - 10$

$$4 = 4.$$

§. 61.

Auf diesen wenigen Sätzen beruhet die Auflösung der Gleichungen des ersten Grades, und ein großer Theil der Algebra.

Da

Da aber die Buchstabenrechnung erst im zweiten und dritten Theil vorkommt, so will ich hier nur einige Beispiele anführen, aus denen man sieht, wie man leichte Aufgaben mit diesen einfachen Sätzen auflösen kann.

Jede Aufgabe hat zwei Theile; der erste besteht aus den bekannten Größen, der zweite aus den gesuchten. — Bei einem Divisionsexempel sind z. B. der Divisor und der Dividendus die bekannten Theile, und der Quotient der gesuchte oder unbekannte. —

Die unbekannte Größe, welche man sucht, pflegt man gewöhnlich mit dem Buchstaben X zu bezeichnen.

1 Aufgabe. Ein Vater hinterläßt ein Vermögen von 11280 Thaler, welches seine drei Söhne so unter sich theilen sollen, daß der älteste 2000 Thlr. mehr als der zweite, und der zweite 1000 Thlr. mehr als der dritte erhielt, — wie viel bekommt ein jeder?

Wir wollen beim dritten Sohne anfangen, und dem seinen Antheil X nennen.

So bekommt der zweite ebenfalls $X + 1000$

und der älteste ebenfalls $X + 1000 + 2000.$

Also $3 . X + 4000 = 11280$

Zieht man von dieser Gleichung an jeder Seite 4000 ab $\quad - 4000 = 4000$

so bleibt nach dem obigen Grundsatze. $\quad 3\ X \quad = 7280$

Dividirt man nun mit 3 an jeder Seite, so bleibt $\quad 1\ X \quad = 2426\frac{2}{3}$ Thl.

Denn

Denn oben hatten wir: daß wenn man von einer Gleichung eine andere abzieht, wieder eine Gleichung übrig bleibt, und wenn man einen Gleichen vorn und hinten mit derselben Zahl dividirt, daß dann auch wieder eine Gleichung komme.

X ist also $= 2426\frac{2}{3}$ Thlr. Dieses ist der Antheil des jüngsten. Der zweite erhält 1000 Thlr. mehr, also $3426\frac{2}{3}$, und der älteste, der 2000 Thlr. mehr als der zweite erhält, bekommt $5426\frac{2}{3}$, und alle zusammen 11280 Thlr.

2 Aufgabe. Ein Onkel hat fünf Vettern, denen er sein Vermögen von 10000 Thlr. vermacht, aber so, daß der erste 100 Thlr. mehr bekommt als der zweite, dieser 200 Thlr. mehr als der dritte, dieser 300 Thlr. mehr als der vierte, und dieser 400 Thlr. mehr als der fünfte, wie viel erhält jeder?

Von

Von den Verhältnissen.
(Proportionen.)

§. 62.

Alles Rechnen beruhet auf der Kenntniß von den Eigenschaften der Zahlen und ihrer Verhältnisse zu einander.

Wenn zwei Zahlen zu einander im Verhältnisse stehen, so fragt man entweder:

Wie viel größer ist die eine als die andere?

oder man fragt:

Wie oft ist die eine in der andern enthalten?

Jene Frage wird durch die Subtraction beantwortet, und diese durch die Division. Jenes nennt man ein arithmetisches Verhältniß, und bezeichnet es mit dem Zeichen der Subtraction (—).

Dieses nennt man ein geometrisches Verhältniß, und bezeichnet es durch das Zeichen der Division (:).

§. 63.

Das Verhältniß zweier Zahlen kann nur mit Hülfe einer dritten Zahl bestimmt werden. Diese heißt beim arithmetischen Verhältniß die Differenz, und beim geometrischen Verhältniß der Exponent.

Z. B. in dem arithmetischen Verhältnisse, in dem die beiden Zahlen 3 — 12 stehen, ist 9 die Differenz.

Und in dem geometrischen Verhältnisse, in dem die beiden Zahlen 3 : 12 stehen, ist 4 der Exponent.

§. 64.

§. 64.

Wenn zwei paar Zahlen dieselbe Differenz haben, so bilden sie eine arithmetische Gleichung. Z. B. 3 — 12 = 6 — 15. Beide haben die Differenz 9 zwischen sich.

Wenn zwei paar Zahlen denselben Exponent haben, so bilden sie eine geometrische Gleichung. Z. B. 3 : 12 = 6 : 24. Beide haben den Exponenten 4, wie man sieht, wenn man sie in einander dividirt.

Diese geometrische Gleichung wird nun so ausgesprochen: 3 verhält sich zu 12 wie 6 zu 24.

Jede arithmetische oder geometrische Gleichung enthält also 4 Glieder, wovon das erste und vierte die beiden äussern, und das zweite und dritte die beiden innern heißen.

Sind die beiden mittlern Glieder einander gleich, so heißt die Gleichung stetig.

So ist z. B. 8 — 5 = 5 — 2 eine stetige arithmetische Gleichung, welche die Differenz 3 hat.

Und 8 : 4 = 4 : 2 ist eine stetige geometrische Gleichung, die den Exponenten 2 hat.

§. 65.

In jeder arithmetischen Gleichung ist die Summe der beiden äussern Glieder so groß, als die Summe der beiden innern Glieder.

Z. B. in der vorigen ist 8 + 2 = 10 u. 5 + 5 auch = 10.

In jeder geometrischen Gleichung ist das Produkt aus den beiden äussern Glieder so groß, als das Produkt der beiden innern.

z. B. in der geometr. Prop. $7:28 = 3:12$ ist $7 \cdot 12 = 84$ und $28 \cdot 3$ auch gleich 84.

Man findet daher in einer arithmetischen Gleichung das vierte Glied, wenn man die beiden mittlern addirt, und das vordere davon abzieht.

Wenn z. B. in der arithmetischen Gleichung $17 - 21 = 23 - X$ das vierte Glied unbekannt wäre, und mit X bezeichnet würde, so könnte man es auf folgende Weise finden.

$$\begin{array}{r} 21 \\ +\ 23 \\ \hline 44 \\ -\ 17 \\ \hline X = 27 \end{array}$$

Und in jeder geometrischen Gleichung findet man das vierte Glied, wenn man die beiden mittlern mit einander multiplicirt, und das Produkt durch das vordere dividirt.

Es sey in der geometr. Proportion $17 : 34 = 19 : X$ das vierte Glied unbekannt und mit X bezeichnet, so findet man dieses auf folgende Weise:

$$\begin{array}{r} 34 \\ 19 \\ \hline 306 \\ 34 \\ \hline 17{:}|646\ (38 = X. \\ 51 \\ \hline 136 \\ 136 \end{array}$$

§. 66.

§. 66.

Ist die arithmetische Gleichung stetig, das heißt: daß ihre beiden mittlern Glieder gleich sind, so kann man diese finden, wenn bloß das erste und vierte bekannt ist. — Man addirt nemlich das erste und vierte und dividirt die Summe, die der Summe der beyden innern gleich ist, mit 2.

Es seyen z. B. in der arithmetischen Gleichung $19 - X = X - 15$ die beiden mittlern Glieder unbekannt, so ist $X = 17$.

Nemlich: 19
+ 15 und die Gleichung
2 | 34 $19 - 17 = 17 - 15$.
17 = X

Ist die geometrische Gleichung eine stetige, und es fehlen die beiden mittlern Glieder, so multiplicirt man die beiden äussern, und zieht aus dem Produkt die Quadratwurzel.

Es fehlen z. B. in der geometrischen Gleichung $5 : X = X : 45$ die beiden mittlern Glieder, so ist $5 \cdot 45 = 225$, und hieraus die Wurzel gezogen,

2|2 5 (15 gibt für $X = 15$, und
1|
2 1 2 5
1 2 5

die Gleichung ist $5 : 15 = 15 : 45$.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens sieht man leicht ein, wenn man bedenkt, daß das Produkt aus den beiden mittlern Gliedern dem Produkte aus den beiden äussern gleich seyn muß. Da nun in einer stetigen Gleichung die mittlern Glieder gleich sind,

sind, so ist das Produkt beim Multipliciren jedesmal eine Quadratzahl, und jedes Glied die Wurzel.

§. 67.

In einer arithmetischen Gleichung kann man die Glieder umkehren, und die Gleichung bleibt. Es sey z. B. $10 - 5 = 22 - 17$, so ist auch umgekehrt $17 - 22 = 5 - 10$. Die Differenz bleibt dieselbe, nemlich 5.

Eben so kann man das erste und dritte, und das zweite und vierte Glied miteinander verbinden, und es bleibt eine arithmetische Gleichung, obschon sich die Differenz ändert.

Z. B. $10 - 22 = 5 - 17$.

Eben so kann man alle Glieder mit derselben Zahl multipliciren, und die Gleichung bleibt, aber die Differenz wird um so viel größer als die Zahl beträgt, die multiplicirt.

Es werden z. B. die letzte Gleichung mit 3 multiplicirt, so erhält man

$30 - 66 = 15 - 51$,

und die Differenz wird auch 3mal größer oder 36.

Eben so kann man alle Glieder mit derselben Zahl dividiren, und die Gleichung bleibt, obschon die Differenz um so viel kleiner wird.

Es werde z. B. die letzte Gleichung mit 3 dividirt, so erhält man $10 - 22 = 5 - 17$, und die Differenz 36 wird 12.

Auf diese Weise läßt sich jede arithmetische Gleichung auf eine unendliche Weise verändern, wobei sie immer eine arithmetische Gleichung bleibt.

§. 68.

In einer geometrischen Gleichung kann man die Glieder umkehren, und die Gleichung bleibt. Wenn z. B. $3:12=6:24$ ist, so ist auch umgekehrt $24:6=12:3$, wobei der Exponent 4 derselbe bleibt.

Eben so kann man auch das erste und dritte, und zweite und vierte Glied mit einander verbinden, und es bleibt eine geometrische Gleichung, obschon sich der Exponent ändert. Bei der vorigen ist z. B. $24:12=6:3$.

Eben so kann man alle Glieder mit derselben Zahl multipliciren, und die Gleichung bleibt so wie der Exponent, derselbe. Wenn man die vorige z. B. mit 3 multip. so erhält man $72:36=18:9$.

Eben so kann man alle Glieder mit derselben Zahl dividiren, und die Gleichung bleibt so wie der Exponent. Man dividire z. B. die vorige Gleichung mit 9, so erhält man $8:4=2:1$.

Auf diese Weise kann man eine geometrische Gleichung auf eine unendliche Weise abändern, ohne daß sie aufhört eine geometrische Gleichung zu seyn.

Die

Die Regul de Tri.

§. 69.

Wenn in einer geometrischen Gleichung drei Glieder bekannt sind, so kann man leicht das vierte finden, indem man die beiden mittlern miteinander multiplicirt, und mit dem andern dividirt.

Man nennt dieses die Regel von dreien, oder Regula de Tri, weil hiebei immer drei Sätze bekannt sind.

Nach dieser Regel werden fast alle Rechnungen im gemeinen Leben geführt, z. B. die Berechnung der Kaufleute über die Waarenpreise, über Frachten, Wechsel, Zinsen u. d. gl. Ferner die Rechnungen der Landmesser über die Größe der gemessenen Felder, Wiesen, Waldungen u. s. w. Ferner die Rechnungen der Forstbedienten über Holzpreise und über die Anzahl Cubikfuße, die in einer Eiche oder Buche sind, u. s. w.

Man sieht hieraus, wie nützlich diese Regel für jeden in seinen Geschäften ist, und daß es daher sehr der Mühe lohnt, sich mit ihr bekannt zu machen.

Dieses ist auch so sehr schwer nicht, wenn man sich bei ihrer Anwendung an folgende Sätze erinnert.

1) Sind immer drei Größen gegeben, und die vierte, welche man sucht, bezeichnet man mit X. Diese findet man, indem man die zweite und dritte mit einander multiplicirt, und mit der ersten dividirt.

Z. B. Wenn 3 ℔ Caffe 5 Thlr. kosten, was kosten 117 ℔?

Man sieht, daß diese drei Größen die drei ersten Glieder einer geometrischen Gleichung sind, die also gelesen wird:

$3 : 117 = 5 : X$

3 ℔ verhalten sich zu 117 ℔ wie 5 Thlr. zum Gesuchten.

Denn man muß natürlich in demselben Verhältnisse mehr Thaler geben, indem man mehr Pfunde erhält.

$$\begin{array}{r} 117 \\ 5 \\ \hline 3 : |585 \\ \hline \end{array}$$

$X = 195$

Stellt man die Rechnung an, so findet man, daß man 195 Thaler für 117 ℔ geben muß, wobei man folgende geometrische Proportion hat:

$3 : 117 = 5 : 195.$

Anmerk. Gewöhnlich lehren die Rechenmeister ein solches Regula de Tri-Exempel auf folgende Weise aufsetzen:

	Thlr.		℔
3 ℔ kosten	5	was kosten	117

Wobei sie sagen: man müsse vorne und hinten gleichartige Größen haben, und das, was im Facit kommen sollte, müsse in der Mitte stehen. — Hiedurch glauben sie das Aufsetzen der Exempel den Anfängern zu erleichtern.

Da immer die zweite und dritte Zahl miteinander multiplicirt werden, so ist es freilich einerlei, ob man das Beispiel so oder anders schreibt, denn 117. 5 ist immer so viel als 5. 117. Indeß ist es besser eine geometrische Gleichung auch als eine geometrische Gleichung zu schreiben, theils weil man dann immer den Grund weiß, worauf die Regel beruht, und theils weil man sich dann weniger der Gefahr zu irren aussetzt, wenn Fälle aus der umgekehrten Regul de Tri kommen. Zudem haben genau genommen 3 ℔ und 5 Thlr. so wenig ein Verhältniß zu einander als 3 Pferde und 5 Schafe. Aber 3 Pfunde und 117 Pfunde sind gleichartige Dinge.

§. 70.

§. 70.

Man muß immer zusehen, ob die Größen, mit denen man rechnet, in einem direkten oder in einem umgekehrten Verhältnisse zu einander stehen. Z. B. bei gleichen Preisen der Waaren steht die Menge des Geldes mit der Menge der Waaren, die man dafür erhält, in einem direkten Verhältnisse.

Eben so stehen die Zinsen eines Capitals bei einer gleichen Zeit in einem direkten Verhältnisse zu seiner Größe, wenn der Zinsfuß derselbe ist — denn je größer das Capital, je mehr Zinsen.

Eben so stehen die Zinsen in einem direkten Verhältniß mit der Zeit bei gleichem Capital und Zinsfuße. Je länger ein Capital steht, desto größer ist die Menge der Zinsen.

Aber ausser diesen direkten Verhältnissen gibt es auch oft umgekehrte Verhältnisse, in denen die Größen miteinander stehen.

Die Zeit, welche eine gewisse Anzahl Arbeiter zu einer Arbeit gebrauchen, vermindert sich in demselben Grade, in dem die Anzahl der Arbeiter sich vermehrt. Hier steht also die Menge der Arbeiter mit der Menge der Zeit zwar in einem Verhältnisse, aber in einem umgekehrten.

So steht z. B. die Zeit, in der man 300 Thlr. Zinsen erhält, bei gleichem Zinsfuße in umgekehrtem Verhältnisse mit der Größe des Capitals. — Je größer das Capital, desto kürzer die Zeit, in der es 300 Thlr. Zinsen trägt.

Hierauf muß man immer Rücksicht nehmen, denn wenn man Größen, die in einem umgekehrten Verhältnisse zu einander stehen, so ansetzen wollte, te, als wenn sie zu einander in einem direkten stünden, so würde man natürlich eine unrichtige Rechnung machen.

Wenn z. B. 100 Arbeiter in 20 Tagen einen Graben machen können, und man fragt: wie viel Arbeiter muß man haben, um ihn in 5 Tagen zu machen?

So sieht man, daß die Anzahl der Tage im Verhältnisse mit der Anzahl der Arbeiter steht, aber in einem umgekehrten, und man würde eine unrichtige Rechnung erhalten, wenn man die Gleichung so schreiben wollte. 20 Tage verhalten sich zu 100 Arbeitern wie 5 Tage zu 25 Arbeiter, obschon dieses eine richtige Gleichung wäre.

Man muß eine solche Aufgabe so schreiben:

5 Tage verhalten sich zu 20 Tagen, wie 100 Arbeiter zum gesuchten, welches 400 sind. — Denn man sieht leicht ein, daß wenn man die Arbeit in einer vierfach kleinern Zeit vollenden will, man viermal mehr Arbeiter haben muß.

Anmerk. Die Rechenmeister nennen dieses die umgekehrte Regel de Tri, und geben für das Aufsetzen des Exempels die Regel: daß man die Frage vorne setzen müsse. Sie setzen sie dann so an:

5 Tage verhalten sich zu 100 Arbeitern wie 20 Tage zum gesuchten. Die Rechnung bleibt dieselbe, da es einerlei ist, ob man 100 mit 20, oder 20 mit 100 multiplicirt, allein da man nur gleichartige Größen miteinander vergleichen kann, so ist es unrecht, Tage und Arbeiter in ein Verhältniß zu stellen, da man strenge genommen, doch nur Tage mit Tagen, und Arbeiter mit Arbeiter vergleichen kann.

§. 71.

Aufgaben aus der Regel de Tri.

1) Wenn 1 ℔ Tabak 1 Rthlr. 10 stbr. kostet, was kosten 17 ℔ 8 Loth? Antw. 20 Rthlr. $7\frac{1}{2}$ stbr. Nemlich: wie 1 ℔ sich zu 17 ℔ 8 Loth verhält, so verhält sich 1 Rthlr. 10 stbr. zur gesuchten Anzahl Pfunden. — Denn die Menge der Waare steht bei gleichem Preise immer mit der Menge des Geldes im Verhältnisse.

℔	℔	Loth	Rthl.	stbr.
1 —	17 ;	8 —	1 ;	10
32	32		60	
32	34		70	
	51			
	544			
	8			
	552			

Diese vorläufige Rechnung, wo die Pfunde in Loth, und die Thaler in Stüber verwandelt werden, geschieht deswegen, damit man überall gleichartige Größen habe, weil man nur diese miteinander vergleichen kann.

Die Aufgabe steht nun so:

Wie sich 32 Loth zu 552 Loth verhalten, so verhält sich 70 Stüber zum Gesuchten.

552
70
32| 38640
$1207\frac{1}{2}$ stbr.

Die 552 Loth Tobak kosten also $1207\frac{1}{2}$ stbr., welche das vierte Glied in dem geometrischen Ver-

hält-

hältnisse sind, und das man immer erhält, wenn man die beiden mittlern miteinander multiplicirt, und dann durchs vordere dividirt.

Da man aber so kleine Geldsorten der Bequemlichkeit wegen lieber in größere ausdrückt, so verwandelt man sie in Thaler, indem man sie mit 60 dividirt. Diese $1207\frac{1}{2}$ stbr betragen 20 Rthlr. $7\frac{1}{2}$ stbr.

1. Anmerk. Wenn man Thaler in Stüber, Centner in Pfund und Pfund in Loth verwandelt, so nennt man dieses auflösen. Das Umgekehrte, wenn man die Stüber in Thaler, Loth in Pfund, und Pfund in Centner verwandelt, nennt man: reduciren.

2. Anmerk. Das was als viertes Glied der Proportion kommt, nennen die Rechenmeister das Facit. Es ist die Antwort auf die Frage.

2te Aufgabe. Wenn 17 ℔ 8 Loth, 20 Rthlr. $7\frac{1}{2}$ stbr. kosten, was kostet denn 1 Pfund?

℔ Loth ℔ Rthlr. stbr.

17 : 8 — 1 — 20 : $7\frac{1}{2}$ stbr. zum Gesuchten.

Man sieht leicht, daß dieses Beispiel das Umgekehrte von dem vorigen ist, und daß für den Preis eines Pfundes wieder 1 Rthlr. 10 stbr. kommen muß, wenn richtig gerechnet worden. — Dieses Beispiel dient also zur Probe der Rechnung, so wie das Dividiren eine Probe fürs Multipliciren ist, weil es das Umgekehrte davon ist.

Anmerk. Die Rechenmeister nennen ein solches Beispiel schlechtweg, eine Probe, und der Rechenschüler muß in den Beispielen, wo sie kein Facit beisetzen, durch eine solche Probe sich überzeugen, daß er richtig gerechnet habe.

3te Aufgabe. Wenn 3 Pfund einer Waare 5 Rthlr. 7 stübr. kosten, wie viel kosten 18 Pfund 6 Loth, wenn noch ausserdem auf jede 3 Pfund 10 Stüber Fracht gegangen ist?

Anmerk. Da die Fracht die Waare vertheuert, so wird diese bey der Berechnung dazu addirt.

4te Aufgabe. Wenn das Pfund Caffe 1 Rthl. 36 stbr. kostet, wie viel ist ein Ballen werth, der Brutto 187 Pfund wiegt, wobei aber für Emballage 7 Pfund abgehen, und für Staub noch 2 Pfund.

Anmerk. Brutto heißt eine Waare, wenn sie noch mit demjenigen vermischt ist, was nicht zu ihr gehört; z. B. Emballage, Matten, Packkiste, auch Staub und andere Unreinigkeiten, für die ein gewisses abgezogen wird. — So sind im vorigen Beispiele nur 178 ℔ wirkliche Caffebohnen. Dieses Gewicht von 178 ℔, welches nach Abzug von Staub und Emballage übrig bleibt, heißt das Netto-Gewicht, und das ist eigentlich dasjenige, worauf es bei einer Waare eigentlich ankommt.

Das was am Brutto-Gewichte abgezogen wird, um das Netto-Gewicht zu erhalten, heißt Tara.

In vielen Rechenbüchern findet man eine eigene Regel unter dem Titel: Tara-Rechnung, welche sich blos hiemit beschäftigt, übrigens aber zur Regula de Tri gehört

5te Aufgabe. Wenn 100 Rthl. jährlich 4 Rthl. Zinsen thun, wie viel thun 17830 Rthlr. in 6 Jahren?

Man muß hier zuerst berechnen, wie viel sie in einem Jahre thun, und das Gefundene mit 6 multipliciren.

6te Aufgabe. Wenn man 4 Rthlr. vom 100 Zinsen zieht, wie viel Capital muß man haben, um in einem Jahre 800 Rthlr. Zinsen zu ziehen?

Wie 4 Rthlr Zinsen sich zu 800 Rthlr. Zinsen verhalten, so verhält sich 100 Rthlr. Capital zum Gesuchten.

Von diesen und ähnlichen Aufgaben findet sich in den Rechenbüchern ein eigner Abschnitt, unter dem Namen Zins-Rechnung, das aber weiter nichts enthält als die Regel de Tri.

7te Aufgabe. Einer kauft für 900 Rthlr. Waare, bezahlt sie aber gleich und genießt 1 pC. Rabat. Wie viel Rabat zieht er ab? — Antwort 9 Rthlr, und er bezahlt nun 891 Rthlr.

Anmerk. Den Abzug, den der Verkäufer sich für gleich baare Bezahlung gefallen läßt, heißt Rabat. Dieser beträgt für den Monat gewöhnlich $\frac{2}{3}$ pC. Eine Waare, die also auf 3 Monate zahlbar verkauft worden, genießt 2 pC. Rabat für prompte Bezahlung, und der Ankäufer bezahlt statt 100 Rthlr. nur 98.

Diese und ähnliche Aufgaben finden sich in den Rechenbüchern unter dem Namen der Rabat-Rechnung, welche so wie alle übrigen zur Regel de Tri gehört.

8te Aufgabe. Wenn Jemand 1000 tannene Bretter für 150 Rthlr. kauft, und verkauft sie, jedes zu 12 Stbr., wie viel bekommt er, und wie viel hat er im Ganzen verdient?

Er verkauft sie für 200 Rthlr, hat also im Ganzen mit 150 Rthlr. 50 verdient.

$150 : 100 = 50 : X.$

Anmerk. Solche und ähnliche Aufgaben finden sich in den Rechenbüchern unter den Namen: der Gewinn- und Verlust-Rechnung. Sie gehören zur Regula de Tri.

9 Auf-

9te Aufgabe. Drei Kaufleute fangen einen Handel an und schießen dazu ein Capital von 10000 Rthlr. zusammen. Nemlich A 2000, B 3000 und C 5000. Nach Verlauf von 5 Jahren haben sie 5000 Rthlr. gewonnen, welche sie unter sich theilen. Nun ist die Frage, wie viel jeder erhält? — Da jeder in demselben Verhältnisse Antheil am Gewinne hat, indem er Capital eingelegt hat, so wird A 1000 Rthlr, B 1500 und C 2500 erhalten.

10te Aufgabe. Drei Kaufleute legen ein Capital von 10000 Rthlr. zusammen. A giebt 2000 Rthlr. auf 2 Jahr, B 3000 auf 15 Monate, und C 5000 auf 10 Monate. Sie haben 5000 Rthlr. Gewinnst zu theilen, wie viel erhält jeder?

Da der Gewinnst sich verhält wie die Größe des Capitals und die Länge der Zeit, so bekommt jeder in dem Verhältnisse der Größe des Capitals und der Länge der Zeit, daß er es in der Handlung hatte.

A	hatte 2000	Rthlr.	24	Mon.	das Prod.	ist	48000
B	— 3000	—	15	—	—	—	45000
C	— 5000	—	10	—	—	—	50000
							143000

Da es einerlei ist, ob A 2000 Rthlr. 24 Monate oder 48000 Rthlr. 1 Monat in der Handlung hatte, (denn beides thut gleichviel Zinsen) und da dasselbe von B und C gilt, so sieht man, daß 143000 Rthlr. in 1 Monat auch 5000 Rthlr. würden gewonnen haben. Man hat also folgendes Verhältniß.

Wie sich 143000 zu 48000 verhalten, so verhält

hält sich der gesammte Gewinn 5000, zum Gewinn von A.

Ferner: 143 : 45 = 5000, zum Gewinn von B.

Endlich: 143 : 50 = 5000, zum Gewinn von C.

A erhält also		$1678\frac{46}{143}$	Rthlr.
B	— —	$1573\frac{61}{143}$	—
C	— —	$1748\frac{36}{143}$	—

Der gesammte Gewinn ist 5000 Rthlr.

Anmerk. In den Rechenbüchern findet man einen eigenen Abschnitt, unter dem Titel: Gesellschafts-Rechnung, der solche und ähnliche Aufgaben enthält.

Die einfache Gesellschaftsrechnung ist die, wo die Zeit gleich ist, wie in der 9ten Aufgabe, — die doppelte Gesellschafts-Rechnung ist die, wo die Zeit ungleich ist, wie die in der 10ten. Beide gehören, wie man sieht, zur Regel von Dreien.

11te Aufgabe. Ein Weinhändler mischt 4 Ohm Wein, die Ohm von 40 Rthlr. mit 6 Ohm von 50 Rthlr. zusammen, wie viel ist nun die Ohm des gemischten Weines werth.

Die 4 Ohm zu 40 Rthlr. kosteten 160
und die 6 Ohm zu 50 Rthlr. kosteten 300

Also 10 Ohm kosten 460 Rthlr.
und folglich 1 Ohm des gemischten Weins 46 Rthlr.

Denn angenommen, daß sich die Güte des Weins verhalte wie sein Preis, welches freilich bei allen Weinhändlern nicht immer der Fall ist, so ist die Güte und der Werth der Mischung offenbar aus der Menge und der Güte der Weine zusammengesetzt, die miteinander vermischt werden.

12te Aufgabe. Ein Münzmeister vermischt 2 Mark 13 löthig und 4 Mark 10 löthig Silber mit-

miteinander, wie viel löthig ist die Mischung, wenn die Mark fein 16 Loth reines Silber hat?

In den 2 Mark dreizehnlöthig Silber sind
26 Lth. Silb. u. 6 Lth. Zusatz.

In den 4 Mark zehnlöthig Silber sind
40 Lth. Silb. u. 24 Lth. Zusatz.

Also ist in der
Mischung für Xlöthig 66 Lth. Silb. u. 30 Lth. Zusatz.

Da beide zusammen 96 Loth oder 6 Mark wiegen, so hat man folgendes Verhältniß.

Wie 96 Loth sich zu 66 Loth fein verhalten, so verhält sich 16 Loth zum Gesuchten, welches 11 ist. Die Mischung ist also 11 löthiges Silber, das heißt, unter 16 Loth sind 11 Loth reines Silber.

Anmerk. Diese und ähnliche Aufgaben findet man in den Rechenbüchern unter dem Namen der Mischungsregel. In den alten Rechenbüchern heißt sie Regula Coeci oder Alligations Rechnung. — Der Name ist gelehrter wie die Sache, und man sieht, daß es weiter nichts ist, als eine Anwendung der Regel von Dreien.

In einigen Rechenbüchern findet man auch noch eine sogenannte Zinn-Rechnung, die auf dasselbe hinausläuft, nur mit dem Unterschiede, daß das Zinn mit Blei vermischt wird, und daß man 10 Pfündig Zinn solches nennt, was gar keinen Zusatz hat. Dieses heißt auch englisches Zinn.

13te Aufgabe. Wenn $\frac{3}{4}$ ℔ $9\frac{1}{2}$ Rthlr. kosten, wie viel kosten $11\frac{1}{3}$ ℔.

$\frac{3}{4}$ ℔ : $11\frac{1}{3}$ ℔ = $9\frac{1}{2}$ Rthlr. zum Gesuchten.

Dieses ist ein Beispiel aus der Regula de Tri in Brüchen. Um eine solche Aufgabe aufzulösen, muß man vorher die Zahlen, die miteinander verglichen werden sollen in gleichnamige Brüche verwanwandeln, um sie bequem mit einander multipliciren und dividiren zu können. Die Aufgabe steht dann so:

3 Viertel zu $25\frac{1}{3}$ Viertel wie $9\frac{1}{2}$ Rthlr. zum Gesuchten, und läßt sich wie andere Aufgaben aus der Regula de Tri lösen.

Anmerk. Man kann sich oft gewisser Abkürzungen bei einer Rechnung mit Vortheil bedienen, wie z. B. folgende: 169 soll mit 32 multiplicirt werden, so zerlegt man 32 in seine beiden Faktoren 8 und 4 und multipliciret damit.

$$\begin{array}{r} 169 \\ 8 \\ \hline 1352 \\ 4 \\ \hline 5408 \end{array}$$

Oder sie sollen mit einander dividirt werden.

$$\begin{array}{l} 4)\ 5408\ (8)\ 1352\ (169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 14 \\ 12 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline 8 \\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 55 \\ 48 \\ \hline 72 \\ 72 \end{array}$$

Solche und ähnliche Rechnungs-Vortheile finden sich in den Rechenbüchern unter dem Namen: Praxis Italica, oder Welsche Praktik Der Name ist auch hiebei gelehrter, wie die Sache, und jeder der viel rechnet, kommt auf solche Abkürzungen von selber. Diejenigen, die nicht viel rechnen, kommen indeß geschwinder auf dem gewöhnlichen Wege fort, denn in der Zeit, in der sie überlegen, wie sie die Rechnung abkürzen wollen, können sie auch die halbe Aufgabe rechnen.

14te Aufgabe. Ein Bothe geht täglich 8 Stunden und gebraucht 6 Tage bis Frankfurt, wie

wie viel Zeit gebraucht ein anderer der täglich 12 Stunden macht? —

15. Aufgabe. Man gebraucht in ein Zimmer 10 Stück Tapeten die $\frac{1}{2}$ Elle breit sind, wie viel wird man gebrauchen, wenn sie $\frac{3}{4}$ Ellen breit sind?

16. Aufgabe. Ein Capital von 1000 Rthlr. gebraucht 5 Jahr um 200 Rthlr Zinsen zu thun, wie viel Zeit gebraucht ein anderes Capital von 2000 Rthlr. um 200 Rthlr. Zinsen abzuwarten?

Anmerk. Diese und ähnliche Aufgaben, wo die Größen in einem umgekehrten Verhältnisse stehen, gehören in die umgekehrte Regel von Dreien, bei der die ersten Zahlen des Verhältnisses umgekehrt werden, so daß die, welche sonst die zweite war und die Frage enthält, jetzt die erste wird.

An diesen wenigen Aufgaben mag es genug seyn, um dem Anfänger die Anwendung der Lehre von den Verhältnissen beim Rechnen zu zeigen. Wer zu seiner Uebung mehr Aufgaben durchrechnen will, findet ihrer hinlänglich in allen Rechenbüchern, wie z. B. im Schlieperschen, Schürmannschen u. s. w. Der Anfänger braucht aber nicht mehr Exempel von jeder Regel zu rechnen, als nothwendig ist, um sich zu überzeugen, daß er sie versteht. Alle zu rechnen wäre Zeitverlust. Es ist genug, wenn er die übrigen bloß durchsieht.

Zwei=

Zweites Kapitel.

Anfangsgründe der Geometrie.

§. 1.

Was eine gerade Linie sey ist jedem bekannt. Es ist die kürzeste Linie zwischen zweien Punkten.

Wenn zwei oder mehrere gerade Linien so nebeneinander liegen, daß sie immer gleichweit von einander entfernt bleiben, und sich nie durchschneiden, man mag sie nach beiden Seiten so weit verlängern wie man will, so heißen sie Parallellinien, wie z. B. in Figure 1. die Linien A, B und C.

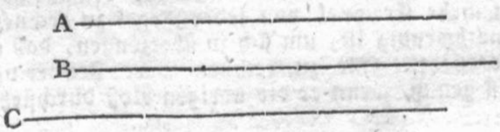


Fig. 1.

Eine gerade Linie, die der Oberfläche des stillstehenden Wassers parallel ist, heißt eine horizontale Linie.

Bindet man eine Bleikugel an einen Faden, und läßt ihn frei hangen, so bildet der Faden eine senkrechte Linie. Diese Linie, die häufig vorkommt, heißt auch die Lothlinie, oder der Perpendikel.

§. 2.

§. 2.

Wenn man auf eine horizontale Linie eine Lothrechte zieht, so entstehen in dem Punkte, wo sie einander durchschneiden, zwei Winkel, die gleich groß sind. Man nennt diese Winkel, um sie von andern zu unterscheiden, rechte Winkel. So sind die Winkel a u. b in Fig. 2 beide rechte Winkel.

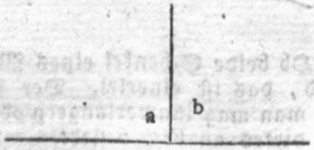


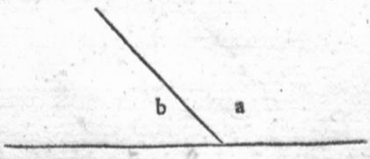
Fig. 2.

§. 3.

Wenn zwei Linien sich nicht senkrecht, sondern schief durchschneiden, so entstehen ungleiche Winkel, wovon einer größer und der andere kleiner ist als ein rechter. — Jener heißt ein stumpfer, und dieser ein spitzer Winkel.

So ist z. B. in Fig. 3 der Winkel a ein stumpfer, und der Winkel b ein spitzer.

Fig. 3.



§. 4.

Die beiden Linien, die einen Winkel einschließen, heißen die Schenkel des Winkels, und der Punkt, wo sie sich durchschneiden, heißt der Winkelpunkt.

So ist in Fig. 4 die Linie a c der eine, und b c der andere Schenkel des Winkels, a c b und c ist der Winkelpunkt.

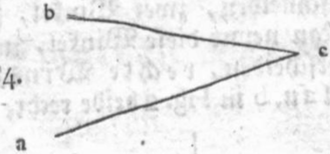


Fig. 4.

Anmerk. Ob beide Schenkel eines Winkels gleichlang sind, das ist einerlei. Der Winkel bleibt derselbe, man mag ihn verlängern oder verkürzen, wie man dieses an Fig. 5 sieht. — Nur die Neigung der Linien gegen einander bestimmt beim Winkel seine Größe, und nicht die Länge seiner Schenkel. Ob diese einen Zoll oder eine Meile lang sind, dieses ist dasselbe.

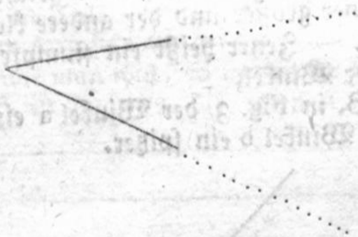
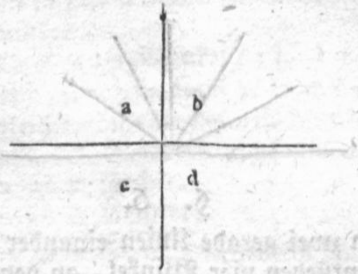


Fig. 5.

§. 5.

Aus dem vorigen ist klar, daß um einen Punkt nicht mehr als vier rechte Winkel liegen können, wie z. B. in Fig. 6 die Winkel a b c d.

Fig. 6.



Sind einige Winkel aber kleiner als ein rechter Winkel, so müssen die andern um so viel größer seyn.

Je mehr Winkel um einen Punkt liegen, desto kleiner werden sie, allein ihre Summe beträgt immer nicht mehr als vier Rechte.

Dieses zeigt die 7te Figur deutlich.

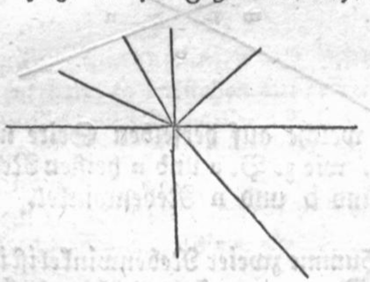


Fig. 7.

Also alle Winkel, die um einen Punkt liegen, betragen in der Summe vier Rechte.

Und alle Winkel, die an einer Seite einer geraden Linie um einen gemeinschaftlichen Punkt liegen, betragen zwei Rechte. Wie z. B. Fig. 8.

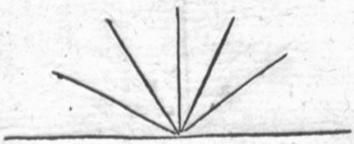


Fig. 8.

§. 6.

Wenn zwei gerade Linien einander durchschneiden, so entstehen vier Winkel, an denen man die, welche einander gegenüber stehen, Scheitelwinkel nennt.

So sind die Winkel a und b in Fig. 9 Scheitelwinkel, desgleichen die Winkel m und n.

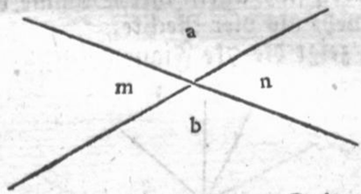


Fig. 9.

Die, welche auf derselben Seite nebeneinander liegen, wie z. B. a und n heißen Nebenwinkel. Eben so sind b und n Nebenwinkel. Eben so a und m.

Die Summe zweier Nebenwinkel ist immer zwei Rechte. Denn man sieht leicht, daß wenn der eine kleiner ist als ein Rechter, so ist der andere um so viel größer, und wenn der eine ein spitzer Winkel ist, so ist der andere ein stumpfer.

§. 7.

Alle Scheitelwinkel sind einander gleich. Fig. 9. Denn a und n sind zusammen 2 rechte, als Nebenwinkel,

winkel, eben so sind b und n zusammen zwei rechte als Nebenwinkel.

Nun sind aber die Winkel a und b nothwendig einander gleich, weil sie sonst nicht mit dem Winkel n eine gleiche Summe machen könnten.

Man kann den Beweiß auch so schreiben:

$a + n = 2$ Rechte.
$b + n = 2$ Rechte.

also $a + n = b + n$, denn wenn zwei Größen einer dritten gleich sind, so sind sie sich selbst gleich,

also $-\ n \quad -\ n$ an beiden Seiten abgezogen

bleibt $a = b$, weil Gleiches von Gleichem abgezogen, Gleiches übrig läßt.

§. 8.

Wenn zwei Parallellinien von einer dritten geschnitten werden, so entstehen ausser den Neben- u. Scheitelwinkeln noch drei andere Arten von Winkel.

1) Innere Winkel, wie z. B. in Fig. 10 die Winkel c und d.
2) Aeussere Winkel, wie b und e.
3) Wechselwinkel, wie c und f.

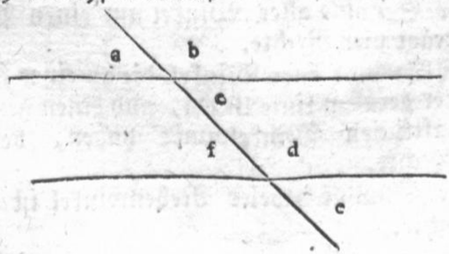


Fig. 10.

Man

Man sieht aus der Figur, daß der äussere Winkel b dem innern d gleich ist, weil sie, wenn man sie aufeinander legte, sich einander decken würden.

Eben so ist der innere Winkel c dem äussern Winkel e gleich.

Man sieht ferner, daß die beiden äussern Winkel b und e zusammen gleich zwei Rechte sind. Denn da b + c gleich zwei Rechte sind als Nebenwinkel, so müssen b + e auch gleich zwei Rechte seyn, da c = e ist.

Aus demselben Grunde sind die beiden innern Winkel c und d zusammen gleich zwei Rechten. Denn da d + e gleich zwei Rechten ist, so ist auch d + c gleich zwei Rechten, da e und c einander gleich sind.

Aus demselben Grunde sind die beiden Wechselwinkel c und f einander gleich. Da c und e einander gleich sind, und da f der Scheitelwinkel von e ist, so ist er diesem sowohl als dem Winkel c gleich.

§. 9.

Das bisherige läßt sich demnach kurz in folgende Sätze zusammen fassen.

1) Wenn zwei Linien sich senkrecht durchschneiden, so entstehen 4 rechte Winkel.
2) Die Summe aller Winkel um einen Punkt beträgt vier Rechte.
3) Die Summe aller Winkel, die an einer Seite einer geraden Linie liegen, und einen gemeinschaftlichen Winkelpunkt haben, beträgt 2 Rechte.
4) Die Summe zweier Nebenwinkel ist zwei Rechte.

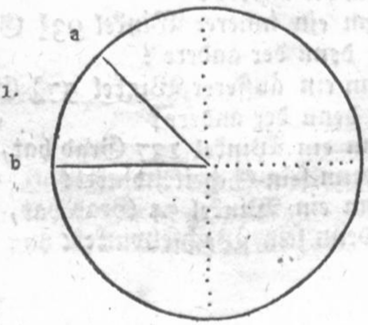
5) Die

5) Die Summe der beiden innern Winkel ist zwei Rechte.
6) Die Summe der beiden äussern Winkel ist zwei Rechte.
7) Alle Scheitelwinkel sind einander gleich.
8) Der innere und äussere Winkel sind einander gleich.
9) Alle Wechselwinkel sind einander gleich. (Ihre Figur hat Aehnlichkeit mit einem lateinischen Z.)

Anmerkung. Man kann sich die Entstehung eines Winkels auch so vorstellen, daß von zwei geraden Linien a und b, die aufeinander liegen, die eine a sich so herumdreht, daß sie mit dem einen Endpunkte auf der andern b liegen bleibt, und einen Kreis beschreibt. So wie die Linie sich herumdreht, entstehen immer andere Neigungen und andere Winkel, deren gemeinschaftlicher Scheitelpunkt im Mittelpunkt des Kreises liegt.

Je größer der Winkel ist, desto größer ist das Stück des Kreisbogen, das zwischen seinen beiden Schenkeln liegt. — Deswegen ist der Kreisbogen ein bequemes Maas für die Winkel, und man bedient sich seiner, um die Größe der Winkel zu messen.

Fig. 11.



Man hat deßwegen den Kreis seit alten Zeiten in 360 Theile eingetheilt, welche man Grade nennt, weil diese Zahl 360 sich durch eine Menge Zahlen ohne Bruch theilen läßt, z. B. durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24 u. s. w. so hat man diese Eintheilung lange beibehalten, bis man in neuern Zeiten darauf gekommen ist, den Kreis dem Decimalsystem gemäß in 400 Grade, jeden Grad in 100 Minuten, und jede Minute in 100 Sekunden zu theilen.

Die Winkel auf dem Papier werden mit einem Instrumente gemessen, das man Transporteur nennt. Es ist ein Halbkreis, der in Grade und halbe Grade eingetheilt ist.

Auf dem Felde werden die Winkel mit dem Meßtische oder Magnetnadel, oder dem Astrolabio, oder dem Sextanten gemessen. Von diesen Instrumenten wird in den folgenden Theilen gehandelt.

Aufgaben:

1) Wenn ein Nebenwinkel 37 Grad hat, wie viel hat denn der andere? Antwort: 143 Grad, weil beide zusammen gleich zwei Rechte oder 180 Grad haben.

2) Wenn ein Nebenwinkel 97 Grad hat, wie viel hat denn der andere?

3) Wenn ein innerer Winkel $93\frac{1}{2}$ Grad hat, wie viel hat denn der andere?

4) Wenn ein äusserer Winkel $57\frac{3}{4}$ Grad hat, wie viel hat denn der andere?

5) Wenn ein Winkel 137 Grad hat, wie viel Grade hat denn sein Scheitelwinkel?

6) Wenn ein Winkel 54 Grad hat, wie viel Grade hat denn sein Wechselwinkel?

Von den Dreiecken.

§. 10.

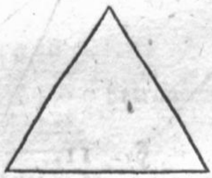
Die einfachste geradlinigte Figur ist das Dreieck, und es ist zugleich diejenige, welche wegen ihrer Einfachheit am meisten sowohl in dem Theoretischen als Praktischen gebraucht wird. — Sie hat nur drei Seiten und drei Winkel.

Sind in einem Dreiecke alle Seiten gleich groß, so heißt es ein gleichseitiges Dreieck, wie Fig. 12.

Sind aber nur zwei Seiten gleich lang, so heißt es ein gleichschenkliges Dreieck, wie Fig. 13.

Sind endlich alle Seiten ungleich, so heißt es ein ungleichseitiges Dreieck, wie Fig. 14.

Fig. 12.



13.

14.

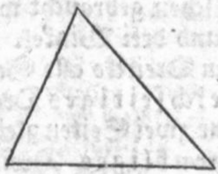
In Hinsicht der Winkel werden die Dreiecke eingetheilt in Spitzwinkligte, Rechtwinkligte und Stumpfwinkligte.

Spitzwinkligt heißt ein Dreieck in dem alle drei Winkel spitz sind, wie Fig. 15.

Rechtwinkligt heißt ein Dreieck in dem ein rechter Winkel ist, wie Fig. 16.

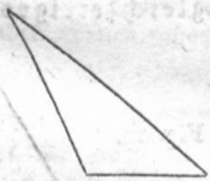
Stumpfwinkligt heißt ein Dreieck in dem ein stumpfer Winkel ist, wie Fig. 17.

Fig. 15.



16.

17.

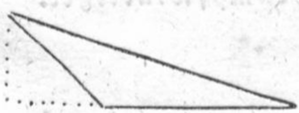


§. 11.

Eine von den drei Seiten eines Dreiecks, es ist gleichviel welche, nennt man die Basis oder die Grundlinie. Gewöhnlich nimmt man hiezu entweder die längste Seite oder die unterste.

Wenn man eine senkrechte Linie aus dem der Basis gegenüber liegenden Winkelpunkt auf diese zieht, so heißt dieses die Höhe des Dreiecks. Ist die Grundlinie zu kurz, wie z. B. in Fig. 18, so verlängert man sie, bis die Lothlinie sie trifft, wie in folgender Figur.

Fig. 18.



Im

Im rechtwinkligten Dreieck heißen die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen, die Catheten, und die gegenüber liegende die Hypothenuse.

§. 12.

In jedem Dreieck sind zwei Seiten zusammen genommen immer größer als die dritte, weil, wenn eine Seite größer ist als die beiden übrigen zusammen, die Endpunkte der Seiten nicht aneinander schließen können.

Dem größten Winkel steht auch immer die größte Seite gegenüber.

Alle drei Winkel in einem Dreiecke betragen zusammen genommen zwei Rechte.

Beweiß.

In dem Dreieck a b c betragen die drei Winkel $a + b + c = 2$ Rechte.

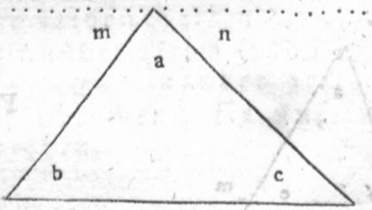


Fig. 19.

Denn man ziehe der Grundlinie b c eine andere Linie parallel, welche zugleich durch die Spitze des Dreiecks geht, so entstehen die beiden Winkel m und n, welche mit a zusammen zwei Rechte betragen, da sie auf einer geraden Linie um einen Punkt liegen.

Nun

Nun ist aber der Winkel b so groß wie m, weil sie Wechselwinkel sind, und aus demselben Grunde ist der Winkel c so groß als n.

Also $a + b + c$ ist gleich $a + m + n$. Da aber diese drei Winkel zusammen gleich zwei Rechten sind, so sind auch jene drei $a + b + c = 2$ Rechte.

Aufgabe. Wenn in einem Dreieck die Summe zweier Winkel 120 Grad ist, wie groß ist dann der dritte? Antwort: 60 Grad, da alle drei 2 Rechte oder 180 betragen.

Wenn in einem Dreieck der eine Winkel 23, und der andere 67 Grad hat, wie groß ist dann der dritte?

Wenn in einem rechtwinkligten Dreiecke ein Winkel 53 Grad hat, wie groß ist dann der Dritte?

§. 13.

Wenn man in einem Dreieck eine Seite verlängert, so ist der äußere Winkel, der dadurch entsteht, so groß wie die beiden gegenüber stehenden innern.

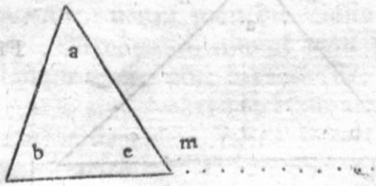


Fig. 20.

Beweiß.

Der Winkel m ist so groß als die beiden Winkel $a + b$. Denn da $a + b + c$ gleich zwei Rechte sind, und da ferner $m + c$ gleich zwei Rechte sind, (als

(als Nebenwinkel) so bleibt, wenn man c weggenimmt, m und a + b übrig, welche einander gleich seyn müssen. Denn Gleiches von Gleichem weggenommen, läßt Gleiches übrig.

Aufgabe. Wenn der äussere Winkel 68 Grad hat, wie groß sind dann die beiden gegenüberstehenden innern?

§. 14.

Zwei Dreiecke sind einander gleich, wenn sie eins aufs andere gelegt einander decken.

Dann sind in beiden nicht allein die drei Winkel einander gleich, sondern auch die drei Seiten und der Flächeninhalt.

Sind aber nur die drei Winkel in zwei Dreiecken einander gleich, so sind beide Dreiecken einander ähnlich. So sind z. B. alle gleichseitigen Dreiecke einander ähnlich, die Seiten mögen groß oder klein seyn, da jeder Winkel $\frac{2}{3}$ eines Rechten ist.

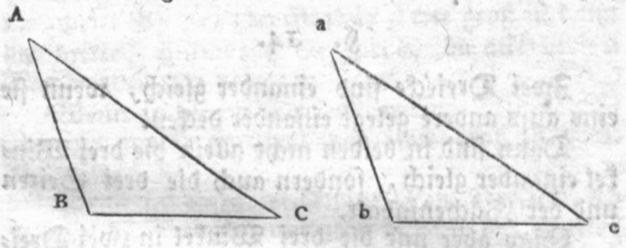
Wenn in zwei Dreiecken ein Winkel und die beiden Seiten die ihn einschließen, einander gleich sind, so sind auch die Dreiecke einander gleich, und sie decken sich, wenn sie aufeinander gelegt werden.

Be-

Beweiß.

In den Dreiecken ABC und abc soll der Winkel A = a und die Seite AB = ab und AC = ac seyn, beide Dreiecke sind dann einander gleich, sowohl in den Winkeln und Seiten als im Inhalte.

Fig 21. 22.



Denn man lege den Winkel a auf A, und die Seiten ac auf AC, und ab auf AB, so werden sie einander decken, da sie einander gleich sind. Da nun die Endpunkte der Linie bc auf die Endpunkte der Linie BC fallen, so decken sich auch diese, und sind einander gleich. Sobald aber in zwei Dreiecken alle drei Seiten einander gleich sind, so sind es auch die Winkel und der Inhalt, und beide Dreiecke decken sich.

§. 15.

Wenn man zwei rechtwinkligte Dreiecke von gleicher Größe und Seiten aneinander legt, so entsteht ein rechtwinkligtes Viereck. (Recktangel.)

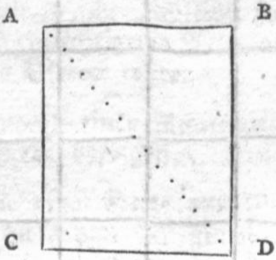


Fig. 23.

In dem Viereck ABCD heißt die Linie CB, welche von einer Ecke zur andern gezogen wird, die Diagonale.

Man sieht, daß man jedes rechtwinkligte Viereck durch das Ziehen der Diagonale in zwei rechtwinkligte Dreiecke zerlegen kann, die einander gleich sind.

Um den Inhalt eines Vierecks zu messen, so muß man als Maas ein anderes Viereck zur Einheit annehmen, z. B. den Quadratfuß, welches eine Fläche ist, die 1 Fuß lang, und 1 Fuß breit ist, oder die Quadratruthe eine Fläche, die eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist. Man mißt dann wie viele Quadratfuß oder Quadratruthen das Viereck enthält.

Fig.

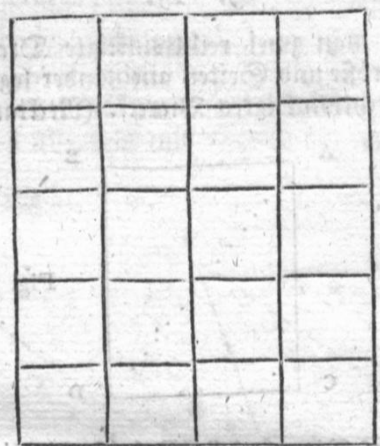


Fig. 24.

Wenn, wie in Fig. 24, z. B. 5 Ruthen auf die Länge und 4 auf die Breite gehen, so ist der ganze Inhalt 20 Quadratruthen.

Hieraus folgt die Regel: daß, um ein rechtwinkligtes Viereck auszumessen, man seine Länge mit seiner Breite multipliciren muß. Wenn es z. B. 33 Ruthen lang und 10 Ruthen breit ist, so ist sein Inhalt 330 Ruthen.

Aufgabe. Wie groß ist der Inhalt eines rechtwinkligten Vierecks, das 38 Ruthen lang und 35 Ruthen breit ist?

§. 16.

Wenn in einem Viereck, das nicht rechtwinkligt ist, die gegeneinander überstehende Seiten gleich, und folglich parallel sind, so heißt es ein geschobenes Viereck, oder eine Raute. In der Raute sind nicht

nicht alle vier Winkel einander gleich, sondern blos zwei und zwei, die gegeneinander über stehen.

Wollte man, um den Flächeninhalt einer Raute zu finden, die vorige Regel anwenden, und zwei Seiten miteinander multipliciren, so würde man ein um so unrichtigeres Resultat erhalten, je geschobener das Viereck wäre.

Um den Inhalt einer Raute zu finden, muß man folgende Regel befolgen.

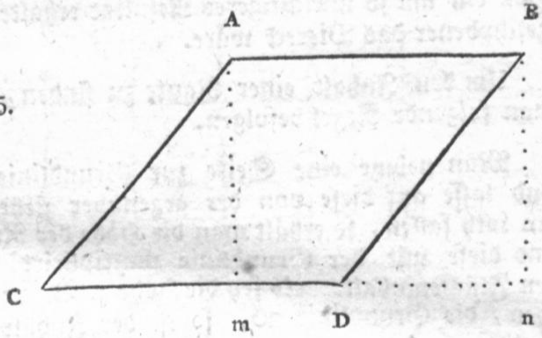
Man nehme eine Seite zur Grundlinie an, und lasse auf diese von der gegenüber stehenden ein Loth fallen, so erhält man die Höhe der Raute, und diese mit der Grundlinie multiplicirt, gibt den Flächeninhalt. Es sey die Höhe z. B. 23 Ruthen, die Grundlinie 20, so ist der Inhalt 460 Ruthen.

Denn alle Rauten oder Parallelogrammen, die gleiche Höhe und gleiche Grundlinien haben, sind in ihrem Flächeninhalte gleich, sie mögen rechtwinkligt oder schiefwinkligt seyn.

Das schiefwinkligte Parallelogramm A B C D ist dem rechtwinkligten A B m n gleich, mit dem es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Beweiß.

Fig. 25.



Die Seite A B als Grundlinie genommen, haben beide gemeinschaftlich, eben so haben beide dieselbe Höhe A m. Folglich haben beide gleiche Grundlinien und gleiche Höhe.

Die beiden Dreiecke A C m und B D n decken einander. Weil beide rechtwinkligt sind, und weil die Winkel bei C und D einander gleich sind, (als innere und äussere) so sind es auch die bei A und B, da m und n rechte Winkel sind. Zudem sind die Seiten, welche die Winkel bei A und B einschliessen, einander gleich, als gegeneinander über stehende Seiten in Parallelogrammen, folglich decken sich die Dreiecke und sind einander gleich.

Wenn

Wenn man aber zu dem schiefen Viereck A B m D das Dreieck C A m hinzu thut, so erhält man das Parallelogramm A B C D, thut man aber das Dreieck B D n dazu, so erhält man das Parallelogramm A B m n.

Beide sind aber gleich, weil, wenn man Gleiches zu Gleichem addirt, Gleiches kommt.

Folglich sind alle Parallelogrammen, die gleiche Höhen und gleiche Grundfläche haben, einander gleich.

Man kann also vermöge dieses Satzes jedes schiefe Parallelogramm in ein rechtwinkligtes verwandeln, das mit ihm gleiche Höhe und gleiche Grundlinien hat, und dessen Inhalt sich dann leicht berechnen läßt.

Aufgabe. Wie groß ist die Fläche eines Parallelogramms, dessen Höhe 19 Fuß, und dessen Grundlinie 27 ist?

§. 17.

Jedes Parallelogramm, es mag rechtwinkligt oder schiefwinkligt seyn, kann man durch das Ziehen einer Diagonale in zwei Dreiecke theilen, die einander gleich sind, weil jedes die Hälfte des Parallelogramms ist.

Wenn also alle Parallelogramme, die gleiche Grundlinien und gleiche Höhe haben, einander gleich sind, so sind auch alle Dreiecke einander gleich, deren Grundlinien und Höhen gleich sind, denn was von den ganzen gilt, das gilt auch von den halben, und wenn z. B. zwei Aepfel gleich groß sind, so sind auch ihre Hälften gleich groß, wenn man sie durchschneidet.

Da man den Flächeninhalt eines Parallelogramms findet, wenn man die Höhe mit der Grundlinie multiplicirt, so findet man den Inhalt eines Dreiecks, wenn man seine Höhe mit seiner Grundlinie multiplicirt und davon die Hälfte nimmt, weil das Dreieck immer die Hälfte eines Parallelogramms ist.

Also um den Inhalt eines Dreiecks zu finden, multiplicirt man die Basis mit der Höhe, und dividirt mit 2.

Oder man multiplicirt die Basis mit der halben Höhe.

Oder man multiplicirt die Höhe mit der halben Basis.

Alles dieses gibt dasselbe, und man gebraucht nur jedesmal diejenige Methode, welche die bequemste Rechnung gibt, und die wenigsten Zahlen.

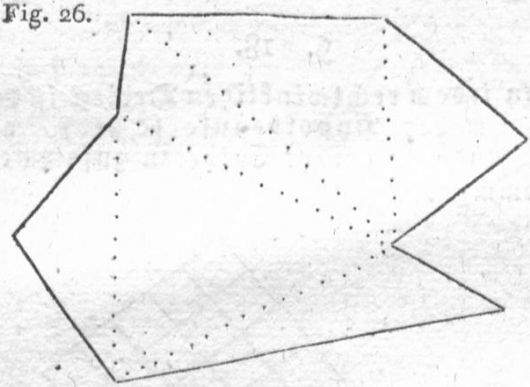
Den Satz: daß alle Dreiecke, die gleiche Höhe und gleiche Grundlinien haben, einander gleich sind, kann man auch so ausdrücken: Alle Dreiecke, welche zwischen Parallellinien sind, und auf derselben Grundlinie stehen, sind einander gleich, und sind halb so groß wie ein Parallelogramm, das mit ihnen gleiche Grundlinien, und gleiche Höhe hat.

Anmerkung. Der Anfänger muß sich diese Sätze sehr wohl einprägen, denn sie sind für die Feldmeßkunst die wichtigsten, weil auf ihnen die ganze Berechnung von der Größe der Felder beruht.

Jedes

Jedes Feld wird, ehe es gemessen wird, durch Grenzsteine begrenzt. Hiedurch wird es in ein Vieleck von 10, 12 oder mehrern Seiten verwandelt. Die Winkelpunkte der Figur sind die Grenzsteine. Die Figur wird nur durch Ziehung der Diagonalen in lauter Dreiecke verwandelt, wie z. B. Fig. 26,

Fig. 26.



Von jedem Dreiecke wird Grundlinie und Höhe gemessen, die werden miteinander multiplicirt, und hievon ist die Hälfte der Flächeninhalt des Dreiecks. — Addirt man dann zuletzt den Flächeninhalt aller Dreiecke, so erhält man den Inhalt der Figur oder die Größe des Feldes.

Aufgabe. 1) Wie groß ist der Flächeninhalt eines Dreiecks, dessen Grundlinie 12 Ruthen, und dessen Höhe 10 Ruthen ist?

2) Wie

2) Wie groß ist eine Figur, die in 5 Dreiecken zerlegt ist, die folgende Grundlinie und Höhen haben?

a	37	Ruthen	Grundlinie	u.	12	Ruthen	Höhe.
b	34	—	—	—	—	6	—	—
c	16	—	—	—	—	19	—	—
d	12	—	—	—	—	17	—	—
e	19	—	—	—	—	20	—	—

§. 18.

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat der Hypothenuse so groß, als die Quadrate beider Catheten zusammengenommen.

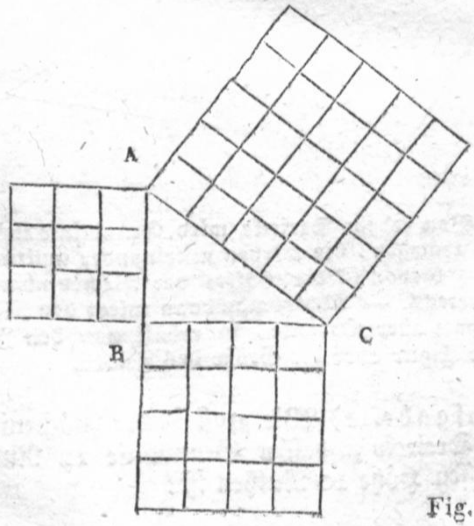
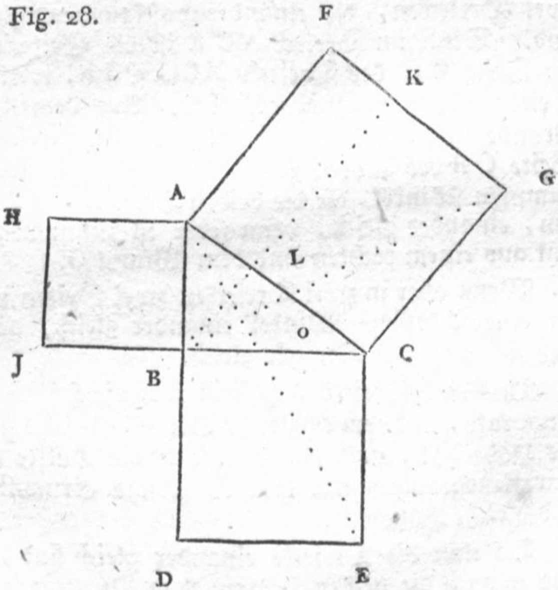


Fig. 27.

Z. B. In dem rechtwinkligen Dreieck ABC soll die Seite AB 3 Meter, die Seite BC 4 Meter und die Seite AC 5 Meter seyn. So ist das Quadrat von 3 = 9 und das von 4 = 16, beide zusammen sind = 25. Das Quadrat der Hypothenuse AC ist auch 25.

Der Beweiß für diesen wichtigen Satz läßt sich leicht auf folgende Weise führen:

Fig. 28.



Man ziehe aus der Spitze des rechten Winkels senkrecht auf die Hypothenuse die Linie BL und verlängere sie bis K. Diese theilt das Quadrat ACFG in zwei Parallellogrammen, wovon das Quagrößte dem Quadrate BCED und das kleinste dem Quadrate ABIH gleich ist. Beide zusammen sind also gleich den Quadraten der beiden Catheten.

Um zu beweisen, daß das größere Parallelogramm dem Quadrat des größeren Catheten, und das kleinere dem Quadrat des kleineren Catheten gleich sey, so ziehe man noch die beiden punktirten Linien AE und BG.

Diese beiden Linien machen die längste Seite von zwei Dreiecken, die einander vollkommen gleich sind. Denn im Dreieck ACE ist die Seite AC der Seite CG des Dreiecks BCG gleich, weil sie Seiten desselben Quadrats sind. Aus demselben Grunde ist die Seite CE des einen Dreiecks der Seite CB des andern gleich. Auch sind die beiden stumpfen Winkel, die die beiden Dreiecke bei C haben, einander gleich, denn jeder ist zusammengesetzt aus einem rechten und dem Winkel O.

Wenn aber in zwei Dreiecken zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel einander gleich, dann sind sich auch die Dreiecke gleich.

Das eine Dreieck ACE ist aber die Hälfte des Quadrats, mit dem es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat, und das andere ist die Hälfte des Parallelogramms mit dem es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Da nun die Dreiecke einander gleich sind, so sind es auch die beiden Hälften vom Quadrate und vom Parallelogramm, und da sich, auch die Ganzen einander gleich sind, wenn die Hälften einander gleich sind, so folgt, daß das Parallelogramm KLCG, dem Quadrat BCDE gleich sey.

Der

Der Beweis, daß das kleine Parallellogramm AFKL. Dem Quadrate des andern gleich sey, wird ganz auf dieselbe Weise geführt, und es ist daher unnöthig ihn hinzusetzen, zudem da man dann noch zwei punktirte Linien ziehen muß, welches die Figur etwas verwirrt.

Anmerk. Dieses ist der berühmte Pythagorische Lehrsatz, den ein grieichischer Weltweiser, Namens Pythagoras, ungefähr 500 Jahre vor Christi Geburt erfunden hat. Man sagt, daß er sich hierüber so gefreut, daß er den Göttern aus Dankbarkeit hundert Ochsen geopfert habe. Allein dieses ist wohl eine Fabel, denn nach seiner Lehre war es nicht erlaubt, Thiere zu tödten, und er selber lebte blos von Milch, Gemüse und Obst.

Von

Von den Vielecken und dem Kreise.

§. 19.

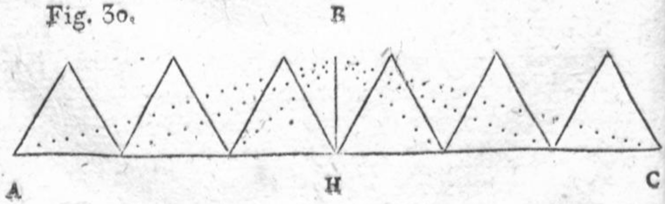
Eine Figur, die 5, 6, 10 oder mehrere Seiten hat, heißt ein Vieleck. — Sind alle Seiten und alle Winkel an ihrem Umfange gleich groß, so heißt sie ein reguläres Vieleck.

Wenn man in einem regulären Vielecke vom Mittelpunkte nach allen Winkeln am Umfange Linien zieht, so entstehen lauter Dreiecke die gleiche Grundlinien, und gleiche Höhen haben.

Setzt man alle diese Dreiecke so aneinander, wie in folgendem Sechseck, Fig. 29 und 30, und zieht die punktirte Linien, so erhält man sechs andere, die so groß sind, wie die vorigen, und deren Spitzen alle im Punkte B zusammenlaufen.

Fig. 29.

Fig. 30.



Alle diese Dreiecke bilden zusammen ein großes Dreieck, A B C, dessen Inhalt man findet, wenn man seine Grundlinie A C mit der halben Höhe B H multipliciret.

§. 20.

Wenn eine reguläre Figur in Dreiecke zerlegt wird, deren Spitzen alle im Mittelpunkt liegen, so sind alle diese Dreiecke gleichschenklicht, (weil vom Mittelpunkt aus nach jedem Winkelpunkte hin, gleich weit ist), und die beiden Winkel an der Peripherie sind daher in jedem Dreieck einander gleich.

Alle Winkel, die um den Mittelpunkt liegen, betragen zusammen, wie wir eben gesehen haben, vier rechte.

In einem regulären Sechseck beträgt also jeder Winkel am Mittelpunkt $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$ eines Rechten. Da nun die beiden am Umfange einander gleich sind, so ist jeder von diesen auch $\frac{2}{3}$ eines rechten Winkels, weil alle drei Winkel eines Dreiecks $\frac{6}{3}$ oder 2 Rechte seyn müssen.

Daher sind in jedem regulären Sechsecke immer alle Dreiecke gleichseitig, weil ihre drei Winkel gleich groß sind, und jede Seite ist dem Radius oder Halbmesser des Kreises gleich, in dem es beschrieben wird.

Man kann daher in jedem Kreise, den Radius sechsmal herumtragen, und es entsteht, wenn man die Durchschnittspunkte zusammenzieht, immer ein reguläres Sechseck, dessen Umfang sich zum Radius verhält, wie 6 zu 1.

Da

Da der Durchmesser eines Kreises doppelt so groß wie sein Halbmesser ist, so verhält sich im Sechseck des Kreises der Durchmesser zum Umfange, wie 1 zu 3.

§. 21.

Je mehr Seiten eine reguläre Figur hat, desto mehr nähert sie sich dem Kreise. Das 12eck kommt ihm schon näher, als das 6eck. Das 24eck kommt ihm noch näher, u. s. w.

Man kann daher einen Kreis als ein reguläres Vieleck ansehen, das unendlich viele Seiten hat, und seinen Umfang und Inhalt auf diese Weise berechnen.

Man bekommt dann, wie in Fig. 25. beim Sechseck, statt der vielen kleinen Dreiecke, in die der Kreis zerlegt worden, ein großes, dessen Grundlinie der Umfang des Kreises und dessen Höhe der Radius ist.

Ein Kreis z. B., dessen Radius 50 Fuß ist, hat einen Umfang von 314 Fuß. Das Dreieck das ihm gleich ist, hat also eine Grundlinie von 314 bei einer Höhe von 50 Fuß. Multipliciret man nun 314 mit der halben Höhe, nemlich mit 25, so findet man den Inhalt des Dreiecks 7850 Quadratfuß, welches denn auch der Inhalt des Kreises ist.

Die Regel, um den Flächeninhalt eines Kreises zu finden, ist demnach folgende: **Man multiplicire den Umfang des Kreises mit der Hälfte des Radius.**

Oder: welches dasselbe ist, man multiplicire den Umfang des Kreises mit dem vierten Theil des Durchmessers.

§. 22.

§. 22.

Dieses ist die berühmte Aufgabe von der Quadratur des Zirkels, welche, wie man sieht, blos darauf hinausläuft, das Verhältniß zwischen dem Durchmesser des Kreises und seinem Umfange genau zu kennen, weil dann die Berechnung seines Quadrat-Inhalts oder die Quadratur des Zirkels weiter keine Schwierigkeiten hat.

Völlig genau läßt sich dieses nie finden, denn ein Vieleck, welches auch noch so viele Seiten hat, ist immer noch kein Zirkel, obschon es ihm sehr nahe kommt, aber der Unterschied zwischen einem Vieleck und einem Zirkel wird immer kleiner, je weiter man die Rechnung fortsetzt, obschon dieser Unterschied nie völlig aufhören kann, weil genau genommen ein Vieleck nie ein Zirkel ist noch werden kann.

Im gemeinen Leben nimmt man gewöhnlich das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange, wie 1 zu 3 an. Allein dieses Verhältniß würde nur dann genau seyn, wenn der Zirkel ein Sechseck wäre, und man fehlet hiebei immer soviel, um wieviel das Sechseck kleiner als der Zirkel ist. Genauer ist das Verhältniß, wie 7 zu 22, aber etwas zu groß.

Noch genauer ists, wie 1000 zu 3141.

Noch genauer ists, wie 100000 zu 314159.

Indeß ist es selten, daß man diese Zahlen gebraucht, weil sie zu groß sind. Der Bequemlichkeit wegen, nimmt man daher beim gewöhnlichen Rechnen das Verhältniß, wie 100 zu 314, wobei man sich bei einem Zirkel von 100 Fuß Durchmesser nur um $1\frac{1}{2}$ Zoll irrt.

Uebri-

Uebrigens ist das Suchen an der Quadratur des Zirkels eine vergebene Mühe, weil sich das Verhältniß zwischen Durchmesser und Umfang doch nicht ganz genau finden läßt, und weil durch die Bemühungen der alten Rechner es bereits viel genauer bekannt ist, als man es je gebraucht.

Wenn z. B. das obige Verhältniß noch nicht genau genug wäre, so könnte man folgendes nehmen. Der Durchmesser verhält sich zum Umfange wie 1 zu 3, 141592653589. Dieses Verhältniß ist so genau, daß man bei einem Kreise, dessen Durchmesser so groß, wie der Durchmesser der Erdkugel ist, bey der Berechnung des Flächeninhalts noch nicht um die Dicke eines Haars fehlte.

Von dem Ausmessen der Körper.

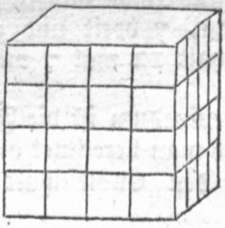
§. 23.

Ein Würfel ist ein Körper, der so lang und breit als hoch ist. Er hat 6 Flächen. Jede dieser Flächen ist ein gleichseitiges Viereck, mit vier rechten Winkeln.

Die Oberfläche eines Würfels läßt sich leicht berechnen, sobald man den Flächeninhalt einer Seite kennt, Man hat diesen nur mit sechs zu multipliciren.

Um den Körperinhalt eines Würfels zu berechnen, muß man seine Länge, Breite und Höhe mit einander multipliciren. Ein Würfel, wie z. B. folgender von 4 Fuß Seite hat, 64 Cubikfuß Inhalt und 96 Quadratfuß Fläche.

Fig. 31.



Bei der Berechnung des Cubik-Inhalts eines Körpers, bedient man sich immer eines Würfels der als Einheit angenommen wird. Dieser kann klein oder groß seyn, je nachdem es die Umstände fodern. Z. B. Es kann eine Cubiklinie, ein Cubikzoll, ein Cubikfuß, eine Cubikelle oder eine Cubikruthe seyn.

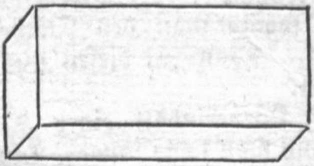
Ein

Ein Cubikzoll hat 1000 Cubiklinien, ein Cubikfuß hat 1000 Cubikzoll u. s. w.

§. 24.

Ein Parallelepipedum ist ein Körper, dessen zwei und zwei gegeneinander überstehende Seiten parallel sind, wie z. B. folgender.

Fig. 32.



Dieses hat auch sechs Flächen, und man findet seinen Cubikinhalt, wenn man seine Länge mit der Breite und Höhe multiplicirt. Es soll z. B. 12 Fuß lang, 7 breit und 5 hoch seyn, so ist sein Cubikinhalt 12 mal 7 mal 5 gleich 420 Cubikfuß.

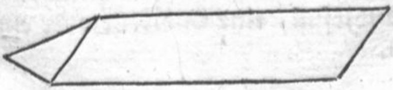
Das Parallelepipedum ist die Figur, welche ein Balken hat, und man berechnet auf die vorhin angeführte Weise den Cubikinhalt des behauenen Bauholzes.

§. 25.

Ein dreiseitiges Prisma ist ein Körper wie folgender:

Seine Grundflächen sind einander parallel. Seine Seiten sind Vierecke.

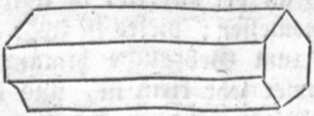
Fig. 33.



Ein

Ein sechsseitiges, ist ein Körper wie folgender:

Fig. 34.



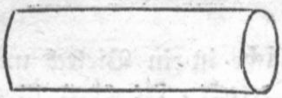
Um den Cubikinhalt eines Prisma zu finden, berechnet man seine Grundfläche und multiplicirt diese mit der Höhe.

So viel Seiten die Grundfläche hat, so viel Seiten hat auch das Prisma, und es wird um so runder, je mehr Seiten es hat.

§. 26.

Ein Prisma von unendlich vielen Seiten heißt ein Cylinder oder eine Walze. Seine Grundflächen sind Kreise und einander parallel.

Fig. 35.



Man findet seinen Inhalt, wenn man die Grundfläche mit seiner Höhe multipliciret.

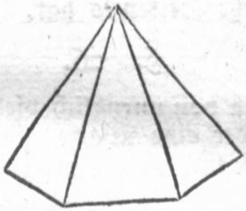
Der Durchmesser eines Cylinders sey 100 Zoll, dann ist sein Umfang 314 Zoll, und seine Grundfläche 314 mal 25 gleich 7850 Quadratzoll. Wenn seine Länge nun 200 Zoll ist, so ist sein Inhalt 1570000 Cubikzoll, oder 1570 Cubikfuß. Da 1000 Cubikzoll 1 Cubikfuß machen.

Der Cubikinhalt des runden Bauholzes wird als ein Cylinder berechnet, wenn nemlich die Stücke so kurz sind, daß sie an beiden Enden gleich dick sind. — Sind sie an der einen Seite ein wenig dicker, als an der andern, so wird ihre Dicke in der Mitte gemessen; dieses ist zwar nicht völlig genau, aber zum Gebrauche hinlänglich, weil der Fehler immer sehr klein ist, und bei Baumstämmen gewöhnlich nicht $\frac{1}{300}$ des Ganzen beträgt.

§. 27.

Eine Pyramide oder eine Spitzsäule ist ein Körper wie folgender.

Fig. 36.



Die Grundfläche ist ein Vieleck und die Seitenflächen sind Dreiecke, die oben in eine Spitze zusammenlaufen.

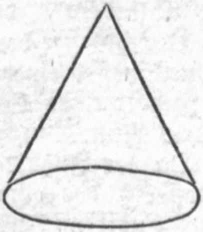
Man findet den Cubikinhalt einer Pyramide, wann man die Grundfläche mit dem dritten Theil der Höhe multipliciret. Die Grundfläche einer Pyramide sey z. B. 50 Quadratfuß, und ihre Höhe 18, so ist ihr Inhalt $50 \cdot 6 = 300$ Cubikfuß.

§. 28.

§. 28.

Ein Kegel ist ein Körper wie folgender:

Fig. 37.



Seine Grundfläche ist ein Kreis. Die Seitenfläche endigt sich oben in eine Spitze. Man kann den Kegel als eine Pyramide von unendlich vielen Seiten ansehen, und eben so seinen Inhalt berechnen. Man multipliciret nemlich die Grundfläche mit dem dritten Theile der Höhe. Es sey seine Grundfläche 50 Quadratfuß, seine Höhe 18, so ist sein Inhalt 300 Cubikfuß.

§. 29.

Eine Kugel ist ein Körper wie folgender:

Fig. 38.

Alle Punkte auf ihrer Oberfläche sind vom Mittelpunkte gleich weit entfernt.

Der Cubikinhalt einer Kugel ist $\frac{2}{3}$ von dem Cubikinhalt eines Cylinders, dessen Höhe und Durchmesser dem Durchmesser der Kugel gleich ist.

Wenn der Durchmesser einer Kugel 100 Fuß ist, so wird der Inhalt eines Cylinders von 100 Fuß Höhe und 100 Fuß Durchmesser, 785000 Cubikfuß seyn. Da der Inhalt einer Kugel von gleichem Durchmesser $\frac{2}{3}$ des vom Cylinder ist, so hätte diese $523333\frac{1}{3}$ Cubikfuß Inhalt.

Um die Oberfläche einer Kugel zu finden, so sucht man zuerst den Cubikinhalt, und dividirt diesen mit dem 6ten Theil ihres Durchmessers.

Bei obiger Kugel z. B. ist der Durchmesser 100 und der sechste Theil desselben $16\frac{1}{3}$. Hiermit die Zahl $523333\frac{1}{3}$ dividirt, gibt für die Oberfläche einer Kugel von 100 Fuß Durchmesser 31400 Quadratfuß.

§. 29.

Aufgaben über die Kreisrechnungen. 1) Ein Kreis, der 17 Fuß Durchmesser hat, wie viel Umfang hat der? Antwort 53,38 Fuß.

1 verhält sich zu 3,14 wie 17 zum Gesuchten.

2. Aufgabe. Ein Kreis von 27 Fuß und 3 Decimalzoll Durchmesser, wie viel Umfang hat der?

3) Ein Kreis von 95 Fuß Umfang, wie viel Durchmesser hat der? Antwort 30,25 Fuß.

3,14 verhält sich zu 1, wie 95 zum Gesuchten.

4) Ein Kegelklotz, der 5 Zoll Durchmesser hat, wie

wie oft läuft der herum, wenn die Bahn 60 Fuß lang ist, und der Fuß 10 Zoll hat?

5) Wenn ein Kutschenrad 5 Fuß hoch ist, wie oft läuft es auf einem Wege von 10 Stunden herum, wenn man die Stunde zu 15,000 Fuß rechnet?

6) Wenn das vordere Kutschenrad nur 3 Fuß hoch ist, wie oft läuft es auf demselben Wege herum?

7) Wenn der Durchmesser eines Kreises 17 Fuß ist, wie groß ist dann seine Fläche?

Sein Umfang ist dann 53,38 Fuß und dieses mit $4\frac{1}{4}$ als den 4ten Theil des Durchmessers multipliciret, gibt 226,86 Quadratfuß Fläche.

8) Wenn ein Kreis 273 Fuß Durchmesser hat, wie groß ist dann seine Fläche.

9) Wenn eine Karre, deren Achse 6 Fuß lang ist, im Kreise herumgeht, so daß der innre Kreis 100 Fuß Durchmesser hat, wie viel Fläche hat dann a) der innere Kreis, b) der äussere Kreis und c) die Karrenspur.

10) Wenn eine runde Kirche 500 Fuß im Umfange hat, und eine gleichseitig viereckige 600 Fuß, in welche gehen die meisten Menschen?

§. 30.

Aufgaben über die Berechnung der Körper.

1) Ein Würfel, der 10 Fuß lang, breit und hoch ist, wie viel Cubikfuß hat der?

2) Wie viel Oberflächen haben seine 6 Seiten.

3) Ein

3) Ein Parallelepidum, das 5 Fuß lang, 4 Fuß breit und 3 Fuß hoch ist, wie viel Fuß Inhalt hat dasselbe?

4) Ein Balken der 20 Fuß lang, 2 Fuß breit und 1 Fuß hoch ist, wie viel Cubikfuß hat derselbe?

5) Ein achtkantiges Prisma, dessen Höhe 17 Fuß und seine Grundfläche 13 Quadratfuß ist, wie viel Cubikfuß Inhalt hat dasselbe?

6) Ein Cylinder, dessen Höhe 17 Fuß und seine Grundfläche 13 Quadratfuß ist, wie viel Cubikfuß Inhalt hat derselbe?

7) Ein Cylinder, dessen Höhe 37 Fuß und sein Durchmesser 6 Fuß ist, wie viel Cubikfuß hat derselbe?

8) Eine Säule die oben beinahe so dick ist, wie unten, und die in der Mitte 3 Fuß Durchmesser hat, soll eine Höhe von 20 Fuß haben. — Wie groß ist dann ihr Umfang, ferner ihre Oberfläche in Quadratfuß, (ohne die Grundflächen) und wie viel Cubikschuh Inhalt hat sie?

Um den Flächeninhalt eines Cylinders zu finden, braucht man nur die Höhe mit seinem Umfange zu multipliciren.

9) Wie viel Cubikfuß hat eine Tanne, die 20 Fuß lang, an einem Ende 3 Fuß 1 Zoll und am andern 3 Fuß weniger 1 Zoll Durchmesser hat?

10) Wie viel Cubikfuß Inhalt hat eine Thurmspitze, die 100 Fuß hoch ist, und deren Grundfläche 400 Quadratfuß hat? Da die Thurmspitzen gewöhnlich Pyramiden sind, so findet man ihren Cubikinhalt, wenn man ihre Grundflächen mit dem dritten Theile ihrer Höhe multipliciret.

11) Wie

11) Wie viel Cubikfuß Inhalt hat ein Kegel, dessen Grundfläche 400 Quadratfuß und dessen Höhe 100 Fuß ist?

12) Wie viel Cubikinhalt hat eine Kugel von 20 Fuß Durchmesser? Ein Cylinder von 20 Fuß Durchmesser und Höhe würde 62,8 Fuß Umfang und 314 Quadratfuß Grundfläche haben. Wenn man diese mit $\frac{2}{3}$ seiner Höhe oder $13\frac{1}{3}$ Fuß multipliciret, gibt $4186\frac{2}{3}$ Cubikfuß, welches der Inhalt der Kugel ist.

13) Wie groß ist die Oberfläche einer Kugel von 20 Fuß Durchmesser? Da man die Oberfläche einer Kugel findet, wenn man ihren Cubikinhalt mit dem sechsten Theil ihres Durchmessers, also mit $3\frac{1}{3}$ dividirt, so ist die Oberfläche 1256 Quadratfuß.

14) Eine Halbkugel, die 9 Fuß Durchmesser hat, soll mit Blech gedeckt werden, es ist die Frage, wie viel Quadratfuß Blech gehen auf die Halbkugel?

Drittes Kapitel.

Von den Instrumenten des Feldmessers.

Nachdem ich in dem Bisherigen von den Kenntnissen gehandelt habe, die der Feldmesser sowohl in der Rechenkunst, als in der Geometrie besitzen muß, wenn er das Geschäft eines Feldmessers treiben will, so will ich jetzt von den Instrumenten handeln, die er bei seinem Geschäfte gebraucht.

§. 1.

Alle Figuren, welche er auf dem Felde und auf dem Papiere ausmißt, bestehen aus geraden Linien und aus Winkeln. Also alles Messen besteht bloß im Messen der Länge gerader Linien, und der Größe der Winkel.

Zum Messen der Linien gebraucht er auf dem Felde die Ruthen und auf dem Papier, verjüngte Maasstäbe und Zirkel. Zum Messen der Winkel gebraucht er auf dem Felde das Winkelkreuz mit der Magnetnadel, und auf dem Papier den Winkelhaken und den Transporteur.

§. 2.

Die Ruthen, welche der Feldmesser gebraucht, sind

sind von trockenem geradfaserigten Tannenholze gemacht, und zweimal mit Oel getränkt und mit Oelfarbe angestrichen.

Oben und unten sind sie mit Messing beschlagen.

Die Länge einer solchen Ruthe ist verschieden, je nachdem diese oder jene an einem Orte gebräuchlich ist.

Die kölnische Ruthe ist 16 kölnische Fuß lang. Jeder Fuß hat 127,40 pariser Linien.

Die rheinische Ruthe ist 12 rheinische Fuß lang. Jeder rheinische Fuß hat 139,13 pariser Linien.

Die neue französische Ruthe ist 10 Meter lang. Jedes Meter hat 443,3 Linien.

Da die neuen Maaße und Gewichte bald allgemein eingeführt werden, und die alten dann unbrauchbar sind, so will ich nur von den neuen geometrischen Ruthen handeln.

Eine solche Ruthe ist 10 Meter oder ungefähr 31 pariser Fuß lang. Sie ist in zwei Theile getheilt, deren jeder 5 Meter lang ist und also eine halbe Ruthe ausmacht. Jede Meter ist durch 3 eingeschlagene kupferne Nägel bemerkt. In jeder halben Ruthe sind die an beiden Enden befindlichen Meter jeder in 10 Theile getheilt, und mit einem eingeschlagenen kupfernen Nagel bemerkt. Ein solcher Theil heißt ein Decimeter, oder eine Hand. Die Enden jeder Ruthe sind mit messingenen Bänden beschlagen, die genau eine Hand lang sind. Jedes Band ist durch 10 darauf gedrehte Ringe in 10 Theile getheilt, welche Zoll oder Centimeter heißen. In jeden Ring ist ein Loch gebohrt, durch das ein kupferner Nagel geschlagen wird. Diese Nägel dienen theils dazu, um das Band auf die

Ruthe

Ruthe zu befestigen, theils aber auch um die Zoll dann besser unterscheiden zu können, wenn die Ruthe schmutzig ist.

Unten ist in das Meßingband eine zwei Linien dicke eiserne Platte eingelöthet, weil sich das Eisen weniger beim Gebrauch der Ruthen abschleift, als das Meßing.

Um diese Ruthenbeschläge genau winkligt und an den Köpfen gerade zu erhalten, so werden sie eher auf der Drehbank abgedreht, ehe sie aufgeschlagen werden.

Die eine halbe Ruthe wird blau angestrichen, und die andere roth. Die blaue wird beim Messen immer zuerst gelegt, und dann die rothe dran, dann wird immer abwechselnd die blaue und rothe angelegt, so daß beim Zählen die rothe immer gerad, und die blaue ungerad ist. Wenn man sich hieran einmal gewöhnt hat, dann verzählt man sich so leicht nicht.

Man gebraucht auch wohl statt der Ruthen Meßketten, welche aber nicht so genau sind, und beim Messen kleiner Stücke auch nicht so bequem.

Noch weniger genau wie die Meßketten sind die Meßbänder. Diese bestehen aus Leinenband von der Breite eines Zolls, welches in Oel gekocht und mit schwarzer Oelfarbe angestrichen ist, damit es nicht feucht werde. — Allein diese Meßbänder ziehen sich immer länger oder kürzer, je nachdem sie stärker oder schwächer gezogen werden. — Sie sind nur da brauchbar, wo keine große Genauigkeit gefodert wird.

Noch weniger genau wie die Meßbänder ist das Schrittmaß. Dieses ist nur bei ungefehren Ueber-

schlä-

schlägen brauchbar, und dann muß der Feldmesser doch noch vorher bestimmen, wie viel Schritte bei ihm auf hundert Ruthen gehen, wenn er entweder auf hartem ebenen Wege, oder aber auf weichem Ackerlande, oder aber bergan geht. In allen drei Fällen ist die Größe der Schritte verschieden.

§. 3.

Das Winkelinstrument, welches der Feldmesser auf dem Felde gebraucht, ist das Winkelkreuz mit der Magnetnadel. Dieses besteht, wie Fig. 14 zeigt, aus einem Knopfe von Buchsbaumholz, der 4 bis 5 Zoll Durchmesser hat. Dieser steht auf einem Stock, der mit seiner eisernen Spitze in die Erde gestoßen wird. Auf diesem dreht es sich mit einem meßingenen Zapfen.

Das Instrument ist inwendig hohl, und hat vier Einschnitte für vier Dioptern. Drei von diesen Dioptern sind fest, das vierte ist beweglich und dient um den rechten Winkel zu corrigiren, wenn der Instrumentenmacher hierin gefehlt hat.

Das Winkelkreuz dient vornemlich dazu, auf dem Felde den rechten Winkel zu finden und abzustecken, weil alle Figuren in Dreiecke gelegt werden, deren Perpendikel man suchen muß, um ihre Höhe zu finden. Dieses geschieht nun mit dem Winkelkreuz, und es ist deswegen das Hauptinstrument des Feldmessers.

§. 4.

Weil aber der Feldmesser oft in Gesträuchen und Waldungen messen muß, wo ihm die freie Aussicht abgeschnitten ist, so bedarf er der Magnetnadel,

nadel, weil diese ihm immer den Nordpunkt angibt. Deswegen ist oben auf dem Winkelkreuz eine Magnetnadel von 3 bis 4 Zoll Länge, die über einem Rande spielt, der in 360 Grad eingetheilt ist. Wenn er die Nadel nicht gebraucht, so setzt er sie mit einer kleinen Schraube fest, damit sie durch unnöthiges Spielen die Spitze nicht verderbe.

§. 5.

Um die Horizontallinie beim Messen eines Mühlengrabens oder einer Wiesenwässerung zu finden, so bedarf er noch einer Wasserwage, (wie Fig. 12) mit communicirenden Röhren, in denen das Wasser immer horizontal steht, und wo dann über die Wasserlinie wegvisiert wird.

§. 6.

Zu den Instrumenten, die er im Zimmer gebraucht, gehören zuerst ein Handzirkel und ein Stockzirkel mit einem Fuß für den Bleistift, und einem andern für die Reisfeder.

Ferner ein meßingener Maasstab von $\frac{1}{500}$ und $\frac{1}{1000}$, wo nemlich auf der einen Seite das Meter in 500 Theile, und auf der andern in 1000 Theile getheilt ist. Für Haus, Garten und Hofplätze nimmt er den Maasstab von $\frac{1}{500}$, wo jeder Theil ein Meter bedeutet, und wo also die Linien auf dem Papier 500mal kleiner werden wie die auf dem Felde.

Mißt er aber größere Stücke wie Felder, Wiesen u. d. gl. so nimmt er den Maasstab von 1000, wo alle Linien auf dem Papier 1000mal kleiner werden wie die auf dem Felde. Diese Decimalmaasstäbe sind sehr bequem.

Ferner

Ferner gehört zu den Instrumenten ein Transporteur von Horn, um die mit der Magnetnadel gemessenen Winkel aufzutragen. Dieser ist ein Halbkreis und in 180 Grade getheilt. Man hat sie auch von Meßing, aber die von Horn sind bequemer, weil sie durchsichtig sind, und das Papier weniger beschmutzen.

Ferner ein Lineal und Dreieck, um überall auf dem Papier rechte Winkel und Parallellinien zu ziehen. Und endlich einige Bleistifte, Rabenfedern, Pinsel, und eine Reisfeder, um die Linien auszuziehen.

Was die Farben betrifft, so gebraucht er nur Gummigut, Berlinerblau, Carmin, und eine Stange guten Tusch. Hieraus kann er alle Farben zusammensetzen, welche er beim Auszeichnen der Plane gebraucht.

§. 7.

Die Preise der Instrumente, die der Feldmesser gebraucht, sind ungefähr folgende:

1) Für die Arbeiten auf dem Zimmer.

Ein Handzirkel . . .	1	Thlr.
Ein Stockzirkel . . .	1½	—
Zwei Reisfedern . . .	1½	—
Ein Transporteur von Horn .	1½	—
Lineal und Dreiecke . . .	1	—
Verjüngter Maasstab . .	1½	—
Federn und Pinsel . . .	1	—
Zusammen .	9	Thlr.

2) Für

2) Für die Arbeiten auf dem Felde.

Ein Winkelkreuz mit der Magnetnadel	9	Thlr.
Zwei Ruthen	2	—
Ein Dutzend Pickets	2	—
Eine Wasserwage	3	—
Also alle zusammen ungefähr	25	Thlr.

§. 8.

Ehe der Feldmesser seine Arbeiten anfängt, muß er die Genauigkeit seiner Instrumente untersuchen, denn wenn sich nachher finden sollte, daß die Instrumente nicht genau gewesen wären, so hätte er alle Arbeiten vergeblich gemacht.

Die Länge der Ruthen muß er mit einem Normalmaß vergleichen, und wenn sie einmal genau abgeglichen sind, so muß er ihre Länge auf ein Bret zwischen zwei Striche tragen, die er mit kupfernen Nägeln bemerkt. Dieses ist die beste Art, um die genaue Länge der Ruthen zu untersuchen, weil diese sich durch den langen Gebrauch abschleißen. Durch das Abnehmen und Wiederaufsetzen der messingenen Beschläge, kann man dann eine abgeschlissene Ruthe immer wieder auf ihre ursprüngliche Länge bringen.

Jede Ruthe, die den zehnten Theil von einem metrischen Zoll zu kurz oder zu lang ist, ist ungültig. (Dieses ist ungefähr eine halbe pariser Linie.)

Die Diopteren am Winkelkreuz müssen genau senkrecht stehen und zugleich mit einander Winkel von 90 Grad machen.

Den

Den senkrechten Stand kann er am leichtesten untersuchen, wenn er in einiger Entfernung, nach der Kante eines Hauses visirt, und das Winkelkreuz genau senkrecht gestellt hat.

Ob sie rechte Winkel machen, findet er auf folgende Weise: Er stellt auf dem Felde das Winkelkreuz senkrecht, und steckt durch die Dioptern einen rechten Winkel mit Zielstäben ab. Wenn er nun das Winkelkreuz um den einen Theil herumdreht, so werden, wen die Dioptern rechtwinkligt standen, diese Winkel passen. Thun sie es nicht, so muß er mit dem beweglichen Diopter den rechten Winkel verbessern.

Ob die Theilung der Bussole gleichförmig ist, das kann er schon nach dem bloßen Augenschein beurtheilen. Es ist indeß leicht sie so genau zu machen, als zu diesen kleinen Messungen nothwendig ist. Dasselbe gilt von der Theilung auf dem Transporteur.

Ob sein Lineal gerade sey, findet er leicht, wenn er eine feine Linie daran hinzieht, und es dann umgekehrt dran legt. Beibt dann beim Hin- und Herschieben die Linie am Lineal, so ist es gerade, — ist es dieses aber nicht, so muß er es auf einer Spiegelplatte abschleifen.

Ob das Dreieck rechtwinkligt sey, findet er auf folgende Weise.

Er legt das Dreieck ans Lineal und zieht eine feine Linie aufs Papier. Dann kehrt er das Dreieck um, und zieht durch denselben Punkt eine zweite Linie. Diese muß, wenn das Dreieck recht-

rechtwinkligt ist, mit der ersten zusammenfallen. Das Dreieck bildet nämlich mit der Linie des Lineals zwei Nebenwinkel, und wenn diese gleich groß seyn sollen, so muß jeder ein Rechter seyn.

Die Genauigkeit des verjüngten Maasstabes muß er mit seinem Normalmaße prüfen, so wie die Genauigkeit der Eintheilung mit dem Handzirkel.

Die Spitzen der Reisfedern und Zirkel müssen, ehe er ihn gebraucht, auf einem feinen Oelstein gehörig abgeschliffen werden, weil sie gewöhnlich noch etwas Rauhes von der Fabrik an sich haben. Die Gewinde der Zirkel müssen sanft gehen und aus Stahl und Messing zusammengesetzt werden.

Vier=

Viertes Kapitel.

Von der Begrenzung.

§. 1.

Nachdem der Feldmesser sich die gehörigen Kenntnisse, so wie auch die nothwendigen Instrumente verschafft hat, so kann er das Feldmessen anfangen.

Aber ehe er anfängt, muß er vor allen Dingen untersuchen, ob dasjenige, was er messen soll, sey es Garten, Baumhof, Feld, Wiese, Wald u. s. w., auch gehörig begrenzt ist. Denn ist es das nicht, macht es keine geradlinigte Figur, auf dem Felde, so kann er auch keine geradlinigte Figur auf dem Papier machen, die ihr ähnlich sey, und es findet denn keine Anwendung der Geometrie statt, weil diese blos das Ausmessen geradlinigter Figuren lehrt, und diese sind, wie wir oben gesehen haben, ein durch Linien und Winkel eingeschlossener Raum.

Die Winkelpunkte werden auf dem Felde durch die Grenzsteine bezeichnet. Zwischen zwei Grenzsteinen läuft die Grenze in Gestalt einer geraden Linie. So viel Ecken eine Figur hat, so viele Grenzsteine muß sie haben.

§. 2.

Der Feldmesser darf nichts messen, was keine festen Grenzen hat. Denn findet sich beim Nachmessen ein Fehler, — hat er nicht so genau gemessen, als die Landmesserordnung vorgeschrieben hat, so kann er sich nicht mit den ungewissen Grenzen der Stücke entschuldigen, weil es seine Pflicht war, sie vorher zu berichtigen, und wollte sich hierzu der Eigenthümer nicht verstehen, so mußte er sich nicht zum Messen verstehen.

Die gewöhnlichen Grenzen sind Flüsse, Bäche, Teiche, Wege, Landstraßen, Hecken und Graben.

Allein alle diese Gränzen sind nicht genau, sie lassen immer eine Ungewißheit von einem oder mehrern Fußen, und sind zugleich der Veränderung unterworfen.

§. 3.

Die beste Begrenzung geschieht durch Steine, die zwei Fuß lang sind und fast ganz in die Erde eingegraben werden. Oben ist ein Kreuz drauf gehauen um sie von andern Feldsteinen zu unterscheiden. Der Mittelpunkt des Kreuzes ist der wahre Grenzpunkt. Wenn die Steine fest der Erde gleich eingegraben werden, so hindern sie am wenigsten beim Pflügen. Auch stehn sie fester, werden weniger beschädigt und sind nicht so kostbar, als die größeren, welche man einen halben oder ganzen Schuh über der Erde stehen läßt.

Da von jeder Messung ein Plan gemacht wird, auf dem die Grenzsteine bemerkt werden, so können sie immer leicht wiedergefunden werden, auch wenn

wenn sie mit Erde überdeckt werden sollten. Zu den Steinen werden, wenn keine Hausteine zu haben sind, gewöhnliche Feldsteine genommen, auf die jeder Maurer oben ein Kreuz hauen kann.

In Waldungen und Gesträuchen, wo man die Steine des Laubes wegen so leicht nicht wieder finden kann, können größere genommen werden, die einen oder anderthalb Fuß über der Erde stehen bleiben. Das letzte hat in Waldungen weniger Bedenken, weil die Steine dort nicht so leicht beschädigt werden wie in dem Felde.

Unter die Steine werden gewöhnlich Scherben oder andere kleine Steine als Zeugen gelegt, um als Maalstein sie von den übrigen Feldsteinen zu unterscheiden. Indeß, wenn auf den Stein ein tiefes Kreuz eingehauen ist, so ist dieses unnöthig, weil er sich schon hiedurch als Grenzstein unterscheidet.

Der Preis eines Grenzsteins ist verschieden. Im Oberbergischen kosten die Sandsteine 6 Stüber, und die Hausteine mit dem Namen drauf 12 Stüber.

§. 4.

Wenn die Grenze durch einen Fahrweg geht, so wird der Stein in den Hufschlag gesetzt. Da sich hier das oben eingehauene Kreuz leicht ausschleißen würde, so wird es entweder an der Seite eingehauen, oder es werden kleine Steine als Zeugen untergelegt.

Wenn die Grenze durch einen Graben geht, so setzt der Feldmesser die Steine mitten in den Graben, weil sie auf den Rand gesetzt leicht mit dem Ufer einschießen. Bei alten Gräben, wo keine Steine die Grenze bezeichnen, gehört nach dem Herkommen demjenigen der Graben, auf dessen Grund der Auswurf liegt.

In Feldhecken geht die Grenze durch den mittelsten Stamm, wenn die Hecke auf der Scheidung steht.

Gehört sie einem Anschießenden allein zu, so geht die Grenze anderthalb Fuß von dem mittelsten Stamm. Hierhin kommt in einem solchen Falle also auch der Grenzstein zu stehen.

Eine rauhe Feldhecke gibt allein nie eine gültige Grenze, theils weil man in einer solchen Hecke nie genau die Mitte angeben kann, theils weil sie in einer Reihe von Jahren beträchtlich von einem Felde aufs andere kann übergetrieben werden. In jeder Feldhecke müssen deswegen die gehörigen Steine stehen.

Junge Gartenhecken, die unter der Scheere gehalten werden, sind eine gute Grenze. Stehen sie auf der Scheidung, so geht die Grenze durch den mittelsten Stamm.

Gehören sie einem Anschießenden allein zu, so geht die Grenze einen halben Fuß weit von dem Stamm. Wenn Grenzstreitigkeiten zu befürchten sind, so ist es indeß besser auch in solchen Hecken Steine zu setzen.

Bei Begrenzungen durch Bäche ist es am besten, daß diese von den anschießenden so viel möglich gerade gemacht werden, wo dann die Steine auf seichte Stellen des Bachs gesetzt werden.

§. 5.

§. 5.

Kann aber der Umstände wegen der Grenzstein nicht auf die wahre Grenze gesetzt werden, z. B. wie das wohl bei Bächen, steilen Ufern u. s. w. der Fall ist, so setzt er sie eine halbe oder ganze Ruthe von der wahren Grenze zurück, und bemerkt dieses im Plan und im Meßbriefe. Auf solche Steine wird ausserdem noch VO (vorwärts) eingehauen, damit man immer weiß, daß sie nicht auf der wahren Grenze stehen.

Bei allen Grenzberichtigungen müssen die anschießenden Eigenthümer bei dem Setzen der Steine gegenwärtig seyn, und diese ihre Gegenwart wird ausdrücklich im Meßbriefe bemerkt. Bleibt einer der Anschießenden, ungeachtet der Einladung aus, so werden statt seiner zwei Zeugen genommen, in deren Gegenwart der Stein gesetzt wird.

§. 6.

Sind in einer Gegend durchaus keine Grenzsteine zu haben, so werden statt ihrer drei Fuß lange eichene Pfähle eingegraben.

§. 7.

Nach der Großherzoglich Bergischen Landmesser-Ordnung ist der Landmesser nur zu dem Messen, aber nicht zu dem Begrenzen der Stücke verpflichtet. Hat der Eigenthümer indeß seine Stücke nicht gehörig begrenzt, so muß er dem Feldmesser für jeden Stein, den er setzt, 12 Stüber bezahlen, um ihn für den Aufenthalt zu entschädigen, den ihm

die

die Begrenzung im Messen macht. — In krummen Hecken oder in krummen Gräben müssen so viele Grenzsteine, daß das kleine Stück, welches zwischen zweien liegt, als gerade kann betrachtet werden. — Wollen die Eigenthümer so viele Grenzsteine nicht aufwenden, dann müssen sie die Grenzen gerade machen.

Alles, was bisher von den Grenzen ist gesagt worden, findet nur da Statt, wo von den Grenzen zwischen zwei Eigenthümern die Rede ist. Sind es aber blos Grenzen zwischen zwei verschiedenen Arten der Cultur, die eben demselben Eigenthümer gehören, z. B. zwischen Wiesen und Feld, so werden diese natürlich nicht mit Steinen begrenzt. Der Feldmesser schlägt dann nur auf die Linie, wo sie aneinander stoßen, kleine Pfähle ein, und sieht dieses als die wahren Grenzen an. Diese Pfähle läßt er stehen, damit beim Nachmessen dieselbe Grenze genommen werde, die er gehabt hat, weil sonst zwei Feldmesser, die nacheinander messen, nicht mit einander übereinstimmen können.

Fünf-

Fünftes Kapitel.

Vom Ausmessen der Figuren auf dem Felde.

§. 1.

Nachdem nun auf diese Weise die Grenze regulirt, und alle Stücke, welche gemessen werden sollen, in geradlinigte Vielecke verwandelt sind, so fängt der Feldmesser damit an, die Figur nach dem Augenmaße in sein Tagebuch mit Bleistift einzuzeichnen.

Wenn diese ein Vieleck von etwa 4, 5, 6 oder 7 Seiten ist, so theilt er sie in Dreiecke, und mißt in jedem Dreieck die Grundlinie und Höhe. Er schreibt darauf in sein Tagebuch bei jeder Grundlinie und bei jedem Perpendikel die gefundene Länge, in Ruthen und Meter. Nach diesen Zahlen trägt er nachher zu Hause die Figur auf Zeichenpapier und berechnet ihren Inhalt.

§. 2.

Die Linien steckt er auf dem Felde mit Pikets aus, so wie sie oben beschrieben sind. Auf die Win=

Winkelpunkte setzt er kleine Stäbe, die er sich in der Hecke schneidet, und in die er oben ein weißes Papierchen steckt.

Das Messen der Grundlinien auf dem Felde hat weiter keine Schwierigkeit, wenn der Boden eben ist; die Ruthen werden flach über die Erde gelegt, und der Feldmesser hat nur drauf zu sehen, daß er sich nicht in den Ruthen verzählet. Um dieses zu vermeiden, legt er die blaue Ruthe, die mit Nr. 1 bezeichnet ist, immer zuerst an, und schießt die rothe, welche Nr. 2 ist, an. Findet er nun, daß bei einer langen Linie die rothe Nr. 41 geworden ist, so sieht er gleich, daß er sich verzählt hat, und er muß die Linie aufs neue messen.

Um indeß völlig sicher zu seyn, sich nicht verzählt zu haben, so thut er immer wohl, daß wenn er fertig ist, er die Linie noch einmal nachmißt.

§. 3.

Ist das Feld sehr abhängig, so muß er, da alles horizontal gemessen, gezeichnet und berechnet wird, die Linien Treppenweise messen, um ihre horizontale Länge zu erfahren, und hiebei doppelte Vorsicht gebrauchen, weil es schwerer ist, auf diese Weise genau zu messen.

Weil hiebei die halben Ruthen von 5 Meter zu lang sind, so bedient er sich einer viertel Ruthe von $2\frac{1}{2}$ Meter. Er mißt hiebei bergauf, weil sich dann die Ruthen weniger nachschieben.

Vor jeder Ruthe hält er den Stock vom Winkelkreuz senkrecht, und setzt ihn dann mit der Spitze in die Erde. So viel er Viertelruthen hat, so oft muß er die Dicke des Stabes zur Länge der

Linie

linie addiren. Er mißt solche Linien immer zweimal, um zu sehen, wie genau er gemessen hat. Ein kleiner Fehler in dem horizontalen Halten der Ruthe, hat auf die Länge der Linie nicht den Einfluß, wie ein ähnlicher Fehler in der senkrechten Richtung des Stabes, und er muß daher in dem letztern sehr vorsichtig seyn. — Wenn indeß der Abhang des Feldes nicht stark ist, etwa auf 10 Ruthen nur eine halbe, so kann er immer an der Erde wegmessen, weil dann der Unterschied zwischen der horizontalen und der schiefen Linie so klein ist, daß er mehr Fehler mit dem Treppenweise Messen macht, als mit dem schiefen.

§. 4.

Wenn er des Dreiecks Grundlinie gemessen hat, so mißt er seine Höhe. Er sucht zuerst auf der Grundlinie mit dem Winkelkreuz die Stelle, wo die Lothlinie, die aus der gegenüberliegenden Spitze fällt, die Grundlinie durchschneidet. Er mißt dann von diesem Punkte bis in den gegenüber liegenden Winkelpunkt, welches ihm die Höhe des Dreiecks gibt.

Die Stelle, wo die Lothlinie trifft, findet er mit Hülfe des Winkelkreuzes auf folgende Weise: Er geht auf der Basis fort, bis er nach dem Augenmaße senkrecht gegen dem Winkelpunkte ist. Dann stellt er das Winkelkreuz in die Grundlinie, richtet die beiden Dioptern nach den beiden Pikets die am Ende der Grundlinie stehen, und visirt dann durch die beiden andern Dioptern nach dem Piket der Lothlinie, und kann er durch die Dioptern alle drei Pikets sehen, so steht er im Winkelpunkte,

und

und er mißt nun die Länge der Lothlinie vom Winkelkreuz bis an das Piket des Perpendikels.

Kann er aber nicht alle 3 Pikets sehen, so steht er auch nicht im Wineklpunkte. Er schätzt dann nach dem Augenmaße, wie viel daß das noch beträgt, etwa 2, 3 oder 4 Meter, und er geht nun so weit vorwärts auf der Linie, und steckt das Winkelkreuz von neuem ein. Sieht er nun alle 3 Pikets, so steht er im Winkelpunkte. Thut er es noch nicht, so muß er dieses Suchen so lange fortsetzen, bis er ihn findet.

Ob er ganz genau im Winkelpunkte steht oder ein paar Fuß davon entfernt, das hat auf die Länge des Perpendikels keinen merklichen Einfluß. Aber einen größern Einfluß hat es auf die Länge des Perpendikels, wenn das Winkelkreuz nicht genau in der Grundlinie steht. Um sich von seinem richtigen Stande zu überzeugen, muß er an das eine Piket gehen, und sehen, ob das Winkelkreuz und die beiden Pikets der Grundlinie in einer geraden Linie stehen.

Am besten ist, wenn er seinen Ruthenleger an einem Piket stehen läßt, und daß dieser ihm winkt, wenn er mit dem Winkelkreuz ausser die Linie kommt.

Wenn der Feldmesser die Länge der Grundlinie und die Länge der Lothlinie eines Dreiecks kennt, so weiß er genug, um seinen Inhalt zu berechnen. Aber da das Dreieck zugleich auf dem Papier soll gezeichnet werden, so muß er noch die Entfernung des Lothpunktes am Ende der Grundlinie messen, oder welches dasselbe ist, die Entfernung des Winkelkreuzes von einem der Endpikets. — Hat nun das Winkelkreuz nicht genau im Lothpunkte ge-

gestanden, so ändert dieses den Inhalt des Dreiecks nur sehr wenig, aber es ändert die Figur desto mehr, und da der Feldmesser ein Dreieck auf dem Papier machen soll, das dem auf dem Felde nicht allein gleich an Inhalt, sondern auch ähnlich an der Figur ist, so muß er beim Suchen des Perpendikels immer darauf genau achten, daß sein Winkelkreuz im wahren Durchschnittspunkte stehe, den die Lothlinie mit der Grundlinie macht.

§. 5.

Ich will die Ordnung, in welcher der Feldmesser seine verschiedenen Arbeiten vornimmt, jetzt an einem Beispiele zeigen.

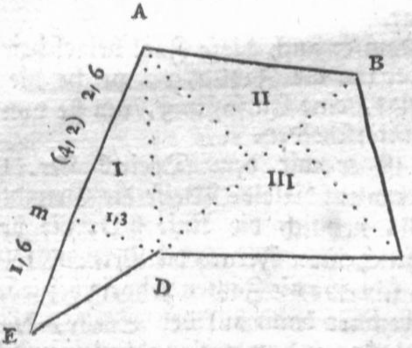


Fig. 39.

Es sey das Feld ABCDE zu messen, das ein Fünfeck ist, und also durch 5 Seiten und 5 Winkel eingeschlossen wird. Ich setze voraus, daß die Grenzen berichtigt und die fünf Grenzsteine gesetzt sind.

Der Feldmesser zeichnet nun die Figur nach dem Augenmaß mit Bleistift in sein Tagebuch, und

und theilt sie gleich in die Dreiecke, welche hier durch punktirte Linien angegeben sind.

Nachdem er in die Winkel fünf Pickets gesteckt hat, so mißt er die Länge der Linie A E, welche 4,2 Ruthen seyn soll, und schreibt diese Zahl dabei.

Dann sucht er mit dem Winkelkreuz den Punkt m, wo der Perpendikel auffällt, und mißt die Lothlinie m D, die 1, 3 Ruthen seyn soll. Nachdem er dieses eingeschrieben hat, so mißt er die Entfernung des Perpendikels vom Endpunkte E der Grundlinie. Diese Linie m E soll 1, 6 Ruthen seyn.

Darauf mißt er die Länge von m A, diese muß 2,6 Ruthen halten, wenn er beidemal richtig gemessen hat.

Nachdem er auch diese Zahl beigeschrieben hat, so macht er um die Zahl 4, 2, welche die ganze Linie anzeigt, eine Einfassung, um sie von den andern zu unterscheiden.

Jetzt ist er mit dem Dreieck Nr. I fertig. Nun mißt er auf dieselbe Weise die Grundlinie von II und III, nemlich die Linie BD, die beiden gemeinschaftlich ist. Ferner die Perpendikel A III u. C II, und schreibt die Zahlen gehörig bei jede Linie.

Er berechnet dann auf der Stelle, die Größe jedes Dreiecks, indem er Grundlinien und Perpendikel miteinander multipliciret und durch 2 dividirt. Dann addirt er den Inhalt der Dreiecke I, II u. III zusammen, und findet so die Größe des gemessenen Feldes.

Das Berechnen auf der Stelle hat den Vortheil, daß, wenn er sich irgendwo im Messen einer Linie glaubt geirrt zu haben, oder er ungewiß ist,

ist, er dieses gleich wieder ohne Mühe nachmessen kann, statt daß er sonst, wenn er wieder zu Haus ist, noch einmal aufs Feld gehen müßte.

Das Tagebuch, welches er über seine Messungen führt, ist ein Buch weißes Papier in Oktav, in welches er alles auf dem Felde einschreibt. Weil dieses die Originalmessungen enthält, so verwahrt er es sorgfältig, damit er, im erforderlichen Falle, sie wieder nachsehen kann.

§. 6.

Es ist vortheilhaft, wenn er die Figur in solche Dreiecke zerschneidet, bei denen die Perpendikel nicht gar zu lang werden, weil er hiedurch im Messen Zeit erspart.

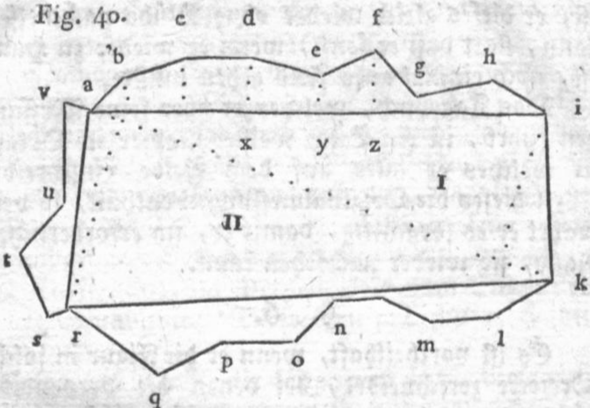
Hat die Figur des Feldes viele und kleine Seiten, so bekommt er eine große Anzahl von Dreiecken, und er thut in dem Falle besser, aus der Mitte der Figur ein großes Vier-, Fünf- oder Sechseck herauszuschneiden, und das, was ausserhalb liegt, nicht in Dreiecke, sondern in Trapezien einzutheilen.

Ich will dieses an einem Beispiele erklären:

Folgende Figur hat 22 Ecken und Seiten. Da wo krumme Hecken sind, in die viele Grenzsteine müssen, um die krummen Linien in gerade zu verwandeln, sind so vieleckige Figuren nicht selten. Statt nun die Figur in zwanzig Dreiecke zu theilen, schneidet man das Viereck a i r k heraus und theilt dieses durch eine Diagonale in zwei Dreiecke, in denen man auf die gewöhnliche Weise Grundlinie und Höhen mißt.

Fig.

Fig. 40.



Nun errichtet man mit Hülfe des Winkelkreuzes aus zyx u. s. w. die Perpendikel dx, ey u. s. w., und mißt ihre Höhe. Darauf mißt man die Linie ax, xy, yz u. s. w. und schreibt die Zahlen auf die gewöhnliche Weise bei jede Linie; efyz ist ein Viereck, in dem zwei Seiten einander parallel sind; nemlich die beiden Perpendikel, die auf der Grundlinie yz senkrecht stehen.

Es bildet also eine Figur wie folgende, in einem großen Maßstab gezeichnete.

Eine solche Figur heißt ein Trapezium.

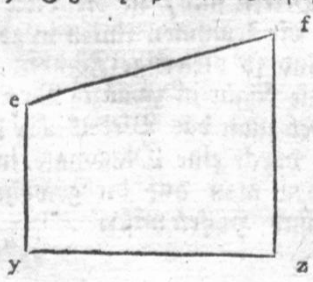


Fig. 41.

Wenn

Wenn man in dieser die Diagonale yf zieht, so erhält man zwei Dreiecke, deren Grundlinien ey und fz sind, und deren Höhe gleich ist, weil sie zwischen den beiden parallelen Perpendikeln sind. Da sie gleiche Höhe haben, so werden ihre Grundlinien mit derselben Zahl multiplicirt. Man kann die Rechnung abkürzen, wenn man beide Grundlinien ey und fz zusammen addirt, dann mit der gemeinschaftlichen Höhe multiplicirt, und das Produkt durch 2 dividirt. Z. B ey soll 2 Ruthen, fz 2, 1 seyn und die Höhe yz 3 Ruthen, so ist der Inhalt 4, 1 mal 3 divid. mit 2, nemlich 6, 15 Quadratruthen. Berchnet man jedes Dreieck besonders, so erhält man dasselbe.

Der Vortheil bei dieser Art zu messen liegt eigentlich darin, daß man immer nur sehr kurze Perpendikel zu messen hat, da man die Linien a c so nahe wie möglich an den Krümmungen der Umfangslinie vorbei legt.

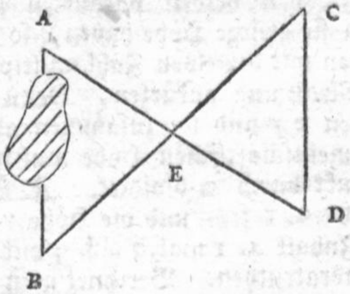
§. 7.

Wenn irgend ein Hinderniß da ist, welches das Durchmessen einer Linie verhindert, z. B. ein Teich, so muß man die Figur in solche Dreiecke zerlegen, wobei keine Grundlinie und kein Perpendikel durch den Teich fällt. Dieses kann man in den meisten Fällen.

Liegt aber der Teich oder der Sumpf so, daß man es nicht vermeiden kann, daß eine Linie durchfällt, so macht man zwei gleiche Dreiecke, und mißt eine andere Linie, die gleich lang mit der gesuchten ist.

Es sey z. B. in Figur 42 die Linie AB zu messen,

Fig. 42.



und ein Teich verhindere dieses, so steckt man bei E ein Piket, und visirt von B nach C, dann macht man die Linie EC so lang als BE, und setzt in C auch ein Piket.

Dasselbe thut man vom andern Punkte A aus, und setzt bei D gleichfalls ein Piket, so daß die Linie ED der Linie AE gleich werde. Auf diese Weise entstehen zwei Dreiecke, die einander vollkommen gleich sind. Denn die Winkel bei E sind Scheitelwinkel, und also einander gleich. Auch sind die beiden Seiten einander durch Abmessen gleich gemacht. Nemlich BE=EC und AE=ED. Folglich sind die Dreiecke einander gleich, und die Linie CD, die man messen kann, so groß wie die Linie AB, die man nicht messen kann. (S. Geometrie §. 14.)

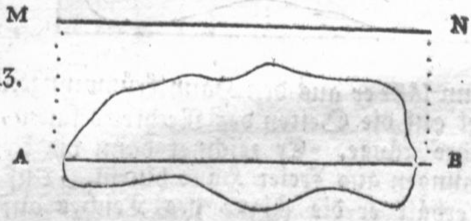
Dieses Abstecken mit Zielstäben geht sehr genau,
und

und es ist eben so gut, wenn man CD mißt, als wenn man auch AB unmittelbar gemessen hätte.

Da beide Linien einander genau parallel werden, so sieht man auch zugleich an diesem Beispiele, wie man Parallellinien auf dem Felde abstecken kann.

Auch hätte der Feldmesser die unzugängliche Linie AB, wie in Fig. 43 messen können, indem er an den beiden Endpunkten mit dem Winkelkreuz zwei Perpendikel aufrichtet, diese gleich lang abmißt, und dann die Linie MN mißt, die so lang ist als AB.

Fig. 43.



§. 8.

Soll ein Teich oder ein Sumpf gemessen werden, wo man nicht durch kann, und man ist zugleich durch Gesträuch und durch die Ungleichheiten des Bodens zu sehr eingeschrenkt, um Hülfslinien abzustecken und zu messen, so muß der Feldmesser eine solche Figur aus ihrem Umfange entweder mit der Magnetnadel aufnehmen, oder er muß mit Hülfe des Winkelkreuzes ein Rechteck um sie ziehen, und aus allen Winkelpunkten der Figur Perpendikel auf die Seiten des Rechtecks fallen lassen.

Es sey z. B. ein Teich wie folgende Figur auszumessen und zu zeichnen, so zieht der Feldmesser mit Hülfe des Winkelkreuzes ein Rechteck um den Teich, mißt seine Seiten, und berechnet seinen Inhalt.

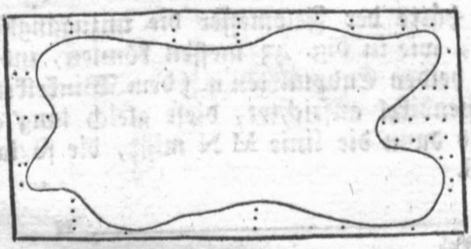


Fig. 44.

Dann läßt er aus den Hauptkrümmungen Perpendikel auf die Seiten des Rechtecks fallen, und mißt ihre Länge. Er zeichnet dann die kleinern Krümmungen aus freier Hand hinein. Auf diese Weise erhält er die Figur des Teiches auf dem Papier im bekannten Maasstabe, z. B. von 500 zu 1. Er berechnet dann den Inhalt aller der kleinen Trapezien, und zieht ihre Summe von dem Quadratinhalt des Rechtecks ab. Was übrig bleibt ist der Inhalt des Teiches.

§. 9.

Wenn er aber wegen der Hindernisse des Bodens kein Rechteck um den Teich abstecken könnte, so müßte er ihn mit Hülfe der Magnetnadel in ein beliebiges Vieleck einschließen, und dann auf die vorige Weise verfahren.

Es sey z. B. ein Teich wie folgender, den man der Lage des Bodens wegen am schicklichsten in ein Siebeneck einschließen könnte, so wird zuerst dieses Siebeneck mit Pikets abgesteckt, und dann mit der Magnetnadel aufgenommen.

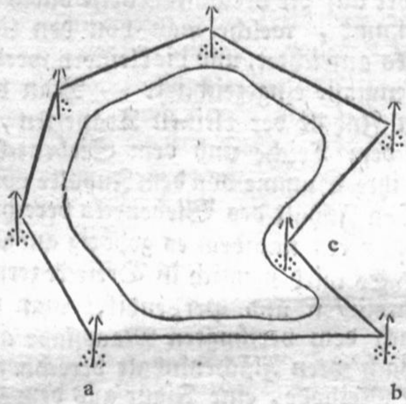


Fig. 45.

Die Figur wird nemlich nach dem Augenmaße ins Tagebuch mit Bleistift eingezeichnet, und dann die Länge jeder Seite gemessen und beigeschrieben. Dann wird mit der Magnetnadel der Winkel gemessen, den jede Seite mit der Nadel macht, und dieser wird auch beigeschrieben. Z. B. die Seite a b macht einen Winkel von 45 Grad nach Osten, die Seite b c macht einen von 100 Grad nach Westen u. s. w.

§. 10.

Nach dem Journal wird nun zu Haus das Siebeneck in den Maasstab von 500 zu 1 gezeichnet, indem die Linien mit dem Zirkel und die Winkel mit dem Transporteur aufgetragen werden. Auf diese Weise erhält man eine Figur auf dem Papier, die der Figur auf dem Felde vollkommen ähnlich ist.

Die Hauptkrümmungen des Teichs werden nun wieder auf die bekannte Weise durch Perpendikel bestimmt, welche man von den Linien des Siebenecks aufrichtet, und die kleinern werden nach dem Augenmaße eingezeichnet. — Man berechnet dann den Inhalt der kleinen Trapezien, welche zwischen dem Teiche und dem Siebeneck liegen, und zieht ihre Summe von dem Inhalte von diesem ab. — Den Inhalt des Siebenecks berechnet man auf dem Papier, nachdem es gehörig ausgezeichnet worden. Es wird nemlich in Dreiecke zerlegt, deren Grundlinien und Perpendikel man mit dem Zirkel nach dem verjüngten Maasstabe ausmißt, und hiernach ihren Flächeninhalt berechnet.

Diese Methode, eine Figur aus dem Umfange zu messen, indem man sie in eine geradlinigte Figur einschließt, ist nicht so genau, als wenn man Diagonale durch sie hindurch mißt, wie dieses in §. 4. an einem Felde gezeigt worden, denn man begeht immer kleine Fehler, sowohl im Messen als im Auftragen der Winkel. Indeß ist sie in vielen Fällen die einzige, die der ungünstige Boden erlaubt. Man sieht aber beim Auftragen der letzten Linie wie genau man gemessen hat; wenn dann die Figur gut schließt, so ist dieses ein Zeichen, daß man gut gemessen hat. — Schließt sie schlecht, so ist es ein Zeichen vom Gegentheil, und schließt sie gar nicht, so hat man sich im Ablesen der Grade, oder im Beischreiben geirrt, so daß man statt eine Abwei-

chung

chung nach Osten eine nach Westen gezeichnet. — Man muß dann die Messung wiederholen.

Man gebraucht diese Methode auch oft um kleine Holzungen und Gesträuche zu messen, die rund um in Feldern liegen, weil man bequemer im freien Felde als im verwachsenen Gesträuche messen kann. In diesem Falle thut man aber wohl, wenn man eine oder zwei Diagonallinien durchmißt, wenn nemlich der Boden dieses erlaubt, weil hiedurch die Figur wieder ihre rechte Ausspannung bekommt, wenn sie sich auch etwas in den Winkeln sollte verschoben haben.

Kann man aber keine Diagonallinie durchmessen, so muß man, wenn nemlich Platz da ist, wie in §. 7. eine andere Linie abstecken, die einer Diagonallinie gleich ist, und dann diese statt der Diagonale messen.

Uebrigens ist, wie man leicht sieht, das ganze Verfahren dasselbe, sowohl mit dem Aufrichten der kleinen Perpendikel als mit der Berechnung der Trapezien.

§. 11.

Was die Berechnung der Figuren betrifft, so hat der Feldmesser hiezu zwei verschiedene Wege. Entweder er berechnet ihren Inhalt nach den Linien, die er auf dem Felde gemessen hat, oder aber er berechnet ihn nach den Linien, die er auf dem Papier mit dem Zirkel nach dem verjüngten Maasstabe ausmißt.

Das erstere ist genauer, weil man eine Linie auf dem Felde gewöhnlich genauer messen kann als auf dem Papier, besonders wenn der Maasstab etwas klein ist.

Hin-

Hingegen bei dem Ausmessen auf dem Papier irrt man sich weniger, weil man dieselbe Linie ohne Mühe mehrmal nacheinander messen kann.

Am besten ist, wenn man beide Methoden mit mit einander verbindet. Daß man nemlich die Linien, die man auf dem Felde gemessen hat, nachher auf dem Papier wieder nachmißt. Man sieht dann, ob man richtig aufgetragen, und sich an den Ruthen nicht verzählt oder verschrieben hat.

Indeß kann man oft den Inhalt einer Figur nur auf dem Papier ausrechnen, wenn man nemlich auf dem Felde keine Perpendikel hat messen können, wie das z. B. in dem Siebeneck des §. 9. der Fall war, welches sich auf dem Felde in keine Dreiecke zerlegen ließ, weil man nicht durch den Teich messen konnte. Man nimmt dann die Perpendikel vom Papier, und die gemessenen Grundlinien aus dem Tagebuch.

Uebrigens ist das noch zu bemerken, daß wenn man Figuren auf dem Papier ausrechnen will, das Papier aufgeklebt seyn muß, damit es seine Größe nicht ändert. Denn das Papier dehnt sich immer durch die Feuchtigkeit aus, und zieht sich beim Trocknen wieder zusammen. Die Figur wird also größer und kleiner, je nachdem das Papier trocken oder feucht ist.

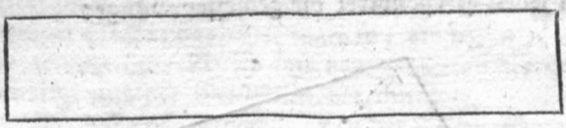
Ferner muß der Maasstab nicht zu klein genommen seyn, weil man sonst die Meter, und halbe und Viertelmeter nicht gehörig mehr unterscheiden kann.

Endlich muß man nur die langen Linien einer Figur auf dem Papier ausmessen, aber nicht die

kurzen,

kurzen, weil, wenn man sich in diesen um 1 Fuß oder $\frac{1}{3}$ Meter irrt, dieses einen viel größern Einfluß auf den Quadratinhalt der Figur hat, als wenn man sich in der Länge um $\frac{1}{3}$ irrt.

Fig. 46.



Z. B. das Viereck Fig. 46 sey ein langes, aber schmales Stück Land, dessen Länge 60 Meter, und dessen Breite $5\frac{1}{3}$ Meter seyn soll. Sein Quadratinhalt ist also 320 □ Meter. Angenommen, daß der Feldmesser beim Aufmessen auf dem Papier sich in der breiten Linie um $\frac{1}{3}$ Meter geirrt habe, und statt $5\frac{1}{3}$ nur 5 gefunden, so wäre der Quadratinhalt nur 300 Meter, also um $\frac{1}{15}$ zu klein. Hätte er sich in der Länge aber um $\frac{1}{3}$ Meter geirrt, und statt 60 nur $59\frac{2}{3}$ gefunden, so wäre der Quadratinhalt $318\frac{2}{9}$ Meter, also nur um $1\frac{2}{9}$ □ Meter oder $\frac{1}{262}$ des Ganzen zu klein.

Damit also der Feldmesser den Inhalt einer Figur genau finde, so ist es nothwendig, daß er vorzüglich die Breite der Stücke genau mit den Ruthen messe.

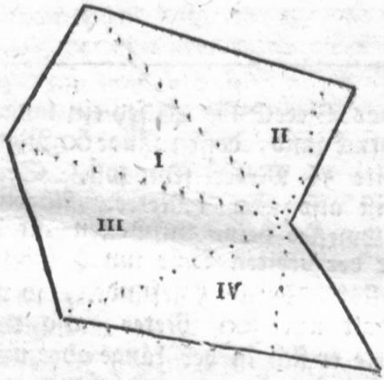
§. 12.

§. 12.

Beim Berechnen des Quadratinhalts der Felder verfährt der Feldmesser nach folgender Ordnung.

Er zeichnet in sein Tagebuch die Figur mit den Dreiecken, und schreibt bei jede Grundlinie und bei jeden Perpendikel die gemessene Länge:

Fig. 47.



Nr.	Grundlinie	Perpend.	Produkt
I	60,3	30	1809,0
II	59,2	28	1657,6
III	60,3	32	1929,6
IV	50,2	30	1506,0
		2	6902,2
			3451,1

Dieses macht 34 Ruthen 51,1 Meter.

Neben die Figur schreibt er in 4 Colonnen, die Nummer des Dreiecks, die Länge der Grundlinien, die Länge des Perpendikels und des Produkts aus beiden. Er addirt dann die Summe, und

und dividirt sie mit 2. Hiebei hat er den Vortheil, daß er weniger Zahlen zu machen braucht, als wenn er das Produkt von jedem Dreieck mit 2 dividirt, oder als wenn er vor der Multiplication den Perpendikel oder die Grundlinie halbirt. Zugleich wird er bei dieser sehr einfachen Einrichtung weniger Rechnungsfehler machen, als wenn er auf die gewöhnliche Weise mit dem Halbiren der Perpendikel und der Grundlinien rechnet.

Ich habe oft bemerkt, daß die Feldmesser entweder die Grundlinie und den Perpendikel halbiren, oder keine von beiden, und vergessen dann auch zugleich das Produkt zu halbiren.

Wenn, wie Fig. 40. in §. 6. ausser den Dreiecken auch noch Trapezien vorkommen, so setzt er hier in die erste Colonne die Grundlinie, in die zweite die Summe der beiden Perpendikel, und in die dritte das Produkt. Er kann dann die Produkte der Trapezien zu den Produkten der Dreiecke addiren, und die Summe mit 2 dividiren. Dieses ist das einfachste, und er hat die wenigsten Zahlen dabei zu machen.

Endlich muß sich der Feldmesser es zum Gesetz machen, eine strenge Ordnung in seinen Zahlen zu halten, und alles doppelt rechnen. — Denn die gewöhnlichen Feldmesser begehen fast eben so viel Fehler im Rechnen als im Messen.

§. 13.

Nachdem nun der Feldmesser den Inhalt der gemessenen Felder, Wiesen oder Waldungen gehörig berechnet hat, so bringt er die Figur auf schönes Zeichenpapier, und illuminirt sie.

Die Felder legt er braun an, aber ganz blaß, die

die Wege bekommen ein stärkeres Braun. — Diese braune Farbe erhält er, indem er Tusch, Gummigut und ein wenig Carmin vermischt.

Die Gärten werden mit dem Pinsel mit schwachem Tusch gestrichelt.

Die Häuser werden entweder mit Carmin oder Florentinerlack roth angelegt.

Wiesen und Baumgärten werden ganz blaßgrün, entweder mit schwachem Grünspanwasser angelegt, oder aber mit einem Grün, das aus Gummigut und Berlinerblau gemischt ist.

Das Wasser wird himmelblau angelegt.

Sümpfe werden blau und braun gestrichelt.

Torfmooren werden durch einige Torfstechereien bezeichnet.

Eichen, Buchen, Tannen, Pappeln, Birken und Obstbäume, werden mit einer verschiedenen Baumzeichnung auf die Weise unterschieden, wie in den Vorschriften zum Zeichnen angegeben ist, welche die Zeichenmanier enthalten, die auf der Plankammer angenommen ist.

In diesen Vorzeichnungen ist zugleich die Art und die Größe der Schrift angegeben, welche auf den Planen gebraucht wird.

Dann zeichnet er den Maasstab nebst der Nordlinie auf den Plan, zieht einen einfachen Rand darum und schreibt den Titel darauf.

§. 14.

Wenn die Sache also vollendet ist, so fertigt er den Meßbrief nach folgender Form aus, die in der Bergischen Landmesserordnung dafür angegeben ist.

Ich N. N. durch die Ministerialverordnungen den ten... des Jahrs ... angestellter Feldmesser, habe mich auf Ersuchen des N. N., Gutsbesitzers zu N., nach N. begeben, und daselbst folgende Grundstücke nach der Großherzogl. Bergischen Landmesserordnung aufgenommen und vermessen, nachdem vorher die Grenzen in Beiseyn der Anschießenden auf gehörige Weise berichtigt worden waren. Nemlich:

1) Ein Stück Feld, genannt der kleine Kamp, groß 3 Morgen 18 Ruthen, regelmäßig begrenzt durch die vier Grenzsteine A B C D. Der Grenzstein D wurde wegen des steilen Ufers 3 Meter zurückgesetzt, wie auf dem Plane zu sehen ist.

2) Eine Wiese, genannt das Heubruch, groß 2 Morgen 17 Ruthen. Sie hatte drei Steine, E F und G. Den Stein H habe ich mit Zuziehung der Nachbarn gesetzt, und er ist oben mit einem Kreuze versehen.

3) Ein Stück Buchenwald, groß 37 Morgen 12 Ruthen, gelegen im Osterholz, anschießend gegen Norden an die Pastoratwaldungen, gegen Osten und Süden an die Waldungen des Grafen N. und gegen Westen an den Busch von N. Es ist mit Zuziehung der Anschießenden vorher gehörig mit den sechs Steinen 1, 2, 3, 4, 5 und 6, die in die Mitte der alten Gräben gesetzt wurden, begrenzt worden.

4) Habe ich ein Stück Land, welches 4 Morgen 28 Ruthen groß war, zwischen den beiden Brüdern N. und N. so durchgetheilt, daß jeder zwei Morgen 14 Ruthen erhielt. Wobei die Theilungslinie so angenommen wurde, daß sie die Krümmung bei K durchschnitt, worauf denn alles mit den gehörigen Grenzsteinen ist versehen worden.

Ich

Ich habe diese Stücke mit richtigem Maas und Instrumenten aufgemessen, und nach dem vorgeschriebenen verjüngten Maasstab in einen Plan gebracht, so daß 1000 Meter auf dem Felde 1 Meter auf dem Papier machen. Welcher Plan, nachdem er gehörig illuminirt und mit der Nordlinie und dem Maasstabe versehen war, eigenhändig ist unterschrieben worden.

So geschehen zu N. den ... des Jahrs ...

N. N.

geschworner Feldmesser.

§. 15.

Ausser dem Ausmessen der Güter oder einzelner Stücke kommt dem Feldmesser oft noch eine andere Art von Arbeit vor, nemlich ganze Güter oder einzelne Stücke in mehrere durchzutheilen.

Er thut dieses auf folgende Weise:

Zuerst mißt er das Ganze auf, und läßt sich denn von den Eigenthümern angeben, wie sie es am liebsten wollen getheilt haben. Er theilt dann nach dem Augenmaße die Figur auf dem Papier in zwei, drei oder mehrere Theile, nachdem er vorher berechnet hat, wie groß jeder Theil wird.

Z. B. Ein Stück Land von 18 Morgen soll unter drei Brüder getheilt werden, so bekommt jeder 6. Weil aber das Land an einem Abhange liegt, und oben schlechter wie unten ist, so sind die Interessenten dahin überein gekommen, daß es in drei Stücke soll getheilt werden, die 5, 6 und 7 Morgen groß sind, und um die sie nachher loosen wollen.

Er theilt nun das Stück durch zwei Linien, die er mit Bleistift auf dem Plane zieht, in drei Theile, und

und berechnet ihren Inhalt. Er findet daß A $4\frac{1}{2}$ Morgen, B 6, und C $7\frac{1}{2}$ Morgen hat. C muß also einen halben Morgen abgeben, und B muß oben rücken, damit A unten noch einen halben Morgen erhält.

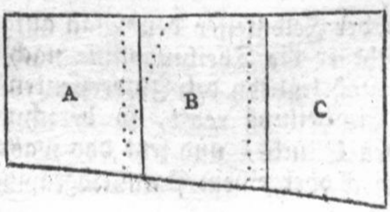
Dieses ist nun fast immer der Fall, daß die erste Theillinie nicht geräth, allein dieses thut nichts, denn dasjenige, was dann noch fehlt, setzt man entweder mit einem Dreieck oder mit einem Parallelogramm zu. A hatte $\frac{1}{2}$ Morgen oder 50 Ruthen zu wenig. Gesetzt das Stück wäre 10 Ruthen breit gewesen, so setzt man noch einen Streifen von 5 Ruthen dran, und A hat seine 5 Morgen.

Oben soll C aber 50 Ruthen verlieren; die Breite des Stücks soll da 12 Ruthen seyn, so setzt man einen Streifen von $4\frac{1}{6}$ Ruthen dran, und A hat 5, B 6, und C 7 Morgen.

Man hätte die 50 Ruthen eben so gut mit einem Dreieck dran setzen können, dessen Basis und dessen Höhe 10 Ruthen war.

Nachdem auf diese Weise dann die Theillinie auf dem Papier gefunden worden, so wird sie auf dem Felde mit Pikets abgesteckt, und dann noch einmal jedes Stück auf dem Felde besonders gemessen. Findet sich dann sein Inhalt richtig, so wird es mit Steinen begrenzt.

Fig. 48.



§. 16.

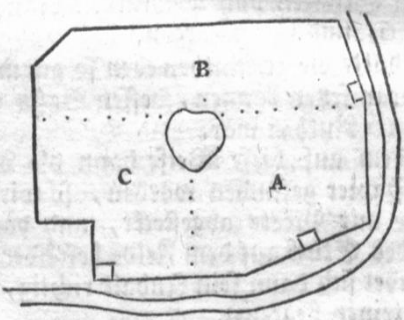
Oft kommen beim Theilen mehrere Umstände vor, welche die Sache verwickelt machen.

Es soll z. B. ein Stück Land zwischen drei Brüdern so getheilt werden, daß jeder sein Haus an die Landstraße bauen kann, die an zwei Seiten vorbeigeht, und daß er zugleich zu einer Quelle kommen kann, die in der Mitte liegt, ohne über dem andern sein Erbe zu gehen.

Dazu kommt noch, daß die Theilungslinien gerade seyn sollen, und daß der Boden von verschiedener Güte ist, so daß A 7 Morgen, B 8, und C 6 erhält.

Das Stück soll folgende Figur haben:

Fig. 49.



Wenn der Feldmesser den Plan aufgenommen hat, so zieht er die Theilungslinie nach dem Augenmaße, und legt ihn den Interessenten vor. Ist ihnen die Eintheilung recht, so berechnet er den Inhalt jedes Stücks, und setzt das was fehlt mit einem Dreieck oder einem Parallelogramm hinzu.

Wenn

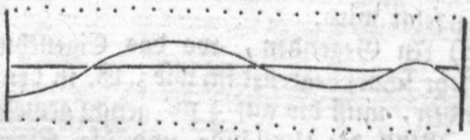
Wenn der Feldmesser auf diese Weise verfährt, so wird er, selbst in verwickelten Fällen, doch nie Schwierigkeiten beim Gütertheilen finden.

§. 17.

Auch ist der Fall häufig, daß zwei Nachbarn eine gemeinschaftliche Hecke wollen ausrotten, und die Grenze die vorher krumm war, gerade machen.

Der Feldmesser braucht dann nicht das ganze Stück zu messen, welches eine unnöthige Arbeit wäre; sondern er steckt an beiden Seiten der Hecke eine Linie mit Pikets ab, zwischen der die neue Grenze durchgehen soll. Dann mißt er wie viel Ruthen jeder Nachbar zwischen der abgesteckten Linie und der Hecke hat. Er steckt dann nach dem Augenmaße die neue Grenze ab, und mißt, ob nun jeder so viel Ruthen hat wie vorher. Das, was dem einen fehlt, nimmt er dem andern ab, indem er einen schmalen Streifen von der neuen Grenze in Gestalt eines schmalen Parallelogramms, oder eines schmalen Dreiecks, abschneidet.

Fig. 50.



§. 18.

Der Feldmesser muß in seinen Arbeiten eine gewisse Genauigkeit erreichen, welche in der Landmesserordnung vorgeschrieben ist. Dieses heißt die vorgeschriebene Genauigkeit, und wenn irgendwo von Genauigkeit die Rede ist, so ist diese im-

immer darunter verstanden, da Niemand beim Arbeiten auf dem Felde eine vollkommene Genauigkeit erreichen kann. Wenn der Feldmesser z. B. eine Linie mehrmals und mit aller Sorgfalt mißt, so wird er das einemal einige Zoll mehr, und das anderemal einige Zoll weniger haben. Allein der Unterschied wird, wenn er mit Sorgfalt gemessen hat, so klein seyn, daß er keinen merklichen Einfluß weder auf die Länge der Linie noch auf den Inhalt des Stücks hat.

In der Bergischen Landmesserordnung ist in Hinsicht der Genauigkeit folgendes vorgeschrieben:

1) Im Gebirge, wo das Messen schwierig ist, und der Boden wenig Werth hat, ist es hinlänglich, wenn bis auf 1 pro Cent genau gemessen wird, so daß auf 100 Morgen nicht 1 Morgen gefehlt wird.

2) In Ebenen und in flachen Thälern, wo sich gut messen läßt, und auch der Boden einen größern Werth hat, muß bis auf $\frac{1}{2}$ pC. genau gemessen werden, so daß auf 200 Morgen nicht ein Morgen gefehlt wird.

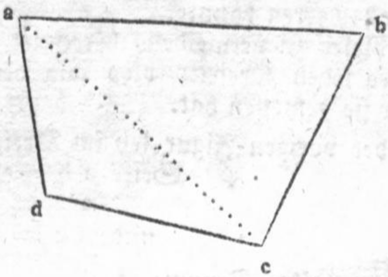
3) In Gegenden, wo das Eigenthum klein und sehr scharf begrenzt ist, wie z. B. in den Fabrikgegenden, muß bis auf $\frac{1}{3}$ pC. genau gemessen werden, wenn die Umstände und die Eigenthümer dieses fodern; und bei Hausplätzen, wo es oft auf einen einzelnen Zoll ankommt, muß, wenn der Eigenthümer es verlangt und bezahlt, der Feldmesser so sorgfältig messen, daß nicht $\frac{1}{10}$ pC. oder ein Tausendtheil gefehlt wird.

§. 19.

§. 19.

In den Fällen, wo so genau gemessen werden soll, wie im Artikel 3 vorgeschrieben ist, verfährt der Feldmesser auf folgende Weise:

Fig. 51.



Zuerst begrenzt er die Figur sehr scharf mit solchen Steinen, die oben ein scharf eingehauenes Kreuz haben, — oder, wenn es ein Bauplatz ist, wo die Steine hindern würden, mit hölzernen Pfählen, wo oben ein Nagel ohne Kopf eingeschlagen ist. Dieses ist dann der wahre Grenzpunkt.

Dann theilt er die Figur in Dreiecke, und mißt alle Seiten. Vorher macht er aber den Boden eben und räumt alle Hindernisse weg, welche die Ruthen am flachen Aufliegen hindern könnten.

Nachdem er nun auf diese Weise alle Linien mit möglichster Sorgfalt gemessen hat, so trägt er die Figur nach dem verjüngten Maasstab von 500 zu 1 auf das Papier, und nachdem er die Linien mit Tusch ausgezogen, so mißt er die Höhen der Dreiecke mit dem Zirkel, und indem er diese mit der

Grundlinie multiplicirt, findet er auf die bekannte Weise den Inhalt jedes Dreiecks, und endlich den der ganzen Figur.

Indeß würde diese Berechnung für die gesuchte Genauigkeit nicht hinreichen, weil er auf dem Papier beim Messen der Perpendikel sich wieder um mehrere Zoll irren könnte.

Um dieses zu vermeiden, berechnet er den Inhalt eines jeden Dreiecks blos aus den Seiten, so wie er sie gemessen hat.

In der vorigen Figur sey im Dreieck abc die

Seite ab = 12 Meter
ac = 15 —
und bc = 8 —

ihre Summe ist also = 35 Meter.

Nun addire man zwei und zwei Seiten zu einander, und ziehe von der Summe die dritte ab.

ab + ac = 27
÷ 8
bleibt 19 Rest.

ab + bc = 20
÷ 15
bleibt 5 Rest.

ac + bc = 23
÷ 12
bleibt 11 Rest.

Die Summe aller drei Seiten 35 multiplicirt man nun mit den drei Resten 19, 5 und 11; 35mal 19 ist 665. 665mal 5 ist 3325, und 3325mal 11 ist 36575.

Aus dieser Zahl ziehe man endlich die Quadratwurzel, und dividire mit 4, so hat man den Flächeninhalt des Dreiecks aufs genaueste.

```
                4)
      3|65|75|191,2|47,8
              |161 |
   2   265     31
       261     28
  38    475     32
        381     32
 382     9400
         7644
        17,56
```

Der Inhalt des Dreiecks ist also 47,8 Quadratmeter.

Diese Berechnung des Inhalts von einem Dreieck, in dem man alle drei Seiten gemessen hat, ist zwar etwas weitläuftig, allein sie ist die genaueste, und man braucht bei ihr weiter keine Instrumente, als sehr genaue Ruthen.

Da der Feldmesser den Inhalt der Figur zugleich auf dem Papier mit den Grundlinien und Perpendikeln ausgerechnet hat, so dient eine Rechnung der andern zur Probe, da beide miteinander übereinstimmen müssen.

§. 20.

Ob ein Feldmesser die vorgeschriebene Genauigkeit bei seinem Messen erreicht hat, wird auf folgende Weise untersucht.

Je nachdem die Messung groß oder klein ist, werden mehr oder weniger Stücke nachgemessen.

Wenn z. B. hundert Stück gemessen sind, so wählt der Verificateur, der den Auftrag hat, die Genauigkeit der Messung zu untersuchen, etwa 8 oder 10 Stück aus, und mißt diese sehr sorgfältig nach.

Er bemerkt bei jedem den Unterschied an, den er mit der vorigen Messung findet, und schreibt diesen nebst dem Inhalt von jedem in eine besondere Colonne.

		Inhalt				Unterschied	
Z. B. Nr.	1.	2	Morg.	20	R.	1,00	Ruthe.
	2.	1	⸗	17	⸗	0,50	⸗
	3.	2	⸗	5	⸗	0,50	⸗
	4.	1	⸗	2	⸗	0,25	⸗
	5.	3	⸗	10	⸗	1,20	⸗
	6.	2	⸗	18	⸗	0,90	⸗
	7.	--	⸗	97	⸗	0,25	⸗
	8.		⸗	83	⸗	0,20	⸗
		13	⸗	52	⸗	4,8	⸗

Am Ende addirt er beide Colonnen, und macht folgenden Schluß: Auf 13 Morgen 52 Ruthen ist 4,8 Ruthe gefehlt. Dieses macht auf 100 Morgen einen Fehler von 35 Ruthen, also noch kein halb Procent. Die Messung ist also vorschriftsmäßig genau, da die gemessene Stücke in einem Boden liegen, wo die Landmesserordnung ein halbes Procent Genauigkeit vorschreibt.

§. 21.

Die vorgeschriebene Genauigkeit gilt sowohl für die Linien als für die Flächen.

Zwar könnte man einwenden, daß wenn die Linien

Linien bis auf 1 Procent fehlerhaft sind, die Flächen bis auf 2 Procent fehlerhaft werden. Z. B. ein Feld von 200 Meter lang und 100 Meter breit, hat eine Fläche von 200 Quadratruthen.

Hätte nun der Landmesser jede Linie um 1 Procent fehlerhaft gefunden, z. B. die eine zu 198, und die andere zu 99 Meter, so fände er eine Fläche von 196 Ruthen, welches $\frac{1}{50}$ oder um 2 Procent vom wahren Inhalt abweicht.

Aber hierauf kann man antworten: Es ist ja nicht bestimmt, daß er beide Linien um 1 Procent zu klein oder beide um 1 Procent zu groß findet. Es ist eben so wahrscheinlich, daß er die eine zu klein, und die andere zu groß findet, wenn nemlich seine Ruthen die gehörige Länge haben. In diesem Falle aber weicht der falsche Inhalt vom wahren nur um 0,1 Procent ab.

Wenn im vorigen Beispiele die eine Länge 99 und die andern 202 Meter statt 100 und 200 gefunden ist, so ist der Inhalt 199 Ruthen und 98 Quadratmeter, also nur um 0,2 Quadratmeter vom wahren verschieden, welches nur $\frac{1}{10}$ Procent ist.

Man kann daher als ausgemacht annehmen, daß wenn ein Feldmesser eine gewisse Anzahl Stücke in den Linien bis auf $\frac{1}{2}$ Procent genau gemessen hat, daß dann der Flächeninhalt dieser Stücke im Durchschnitt auch bis auf $\frac{1}{2}$ Procent genau seyn wird, denn daß er eine Linie um $\frac{1}{2}$ Procent zu groß und die andere um $\frac{1}{2}$ Procent zu klein mißt, ist eben so wahrscheinlich, als daß er beide zu groß oder beide zu klein messe.

§. 22.

§. 22.

Dann könnte man noch die Frage aufwerfen: Mißt der Verificateur, welcher die Messung untersucht, völlig fehlerfrei? — Da Niemand völlig fehlerfrei mißt, so wird es auch dieser nicht thun, und wenn dieser nun $\frac{1}{3}$ Procent fehlt, und der Feldmesser hat auch $\frac{1}{3}$ Procent gefehlt, so macht dieses zusammen $\frac{2}{3}$, und die Messung wird für unrichtig erklärt, wenn nur $\frac{1}{2}$ Procent als Fehlergrenze erlaubt ist, obschon der Feldmesser nur $\frac{1}{3}$ Procent gefehlt hat. —

Hierauf dient folgendes zur Antwort:

1) Der Verificateur sucht solche Stücke aus, die so liegen, daß sie sich sehr genau messen lassen.

2) Mißt er bei der Verification, wo nur wenige Stücke zu messen sind, mit einer Sorgfalt, welche kein Feldmesser anwendet, der sehr viele Stücke zu messen hat. — Die Fehler, die der Verificateur also beim Messen begeht, sind statt $\frac{1}{2}$ Procent nur $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{8}$ Procent, und vermehren und vermindern also die Fehler des Feldmessers in jedem Falle nur um eine Kleinigkeit.

3) Ist es eben so wahrscheinlich, daß die Fehler des Verificateurs dem Feldmesser zum Vortheile als zum Schaden gereichen, denn wenn der Feldmesser $\frac{1}{2}$ Procent in einem Stück zu wenig hat, und der Verificateur hat auch $\frac{1}{5}$ Procent weniger als die Wahrheit, so weichen jene Messungen des Feldmessers nicht um $\frac{1}{2}$ Procent von denen der Verificateurs ab.

Man kann daher als ausgemacht annehmen, daß wenn mehrere Stücke nachgemessen werden, die

die kleinen Fehler des Verificateurs dem Feldmesser eben so oft zum Vortheile als zum Nachtheile gereichen, und daß die mittlere Genauigkeit einer Messung im Ganzen dieselbe seyn wird, welche sie seyn würde, wenn der Verificateur ohne Fehler mißt.

Ueberhaupt aber müssen beim Nachmessen keine kleine Stücke von einigen Ruthen genommen werden, weil eine kleine Ungewißheit in der Begrenzung gleich einen Unterschied von 2 bis 3 Procent macht. Wenn solche Stücke mit der vorgeschriebenen Genauigkeit sollen gemessen werden, so müssen sie durchaus Grenzsteine mit eingehauenen Kreuzen haben.

Anmerkung. Ich habe mit Fleiß die Lehre von der Genauigkeit der Arbeiten des Feldmessers und von der Art sie zu prüfen, so ausführlich auseinander gesetzt, weil es wichtig ist, daß hierin nichts Schwankendes und Ungewisses sey, da keine Feldmesserarbeit eher bezahlt werden kann, bis ihre Genauigkeit ist geprüft worden. — Auch sind bis jetzt noch, so viel ich weiß, in keiner praktischen Geometrie die Grundsätze entwickelt worden, worauf die Prüfung der Güte und der Genauigkeit einer Messung beruht.

Nach den Erfahrungen die ich gemacht habe, messen die Feldmesser im Gebirge, wo sie die Ruthen treppenweis legen, gewöhnlich bis auf $\frac{1}{2}$ Procent genau, und in der Ebene bis auf $\frac{1}{4}$ Procent, wenn sie die Ruthen über den flachen Boden legen und die Begrenzung der Stücke scharf ist.

Bei der Verification wird hingegen viel genauer gemessen. Ich ließ einmal im Amte Angermund durch einen Feldmesser 58 gut begrenzte Stücke nachmessen, um eine alte Amtsmessung zu verificiren. Den mittlern Fehler der alten Messung fand

fand der Feldmesser zu 1, 56 Procent. Nach einem halben Jahre ließ ich durch einen Trigonometer noch einmal 40 Stücke von den 58 nachmessen. Dieser fand fast denselben Fehler, und sein Mittel wich von dem des Feldmessers nur um $\frac{1}{8}$ Procent ab.

§. 23.

In Hinsicht des Bezahlens der Feldmesserarbeiten, ist in der Bergischen Landmesserordnung folgendes festgesetzt:

Für Stücke von 1 bis 3 metrische Morgen, wird für den Morgen 25 Stüber bezahlt.

Für Stücke von 3 bis 15 Morgen, wird für den Morgen 20 Stüber bezahlt.

Für Stücke von 15 bis 30 Morgen, wird für den Morgen 12 Stüber bezahlt.

Hingegen da, wo im Gebirge schwierig zu messen ist, wird für Stücke von 1 bis 3 Morgen 30 Stüber oder einen halben Thaler bezahlt.

Für Stücke von 3 bis 15 Morgen, wird im Gebirge 23 Stüber bezahlt.

Und für Stücke von 15 bis 30 Morgen wird im Gebirge 15 Stüber bezahlt.

Wenn Stücke gemessen werden, die größer als 30 metrische Morgen sind, wie dieses in Heiden und großen Waldungen der Fall ist, so wird hierüber ein besonderer Akkord gemacht.

In der Landmesserordnung sind obige Angaben nach altem Maaße angegeben, ich habe sie auf die neue Morgen reducirt, und um alle Brüche zu vermeiden, runde Zahlen genommen.

Wenn der Feldmesser Grenzsteine setzen muß, so erhält er für jeden 12 Stüber. Mehr Grenzsteine als nöthig sind, darf er nicht setzen. Auf

jeden

jeden Winkelpunkt der Figur kommt ein Grenzstein. Ist die Linie krumm, dann kommen die Grenzsteine so nahe beisammen, daß beide anschießende Erben das zwischen zwei Steinen liegende Stück ihrer Grenze als eine gerade Linie ansehen können.

Uebrigens müssen die Stücke nicht allein in den Längenlinien begrenzt seyn, sondern auch an den Vorhäuptern in den breiten Linien, und die Steine müssen auf den wahren Grenzpunkten stehen. — Sind Gründe vorhanden, sie nicht auf die wahre Grenze zu setzen, wie an Bächen, abhängenden Ufern oder in Hohlwegen, so muß es, wie oben schon gesagt worden, ausdrücklich im Meßbriefe bestimmt werden, wie weit der Stein von der wahren Grenze absteht. — In Hinsicht der wahren Grenzen eines Stücks darf der Feldmesser nie einen Zweifel übrig lassen, weil dieses der Grund ist, worauf die Genauigkeit aller Messungen beruht.

Wenn irgendwo eine Kleinigkeit von 1 oder 2 Morgen zu messen ist, so wird diese nicht nach der Taxe, sondern nach Tagegebühren bezahlt, wobei der Feldmesser für sich 1 Thaler, und für seinen Ruthenleger 24 Stüber erhält.

Dieselben Tagegelder bekommt er, wenn er zu Grenzberichtigungen und zum Aufmessen streitiger Grenzen gebraucht wird, weil die Mühe und die Zeit, die er gebraucht, sich nicht wie die gemessene Morgenanzahl verhält.

Wenn er von seinem Wohnorte in einer Entfernung mißt, die größer als 2 Stunden ist, so bekommt er für Hin- und Herreise 1 Thaler, und

mißt

mißt er entfernter als 4 Stunden, so bekommt er für Hin- und Herreise 2 Thaler.

Für Papier und andere kleine Ausgaben wird nichts in Rechnung gebracht.

Für diese Bezahlung muß er zwei rein gezeichnete Karten und zwei Meßregister liefern.

Da er alle seine Arbeiten in sein Tagebuch einträgt, so kann jeder Eigenthümer zu jeder Zeit eine Copie von Karte und Meßbrief von ihm erhalten, auf den Fall er die seinige verliert. Er bezahlt dann für die Copie per Morgen 3 Stüber, und wenn die Messung keine 10 Morgen beträgt, überhaupt einen halben Thaler.

§. 24.

Es kommt oft der Fall, daß der Feldmesser ein Fußmaas in das andere reduciren muß, wie z. B. köllnisches in rheinisches. Er muß dann die gehörigen Verhältnisse kennen und wohl acht geben, ob er Längen- oder Flächenmaas habe, damit er beide nicht miteinander verwechsele.

Die gebräuchlichsten Fußmaaße sind bei uns:

1) das köllnische,
2) das rheinische,
3) das pariser,
4) das neue französische Maas oder das Meter.

Ich will, um dem Feldmesser diese Reductionen zu erleichtern, die gebräuchlichsten Verhältnisse in bequemen Zahlen hierher setzen.

I. Es soll köllnisches Maas in rheinisches verwandelt werden, oder umgekehrt, rheinisch in köllnisches.

11 rheinische Zoll sind 12 köllner.
16 köllner Fuß sind $14\frac{2}{3}$ Fuß rheinisch.
9 köllner Ruthen sind 11 rheinische Ruthen.

Flächenmaas:

81 köllner Quadratruthen sind 121 rheinische Quadratruthen.
150 köllner Quadratruthen sind 224 rheinische Quadratruthen oder 1 Morgen.
10,000 köllner Quadratruthen sind 14906 rheinische Quadratruthen.

Das letzte Verhältniß ist das genaueste.

II. Es soll köllner Maas in pariser verwandelt werden, oder pariser in köllner.

1 köllner Fuß ist 127,4 pariser Linien.
1 köllner Ruthe zu 16 Fuß ist 2038,4 pariser Linien.

Flächenmaas.

1 köllner Quadratruthe ist 4155074 pariser Quadratlinien.
1 köllner Morgen zu 150 Quadratruthen ist 623261184 pariser Quadratlinien.

III. Es soll köllner Maas in Meter verwandelt werden, oder umgekehrt.

1 Meter ist 3,48 köllner Fuß.
10 Meter oder 1 Ruthe ist 34,8 köllner Fuß.
16 köllner Fuß sind 4,6 Meter.

Flächenmaas.

100 Quadratmeter oder eine metrische Ruthe ist 4,73 Quadratruthen köllnisch.

100 metrische Quadratruthen oder ein Morgen sind 473 Ruthen köllnisch.

IV. Es soll rheinländisch Maas in pariser, oder umgekehrt, dieses in jenes verwandelt werden.

1 rheinländer Fuß ist 139,13 pariser Linien, deren 144 ein pariser Fuß sind.

12 rheinländische Fuß sind 1669,56 pariser Linien.

V. Es soll metrisches Maas in rheinisches, oder dieses in jenes verwandelt werden.

1 Meter ist 3,186 rheinische Fuß.

12 Fuß rheinisch sind 3,766 Meter.

Flächenmaas.

1 rheinische Quadratruthe ist 14,184 Quadratmeter.

100 Quadratmeter sind 705 Quadratruthen rheinisch.

1 metrischer Morgen ist 705 rhein. Quadratruthen.

Sobald man diese Verhältnisse kennt, ist es leicht jedes Maas in ein anderes zu verwandeln. Wenn der Feldmesser z. B. 723 köllner Ruthen hat, die er in rheinische verwandeln soll, so hat er den einfachen Regula de Tri-Satz: 10,000 köllner Quadratruthen sind 14906 rheinische, wie viel sind 723 köllner? Antwort 1077,7 rheinische Quadratruthen.

Oder es sollen 1077,7 rheinische Quadratruthen in metrische verwandelt werden, so hat er den Regula

gula de Tri-Satz: 705 Quadratruthen reinisch sind 100 metrische Quadratruthen, wie viel sind 1077,7 rheinische Quadratruthen? Antwort 152,8 metrische Quadratruthen.

§. 25.

In Hinsicht der Eintheilung und der Benennung der Maaße ist noch folgendes zu bemerken:

Der Fuß wird in 12 Zoll und der Zoll in 12 Linien getheilt, der Fuß hat also 144 Linien.

Bei der Vergleichung der Maaße nimmt man gewöhnlich den pariser Fuß zum Grundmaas, weil dieser am bekanntesten ist.

So sagt man z. B. der köllner Fuß hat 127,4 pariser Linien, deren 144 einen pariser Fuß machen. Der rheinische hat 139,13 pariser Linien. Das Meter oder die Elle hat 443,3 pariser Linien u. s. w.

Bei den Ruthen herrscht in Hinsicht der Eintheilung eine große Verschiedenheit:

Die köllner Ruthe hat 16 köllner Fuß.
Die rheinländische hat 12 rheinländische Fuß.
Die metrische hat 10 Meter.

Ferner hat im Flächenmaas die köllner 256 Quadratfuß.
Die rheinische 144 Quadratfuß,
und die metrische 100 Quadratmeter.

Beim Feldmesser werden aber alle Ruthen ohne Unterschied in 10 Decimalfuß, und jeder Decimalfuß in 10 Decimalzoll getheilt.

Ein köllner Morgen hat 150 köllner oder 224 rheinische Ruthen.

Ein rheinischer Morgen hat 600 rheinische Quadratruthen.

Ein

Ein metrischer Morgen hat 100 metrische Quadratruthen.

Eine Cubikruthe nennt man einen Körper, der 1 Ruthe lang, breit und hoch ist.

Eine Schachtruthe nennt man einen Körper, der 1 Fuß dick ist, und eine Quadratruthe Fläche hat. Diese Ruthe wird häufig bei Mauerwerk, Erdarbeiten u. d. gl. gebraucht. Eine rheinische Schachtruthe hat 144 Cubikfuß.

Eine Schachtriemenruthe nennt man einen Körper, der eine Ruthe lang, und einen Fuß breit und dick ist. Eine solche rheinische Riemenruthe hat 12 Cubikfuß.

§. 26.

Ausser den bis jetzt angeführten Arbeiten des Feldmessers kommen noch zu Zeiten einige andere vor, die er, obschon sie seltener sind, doch kennen muß. Ich meyne das Wasserwägen und das Berechnen vom Cubikinhalt der Körper, wie z. B. von einem Baumstamme oder von einem Weinfasse u. d. gl.

Das Wasserwägen kommt da gewöhnlich vor, wo ein Damm soll angelegt werden, oder ein Mühlengraben, oder eine Wiesenwässerung, oder wenn ein Weg über eine Anhöhe soll geführt werden.

Er bedient sich hiebei der Wasserwage mit communicirenden Schenkeln. Diese besteht aus einer blechernen Röhre, die auf einem Dreifuß steht, und in deren beiden Enden gläserne Röhren eingesetzt sind, in die man das Wasser hineingießt. Da das Wasser in den Röhren immer horizontal steht, wenn es sich frei bewegen kann, so gibt die Wasser-

linie,

linie, die man durch die beiden gläsernen Röhren sieht, eine gute Visierlinie fürs Wasserwägen ab, nur muß man immer einige Schritte zurückgehen stehen, damit dem Auge die Visierlinie nicht zu sehr durch den Wasserring verdeckt werde, den dieses an seiner Oberfläche in der Röhre macht.

Die Zielscheibe ist eine runde Scheibe von Blech, die sechs bis acht Zoll Durchmesser hat. Sie ist in vier Quadraten eingetheilt, wovon zwei schwarz und zwei weiß sind, um den Mittelpunkt desto schärfer sehen zu können. An ihrem hintern Theile hat sie eine runde Büchse, durch die der Maasstab geht, dieser ist 1 Zoll dick, und in Meter, Hand, Zoll und Linien eingetheilt. An der Rückseite ist eine Preßschraube zum Feststellen, und an der Seite, wo der Maasstab ist, ist ein viereckig Loch in der Büchse mit einem kleinen Zeiger, der genau die Mitte der Scheibe angibt.

Will nun der Feldmesser z. B. bei einem Mühlgraben bestimmen, wie viel höher das Wasser am obern Ende über dem untern steht, so schlägt er an beiden Orten Pfähle ein, die dem Wasser gleich kommen, und er stellt dann seine Wasserwage in die Mitte. Sein Ruthenleger hält den Stab mit der Zielscheibe auf den untersten Pfahl, und schiebt die Scheibe so lange hinauf und hinunter, bis ihm der Feldmesser das Zeichen gibt, daß er den Mittelpunkt in einer Linie mit dem Wasser in den gläsernen Röhren sieht. Der Ruthenleger schreibt dann auf, wo der kleine Zeiger steht, z. B. auf 1 Meter, 4 Hand, 3 Zoll, 8 Linien. Darauf geht er an den obern Punkt, und setzt da die Zielscheibe wieder auf den Pfahl, schiebt dann wieder so lange

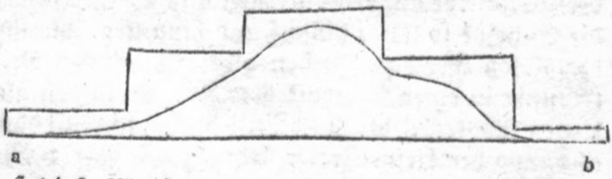
herauf

herauf und herunter, bis ihm der Feldmesser das Zeichen gibt, daß es gut ist. Er ließt dann die Höhe am Zeiger ab, und schreibt sie auf. Wir wollen annehmen, sie sey 2 Hand, 1 Zoll, 5 Linien vom Pfahl gewesen, so folgt daraus, daß der obere Pfahl 1 Meter, 2 Hand, 2 Zoll und 3 Linien höher steht als der untere. Denn sobald man die eine Höhe von der andern abzieht, so findet man den Unterschied zwischen beiden.

Wollte er nun noch weiter herauf Wasser wägen, so schlägt er oben den dritten Pfahl, stellt die Wasserwage in die Mitte, und findet den Höhen-Unterschied zwischen dem zweiten und dritten Pfahl auf dieselbe Weise, wie zwischen dem ersten und zweiten. Addirt er beide Unterschiede zusammen, so findet er wie hoch der dritte Pfahl über dem ersten liegt.

Man sieht, daß man auf diese Weise das Abwägen eine ganze Stunde weit fortsetzen kann, und daß man ohne Mühe einen Berg hinauf und wieder herunter abwägen kann, wie in folgender Figur. — Wenn in a und b zwei Bäche sind, die durch einen Berg getrennt sind, so läßt sich doch

Fig. 52.



auf diese Weise finden, welcher von beiden am höchsten liegt. Soll ein Weg über den Berg geführt werden, so läßt sich auf diese Weise finden,

wie

wie viel der Weg in die Höhe und wieder herunter steigen wird.

Soll eine Wiese gewässert werden, so kann man, ehe der Graben dazu gemacht wird, auf diese Art finden, ob das Wasser, welches man auf die Wiese leiten will, auch wirklich höher liegt, und wie viel Gefälle man ihm geben darf, wenn man es über die ganze Wiese leiten will.

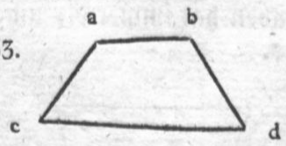
Man sieht hieraus, wie nützlich die Kunst des Wasserwägens ist, und zugleich wie einfach und leicht. Nur muß man die Vorsicht gebrauchen, alles doppelt abzuwägen, und zu der Arbeit einen windstillen und heiteren Tag wählen. Denn bei trüber Luft sieht man nicht scharf genug, und wenn der Wind geht, so steht die Wasserwage nicht still.

§. 27.

Zu den Körpern, die ein Feldmesser in den Fall kommen kann auszumessen, gehören Dämme, Gräben, Baumstämme, Fässer u. d. gl.

Ein Damm ist ein vierseitiges Prisma, dessen Durchschnitt folgende Figur hat.

Fig. 53.



Der obere Theil heißt die Krone des Dammes. Der untere der Fuß, und die schiefe Linie an der Seite: die Abdachung, oder die Dossirung.

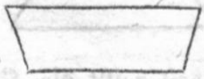
Gewöhnlich werden die Dämme so angelegt, daß die untere Grundlinie dreimal so groß ist wie die Krone. Doch richtet sich dieses immer nach der Höhe und der Stärke, die der Damm haben soll.

Wenn der Feldmesser die Krone, die Grundlinie und die Höhe des Dammes gemessen hat, so berechnet er die Größe der Durchschnittsfläche, und multiplicirt diese mit der Länge des Dammes, welches ihm den Inhalt desselben in Cubikfuß oder Cubikmeter gibt.

Das Mittel aus der Länge der Grundlinie und der Krone gibt ihm die mittlere Breite des Dammes. Die Krone sey z. B. 4 Meter, und die Grundlinie 12 Meter, so gibt dieses zusammen 16 Meter, wovon die Hälfte 8 Meter ist. Dieses ist die mittlere Breite, die durch die punktirte Linie angegeben ist. Wenn nun die Höhe des Dammes 10 Meter war, so war die Fläche des Querdurchschnitts a b c d 80 Quadratmeter. Bei einer Länge des Dammes von 1000 Meter, wäre sein Cubikinhalt 80000 Cubikmeter.

Der Cubikinhalt der Gräben wird auf dieselbe Weise nach dem mittlern Durchmesser berechnet. Denn ein Graben hat immer die umgekehrte Form eines Dammes.

Fig. 54.



Ein Graben, der 10 Meter tief ist, und unten 4 und oben 12 Meter breit, hat bei einer Länge von

von 1000 Meter auch 80000 Cubikmeter Inhalt. — Wenn nun das Cubikmeter auszuwerfen und wegzufahren 6 Stüber kostet, so kommt der Graben auf 8000 Thaler.

Wenn die Dämme über den ebenen Boden liegen, so ist ihre Breite und Höhe immer gleich. Liegen sie aber über ungleiches Erdreich, so bleibt zwar ihre Krone und ihre Abdachung dieselbe, aber ihre Höhe ändert sich, und unten ihr Fuß.

In diesem Falle muß man sie in Gedanken in Stücke zerlegen, die 1, 2, 3 oder mehrere Ruthen lang sind, je nachdem die Ungleichheit des Bodens größer oder geringer ist. Man berechnet dann den Inhalt von jedem Stück besonders, und addirt am Ende alle zusammen, wo man dann den Inhalt des ganzen Dammes findet.

Bei den Gräben ist es dasselbe, wenn diese durch einen ungleichen Boden gezogen werden. Man muß sie dann auch in Stücke zerschneiden, die so kurz sind, daß man in dieser Länge sie als gerade laufend betrachten kann.

Beim Ausmessen des runden Bauholzes mißt man die Dicke des Stammes in der Mitte, und multiplicirt diese mit der Länge. Wenn der Stamm in der Mitte z. B. 1 Meter dick ist, und 10 Meter lang, so ist sein Umfang 3,14 Meter, und dieses mit $\frac{1}{4}$ des Durchmessers multiplicirt, gibt die Kreisfläche des Durchschnitts also 0,78 Quadratmeter. Dieses mit 10 multiplicirt, gibt den Cubikinhalt des Stammes zu 7,8 Cubikmeter.

Diese Art abgekürzte Kegel mit Hülfe des mittlern Durchmessers zu berechnen, ist nicht völlig scharf, aber genau genug fürs gemeine Leben, man erhält den Inhalt nach dieser Methode ein wenig zu klein, welches aber bei Baumstämmen gewöhnlich noch nicht $\frac{1}{300}$ des Ganzen beträgt.

§. 28.

Will man den Cubikinhalt von einer Tonne oder sonst einem Gefäße messen, dessen Dauben gerade sind, so mißt man seinen obern und seinen untern Durchmesser, und nimmt aus beiden das Mittel. Hiedurch erhält man die mittlere Kreisfläche, und diese mit der Höhe multiplicirt, gibt den Inhalt.

Gesetzt, die Tonne sey oben 1,1 Meter weit, im Boden aber nur 0,9 Meter, so ist ihr mittler Durchmesser 1 Meter, und ihre mittlere Fläche 0,78 Quadratmeter. Wenn sie nun 2 Meter hoch wäre, so wäre ihr Inhalt 1,56 Cubikmeter. Da nun nach dem französischen Maas 1000 Kannen auf den Cubikmeter gehen, so wäre ihr Inhalt 1560 Kannen. (Eine solche Kanne heißt im Französischen Liter, und ist so groß wie 3 Schoppen der köllnischen Weinkanne.)

Ist die Tonne oval oder sonst nicht völlig rund, so mißt man oben und unten, den größten und kleinsten Durchmesser, und nimmt aus beiden das Mittel.

§. 29.

Weil bei einem Fasse die Dauben gekrümmt sind, so kann man, um den mittlern Durchmesser zu finden, nicht so geradezu aus dem größten und kleinsten das Mittel nehmen, denn wegen der Krümmung der Faßdauben liegt der mittlere Durchmesser näher beim Spunde als bei dem Boden.

Um den Inhalt eines Fasses zu finden, mißt man seine Tiefe unterm Spund, und die Tiefe am

Boden.

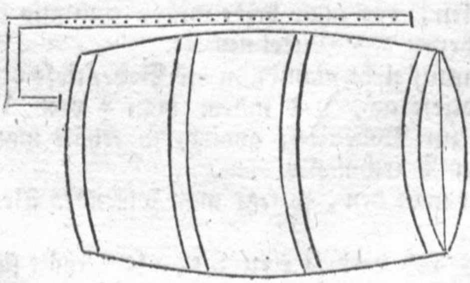
Boden. Die Bodentiefe zieht man dann von der Spundtiefe ab, und addirt $\frac{2}{3}$ von diesem Unterschiede zur Bodentiefe. Dieses gibt den mittlern Durchmesser. — Man berechnet dann den Inhalt des Fasses wie einen Cylinder, der so lang ist wie das Faß, und dessen Durchmesser dem mittlern Durchmesser gleich sey.

Beispiel. Es sey die Bodentiefe 0,8 Meter, die Spundtiefe 1,1 Meter, und die Länge des Fasses 2 Meter.

So ist der Unterschied zwischen Spund und Bodentiefe 0,3 Meter. Hievon $\frac{2}{3}$ genommen, ist 0,2 Meter, diese zur Bodentiefe 0,8 addirt, gibt den mittlern Durchmesser zu 1 Meter. Der Umfang ist also 3,14 Meter, und die Fläche $3{,}14 \times \frac{1}{4} = 0{,}78$ Quadratmeter, und der Cubikinhalt, da die Länge 2 Meter ist, 1,56 Cubikmeter, oder 1560 Kannen oder Liter, da der Cubikmeter 1000 Liter hat.

Um die Länge und die Tiefe eines Fasses bequem messen zu können, so bedient man sich folgendes Maasstabes, der in Meter, Hand, Zoll und Linien eingetheilt ist.

Fig. 55.



Beim

Beim wirklichen Ausmessen der Fässer verfährt man auf folgende Weise:

Erstens. Man mißt die Länge des Fasses an jedem Boden bis in die Mitte des Spundes. Weil das Spund oft nicht genau in der Mitte ist, so muß man seine Entfernung von beiden Böden messen. — Von dieser Länge zieht man die Dicke der Faßdauben ab, weil gewöhnlich das Holz in den Böden so dick ist wie die Dauben. Auf diese Weise erhält man die inwendige Länge des Fasses.

Der Haken ist deswegen oben am Maasstabe, damit man um die Köpfe der Faßdauben, welche oft 2 und 3 Zoll vorstehen, hinein fassen kann. — Mit diesem Haken parallel ist der erste Strich des Maasstabes oder der Nullpunkt.

Von hier bis ans Ende der Theilung ist genau ein Meter. Denn es ist selten, daß Fässer vorkommen, die länger als 2 Meter sind.

Zweitens. Man mißt nun mit dem andern Ende des Maasstabes die Tiefe des Fasses unter dem Spund, indem man den Maasstab in das Faß steckt. Darauf mißt man die Bodentiefe. Da oft ein Boden größer ist als der andere, so ist am besten, daß man beide mißt, und aus beiden angegebenen das Mittel nimmt.

Darauf zieht man dann die Bodentiefe von der Spundtiefe ab, und indem man $\frac{2}{3}$ vom Unterschiede zur Bodentiefe addirt, so erhält man den mittlern Durchmesser.

Hat man den, so setzt man folgendes Verhältniß an.

Wie sich verhält 1 zu 3,14, so verhält sich der mittlere Durchmesser zum gesuchten Umfange. Hat man

man den mittlern Umfang, so multiplicirt man ihn mit dem vierten Theil des Durchmessers, so erhält man die mittlere Zirkelfläche. Dieses mit der inwendigen Länge des Fasses multiplicirt, gibt den Cubikinhalt in Meter. Dieses mit 1000 multiplicirt, gibt den Inhalt in Kannen oder Litern.

Die Faßbänder haben eine Methode, den Inhalt eines Fasses auszumessen, indem sie einen Maasstab, den sie Ruthe nennen, übereck zum Spund bis an den Boden ins Faß stecken. Hiebei können sie $\frac{1}{12}$ vom ganzen Inhalt fehlen, und oft noch mehr.

Dieses Messen nennen sie rudern oder aichen, und die, welche dieses thun, heißen Ruderer oder Aichmeister.

Die beste Art, den Inhalt eines Fasses zu messen, ist die eben angeführte mit dem metrischen Maasstabe. Will man die gefundenen Liter auf altes Maas reduciren, so kann man dieses immer, wenn die Verhältnisse bekannt sind, die zwischen den alten und neuen Maaßen statt finden.

Beschluß.

Beschluß.

§. 30.

Nachdem ich in diesem Buche von den Kenntnissen gehandelt habe, die der Feldmesser in der Rechenkunst und Geometrie besitzen muß, und die Instrumente beschrieben und abgebildet, welche er bei seinen Arbeiten gebraucht, und nachdem ich endlich ihm eine Anweisung gegeben, wie er seine Arbeiten auf dem Felde sowohl als im Zimmer einzurichten habe, damit sie die vorgeschriebene Genauigkeit erhalten, und dieses an Beispielen erläutert, welche alle Fälle enthalten, die auf dem Felde vorkommen, — so kann ich dieses Buch schließen.

Mein Plan bei der Entwerfung desselben war, alles das in der Kürze zusammenzustellen, was in zwanzig Büchern übers Feldmessen zerstreut steht. Dabei wollte ich von keinen andern Instrumenten handeln, als nur von solchen, die einfach und genau sind, und endlich wollte ich in der Rechenkunst und Geometrie nicht weiter gehen, als der Feldmesser oder der Schullehrer auf dem Lande es bedarf, der die Geschicktern unter seinen Rechenschülern gerne etwas weiter führen will, als die gewöhnlichen Rechen- und Exempelbücher, die in den Schulen eingeführt sind, es erlauben. — In den Dorfschulen ist mancher gute Rechenschüler, der, wenn er Anleitung hat, ein geschickter Feldmesser werden kann. Und da jetzt in allen Staaten viele Feldmesser bei den großen

Ver-

Vermessungen für die Steuerrollen gebraucht werden, so kann mancher durch das Studium der Feldmeßkunst sein Fortkommen finden, und es auf diesem Wege weiter bringen, als er es ohne das gebracht hätte.

Ich werde mich für belohnt halten, wenn ich durch dieses Buch der Regierung geschickte Feldmesser bilden helfe, und wenn es zugleich von der andern Seite für manchen fleißigen Rechenschüler auf dem Lande ein Hülfsmittel ist, sich weiter auszubilden. Denn nicht allein für den, der mit der Feldmeßkunst seinen Unterhalt sucht, sondern auch für den wohlhabenden Landmann, der entweder ein eigenes Gut besitzt, oder große Güter in Pacht hat, ist es nützlich, wenn er so viel vom Messen versteht, daß er die Größe seiner Ländereien und Waldungen aufnehmen kann.

Diejenigen, die sich zu Feldmessern bilden, müssen, ehe sie examinirt werden, vorher einige Monate bei einem andern Feldmesser in der Lehre gestanden, und alle vorkommende Feldmesserarbeiten gemacht haben.

Sie lassen sich hierüber ein Zeugniß geben, und melden sich zur Prüfung bei einem Oberlandmesser. Dieser prüft ihre theoretische Kenntnisse, untersucht ihre Instrumente, und läßt sie in seiner Gegenwart auf dem Felde messen. Er macht hierüber seinen Bericht, und nun melden sie sich bei der Commißion, wo sie förmlich examinirt werden.

Das

Das vorläufige Examen beim Oberlandmesser ist theils wegen der praktischen Arbeiten, die füglicher unter den Augen eines Einzelnen, als unter denen einer Commißion können gemacht werden, die aus mehreren Mitgliedern besteht. Theils dient es dazu, daß keiner sich zum Examen bei der Commißion melde, von dem es nicht wahrscheinlich ist, daß er die gehörigen Kenntnisse und Fähigkeiten besitze, die zu einem Feldmesser gehören. — Uebrigens ist das Examen beim Oberlandmesser, sowohl als bei der Commißion, unentgeltlich, und es wird dabei auf nichts gesehen, als nur auf Kenntnisse.

Die Commißion besteht aus dem Direktor der allgemeinen Landsvermessung, dem Oberdeichinspektor, und dem Oberweginspektor.

Das Examen geschieht in folgender Ordnung:

Zuerst legt der Feldmesser Proben von seiner Handschrift und seinen Zeichnungen vor.

Darauf zeigt er seine Instrumente: Zirkel, Reisfeder, Transporteur, Lineale, Dreieck, Ruthen, Winkelkreuz und Wasserwage.

Nachdem die Instrumente untersucht sind, so fängt das eigentliche Examen an. Zuerst die vier Species in ganzen Zahlen und in Brüchen, das Ausziehen der Quadratwurzel, die Lehre von den Verhältnissen, und die Regula de Tri.

Dann

Dann folgen die geometrischen Sätze von den Parallellinien, von der Gleichheit der Winkel, und die von den Dreiecken bis zum Pytagoräischen Lehrsatze. Dann kommt die Lehre von der Berechnung der Körper, der Prismen, Cylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln.

Auf die theoretische Geometrie folgt die praktische. In dieser zuerst das Kapitel von der Begrenzung. Dann folgt das Aufnehmen ebener Figuren, schiefliegender Figuren, und unzugänglicher Figuren, (wie Teiche und Sümpfe) mit dem Winkelkreuz oder der Magnetnadel.

Dann folgt die Berechnung der Dreiecke aus Grundlinie und Höhe, und aus allen drei Seiten. Den Beschluß macht die Ausmessung der Dämme, Gräben, des Bauholzes, der Fässer u. d. gl.

Wenn der angehende Feldmesser in diesem Examen gut besteht, so wird er von der Commißion Sr. Excellenz dem Minister des Innern zur Anstellung empfohlen. Er wird dann zum Eide gelassen, den jeder Feldmesser schwören muß, und erhält sein Patent.

In diesem Eide verspricht er: immer der Landmesserordnung gemäß, zu messen, alle Grenzen richtig zu stellen, — keinen Anschießenden durch die Grenze zu vervortheilen, in Grenzstreitigkeiten immer nach seinem Gewissen zu sprechen, und den verschiedenen Parthien zum Frieden und

zum

zum Vergleich zu rathen, welches fast bei allen Grenzstreitigkeiten das Beste ist, weil gewöhnlich in solchen Fällen die streitige Grenze so unsicher ist, daß oft der beste Rechtsgelehrte bei allem Abwägen der Gründe für und gegen, nicht entscheiden kann, wo die wahre Grenze hergeht, und wer Recht hat.

Regis

Register.

Einleitung.

Erstes Kapitel.

Anfangsgründe der Rechenkunst.

§. 24.

Zwei-

Zweites Kapitel.

Anfangsgründe der Geometrie.

§. 1. Erklärung der Parallellinien.

§. 2. Erklärung der senkrechten Linien und des rechten Winkels.

§. 3. Erklärung der spitzen und stumpfen Winkel.

§. 4. Erklärung der Schenkel und des Winkelpunkts.

§. 5. Alle Winkel um einen Punkt betragen 4 Rechte.

§. 6. Die Summe zweier Nebenwinkel ist gleich zwei Rechten.

§. 7. Alle Scheitelwinkel sind einander gleich.

§. 8. Die innern und äussern Winkel sind sich bei Parallellinien einander gleich, ebenso die Wechselwinkel. — Die beiden innern sowohl, als die beiden äussern, betragen zusammen zwei Rechte.

§. 9. Uebersicht aller Winkel, die aus dem Durchschneiden der Parallellinien entstehen.

§. 10. Von den Dreiecken, ihre Benennung und Eintheilung nach den Winkeln und Seiten.

§. 11. Grundlinie und Höhe eines Dreiecks. Catheten und Hypotenuse.

§. 12. Alle drei Winkel in einem Dreiecke betragen zusammen genommen zwei Rechte.

§. 13. Der äußere Winkel an einem Dreieck, den eine verlängerte Seite macht, ist so groß, als die beiden innern gegenüberstehenden.

§. 14. Dreiecke, die einander decken, sind einander gleich.

§. 15. Zwei rechtwinkeligte Dreiecke bilden ein Recktangel,

angel, dessen Quadratinhalt man findet, wenn man seine Länge mit der Breite multipliciret.

§. 16. Alle Parallelogrammen sind einander gleich, die gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben.

§. 17. Alle Dreiecke sind einander gleich, die gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben.

§. 18. In jedem rechtwinkligten Dreiecke ist das Quadrat der Hypotenuse so groß, als das Quadrat der beiden Catheten zusammengenommen.

§. 19. Von den Vielecken.

§. 20. Vom Sechseck. Sein Durchmesser verhält sich zum Umfange wie 1 zu 3.

§. 21. Man kann den Kreis als ein Vieleck von unendlich vielen Seiten betrachten.

§. 22. Das Verhältniß zwischen dem Durchmesser und dem Umfange des Kreises. — Ueber die Bemühungen die Quadratur des Kreises zu finden.

§. 23. Von dem Ausmessen der Körper. Der Würfel.

§. 24. Vom Ausmessen der Parallelopipeden, oder Balken.

§. 25. Vom Ausmessen der Prismen.

§. 26. Vom Ausmessen der Cylinder.

§. 27. Vom Ausmessen der Pyramiden.

§. 28. Vom Ausmessen der Kegel.

§. 29. Vom Ausmessen der Kugeln.

§. 30. Aufgaben über die Berechnung der Kreise.

§. 31. Aufgaben über die Berechnung der Körper.

Drit-

Drittes Kapitel.

Von den Instrumenten des Feldmessers.

§. 1. Ruthen, Winkelkreuz und Magnetnadel sind seine Instrumente auf dem Felde. Verjüngte Maßstäbe, Zirkel und Transporteur sind seine Instrumente im Zimmer, für das Messen der Linien und Ruthen.

§. 2. Von den Ruthen.

§. 3. Vom Winkelkreuz.

§. 4. Von der Magnetnadel.

§. 5. Von der Wasserwage mit communicirenden Röhren.

§. 6. Verjüngte Maßstähe, Transporteur, Lineale und Dreiecke.

§. 7. Preise der Instrumente, welche der Feldmesser gebraucht.

§. 8. Untersuchung der Genauigkeit dieser Instrumente.

Viertes Kapitel.

Von der Begrenzung.

§. 1. Ueber die Wichtigkeit einer genauen Begrenzung.

§. 2. Der Feldmesser darf nicht messen, was keine festen Grenzen hat.

§. 3. Begrenzung durch Steine. Ihre Größe und ihre Form.

§. 4. Begrenzung bei Wegen, Hecken, Gräben und Bächen.

§. 5. Wenn die Steine nicht auf die wahren Grenzpunkte können gesetzt werden.

Fünftes Kapitel.

Vom Ausmessen der Figuren auf dem Felde.

auf

§. 28.

Erklä-

Erklärung der Kupfertafeln.

Die erste Tafel enthält die Instrumente, welche der Feldmesser im Zimmer gebraucht; auf der zweiten sind diejenigen abgebildet, welche auf dem Felde gebraucht werden.

Fig. 1. ist ein Transporteur von Horn, dessen Halbkreis in 180 Grade getheilt ist. Mit Hülfe dieses Instruments werden die Winkel, welche auf dem Felde mit der Magnetnadel gemessen sind, aufs Papier getragen.

Fig. 2. Ist ein Maaßstab, nach dem die Linien, welche auf dem Felde gemessen sind, aufs Papier getragen werden. Er ist 10 Ruthen lang. Diese letzte Ruthe ist in 10 Meter getheilt, und jedes Meter durch die Transversalen in 10 Hand.

Auf dem Maaßstabe ist jede Ruthe 1 Zoll groß. Da nun die Ruthe 10 Meter, das Meter 10 Hand und die Hand 10 Zoll hat, so hat die Ruthe 1000 Zoll, und da 1 Zoll auf dem Papier so viel ist, wie 1 Ruthe auf dem Felde, so sieht man, daß dieser verjüngte Maaßstab das Verhältniß wie 1000 zu 1 hat.

Man nennt solche Maaßäbe Decimalmaaßstäbe.

Man findet sie in allen Reiszeugen. Auf der einen Seite pflegt einer von 500 zu 1, und auf der anderen einer von 1000 zu 1 gestochen, zu seyn.

Bei

Bei diesen Maaßstäben ist das Verhältniß der Linien auf dem Papier, zu den Linien auf dem Felde, immer eine runde Zahl, statt daß man sonst allerhand unbestimmte und schwankende Verhältnisse bei den Maaßstäben gebrauchte. Man findet oft alte Plane, wo 1123 Zoll auf dem Felde, 1 Zoll auf dem Papiere machen. In anderen ist wieder ein anderes Verhältniß, wie z. B. 937 zu 1 u. d. gl.

Durch die Einführung der Decimalmaaßstäbe, ist eine große Einfachheit in die Karten gekommen, und man kann sie nun leichter vergleichen und zusammensetzen.

Man kann solche Decimalmaaßstäbe auf verschiedene Weise gebrauchen. Nimmt man den Zoll für 10 Ruthen auf dem Felde, so hat man einen 10 mal kleinern Maaßstab, nemlich den von 10000 zu 1.

Nimmt man hingegen den Zoll zu 1 Meter auf dem Felde, so hat man einen zehnmal größeren Maaßstab, nemlich den von 100 zu 1.

Auf dieselbe Weise kann man den Maaßstab von 500, in einem von 50 und in einem von 5000 verwandeln.

Wenn man demnach einen solchen Decimalmaaßstab hat, so hat man sechs verschiedene Maaßstäbe.

Nemlich: von 50 zu 1,
von 100 zu 1,
von 500 zu 1,
von 1000 zu 1,
von 5000 zu 1,
und von 10000 zu 1.

Fig. 3. Ist eine Reisfeder.

Fig. 4. Ist ein Handzirkel.

Fig.

Fig. 5. Ist ein Stockzirkel, 8, 9 und 10 sind die verschiedenen Füße.

Alle diese Instrumente haben ihre natürliche Größe.

Fig. 6 u. 7. Ist ein Parallellineal von dünnem Ebenholze.

Dieses läßt man sich einmal so groß machen, als es gezeichnet ist. — Ausser diesem muß der Feldmesser noch ein großes, von Birnbaumholz haben, das sechsmal so breit und lang, als das gezeichnete ist.

Fig. 11. Ist ein Tusch- oder Farbenschälchen.

In der zweiten Tafel, welche die Instrumente auf dem Felde enthält, ist Nr. 12. die Wasserwage.

Die Horizontalröhre ist von Blech, und wird auf ein dreibeiniges Statief gestellt, dessen Füße sich zusammenlegen lassen. An beiden Enden sind ein paar gläserne Cylinder, einigeküttet, die etwa 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser haben. In die Röhre wird Wasser gegossen, welches auf beiden Seiten gleich hoch steht und eine Horizontallinie bildet, über die man weg visiret. Man sieht die Wasserlinie in beiden Gläsern schärfer, wenn das Wasser mit etwas Lakmus, blau gefärbt ist. Auch muß man beim Visiren das Auge nicht nahe an die Röhre halten, sondern sich einige Schritte davon stellen. Man pflegt die Röhre grün anzustreichen, (damit sie die Augen in der Sonne nicht blende) und das dreibeinigte Statief mit weißer Oelfarbe, um es gegen die Nässe zu sichern.

Fig. 15. stellt die Zielscheibe von Vorne und Fig. 16. von der Seite dar. Unten sind die beiden Pfähle die in die Erde geschlagen werden. Diese sind der ei-

gent-

gentliche feste Nullpunkt, von dem beim Nivelliren ausgegangen wird. Beim Wasserwägen verschiebt der Gehülfe die Zielscheibe so lange, bis der Feldmesser sieht, daß die Wasserlinie in die Mitte trifft. — Von den beiden Stäben, die sich übereinander schieben und in Zoll und Linien eingetheilt sind, steht der Hintere auf dem Pfahl. An diesem laufen die Zahlen in die Höhe, hingegen am Vordern, gehen sie, der größern Bequemlichkeit wegen, von oben nach unten.

Fig. 13. ist ein Piket oder Zielstab, welcher schwarz und weiß angestrichen werden, damit man ihn weit sieht. Unten hat er einen Schuh von Eisen.

Fig. 14, ist das Winkelkreuz mit der Magnetnadel.

Fig. 17. sind zwei halbe Ruthen, die zusammen 10 Meter lang sind.

Da es wichtig ist, daß ein Feldmesser in dem Dintenfaß, welches er bei sich führt, immer gute Dinte habe, die nie ausbleicht oder fuchsig wird, und da die gekaufte Dinte nicht immer diese Eigenschaft hat, so thut er wohl, wenn er sie sich selber nach folgender Vorschrift macht.

Man nimmt $\frac{1}{4}$ Pfund Gallnuß, 4 Loth Eisenvitriol, und 4 Loth Gummi, und thut dieses wohl zerstoßen in einen Krug. Dann gießt man ein Maaß vom besten Bier kochend heiß in den Krug, und läßt ihn acht Tage hinter dem Ofen oder in der Sonne stehen. Man wird dann eine treffliche schwarze Dinte haben.
