J. W. van Bakelaar
den 13 April 1866.

VRAAGSTUKKEN EN OEFENINGEN

VOOR DE

BEGINSELEN DER STELKUNST.

VRAAGSTUKKEN EN OEFENINGEN

TER TOEPASSING VAN HET GELEERDE

IN HET

EERSTE STUKJE

VAN DE

BEGINSELEN DER STELKUNST,

DOOR

J. C. J. KEMPEES,

Luitenant der Infanterie aan de Kon. Akademie voor de Zee- en Landmagt.

VIJFDE DRUK.

TE GORINCHEM, BIJ

J. NOORDUYN EN ZOON.

1856.

Geen exemplaar wordt voor echt erkend, tenzij geteekend

J. C. Kamper

VRAAGSTUKKEN EN OEFENINGEN

TER TOEPASSING VAN HET GELEERDE IN HET

EERSTE STUKJE

VAN DE

BEGINSELEN DER STELKUNST.

OVER DE BETEEKENIS DER STELKUNSTIGE VORMEN EN HET BEREKENEN HUNNER WAARDE.

§ 1—§ 28.

1. Men vraagt de beteekenis der volgende vormen in woorden over te brengen:
$a+b+c$; $a+b-2c$; a^2+b^2; $(a+b)^2$; $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; $\sqrt{(a+b)}$; $\frac{a+b}{c}$; $a+\frac{b}{c}$; $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{c}}$; $\frac{\sqrt{(a+b)}}{\sqrt{c}}$; $\frac{\sqrt{(a+b)}}{\sqrt{(c-d)}}$; $\frac{a+b:c}{d}$; $\frac{a}{d}+\frac{b}{c}$; $2(a+b)(c+d)$; $2a+bc+d$; $2(a+b)c+d$; $2(a+bc)+d$; $2a+b(c+d)$; $2(a+bc+d)$; $\sqrt{a}\sqrt{b}$; $\sqrt{(a\sqrt{b})}$; ab^2; a^2b; $(ab)^2$; $\frac{a^2}{b}$; $\frac{a}{b^2}$ en $\left(\frac{a}{b}\right)^2$.
2. De waarde dezer vormen te berekenen, wanneer gegeven is; $a=9$; $b=16$; $c=25$ en $d=9$.
3. Hetzelfde, wanneer gegeven is: $a=0{,}09$; $b=0{,}16$; $c=0{,}25$ en $d=0{,}09$.
4. Hetzelfde, wanneer gegeven is: $a=2\frac{1}{4}$; $b=4$; $c=6\frac{1}{4}$ en $d=4$.
5. De volgende uitdrukkingen in stelkunstig schrift over te brengen, als:

   a. De som van twee breuken $\frac{a}{b}$ en $\frac{c}{d}$, vermenigvuldigd met haar verschil.

b. Het vierkant van de som van dezelfde breuken.
c. De som der vierkanten van dezelfde breuken.
d. Het vierkant van het verschil van dezelfde breuken, vermenigvuldigd met het verschil harer vierkanten.
e. De wortel uit de som der derde-magten van twee getallen a en b.
f. Het vierkant van den derde-magtswortel uit het verschil der derde-magten van a en b.

6. Breng nog eens de volgende uitdrukkingen in stelkunstig schrift over:
   a. De wortel uit het verschil dat men verkrijgt, wanneer een getal a verminderd wordt met de som van twee getallen b en c.
   b. Na den wortel getrokken te hebben uit het product van twee getallen a en b, is deze met a vermenigvuldigd.
   c. De wortel uit het gedurig product der getallen a, b en c.
   d. De som der derde-magtswortels uit twee getallen a en b, vermenigvuldigd met de som der vierkanten dezer zelfde getallen.
   e. Het product der wortels uit twee getallen a en b, verminderd met den wortel uit hun quotiënt.
   f. De wortel uit het verschil dat men verkrijgt, wanneer het vierkant van de som van twee getallen a en b, verminderd wordt met de som hunner vierkanten.

7. Doe nog eens hetzelfde met:
   a. De derde-magtswortel uit het verschil der getallen a en b, verminderd met den vierkantswortel uit hunne som, en dit verschil gedeeld door de som der vierkanten van a en b.
   b. Het dubbeld van den vierkantswortel uit het quotiënt, dat verkregen wordt, wanneer men de som der vierkanten van a en b deelt door het verschil hunner derde-magten.
   c. Het vierkant van het quotiënt, dat verkregen wordt, wanneer men het vierkant van a door de som der derde-magtswortels uit b en c deelt.

8. Bereken de waarde van den vorm $2a[\{2a(a+b)^2-b\}^2+2b]$, wanneer $a=2$ en $b=1$ gegeven is.

9. Doe hetzelfde met den vorm $2a\{2a(a+b)^2-b^2+2b\}$, wanneer $a=2$ en $b=1$ is.

10. Men vraagt hetzelfde van den vorm $2a\times 2a(a+b)^2-b^2+2b$, wanneer $a=2$ en $b=1$ is.

11. Hetzelfde van den vorm $\left\{a+\left(a+\frac{b}{c}\right)\left(2a-\frac{b}{c}\right)\right\}:a+b$, wanneer $a=2$, $b=1$ en $c=4$ gegeven is.

12. Hetzelfde van den vorm $\left\{a+\left(a+\frac{b}{c}\right)\left(2a-\frac{b}{c}\right)\right\}:(a+b)$, wanneer $a=2$, $b=1$ en $c=4$ is.

13. Hetzelfde van den vorm $a+\left(a+\frac{b}{c}\right)\left(2a-\frac{b}{c}\right):(a+b)$, wanneer $a=2$, $b=1$ en $c=4$ is.

14. Hetzelfde van den vorm $\frac{\sqrt{(\sqrt{a}\sqrt[3]{b})-a}}{(a+b)^2}$, wanneer $a=4$ en $b=8$ gegeven is.

BEHANDELING DER GEHEELE STELKUNSTIGE VORMEN.

a. Herleiding van de sommen en verschillen van geheele vormen.

§ 31 — § 43.

§ 32. 15. Wat is de som van $2a$, $4a$ en $3a$?

16. Wat die van ma, na, ap en $2qa$?

17. Wat die van $3x^2$, $4x^2$, $-2x^2$, $5x^2$ en $-7x^2$?

18. Wat die van $3xy$, $\frac{1}{2}xy$, $\frac{3}{4}xy$, $-2xy$ en $-xy$?

19. Wat die van ax, $2x$, $-bx$, $\frac{1}{2}x$, bx en $-ax$?

20. Verminder $3a$ met $2a$; en $2a$ met $3a$.

21. Herleid de volgende vormen tot hunne eenvoudigste gedaante:

$3ax-5ax-2ax+4xa+6ax$; $\frac{1}{2}a^2b+\frac{1}{3}a^2b+\frac{1}{4}a^2b-\frac{1}{12}a^2b$;
$9p^2q-3qp^2+\frac{1}{2}p^2q+p^2q$; $abc+bcd-bce+2abc$;
$0{,}3x^2y+4yx^2-\frac{1}{2}x^2y+x^2y$; $xyz+2yz-3zy+yz$.

22. Doe hetzelfde met:

$2bx-bx+ax-2ax+3ax-4bx+4x-3x$;
$a^2b-3a^2b+7a^2b-2a^2c+3a^2b-4a^2c+5ba^2$;
$abc+2bc-3bc+4cb-2abc+abc+\frac{1}{2}bc$;
$0{,}4y^2z+\frac{2}{5}zy^2-\frac{3}{5}y^2z+0{,}7y^2z-0{,}8y^2z$.

23. Ook nog met:

$2a^2bc + 4a^2bc - \frac{1}{2}a^2bc + 3a^2bc - \frac{1}{3}a^2bc + 2bca^2$;

$-x^2y + 4x^2y - x^2y - 2x^2y + 7x^2y - 5x^2y - 2x^2y$;

$-3a^2b + \frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{4}a^2b + \frac{3}{4}a^2b + a^2b + \frac{3}{2}a^2b - a^2b$;

$1{,}5a + 2{,}5a + 3{,}4a - 7a - 0{,}4a + ab$.

§ 33. 24. Wat is de som van a, b en $2c$?

25. Verminder $\frac{1}{2}a$ met b; en b met $\frac{1}{2}a$.

§ 34. 26. Zoek de som van $2xy$, $3xy$, $4ab$ en xy.

27. Hoevel schiet er over, wanneer men de som van a, $2a$ en $3a$ met b vermindert?

28. Hoeveel daarentegen, wanneer men b met het verschil van $3a$ en $2a$ vermindert?

29. Zoek de som van x^2y, xy^2, xyz en $2xyz$.

30. Eveneens van $2a^2b$, $\frac{1}{2}a^2b$, $3ba^2$, ab^2, $2ab^2$, $\frac{1}{2}ab^2$ en $3b^2a$.

31. Eveneens van $3x^2y$, $4x^2y$, $6z^3$, $5x^2y$, $7z^3$ en $9z^3$.

32. Nog eens van $2ab$, $3ab$, $2ab$, $4cd$, $5cd$ en $4abcd$.

33. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$(a + b)x - cx + 2x - 3y - 4y + 7y + x$;

$(3 + 4)x - (2 + 5)x + \frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}x + 2y$;

$a^2bc - 2a^2bc + bca^2 - abc + abd$;

$7xy - 3xy + 4yz - 3yz + xyz - 2xyz$;

$-\frac{1}{2}p^2q + \frac{3}{4}p^2q + pq^2 - 2pq^2 - \frac{1}{2}p^2q$;

$a + 2a + b - 2b + c - 2c + a - 2a$;

$p + 2p + q - 4q + 2pq - 3q - pq - pq$.

34. Doe hetzelfde met:

$4ab + bc + cd - 2ab - bc - 2cd$;

$2a^2b + 3ba^2 - pa^2b + qa^2b - a^2br$;

$2x - 3x + y - 3y - z + 4x - 2z - 4x$;

$-p - 2q + 3p - 4q - 5p - 5q - 6p + 2q$;

$x^2y + 2yx^2 + y^2x - xy^2 - 3x^2y + z$.

35. Doe nog eens hetzelfde met:

$a^3 + a^2 + a - 2a^3 - 2a^2 - 3a + 4a^3$;

$a^4 - a^3 + 2a^2 + 2a^4 - 4a^3 + a + 6a$;

$x^3y + x^2y - xy + 4y - x^3y - x^2y - 2y$;

$y^4 - 2y^3 + 3y^2 - y + y^4 + 2y^3 - 3y^2 + \frac{1}{2}y$;

$ma + na - (m + n)a + ab - 2ab + ab$;

$abx + 2abx^2 + 3abx^3 + 4abx^4 - abx$.

§ 35. 36. Wat is de som van $x + 2y$ en $2y - x$?

37. Zoek de som van de volgende vormen:

$$3a+2b-4c$$
$$2a+4b+3c$$
$$-5a-6b+c.$$

38. Bepaal de som van:

$$2a+3b-4c$$
$$3c-a+b$$
$$a+2b-3c$$
$$4b-a+d$$
$$3c+2a+4b+d.$$

39. Men vraagt de som te herleiden van:

$$12ab-3bc+2ad-7$$
$$9+2ab-bc$$
$$2ad-4bc+3ab+12.$$

40. Herleid nog eens de som van:

$$12a+3b-4c+2d-2e$$
$$-4b+3a-d+2c+e$$
$$e+3a-4b-2c-2d$$
$$2d+4a-b+c-e.$$

41. Ook nog die van:

$$2a^2b+3c^2d-4e^2f+g$$
$$-3c^2d+2a^2b-2e^2f+h$$
$$2e^2f+a^2b-5c^2d-2g$$
$$-a^2b+5c^2d+2e^2f-2h.$$

42. Eveneens die van:

$$2x^2y-xyz+y^2z-7$$
$$2y^2z-3x^2y+xyz-4$$
$$6x^2y-2xyz+y^2z-4x$$
$$-5x^2y+2xyz-y^2z+5x.$$

43. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$(3a+4a+5a)+(2b-3b-7b)+(2a-9a-11a)-4c-2b;$$
$$(p+2q+r)+(p-2q-r)+(q-2p+r)+(r-2p);$$
$$(px+qx+rx)+(py-qx-rx)+(2py-3px)+7;$$
$$(a^2b-2a^2b)+(c^2d-2c^2d)+(3a^2b-a^2b-c^2d);$$
$$(a+b-2c)+(-a-2b+c)+(a+2a-2a)-3b;$$
$$(a+2a-b)+(2a-3a+c)+2b+a-4c-4b.$$

§ 36. 44. Bepaal de som van:

$$x^2+2x^3+3x-1$$
$$x^4+2x^2+x^3$$
$$-3x+x^2+7$$
$$\tfrac{3}{2}x-x^3+3x^4.$$

45. Ook nog die van:

$$a^3b+2a^2b^2-3ab^3+b^4$$
$$3a^3-4ab^3+2a^2b^2$$
$$2a^2b^2+a^3b-3ab^3+7b^4$$
$$a^3+2a^2-a+b^4.$$

46. Nog eens die van:

$$3x^4+4x^3-2x^2+x-7$$
$$2x^2-3x^3+4x+x^4-5$$
$$7x^3+2x^2-3x+4x^4+3$$
$$\tfrac{1}{2}x-5x^2-3x^3-7x^4+9.$$

47. Verder die van:

$$3a^4b+2a^3b^2-a^2b^3+ab^4-b^5$$
$$4a^3b^2-2a^4b+3a^2b^3-ab^4+2b^5$$
$$3a^5+2a^4b-2a^3b^3-a^3b^2+ab^4$$
$$-2a^5+3b^5-a^4b+ab^4-2a^2b^3.$$

48. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$(3x^4y^4-2x^3y^5)+(2x^4y^4-4x^2y^6)+(2x^3y^5+x^2y^6)$.

§ 37. 49. Verminder $a+2b-c$ met $3a+4b+2c$.

50. Bepaal het verschil van x^3-2x^2-3x+1 en $2x^2+x^3+3x+1$.

51. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$3x^2+x^3-x^4+2x^5-x-(x+x^2+x^3+x^4+7)$;
$-y+2y^2-3y^4+y^3+z-(y+2y^2+2y^3+3y^4+z)$;
$(a+2b-3c+d)-(a+2b+2c+d)$;
$(p+3q-4r+2s)-(2p+q+4r+s)$.

§ 38. 52. Verminder $2x^2+3y^2$ met $2x^2-3y^2$.

53. Hoeveel is $3x^3-2x^2y$ verminderd met $2x^2y-3x^3$?

54. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$3a^2b-4c^2d+e^2f-(3a^2b-4c^2d)$;
$p+2q+r-s-(3p-2q-r+s)$;
$(x^4+x^2)-(2x^4-x^2)+x^4+2x^2-3x^4$;
$(xy+yz)-2xy-(xy-yz)+3xy$.

§ 39. 55. Te herleiden: $(2x^2y-3y^2-z)-(3x^2y-4y^2+5z-x)$.

§ 40. 56. Herleid tot de eenvoudigste gedaante den vorm:

$(a+2b-c)-(2a+4b+3c)+(3a-2b)-(2a+6b-2c)$.

57. Doe hetzelfde met:

$(2x^2y+3xy^2+z)+(\frac{2}{3}x^2y-3xy^2)-(4x^2y+2z)-(\frac{2}{3}xy^2+z)$.

58. En nog eens hetzelfde met:

$(3{,}4a^2b-2{,}3ab^2+0{,}5c)-(0{,}6ab^2+0{,}2a^2b-c)+(\frac{1}{2}c-\frac{3}{4}a^2b)$.

59. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$(2p^3q-3pq^3+4p^2q^2)-(3pq^3+p^3q-2p^2q^2)$;

$(2a-3b+4ab)-(-2a+4b+2ab-7)$;

$(-x^3+x^2-x+7)-(x^3-x^2+x-7)$;

$(3+4-5+6-7)x-(3-4+5-7+9)x$;

$(-p^4+p^2q^2-p^3q+q^4)-(p^2q^2-2p^3q+q^4-2p^4)$.

60. Doe hetzelfde met:

$(y^5-y^4+y^3-y^2+y-7)-(-y^4+y^5+y-y^2-7)$;

$(z+z^2+z^3-2z^4+z^5)-(-z-z^2-z^3-2z^4-z^5)$;

$(a^2+3a^2+4a^2-5a^2+2a^2)-(2a-3a+4a-5a)$;

$(p^4-p^3+3p^2-125p+19)-(-p^4-p^3+16p^2-72p+18)$;

$(q+q^2-q^3+q^4-2q^5)-(2+3)q-(q^2-q^3)$.

§ 42. 61. Maak alle haakjes weg uit den vorm:

$-(p+q)-(r-s+t)+(m-n)-(-a-b-c)-(d+2e)$.

62. Doe hetzelfde met:

$-(a-2b)+(c-2d)-(3e+f-g)-(2h-i)$.

63. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$2a-b-(a-2b)+(a-3c-b)-4a-(b-2c)$;

$p-3q-(2p+q-2r)-(q-2r+p)+4-(5+2)p$.

64. Doe hetzelfde met:

$-(2x+x^2)-(x^3-4x^2)-(x+2x^2)-(3x^3-15x)$;

$(y^3+2y)-(y^2-y^3-2y)+(y^2-3y^3-4y)+(5+2)y$;

$(z^4-z^3)+(z^2-2z+7)-(z^4+2z^3+z^2-3z-7)$.

b. Herleiding en ontwikkeling der producten van geheele vormen.

§ 43 — § 54.

§ 43. 65. Herleid tot de eenvoudigste gedaante: $(2x)^4.(2x)^3.(2x)^2.(2x)$.

66. Doe hetzelfde met $p^m.p^n.p^{2m}.p^{2n}.p^{2m+n}.p^{2(m+n)}$.

67. Doe nog eens hetzelfde met $a^2\times a^3\times a^p\times a^q\times a^{2p}\times a^{3q}$.

68. Ook nog met:

$x^2\times x^3\times x\times x^4\times x\times x^2$;

$y^3\times y^4\times y^3\times y^4\times y$;

$x^a \times x^{2a} \times x^{3a} \times x^{4a} \times x^{10}$;
$p^m \times p^2 \times p^3 \times p^{2m} \times p^{2m+1} \times p^m$;
$(ab)^2 \times (ab)^3 \times (ab)^4 \times (ab)^5 \times ab$;
$(ac)^2 \times (ac)^2 \times (ac)^m \times (ac)^{3m}$.

69. Ook nog met:
$b^p \times b^q \times b^{p-q} \times b^{2(p+q)} \times b^2$;
$(ab)^p \times (ab)^p \times (ab)^p \times (ab)^p \times ab$;
$abc \times (abc)^2 \times (abc)^{3m} \times (abc)^{3n}$;
$a \times a \times a \times a^2 \times a^3 \times a^{p-8}$;
$2 \times 2^2 \times 2^5 \times 2^4 \times 2^{8m-4} \times 2^{4(m-2)}$;
$125^{2(m-2)} \times 125^{2(2-m)} \times 125$.

§ 44. 70. Vermenigvuldig $3ab$ met $2cd$.

71. Wat is het product van $3abc$, $2a^2bd$ en $\frac{1}{6}ab^2c^2d^2$?

72. Bepaal het product van $3{,}4a^3b^2c$ en $\frac{1}{2}a^2b^3c^4$.

73. Eveneens dat van $2p^3q^2$, $\frac{1}{2}pq^3$ en $\frac{2}{3}pq^4r$.

74. Herleid de volgende producten:
$a^2bc \times abc^2 \times ab^2c \times 3abc \times a^2 \times b^2$;
$x^2y^2 \times xy \times 4xyz \times \frac{1}{4}xy \times 2xz \times yz^2$;
$\frac{1}{2}az \times 2a^2z \times 3az^2 \times z^3 \times \frac{1}{3}a^2z^4$;
$a^{2m}b^nc \times 2abc^m \times 2a^2b^nc^m \times abc^2$;
$0{,}3a^2b \times 0{,}4b^2c \times 10abc \times 10c^2d$;
$abc \times 4xy^2z \times \frac{1}{2}abx^2 \times \frac{1}{2}bc^2yz$.

75. Doe nog eens hetzelfde met:
$\frac{1}{2}a \times \frac{1}{3}b \times \frac{1}{4}c \times \frac{1}{5}ab \times 20bc$;
$2a^2b \times 3c^2d \times \frac{1}{6}e^2f \times abcdef$;
$x^py^q \times x^py^q \times 2x^{2p} \times 3y^{q-1} \times x^3y^2$;
$4a^{2(m-1)}b \times \frac{1}{4}ab^{2(m-1)} \times 3a^{2(1-m)}b^{2(1-m)}$.

76. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$a^mb^n \times 2a^2b^2 \times \frac{1}{2}a^{2m}b^{2m} \times a^{m-2}b^m$.

77. Herleid nog eens:
$2(a-b)(c+2d) \times 3(a-b)^2(c+2d)^3 \times 4(a-b)(c+2d)^m$.

78. Doe hetzelfde met:
$2(p-q)(r+s) \times \frac{1}{2}(p-q)^2(r+s) \times 3(p-q)^3$;
$(x+4y)^2 \times 2(x+4y)^2 \times 3(x+4y)^2 \times 4(4y+x)^2$;
$(p-3q)^2 \times (p-3q) \times -3(3q-p) \times p^4q^4$;
$(a-2b)^m \times (a-2b)^2 \times (a-2b)^{2-m} \times (a-2b)^2$.

§ 45. 79. Ontwikkel de volgende producten:
$(a+b+c+d)a$; $(a^2-2b^2+c)ab^2c$; $2ab(3ab+2cd)$;
$2a^2x(a^3x+a^2x^2-2ax^3+x^4)$; $\frac{1}{2}a^2b(2a^3b-\frac{1}{3}a^2b^2+14ab^3c)$;

$(0{,}4p^2q + 0{,}2p^2q - 0{,}3p^2q + 1{,}3p^2q)3p^2qr$;
$2a^m b^n (a^2b + 3ab^2 - a^{m-1}b^{2n} + 2a^{2m}b^n)$.

80. Doe hetzelfde met:
$(2ab - 3bc + 2cd) \times 2abcd$; $(-2a^2b + 2ab^2 - b^3) \times \frac{1}{2}abc$;
$(x^2y - 2x^2y + 3x^2y) \times 2xy^2$; $4ab^2 \times (3a^2b - cd^2)$;
$2x^m y^{m-1} \times (x^4y + x^3y^2 - 2x^2y^3 + 4xy^4)$;
$3x^3y^2 \times (x^m - 2x^{m-1}y + 3x^{m-2}y^2 - x^{m-3}y^3)$.

§ 46 — § 49. 81. Wat is het product van $(a + b - 2c)\ (a - 2b)$?

82. Bepaal het product van $(2x^3y^2 + 3z^4)\ (x^3y^2 - z^4)$.

83. Ontwikkel de volgende producten:
$(a + 2b - c)\ (a - 2b + c)$; $(2a + b)\ (a - 2b + c)$;
$(x + y + 2z)\ (x + y - z)$; $(x - y - z)\ (x - y + z)$;
$(a - b + 2c)\ (a - b + 2c)$; $(2x - 3y)\ (x + 2y)$;
$(a + 2b - 2c + d)\ (a - 2b + 2c - d)$;
$(a + b + 2c)\ (a + 2b - c)\ (2a - b + c)$.

84. Doe hetzelfde met:
$(x^4 + x^3y - x^2y^2 + xy^3)\ (2x - 3y)$;
$(z^4 - 2z^3y + z^2y^2 - z^4)\ (z^3y - 2z^2y^2)$;
$(a^4 + 3a^4 - 2a^4 + 4a^4)\ (a^4 - 3a^4 + 2a^4 + a^3)$;
$(a^2b + ab^2)\ (a^3 - 3a^3 + 2a^3 + 4a^3 - b^3)$;
$(p^m + p^{m-1}q - 2p^{m-2}q^2)\ (p^2 - pq + q^2)$;
$(a^{p+1} - 2a^pb + 3a^{p-1}b^2)\ (a^{p-1} - 2a^{p-2}b + a^{p-3}b^2)$.

85. Ontwikkel de volgende producten:
$(a^2 + ab + b^2)\ (a - b)$; $(a^2 + ab + b^2)\ (a + b)$;
$(a^2 - 2bc + c^2)\ (a^2 - 4bc + c^2)$;
$(1 - x^2 + x^3 - 2x)\ (x^3 + x^2 - 2x - 1)$;
$(1 - z + z^2 - z^3 + z^4)\ (1 - z)$;
$(2a^3 + 3a^2b - 4ab^2 + b^3)\ (3b^2 - 2ab + a^2)$.

86. Doe hetzelfde met:
$(a^m + 2a^{m-1}b - 3a^{m-2}b^2)\ (ab + a^2 - 3b^2)$;
$(a^{2m-1}b + 2a^{2m} + 2a^{2m-2}b^2)\ (a^{m-1}b + a^m)$;
$(z^4 + 2z^3 - 3z + 5)\ (2z + z^3 - 7)$;
$(3a^2x - 6ax^2 + x^4 - bx^2)\ (3x^2 + b - 2ax)$.

87. Doe nog eens hetzelfde met:
$2(a^4 + a^4 + a^4 + 2a^4) \times 3(b^4 + b^4 - a^2)$;
$2(a^4 - a^3 + 2a^2 - a) \times \frac{1}{2}(a^2 - a + 2a^2)$;
$3(x^4 + x - 2x^2 - 4) \times \frac{2}{3}(2 + 3x - x^2)$;
$2(a^{m+1}b - 2a^m b^2 + a^{m-1}b^3)\ (a^{m-1} - 2a^{m-2}b)$;
$2a^2x(a^m - b^m)\ (a^m + 2b^m)$.

88. Ook nog met:

$3\{x^3+x^2-2x-(x-2x^2+x^3)\}\{x^2-(x-2)\}$;
$2(a^2-b^2)\{a^2+b^2-(2a^2-2b^2)+ab\}$;
$4\{x^2-\frac{1}{2}(xy-y^2)\}\{x^3-2(x^2y-xy^2)\}$;
$2\{x^3-\frac{1}{3}(3xy^2-6y^3)\}\{x^2-(xy+y^2)\}$.

§ 50. 89. Ontwikkel de volgende producten:

$(p+q)(p-q)$; $(-p-q)(q-p)$; $(a+2b)(2b-a)$;
$(x+2)(x+7)$; $(x+1)(x-3)$;
$(3a^2+4b^2)(3a^2-4b^2)(16b^4+9a^4)$;
$(a^2-2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2)$.

90. Doe hetzelfde met:

$-(4a^4+3a^2b)\times-(4a^4-3a^2b)\times-3ab^2$;
$(p^3+q^3)(p^3-q^3)(p^6-q^6)$; $(x-y)(x^2+xy+y^2)$;
$(p+q)(p^2-pq+q^2)$; $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab-b^2)$;
$(z+7)(z-9)(z^2-2z+63)$; $(p+q+r)(p+q-r)$;
$(x^2+3)(3-x^2)(x^4-9)$.

91. Doe hetzelfde met:

$(a^2b-c^2d)(c^2d-a^2b)$; $(a^2b-c^2d)(a^2b+c^2d)$;
$(2x+3)(3x+4)$; $(x-3y)(-2x-3y)$;
$(a-b+c)(a+b-c)$; $(2a-4b)(-a-2b)$;
$(z+3)(z+4)(z^2-z+12)$; $(a-b)(a^2+ab+b^2)$;
$(x^2+y^2)(-x^2-y^2)(x^4-2x^2y^2+y^4)$.

§ 53. 92. Ontbind in factoren:

$a^2+2ab+b^2$; $a^2-2ab+b^2$; x^2-4y^2; $a^2x+b^2x+c^2x$;
$a^2x^2-b^2x^2$; $a^2x+2abx+b^2x$; $ax+ay+bx+by$;
$a^2-7ad+6d^2$; $ax-ay+by-bx$; $x^2-10x+21$;
$25a^2x^2-36b^2y^2$; a^2-9; z^2-1; $2a^2b^2+4ab^3+2b^4$;
a^4-b^4; a^3+b^3; $2a^2b-2b^3$; a^5-ab^4; x^3-x^2-2x;
$3x^4+6x^3y+3x^2y^2$; $-2p^4-16pq^3$; $3a^3+9a^2b+9ab^2+3b^3$;
$2a^3-6a^2b+6ab^2-2b^3$; z^4-1; $a^4-a^2b^2+a^3b-ab^3$.

93. Doe nog eens hetzelfde met:

$a^2b^2-2abcd+c^2d^2$; p^3-pq^2; x^4+xy^3;
$2x^3+6x^2y+6xy^2+2y^3$; a^4b-b^4a;
$9-16x^2$; $ax^2+2axy+ay^2$; $1-4x^2$;
$-2a^4-16ab^3$; $z^4-2z^3+z^2$;
$z^4+2z^3+z^2$; $1-z^4$.

c. Herleiding en ontwikkeling der quotiënten van geheele vormen.

§ 54 — § 67.

§ 54 — § 59. 94. Herleid de volgende quotiënten tot hunne eenvoudigste gedaante:

$$\frac{36a^2b^3c}{9ab^2c};\quad \frac{72a^4b^4c^2}{8a^2b^3};\quad \frac{125x^3y^2z}{25x^2yz};$$

$$\frac{144p^4q^4}{12p^2q};\quad \frac{33a^4b^3cd^2e^3}{3a^4bcd^2e};\quad \frac{95a^5bc^2d^4e^3}{19a^5bcd^4}.$$

95. Doe hetzelfde met:

$$\frac{15a^{2m}b^{2m-1}}{5a^mb^{m-1}};\quad \frac{7a^mb^{m+2}}{a^{m-1}b^2};\quad \frac{14a^{m-1}b^{m+3}}{7a^{m-2}b^{m+1}};$$

$$\frac{26a^{3m}b^{4m}c^{5m}}{13a^3b^4c^5};\quad \frac{25a^4b^{2p+q}c^{3p+2}d^3}{5a^3b^{2p-q}c^{3p-2}d}.$$

96. Doe nog eens hetzelfde met:

$$\frac{130a^4b^2c^5}{65a^3b^2c^4};\quad \frac{a^{2p+3}b^{2p+4}}{a^{p-3}b^{2p+2}};\quad \frac{a^{p+2q}b^4c^{3p}}{a^{p+q}b^4c^{2p-2}};$$

$$\frac{7a^{2p}b^{2p-1}c^2}{a^{p+1}b^{p+1}c^2};\quad \frac{6x^4y^2z^3}{3z^2y^2x^2};\quad \frac{3a^{2p}b^4c^{2q-1}d}{3a^{p-1}b^2cd}.$$

97. Waardoor moet $12x^4y^2z^3$ gedeeld worden, om $2x^3yz^2$ tot quotiënt te vinden?

98. Waarmeê moet men x^my^mz vermenigvuldigen, om $2x^{2m}y^{m+2}z^3$ tot product te krijgen?

99. Waarmeê $2x^7y^3z$ om $4a^2x^8y^3z^4$ te vinden?

100. Herleid $25p^3q^4r^7 : 5pqr^2$; $99a^7b^5c : 9a^3b^2c^4$;
$0{,}6a^5b^2c^3 : 0{,}2a^4b$; $\frac{3}{4}a(b-c)^2 : \frac{1}{4}a(b-c)$;
$15(b^2+c^2)^3 : 3(b^2+c^2)^2$; $\frac{3}{4}a^mb^n : \frac{4}{3}a^{m-1}b^{m-2}$;
$25a^{2m}b^{m+n} : 5a^{m+2}b^{m-n}$; $15a^{m+n}b : a^{m+n}b^2$.

101. Herleid de volgende quotiënten:

$$\frac{3(a^2-b^2)^7}{2(b^2-a^2)^5};\quad \frac{(a-b)^3(c-d)^7}{(b-a)\,(d-c)^2};\quad \frac{(x^2-y^2)^4}{-(y^2-x^2)^2};$$

$$-\frac{-(a^2-b^2)^3}{-(b^2-a^2)^2};\quad \frac{(-a^2-b^2)^3}{(a^2+b^2)^2}.$$

102. Doe hetzelfde met:

$$\frac{15(x^2-y^2)^7x^3y^4}{5(y^2-x^2)^4x^3y^2};\quad \frac{16(x-y)^3(x+2y)^4}{8(2y+x)^3(y-x)^2};$$

$$\frac{(a^2-b^2)^3(b-2a)^4}{(2a-b)^4(b^2-a^2)^3}; \quad \frac{5x^4y^2(x^4-y^2)^2}{\frac{3}{2}x^3y^2(y^2-x^4)};$$

$$\frac{2(a+b)^2(a-2b)^3(2a+b)^4}{\frac{1}{2}(2a+b)^3(2b-a)^2(b+a)^2}.$$

§ 59. 103. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$$\frac{4x^3y^4-\frac{1}{2}x^2y^3z^4}{2x^2y^2}; \quad \frac{2a^4b^2+3a^3b^3-\frac{1}{2}a^2b^4}{\frac{1}{2}a^2b};$$

$$\frac{33a^6b^5c^4+16a^5b^4c^3-8a^4b^3c^2}{4a^3b^2c};$$

$$(a^{2m}b+a^{2m-1}b^2+a^mb^3):a^mb;$$

$$(a^{3m}b^4-2a^{2m}b^3+a^mb^4):-a^{m-1}b^2;$$

$$(2ab^{m-n}+4a^2b^{m-n+1}):2ab^{m-n}.$$

104. Doe hetzelfde met:

$$\frac{16a^4b^2c^3+8a^3b^3c^2+4a^2bc^2}{4a^2bc^2}; \quad \frac{4x^4y^4z^4+6x^3y^3z^6-2x^2y^3z^7}{2x^2y^3z^7};$$

$$\frac{-a^pb^p+a^{p-1}b^{p-1}c^2-2a^{p-2}b^{p-3}c^5}{-a^{p-2}b^{p-3}}; \quad \frac{p(a-b)^4-2pq(a-b)^3}{-p(b-a)^2};$$

$$-\frac{4a^4b^2c^3+2a^3bc^5-6a^2bc^6-4ab^5c^3}{-2a^2bc};$$

$$\frac{5a^2(a-2b)^3-5a^3(2b-a)^2}{-5a(a-2b)}.$$

105. Waarmeê moet men $a^4b^3c^2$ vermenigvuldigen, om $2a^5b^4c^2+4a^4b^3c^4-6a^4b^4c^3$ tot product te krijgen?

§ 62. 106. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$$(x^4-3x^2+1):(x^2-x-1); \quad (a^4+a^2b^2+b^4):(a^2-ab+b^2);$$

$$(a^6+a^4b^2-a^2b^4-b^6):(a^3+a^2b+ab^2+b^3);$$

$$(a^8+a^6b^2+a^4b^4+a^2b^6+b^8):(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4);$$

$$(a^8+a^6b^2-a^2b^6-b^8):(ab^2+a^3-a^2b-b^3);$$

$$(10x^4-48x^3y+51x^2y^2+4xy^3-15y^4):(4xy-5x^2+3y^2).$$

107. Doe hetzelfde met:

$$(95p-73p^2+56p^4-25-59p^3):(5-3p^2-11p+7p^3);$$

$$(-25-59x^3+95x-73x^2+56x^4):(8x-5);$$

$$\frac{26pq^4+48p^2q^3-8q^5-22p^4q-17p^3q^2+8p^5}{2p^2-4q^2-3pq};$$

$$(4z^5-18z^3-16z^2-78z+54):(4z^2+8z-6);$$

$$(4a^3+4a^2-29a+21):(2a-3);$$

$$(a^{p+q}+a^{p+q-2}b^2-2a^{p+q-3}b^3):(a^q-a^{q-1}b).$$

108. Doe hetzelfde met:

$$\frac{9x^5-2xy^4+8x^3y^2-5x^2y^3}{-(2xy-3x^2)};$$

$$\frac{6a^4b^2+a^6-(6a^3b^3-6a^2b^4+4a^5b+4ab^5)+b^6}{b^2+(a^2-2ab)};$$

$$\frac{a^{2p-1}+5a^{2p-2}b+12a^{2p-3}b^4+6a^{2p-3}b^2+4a^{2p-4}b^3}{4a^{p-3}b^3+2a^{p-1}b+a^p};$$

$$\frac{4a^4b^5-(b^9+7a^5b^4+4a^6b^3)+a(b^8+ab^7+6a^6b^2)}{-3a^2b^2+b^4+2a^4};$$

$$\frac{-(7xy^4+11x^3y^2-16x^2y^3)-(9x^4y-y^5-2x^5)}{4xy^2-(6x^2y+y^3)+x^3};$$

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{a^{m-2}b^{m+2}-(a^mb^m+3a^{m-1}b^{m+1})-3a^{2m-3}b^5-2a^{2m-3}b^3+}{3a^{m-2}b^2-(a^{m-3}b^3-a^{m-1}b)}\\[2ex] \dfrac{+(10a^{2m-4}b^4+2a^{2m-1}b+5a^{2m-2}b^2)}{3a^{m-2}b^2-(a^{m-3}b^3-a^{m-1}b)}.\end{array}\right.$$

§ 63. 109. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$(x^3-ax^2-bx^2+abx+b^2x-b^3):(x^2-ax+b^2)$;

$(x^4y^2+x^3y^2-x^4z^2-x^3z^2):(x^2y+x^2z+xy+xz)$;

$$\frac{-2a^2c^3+2b^2c^3-4a^2c^4+4b^2c^4+2a^2c^2-2b^2c^2}{ac-bc+a-b};$$

$(ax^3+bx^3-ax^2y-2axy^2-bxy^2):(x^2+xy)$;

$$\frac{2x^3y^2-2x^3z^2-6x^2y^2+6x^2z^2+4xy^2-4xz^2}{xy-xz-y+z}.$$

110. Doe hetzelfde met:

$$\frac{a^2+b^2+c^2-2(ac+bc-ab)}{a-(c-b)};$$

$$\frac{2a^2b^4-2(a^3b^3-a^3b^2c)-2ab(b^4+a^3c)+2a^5b}{-ab(b-a)};$$

$$\frac{4a^2(a^2+bc)+b^2(b^2+c^2)-2b^2(2a^2+bc)}{bc-(b^2-2a^2)}.$$

§ 64. 111. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$(9x^4y^2-36z^4):(3x^2y+6z^2)$;

$(25p^4-30p^2q^2+9q^4):(5p^2-3q^2)$;

$(4a^2b^4+12ab^2c^2d+9c^4d^2):(2ab^2+3c^2d)$;

$(-4p^4q^2+25r^6s^4):(-2p^2q-5r^3s^2)$;

$(-a^4+a^2b^2):(a+b)$.

112. Doe hetzelfde met:

$$\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2};\quad \frac{b^4-a^4}{a^2+b^2};\quad \frac{2x^4-4x^2y^2+2y^4}{x^2-y^2};$$

$$\frac{9a^2b^2-16c^2d^2}{4cd-3ab};\quad \frac{4p^{2m}-q^{2m}}{q^m-2p^m};\quad \frac{4a^4b^2-b^4c^2}{b(2a^2-bc)};$$

$$\frac{4a^2b^2-12abc^2+9c^4}{-(2ab-3c^2)};\quad \frac{4a^2b^2c^2-9c^6}{3c^2-2ab}.$$

§ 65. 113. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$(z^3+1):(z+1)$; $(x^4-y^4):(x-y)$; $(1-a^4):(1-a)$;
$(z^6-1):(z+1)$; $(8a^3-27b^3):(3b-2a)$;
$(27a^6b^3+8c^3d^6):(-3a^2b-2cd^2)$;
$\{(a+b)^3-(c-d)^3\}:(a+b-c+d)$; $(2a^{2p}-2b^{2p}):(a-b)$.

114. Doe hetzelfde met:

$$\frac{a^5-b^{10}}{a-b^2};\quad \frac{a^5+b^{10}}{a+b^2};\quad \frac{x^3y^3-y^3z^3}{x-z};\quad \frac{x^3y^3-y^3z^3}{z-x};$$

$$\frac{125a^4b^3-8ac^3d^6}{-5ab+2cd^2};\quad \frac{a^4-b^8}{a^2-b^4};\quad \frac{a^6-b^6}{b-a};$$

$$\frac{a^4+ab^3}{-a-b};\quad \frac{x^m-y^m}{x-y};\quad \frac{x^{2m-1}+y^{2m-1}}{x+y};$$

$$\frac{x^{2m-3}+y^{2m-3}}{x+y};\quad \frac{x^{2m-3}+y^{2m-3}}{-x-y}.$$

HERHALING.

§ 1 — § 67.

115. Bereken de waarde van $(3p^2+4q^2)\times(3p^2-4q^2)$, wanneer $p=2$ en $q=3$ is.

116. Welke waarde verkrijgt $\{\frac{1}{2}(a+b)-\frac{1}{3}ab\}\times(a^2-2b^2)$, wanneer $a=3$ en $b=6$ is?

117. Wat blijft er over, als men de som van $x^4-2x^3y+3x^2y^2$, $2x^4-3x^2y^2+xy^3$, x^3y-y^4 en $3x^4+2y^4$ vermindert met de som van $2x^3y-x^2y^2+y^4$, $2x^4-x^3y+xy^3$ en $3y^4-4x^4$?

118. Waarmeê moet men het verschil der vormen
$(a^4-2a^3b+3a^2b^2-2ab^3+b^4)$ en
$(2a^4+4a^3b-3a^2b^2+2ab^3-b^4)$ verminderen, om
$a^2(a^2-4ab-b^2)$ tot rest te krijgen?

119. Waarmeê moet men $(x+2y)(2x+y)$ vermeerderen, om $2(x+y)^2$ tot som te krijgen?

120. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$3a^2b+a^3-ab^2+b^4-(2a^3-b^4)+2(a^3+a^2b-3ab^2)+$$
$$+3(a^2b+ab^2)+2a(a^2-3ab+b^2)-4(a^3-b^4).$$

121. Ontwikkel $(\frac{2}{3}a^5-\frac{3}{7}a^4y+\frac{3}{2}a^3y^2)\times\frac{1}{2}a^2y$.

122. Ontwikkel het product van: $(ap+bq-cr)(ap-bq+cr)$.

123. Ontwikkel het gedurig product van:

$$(x+1)(x-1)(2x+1)(1-2x).$$

124. Ontwikkel het product van:

$$\{x^4-2x(x^2+x-3)\}\{x^2-3(x+1)\}.$$

125. Eveneens dat van:

$$(x+y-2)(x-y-2).$$

126. Nog eens dat van:

$$\{a^3-2(a+b)(a-b)\}\{a^3+2(a-b)(a+b\}.$$

127. Ontbind in factoren: $p^2+q^2-r^2-s^2+2pq+2rs$.

128. Schrijf zonder haakjes:

$$2a^2[2bc(a^2-2b^2)-3a\{2b^2c-5a(bc-a^2)\}].$$

129. Doe hetzelfde met:

$$x\{x(x^2-3xy)+2xy^2\}-2y^3(x-\tfrac{1}{2}y).$$

130. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$(3ab-4bc)[bc(2a^2-b^2)+bc(2a^2+b^2)-3a^2\{bc-b(a+c)\}].$$

131. Ontwikkel het quotiënt van:

$$(6a^2+6b^2-6c^2+12ab):(3a+3b+3c).$$

132. Ook nog dat van:

$$\frac{x^4(x-5y)+y^4(5x-y)-10x^2y^2(y-x)}{x(x^2+3y^2)-y(3x^2+y^2)}.$$

133. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\{(x+y)^3-3xy(x+y)\}:(x+y).$$

134. Ontwikkel het quotiënt van $(a^4b^4-c^8):(ab+c^2)$.

135. Eveneens dat van:

$$\frac{x^2y^4-x^2y^3z-6x^2y^2z^2+5xy^3z^2+2xy^2z^3-xyz^4-y^4z^2+z^6}{xy^2-3xyz+y^2z+z^3}.$$

136. Ontbind in twee factoren: $(x+y)^2-2y(x+y)$.

137. Ontwikkel het quotiënt van:

$$\{(x+2y)^3+(2x+y)^3\}:2(x+y).$$

138. Ontbind in factoren: $3p^2q+3pq^2+pr+qr$.

139. Ontwikkel het product van: $(a^m+b^m)(a^m-b^m)(a^{2m}-b^{2m})$.

d. Herleiding en ontwikkeling der magten van geheele vormen.
§ 67 — § 73.

§ 68. 140. Verhef de volgende uitdrukkingen tot de daarbij aangewezen magten:
$(2a^2b^3c^4)^3$; $(-2a^3b^2c^4)^4$; $(-\frac{1}{2}a^2b^3c^5)^5$; $(x^my^n)^m$;
$(-x^my^n)^m$; $(-a^pb^qc^r)^{2s}$; $(-2a^2b^3)^{3p}$; $(-3x^2yz)^{2p+1}$;
$(-a^2b^2)^{4p-3}$; $(2xy \,.\, \frac{1}{2}x^2y \,.\, 3xyz)^4$.

141. Doe hetzelfde met:
$(2xx^2yy^2z)^3$; $\left(\frac{1}{2}ab \,.\, 3a^2b \,.\, \frac{2}{ab}\right)^4$; $(-\frac{1}{4}a^2b \times -2ac^2 \times -3b)^3$;
$(-2a^pb^qc^r)^{2p}$; $(a^{p-1}b^{p-2}c^{p+1})^{p-1}$; $(a^{2p}b^pc^{p-1})^4$;
$(-3x^{p+1} \,.\, x^{p-1}y^2)^2$; $(-\frac{1}{2}a^{p+2}a^{p-2}bb^2)^3$.

142. Doe nog eens hetzelfde met:
$(-2x \,.\, \frac{1}{2}x \,.\, 3y \,.\, \frac{1}{4}y)^3$; $-(-x^2yz^3)^5$; $-(-2xy^2z^4)^4$;
$(-3a^2bc \times -abc^2)^3$; $(4a^2b^3 \times -\frac{1}{4}ac^2)^5$.

§ 69. 143. Ontwikkel volgens het binomium:
$(a+b)^5$; $(2a-b)^3$; $(a^2b+ab^2)^4$; $(x+y)^{10}$; $(\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b)^7$;
$(x^3y+xy^3)^4$; $(x^5-x^4y)^5$; $(a+b)^{2m}$; $(a-b)^{2m+1}$.

144. Doe hetzelfde met:
$(x+2y)^5$; $(2x-y)^6$; $(x^2-xy)^7$; $(a^2-b^2)^5$;
$(b^2-a^2)^5$; $(a^2-2ab)^3$; $(2ab-a^2)^3$.

§ 70. 145. Ontwikkel volgens het binomium:
$(-a-b)^4$; $(-a-b)^5$; $(-a+b)^3$; $(-2a+b)^4$; $(-x^2-y^2)^3$;
$(-a-b)^{2m}$; $(-a-b)^{2m-1}$; $(-x^2+x^2y)^4$; $(-a+b)^{2m-1}$.

146. Doe nog eens hetzelfde met:
$(-x^2-2y^2)^2$; $(-2x^2-y^2)^3$; $(-2x^2+y^2)^3$;
$(2x^2-y^2)^3$; $(-a-b)^8$; $(a+1)^7$;
$(-a-1)^6$; $(-a+1)^6$; $(a-1)^6$.

§ 71. 147. Ontwikkel enveneens:
$(a+b+c)^2$; $(a-b+c)^2$; $(-a-b-c)^2$; $(-a+b-c)^2$;
$(x+y-2z)^2$; $(2x+y-2z)^2$; $(a-b+c)^3$; $(a+b-c-d)^2$;
$(-a+b-2c+d)^2$.

e. Herleiding der wortels uit geheele vormen.
§ 73 — § 81.

§ 74. 148. Herleid de volgende wortelvormen tot hunne eenvoudigste gedaante:

$\sqrt{4x^2y^4z^6}$; $\sqrt[3]{64x^3y^6z^9}$; $\sqrt[4]{81a^{4p}b^{8p}c^{12}}$; $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}a^{10}b^5}$;

$\sqrt[4]{2a^3b \,.\, 8ab^7}$; $\sqrt[2n]{a^{2n}b^{4n}c^{2mn}}$; $\sqrt[2n-1]{-a^{2n-1}b^{4n-2}}$;
$\sqrt[3p]{a^{2p}b \,.\, a^pb^{6p-1}}$.

149. Ook nog de volgende wortelvormen:
$\sqrt[3]{-2ab^4c^2 \times 4a^2b^2c}$; $\sqrt[4]{128a^3b^3c^3 \times 2ab^5c}$;
$\sqrt{169a^4b^2c^6}$; $\sqrt[4]{2xy^2z \times 8x^3y^6z^7}$; $\sqrt[5]{-32a^5b^{10}}$;
$\sqrt[3]{-27x^{3p}y^{6q}}$; $\sqrt[m]{a^{2m}b^{m^2}c^{mn}d \,.\, d^{m-1}}$;
$\sqrt[2m-1]{-2^{2m-1}a^{4m^2-1}b^{4m-2}}$; $\sqrt[2p]{4^pa^{4p}b^{6p}c^{8p}}$.

§ 75. 150. Herleid eveneens de volgende wortelvormen:
$-\sqrt[4]{81a^4b^8}$; $-\sqrt[3]{-8a^3b^9}$; $-\sqrt[2p]{a^{2p}b^{4p}}$; $-\sqrt[2p]{4^px^{2p}y^{4p}}$;
$-\sqrt[5]{-32x^5y^{10}}$.

§ 76. 151. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$\sqrt{(-4)^2}$; $\sqrt{-x^2 \times -4y^2}$; $\sqrt[4]{(-x)^2(-x)^6}$;
$-\sqrt[3]{-2xy \times -4x^2y^5}$; $-\sqrt{(x+y)^2(y-x)^2}$;
$-\sqrt[3]{(x+y)^2(-x-y)}$; $-\sqrt[3]{(x-y)^2(y-x)}$;
$-\sqrt[3]{-(a-b)(8b-8a)^2}$; $-\sqrt[5]{(x-2y)(2y-x)^4z^5}$.

§ 77. 152. Men vraagt de volgende wortels tot hunne eenvoudigste gedaante te herleiden:
$\sqrt{4x^3y^2z}$; $\sqrt[3]{16x^2y^5z^4}$; $\sqrt{-8x^2y^2z^4}$; $\sqrt[4]{-x^4y^8}$;
$\sqrt[5]{-64a^5b^{10}c}$; $\sqrt[2p]{-4^pa^{2p}}$; $\sqrt[q]{-a^{2q}b^{3q}c^{pq}}$; $\sqrt[2p-1]{-a^{4p-2}b^{2p}}$;
$\sqrt[n]{-(a+b)^{2n}(a-b)^{n+1}}$; $-\sqrt[7]{-128a^7b^{15}}$;
$-\sqrt[3]{-a^2b \times -ab^4}$; $\sqrt[2p+2]{-4^{p+1}a^{2p+2}}$.

153. Doe hetzelfde met de volgende wortelvormen:
$\sqrt{48a^4b^5c^6}$; $\sqrt[3]{-54ab^3c^4}$; $\sqrt{-a^4b^6c^8}$; $\sqrt[4]{-16a^4b^8}$;
$\sqrt[5]{128xy^5z^7}$; $-\sqrt{-25a^2b^4}$; $-\sqrt[3]{-27a^3b^6c}$; $-\sqrt[4]{-x^4y^4}$;
$\sqrt[m]{2^ma^{m+1}b^{m+2}}$; $\sqrt[m-1]{a^{m+1}b^mc^{m-1}}$; $\sqrt[2m]{-4^ma^{2m}b^{4m+1}}$.

§ 78. 154. Men vraagt, in de volgende vormen, de vóór het wortelteeken geplaatste factoren onder het wortelteeken te brengen:
$ab\sqrt{ab}$; $-2a^4b\sqrt[3]{-ab^2}$; $-2\sqrt{a}$; $-2\sqrt[3]{a}$;

$(a+b)\sqrt[3]{(a-b)}$; $xy^2z\sqrt[4]{xy^2z}$; $-4\sqrt{-ab}$; $-4\sqrt[3]{-a}$;
$(x+1)\sqrt{(x-1)}$; $ab\sqrt[m]{ab^m}$; $2a\sqrt[p]{a^{p-1}b}$.

155. Doe hetzelfde met:
$2a^2b\sqrt[m]{2a^2b}$; $-a^m b\sqrt[2m-1]{a^m b^2}$; $-ab^2\sqrt[2p+1]{-2ab^p}$;
$(x-y)\sqrt[3]{(x^3+x^2y+xy^2+y^3)}$; $(a+b)\sqrt[3]{(a^2-ab+b^2)}$;
$2(x-1)^2\sqrt[3]{2(x-1)}$; $(x-1)\sqrt[4]{(x^3+x^2+x+1)}$.

§ 79. 156. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$\sqrt[4]{a^2b^4c^8d^{12}}$; $\sqrt[6]{-8a^3b^9}$; $\sqrt[mn]{a^m b^m c^{2m}}$; $2a\sqrt[2m]{a^2b^4c^8}$;
$\sqrt[2pq]{-a^{pr}b^{2pr}}$; $\sqrt[10]{(\frac{1}{4})^5a^{15}b^{20}}$; $\sqrt[4]{-xy\times-xy}$;
$\sqrt[9]{-8(x-y)^3(x+y)^{12}}$.

§ 80. 157. Herleid nog eens de volgende wortels:
$\sqrt{(2a^2+4ab+2b^2)}$; $\sqrt{(a^4-2a^2b^2+b^4)}$;
$\sqrt[3]{(x^3+3x^2+3x+1)}$; $\sqrt[3]{(8x^3-24x^2+24x-8)}$;
$\sqrt{(4a^2b^2+4c^2d^2-8abcd)}$; $\sqrt[3]{(2x^3-2y^3)(x^6-2x^3y^3+y^6)}$;
$\sqrt{(36a^2-12abc+b^2c^2)}$; $\sqrt[4]{(a^2+2ab+b^2)^2}$.

158. Doe hetzelfde met:
$\sqrt{(x+1)(x^2-1)}$; $\sqrt[3]{(x+1)^2(x^2-1)}$; $\sqrt[3]{(x+y)(y^2-x^2)^2}$;
$\sqrt[3]{(x+1)^2(x^4-1)}$; $\sqrt[5]{(x+1)^3(x^4-1)^2}$; $\sqrt[4]{(x-y)^2(x^2-y^2)^2}$;
$\sqrt[4]{(2a^2+4ab+2b^2)^2}$; $\sqrt[6]{(x^3-3x^2+3x-1)^2}$.

HERHALING.

§ 1 — § 81.

159. Zoek het quotiënt van: $(x^4-y^4)^2 : (x^3+x^2y+xy^2+y^3)$.
160. Wat is de ontwikkeling van: $(x+1)^m-(x-1)^m$.
161. Herleid tot de eenvoudigste gedaante: $\frac{1}{x-1}\sqrt{(x^2-2x+1)}$.
162. Ontwikkel volgens het binomium: $(-a^2b-abc)^4$.
163. Herleid de volgende wortels tot hunne eenvoudigste gedaante:
$2a\sqrt{-a^2b^2}$; $\sqrt[4m]{a^2b^4c^8d^{4m}}$; $\sqrt[3]{(a^3x^3+3a^3x^2+3a^3x+a^3)}$;
$-4\sqrt[4]{-8a^4b^3}$.

164. Ontwikkel het quotiënt van $\{(x+1)^3+(x-1)^3\}:2x$.

165. Ontbind in factoren: $4x^2y^2-(x^2+y^2-z^2)^2$.

166. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt{(x^2+1)(x^2-1)(x^4-1)}y^4z.$$

167. Schrijf zonder haakjes den vorm:

$$2d[2b(a^2-b^2)-2a\{4c^3-5d^3(c^2-d^2)\}].$$

168. Wat is de waarde van den voorgaanden vorm, wanneer gegeven is: $a=17$, $b=23$, $c=5$ en $d=0$.

169. Tel te zamen de volgende vormen:

$$a^2c^2(b^2-6ac)$$
$$y(19x^2y^2+5vz)+a^2c^2(ac-b^2)$$
$$y(vz-x^2y^2)-4a^2c^2(b^2-ac)$$
$$2y(2vz+5x^2y^2)+a^3c^3.$$

170. Men vraagt den vorm $xy(qz-a)-5b(5a^2-xy)$ af te trekken van den vorm $10axy-b(4a^2-xy)$.

171. Ontwikkel de volgende quotiënten:

$$(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3):(a^2-2ab+b^2)$$

en
$$\begin{cases} \dfrac{a^{m+n}+4a^{m+n-1}b+2a^{m+n-1}c+2a^{m+n-2}b^2+5a^{m+n-2}bc-}{a^n+2a^{n-1}b} \\ \dfrac{-4a^{m+n-3}b^3+2a^{m+n-3}b^2c}{a^n+2a^{n-1}b}. \end{cases}$$

172. Herleid de volgende wortels:

$$-\sqrt[2m]{-a^{4m}b^{6m}};\ \sqrt[2m]{(a^2+b^2+2ab)^m};$$
$$\sqrt[2m]{(x+1)^{2m-1}(x+1)y^{2m}z};\ \sqrt[3]{-54a^3b^5c^{3p}}.$$

173. Ontwikkel den vorm:

$$(x+y)^3+(x+y)^2(x-y)+(x+y)(x-y)^2+(x-y)^3.$$

174. Ontwikkel het product van: $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$.

175. Bewijs dat het product van gelijke teekens $+$, en dat van ongelijke teekens $-$ geeft.

176. Wat zijn *onbestaanbare* wortelvormen?

f. Over het bepalen van den grootsten gemeenen deeler van twee of meer getallenvormen.

§ 81 — § 92.

§ 82. 177. Bepaal den grootsten gemeenen deeler van:

$125a^5b^4c^3$ en $15a^4b^2c^5$; $75a^2(x-y)^3$ en $45a^2b(x-y)^2$;
$39a^4b^2c^7$ en $52a^3bd^4$; $51a^2b^2(x+2y)$ en $68ab^3(x+2y)^4$.

178. Eveneens van:

$144a^4b^8c$ en $81a^5bc^4d$; $121x^4y^5(x+y)^2$ en $77(-x-y)^2x^3y^4$;
$-125(x+y)^3\,(2x-y)$ en $50a(x+y)^2\,(2x-y)^2$;
$75(x+y)\,(x-y)^4$ en $25x^4(y-x)^3$.

§ 83. 179. Men vraagt hetzelfde van de vormen:

$a^2b^2+abc^2+ab^2c$ en $2abc^2d$;
$33x^3+11x^2y-44xy^2$ en $55xy^2z^3$;
$24a^2b^4c^3x+12a^3b^2c^4x-2a^4b^3c^2x$ en $14a^2b^2c^2x^2$;
$34p^2q^2r^3-51p^3q^3rs+85p^4qr^2s$ en $-102p^2qt^2$.

180. Nog eens van:

$32x^4y^4+32x^4y^3z+4x^2y^5(y+z)$ en $20x^3y^2(y+z)^2$;
$a^4b^3-2a^4b^2c+4a^4bc^2$ en $3a^8bc^3$;
$2a^2b^2c^4-4a^4b^3c+6a^3b^2c^3$ en $2ab^3c^5$.

§ 84. 181. Bepaal den grootsten gemeenen deeler van:

$2x^2-2y^2$ en $6x-6y$; $ax^2+2axy+ay^2$ en $-a^2bx-a^2by$;
x^2-2x+1 en x^2-1; p^4+8pq^3 en $2p^3-8pq^2$;
$x^2-2x-35$ en x^2-25;
$2p^2q^2x^4-2p^2q^2y^4$ en $6(p^2q+pq^2)\,(x^2+y^2)$;
$2pq^3+2p$ en $4pq^2+8pq+4p$;
$15x^2y^2z^2-60z^4$ en $40z^3-20xyz^2$;
$a^4b-4a^3b^2+6a^2b^3-4ab^4+b^5$ en $2a^2b^2-4ab^3+2b^4$;
$\begin{cases} 4ap^3+12ap^2q+12apq^2+4aq^3 & \text{en} \\ 16a^2p^2+32a^2pq+16a^2q^2. \end{cases}$

§ 85 en 86. 182. Bepaal den grootsten gemeenen deeler van:

$2p^4-3p^3-28p^2+75p-91$ en $10p^3-41p^2+43p-77$;
$2x^3+9x^2+13x+6$ en x^3+5x^2+8x+4;
$48x^2-120x+72$ en $12x^3-48x^2+60x-24$;
$\begin{cases} 17a^3x+4ax^3-12a^2x^2-12a^4 & \text{en} \\ 6a^3x+6ax^3-5a^2x^2+8a^4; \end{cases}$
$\begin{cases} 10bx^5-15bx^4y+19bx^3y^2+13bx^2y^3-21bxy^4+10by^5 & \text{en} \\ 20b^2x^5-10b^2x^4y-42b^2x^3y^2+14b^2x^2y^3+14b^2xy^4-12b^2y^5; \end{cases}$
$\begin{cases} a^6+4a^5-3a^4-16a^3+11a^2+12a-9 & \text{en} \\ 6a^5+20a^4-12a^3+22a-48a^2+12. \end{cases}$

183. Zoek den grootsten gemeenen deeler van:

$4x^3z+20x^2z+28xz+12z$ en $18z^2+30x^2z^2+6x^3z^2+42xz^2$;
$\begin{cases} a^6-6a^5-7a-a^2(7a-11a^2-6)+2 & \text{en} \\ a^2(5+2a^4)-(3a+2)-a^3(1-7a+8a^2); \end{cases}$
$\begin{cases} x^2z^4-2x^2z^3+3x^2-6x^2z+4x^2z^2 & \text{en} \\ 2xy+xyz^3-xyz^2-2xyz; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y^4+49x^4-x^2y(126x-109y)-36xy^3 \text{ en} \\ 49x^3-4y^3-3xy(7x+8y)\,; \end{cases}$

$\begin{cases} 2a^6-2a(6a^4+7)-2a^2(7a-11a^2)+4(3a^2+1) \text{ en} \\ a^2(a^2+11)+1-6a(a^2+1). \end{cases}$

§ 87 en 88. 184. Zoek den grootsten gemeenen deeler van:

$a^2b+ac^2-d^3$ en $ab-ac+d$; $a^2x+b^2y-c^2z$ en $pq+r^2$;

$\begin{cases} 12a^3+8a^2b+9a^2c+6abc-4ab^2-3b^2c \text{ en} \\ 3b^2c+6a^3+4a^2b-9a^2c-2ab^2-6abc\,; \end{cases}$

$\begin{cases} 6x^3-11x^2y+3x^2+5xy^2+(6y-3)x-(3y^3-3y^2)-9y+9 \text{ en} \\ 10x^2-17xy+17x+3y^2-(6y-3). \end{cases}$

§ 89. 185. Zoek den grootsten gemeenen deeler van:

$\begin{cases} 2a^2x^2-2b^2x^2+2a^2x-2b^2x+2a^2-2b^2 \text{ en} \\ 4a^4x^3-4b^4x^3+4a^4-4b^4\,; \end{cases}$

$\begin{cases} a^2x^2-2abx^2+b^2x^2-ax+bx+a^2-2ab+b^2 \text{ en} \\ a^2x^2-b^2x^2-(b^2-a^2)x-a^2+b^2. \end{cases}$

§ 90 en 91. 186. Men vraagt hetzelfde van:

x^5+y^5 en x^3+y^3; z^4-1 en z^6-1;

$-a^3+2a^2+a-2$ en a^2+a^3-a-1;

$a^3-b^3+a^2b-ab^2$ en $2a^2-2b^2+2a^2b-2ab^2$;

$(x+y)(x^4-y^4)$ en $(x^2-y^2)(x^3+y^3)$;

x^4-3x^2+1 en $(x^2+x-1)^2$;

$x^6-5x^4+6x^2-1$ en $2x^2(x-1)-4x+2$.

187. Men vraagt hetzelfde van:

$d^2x^2-c^2x^2+c^4-c^2d^2$ en $2dx^2-c^2x-2cdx+c^3$;

$-4a^3-a^2x+2ax^2+3x^3$ en $a^3+3a^2x-2ax^2-2x^3$;

$\begin{cases} 6x^5+15x^4y-4x^3z^2-10x^2yz^2 \text{ en} \\ 9x^3y-27x^2yz-6xyz^2+18yz^3\,; \end{cases}$

$\begin{cases} 21p^2q^3-18pq^4+36pq^3r+9p^3q^2-18p^3qr-42p^2q^2r \text{ en} \\ 18pq^2r+15p^2q^2-30p^2qr-9pq^3. \end{cases}$

§ 92. 188. Zoek den grootsten gemeenen deeler van de drie vormen:

$\begin{cases} 2x^5y+2x^3y^3+4x^2y^4,\ 2x^6y+6x^3y^4-4x^2y^5 \text{ en} \\ 2x^5y+2x^4y^2+8x^2y^4. \end{cases}$

g. Over het zoeken van het kleinste gemeene veelvoud van stelkunstige vormen.

§ 93 — § 97.

§ 94. 189. Zoek het kleinste gemeene veelvoud van:

$6a^2b^2c^2$, $2a^3bc^4d$, $15a^4b^4c^2$, $3a^2x^2$ en $2xy$.

190. Eveneens van: $12x^3y^2$, $4x^2y^3z$ en $6a^2b^2x$.

191. Nog eens van:
$36x(x+y)^2$, $30x^2(x+y)\ (p-q)$ en $x^3(x+y)^3(p-q)^2$.

§ 95. 192. Men vraagt hetzelfde te bepalen van:
$(2x-2y)\ (2a^2-2a-4)$ en $(2x^2-2y^2)\ (6a^2+12a+6)$.

193. Eveneens van: $2x^2-2y^2$, $3x^2-6xy+3y^2$ en $6x^3-6y^3$.

194. Bepaal ditzelfde nog eens van:
$x^2+8xy+15y^2$, x^2+3xy en $3xy+15y^2$.

§ 96. 195. Zoek het kleinste gemeene veelvoud van:
$6a^2-5a-6$, $3a^3-a^2-8a-4$ en $10a^2-21a+9$.

196. Eveneens van:
p^2-p-2, $2p^2-7p+6$ en $2p^2-p-3$.

197. Ook nog van:
x^2-x-12, x^3+2x^2-4x-3 en x^3-5x^2+3x+4.

BEHANDELING DER GEBROKEN STELKUNSTIGE VORMEN.

a. Herleiding der stelkunstige breuken.

§ 97 — § 101.

§ 97. 198. Vereenvoudig de volgende breuken:

$$\frac{a^2b^2}{abc^2};\quad \frac{2x^2yz^3}{6xy^2z^4};\quad \frac{8a^2b^2-14abc+2b^2c^2}{16a^2b^2c^2};\quad \frac{25a^3b^4-15a^2b^5c}{5a^2b^6c^7};$$

$$\frac{14x^2y^2z^2}{35x^4y^2-42x^2z^4};\quad \frac{12a^{m+1}b^{2n-1}}{42a^{2m+1}b^{2n}-54a^{2m}b^{2n-1}}.$$

199. Doe hetzelfde met:

$$\frac{25a^2b(x-y)^2}{5a^3b(y-x)z};\quad \frac{56a^3b^2(a-b)}{8a^2bc^2(c-b)};\quad \frac{15x^4y^2(-x-y)}{5x^3y^3(x+y)^2};$$

$$\frac{5a^2b^2c+15a^2b^2c^2-20ab^2c^3}{35a^4b^3c^2};\quad \frac{12x^2y^2z^2}{3x^2(yz)^2-9y(xz)^3}.$$

200. Herleid tot onverkleinbare breuken:

$$\frac{x^2+x-2}{x^2-2x+1};\quad \frac{z^4-1}{z^4-2z^2+1};\quad \frac{p^2+8pq}{p^2r^2-64q^2r^2};$$

$$\frac{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}{2a^2-4ab+2b^2};\quad \frac{a^2-a-20}{a^2-14a+45};$$

$$\frac{3x^5-3x^3}{9x^4+9x^3-18x^2};\quad \frac{ax^2-6ax-16a}{ax^2+50ax+96a};$$

$$\frac{a^2-12a+35}{a^3-8a^2+14a+5}; \quad \frac{2a^3-10a^2+9a-1}{4a^3-2a^2+5a-7};$$

$$\frac{x^2y+xy^2+xz^2+yz^2}{x^2y+x^2z+2xy^2+xyz+y^3};$$

$$\frac{x^2+4xy+4x+4y^2+8y+3}{x^2+xy-2y^2-3y-1}.$$

201. Doe hetzelfde met:

$$\frac{z^2-z-6}{z^2-6z+9}; \quad \frac{(z^3-1)(z+1)}{1-z^4}; \quad \frac{z^3+5z^2+5z+4}{z^4+z^3-z^2-2z-2};$$

$$\frac{1+x+x^2}{x^6-1}; \quad \frac{1-x+x^2}{x^6-1}; \quad \frac{a^4-2a^2b^2+b^4}{2b^5-2a^4b}.$$

§ 99. 202. Herleid het gebroken $\frac{x^2+y^2}{2x-4y}$ tot een ander, dat $2a^2x-4a^2y$ tot noemer heeft.

203. Herleid de breuken $\frac{a}{a+2b}$, $\frac{2a^2}{2a^2+4ab}$, $\frac{a}{a-2b}$ en $\frac{2b^2}{4b^2-2ab}$ tot anderen, die a^2-4b^2 tot noemer hebben.

b. Herleiding van de sommen en verschillen der gebroken vormen.

§ 101 — § 103.

§ 101. 204. Herleid ieder der volgende vormen tot eene enkele breuk:

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x}{x^2-1}-\frac{2}{x^2-1};$$

$$\frac{x^3}{x^3+y^3}+\frac{x^2y}{x^3+y^3}+\frac{xy^2}{x^3+y^3}+\frac{y^3}{x^3+y^3};$$

$$\frac{a^2}{3a^3-3a^2b}+\frac{-b^2}{3a^3-3a^2b};$$

$$\frac{x^2}{x^2-4y^2}+\frac{4xy}{x^2-4y^2}+\frac{4y^2}{x^2-4y^2};$$

$$\frac{a^3}{a^2-b^2}+\frac{2a^2b}{a^2-b^2}+\frac{ab(a+b)}{a^2-b^2}+\frac{2ab^2}{a^2-b^2}+\frac{b^3}{a^2-b^2};$$

$$\frac{a^3}{2(a-b)^2}+\frac{a^2b}{2(a-b)^2}-\frac{ab^2}{2(a-b)^2}-\frac{b^3}{2(a-b)^2}.$$

§ 102 205. Doe hetzelfde met de volgende vormen:

$$\frac{ab}{cd}+\frac{ac}{bd}+\frac{bc}{ad}-\frac{a^2b^2+a^2c^2}{abcd};$$

$$\frac{ab}{cd}+\frac{ac}{bd}+\frac{bc}{ad}+\frac{ad}{bc}+\frac{bd}{ac}+\frac{cd}{ab};$$

$$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-\frac{2a}{a^2b}-\frac{ab}{a^2}-\frac{ab}{b^2};$$

$$\frac{a+b-c}{ab}+\frac{a+c-b}{ac}+\frac{b+c-a}{bc};$$

$$\frac{(a+b+c)^2}{abc}+\frac{a+b-c}{ab}+\frac{a+c-b}{ac}+\frac{b+c-a}{bc};$$

$$\frac{(a+b+c)^2}{abc}-\left(\frac{a+b-c}{ab}+\frac{a+c-b}{ac}+\frac{b+c-a}{bc}\right);$$

$$\frac{a}{b}+\frac{a}{c}-\frac{a}{b+c};\quad a+b+\frac{(2a-2b)^2}{a+b};$$

$$a-b+\frac{ab}{a-b}+\frac{a^2+b^2}{-a-b}+\frac{a^2b-2ab^2+3b^3}{b^2-a^2}.$$

206. Herleid ieder der volgende vormen tot eene enkele breuk:

$$\frac{a}{a^3+b^3}+\frac{b}{a^3+b^3}+\frac{a}{a^2-ab+b^2}-\frac{b}{a^2-ab+b^2};$$

$$\frac{x^2y^3z}{x^3y^4}+\frac{2xy^2}{x^5y^3}+\frac{2x^3z-4}{2x^4y};$$

$$\frac{c}{4a^2b}+\frac{3c+5}{6ab^3}+\frac{4b-7}{10b^2c^4}+\frac{8a-4b}{9a^4c^3};$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}+\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}-\frac{(4ab)^2}{(a^2-b^2)^2};$$

$$\frac{bz}{z^2-b^2}+\frac{c}{z+b}+\frac{b+c}{z^2-2bz+b^2}-\frac{b^2(c+1)+b(z+c)+cz}{z^3-bz^2-b^2z+b^3};$$

$$\frac{1}{3x-3}+\frac{1-x}{3x^2+3x+3};$$

$$\frac{2c^2}{2(a+b)^3}+\frac{2c}{a^2+2ab+b^2}+\frac{a}{a^2+ab};$$

$$\frac{ac^3}{a(a+b)^4}+\frac{3bc^2}{b(a+b)^3}+\frac{3c}{(a+b)^2}+\frac{a-b}{a^2-b^2};$$

$$\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^2+x+1}+\frac{1}{x^3+x^2+x+1}.$$

207. Doe hetzelfde met:

$$\frac{x+y}{x^2-xy}-\frac{x+y}{y^2-xy}-\frac{2}{x-y};$$

$$\frac{1}{z+1}-\frac{1}{z-1}-\frac{z}{1-z^2};$$

$$\frac{a+b}{4a^2-b^2}-\frac{b}{b^2-2ab}+\frac{a}{2a^2+ab};$$

$$\frac{2}{x-y}-\frac{y}{y^2-xy}+\frac{x}{x^2+xy}-\frac{1}{-x-y};$$

$$\frac{a}{x+2y}-\frac{b}{2y-x}-\frac{c}{x-2y}-\frac{d}{-x-2y};$$

$$\frac{1}{3(a-b)}-\frac{3a}{4(a^2-b^2)}+\frac{4a}{9(a-b)^2}+\frac{5}{12(a+b)};$$

$$\frac{3}{z^2+3z+2}-\frac{2}{z^2+5z+6}.$$

c. Herleiding der producten van gebroken vormen.

§ 103 — § 107.

§ 104. 208. Herleid de volgende producten:

$$\frac{a}{b}\times\frac{b}{a};\quad \frac{2a^2b^2c}{abc^2}\times\frac{ab^3c^4}{4a^3b^2};\quad \frac{3ab^pc}{2a^2bc^3}\times\frac{2a^2bc^4}{3ab^pc}\times\frac{15a^2b^4}{5ab^3};$$

$$\frac{p^3q^4r^2}{ab^2c^3}\times\frac{5a^2b^4c^3}{p^2q^4r^2}\times\frac{3ab^2}{2p^2q};\quad -\frac{p^2q}{a^2b}\times\frac{-ab^2}{pq^2}\times\frac{a}{-p};$$

$$\frac{5(p+q)}{4a^2b}\times\frac{8a(p^2+q^2)}{(p+q)^2};\quad \frac{p^3+q^3}{a^2}\times\frac{a^2b}{p^3-pq^2};$$

$$\frac{12a^3(p^2-4q^2)}{3a(x+y)}\times\frac{x^2-y^2}{4(p+2q)};\quad \frac{x^2+x-2}{4(x-1)}\times\frac{2x-2}{x+2};$$

$$\frac{a^3+b^3}{(a+b)^3}\times\frac{(a+b)^2}{a^6-b^6};\quad \frac{a^2-b^4}{a+2b}\times\frac{a^2+4ab+4b^2}{a-b^2};$$

$$\frac{a+b}{a^2-ab}\times\frac{b^2-ab}{(a+b)^2};\quad \frac{x^2+xy+y^2}{x-y}\times\frac{x-y}{x^3-y^3};$$

$$\frac{a^2+ab}{(a+b)^2}\times\frac{(2a-b)^2}{4a^2-b^2}.$$

209. Doe hetzelfde met:

$$\frac{ax}{b(x^2+1)}\times\frac{b^2(x^4+2x^2+1)}{a^2x^2};\quad \frac{3a^4(x-2y)}{x^2-4y^2}\times\frac{x^2+2xy}{12a^3xy};$$

$$\frac{x^2+3x+2}{3a^2x}\times\frac{15a^4}{x^2+x};\quad \frac{55(x^3+x^2-2x)}{11a^2b^2}\times\frac{a^3b^3}{5x^2+10x};$$

$$\frac{2x^3y^3}{x^2+2xy+y^2}\times\frac{3x(x+y)^2}{12x^4y^4};\quad \frac{1+x+x^2}{2x^2+2x+2}\times\frac{4a(x^3+x^2y)}{x^2+2xy+y^2}.$$

§ 105. 210. Men vraagt de volgende producten te herleiden:

$$\frac{a}{b}\times bc;\quad \frac{2a^2b^3c^4}{3a^2d^4}\times 6abcd^2;\quad \frac{a+b}{a^2-b^2}(a-b);$$

$$\frac{x+2y}{x^3-8y^3}(x^2-4y^2);\quad \frac{4a+2b}{2(a^2+2a+1)}(1-a^2).$$

211. Doe hetzelfde met:

$$\frac{3(x^2+y^2)^2}{6(x^4-y^4)}\times 2(x^2-y^2)^2;\quad \frac{x^4-y^4}{6x^7y-6xy^7}\times(3x^3y-3xy^3);$$

$$\frac{6x}{(1-x)^2(x-2)}\times(x^3-3x^2+2x);\quad \frac{x^2}{5x^4+10x^3}\times(x^2+4x+4);$$

$$\frac{p^3+q^3}{p^3+2p^2q+pq^2}\times(p^2+pq);\quad \frac{\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}a+\frac{3}{4}a}{\frac{1}{2}ab}\times(\tfrac{1}{2}ab+\tfrac{1}{4}ab).$$

§ 106. 212. Herleid de volgende producten:

$$\left(a+\frac{b^2}{a}\right)\left(c+\frac{d^2}{c}\right);\quad \left(p+q+\frac{p^2+q^2}{p-q}\right)\left(p-q-\frac{p^2+q^2}{p+q}\right);$$

$$\left(1+\frac{2}{z}+\frac{1}{z^2}\right)\left(1-\frac{2}{z}+\frac{1}{z^2}\right);\quad \left(1-\frac{1}{x}\right)\left(2+\frac{2}{x}\right);$$

$$\left(1+\frac{1}{z^3}\right)\times\frac{z^2}{z+1};\quad \left(a+2b+\frac{b^2}{a}\right)\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right);$$

$$\left(m-n+\frac{n^2}{m+n}\right)\left(m-\frac{mn^2-n^3}{m^2+n^2}\right).$$

213. Doe hetzelfde met:

$$\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{2}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{2}-\frac{c}{2}\right);\quad \left(1+\frac{2x}{2y}\right)\left(\frac{x}{y}-1\right);$$

$$\left(a^2+\frac{b^3}{a}\right)\left(b-\frac{a^3b}{a^3+b^3}\right);\quad \left(1-\frac{b^4}{a^2}\right)\left(-a+\frac{ab^2}{a+b^2}\right);$$

$$\left(3a+b\sqrt{2}+\frac{a^2+2b^2}{3a-b\sqrt{2}}\right)\left(\frac{3}{10a}-\frac{b\sqrt{2}}{10a^2}\right).$$

d. Herleiding der quotiënten van gebroken vormen.

§ 107 — § 109.

§ 107. 214. Herleid de volgende quotiënten:

$$\frac{2x}{3y} : \frac{2x}{3y}; \quad \frac{a^2b^2c}{d^2e} : \frac{ab^3c^2}{de^2}; \quad 2x : \frac{4x^2}{y}; \quad (p^2+pq) : \frac{2p^2-2q^2}{p^2+2q^2};$$

$$\frac{x^2+xy}{yz} : \frac{x}{y}; \quad \frac{m^2n^2-p^2+2pq-q^2}{np-nq} : \left(\frac{mn}{p-q}-1\right);$$

$$\left(p+\frac{p^2+q^2}{p+4q}\right) : \left(1+\frac{2q}{p-q}\right);$$

$$\left(\frac{p+q}{p-q}-\frac{p-q}{p+q}\right) : (p^2-q^2).$$

215. Doe hetzelfde met:

$$\frac{x^2-2x-3}{x^2-6x+9} : \frac{x^2+x}{x-3}; \quad \left(x+\frac{4}{x+4}\right) : \frac{x+2}{x+4};$$

$$\left(a^2+3ab+3b^2+\frac{b^3}{a}\right) : \left(b+2a+\frac{a^2}{b}\right);$$

$$\left\{a+b-\frac{(a-b)^2}{a}\right\} : \frac{4b^2-4ab}{a^2};$$

$$\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right) : \left(\frac{a^2}{2}+ab+\frac{b^2}{2}\right); \quad \frac{x+2y}{x^3-8y^3} : \frac{1}{x^2-4y^2}.$$

§ 108. 216. Herleid de volgende zamengestelde breuken tot eenvoudige:

$$\frac{1+\frac{b^3}{a^3}}{a+2b+\frac{b^2}{a}}; \quad \frac{a^2-\frac{b^3}{a}}{b^2-\frac{a^3}{b}}; \quad \frac{1-\frac{2z+1}{z^2}}{\frac{1}{z^2}-1};$$

$$\frac{p^2+q^2-\frac{p^3-q^3}{p+q}}{p^2-q^2+\frac{p^3+q^3}{p-q}}; \quad \frac{p+q\cdot\frac{r+s}{r-s}-\frac{2qrs}{r^2-s^2}}{p+q\cdot\frac{r-s}{r+s}+\frac{2qrs}{r^2-s^2}}.$$

217. Doe hetzelfde met:

$$\frac{x+1-\frac{x^2-1}{x+2}}{3x^2+3x}; \quad \frac{2x+y+\frac{x^2+y^2}{2x-y}}{2x+\frac{2xy}{2x-y}};$$

$$\frac{p+q+\dfrac{p^3-p^2q}{pq-q^2}}{p+q-\dfrac{p^3+p^2q}{q^2+pq}}; \quad \frac{\dfrac{a}{b}-\dfrac{a}{c}}{\dfrac{b}{a}-\dfrac{c}{a}}.$$

c. Herleiding der magten van gebroken vormen.

§ 109.

§ 109. 218. Herleid en ontwikkel de volgende magten:

$$\left(\frac{2a^3b^4c^2}{4a^2bc^3}\right)^4; \quad \left(-\frac{3p^2q^3}{6pq^2}\right)^2; \quad \left(-\frac{a^{2p-1}b^{2p}}{a^{2p}b^{2p-1}}\right)^{2p};$$

$$\left(-\frac{14a^{3p+5}b^{2p-1}}{21a^{3p+2}b^{2p}}\right)^2; \quad \left(-\frac{2a^2-2b^2}{b^4-a^4}\right)^2; \quad \left(\frac{p^2-\dfrac{q^3}{p}}{q^2-\dfrac{p^3}{q}}\right)^3;$$

$$\left(\frac{p^2-p-12}{p^2-9}\right)^2; \quad \left(\frac{p^2-16}{12-p-p^2}\right)^3; \quad \left(\frac{p^3+8q^3}{p+2q}\right)^2.$$

219. Doe hetzelfde met:

$$\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2-x-2}\right)^2; \quad \left\{\frac{3a^2b(x+y)}{4a^2x^2-4a^2y^2}\right\}^2; \quad \left(\frac{x^2-2x-8}{x^2-4}\right)^3;$$

$$\left(\frac{p^2+\dfrac{q^3}{p}}{-q^2-\dfrac{p^3}{q}}\right)^2; \quad \left(\frac{\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}}{\dfrac{b}{a}-\dfrac{d}{c}}\right)^4; \quad \left(\frac{z^8-1}{z-z^5}\right)^3.$$

f. Herleiding der wortels uit gebroken vormen.

§ 110 — § 113.

§ 110. 220. Herleid de volgende wortels:

$$\sqrt{\frac{2a^2b^4c}{8c^3d^2}}; \quad \sqrt[3]{-\frac{27a^3b^9}{8c^6d^{12}}}; \quad \sqrt[3]{\frac{-a-b}{(a+b)^7}}; \quad \sqrt[2p]{\frac{4^pa^{2p}}{9^pb^{4p}}}.$$

221. Herleid eveneens:

$$\sqrt[4]{\frac{16a^4c^5}{81b^4c}}; \quad \sqrt[3]{\frac{(a-b)^5}{-(b-a)^2}}; \quad \sqrt{\frac{9a^2b^3c^5}{16a^4bc^7}}; \quad \sqrt[5]{-\frac{32a^6b^7}{ab^2c^5}}.$$

§ 111. 222. Men vraagt hetzelfde van:

$$\sqrt{\frac{1}{3}}; \quad \sqrt{\frac{a}{b}}; \quad \sqrt[3]{\frac{3}{8}}; \quad \sqrt[4]{\frac{1}{12}}; \quad \sqrt{-\frac{1}{3}}; \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{9}};$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}};\quad \sqrt[3]{\frac{a^2b^4}{ab^3c}};\quad \sqrt[5]{-\frac{a^5b^2c^3}{bc^2d^4}};\quad \sqrt[p]{\frac{a}{b^{p-1}}};\quad \sqrt[2q]{\frac{a}{-b^q}};$$

$$\sqrt[2p+1]{\frac{-1}{a^{2p}}};\quad \sqrt[2p+3]{-\frac{a^{2p+3}}{b^3}};\quad \sqrt[3]{\frac{1}{4a^2b^3}};\quad \sqrt[5]{\frac{1}{16}};\quad \sqrt[4]{\frac{a^3}{(-b)^3}}.$$

223. Nog eens van:

$$\sqrt{\frac{1}{a}};\quad \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}};\quad \sqrt[4]{\frac{a+b}{a-b}};\quad \sqrt{\frac{25a}{72b}};\quad \sqrt[3]{-\frac{6a^4b^2c}{9abc^3}};$$

$$\sqrt{-\frac{a}{b+c}};\quad \sqrt[3]{-\frac{a}{b+c}};\quad \sqrt[5]{-\frac{(1+z)^4}{(1-z^2)^3}};\quad \sqrt[4]{-\frac{a^3}{8ab^2}};\quad \sqrt[6]{\frac{a^3}{b^3c^3}};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}};\quad \sqrt[n]{\frac{a^{n-1}}{b^{n+1}}};\quad \sqrt[n+1]{\left(\frac{a}{b}\right)^n};\quad \sqrt[2n]{\frac{a^{2n}}{c^{4n}}};\quad \sqrt[2n]{\frac{a^{2n}}{b^{2n-1}}}.$$

§ 112. 224. Alsmede van:

$$\sqrt{\left(x+2+\frac{1}{x}\right)};\quad \sqrt{\left(1-\frac{3b}{a}+\frac{3b^2}{a^2}-\frac{b^3}{a^3}\right)};$$

$$\sqrt[3]{\frac{1+\frac{b^3}{a^3}}{1-\frac{b^3}{a^3}}};\quad \sqrt[5]{\frac{a^5-b^5}{\frac{b^5}{a^5}-1}}.$$

HERHALING.

§ 81 — § 113.

225. Herleid ieder der volgende vormen tot eene enkele breuk:

$$\frac{13p-1}{(p-3)^2}+\frac{7}{3-p}+\frac{11}{p^2};\quad \frac{1}{z^2-1}+\frac{1}{z+1}-\frac{1}{z-1};$$

$$\frac{a^2}{2p}+\frac{b^2}{3q}+\frac{c^2}{4r}-\frac{d^2}{5s};\quad \frac{x+y}{x^2+xy+y^2}+\frac{x-y}{x^2-xy+y^2};$$

$$\frac{x^2+xy+y^2}{x^3+x^2y+xy^2+y^3}+\frac{x^2-xy+y^2}{x^3-x^2y+xy^2-y^3}.$$

226. Herleid de volgende zamengestelde breuken tot eenvoudige:

$$\frac{\frac{a}{c}-\frac{b}{d}}{\frac{a}{d}-\frac{b}{c}};\quad \frac{\frac{a}{a-1}-\frac{b}{b-1}}{\frac{a}{a+1}-\frac{b}{b+1}};$$

$$\frac{\left(a+\frac{a^2}{b}\right)\left(b+\frac{b^2}{a}\right)+\left(a-\frac{a^2}{b}\right)\left(b-\frac{b^2}{a}\right)}{\left(a+\frac{b^2}{a}\right)\left(b+\frac{a^2}{b}\right)+\left(a-\frac{b^2}{a}\right)\left(b-\frac{a^2}{b}\right)}.$$

227. Ontwikkel en herleid de volgende producten:

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \times \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} \text{ en}$$

$$\frac{a^2+ab+b^2}{a^3+a^2b+ab^2+b^3} \times \frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{a^2-ab+b^2}.$$

228. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt{\frac{2}{3}};\quad \sqrt[3]{\frac{3}{4}};\quad \sqrt[4]{-\frac{1}{8}};\quad \sqrt[5]{-\frac{3}{16}};\quad \sqrt[4]{\frac{a^2b^4c^3}{abc^4}}.$$

229. Vereenvoudig de volgende breuken:

$$\frac{2x^3+2x^2+2x+2}{2x^5+12x^4+24x^3+26x^2+30x+18};$$

$$\frac{a^2-c^2+b^2-d^2+2ab-2cd}{a^2+2ab+b^2-2bc-2ac+c^2-2ad-2bd+2cd+d^2};$$

$$\frac{4a^3-2a^2-3a+1}{3a^2-2a-1}.$$

230. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\frac{(p^2+q^2)^3-(p^3-q^3)^2}{p^2q^2}-2pq;$$

$$\frac{a(b+c)+d}{a(b+c)}-\frac{2d^2}{\{a(b+c)+d\}^2-d^2};$$

$$1+\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}+\frac{(a-b)^2}{4ab}\left\{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2+\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\right\}.$$

231. Ontwikkel het product van:

$$\frac{p+q+\dfrac{p^2+q^2}{p+q}}{p+q-\dfrac{p^2+q^2}{p-q}} \times \frac{p-q+\dfrac{p^2+q^2}{p-q}}{p-q-\dfrac{p^2+q^2}{p+q}}.$$

232. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\left(\frac{m+n}{1-\dfrac{1}{r}}-\frac{p+q}{r-1}\right)\left(\frac{m+n}{1+\dfrac{1}{r}}-\frac{p-q}{r+1}\right)$$

wanneer $r=\dfrac{m+n}{p+q}$ is.

233. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\left(\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}\right):\left(\frac{x}{a-b}-\frac{x}{a+b}\right)+\frac{b}{a}.$$

234. Doe hetzelfde met:

$$\frac{m-\frac{2npq}{p^2-q^2}+n\times\frac{p+q}{p-q}}{m-\frac{2npq}{q^2-p^2}+n\times\frac{p-q}{p+q}}.$$

235. Ontwikkel en herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\left(a-b+\frac{b^2}{a+b}\right)\left(a-\frac{ab^2-b^3}{a^2+b^2}\right).$$

236. Door welken vorm moet men $x-2y+\frac{x^2}{x+y}$ deelen, om $x-y$ tot quotiënt te krijgen?

237. Met welken vorm moet men $x-2y+\frac{x^2}{x+y}$ vermenigvuldigen, om $x-y$ tot product te krijgen?

238. Verdrijf de wortelteekens uit de noemers der volgende breuken:

$$\frac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{3}};\quad \frac{1}{\sqrt{6}.\sqrt[3]{-8a}};\quad \frac{a}{\sqrt[3]{a^2}.\sqrt{bc}};\quad \frac{x}{\sqrt{(x-y)}}.$$

BEHANDELING DER WORTELVORMEN.

a. Herleiding der sommen en verschillen van wortelvormen.

§ 113 — § 115.

§ 113. 239. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-7\sqrt{2};\quad 3\sqrt[3]{3}+4\sqrt[3]{3}-7\sqrt[3]{3};$$
$$\sqrt{a}-b\sqrt{a}+c\sqrt{a};\quad \sqrt{ab}-2\sqrt{ab}+3\sqrt{ab}-\sqrt{ab}.$$

240. Doe hetzelfde met:

$$\sqrt[4]{abc^5}+2\sqrt[4]{abc^5}-3\sqrt[4]{abc^5}+5\sqrt[4]{abc^5};$$
$$p\sqrt{(p+q)}+q\sqrt{(p+q)}-(p+q)\sqrt{(p+q)}+\sqrt{(p+q)};$$
$$x\sqrt[3]{(x^2-y^2)}-2x\sqrt[3]{(x^2-y^2)}+(x+y)\sqrt[3]{(x^2-y^2)};$$
$$\sqrt[m]{abc}-m\sqrt[m]{abc}+3\sqrt[m]{abc}-3m\sqrt[m]{abc}.$$

§ 114. 241. Herleid eveneens:

$$\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{3a^2};$$
$$\sqrt[3]{ab^3c^2}+2\sqrt[3]{a^4c^5}-\sqrt[6]{a^2c^4}+\sqrt[9]{a^3b^9c^6};$$

$\sqrt[3]{-2a^2b}+2\sqrt[3]{16a^5b^4c^3}-\sqrt[3]{-54a^8b^4}+\sqrt[6]{-4a^4b^2}$;

$\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{2}-\sqrt{-\frac{1}{2}}-\sqrt{-2}+\sqrt{-\frac{1}{8}}$;

$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}-\sqrt[3]{-2}+\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$;

$\sqrt[p]{a^2b^3c^p}-\sqrt[2p]{a^4b^6c^{2p}}+\sqrt[3]{a^4b^2c}-\sqrt[3]{\frac{1}{a^2bc^2}}+\sqrt[3]{-ab^2c^4}$;

$\left(\sqrt[4]{\frac{1}{4}}+\sqrt[4]{\frac{1}{8}}+\sqrt[4]{\frac{1}{16}}-\sqrt[4]{\frac{1}{32}}\right)+\left(\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{8}\right)$;

$\sqrt{ab}+\sqrt[3]{ab}-\sqrt[4]{a^2b^2}-\sqrt[6]{a^2b^2c^6}$;

$a\sqrt[3]{-3a^2b}+\sqrt{-3a^2b}-\sqrt[6]{9a^4b^2}-\sqrt{-3a^2b}$.

242. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$\sqrt{a^2bc^3}+\sqrt[4]{16a^4b^2c^6}-3\sqrt{b^3c^3}+\sqrt{a^4bc^5}$;

$\sqrt[m]{a^mb^nc}+\sqrt[m]{a^{2m}b^{m+n}c^{m+1}}-\sqrt[m]{a^{3m}b^{2m+n}c^{3m+1}}$;

$\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{\frac{1}{9}}+\sqrt[6]{9}+\sqrt[3]{-\frac{8}{9}}+2\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{81}$;

$\sqrt[3]{a^2bc}-\sqrt[3]{(a^2bc)^4}+\sqrt[3]{a^5bc^4}+a\sqrt[3]{a^2b^4c}$;

$b\sqrt{a}+b\sqrt[3]{a}-2\sqrt{ab^2}+3\sqrt[3]{ab^3}+\sqrt[4]{a^2b^4}-\sqrt[3]{-a^4}$;

$\sqrt{(x+y)^2z}-\sqrt{(x-y)^2z}+\sqrt{x^2z}-\sqrt{y^2z}$;

$\sqrt{(a+b)}+\sqrt{4(a+b)}-\sqrt{9(a+b)}+\sqrt[4]{(a+b)^2}+\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

b. Herleiding en ontwikkeling der producten van wortelvormen.

§ 115 — § 120.

§ 115. 243. Herleid de volgende producten:

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}$; $\sqrt{2ab}\times\sqrt{6abc}\times\sqrt{b^3c^2}$;

$3\sqrt[3]{a^2bc}\times\sqrt[3]{abc^2}\times\sqrt[3]{54a^4b^2}$;

$\sqrt[5]{(a+b)}\times\sqrt[5]{(2a^2-2b^2)}\times\sqrt[5]{(2a+2b)^3}$;

$4\sqrt[p]{2^{2p}ab^{p-1}}\times\sqrt[p]{a^{p-2}b^2}\times\sqrt[p]{ab}$;

$\sqrt[3]{-2a^2b}\times\sqrt[3]{-4ab^2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{2}a^2b^3c}\times\sqrt[3]{2c^2}$;

$\sqrt{\frac{3}{5}}\times\sqrt{\frac{1}{5}}\times\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$;

$\sqrt[4]{(2a+b)^2}\times\sqrt[4]{(4a^2-b^2)^2}\times\sqrt[4]{a^2b}\times\sqrt[4]{(2a^2-ab)^2}$;

$\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{1}{5}}\times\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{1}{3}a}$.

244. Doe hetzelfde met:

$$\frac{1}{\sqrt{(a+b)}} \times \frac{1}{\sqrt{(a-b)}} \times \frac{1}{\sqrt{(a^2-b^2)}} \times \sqrt{\frac{(a^2-b^2)^3}{c}};$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{2a} \times \sqrt{ab} \times \sqrt{abc} \times \sqrt{4ab} \times \sqrt{-a};$$

$$\sqrt[3]{(x+y)} \times \sqrt[3]{(x-y)} \times \sqrt[3]{(x^2-y^2)} \times \sqrt[3]{(x^2+xy)} \times \sqrt[3]{(x^2-xy)};$$

$$\sqrt[4]{x^2y^3z} \times \sqrt[4]{4xyz^2} \times \sqrt[4]{2x^3y^2z} \times \sqrt[4]{6xyz^4};$$

$$\sqrt[m]{(x+y)} \times \sqrt[m]{(x+y)^2} \times \sqrt[m]{(x^2-y^2)^3} \times \sqrt[m]{(x+y)^{2m-6}};$$

$$\sqrt{(x^2-x-2)} \times \sqrt{(x^2+3x+2)}.$$

§ 116. 245. Herleid eveneens:

$$\sqrt{-\frac{1}{3}} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{2ab}; \quad \sqrt{-2a} \times \sqrt{-6b} \times \sqrt{2ab};$$

$$-2\sqrt[4]{-a} \times \sqrt[4]{(-a)^3}; \quad \sqrt{-2} \times \sqrt{2};$$

$$\sqrt[4]{-3} \times \sqrt[4]{3a^2b} \times \sqrt[4]{a^3b^2} \times \sqrt[4]{(-3)^3}.$$

§ 117. 246. Men vraagt hetzelfde van:

$$\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[5]{a^4}; \quad \sqrt[4]{a^2b^2c^2} \times \sqrt{2abc} \times \sqrt{6ab};$$

$$\sqrt[3]{-a^2b} \times \sqrt[5]{-a^3b^4} \times \sqrt{a}; \quad \sqrt{12} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[4]{54};$$

$$\sqrt[p]{a^{p-1}b} \times \sqrt[2p]{a^{p+2}b^2}; \quad 3\sqrt[3]{-a^2bc} \times \sqrt[4]{abc^2} \times \sqrt[5]{-a^4b^4c^3};$$

$$(p+q)\sqrt{(p+q)} \times \sqrt[3]{(p^2+pq)^2};$$

$$4\sqrt[2p-1]{-a^{p+3}b^p} \times \sqrt[4p-2]{a^{3p}b^{2p}}; \quad \sqrt[p]{a} \times \sqrt[q]{a} \times \sqrt[r]{a^2};$$

$$\sqrt{50ab} \times \sqrt[3]{125a^2b^2}.$$

247. Herleid de volgende producten:

$$\sqrt{8a} \times \sqrt[3]{8a^2} \times \sqrt[4]{8a^3}; \quad \sqrt[3]{-54a^2bc} \times \sqrt[4]{8a^3b^2c} \times \sqrt{2a^2bc^2};$$

$$\sqrt{(p+q)} \times \sqrt[3]{(q^2-p^2)^2} \times \sqrt[4]{(p^2+pq)^3};$$

$$\sqrt{(p-q)} \times \sqrt[3]{(pq-q^2)} \times \sqrt[3]{(q^2-pq)};$$

$$-\sqrt{25a^3b^2c} \times \sqrt[3]{-2a^2bc} \times \sqrt[4]{ab^3c};$$

$$\sqrt{x} \times \sqrt[3]{-x^2} \times \sqrt[4]{x^3} \times \sqrt[5]{-x^4};$$

$$\sqrt{(x+1)} \times \sqrt{(x-1)} \times \sqrt[4]{(x^2-1)^3} \times \sqrt[3]{(1-x^2)};$$

$$\sqrt[p]{a^q} \times \sqrt[q]{a^p} \times \sqrt[pq]{a}.$$

§ 118. 248. Alsmede van:

$$\sqrt{-a}\times\sqrt[4]{a};\quad \sqrt{-a}\times\sqrt[3]{-a}\times\sqrt[4]{-a};$$
$$2\sqrt{-a}\times\sqrt[4]{(-a)^2}\times\sqrt[4]{-2a};$$
$$\sqrt{-ab}\times\sqrt[4]{-(ab)^2}\times\sqrt{-a};$$
$$\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}\times\sqrt[3]{-2}\times\sqrt[3]{-3}.$$

§ 119. 249. Ontwikkel de volgende producten:

$$(5\sqrt{5}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times 3\sqrt{30};$$
$$(3\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5})\times 2\sqrt[3]{18};$$
$$(\sqrt[3]{-9}-\sqrt[3]{-12}-\sqrt[3]{-4})\times 2\sqrt[3]{6};$$
$$(\sqrt{2}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{8})\times\sqrt[3]{-16};$$
$$(\sqrt{a}+\sqrt{-a}-\sqrt{-ab})\times\sqrt{-ab};$$
$$(5\sqrt{2}+5\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3});\quad (3\sqrt[4]{7}+3\sqrt[4]{5})(\sqrt[4]{7}-\sqrt[4]{5}).$$

250. Doe hetzelfde met:

$$(\sqrt[3]{z^2}-\sqrt[3]{z}+1)(\sqrt[3]{z}+1);$$
$$(\sqrt[5]{x^4}-\sqrt[5]{x^3y}+\sqrt[5]{x^2y^2}-\sqrt[5]{xy^3}+\sqrt[5]{y^4})(\sqrt[5]{x}+\sqrt[5]{y});$$
$$(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5});$$
$$(2-3\sqrt{2}+5\sqrt[3]{7})(4-\sqrt[4]{2});$$
$$(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3});$$
$$(\sqrt{2}-3\sqrt{-5})(-\sqrt{2}-3\sqrt{-5});$$
$$(p+q+\sqrt{pq})(p-q-\sqrt{pq}).$$

251. Doe nog eens hetzelfde met:

$$(\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{8})(\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\tfrac{1}{2}\sqrt{3});$$
$$(2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{5})\times 2\sqrt{30};$$
$$(3\sqrt{5}-3\sqrt{7})(2\sqrt{5}+2\sqrt{7});$$
$$(\sqrt{a}+\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[4]{a^3})\times-\sqrt[3]{a^2};$$
$$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c});$$
$$(\sqrt{a}+\sqrt[3]{b})(\sqrt{a}+\sqrt[3]{-b});\quad (1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{2});$$
$$(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{-xy}+\sqrt[3]{y^2})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y});$$
$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(-1+\sqrt{6});$$
$$(\sqrt{5}-\sqrt{7})(2\sqrt{5}+\sqrt{7})(3-\sqrt{35}).$$

c. Herleiding der quotiënten van wortelvormen.

§ 120 — § 123.

§ 120. 252. Herleid de volgende quotiënten:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}};\quad \frac{\sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[3]{c^2d}};\quad \frac{2}{\sqrt{3}};\quad \frac{\sqrt{xyz}}{\sqrt{-xz}};\quad \frac{\sqrt[3]{xyz}}{\sqrt[3]{-x^2y^2}};\quad \frac{\sqrt{-xyz}}{\sqrt{xy}};$$

$$\frac{\sqrt[3]{-xyz}}{\sqrt[3]{x^2y^2}};\quad \frac{\sqrt{-xyz}}{\sqrt{-xy}};\quad \frac{\sqrt[3]{-xyz}}{\sqrt[3]{-x^2y^2}};\quad \frac{x\sqrt{y}}{y\sqrt[3]{xy^2}};\quad \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}};$$

$$\frac{1+\sqrt{-3}-\sqrt[3]{-3}}{\sqrt{-3}};\quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5}};\quad \frac{\sqrt[6]{6}}{\sqrt[3]{3}};$$

$$\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{-x})}{2\sqrt{x}};\quad \frac{3\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{-x}}{2\sqrt[3]{x}};\quad \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt[3]{-x})}{\sqrt{x}}.$$

253. Doe hetzelfde met:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}};\quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}};\quad \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}};\quad \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{5}};\quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}};$$

$$\frac{\sqrt{(a-b)}}{\sqrt[3]{(b-a)^2}};\quad \frac{\sqrt{(a-b)}}{\sqrt[3]{(a-b)}};\quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{3}};\quad \frac{\sqrt{abc}}{\sqrt[3]{a^2bc^2}};$$

$$\frac{2-3\sqrt{3}+4\sqrt{15}}{3\sqrt{3}};\quad \frac{2+\sqrt[3]{3}-3\sqrt[3]{15}}{2\sqrt[3]{3}};\quad \frac{-2+\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{15}}{3\sqrt[3]{-3}}.$$

§ 121. 254. Men vraagt hetzelfde van:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}};\quad \frac{\sqrt[3]{x^2y^2}}{\sqrt[3]{xy^2}};\quad \frac{\sqrt[4]{xy}}{\sqrt{xy}};\quad \frac{-3\sqrt[5]{-x^4y^2}}{-2\sqrt{xy}};\quad \frac{3(a^2+b^2)}{\sqrt{2(a^2+b^2)}};$$

$$\frac{(p^2-2pq+q^2)\sqrt[5]{a^4}}{(p-q)\sqrt{a}};\quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt[3]{6}-\sqrt[4]{6}}{\sqrt{6}};$$

$$\frac{2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{a}-4\sqrt[4]{a}}{3\sqrt[3]{a}};\quad \frac{\sqrt[m]{x^ny}-\sqrt[n]{x^my}}{\sqrt[mn]{xy}}.$$

255. Ook nog van:

$$\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{14}};\quad \frac{\sqrt{70}}{\sqrt{35}};\quad \frac{\sqrt[3]{12}}{2\sqrt[3]{2}};\quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}};\quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt[4]{7}};\quad \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{3}};$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}-\sqrt[4]{2}}{\sqrt[5]{-2}};\quad \frac{4x^2+4y^2}{2\sqrt{(x^2+y^2)}};\quad \frac{a+b}{\sqrt[3]{(a+b)}};\quad \frac{ab-b^2}{\sqrt[4]{(a-b)^3}};$$

$$\frac{\sqrt{(z-1)}\sqrt[3]{(z-1)}}{\sqrt[4]{(z-1)}};\quad \frac{a+b+\sqrt{(a+b)}}{\sqrt{(a+b)}};\quad \frac{x-y-\sqrt[3]{(x-y)^2}}{\sqrt[3]{(y-x)}};$$

$$\frac{a+\sqrt{ab}+b}{\sqrt{ab}};\quad \frac{\sqrt[3]{15a^2bc}}{\sqrt[6]{3abc^2}};\quad \frac{\sqrt{5ab}-\sqrt[3]{-25a^2b^2}}{-\sqrt[4]{5ab}};$$

§ 122. 256. Verdrijf de wortelteekens uit de noemers der volgende breuken:

$$\frac{3}{1+\sqrt{3}};\quad \frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}};\quad \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};\quad \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$$

$$\frac{3\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{7}}{3\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{7}};\quad \frac{10+2\sqrt{5}}{10-2\sqrt{5}};\quad \frac{10+2\sqrt{5}}{-10-2\sqrt{5}};\quad \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1};$$

$$\frac{\sqrt{7}}{-\sqrt{7}+\sqrt{5}};\quad \frac{1}{-1-\sqrt{2}};\quad \frac{2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}-\sqrt{2}};$$

$$\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-3}+\sqrt{-2}};\quad \frac{-\frac{1}{2}+\sqrt{5}}{-\frac{1}{2}-\sqrt{5}};\quad \frac{a\sqrt{b}-a\sqrt{c}}{-a\sqrt{b}-a\sqrt{c}};$$

$$\frac{x+\sqrt{y}}{-x-\sqrt{y}};\quad \frac{6+2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}};\quad \frac{12+6\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}};\quad \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$\frac{a^2+b^2}{-\sqrt{a}-\sqrt{b}};\quad \frac{z-1}{\sqrt[3]{z}-1};\quad \frac{x+y}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}.$$

257. Doe hetzelfde met:

$$\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{3}};\quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-\sqrt{2}-\sqrt{3}};\quad \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{5}}{-\frac{1}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt{5}};\quad \frac{6}{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}};$$

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}};\quad \frac{\frac{1}{2}a-b^2}{\frac{1}{2}\sqrt{2a}+b};\quad \frac{a-\frac{1}{2}b^2}{\sqrt{a}+\frac{1}{2}b\sqrt{2}};\quad \frac{p+\sqrt{pq}}{q+\sqrt{pq}}.$$

258. Waarmeê moet men den vorm $\sqrt[4]{z}-1$ vermenigvuldigen, om $z-1$ te krijgen?

259. Waarmeê moet men $\sqrt[5]{x}+\sqrt[10]{y}$ vermenigvuldigen, om $x+\sqrt{y}$ te krijgen?

d. Herleiding der magten van wortelvormen.

§ 123 — § 125.

§ 123. 260. Verhef de volgende uitdrukkingen tot de daarbij aangewezen magten:

$(\sqrt{3})^3$; $(3\sqrt[3]{4a^2bc})^4$; $(-3\sqrt[5]{-x^4y})^3$; $(-4\sqrt[5]{x^4y^3z^2})^2$;

$(\frac{1}{2}\sqrt[6]{2x^3y^2})^5$; $(\sqrt[p]{a^q})^{p+r}$; $\left(\frac{\sqrt[3]{-x^2y}}{\sqrt[3]{-x^3y}}\right)^2$; $\left(\frac{3\sqrt[3]{7x^2y}}{2\sqrt{xy}}\right)^2$;

$(\sqrt{-2xy})^2$; $(\sqrt{-4xy})^3$; $(\sqrt[3]{-x^2y})^2$; $(\sqrt[4]{-2x^2y})^5$;

$(\sqrt{3x^2yz})^4$; $(\sqrt[5]{-3a^3b^2})^{10}$; $(\sqrt[p]{-2a^2b})^{2p}$;

$(\sqrt[2p-1]{-3ab^2})^{2pq-q}$; $(\sqrt{-2.\sqrt[3]{2}})^6$; $\left(\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^2$;

$\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)^2$; $(-3\sqrt{-2})^4$; $\left(\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt{ab}}\right)^6$;

$(\sqrt[m]{-3a^2bc^3})^{mn}$; $(\sqrt[mn]{3a^m})^n$.

261. Doe hetzelfde met:

$\{2\sqrt{(x+y)}\sqrt{(x-y)}\}^4$; $(2\sqrt{2}\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{2})^4$;

$(-2\sqrt[5]{-x^3y^4})^3$; $(3\sqrt[4]{3a^3b^2c})^2$; $(-2\sqrt{2a^3bc})^4$;

$(\sqrt[3]{-27ab^2c})^2$; $\left\{\frac{\sqrt{(a^2-b^2)}}{\sqrt{(a+b)}}\right\}^2$; $\left\{\frac{\sqrt{(a-b)}}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\right\}^2$.

§ 124. 262. Ontwikkel volgens het binomium:

$(1+\sqrt{2})^2$; $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$; $\left\{\frac{1}{2}(-1+\sqrt{5})\right\}^2$;

$(-6+\sqrt{5})^2$; $(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$; $(a+\sqrt{ab})^2$;

$(2a-2a\sqrt{b})^2$; $(-\sqrt{-2}-\sqrt{-3})^2$;

$\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{-3}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{-3}\right)^3$;

$\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{-3}\right)^6$; $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{-3}\right)^6$;

$(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})^2$; $(\sqrt{x}-\sqrt{y}-\sqrt{z})^2$;

$\left(\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$; $\{(-1+\sqrt{-3})(1+\sqrt{-3})\}^2$;

$\{(3+\sqrt{2})(\sqrt{3}-2)\}^2$.

263. Ontwikkel eveneens:

$$\{(1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})\}^2;\quad (\sqrt{2}+\sqrt{8})^7;\quad (\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^4})^3;$$
$$(\sqrt{\tfrac{1}{2}}-\sqrt{\tfrac{1}{3}})^4;\quad (\sqrt[4]{p}-\sqrt[4]{q})^4;\quad (-\sqrt[3]{p}-\sqrt[3]{q})^3;$$
$$\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{p}\sqrt{p}\right)^4;\quad (p+\sqrt{pq})^4.$$

e. Herleiding der wortels uit wortelvormen.

§ 125 — § 134.

§ 125. 264. Herleid de volgende wortels tot hunne eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt{(\sqrt[3]{2a})};\quad \sqrt[3]{\{\sqrt{(\sqrt{2x^3})}\}};\quad \sqrt{\{\sqrt[5]{(a+b)^2}\}};$$
$$\sqrt{[\sqrt{\{\sqrt{(\sqrt{a})}\}}]};\quad \sqrt[4]{\{\sqrt[3]{(\sqrt{2a^3bc^5})}\}}.$$

265. Doe hetzelfde met:

$$\sqrt[3]{(\sqrt{x^6y^2})};\quad \sqrt{(\sqrt[3]{x^3y})};\quad \sqrt{\{\sqrt[3]{(\sqrt{27a^{12}b^3})}\}};$$
$$\sqrt{\{\sqrt[3]{(\sqrt[4]{2^{25}})}\}};\quad \sqrt{\{\sqrt{(\sqrt{16a^4b^8c^6})}\}};\quad \sqrt{\{\sqrt[3]{(\sqrt{a^{13}}\}}.$$

§ 126. 266. Herleid eveneens:

$$\sqrt{(2a\sqrt[3]{2a^2})};\quad \sqrt[3]{(4x^2\sqrt{xy})};\quad \sqrt[4]{[2\sqrt[3]{\{2a\sqrt{(ab)}\}}]};$$
$$\sqrt{(3x\sqrt[3]{81x^2y})};\quad \sqrt[5]{[4a^3\sqrt[3]{\{a^2\sqrt{(a\sqrt{a})}\}}]}.$$
$$\sqrt[p]{[a^m\sqrt[m]{\{a^p\sqrt[n]{(a\sqrt{a})}\}}]}.$$

267. Herleid ook nog:

$$\sqrt{(2\sqrt{2})};\quad \sqrt[3]{(-2\sqrt{2})};\quad \sqrt{\{3a\sqrt{(3a\sqrt{3a})}\}};$$
$$\sqrt{\{x^2\sqrt[3]{(x^3\sqrt{x^4})}\}};\quad \sqrt{[a\sqrt[3]{\{a^2bc\sqrt{(ab\sqrt[4]{a^3b^3})}\}}]}.$$

§ 127. 268. Men vraagt hetzelfde van:

$$\sqrt[3]{(2\sqrt{-3})};\quad \sqrt[3]{(-2\sqrt{3})};\quad \sqrt[3]{(-2\sqrt[3]{-3})};$$
$$\sqrt[4]{(a^3\sqrt[3]{-a})};\quad \sqrt[5]{(-a^2\sqrt[3]{-a})};\quad \sqrt[3]{(-a^4\sqrt[4]{-a})}.$$

§ 128. 269. Tot de eenvoudigste gedaante te herleiden:

$$\sqrt{(x+y-2\sqrt{xy})};\quad \sqrt[4]{(2a+2b+4\sqrt{ab})^2};$$
$$\sqrt{(4x^2y-12xy\sqrt{yz}+9y^2z)};\quad \sqrt{(36a+24\sqrt{ab}+4b)};$$
$$\sqrt{\left(\frac{9}{4}a^2-3a\sqrt{b}+b\right)};\quad \sqrt[6]{(4a-12\sqrt{ab}+9b)^3}.$$

§ 130 en § 131. 270. Men vraagt te onderzoeken of de volgende wortelvormen voor vereenvoudiging vatbaar zijn, en zoo ja, ze tot hunne eenvoudigste gedaante te herleiden:

$\sqrt{(7+4\sqrt{3})}$; $\sqrt{(7-4\sqrt{3})}$; $\sqrt{(14+6\sqrt{5})}$;
$\sqrt{(14-6\sqrt{5})}$; $\sqrt{(7+6\sqrt{-2})}$; $\sqrt{(7-6\sqrt{-2})}$;
$\sqrt{(3\frac{1}{2}+\sqrt{3})}$; $\sqrt{(1\frac{1}{36}+\frac{1}{3}\sqrt{7})}$; $\sqrt{(12-2\sqrt{35})}$;
$\sqrt{(5-2\sqrt{6})}$; $\sqrt{(2-6\sqrt{-7})}$; $\sqrt{\{p-\sqrt{(p^2-q^2)}\}}$;
$\sqrt{(6-\sqrt{5})}$; $\sqrt{(\sqrt{5}-1)}$; $\sqrt{(8\sqrt{2}+12)}$;
$\sqrt{(5+\sqrt{7})}$; $\sqrt{(4\sqrt{3}+13)}$; $\sqrt{\{\sqrt{(p^2-q^2)}+q\}}$.

271. Doe hetzelfde met:

$\sqrt{(4+2\sqrt{3})}$; $\sqrt{(7+2\sqrt{10})}$; $\sqrt{(4-\sqrt{3})}$;
$\sqrt{(13-4\sqrt{10})}$; $\sqrt{(8-2\sqrt{15})}$; $\sqrt{(7+\sqrt{2})}$;
$\sqrt{(32-10\sqrt{7})}$; $\sqrt{(87+12\sqrt{42})}$;
$\sqrt{\{2a+2\sqrt{(a^2-b^2)}\}}$; $\sqrt{\{2a-2\sqrt{(a^2-b^2)}\}}$.

§ 132 en § 133. 272. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$\sqrt{(2+\sqrt{5})}+\sqrt{(2-\sqrt{5})}$; $\sqrt{(7+\sqrt{3})}-\sqrt{(7-\sqrt{3})}$;
$\sqrt{(8-\sqrt{5})}-\sqrt{(8+\sqrt{5})}$; $\sqrt{(a+\sqrt{b})}-\sqrt{(a-\sqrt{b})}$;
$\sqrt{(2\sqrt{7}-3\sqrt{3})}-\sqrt{(2\sqrt{7}+3\sqrt{3})}$;
$\sqrt{(5\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{2})}-\sqrt{(5\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2})}$;
$\sqrt{(16+30\sqrt{-1})}+\sqrt{(16-30\sqrt{-1})}$;
$\sqrt{\{ab+2a\sqrt{(ab-a^2)}\}}+\sqrt{\{ab-2a\sqrt{(ab-a^2)}\}}$;
$(4-\sqrt{7})\sqrt{(4+\sqrt{7})}+(4+\sqrt{7})\sqrt{(4-\sqrt{7})}$;
$\sqrt{(9+6\sqrt{3})}+\sqrt{(-3-2\sqrt{3})}$;
$\sqrt{(6-\sqrt{8-\sqrt{3}})}-\sqrt{(6+\sqrt{8+\sqrt{3}})}$.

HERHALING.

§ 113 — § 134.

273. De volgende vormen te ontwikkelen en tot hunne eenvoudigste gedaante te herleiden:

$$\sqrt{\left\{1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2\right\}};$$

$$\left\{\sqrt{(1-p)}+\frac{1}{\sqrt{(1+p)}}\right\} : \left\{1+\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}\right\};$$

$$\sqrt{\left\{\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2-\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\sqrt{5}\right)^2\right\}};$$

$$\sqrt[m]{[a^p\sqrt[n]{\{a^p\sqrt[n]{(a^p\sqrt[n]{a^p})}\}}]^n};$$

$\sqrt{\{pq\sqrt[3]{(p\sqrt[4]{q})}\}} \times \sqrt[4]{\{p\sqrt[3]{(q\sqrt{pq})}\}}$;

$\left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}+\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\right)\sqrt{\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2}}$;

$\sqrt[5]{\left(2p\sqrt[3]{\frac{1}{3p}}\right)} \times \sqrt{\left(3p\sqrt[3]{\frac{1}{2p}}\right)} \times \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}p\sqrt[4]{\frac{1}{4p}}\right)}$.

274. Ontwikkel volgens het binomium:

$(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{-2})^2$; $(2\sqrt{-2}-3\sqrt{-3})^2$; $(\sqrt{3}+1)^3$.

275. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$\sqrt[3]{3a^2b^3c^4}+\sqrt[6]{9a^4b^6c^8}-\sqrt[9]{27a^6b^9c^{12}}+2\sqrt[3]{-3a^5b^6c^7}-\sqrt[3]{-3a^2c^{10}}$;

$\sqrt{\frac{3}{4}a^2b} \times \sqrt[3]{\frac{2}{3}a^3b^2} \times \sqrt[4]{\frac{1}{4}a^4b^3}$;

$(a^3+b^3)\sqrt[3]{(a^3+b)^3} : (a+b)\sqrt{(a^3+b)^2}$;

$\sqrt{(x^2+4y+4x\sqrt{y})}+\sqrt{(x^2+4y-4x\sqrt{y})}$;

$\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{2}-\sqrt[4]{4}+\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{\frac{1}{16}}+3\sqrt[8]{16}$;

$(3\sqrt{a^5b^3}+5\sqrt[3]{cd^2})+(\sqrt[4]{a^2b^2}-b\sqrt[6]{c^2d^4})$ verminderd met $\{(5-b)\sqrt[9]{c^3d^6}+(5+a)\sqrt{a^7b}-4\sqrt[5]{cd^2}\}$;

$(2+3\sqrt{3})(-2+3\sqrt{3})(5+\sqrt{7})(5-\sqrt{7})(2+\sqrt{6})(\sqrt{6}-2)$;

$(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})^2-(x-\sqrt{y})(x+\sqrt{y})^2$;

$\sqrt{(4+2\sqrt{7})}-\sqrt{(4-2\sqrt{7})}$.

276. Verdrijf de wortelteekens uit de noemers der volgende breuken:

$\frac{2}{-1-\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{-2}+\sqrt{-5}}$; $\frac{a\sqrt{b}+a\sqrt{c}}{a\sqrt{b}-a\sqrt{c}}$;

$\frac{1}{(1+\sqrt{5})^2}$; $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)^2$; $\frac{a^2}{x+\sqrt{(x^2-a^2)}}$.

277. Waarmeê moet men $\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}$ vermenigvuldigen, om $x-y$ te krijgen?

278. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$\sqrt{(75+6\sqrt{5})}+\sqrt{(15-6\sqrt{5})}$;

$\sqrt{(15-\sqrt{6}-6\sqrt{2})}-\sqrt{(15+\sqrt{6}+6\sqrt{2})}$.

279. Vermenigvuldig:

$\sqrt[5]{ab^2c^3}-\sqrt[10]{a^2b^4c^6d^{10}}+\sqrt[5]{32a^6b^7c^3}-\sqrt[10]{-a^2b^4c^6}$ met $\sqrt[5]{a^4b^3c^2}$.

280. Ontwikkel en herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$\sqrt{\tfrac{2}{3}} \times \sqrt{(1+\tfrac{1}{5}\sqrt{5})} \times \tfrac{1}{2}\sqrt{(5+2\sqrt{5})}$.

281. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$$\frac{\sqrt{75}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{15}+\sqrt{20}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{18}-\sqrt{24}}{\sqrt{6}}.$$

282. Doe hetzelfde met:
$$\frac{5-\sqrt{50}}{2-\sqrt{8}}+\frac{3+\sqrt{27}}{5+\sqrt{75}}+\sqrt{\frac{1}{10}}.$$

283. Ook nog met:
$$\frac{\sqrt{(14+6\sqrt{5})}}{\sqrt{(6+2\sqrt{5})}}-\sqrt{\frac{-2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}} \quad \text{en}$$
$$\frac{1}{\sqrt{(16+6\sqrt{7})}}-\frac{1}{\sqrt{(16-6\sqrt{7})}}.$$

284. Ontwikkel en herleid tot de eenvoudigste gedaante:
$$\sqrt{(3+\sqrt{5})^4}-\sqrt[6]{(9+4\sqrt{5})^3}-\frac{1}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}+\sqrt{20}.$$

OVER DE GEBROKEN EN NEGATIEVE EXPONENTEN.

§ 134 — § 143.

§ 134 — § 139. 285. Verklaar de beteekenis der volgende vormen:
$$a^{\frac{1}{2}};\ a^{-\frac{1}{2}};\ ab^{\frac{1}{2}};\ ab^{-\frac{1}{2}};\ (ab)^{\frac{1}{2}};\ (ab)^{-\frac{1}{2}};\ a^{-1};\ ab^{-1};$$
$$(ab)^{-1};\ \frac{a^{-\frac{2}{3}}}{b^{\frac{3}{4}}};\ \frac{a^{-1}b^{\frac{1}{2}}}{c^{-\frac{1}{2}}d^2};\ \frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}};\ \frac{(a+b)^{\frac{1}{2}}}{(a-b)^{\frac{1}{2}}};\ (a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}};$$
$$-a^{\frac{1}{2m}};\ (-a)^{\frac{1}{2m}};\ -a^{\frac{1}{2m-1}};\ (-a)^{-\frac{1}{2m-1}};\ (a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}.$$

§ 139. 286. Men vraagt de volgende uitdrukkingen in de gedaante van geheele vormen zonder wortelteeken te schrijven:
$$\frac{1}{2};\ \sqrt{\frac{1}{2}};\ \frac{a}{b};\ \sqrt{\frac{a}{b}};\ \frac{a^2\sqrt{bc}}{\sqrt[3]{d^2e}};\ \sqrt[3]{(a+b)^2}-\sqrt{-a};$$
$$\sqrt{a}+\sqrt{-a}-\sqrt{-\frac{a}{b}};\ \frac{a^2\sqrt[3]{(b+c)^2}}{b^2\sqrt{(a-b)^3}}.$$

§ 140. 287. Hoe bewijst men de formule (32) en den daarin begrepen regel, voor negatieve exponenten?

288. Men vraagt den in formule (42) begrepen regel voor negatieve exponenten te bewijzen.

289. Herleid de volgende producten, door eerst in den eindvorm, voor zooveel noodig, wortelteekens en breuken in te voeren:

$$2a^{-2}b^3c^{\frac{1}{4}} \times (abc)^{-2} \times 3a^4b^2c^{\frac{1}{4}};$$

$$(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}(a^2+b^2)^{-\frac{1}{2}}(a^2+b^2)^{\frac{2}{3}}(a^2+b^2)^2;$$

$$3abc \times 3^{-1}a^{-2}b^2c^{-3} \times 2a^2b^{-3}c^4 \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}}.$$

290. Men vraagt hetzelfde van de volgende quotiënten:

$$\frac{a^2b^3}{a^{-2}b^{-3}}; \quad \frac{3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}}{3^{-1}a^{-1}b^2c^{-3}}; \quad \frac{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}{(a^2+b^2)^{-\frac{1}{2}}}; \quad \frac{4a^3b^2c^{-4}}{a^{-1}b^2c^{-4}}.$$

291. Men vraagt hetzelfde van de volgende magten:

$$(a^2b)^{\frac{1}{2}}; \quad (-2a^2b^4c^{-3})^{-\frac{1}{2}}; \quad (a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}c^{-\frac{1}{4}})^{-\frac{1}{2}}; \quad (a^{-2}b^3c^{-4})^{-4};$$

$$\{(a^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{2}{3}}\}^{\frac{3}{4}}; \quad \{(a^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}(b^2)^{-1}\}^{-\frac{3}{4}}.$$

§ 141. 292. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt[4]{\{a^{-3}\sqrt[3]{(2a^2\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}})}\}^5};$$

$$\sqrt[4]{a^{-2}\sqrt[3]{(\sqrt[5]{a^{-\frac{2}{3}}}\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}})}};$$

$$\sqrt[3]{(a+b)^{-\frac{2}{5}}}\sqrt[3]{(a-b)^{-\frac{1}{2}}}\sqrt{(a+b)^3}\sqrt{(a-b)^{-\frac{2}{3}}}.$$

§ 143. 293. Men vraagt hetzelfde van:

$$a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}+c^{\frac{2}{3}}; \quad a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{5}{3}}-a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{4}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}c;$$

$$a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c+3a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}c;$$

$$a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}+2a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{ab}\right)^3;$$

$$a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{5}}-2\sqrt[5]{ab^2c^5}+a^{\frac{6}{5}}b^{\frac{7}{5}}-a^{\frac{2}{10}}b^{\frac{12}{5}}c^{-1};$$

$$a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{3}{2}}b^{\frac{7}{4}}c+2a^{-\frac{2}{4}}b^{\frac{14}{8}};$$

$$(a+b)^{-\frac{1}{2}}-2(a+b)^{-\frac{1}{2}}+3(a+b)^{-\frac{1}{2}}c^2;$$

$$(-a)^{\frac{1}{2}}-2(-a)^{\frac{1}{2}}b+3(-a)^{\frac{3}{2}}b^2-a^{\frac{1}{2}}.$$

ALGEMEENE HERHALING.

294. Wat is het verschil, wanneer men de som der uitdrukkingen:

$$3a^2b-2ab^2+a^3-b^3$$
$$4a^3+2a^2b$$

$$3ab^2-3a^3+2b^3-10a^2b$$
$$\text{en } 12ab^2+6b^3-3a^3-3a^2b\,,$$

vermindert met de som der vormen:

$$3b^3-2a^2b+3ab^2-b^3$$
$$5a^2b-4b^3+2a^3$$
$$7ab^2-3a^3-4b^3+2a^2b$$
$$\text{en } 8a^3+6b^3-10ab^2-4a^2b\,?$$

295. Welke waarde verkrijgt de vorm:

$$\left(a+b+\frac{a^2+b^2}{a-b}\right)\left(a-b-\frac{a^2+b^2}{a+b}\right)(a^2-b^2)$$

wanneer $a=-\frac{1}{2}$ en $b=2$ genomen wordt?

296. Men vermindere de som der vormen:

$4{,}1(x+y)^2z-3{,}4z^3+2{,}18(x+y)^3-3{,}25(x+y)z^2$
$3{,}36(x+y)z^2-2{,}14(x+y)^2z+7{,}11z^3-11{,}4(x+y)^3$
$1{,}25(x+y)^2z-4{,}36(x+y)z^2+13(x+y)^3-7{,}16z^3$ en
$1{,}45z^3-2{,}54(x+y)z^2-3{,}12(x+y)^2z+7{,}25(x+y)^3$,

met de som der uitdrukkingen:

$2{,}3(x+y)^3-3{,}25(x+y)^2z+4{,}52z^3-2{,}5(x+y)z^2$
$3{,}15z^3-2{,}25(x+y)^2z+4{,}55(x+y)^3-2{,}76(x+y)z^2$
$1{,}15(x+y)^2z-3{,}26(x+y)z^2-4{,}16z^3+7{,}35(x+y)^3$ en
$4{,}15z^3-2{,}12(x+y)^3+4{,}15(x+y)z^2-3{,}11(x+y)^2z$. (*)

297. Ontwikkel het product van:

$(\frac{3}{4}a^3-\frac{2}{3}a^2b+\frac{1}{2}ab^2-\frac{1}{5}b^3)\ (\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{4}b^2+\frac{1}{2}ab)$.

298. Ontwikkel en herleid den vorm:

$(a+b)^4-(a+b)^2(a-b)^2-(2a+b)^3(2a-b)$.

299. Doe nog eens hetzelfde met:

$$(p+2q)^5-\frac{p^6-q^6}{p-q}-(2p+q)^4(p+q).$$

300. Ontwikkel het quotiënt van:

$$\frac{42a^3b^2-23a^4b-16b^5-39a^2b^3+10a^5+32ab^4}{4b^2+2a^2-3ab}.$$

301. Men vraagt den vorm:

$$\{20(x+y)^5-46(x+y)^4z+84(x+y)^3z^2-78(x+y)^2z^3+$$
$$+64(x+y)z^4-32z^5\}$$

te deelen door:

$$\{5(x+y)^3-4(x+y)^2z+5(x+y)z^2-4z^3\}.$$

(*) Men vervangt gemakshalve $(x+y)$ door eene enkele letter, b. v. p; daarna rangschikt men de vormen, plaatst de gelijksoortige termen onder elkaâr, schrijft de termen der af te trekken uitdrukkingen met omgekeerde teekens onder de overige, telt alles op, en vervangt eindelijk weêr p door $(x+y)$.

302. Ontwikkel en herleid den vorm:

$$7\{a^4-3a(a+7)\}-8\{a^5-7(a^2-a+2)^2\}-(7a^3-11a-9).$$

303. Doe hetzelfde met:

$$(a+7)^3-a(a-3)^2-(-7a^3+11a-13).$$

304. Ook nog met:

$$(a^2-3a+9)\,(a-8)-7(a^2-11)\,(a+1)-(2a^3+11a-17).$$

305. Zoek den grootsten gemeenen deeler van:

$x^2-2ax+a^2$ en $x^3-2ax^2+2a^2x-a^3$;

$\begin{cases} 4ax^3-12a^2x^2+17a^3x-12a^4 \text{ en} \\ 6ax^3-5a^2x^2+6a^3x+8a^4\,; \end{cases}$

$\begin{cases} 10x^5-5ax^4+19a^2x^3+13a^3x^2-21a^4x+10a^5 \text{ en} \\ 10x^5-5ax^4-21a^2x^3+7a^3x^2+7a^4x-6a^5. \end{cases}$

306. Vereenvoudig de volgende breuken:

$$\frac{12x^3+8x^2y+9x^2z+6xyz-4xy^2-3y^2z}{6x^3+4x^2y-9x^2z-2xy^2-6xyz+3y^2z};$$

$$\frac{9a^3b-27a^2bc-6abc^2+18bc^3}{6a^5+15a^4b-4a^3c^2-10a^2bc^2};$$

$$\frac{8(1+2x)^2\,(1+x^2+x^4)}{12(1+2x)\,(1-3x)\,(1+x+x^2)};$$

$$\frac{x^4-x^3-4x^2-5x-3}{x^3-9x^2+11x+21}.$$

307. Ontwikkel de volgende producten:

$(x^2+x-1)\,(x^2-x-1)$;

$(x^3-x^2-2x+1)\,(x^3+x^2-2x-1)$;

$(x^4+x^3-3x^2-2x+1)\,(x^4-x^3-3x^2+2x+1)$;

$(x^5-x^4-4x^3+3x^2+3x-1)\,(x^5+x^4-4x^3-3x^2+3x+1)$.

308. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$abc : \frac{a:b}{c};$$

$$abc : \left(\frac{a:b}{c}\cdot\frac{b:c}{a}\cdot\frac{c:a}{b}\right);$$

$$abcd : \left(\frac{ab:c}{d}\cdot\frac{bc:d}{a}\cdot\frac{cd:a}{b}\right);$$

$$\frac{ab:c}{d} : \frac{bc:d}{a};$$

$$\left(\frac{ab}{c}\cdot\frac{bc}{d}\right) : \left(\frac{cd}{a}\cdot\frac{da}{b}\right);$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{c}} \cdot \frac{\frac{b}{c}}{\frac{c}{d}} : \left(\frac{\frac{c}{d}}{\frac{d}{a}} \cdot \frac{\frac{d}{a}}{\frac{a}{b}}\right);$$

$$\frac{x}{abcd} : \left(\frac{a:b}{c} \cdot \frac{b:c}{d} \cdot \frac{c:d}{a} \cdot \frac{d:a}{b}\right).$$

309. Herleid ieder der volgende vormen tot eene enkele breuk:

$$a + \frac{b^2}{c}; \quad a - \frac{(b-c)a}{b}; \quad a - 2b - \frac{2b^2}{a-b};$$

$$3x + 1 - \frac{2x-3}{2x^2-2x+1}; \quad a^2 - 2a + 1 - \frac{2a-1}{a^2-3};$$

$$a^2b^2 - ab^3 + b^4 - \frac{a^3b^2-2b^5}{a+b}.$$

310. Herleid tot eene enkele breuk:

$$1 + x - \frac{x^2+2x^3+x^4+x^5}{1+2x^2+x^4}.$$

311. Ontwikkel en herleid:

$(1-m)^3-(1-2m)(1-m+m^2)$;

$(x-a)(x-b-c)+(x-b)(x-a-c)+(x-c)(x-a-b)$;

$x^2(x+5)^2-(x-1)(x+2)(x+3)(x+5)$;

$(a+b)^3+(a+b)^2(a-b)+(a+b)(a-b)^2+(a-b)^3$;

$(a+bx+cx^2)^3-(a-bx+cx^2)^3$.

312. Herleid ieder der volgende vormen tot eene enkele breuk:

$$\frac{x^4}{x^3-y^3} - \frac{ax^2}{ax-ay} + \frac{bxy}{-bx+by};$$

$$\frac{1}{x+1} - \left(\frac{2}{2x-4} + \frac{3x^3}{x^3-x^2-2x}\right);$$

$$\frac{c^2}{(a+b)^3} + \frac{2c}{(a+b)^2} + \frac{1}{a+b};$$

$$\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(a+b)^2};$$

$$\frac{x^4}{x^6-y^6} - \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{x}{x^3-y^3}.$$

313. Herleid de volgende zamengestelde breuken tot eenvoudige:

$$\frac{1+\frac{a}{b}-\frac{d}{bc}}{1-\frac{a}{b}+\frac{d}{bc}}; \qquad \frac{\sqrt{(1-x)}+\frac{1}{\sqrt{(1+x)}}}{1+\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}};$$

$$\frac{\dfrac{a}{a+x}+\dfrac{b}{a-x}}{\dfrac{b}{a+x}+\dfrac{a}{a-x}};\qquad \frac{x-\dfrac{x^2-y^2}{2x+y}}{\dfrac{x^3-y^3}{4x^2-y^2}};$$

$$\frac{\dfrac{1}{a^2-y^2}+\dfrac{1}{a-y}+\dfrac{1}{a+y}}{\dfrac{1}{a^2-y^2}+\dfrac{1}{(a-y)^2}+\dfrac{1}{(a+y)^2}}.$$

314. Ontwikkel en herleid de volgende producten:

$$\left(a-2b+\frac{b^2}{a}\right)\times\frac{2ab}{a^2-b^2};$$

$$\left(x-y+\frac{2y^2}{x+y}\right)\left(x-\frac{xy^2-y^3}{x^2+y^2}\right).$$

315. Herleid de volgende magten:

$$(-2a^2b^3c^4)^2;\quad (-0{,}5a^pb^qc^r)^2;\quad (-\tfrac{3}{4}a^2bc^3)^3.$$

316. Herleid de volgende wortelvormen:

$$\sqrt{27ab^3x^5};\quad \sqrt[3]{-54a^4b^5c^6};\quad \sqrt[4]{-16a^4b^8};\quad \sqrt[p]{a^{3p}b^{2p+1}};$$

$$\sqrt[2p-1]{-4^p.2^{-1}a^{2p}};\quad \sqrt[2p]{-9^pa^{2p+1}}.$$

317. Trek den vierkantswortel uit de volgende vormen:

$$4a^6b^2+20a^3bc^2d+25c^4d^2;$$

$$36a^6b^6c^8+25a^8b^4-60a^7b^5c^4;$$

$$4p^2q^4+9r^4s^2t-12pq^2r^2s\sqrt{t}.$$

318. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt[3]{a^2bc}+2\sqrt[3]{a^5b^4c}-3\sqrt[6]{a^4b^2c^2}+\sqrt[3]{-a^5bc^4};$$

$$\sqrt[4]{a^2b^3}-\sqrt[4]{a^6b^7c^4}+\sqrt{ab^{\frac{3}{2}}}-\sqrt[4]{-a^2b^3};$$

$$y\sqrt{(y^4+y^2z^2)}+(3+z)\sqrt{(y^2z^2+z^4)};$$

$$\sqrt[4]{32}+\sqrt[4]{162}-2\sqrt[4]{2}.$$

319. Ontwikkel de volgende producten:

$$(7\sqrt{2}+3\sqrt{3})\times 2\sqrt{5};\quad (a\sqrt{b}-c\sqrt{d})\times a\sqrt{b};$$

$$(3+\sqrt{5})(3-3\sqrt{5});\quad (\sqrt{7}-2\sqrt{3})(3\sqrt{7}+3\sqrt{3});$$

$$(\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}\sqrt{11})(1\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{4}\sqrt{11});$$

$$(\tfrac{2}{3}\sqrt{\tfrac{2}{3}}-7\sqrt{\tfrac{1}{5}})(-1\tfrac{1}{3}\sqrt{\tfrac{2}{3}}+8\sqrt{\tfrac{1}{5}}).$$

320. Ontwikkel en herleid:

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3+(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2(\sqrt{a}-\sqrt{b})-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{a}+\sqrt{b}).$$

321. Verdrijf de wortelteekens uit de noemers der volgende vormen:

$$\frac{6}{2+\sqrt{2}};\quad \frac{56+24\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}};\quad \frac{-5+3\sqrt{5}}{-2+\sqrt{5}};\quad \frac{\sqrt{50}}{-3\sqrt{2}-\sqrt{5}}.$$

322. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$\sqrt{(4-2\sqrt{3})}$; $\sqrt{(37+20\sqrt{3})}$; $\sqrt{(101-14\sqrt{6})}$;
$\sqrt{(\frac{49}{90}+\frac{2}{15}\sqrt{10})}$.

323. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\frac{\sqrt{(a+x^2)}+\sqrt{(a-x^2)}}{\sqrt{(a+x^2)}-\sqrt{(a-x^2)}};$$

$$\frac{1}{x+\sqrt{(2-x^2)}}+\frac{1}{x-\sqrt{(2-x^2)}};$$

$$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}+3\sqrt{\frac{1}{2}}};$$

$$\frac{2\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}}}.$$

324. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$(3-\sqrt{5})\sqrt{(3+\sqrt{5})}+(3+\sqrt{5})\sqrt{(3-\sqrt{5})}.$$

325. Doe hetzelfde met:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{2}{3+\sqrt{2}}-\frac{4}{2+\sqrt{2}}.$$

326. Ook nog met:

$$\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{b\sqrt{a}}{a-b}+\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}.$$

327. Eveneens met:

$$(\sqrt{10}-\sqrt{2})\sqrt{(3+\sqrt{5})}.$$

328. Ontwikkel en herleid:

$$(3x^2+6xy)^4-(3x^2-6xy)^4.$$

329. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}+\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}-\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}.$$

330. Doe hetzelfde met:

$$\left\{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right\}\sqrt{xy}.$$

331. Ook nog met:

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{x}}{x-y}+\sqrt{x}\right)^2.$$

332. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$\sqrt[3]{(2a\sqrt{a^{\frac{1}{2}}})} \times \sqrt{(2a\sqrt[3]{a^{-1}})} \times \sqrt{\{2a\sqrt{(3a^2\sqrt[4]{\tfrac{1}{6}a^3})}\}};$$

$$\sqrt{(\tfrac{1}{2}+\sqrt{-\tfrac{3}{4}})}+\sqrt{(\tfrac{1}{2}-\sqrt{-\tfrac{3}{4}})};$$

$$\sqrt[4]{\{a^{-3}\sqrt[3]{(2a^2\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}})}\}^5};$$

$$\sqrt[3]{\{a^2\sqrt[4]{(a\sqrt{a})}\}} \times \sqrt[4]{\{a^3\sqrt{(a\sqrt[3]{a^{-1}})}\}}.$$

333. Ontwikkel en herleid:

$$(\sqrt{-a}+\sqrt{-b})^2+(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2;$$

$$(a^{-\frac{1}{2}}-b^{-\frac{1}{2}})^2-(a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})^2;$$

$$(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{2}})\,(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{2}}).$$

334. Herleid tot de eenvoudigste gedaante:

$$a(a-b)^{\frac{1}{2}}b^{-1}(a^2-b^2)^{-\frac{1}{4}};$$

$$[2a\{3b(ab)^{\frac{1}{4}}\}^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{3}};$$

$$2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}+3a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}c-(ab)^{\frac{2}{4}}+2a^{\frac{2}{4}}b^{\frac{1}{2}}c.$$

335. Verklaar de beteekenis der volgende vormen, en herleid ze tot hunne eenvoudigste gedaante:

$$(8+2\times 15^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}};\quad (11-4\times 7^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}};$$

$$(\tfrac{21}{4}+5^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}};\quad \{-2-2(-3)^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{2}};$$

$$(3-5^{\frac{1}{2}})(3+5^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}+(3+5^{\frac{1}{2}})(3-5^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}};$$

$$a(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})^{-1}-a(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})^{-1};$$

$$(8+4\times 3^{\frac{1}{2}})\times(-7^{\frac{1}{2}}-11^{\frac{1}{2}})^{-1};$$

$$9(6\times 28^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}+3(12\times 7^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}-8(4\times 63^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}};$$

$$\frac{2x^2}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

men, en herleid ze

321. Verdrijf d

$$\frac{6}{2+\sqrt{2}};$$

322. Herleid t

$\sqrt{(4-2\sqrt{}}$

$\sqrt{(\frac{4}{9}\frac{2}{0}+}$

323. Herleid t

324. Herleid t

$(3-\sqrt{}$

325. Doe hetze

$\overline{1-}$

326. Ook nog

$\sqrt{}$

327. Eveneens

328. Ontwikkel

329. Herleid t

$\sqrt{}$

330. Doe hetze

$\{\sqrt{}$

$\sqrt{}$

331. Ook nog

$\left(\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{}}\right.$

nen :