

Arithmetica

De cubis vel asseribus vel laterculis: vel tuncis vel sphericis: vel parallelipedis numeris. capitulum. 25.

De parte altera longioribus numeris eorumque generatibus. ca. 26

De antelongozibus numeris. et de vocabulo numeri altera parte longioris. capi. 27.

Quod ex imparibus quadratis: ex paribus parte altera longiores fiant. cap. 28.

De generatione laterculorum eorumque definitio. ca. 29.

De circularibus vel sphericis numeris. cap. 30.

De ea natura rerum que dicitur eiusdem nature: et de ea que dicitur alteri nature: et que numeri cui nunc dicitur sunt. ca. 31.

Quod omnia ex eiusdem natura et alteri natura constant: idque in numeris primum videri. ca. 32.

De eiusdem atque alteri numeri natura qui sunt quadratus et parte altera longior: omnes proportionum habitudines constare. cap. 33.

Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat. capi. 34.

Quod admodum quadrati ex parte altera longioribus: vel parte altera longiores ex quadratis fiant. capi. 35.

Quod principaliter eiusdem quod est substantie unitas secundum unum loco spares numeri. tertio: quadrati. et quod principaliter dualitas alteri sit subiecta: secundo vero loco pares numeri. tertio parte altera longiores. cap. 36.

Alternati positus quadratis et parte altera longioribus que sit eorum differentia et in proportionibus. cap. 37.

Probatio quadratos eiusdem esse nature. cap. 38.

Quibus eiusdem participare substantie quod ab imparibus nascantur. capi. 39.

De proportionalitatibus cap. 40.

Que apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteriores addiderunt. cap. 41.

Quod primum de ea que vocatur arithmetica proportionalitas dicendum est. capi. 42.

De arithmetica medietate: eiusque proprietatibus. ca. 43.

De geometrica medietate: eiusque proprietatibus. ca. 44.

Que medietas quibus rerum publicarum statibus comparantur. capit. 45.

Quod superficies una tantum in proportionalitatibus medietate iungantur. solidi vero numeri duabus medietatibus in medio collocantur. capi. 46.

De armonica medietate eiusque proprietatibus. cap. 47.

Quare decem sit armonica medietas ea que digesta est. ca. 48.

De geometrica armonia cap. 49.

Quod admodum constitutus alitersecundum duobus terminis: arithmetica et armonica inter eos medietas alterne. atque de eorum generationibus. cap. 50.

De tribus medietatibus que armonice et geometrice contrarie sunt. capi. 51.

De quatuor medietatibus quas posterius ad splendendum denarium limitem adiecerunt. capi. 52.

Dispositio decem medietatum. capi. 53.

De maxima et perfecta symphonia que tribus distenditur interuallis. cap. 54.

finiunt capitula.

Incipit liber secundus

Quod admodum ad equalitatem omnis inequalitas reducatur. Capitulum primum



Superioris libri disputatio digesta est. que admodum tota inequalitatis substantia a principe sui generis equalitate precesserit. sed que res elementa sunt: ex eisdem principaliter omnia componuntur: et in eadem rursus resolutione facta resolvuntur. Ut quoniam articularis vocis ele-

menta sunt lfe: ab eis est syllabarum progressa coniunctio: et in eadem rursus terminatur extrinsecas. eademque vel optinet sonus in musicis. Ita vero mundum. 4. corpora non ignoramus efficere. Namque ut ait ex sebi terraque aia gignuntur et igni. sed in hoc rursus eius. 4. elementa fit postrema resolutio. Ita igitur quoniam ex equalitatis margine cunctas inequalitatis species perficere videmus: omnia a nobis inequalitas ad equalitatem rursus velut ad quoddam elementum proprii generis resolvatur. Hoc autem tria rursus impatione colligit. eaque resoluendi ars datur quibuslibet tribus terminis inequalibus quidem: si proportionaliter constitutis: id est ut eandem medius ad primum vim proportionis optineat: quam que est extremus ad medius in qualibet inequalitatis ratione: vel in multiplicibus: vel in superparticularibus: vel in superpartientibus: vel in his que ex his procreantur: hoc est multiplicibus superparticularibus: vel multiplicibus superpartientibus eadem atque una ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus ut dictum est terminis equis proportionibus ordinatis: ultimum semper medio detrahatur: et ipsum quidem ultimum primum terminum collocemus: quod de medio relinquitur secundum. De tertia vero propositorum terminorum summa auferamus unum primum et duos secundos eos qui de medietate relictis sunt. et id quod ex tertia summa relinquitur: tertium terminum constituemus. Videbis igitur hoc facto in minorem modum summas reverti: et ad principaliorum habitudinem comparationes proportionalesque reduci. ut si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplam: inde ad equalitatem usque remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquitercium: inde ad sesquialterem: postremo ad tres equales terminos redire. Hoc autem nos exempli gratia in multiplici tantum proportionem docebimus. Sollemus vero in alijs quoque inequalitatis speciebus id experientem: eadem ratio preceptorum iuvabit. Constituantur enim tres ad se termini quadrupli.

8 | 1 | 32 | 128



Aufer igitur ex medio minorem: id est ex triginta duobus octonarium: relinquuntur. 24. et primum octonarium terminum pones: secundum vero quod reliquum fuerit ex medio: id est. 24. ut sint hi duo termini. 8. et 24. de tertio vero: id est. 128. aufer unum primum: id est. 8. et duos secundos qui sunt reliqui: id est bis. 24. et relinquuntur. 72. His dispositis terminis: ex quadruplis propinquo equitati proportio tripla redacta est. Sunt. n. bi termini.

8 | 24 | 72



His autem ipsis idem si feceris: ad duplam rursus comparatio remeabit. Donec enim primum minori equum id est. 8. et ex secundo aufer primum. 16. relinquuntur. Sed ex tertio id est ex. 72. aufer primum: id est. 8. et duos secundos id est bis. 16. et erit reliqua pars. 32. Quibus positis ad duplas proportionem habitudo redigitur.

8 | 16 | 32



Dem vero ex his si fiat: rem omnem ad equalitatis summas eliquabimus. Donec enim primum minori equum: id est. 8. et aufer ex. 16. octonarium: remanent. 8. quibus dispositis: ex tertio id est. 32. sumptis primo: id est. 8. et duobus secundis id est octonarijs: supersunt. 8. quibus dispositis prima nobis equalitas cadit. ut subiecte summe docent.

s s s

Inc igitur si quis ad alias inequalitates species aliam tendat eadem convenientiam in titubanter inueniet. Quare pronuntiandum est nec vlla trepidatione dubitandum quod quoad modum per se constantis quantitatis unitas principium et elementum est. ita et ad aliquid relate quantitatis equalitas mater est. Demonstrauimus enim quod blic et ei per creatio prima foret: et in ea rursus postrema est. De inueniendi in vnoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit procedere: eorumque descriptio: descriptio: descriptio. Capitulum .ii.

St autem quedam et hac re profunda et miranda speculatio vult ait nicomachus emmocopha ton theorema proficiens: et ad platonica in timo ale gnatione: et ad interualla armonice discipline. Ibi enim iubemur producere atque extendere tres vel quatuor sesquialteros: vel quot libet sesquitercias proportionis: et sesquartas comparationes: easque secundum proportionem ordinem sepe continuas iubemur extendere. Me autem hoc labore quodam semper quod dem mario: frequenti inferaci fiat: hac nobis ratione in quot numeris quanti possint esse superparticulares inuestigandum est: Omnes enim multiplices tatarum si milium sibi met proportionum principes erunt: quoto ipsi loco ab unitate discesserunt. Quod autem dico sibi met si milium: tale est: ut dupli semper multiplicitas ut super decem est sesquialteros creet: et triplex sit dux sesquitercio rus: quadrupli sesquiquarti. Primum ergo duplex unum solum habebit sesquialterum. secundus duos. tertius tres. quartus. 4. et secundum hunc ordinem eadem sit in infinitum progressio. Neque unquam fieri potest: ut vel super proportionum numerum vel ab eo sit diminutio: equabilis ab unitate locatio. Primum ergo duplex est binarius numerus: qui unum solum sesquialterum recipit. i. ternarium. Binarius. n. ternarium comparat sesquialterum efficit proportionem. Ternarius vero quoniam medietatem non recipit: si est alter numerus ad quem in ratione sesquialtera comparatur. Quaternarius vero numerus secundus duplex est. hic ergo duos sesquialteros precedit. Est. n. ad ipsum quod comparatus senarius numerus ad senarium vero quoniam medietatem habet: nouenarius. et sunt duo sesquialteri. ad. 4. s. 6. ad sex vero. 9. Nouenarius vero quoniam medietate caret. ab hac comparatione seductus est. Tertius vero duplex est. 8. hic ergo. 3. sesquialteros antecedit. Comparatur. n. ad ipsum duodenarius numerus. ad duodenarium. 18. ad. 18. rursus. 27. At vero. 27. medio caret. Idem quoque in sequentibus euenire necessesse est. quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Sed per. n. hoc diuina quodam nec humana constitutione speculatio nobis occurrit: ut quotienscumque ultimus numerus inuenitur: qui loco duplicis ab unitate sit par: talis sit ut in medietates diuidi searius non possit. Latitudo

1	2	4	8	16	32
3	6	12	24	48	
an	9	18	36	72	
gu	27	54	108		
la	81	162			
ris					243

Dez contingit et in triplicibus. ex illis. n. sesquitercia procreant. Illa. quoniam primum triplex est ternarius numerus: habet unum sesquialterum. i. 4. Cuius quaternarii tertia pars non potest inueniri: atque idem hic epitrito caret. Secundus vero quod est nouus habet ad se duodenarium numerum sesquialterum. Duodenarius autem quoniam

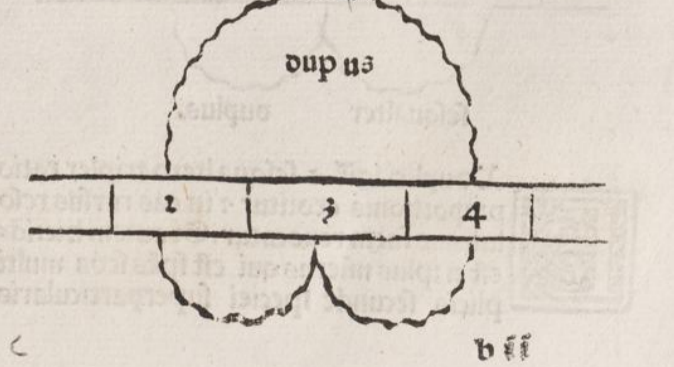
habet tertiam partem. in sesquitercia proportionem comparat ad eum numerum sedecim: quod tertia pars sectione soluta est: Viginti septem autem quoniam tertius est triplex: habet ad se sesquialterum triginta sex: et hic rursus ad quadraginta octo eadem proportionem comparat. Cui si sexaginta quatuor appositus fuerit: eandem rursus vel proportionem explebit. Quos sexaginta quatuor ad nullum sesquialterum rursus aptabis quoniam parte tertia non tenent. Atque hoc in cunctis triplicibus inuenitur: ut extremus eiusdem proportionis numerus tantos ante se preces detes habet: quanto primum eorum ab unitate discesserit. Et quod tot super se eiusdem proportionis habuerit numeros quotus ab unitate primum eorum iacet ei pars qua illi comparatus numerus possit eandem facere proportionem inueniri nequeat. Et triplicis quod est descriptio. Latitudo.

1	3	9	27	81	243
4	12	36	108	324	
an	16	48	144	432	
gu	64	192	576		
la	256	768			
ris					1024

Quadrupli secundum hanc formam descriptio est: ad quam. s. q. a prioribus instructus accesserit: nulla ratione trepidabit: et de ceteris quod est multiplicibus eandem convenientiam pernotabit. Latitudo.

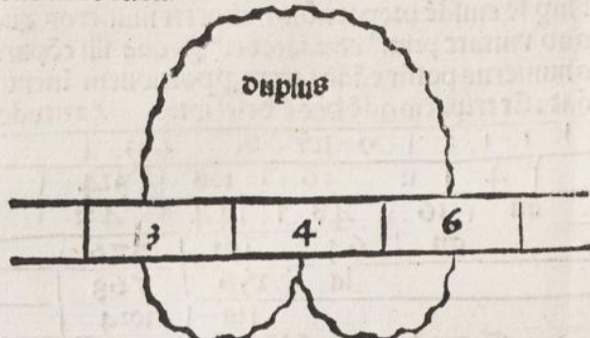
1	4	16	64	256	1024
5	20	80	320	1280	
an	25	100	400	1600	
gu	125	500	2000		
la	625	2500			
ris					3125

Inc quoque perspicuum est: in particularibus quod admodum prius ostensum est: primos esse multiplices. Si quod est duplices sesquialteros: triplices sesquialteros: et cuncti multiplices cunctos in ordine supparticulares creant. Est et in his hoc quoque mirabile. Illaque ubi prima latitudo fuerit duplex et sub eisdem que sunt versus continui alternati. positi secundum serie latitudinis duplices erunt. Si vero fuerit triplices et inferiores ordines tripla se in suis terminis multiplicatode supabunt. At in quadrula quadrupli. atque hoc infinita ductu speculatione non fallit. angulares autem omnes multiplices euenire necesse est. Erunt autem duplicium quod est triplices: triplicium quadruplices quadruploque vero quocumque. et habet eandem ordinis incommutabilem rationem sibi met cuncta sentient. quod est positus ad sequentem operis serie per se disputato quarta est. Quod in triplex interuallum ex quod est supparticularibus medietate posita interuallum fiat: eiusque inueniendi regula. ca. 3. Igitur due parte supparticulares species coniungantur prima species multiplicatate exoritur. omnis. n. duplex ex sesquialtero sesquialterioque proportionem: et omnis sesquialter et sesquialterius duplicem coniungit. nam ternarius sesquialter est duorum quatuor vero sesquialterius ternarius. sed. 4. duplus duorum.

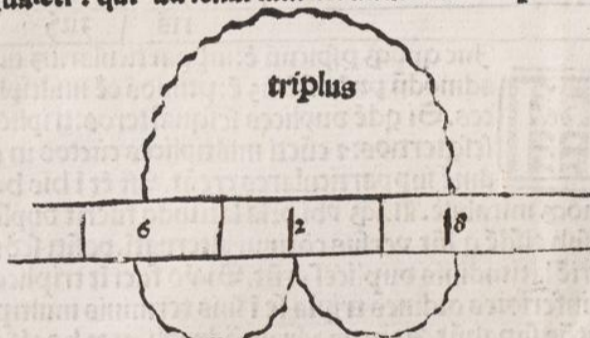


Arithmetica

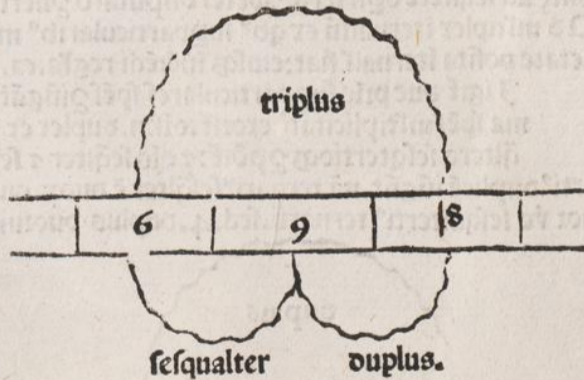
Sesquialter sesquitercius
 Itaque igitur sesquialter et sesquitercius unum
 duplicem componunt. At vero si fuerint
 medietas et duplus inter duplicem et me-
 dium potest una medietas talis inueniri:
 quae ad alteram extremitatem sesquialtera sit: ad
 alteram sesquitercia. Altrinsecus enim positus senario et
 ternario: id est duplici et medietate: si quaternari in me-
 dio collocetur: ad ternarium numerum sesquitercia
 continet rationem: ad senarium vero sesquialterum.



Resque igitur deum est: et duplices a sesquialtero
 sesquitercio que coniungi: et has duas sup-
 particularis species duplices procreare id est
 primam speciem multiplicis quantitatis. Rur-
 sus ex prima multiplicis specie. i. ex duplici: et
 prima supparticulari: id est sesquialtera continetur multiplicis
 species: id est tripla coniungitur. Namque 12. senarii. nume-
 ri duplus est: decem vero et octo ad duodenarium ses-
 quialter: qui ad senarium est numerum triplus est.

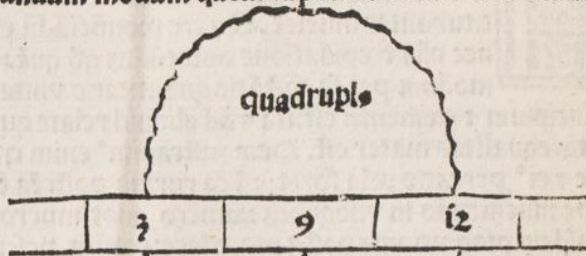


Et positus eisdem 6. 12. 18: nouenari et medietate
 ponatur. erit ad senarium sesquialter: quod ad 18.
 subduplus est. et ad senarium. 18. triplus est.

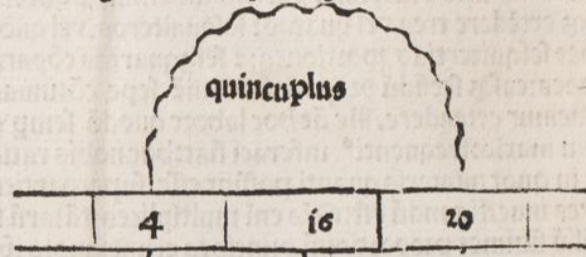


Et duplici igitur et sesquialtero triplex ratio
 proportionis exoritur et in eas rursus reso-
 lutione facta reuocatur. Si autem hic: id est
 est triplus numerus qui est species secunda multi-
 plicis secunde speciei superparticularis

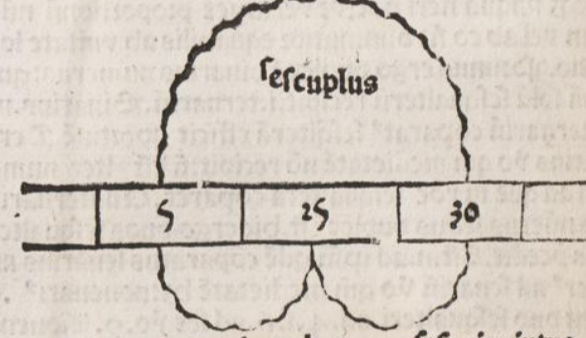
aptetur: quadrupli continuo forma conteritur: et in
 easdem rursus partes naturali partitioni soluetur: se-
 cundum modum quem superius demonstraui.



Item vero quadruplus sese ac sesquiquartus ag-
 glomerent: quincuplus continuo fiet.



Item si quincuplus cum sesquiquinto: mox sesqui-
 quarti proportio coniungabitur.



Atas ita secundum hanc progressionem cum
 eadem multiplicis species sine ulla rati ordi-
 nis permutatione nascentur. Ita vero ut
 duplus cum sesquialtero triplicem creet: et
 triplus cum sesquitercio quadruplus. quadru-
 plus cum sesquiquarto quincuplus. et ceteri eodem
 modo ut nullus hanc continuationem finis impediatur
 De per se constante quantitate que in figuris geo-
 metricis consideratur eodem ratione omnium magnitudinum.
 Capitululum. iiii.

Ecce quidem de quantitate quam secundum
 ad aliquid speculamur ad presens dicta suf-
 ficiant. Nunc autem in hac sequentia que-
 dam de ea quantitate que per seipsam con-
 stat neque ad aliquid refertur expediam. que
 nobis ad ea potuisse possunt: que post hec rursus de re-
 lata ad aliquid quantitate tractabimus. Amat enim
 quodammodo mathematicos speculatio alterna probatio-
 num ratione constitui. Nunc autem nobis de his nu-
 meris sermo futurus est: qui circa figuras geometri-
 cas et earum spacia dimensionesque versantur. id est:
 de linearibus numeris: et de triangularibus vel qua-
 dratis.

dratis: ceterisque quos sola pandit plana dimensio nec non de inequali laterum compositione coniunctis. de solidis etiam: id est: cubis: et sphericis vel pyramidis: laterculis etiam vel tignulis et cuneis que omnia quidem geometrice proprie considerationis sunt. Sed si aut ipsa geometrice scientia ab arithmetica velut quidam radice ac mater producta est: ita etiam eius figurarum semina in primis numeris inuenimus. Planum si quidem fecimus quod omnes disciplinas hec interempta consumeret quas minime constituta infirmaret. Hoc autem cognoscendum est quod hec signa numerorum posita que nunc quoque homines in summarum designatione describunt: non naturali institutione formata sunt. ut enim quinarium subiectam notulam signant de. v. vel denarium quam descripsimus de. x. et alias huiusmodi: non natura posuit: sed vsus affinxit. Quinque enim vel decem vel quotlibet alios illis notulis pro compendio notare voluerunt: ne quotiens unitates quis monstrare vellet. totiens ei virgule ducerentur. Nos autem quotienscumque aliquid monstrare volumus: in his presertim formulis: ordinatarum virgularum multitudine: non grauamur apponere. Cum enim quinque volumus demonstrare: facimus quinque virgulas: ducimusque eas hoc modo. 11111 . et cum. 7. totidem. et cum. 10. nihilominus. quod naturalius est quemlibet numerus quantas in se retinet: tot unitatibus designare quas notulis. Est igitur unitas vicem optinens puncti: interualli: longitudinisque principium: ipsa vero nec interualli nec longitudinis caspar. quemadmodum punctum principium quidem linee est atque interualli: ipsum vero nec interuallum nec linea. Neque enim punctum puncto superpositum vllum efficit interuallum: velut si nihil nulli iungas. Nihil enim est quod ex nullorum procreatione nascatur. Eadem quippe etiam circa equalitates proportio manet. Nam si quotlibet fuerint termini pares: tantum quidem est a primo ad secundum: quantum a secundo ad tertium. Sed inter primum et secundum: vel secundum et tertium: nulla est interualli longitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. $6 : 6 : 6$. quemadmodum primus est ad secundum: sic est secundus ad tertium. Sed inter primum et secundum nihil interest. 6 . enim. et 6 . nulla spacii interualla disungunt. Ita et unitas in seipsa multiplicata nihil precreat. Semel. n. in vno nihil aliud ex se gignit quam ipsa est. Nam quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit. quod in aliis numeris non videtur euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus alium quendam efficit maiorem quam ipse est. idcirco quoniam interualla multiplicata maiore sese spacii plenitudine distendunt. Id vero quod sine interuallo est: plenius quam ipse est pariendi non habet potestatem. Ex hoc igitur principio: id est ex unitate prima omnium longitudo succrescit: que a binarii numeri principio in cunctos sese numeros explicat. quoniam primum interuallum linea est: duo vero interualla sunt longitudo et latitudo. id est linea et superficies. Tria ergo interualla sunt: longitudo: latitudo: altitudo: id est linea: superficies: atque soliditas. Preter hec autem alia interualla inueniri non possunt. Aut enim vnum interuallum erit quod longitudo est aut aliquid quod duobus interuallis expositum est: ut si qua res longitudinem habeat et latitudinem. vel trina interualli dimensione porrigit si longitudinem: altitudinem: latitudinemque censetur. supra que adeo nihil inueniri potest. ut ipsorum sex motuum

forme ad interuallorum naturas et numerum componantur. Vnum enim interuallum duos in se continet motus. ut in tribus interuallis sex sese motuum summa conficiat hoc modo. Est enim in longitudine ante et retro. in latitudine sinistra et dextra: in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est autem ut quicquid fuerit solidum corpus: hoc habeat longitudinem latitudinemque et altitudinem. et quicquid hec tria in se continet: illud suo nomine solidum vocetur. Nec enim tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versantur. et in natura corporum constituta sunt. Quare quicquid vno interuallo caret: illud corpus solidum non est. Nam quod duo sola interualla retinet: illud superficies appellatur. Omnis enim superficies sola longitudine et latitudine continetur. et hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est: longitudinem et latitudinem retinet. et quod hec retinet: illud est superficies. Nec autem superficies vno tantum interuallo solidi corporis dimensione superat: quam vno rursus interuallo lineam vincit. quam longitudinis nam retinet latitudinis expers est. Que linea eo quod vni est interualli sortita nam a superficie vno interuallo: a soliditate duobus spacii vincit. Punctum igitur alio rursus interuallo a linea vincit: ipsa. scilicet que reliqua est longitudine. Quare si punctum vno idem interuallo a linea supergreditur: idem a superficie vincitur duobus: tribus vero interualli dimensionibus a soliditate relinquitur: constat punctum ipsum sine vlla corporis magnitudine vel interualli dimensione: cum et longitudinis et latitudinis et profunditatis expers sit omnium interuallorum esse principium: et nam insecabile: quod greci atomon vocant. id est ita diminutum atque paruissimum ut ei pars inueniri non possit. Est igitur punctum primi interualli principium: non tantum interuallum. et linee caput: sed nodum linea. Sicut linea quoque superficies principium est: hinc ipsa superficies non est: et secundi interualli caput est: sed et tantum interuallum ipsa non retinet. Idem quoque et in superficie rationem cadit: que et ipsa solidi corporis et triplicis interualli nature sortitur initium: ipsa vero nec tria interualli dimensionem distendit: nec vlla crassitudine solidatur.

De numero lineari.

Capitulum. v.



Ita etiam in numero unitas quod cum ipsa linearis numerus non sit: in longitudinem tantum distent numeri principium est. Et linearis numerus cum ipse toti latitudinis expers sit: in aliud tamen spacium latitudinis extenti numeri sortitur initium. Superficies quoque numerorum cum ipsa solidum corpus non sit: addita tamen altitudini solidi corporis caput est. Hoc autem planius his exemplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans: adiecta se per unitate in vnum eundemque ductum quantitatis explicata congeries. ut est id quod subieciimus.

ii	iii	iiii	v

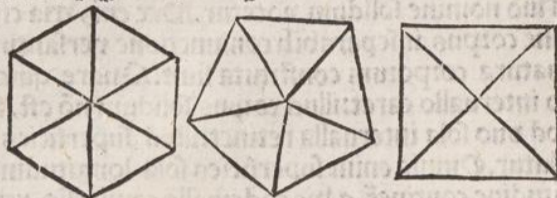
De planis rectilineis figuris: quodque earum principium sit triangulus. capitulum. vi.



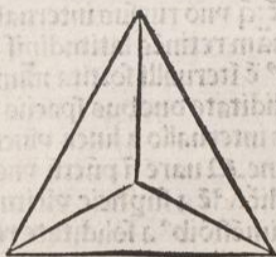
Quana vero superficies in numeris inuenitur: quotiens a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine: in sequentium se naturalium numerorum multitudine anguli dilatantur: ut sit primum triangulus numerus. secundus quadratus. tertius quod sub quibus angulis continetur: que pentagonum greci nominant: quartus hexagonus. id est quod sex angulis includitur: quintus heptagonus. sextus octogonus. id est qui. 7. vel. 8. angulorum terminis dilatatur. et ceteri eodem modo singillatim per naturalem numerum angulos augeant in plana. scilicet descriptio ne figurarum. Hi vero idcirco a ternario numero inchoant: quod latitudinis et superficies solus ternarius principium est. id est geometria

Arithmetica

metrica quoque idē plāi⁹ lūēit. Due. n. linee recte spaciū nō p̄tinēt. ⁊ oīs triāgularis figura: v̄t tetragōi: v̄t p̄tagōi: vel hexagōi: vel cui uslibz q̄ pluribz angulis p̄tiet: si a medietate p̄ singulos āgulos līeē p̄ducāt tot eū diuidūt triāguli: quot ipaz figurā āgulos h̄re p̄titerit. q̄dratū. n. ita ducte līeē i. 4. p̄tagōuz i. 5. hexagōnū i. 6. heptagōuz i. 7. ceteros i suoz āguloz mō mēsuraz p̄ triāgulos partiūtur. vt ē suba descriptio



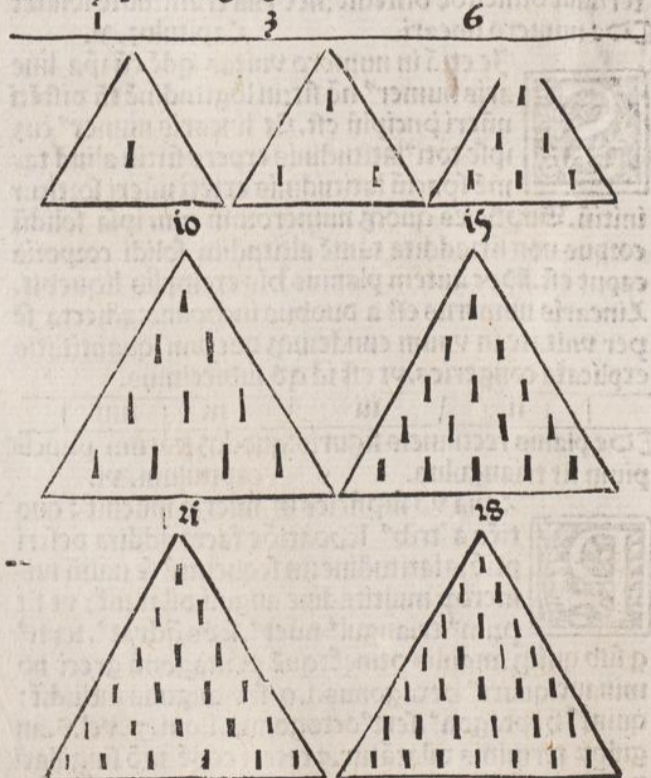
T vero triangula figura cū eā q̄s ita d̄ n̄ serit: in alias figuras non resoluit nisi in se ipsam in tria enim triangula dissipat.



Deo hec figura princeps ē latitudinis: vt cetera oēs superficies in hanc resoluantur: ipa v̄o qm̄ nullis est principis obnoxia: neqz ab alia latitudine sumpsit initiū in sese ipsa resoluitur. Idē autē ⁊ in numeris fieri sequēs opis ordo monstrabit.

Dispositio triāgulorum numerorum. Cap. 7.

St igit primus triangulus numerus q̄ solis tribus vnitatibus dissipatur: s̄m superficiēi positionem triangula .i. descriptione: ⁊ post hunc quicunqz equalitatem laterum in trina laterūz spacia segregant.



De lateribus triāgulorum numerorum. Capitulū. viii.



D hūc modū in infinita p̄gressio est oēsqz ordine triāguli equilateri p̄creabuntur: ⁊ primum oīum ponēt id quod ex vnitāte nascitur: vt hec vi sua triangulus sit. non inde ēt ope atqz actu. Nam si cunctorum ē mater numerorū: quicquid in his qui ab ea nascuntur numeris inuenitur: necesse est vt ipsa naturali quadam potestate p̄tineat. ⁊ huius triāguli latus est vnitās. Ternarius v̄o qui prius est ope ⁊ actu ip̄o triangulū crescente vnitāte binarium numerum latus habebit. Cui enī ⁊ potestate primi triāguli. i. vnitatis vnitās latus est. actu v̄o ⁊ ope triāguli primi. i. ternarii dualitas: quā greci dyada vocāt. Scōi v̄o triāguli qui ope atqz actu scōs ē. i. senarii: crescente nālī numero in lateribz ternarii iuenit. Tertii. v̄o. i. denarii q̄ternarii latus p̄tinet: ⁊ q̄rti v̄o id est. i. 5. quifari⁹ latus tenet. ⁊ quinti senarius. Idēqz vsqz i infinitūz.

De generatione triāgulorum numerorū. Cap. ix.

Ascuntur autē triāguli disposita nālī quātitate numerorū: si prioribus semp̄ multitudine sequētium congregetur. Disponat enī naturalis numerus hoc modo.

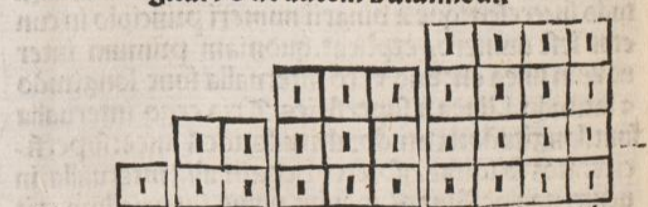
1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

In his igit si primū numerū sumā id est vnitatem: habeo primum triangulum: qui est vi ⁊ potestate nondum etiam actu nec opere. Huic si secundum aggregauero qui naturali numerorum dispositione descriptus est id est binarium: primus mihi triangulus opere ⁊ actu nascitur id est ternarius. Si v̄o huic tertium ex naturali numero adiecerō: secundus mihi ope ⁊ actu triangulus procreatur. Super vnum enī ⁊ duo si tertium id est ternarium aggregauero senarius extenditur: secundus. i. triangulus. Huic v̄o si cōsequentem quaternarium supposuero: denarius explicat: qui ē tertius actu triāgulus. quos p̄ latera disponens ad superioris descriptionis exemplar: cunctos triāgulos numeros sine vllius dubitationis erroribus pernota bis. ⁊ quātās vltimus numerus in se vnitates hz quē superioribus aggregabis: tot ip̄e qui sit triangulus vnitates habebit in latere. Nam ternarium qui est prim⁹ actu triāgulus adiecto biario vnitati feceram⁹ at hic duos habet in latere. ⁊ senariūz bis adiecta ternarii quantitate produximus: cuius latus soli tres cōtinent: ⁊ idem in aliis cunctis quot vnitates habentem numerum superioribus aggregabis: tot vnitates eius latera continebuntur.

De quadratis numeris. Capitulū. x.

Quadratus v̄o numerus est: qui etiam ipse quidem latitudinem pandit sed non in tribus angulis vt superior forma: sed. 4. Ipse quoque equali laterum dimensione ponitur. Sūt autem huiusmodi.

Quadratus v̄o numerus est: qui etiam ipse quidem latitudinem pandit sed non in tribus angulis vt superior forma: sed. 4. Ipse quoque equali laterum dimensione ponitur. Sūt autem huiusmodi.



De eorum lateribus. Capitulū. xi.

Ed in his quoque scōm naturalem numerū laterum augmenta succrescūt. Primus. n. vi ⁊ potentia quadratus id est vnitās: vñū habet in latere. Secundus v̄o qui actu primus id est

Arithmetica

mus idest. 4. duobus p latera positus. Terti^o vo. i. noue qui secundus est opere: trib^{us} in latere po-
 fitis aggregat. Et ad eadē sequentiā cuncti procedūt.
De quadratoꝝ generatiōe rursusqꝝ de eoz laterib^{us}
 Capitulum. xii.

Nascūt aut tales numeri ex nālis nūeri dis-
 positiōe: nō quēadmodū supiores triāgu-
 li: vt ordinatis ad se inuicē numeris cōgre-
 gent: s; vno semp intermisso qui sequitur
 si cū supiore vel supiorib^{us} colligat: ordiatos ex se qua-
 dros efficiet. Disponatur enī nālis nūer^{us} hoc mō

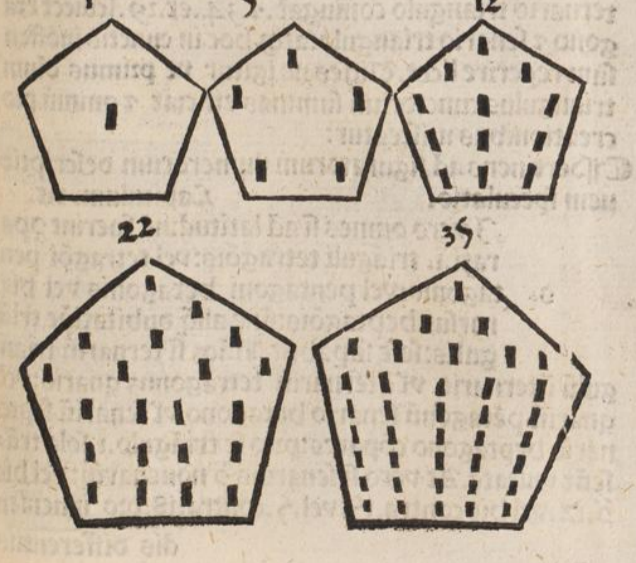
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

His igit si vnā respiciā: prim^{us} mibi na-
 tus ē potestate q̄drat^{us}. Qd si vno relicto
 prioz tertio iunxero: secundus mibi q̄drat^{us}
 efficiet. Nā si vno relicto binario ternariū
 apposuerō: quaternari^{us} mibi q̄drat^{us} exori-
 tur. Qd si rursus relicto medio quaternario quina-
 riū similiter aggregauerō: quadrat^{us} mibi tertius. i.
 nouenarius pcreat. Un^o. n. 2. 3. 4. 5. nouem colligūt
 At vero si bis intermisso senario septenarium iun-
 gam. tota. i. 6. ei^{us} sūma concreuit: idest q̄rti q̄drati
 numerositas. Et vt breuiter huius forma pcreatiōis
 appareat: si cuncti ipares sibimet apponant. collo-
 cato. i. nāli nūero: quadratoꝝ ordo teretur. Est etiā
 in his bec nāe subtilitas et inobilis ordinatio: qd tot
 vnitates vnusquisqꝝ q̄dratoꝝ retinebit in latere: quā-
 ti fuerint nūeri ad iunctionē p̄p̄iā gregati. Nam
 in p̄lo quadrato qm̄ ex vno sit: vn^{us} est i latere. In se-
 cundo idest quaternario qm̄ ex vno et tribus pcreat:
 qui duo sunt termini: binario lat^{us} teritur. et i nouena-
 rio quoniā trib^{us} numeris pcreatur: latus ternario
 continetur. Atqꝝ idem in aliis videri licet.

De pentagonis eozqꝝ lateribus. Ca. xiii.
 Pentagon^{us} vo numer^{us} est: q ipse quidem i las-
 titudinē scdm vnitatem descriptis quidē. 5.
 angulis continet: cūctis. i. lateribus equali di-
 mensione dispositis. Sunt at̄ hi.

1	5	12	22	35	51	70
---	---	----	----	----	----	----

Ode quoqꝝ mō eoz latera succrescūt. Nā pu-
 e mi potestate pentagōi. i. vni^{us}. idē vn^{us} spaciū
 lateris tenet. Secūdi vo quinariū qui est actu
 ipō atqꝝ opere prim^{us} p̄tagonus: bini p latera fixi sūt
 Terti^{us} vo idest. 12. tribus in lat^{us} auct^{us} ē. Quart^{us}. 22.
 4. nūeroꝝ in latere quātitate distendit. Atqꝝ idē in
 ceteris scdm vnitatē p̄gressionē in nāli. i. numero se-
 cūdu superiorum figurarum incrementa tenduntur.



De generatione pentagonorum. Ca. xiiii.

Nascuntur aut bi numeri q extensi in latitu-
 dines quiqꝝ angulos pādūt: ab eadē nālis
 numeri quantitate in sese coaceruata: ita
 vt duobus sp̄ interiectis numeris superio-
 ri vel superioribus vincēs ternario enī cui
 iungend^{us} est aggreget. Namqꝝ vnitati intermissis
 duob^{us} et trib^{us} si quatuor iungas: qui tribus ipsam su-
 perent vnitatem: quinariū pentagonus pcreabit.
 Post. 4. vo si intermisso gnario et senario. 7. aggre-
 ges duodenariū pentagonū pcreabis. Namqꝝ vnus
 2. 4. 2. 7. numeri. 12. explebunt. Hoc ē in aliis fiet:
 Nam si. 10. vel. 13. vel. 16. vel. 19. vel. 22. vel. 25. supe-
 rioribus cunct^{is} adiunxeris: eodem quo superius mō
 pentagoni fient: s; in superiore descriptionem.

22	35	51	70	92	117
----	----	----	----	----	-----

De hexagonis eozqꝝ generationibus. Ca. xv.

Hexagoni autem qui sex angulis et heptas-
 goni. qui .7. rursus lateribus continentur:
 s; in hunc modum eorum laterum augmen-
 ta succrescūt. Nāqꝝ in trianguli numeri nā
 pcreationes ipsos numeros iungebamus
 qui sese in nāli dispositione sequerentur. et se tm̄ vnū
 tate transirent: q̄drati vo numeri. i. tetragōi pcreas-
 tio fiebat ex numeris q vno intermisso copulabantur
 cum se binario superarent pentagoni vo nā fuit ex
 duobus interpositis relictisqꝝ qui se ternario vincēt.
 Scdm quoqꝝ talia augmēta hexagonorum vel octo-
 gonorum vel. 9. laterum figura vel. 10. vel quotlibet
 aliorum cōpetenti p̄gressionē conficitur. Ut enim
 in pentagono duobus intermissis eos iungebamus
 qui se ternario superarent. ita nunc in hexagono tri-
 bus intermissis eos iungemus qui se quaternario trā-
 seant. et erūt quidem eoz radices et fundamenta: ex
 quibus iunctis oēs hexagoni nascuntur.

1	1	5	9	13	17	21
---	---	---	---	----	----	----

Ad eūdem ordinem consequētes: atqꝝ ab his
 e sexangulorum forme nascuntur.

1	6	15	28	45	66
---	---	----	----	----	----

Et ad superiorem inodum. i. descriptos: in
 q propriis ordinibus pernotabis.

**De heptagonis eozqꝝ generationib^{us}: et cōmunis
 ofum figuraz iueniende generatiōis regula descrip-
 tionisqꝝ figurarum.** Caplin. 16.

Septem vo angulorum figura est: cū ad eūdem
 ordinem p̄gressionis vno plusquam in. 6. an-
 guloꝝ figura numero intermisso supiori cō-
 iunxeris. Nā si quatuor interpositis qui sese
 quinario vincant aggregaueris: heptagoni p̄tinuo
 figura nascetur. vt hi numeri sint eoz radices et vt
 superius dictum est fundamenta.

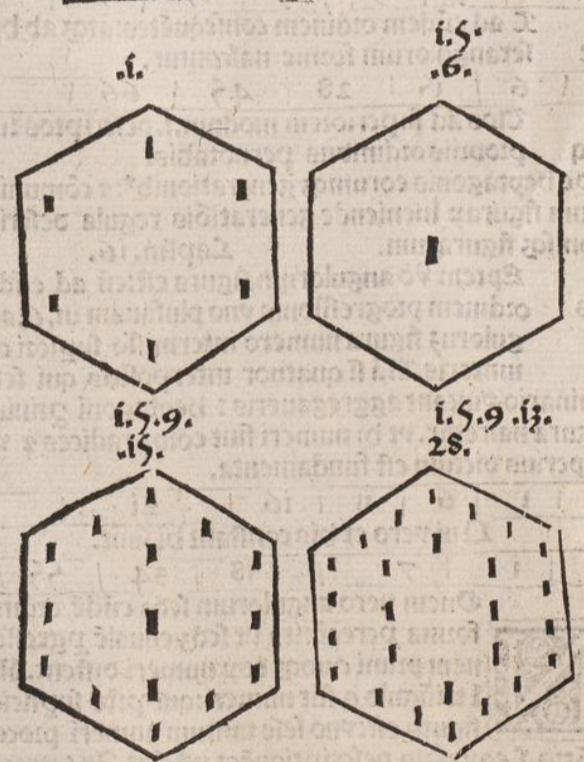
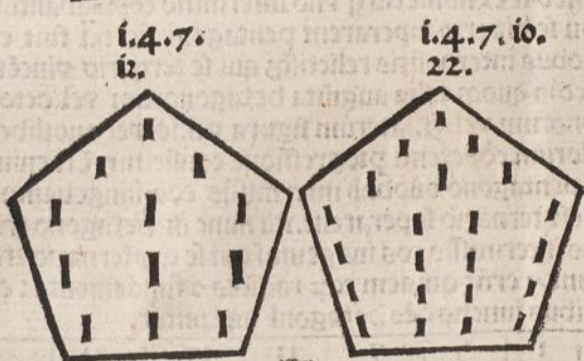
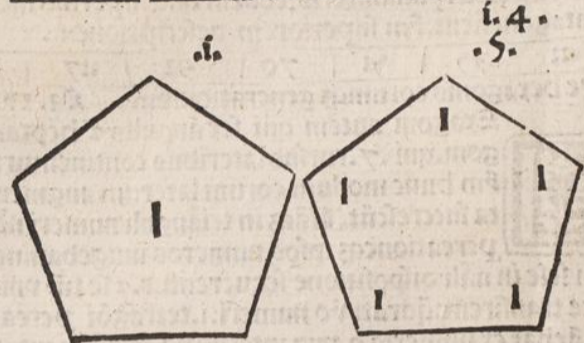
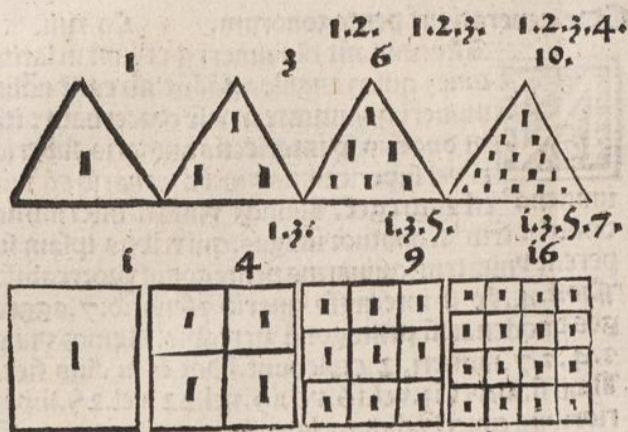
1	1	6	11	16	21
---	---	---	----	----	----

Qui vero ex his constant bi sunt.

1	7	18	34	55
---	---	----	----	----

Nuem vero angulorum scōz eūdem ordinē
 forma pcreat: ita vt scōz equalē p̄gressio-
 nem primi quoqꝝ eoz numeri distent. Nā
 i triangulo q sūt numeri: que p̄iā sup̄ficie
 figura est: vno sese tantum numeri proce-
 dūt: q. s. eoz nām descriptionēqꝝ p̄ficiūt. In tetrago-
 no vero qui secundus est duobus sese iūcti numeri vl-
 cūt: et in p̄tagono trib^{us} et in hexagono. 4. et in hepta-
 gono. 5. huiusqꝝ rei null^{us} ē mod^{us}. Hoc aut nos subie-
 ctarū formarum descriptiones docebunt.

Arithmetica



Descriptio figuratorum numerorum in ordine.
Capitulum. xvii.



Similiter autem licebit et aliarum formarum que pluribus angulis continentur: quantitates ascribere. Sed quoniam facilius oculis subiecta retinentur: supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	65	81	112

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant: atque quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit.

Capitulum. xviii.

Is igitur ita sese habentibus quid in hac re sit consequens inuestigemus. Omnes enim tetragoni qui sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi: ex superioribus triangulis procreantur: illorumque collectione quadrati figura componitur. Quatuor enim tetragonus fit ex uno et tribus: id est ex duobus superioribus triangulis. Nonem vero ex tribus et sex: sed utriusque sunt trianguli. At 16. ex 6. et 10. et 25. ex 10. et 15. Idemque in sequenti ordine quadratorum constans atque immutabile reperitur. Pentagonorum vero summe conficiuntur ex uno super se tetragono et alitersecus triangulo: eodem modo. Namque 5. pentagonus ex quatuor super se posito tetragono: et ex uno qui in triangulorum ordine ponitur aggregatur. Duodecim vero pentagonus ex nono nario super se quadrato: et tribus secundo triangulo nascitur. Vigintiduo vero ex 16. et 9. quadrato. Sicut et triangulo 2. et 35. ex 25. et 10. et in ordinem ad eundem modum intuentem nulla cunctatio contrarietatis impedit. At vero si hexagonos librata examinatione perspicias: ex eisdem triangulis et super se positus pentagonus procreantur. Namque sex hexagonus: ex quinario pentagono et uno qui est in triangulorum ordine dispositus nascitur. Nec alia est origo 15. hexagoni: nisi ex duodenario pentagono et ternario triangulo. Quod si 28. rursus hexagonum ex quibus superioribus nascatur addiscas: nullos inuenies nisi 12. pentagonum senariumque triangulum. Atque hoc in ceteris. Nec hunc geniture ordinem heptagonorum procreatio refutabit. Namque ex super se hexagonis: et ex eminus positus triangulis procreantur. Septem enim heptagonus nascitur ex senario hexagono et uno pentagono et triangulo. 18. vero heptagonus ex 15. hexagono et ternario triangulo coniungatur. et 34. ex 29. scilicet hexagono et senario triangulo: atque hoc in cunctis inoffensum reperire licet. Cides ne igitur ut primus olim triangulus cunctorum summas efficiat et omnium procreationibus miscatur:

Capitulum. xix.

Verum omnes si ad latitudinem fuerint parati. i. trianguli tetragonis: vel tetragoni pentagonis: vel pentagoni hexagonis vel bicursus heptagonis: sine alio dubitatioe triangulis: sese supabunt. Namque si ternarium triangulum quaternario vel quaternarium tetragonum quinario: vel quinarium pentagonum senario hexagono vel senarium septenario heptagono comparas: primum se triangulo. i. sola transerunt unitate. At vero si senarius nonenarius: vel bicursus 12. vel bic contra 15. vel 5. contra 18. pro inuenientis differentis

Arithmetica

dis differentijs comparētur: secundo se triangulo. i. ternario superabunt. Decem vero ad. 16. 7. 16. ad. 22. 7. 22. ad. 28. 7. 28. ad. 34. si componas: tertio se triangulo vincent idest senario. Atq; hoc fite notabitur in alijs cunctis sequentibus sese perspectum: omnesq; se trianguli antecedent. Quare perfecte vt arbitroz demonstratum est omnium formarum principijs elementumq; esse triangulum.

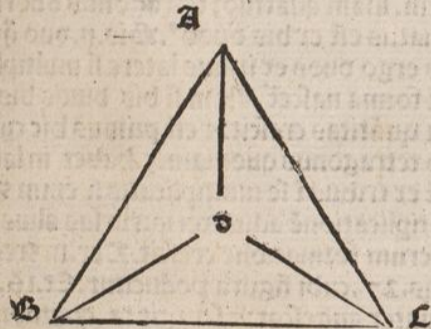
De numeris solidis.

Cap. 20.

Inc vero ad figuras solidas facilior via est. Precognito enim quid i planis numerorū figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur ad solidos numeros non erit vlla cunctatio. Sicut enim longitudini numeroruz aliud interuallum idest superficiem vt latitudo ostenderetur adiecimus: ita nunc latitudini siquis addat eam que alias altitudo: alias crassitudo. alias profunditas appellatur: solidum numeri corpus explebit.

De pyramide quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum. capi. 21.

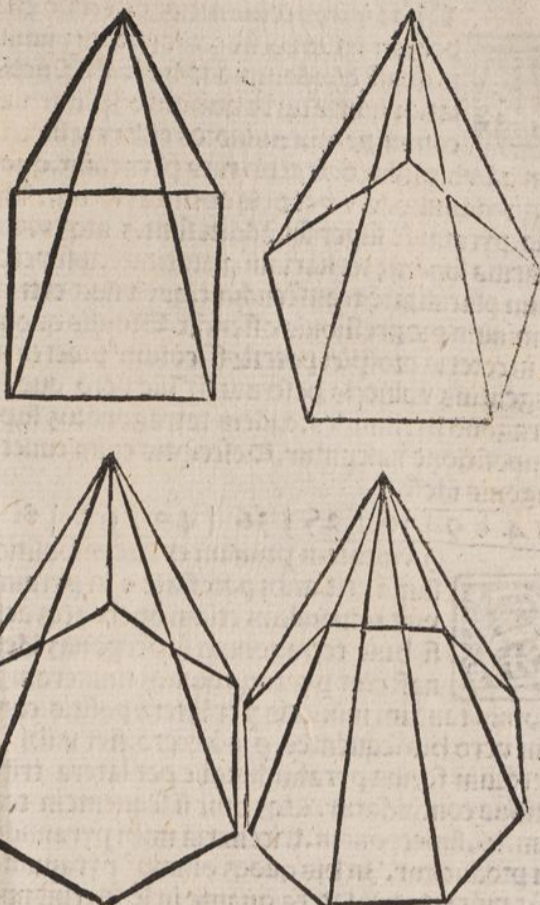
Idetur autem quemadmodum in planis figuris triangulus numerus primus est: sic i solidis qui vocatur pyramis profunditatis esse principium. Omnium quippe irataruz in numeris figurarum necesse est inuenire primordia. Est autem pyramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens: alias a tetragona alias a pentagona: 7 secundum sequentium multitudines angulorum ad vnum cacuminis verticem subleuata. posito enim triangulo atq; disposito: si per tres angulos singule recte linee stantes ponantur: heq; tres inclinantur vt ad vnum medium punctuz vertices iungāt sit pyramis. Que cum a triangula basi profecta sit: trib; triāgulis p latera pcluditur hoc mō. Sit. a. b. c. triangulum: si huic igitur triangulo per tres angulos erigantur linee: 7 ad vnum punctum conuertant quod est. d. ita vt. d. punctum non sit in plano sed pendens: ille scz linee ad ipsum erecte verticē 7 quodam modo cacumen. d. facient: 7 erit basis. a. b. c. vni triāgulū: p latera vero tria triangula idest vnuz triangulum. a. d. b. aliud vero. b. d. c. tertium vō. c. d. a.



De his pyramidis que a quadratis vel a ceteris mltiangularis figuris proficiuntur.

Capitulum. xxii.

Tem si a tetragona basi proficiatur. 7 ad vnum verticem eius linee dirigantur: erit pyramis quatuor triangulorum per latera vno tñ tetragono in basi posito super quā figura ipsa fundata est. 7 si a pētagono surgant quinq; linee: quinq; rursus pyramis triangulis continebitur: 7 si ab hexagono sex triangulis nibilominus: 7 quantoscunq; angulos habuerit figura super quam pyramis residet. tot ipsa per latera triangulis continetur. vt in subiectis descriptionibus palam ē.



Solidorum generatio numerorum. Ca. xxiii.

Incuntur autē huiusmodi pyramides hoc modo. Prima pyramis de triangulo: secūda pyramis de tetragono: tertia pyramis de pentagono: quarta pyramis de hexagono: quinta pyramis de heptagono. Idem i ceteris constat numeris. Nam qm lineares numeros eē diximus: qui ab vno profecti in infinitum current vt sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Is autē ordinatum cōpositis 7 in se inuicem cum distantia iunctis superficies nascebāt. Ut si vni 7 duo iūgeres: prim; triangulus nasceret. i. 3. 7 cū his adiūgerem; tertiu. i. ternariū: senari; triangulus rursus occurreret. 7 post hos tetragoni vno itermisso: pētagoni vō duob;: hexagoni trib;: heptagoni relictis quatuor nascebāt. nūc vō ad solidorū corporū pcreationē: ipse nobis superficies nātr figurate pueniēt: 7 ad faciendas qdē pyramidas a triāgulo ipsi nobis triāguli pponēdi sunt. ad pcreādas vō pyramidas a tetragono: tetragoni. ad eas vō q sūt a pētagono: pentagoni copulandi sūt. 7 ille q sūt ab hexagono vel heptagono nō nisi hexagonorū vel heptagonorū copulatiōe nascent. prim; ergo pōtate triāgul; vnitas est: eādēq; etiā ponemus virtute pyramidā. secūdus vō triāgul; ē ternarius. quē si cū pzo cōiūxero. i. cū vnitate: quaternaria mibi p funditas pyramidis excrecit. At vō si is tertiu senariū iūxero: denaria pyramidis pcreabit altitudo. His si dēariū iūxero. 20 nūerorū pyramis vēiet atq; ita in cunctis alijs eadē rō copulatiōis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Pyramides a triangulis.									
1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

Arithmetica

In hac igitur coniunctione necesse est: ut se per qui ultimus sit coniugatorum numerorum quasi quodammodo basis sit. Luctis enim latior inuenitur: et qui ante ipsum numeri coniungantur: minores esse necesse est: usque dum ad unitatem detractio rata perueniat. que puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Namque in .10. pyramide super sex additi sunt. 3. atque unus. qui ternarius superat ternariam quantitatem. ipsi vero tres unum pluralitate transcendunt. qui unus extremum terminum progressionis offendit. Similis quoque ratio in ceteris prospici potest: si eorum procreationes diligentius volueris perscrutari. Ille vero que sunt a tetragono pyramides: eadem tetragonorum super se compositione nascuntur. Descriptis enim cunctis tetragonis idest.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
---	---	---	----	----	----	----	----	----	-----

In unitatem primam ex hac dispositione summam erit mihi potestate et vi pyramis ipsa unitas: nondum etiam opere atque actu. At si huic tetragonum superponas idest. 4. nascetur pyramis quinque numerorum: que duobus tantum numeris per latera positis continetur. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet mihi. 14. numerorum forma pyramidis: que per latera tribus unitatibus concludatur. Atque huic si sequentem tetragonum. 16. superponam. tricenaria mihi pyramidis forma producit. In his quoque omnibus pyramidibus: tot erunt unitates per latera quante in se fuerint numerorum aggregate quantitates. Nam unitas que prima pyramis est unum solum idest seipsam gerit in latere. Quinque vero que constant ex uno et 4. duobus per latera designatur. et 14. que ex tribus numeris compositis fit: ternario numero in latere posito constituitur. Hanc autem pyramidum generationem monstrat subiecta descriptio.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
---	---	---	----	----	----	----	----	----	-----

Pyramides a tetragonis.

1-5-13-30

1	14	30	55	91	140	204	285	385
---	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----

Et ad eundem modum cuncte a ceteris multiangulis profecte forme: in altioris summe spacia producuntur. Omnis enim multorum angulorum forma ex sui generis figura unitati supposita ab uno ingredientibus ad pyramidum constituendas figuras usque in infinita progreditur. Et ex hoc equidem apparere necesse est triangulas formas ceterarum figurarum esse principium. quod omnis pyramis a quacunque basi profecta vel a quadrato vel a pentagono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocumque simili: solis triangulis usque ad verticem consistetur.

De cuneis pyramidis. Cap. vigesimiquartum.

Lire autem operis que sunt curte pyramides vel que bis curte. vel que ter curte: vel quater et deinceps secundum numerorum adiectionem. profecta enim pyramis est: que a qualibet basi profecta usque ad primam vi et potestate pyramidum peruenit unitatem. Sin vero a qualibet basi profecta usque ad unitatem altitudo illa non venerit: curta vocabitur. Recteque huiusmodi pyramis tali nuncupatione signatur: si usque ad extremitatem punctumque non venerit. Nec autem est: ut si quis. 16. tetragono adiiciat. 9. atque huic. 4. et ab ulterioris sese adiectione unitatis suspendat: pyramidis equidem figura est: sed quoniam

usque ad cacumen verticis non excreuit: curta vocabitur et habebit summitatem non iam punctum quod unitas est. sed superficiem: quod est quilibet numerus secundum basis illius angulos porrectus: atque ultimus aggregatus. Nam si tetragona fuerit basis: quadrata diminutione semper ascendit. et si pentagona basis similiter: et si hexagona: illa quoque ultima superficies erit hexagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulorum superficies quot fuerit basis. Si vero illa pyramis non solum ad unitatem extremitatemque non peruenit: sed nec ad primum quoque opere et actu multiangulum eius generis cuius fuerit basis: bis curta vocabitur. ut si a. 16. tetragono proficiscens usque in. 9. terminum ponat. neque excreuat ad. 4. et quocumque tetragonum defuerint: totiens eam curtam esse dicemus. Ut si unitas defuerit primus quadratus: curtam quam greci kaoluron vocant. Si vero duobus tetragonis defuerit: idest unitate et eo que sequitur: vocatur bis curta quam greci dikauluron appellant. Quod si tribus tetragonis. ter curta dicitur quam greci trikaoluron nominant: et quotcumque tetragonum fuerint minus: totiens illam pyramidem curtam esse proponimus. Hoc autem non solum a tetragono pyramidis: sed in omnibus ab omni multiangulo progredientibus speculari licet.

De cubis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphericis et parallelipipedis numeris. Cap. xxv.

De solidis quidem que pyramidis formam obtinent equaliter crescentibus: et a propria velut radice multianguli figura progredientibus dictum est. Est alia rursus quedam corporum solidorum ordinabilis compositio: eorum que dicuntur cubi vel asseres: vel laterculi: vel cunei: vel sphericis: vel parallelipedi. que sunt quotiens superficies contra se sunt: et ducte in infinitum nunquam concurrunt. Dispositis enim in ordinem tetragonis.

1	4	9	16	25
---	---	---	----	----

Quoniam si solum longitudines latitudinemque sortiti sunt et altitudine carent: si per latera solum unam multiplicationem recipiant: equalem prouebunt profunditatem. Nam quattuor tetragonis duos habet in latere: et natus est ex his duobus. Bis. n. duo quatuor faciunt. Hos ergo duos ex ipsius latere si multiplices equaliter: cubi forma nascitur. Nam si bis binos bis facies octonaria quantitas crescit: et est primus hic cubus. non uero tetragonis quoniam. 3. habet in latere: et factus est ex tribus in se multiplicatis si enim unam lateris multiplicationem adiunxeris: rursus alius cubus equali laterum formatione crescit. Ter. n. tres si tertio duxeris. 27. cubi figura producit. Et. 16. qui est ex. 4. si quater augetur: et sexaginta quatuor cubus pari laterum dimensione crassabitur. et sequentes quidem tetragoni secundum eundem modum multiplicatione facta prouebuntur. Tot autem necesse est unitates cubus habeat in latere: quot habuit primus ille tetragonus ex quo ipse productus est. Nam quoniam. 4. tetragonus duos terminos numeros habet in latere: duos quoque habet octonarius cubus. et quoniam nouem tetragonis tribus per latus unitatibus figurabant: solo ternario. 27. cubi latus uiget. Et quoniam. 16. tetragonus quatuor unitatum latus habebat. totidem 64. cubus in latere gestabit unitates. Quare etiam vi et potestate cubi quod est unitas unum erit in latere. Omnis. n. tetragonum una quod est superficies est quatuor angulorum: totidemque laterum

laterum. Omnis autem cubus qui ex tetragonorum superficie in profunditatem corporis creuit: per tetragoni. s. latus multiplicatus: habebit quidem superficies. 6. quarum singula planitudo tetragono illi priori equalis est. Latera vero. 12. quorum vnumquodque singulis bis que superioris fuere tetragoni equum est. et vt superius demonstrauimus: tot unitatum est. Angulos vero. 8. quorum singulis sub tribus huiusmodi continetur: quales priores fuere tetragoni vnde cubus ipse productus est. Ergo ex naturaliter profuso numero: qui in subiecta forma descripti sunt subiecti tetragoni nascuntur. et ex bis tetragonis qui subnotati sunt cubi prouebuntur.

Numerus naturalis.						
1	2	3	4	5	6	7
Tetragoni.						
1	4	16	25	36	49	
Cubi.						
1	8	27	64	125	216	343

Quoniam omnis cubus ab equilateralis quadratis profectus: equus ipse omnibus partibus est. Nam et latitudini longitudo: et bis duobus compar est altitudo. et secundum sex partes: id est sursum deorsum: dextera sinistra: ante: post sibi equalē esse necesse est: huic oppositum contrariumque esse oportebit: qui neque longitudinem latitudini: neque bec duo profunditati: gerat equalia: sed cunctis inequalibus quauis solida figura sit ab equalitate cubi longissime distare videatur. Hi autem sunt. vt si quis faciat bis tres quater: vel ter quater quinquies. et alia huiusmodi que per inequales spacioꝝ gradus inequaliter prouebuntur. Nec autem forma greco nomine scalenos vocat: nos vero gradatam possumus dicere. quod a minore modo velat gradibus crescant aut eandem figuram greci quidam spernison. Mos autem cuneum possumus dicere. Etenim quos ad quālibet illam rem constringendam cuneos formant: neque latitudinis: neque altitudinis habita ratione: quantum comodum fuerit: tantū vel altitudini minuitur vel crassitudini profunditatis augetur. Atque ideo hos plerumque. necesse est omnibus partibus sequilibus inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. id est quasdam arulas que in ionica grece regione vt ait nichomachus hoc modo formate fuerunt: vt neque altitudo latitudini: neque bec longitudini conuenirent. Vocatur autem aliis quibusdam nominibus que nunc psequi superuacuum iudicamus. Igitur cubi equalibus spacijs se porrigentibus et huius forme quā diximus gradata distributione dispositi: medietates sunt: neque omnibus inequales. quos greci paralellipedos vocat. Latini nomen hoc ita vniiformiter compositum habere non possunt. Ut tamen idem pluribus dictum sit: ea namque hoc nomine vocatur figura: que alternatim positas latitudinibus continetur.

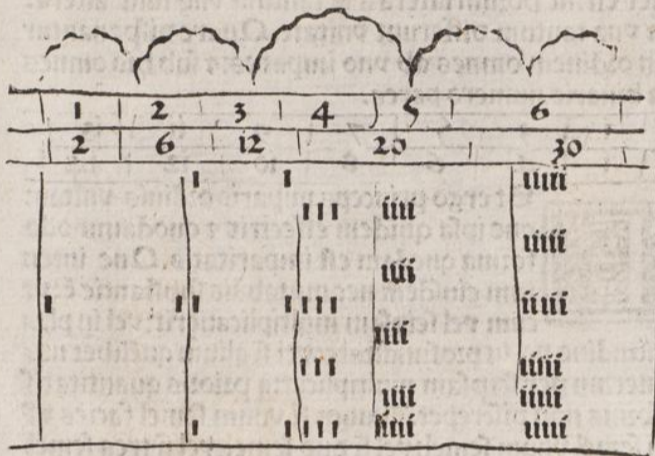
De parte altera longioribus numeris: eorumque generationibus. Capitulum. xxvi.

Huiusmodi vero formas quales sunt que vocantur a grecis heteromikeis nos dicere possumus parte altera longiores. quarum figurarum numerus quoque hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus quem si in latitudinem describas: et ipse quidem. 4. puenit laterum et 4. angulorum sed non cunctis equalibus sed semper minus vno. Namque nec latera late-

ribus cuncta cunctis equa sunt: nec longitudini latitudo: sed vt dictum est: cum hinc altera pars maior fuerit: vno tamen minore precedit ac superat. Si enim numerum naturalem disponas in ordinem: et secundum per primum multiplices: talis nascetur numerus: vel si secundum per tertium. vel si tertium per quartum: vel si quartum per quintum. omnesque bis unitate tantum addita multiplicentur: nascuntur parte altera longiores. Disponatur enim numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

Et tunc quidem hactenus. Si quis igitur faciat vnum bis faciet duo. Et rursus bis tres faciet. 6. ter quater faciet. 12. quater. 5. faciet. 20. et hoc modo ad eundem ordinem. Quicunque igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In quibus ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra ascripti sunt. Qui vero nascuntur subterius. subnotati.



De ante longioribus numeris: et de vocabulo numeri parte altera longioris. Capitulum. xxvii.

Ergo si ab unitate tantum discrepent qui multiplicentur: descripti superius numeri protendentur. Si vero aliquo numero vt ter septem vel ter quinq; vel aliquo modo alio et non eorum latera sola discrepent unitate non vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum enim apud pythagoram vel sapientie eius heredes nulli alii nisi tamen binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eadem autem naturam et semper sibi similem consentientem nullam aliam nisi primeuam ingeneratamque unitatem. Binarius autem numerus primus est unitati dissimilis: iccirco quod primus ab unitate disungitur: atque ideo alteritatis cuiusdam principium fuit: quod ab illa prima et semper eadem substantia sola tantum est unitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera longiores: quod eorum latera vnus tantum se se adiecta numerositate precedunt. Argumentum est autem alteritatem in binario numero iuste constitui: quod non dicitur alterum nisi e duobus ab his in quos bene loquendi ratio non negligitur. Amplius quod impar numerus sola unitate perfici monstrat est: par vero sola dualitate id est solo binario numero. Nam cuiuscunque medietas est vnus: ille impar est. cuius vero. 2. hic paritate recepta: in gemina equa disungitur. Quare dicendum est imparem numerum eiusdem atque in sua se natura tenentis imutabilis substantie esse participem. iccirco quod ab unitate

Arithmetica

formetur: parem vero alterius plenum esse nature: iccirco quod a dualitate completur.

Quod ex imparibus quadrati: ex paribus parte altera longiores fiant. capi. xxviii.

A vero positis in ordinem ab unitate imparibus: et sub bis a dualitate paribus descriptis coaceruatio imparium tetragonos facit: coaceruatio parium superiores efficit parte altera longiores. Quare quoniam tetragonorum haec natura est ut et ab imparibus procreentur: qui sunt unitatis participes id est eiusdem imutabilis substantie: cunctisque partibus suis equales sint quod et anguli angulis: et latera lateribus et longitudini compar est latitudo: dicendum est huiusmodi numeros eiusdem nature atque imutabilis substantie participes. Illos vero numeros quos parte altera longiores paritas creat: alterius dicemus esse substantie. Nam quemadmodum unus a duobus uno tantum alter est: sic horum latera a se tantum uno sunt altera: et una tantum differunt unitate. Quare disponantur in ordinem omnes ab uno impares: et sub bis omnes a binario numero pares.

1	3	5	7	9	11	13
1	4	6	8	10	12	14

St ergo princeps imparis ordinis unitas: que ipsa quidem effectrix et quodammodo forma quedam est imparitatis. Que intentum eiusdem nec mutabilis substantie est: ut cum vel seipsam multiplicauerit: vel in planitudine vel in profunditate: vel si alium quolibet numerum per seipsam multiplicet: a prioris quantitatis forma non discrepet. Namque si unum semel facies vel si semel unum semel: vel si duo semel: vel si tres semel vel si quatuor semel: vel si quemlibet alium numerum multiplicet: a quantitate sua is quem multiplicat numerus non recedit. quod circa alium numerum non potest inueniri. Parus vero ordinis binarius numerus princeps est. que dualitas cum in eodem ordine paritatis sit. tunc principium totius est alteritatis. Namque si seipsam multiplicet vel per latitudinem vel etiam profunditatem: vel si quem numerum in sua conglobet quantitatem. continuo alter exoritur. Nam bis duo vel bis duo bis si facias: vel bis tres vel bis. 4. vel bis. 5. vel quemlibet alium multiplices: quisquis hinc nascitur alius quam primo fuerat inuenitur. Nascuntur autem ex superiore descriptione et ex primo ordine omnes tetragoni hoc modo. Unum enim si respexeris: primus potestate tetragonus est. Sin vero unum tribus coaceruaueris. 4. tetragonus exoritur. Huic si quinarium iungam nouenarius rursus occurrit. Huic si copules. 7. 16. quadrati forma se suggerit. Idemque si in ceteris facias omnes competenter quadratos videas procreari. At vero ex secundo paritatis ordine idem cuncti parte altera longiores fiant. Namque si duos primos respexero: huiusmodi mihi numerus occurrit qui fit ex bis uno. Cum vero duobus sequentes. 4. iunxero: parte altera longior rursus erit senarius scilicet qui fit ex bis tribus. Cui si sequentem aggregaui nascetur mihi duodenaria forma: que fit ex quater tribus. Quod si continuatim quis faciat cunctos huiusmodi numeros in competenti ordine procreatos videbit. Quam descriptionem scilicet inferior forma demonstrat.

Radices.

1	1.3.	1.3.5.	1.3.3.7.	1.3.5.7.9.
---	------	--------	----------	------------

Tetragoni id est quadrati.

1	4	9	16	25
Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

De generatione laterculorum eorum diffinitione. cap. xxix.

Quos autem superius laterculos diximus: qui sunt et ipse quod est solide figure hoc modo sunt. Quotiens equalibus spatiis in longitudine latitudinemque proiectis: minor bis addit altitudo. Ut sunt huiusmodi. 3. ter. bis. qui sunt. 18. vel. 4. quater bis vel alio quolibet modo. ut bis in longitudine latitudinemque eque minor altitudo ducat. Hi definitur hoc modo. Laterculi sunt qui sunt ex equalibus equaliter in minus. Asseres vero et ipse quidem figure sunt solide: sed hoc modo ut ex equalibus equaliter ducantur in maius. Nam si equa fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo: ille figure a nobis asseres: a grecis docides nominantur. ut si quis hoc modo faciat. 4. quater. nouies: qui inde procreantur asseres nominati sunt Sphenisci vero quos cuneolos superius appellauimus: hi sunt qui ex unequalibus unequaliter ducti per unequalia creuerunt. Cuius vero qui ex equalibus equaliter per equalia producti sunt.

De circularibus vel sphericis numeris. cap. xxx.

Ipsorum vero cuborum quaticumque fuerint ita ducti: ut a quo numero cubite quantitatis latitudo cooperit in eundem altitudinis extremitas terminetur: numerus ille cyclicus vel sphericus appellatur: ut sunt multiplicatio nes que a quinario vel senario proficiscuntur. Nam quinquies quinquies qui fit. 25. ab. 5. progressus in eodem. 5. definit. Et si hos rursus quinquies ducas: in eodem 5. eorum terminus veniet. Quinquies enim. 25. sunt 125: et si hos rursus quinquies ducas: in quinarium numerum extremitas terminabitur. Atque hoc usque in infinitum idem semper euenit. Quod in senario quoque conuenit considerari. Hi autem numeri iccirco ciclici vel spherici vocantur: quod sicut sphaera vel circulus in proprium semper principium reuersione formatur. Est. n. circulus posito quodam puncto et alio eminens descripto illius puncti qui eminens fixus est equaliter distans a primo puncto circumductio: et ad eundem locum reuersione unde moueri cooperat. Sphaera vero est semicirculi manente diametro circumductio et ad eundem locum reuersione unde reuersione unde prius cooperat ferri. Unitas quoque virtute et potestate ipsa quoque circulus vel sphaera est. quotiens enim punctum in se multiplicaueris: in seipsam unde cooperat terminatur. Si enim faciat semel unum unus redit. et si hoc rursus semel idem est. Igitur si una fuerit multiplicatio solam planitudinem reddit: et fit circulus. Si secunda: mox sphaera constituitur. Et enim secunda multiplicatio effectrix semper est profunditatis. Ex. 5. igitur. 7. 6. paucas huiusmodi formas subscripsimus.

1	5	6
1	25	36
1	125	216
1	625	1296
1	3125	7776

De natura rerum que dicitur eiusdem nature et de ea que dicitur alterius nature. et qui numeri cui nature coniuncti sunt.

Capitulum. xxxi.



Ade solidis quidem figuris hec ad presens dicta sufficiant. Qui autem de natura rerum propinquis inuestigantes rationibus: quibus in matheos disputatione versati: quid in quacumque re esset proprium subtilissime peritissimeque ediderunt: hi rerum omnium naturas in gemina diuidentes hac speculatione distribuunt. Dicunt enim omnes omnium rerum substantias constare ex ea que proprie sueque semper habitudinis est nec ullo permutatur. et ea scilicet natura que variabilis motus est sortita substantiam. Et illam primam immutabilem naturam vnius eiusdemque substantie vocant. Hanc vero alterius scilicet quod a prima illa immobili discedens prima fit altera. Quod nimirum ad vnitatem pertinet: et ad dualitatem. qui numerus primus ab vno discedens alter factus est. Et quoniam cuncti secundum vnitatis speciem naturamque impares numeri formati sunt: quibus ex his coaceruatis tetragoni sunt duplici modo eiusdem substantie participes esse dicuntur: quod vel ab equalitate formantur tetragoni: vel coaceruatis in vnum numeris imparibus procreantur. Illi vero qui sunt pares: quoniam binarij numeri forme sunt: quibus ex his coaceruati collectique in vnam congeriem parte altera longiores numeri nascuntur: hi secundum ipsius binarij numeri naturam ab eiusdem substantie natura discessisse dicuntur. putaturque alterius nature esse participes: iccirco quoniam cum latera tetragonorum ab equalitate progressa in equalitatem: proprie latitudinis ambitum tendant: hi adiecto vno ab equalitate laterum discesserunt: atque ideo dissimilibus lateribus et quodammodo alteris a se coniunguntur. Quare nobis notum est quod ex his ea que sunt in hoc mundo coniuncta sunt. Aut enim proprie immutabilis eiusdemque substantie est quod deus vel anima vel mens est: vel quodcumque proprie nature incorporeitate beatur aut mutabilis variabilisque nature: quod corporibus indubitater videmus accidere. Unde nunc nobis monstrandum est: hac gemina numerorum natura quadratorum scilicet et parte altera longiorum: cunctas numeri species cunctasque habitudines vel relate ad aliquid quantitatis: vel multiplicium vel superparticularium et ceterorum. vel ad seipsam considerate. vel formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. vel quemadmodum mundus ex immutabili mutabilisque substantia: sic omnis numerus ex tetragonis qui immutabilitate perficiuntur. et ex parte altera longioribus qui mutabilitate participant perbetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendum est qui hi quos promecas vocant: id est anteroze parte longiores. vel qui quos heteromikeis id est parte altera longiores. Est enim parte altera longior numerus: quicumque vnitatem tantum lateri crescit adiecta. ut sunt. 6. scilicet bis. 3. vel. 32. tres quater. et similes. Anteroze vero parte longior est. qui sub duobus numeris huiusmodi continetur: quorum latera non possidet vnitatis differentia. sed aliorum quorumcumque numerorum ut ter. 5. vel ter sex: vel quater. 7. Quodammodo enim longitudine in prolixiore modum porrecta merito anteroze parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur. supra iam dictum est. Quadrati vero quoniam equam latitudinem longitudini gerunt: proprie longitudinis vel eiusdem latitudinis aptissime vocabuntur. ut bis. 2. ter. 3. quater. 4. et ceteri. Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodammodo lon-

gitudinis: et parte altera longiores vocantur. Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura consistunt. idque in numeris primum videri. cap. 32.



Quone autem quicquid in propria natura substantia que est immobile: terminatum definitumque est quippe quod nulla variatio mutetur: nunquam esse desinat: nunquam possit esse quod non fuit. At hec vnitatis sola est: et que vnitatem formantur: comprehensibilis et determinate et eiusdem substantie esse dicuntur. Ea vero sunt que vel ab equalibus crescunt velut quadrati vel quos ipsa vnitatis format: id est impares. At vero binarius et cuncti parte altera longiores: qui a finita substantia discesserunt: variabilis infiniteque substantie nominantur. Constat ergo numerus omnis ex his que longe disticta sunt atque contraria: ex imparibus scilicet et paribus. Hic enim stabilitas: illic instabilis variatio. hic imobilis substantie robor: illic mobilis permutatio. hic definita soliditas hic infinita congeries multitudinis. Que scilicet cum sint contraria: in vnam tamen quodammodo amicitiam cognationemque miscentur. et illius vnitatis informatione atque regimento vnum numeri corpus efficiunt. Non ergo inutiliter neque improvide qui de hoc mundo deque hac communi rerum natura ratio cinabantur: hac primam totius mundi substantie diuisionem fecerunt. Et plato quidem in timeo eiusdem nature et alterius nominat quicquid in mundo est atque aliud in sua natura permanere putat indiuiduum inconiunctumque et rerum omnium primum. alterum diuisibile et nunquam in proprii statu ordinis permanens. Hic vero necesse est inquit omnia que sunt vel infinita vel finita esse. Demonstrare scilicet volens omnia quecumque sunt ex his duobus consistere. aut ex infinita scilicet esse aut ex finita: ad numeri sine dubio similitudinem. hic enim ex vno et duobus et impari atque pari coniungitur. que manifesta sunt equalitatis atque inequalitatis: eiusdem atque alterius: definite atque indefinite esse substantie. quod videlicet non sine causa dictum est: omnia que ex contrariis consistenter: armonia quadam coniungi atque componi. Est enim armonia plurimorum adunatio: et dissentium consensus.

Ex eiusdem atque alterius numeri natura qui sunt. quadratus et parte altera longior omnes proportionum habitudines constare. Capitululum. xxxiii.



Disponant ergo in ordine non iam pares atque impares ex quadrati vel parte altera longiores sunt: hi ipsi qui illis coaceruatis in vnumque redactis et quadrati et parte altera longiores predeunt. Ita enim videbimus istorum quedam consensum et ad ceteras numeri partes preceadas amicitiam: ut non sine causa hoc in omnibus rebus ab numeri specie natura rerum suspensisse videatur. Sint igitur duo versus tetragonorum ab vnitatem eius: et a binario numero parte altera longiorum.

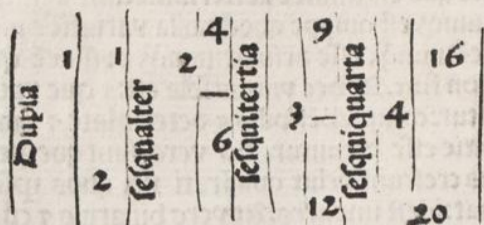
1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56



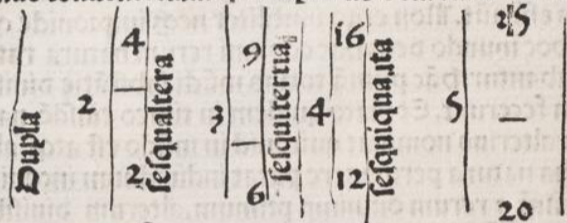
Orum igitur si primum compares primo dupliciter quantitas inuenitur: que est prima: multipliciterque species. Si vero secundum secundo. hemiolie quantitatis habitudo producit. Si tertium tertio sesquialtera proportio preceat. Si quartum quarto: sesquiquarta: et si quintum quinto sesquiquinta. et hic superparticularium normam in quantum longissimum spacium progrediens: integram inoffensamque reperies. Ita ut in prima duplici proportione vnitatis soli sit differentia. duo namque ab vno sola semper discrepant vnitatem. In sesquialte

Arithmetica

ra vero duorum est differentia. in sesquitercia trium
 & sesquiquarta. 4. & deiceps secundum superparticula
 res formas numero: quod ad differentia attinet. vno
 tantu crescit adiecto numero explicans naturalem.



S In vero secundum tetragonum primo
 parte altera longiori copares: & tertiu
 secundo: & quartu tertio: & quintu q̄r
 to easde rursus pportiones effici pno
 tabis quas in superiore forma descripsi
 mus. Sed hic differentie ab unitate
 non sehoat: s; a binario numero in finitum per eodẽ
 calculos p̄grediuntur. Eritq; secundus primi duplus.
 tertius sc̄bi sesquialter. quartus tertij sesquiterci. Sin
 eandẽ conuenientiam que superius demonstrata est.



Ursus quadrati inuicem imparibus diffe
 runt parte altera longiores parib.

Differentie impares.

13	5	7	9	11	13	
1	4	9	16	25	36	49

Quadrati.

Differentie pares.

4	6	8	10	12	14	
2	6	12	20	30	42	56

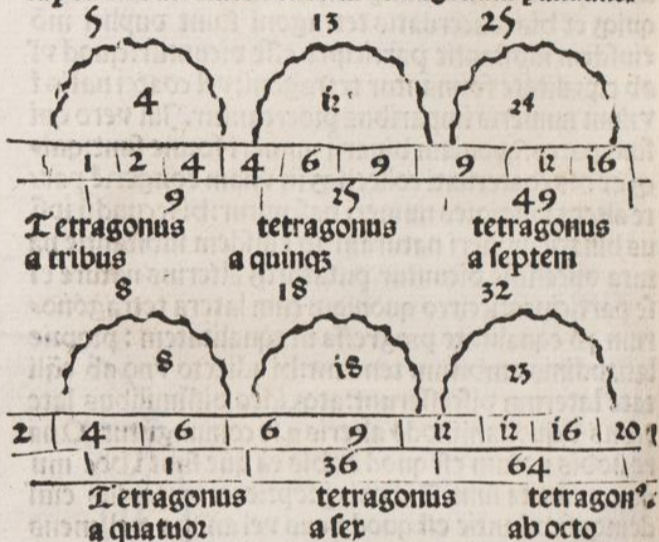
Parte altera longiores.

A Vbi si iter primum & secundu tetragonu
 primu parte altera longiorem ponimus: ad
 utrosq; eos vna proportione coniungit. In
 utrisq; eni pportioibus dupli multiplicitas
 iueitur. Sin vbi iter secundum tertiuq; tes
 tragonu secundu parte altera longiorem ponas sesq̄l
 tere copationis ad utrosq; forma copomẽ. Et si iter
 tertium & quartum tetragonum tertia parte altera
 longiore costitinas: sesquitercia spes nasceit & idẽ si in
 cactis feceris: cunctas supparticulares spes inuenire
 miraberis.

Primus	1	primus	2	secundus	4	duplus
	29	parte altera longior	29	Tetragonu	39	
	4		6		9	sesquialter
	39		39		49	
	9		12		16	sesquitercius
quartus	16	quartus	20	quintus	25	sesquiquartus

E Ad eundem modum in ceteris conuenit
 intueri. Rursus si ponantur duo tetragoni
 ex superius descriptis: idest primus & secun
 dus: & in vnum colligantur: & medius eoru
 parte altera longior bis multiplicetur: te

tragonus sit. Namq; vnus 7. 4. si iungantur. 5. faciunt
 eorum binarius parte altera longior si bis ducatur: q̄
 tuor faciunt. qui iuncti. 9. sine vlla dubitatione confi
 cient qui est numerus quadratus. Et ad eundem mo
 dum in alijs hoc modo dispositis numeris quos su
 pra descripsimus idem constat intelligi. Si vero con
 uertas & inter duos primum & secundus parte altera
 longiores secundum tetragonum ponas: qui in ordi
 ne quidem secundus est: sed actu & ope primus. ex duo
 bus parte altera longioribus congregatis. & bis mul
 tiplicato medio tetragono: rursus tetragonus confici
 tur. Namq; inter. 6. & binarium numeru qui sunt pri
 mus & secundus partes altera longiores si ponatur q̄
 ternarius ordine secundus: primus actu tetragonus: &
 coniungantur duo & sex faciunt. 8. Tum si bis ducan
 tur medij quatuor faciunt rursus octonarium qui cu
 superioribus iuncti sedecim tetragonum pandunt.



Lud quoq; non oportet minore admiratio
 ne suscipere: quod secundum proprias natu
 ras: vbi alitricus duo tetragoni stant: &
 vnus parte altera longior in medio ponitur
 tetragonus qui nascitur ille semper ab im
 pari procreatur. Nam ex superioribus vno. 4. & bis
 multiplicato binario: factus est nouenarius tetrago
 nus. qui scz a tribus procreat. Ter eni tres. 9. faciunt
 qui ternarius impar est numerus. Et sequẽs q̄ ex q̄r
 tuor & 9. & bis multiplicato senario conuictus est. 25.
 tetragonus: & ipse ex impari gnario nascit continenti
 post ternarium. Quinquies enim q̄nq; 25. procedunt
 & gnarius post ternarium impar est numerus. Et in
 sequenti quoq; eadẽ rō est. Nam qui ex. 9. & 16. & bis du
 cto. 12. quadratus. 49. producit: ille a septenario &
 pari fit post quinarium continenti. Septies eni. 7.
 49. creant. At vero vbi duo alitricus parte altera
 longiores vnum medium tetragonum claudunt oēs
 ex bis q̄ sunt tetragoni a paribus producantur. Nam
 qui ex duobus. & 6. parte altera longioribus & qua
 ternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: il
 le a quaternario numero idest pari producit. Qua
 ter enim. 4. 16. sunt. Et in sequenti quoq; ordine vbi
 ex senario & duodecim & bis in sua summas ducto no
 uenario. 36. sunt. ex continenti pari senario copulan
 tur. Sex enim series. 36. restitunt. Nec minus in eã
 dem rōne cadet. ex. 12. & 20. & bis. 16. factus. 64. tetra
 gonus. Hic eni ex octonario continenti post senariu na
 scitur. Octies eni octo. 64. tetragonu iungit. Et in
 alijs quoq; secundum eundem modum si idẽz facias
 rationis ordo non discrepat.

Qnod

Quod ex quadratis et parte altera longioribus ois formarum ratio consistat. Capitulum. xxxiiii.



Frum videtur orta prolatio: non minore rside ratione notandum est. Namque trianguli quatuor alias formas sicut superius docuimus collecti producantur: his iunctis velut ex quibusdam elementis oriuntur. Namque ex vno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarii triangulus copulatur. Et ex binario vel quaternario. id est ex secundo tetragono senarius triangulus precreatur. Et quaternario quoque et senario: denarius triangulus nascitur. Et ad eundem ordinem cuncta triangulorum ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni et parte altera longiores qui ut melius pernotarentur: prius in duobus eos versibus disposuimus post autem eosdem permiscuimus: et qui exinde trianguli nascerentur ascripsimus.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81
---	---	---	----	----	----	----	----	----

parte altera longiores.

1	6	12	20	30	42	56	72	90
---	---	----	----	----	----	----	----	----

tetragoni et altera parte longiores alternati.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

Trianguli.

Quemadmodum quadrati et parte altera longioribus vel parte altera longiores ex quadratis fiant. Capitulum. xxxv.



Omnis vero tetragonus si ei proprium latitudinem addatur: vel eodem rursus dematur: parte altera longior fit. Namque 4. tetragono si quatuor addatur: vel duo detrahatur. 6. addendo proficiet et duo detrahendo. at uterque figuram continet parte altera longiorem que. scilicet magna est alteritatis vis. omnis enim infinita et indeterminata potentia: ab equalitatis natura: et a suis se finibus contineri suba discedens: aut in maius exuberat. aut in minore decrescit.

Quod principaliter eiusdem quod sit substantie unitas secundo vero loco impares numeri: tertio quadrati. et quod principaliter dualitas alterius sit substantie: secundo vero loco pares numeri: tertio parte altera longiores. Capitulum. xxxvi.



Constat igitur primo quidem loco unitatem esse immutabilis: substantie eiusdemque nature: dualitatem vero primam alteritatis mutabilis esse principium. Secundo vero loco omnes impares numeros per unitatis cognitionem eiusdem atque immutabilis subesse esse participes: pares vero ob binarii numeri consortium alteritatis esse permixtos. Tetragonos quoque ad eundem modum considerari manifestum est. Nam quod eorum compositio et coniunctio ex imparibus fit. Immutabilis eos nature pronuntiabo coniunctuos. Quod vero parte altera longiores ex copulatione parium precreantur: nunquam ab alteritatis varietate sepantur.

Aternati positus quadratis et parte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentia et in proportione. Capitulum. xxxvii.



Aud igitur perspicendum est: quod si idem tetragoni et parte altera longiores disponantur: ita ut alternati sibi permixti sint: tanta in his est coniunctio ut alias sibi in eisdem proportionibus communicent: discrepent. aut differentis. Alias vero differentis pares sint. proportionibus distent. Disponantur enim in ordinem idem illi superiores tetragoni: et parte altera longiores ab vno.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----



Ergo in superiore formula hoc maxime intueendum est. Namque inter unum qui est tetragonus et 2. dupla proportio est. inter 2. et 4. dupla. Sic ergo tetragonus cum parte altera longiore: atque hic cum sequente tetragono. eadem proportione iunguntur: differentis vero non idem. Namque duorum atque unius sola unitas differentia est: sicut idem duo a quaternario solo binario relinquuntur. rursus si 2. ad 4. specularis dupla est proportio. si quatuor ad sex habitudinem sesquialteram recognoscas. Sic ergo et proportionibus discrepant in differentis pares sunt. Namque et quatuor a duobus et 6. a quatuor eodem binario distat. In sequentibus etiam eodem modo sicut in primis fuit: ratio constant. Nam eadem proportio est differentis non eisdem. Nam. 4. ad 6. et 6. ad 8. sex ad novem sesquialtera proportione iunguntur. 6. autem quaternarium duobus. 9. vero senarium tribus pretereunt. In sequentibus etiam eadem ratio speculari. et semper alternatim nunc quidem eadem proportiones. alie differentie sunt. nunc autem ordine permutato. hisdem differentis alie proportiones. Semperque in quibus differentis secundum naturalis numeri ordines tetragoni et parte altera longiores sese superabunt: tantum quod geminatis summulis naturalis numeri fit progressio. Quod mirum videri non debet. nos enim ipsas summas tetragonorum et parte altera longiorum geminamus ad primas secundasque proportiones.

duplus	sesquialter	sesquitercius	sesquiquartus	qui iquintus
--------	-------------	---------------	---------------	--------------

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6

Differentie.



Edem quoque differentie mirabilem in modum a toto per sequentes partes et per easdem unitates quibus superius creuerunt progrediuntur. Namque iter unum et duo tantum unitas itercedit: quod unitati cui equalis est totum est binarii vero medietas. Eodem modo iter 2. et 4. tantum duo sunt. quod binarii totum sunt: quaternarii medietas. Inter quaternarium vero et senarium idem duo sunt: ad quaternarium medietas: ad senarium pars tertia. Tres vero quod sequuntur quod inter 6. et 9. constituti sunt medij: sunt quidem senarii dimidium pars vero tertia nouenarii. Et rursus ternarii quod nouenarii tertia pars est: duodenarii quarta est. et ad eundem modum versus in fine descriptionis geminatis huiusmodi partibus sicut ipsa quoque summam comparatio geminata est: equas partium progressionem aspicias.

Conprobatio quadratos eiusdem esse nature. Capitulum. xxxviii.



Aud autem apertissimum signum est omnes tetragoni in imparibus esse cognatos. quod in omni dispositione ab vno vel in duplicibus vel in triplicibus talis nature ordo conseruetur ut nunquam nisi secundum imparium locum tetragonus inueniatur. Disponamus enim in ordinem numeros: primo quidem duplos: deinde triplos.

Arithmetica

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

S igitur in vtrisque versibus primos aspicias: singulos quos inuenis quoniam tertagoni sunt: in impari loco sunt constituti: quoniam primi sunt. Si vero tertium locum respereris. 4. 7. 9. notabis: quorum hic a duobus proficiscitur: illam ternarius creat. qui sunt loco impari constituti. Quintum deinde si videas locum 16. 7. 81. respicies. sed vnus a quaternario nascitur: alterum uenarius creat. Et si nonum locum rursus aspicias: tetragonos pernotabis. 256. 6561. quorum superior fit a. 16. inferior vero ab. 81. Idem si in infinitum facere libeat indiscrēpanter incurrit.

Cubos eiusdem participare substantie quod ab ipsis nascantur. *Capitulum. xxxix.*

Idem si vo cubi qui quāquā tribus interualis sublatis sint: tamen pp equales multiplicationem participant immutabilis substantie. eiusdemque nature sunt socii: non aliorum quā imparius coaceruatione produunt nūquā vo parium: illam si omnes ab vnitatem impares disponantur: iuncti figuras cubicas explicabunt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Idem si vo cubi qui quāquā tribus interualis sublatis sint: tamen pp equales multiplicationem participant immutabilis substantie. eiusdemque nature sunt socii: non aliorum quā imparius coaceruatione produunt nūquā vo parium: illam si omnes ab vnitatem impares disponantur: iuncti figuras cubicas explicabunt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	8	27	64						

primus	secundus	tertius	quartus
ab	a bis	a ter tri	a quater
vno	duobus	bus ter	quatuor
	bis		quater

De proportionalitatibus. *Capitulum. xxx.*

E de his quidem sufficienter dictum est. nunc res admonet quedam de proportionalitatibus disputantes que nobis vel ad musicas speculationes: vel ad astronomicas subtilitates: vel ad geometrice considerationis vim: vel etiam ad veterum lectinum intelligentias pdesse possint: arithmetica introductione commodissime terminare. Est igitur proportionalitas duarum vel trium vel quotlibet proportionum assumptio ad vnum atque collectio. Ut autem communiter definiamus: proportionalitas est duarum vel plurius proportionum similis habitudo: etiam si non eisdem quantitatibus et differentiis constitute sint. Differentia vero est inter numeros quantitas. Proportio est duorum terminorum ad se inuicem quedam habitudo et quasi quodam modo continentia. Quorum compositio quod efficit: proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus proportionalitas fit. In tribus autem terminis minima proportionalitas inuenitur. fit etiam in pluribus sed longior. vt binarius ad vnum quoniam duo

sunt termini: duplam obtinet proportionem. sin vero quatuor contra .2. impares: et hic quoque dupla proportio est. quos tres terminos si continue consideres ex duabus proportionibus fit proportionalitas: Et est proportionalitas. vnum ad duo: et duo ad quatuor. est enim proportionalitas vt dictum est collectio proportionum in vnum que redactio. fit etiam et in longioribus. Nam si quatuor illis octo velis adiungere: et bis i6. et bis. 32. et deinceps duplos qui sequuntur: fit in omnibus dupla proportionalitas et proportionibus duplis. Igitur quotiens vnus atque idem terminus ita duobus circum se terminis communicat: vt ad vnus dux sit ad alium comes: hec proportionalitas continua vocatur: vt vnus duo quatuor. Est enim equalitas in his proportionibus: et quemadmodum sunt. 4. ad. 2. sic sunt duo ad vnum. Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor. Et secundum quantitates quoque numeri eodem modo est. Quantum enim tres superant binarium: tantum binarius vnitatem. et quantum vnus a duobus minor est. tantum binarius a ternario superatur. Sin vero alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disunctam vocari. Ut ad equalitatem quidem proportionis sunt. 1. 2. 4. 8. Sic enim sunt quemadmodum duo ad vnum. si octo ad quatuor: et conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quatuor ad octo. Et permutatim quemadmodum quatuor ad vnum sic octo ad binarium. Secundum quantitatem vero numeri: vt sunt. 1. 2. 3. 4. quantum enim vnus a duobus vicis: tantum ternarius a quaternario superatur. Et quantum duo vnum vincit: tanto ternarius quaternarius transit. Idem mixti est quanto vnus tribus minor est tanto binarius quaternario: vel quanto ternarius vnitatem superat tanto binarius transgreditur quaternarius.

Que apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posterius addiderint. *Capitulum. xli.*

Confesse quidem et apud antiquiores note: queque ad pythagore vel platōis vel aristotelis scientiam peruenerunt: he tres medietates sunt arithmetica: geometrica: armonica. Post quas proportionum habitudines tres alie sunt que sine nomine quidem feruntur. Vocantur autem quarta: quinta: vel sexta que superius dictis opposite sunt. at vero posterius propter denarii numeri perfectionem quod erat pythagore complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: vt in his proportionalitatibus denarie quantitatis corpus efficerent. Secundum quem numerus et priores quinq; habitudines comparationesque descripte sunt: vbi quinq; maioribus proportionibus quos vocauimus duces: minores aptauimus alios terminos quos comites diximus. Inde etiam in aristotelica atque archyte prius. 10. predicamentorum descriptione: pythagoricum denarium manifestum est inueniri. Quando quidem et plato studiosissimus pythagore secundum eam disputationem diuidit et archytas pythagoricus ante aristotelem licet quibusdam sit ambiguum decem hec predicamenta constituit. in de etiam. 10. membrorum particule: inde alia permulta que omnia persequi non est necesse.

Quod primum de ea que vocatur arithmetica proportionalitate dicendum est. *capitulum. 42.*
Tunc vero de proportionalitatibus de quibus medietatibus dicendum est. Et primum quidem de ea medietate tractabimus: que



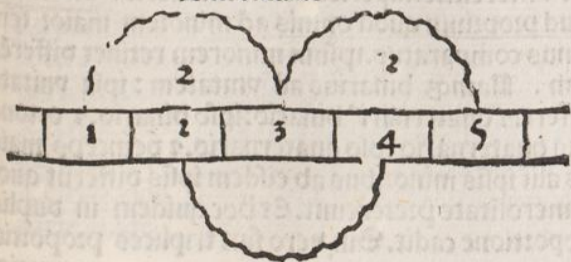
scdm quantitatē equalitatem neglecta proportiōis pa-
 rilitate constitutoꝝ terminorum habitudines seruat
 In his autē quantitatibus medietas ista versat: inq̄
 bis speculanda est: in quib⁹ a seipsis termini differūt
 Quid autem esset differentia terminoꝝ superi⁹ diffi-
 nitum est. Hanc autē esse arithmetica medietatē nu-
 merorum ip̄a rō declarabit: quoniā eius proportio l
 numeri quantitate consistit. Que igit̄ cā est hmoi
 terminorum habitudinem id est arithmetica cūctis
 aliis proportionalitatibus anteponeꝝ: primum qd̄
 hanc nobis in principio ipsa numerorum natura ⁊ vis
 naturalis quantitatē opponit. Huiusmodi enim pro-
 portiones queq̄ ad terminorum differentias perti-
 nent: vt paulo post demonstrabitur: in naturalis pri-
 mum numeri dispositione cognoscimus. Deinde qd̄
 superiore libro disputatib⁹ nobis apparuit arithmetica
 vim geometrica atq̄ musica esse antiquiorem: ⁊ qd̄
 illata has simul inferre: sublata vero perimeret. qua
 re ordine disputatio progrediet: si ab ea prius incho-
 andū sit medietate que in nūeri differētia nō in pro-
 portionis speculatione versatur.

De arithmetica medietate eiusq̄ proprietatibus.
 Capitulū. xxxiii.

A rithmetica medietatē vocam⁹: quotiēs
 vel trib⁹ vel quotlibet terminis posit⁹: eā
 lis atq̄ eadē differentia inter oēs disposi-
 tos terminos inuenit. In qua neglecta pro-
 portiois equalitate terminoꝝ tantū differentiaꝝ
 q̄ speculationē custoditur. vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10

In hac enī nūis numeri dispositione: si q̄s.
 continuatim differentias terminorum cus-
 ret aspicere: secundum arithmetica medietatem
 equa terminorum inter se discre-
 pantia est. Equales enim sunt differentie:
 sed eadem proportio atq̄ habitudo non est. Si igit̄
 in tribus terminis consideratio sit: continua propor-
 tioalitas dicitur. Sin vō hic alius dur ⁊ alius comes
 illic vero vtriq̄ sint alii: vocabitur disūcta medietas
 Si igitur in tribus tantum terminis secundam con-
 tinuam medietatem conspexeris: vel in quatuor: vel
 in quotlibet aliis secundam disūctam: easdem sem-
 per differentias terminoꝝ videbis: tantū solis p-
 portionibus permutatis. Id si in vno quis nouerit re-
 liqua eū ratio nō latebit. Sit continua medietas. 1.
 2. 3. Sic vnus a duob⁹ ⁊ 2. a tribus solis tantum sin-
 gulis distat. ⁊ sunt eadem differentie proportionē
 vero alie: Namq̄ duo ad vñū duplus est. tres ad duo
 sesquialter: ⁊ in ceteris idem videbis. Sin autem per-
 miscens ⁊ aliquos preteriens eligas: ⁊ in his aliquam
 speculationē ponas: idē poterit euenire. Mā si equas
 les terminos intermittas: ⁊ sese in priore dispositiōe
 p̄tereant. si singulos intermittas: soli⁹ binariū notabit̄
 differētia. sin vō duo p̄tereas: ternariū. si tres: q̄terna-
 riū. ⁊ ad eundē modū vno plus quā intermiseris: erit
 illa quā querimus differētia terminoꝝ. Māq̄ si i trib⁹
 terminis singuli reliquant̄: binariū semper intererit

Differentie

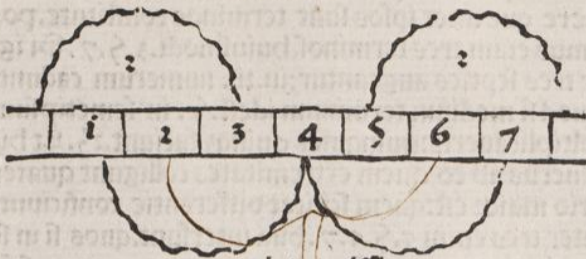


intermissi



Ides ne vt cū supius in naturalis nūeri di-
 spositione se termini singulis preterirent
 pretermis duobus ⁊ 4. vnus ad tres: ⁊
 3. ad quinarium comparati binarium so-
 lum in differentia retinuerint. Nec nō etiā
 in disūcta eadem versabitur obseruatio.

Differentie

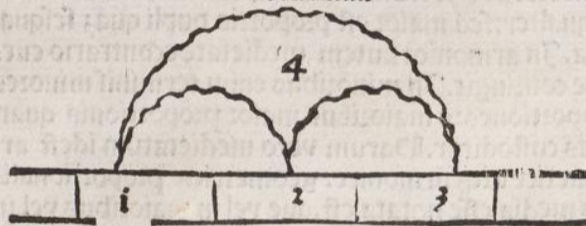


intermissi



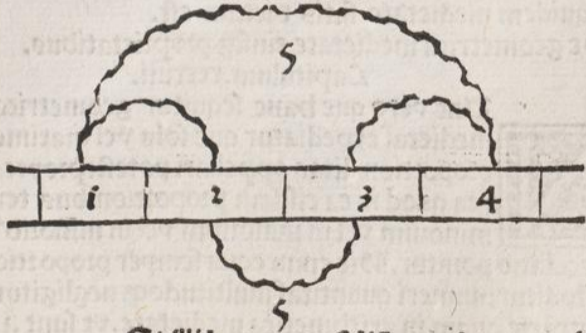
Alibus igitur vestigiis insistentem nullus
 ab eadez similitudine error abducat. Nam
 q̄ si duos intermittas: ternariū differen-
 tiam continebit. si tres: quaternariū. si q̄
 tuor quinariū: eque in continuis propor-
 tionibus atq̄ disūctis. Qualitas autem proportio-
 nis eadem non erit quāuis sint equis termini diffe-
 rentiis distributi. Quod si conuersim: ponantur: vt
 non eisdem differentiis eadem qualitas proportio-
 nis eueniat: geometrica talis proportionalitas non
 arithmetica nominatur. Est autem propriū huius
 medietatis quod si in trib⁹ terminis speculationē sit: cō-
 positis extremitatibus illa summa que inter extremi-
 tates est: non loco tantum: verum etiam sit quantita-
 te medietas. Ut si ponātur. 1. 2. 3. vn⁹ ⁊ tres q̄tuor red-
 dūt. Duo vō qui medius inter vtroq̄ est: q̄ternariū
 medietas inuenitur. Quod si bis medietatem ducas
 equ⁹ erit extremitatibus Bis enī duo quatuor creat
 Sin vero disūcta sit: quod sit ex vtriusq̄ extremitati-
 bus compositis. hoc ex duabus medietatibus reddi-
 tur. Si enim sunt. 1. 2. 3. 4. vnus ⁊ quatuor quinariū
 creant: duo ⁊ tres medii in eundem rursus quina-
 riū surgunt.

continua



bis duo

4
discontinua



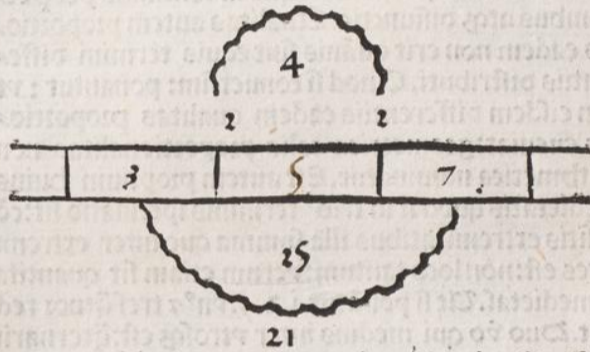
St illi hoc quoq̄ solida pprietate coniun-
 ctum: quod quemadmodum sunt omnes
 termini huiusmodi dispositiōis ad seipos

e

c

Arithmetica

Ita sunt differentie ad differentias constitute. Namque omnis terminus sibi ipsi equalis est et differentie differentis sunt equales. Illud quoque subtilius quod multi huius discipline periti nisi nicomachus nunquam antea perspexerunt: quod in omni dispositione vel continua vel disiuncta: quod continetur sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate conficitur tantum quantum possunt due sub se differentie continere que inter ipsos sunt terminos constitute. ponamus enim tres terminos. huiusmodi. 3. 5. 7. Si igitur tres septies augeantur: in 21. numerum cadunt. Quod si medium terminum id est 5. in semetipsum multiplicaueris: quinquies quinq; faciunt. 25. Et hic numerus ab eo quem extremitates colligunt quaternario maior est: quem scilicet differentie conficiunt. Inter tres enim 7. 5. 3. bini intersunt. quos si in se se multiplices. 4. reddunt. bis enim duo quatuor sunt. Recte igitur dictum est: in hac huiusmodi dispositione quod continetur sub extremitatibus minus esse illo numero qui fit ex medietate tantum quantum differentie in se multiplicata restituunt.



Quartum vero proprium huiusmodi dispositionis notatur: quod antiquiores quoque habuere notissimum: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportionales in maioribus minores comparationes necesse est inueniri. Namque in dispositione hac. 1. 2. 3. minores sunt termini. i. 2. 2. maiores. 2. 3. 2. ad unum duplus est. 3. 6. ad duos sesquialter: sed maior est proportio dupli quam sesquialtera. In armonica autem medietate e contrario euenire contingit. In minoribus enim terminis minores proportionales: et maioribus maior proportionis quantitas custoditur. Harum vero medietatum id est arithmetice atque armonice: geometrica proportionalitas media esse notata est. que vel in maioribus vel in minoribus terminis equas numerorum qualitates in proportionalitate custodit. Inter maius vero et minus equalitas loco ponitur medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

De geometrica medietate eiusque proprietatibus.
Capitulum. xxxiii.

Nunc vero que hanc sequitur geometrica medietas expediatur que sola vel maxime proportionalitas appellari potest: propterea quod in ea eisdem proportionibus terminorum vel in maioribus vel in minoribus speculatio ponitur. Hic enim equa semper proportio custoditur: numeri quantitas multitudinis negligitur contrarie quam in arithmetica medietate. ut sunt .i. 2. 4. 8. 16. 32. 64. Vel in tripla proportione. i. 3. 9. 27. Si: Vel si quadrupla vel si quinquupla vel si in quamlibet multiplicatam numerorum sit constituta distensio.

In his enim quotlibet terminos sumptis: explebunt geometricam medietatem. quemadmodum. n. prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponatur tres termini. 2. 4. 8. quemadmodum sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad. 2. Atque hoc si conuertas: quemadmodum sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.

Dupla

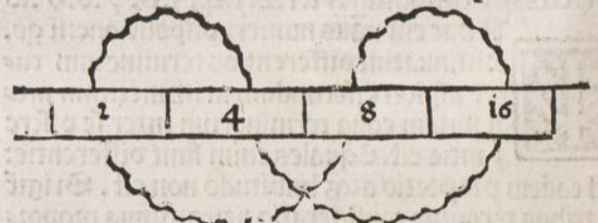
Dupla



Vel si in quatuor terminis ut sunt. 2. 4. 8. 16. quemadmodum est primus ad tertium. i. 2. ad. 8. sic erit secundus ad quartum: id est 4. ad. 16. Utraque enim proportio quadrupla est. Et conuersim quemadmodum quartus est ad secundum: ita tertius notatur ad primum. Hoc vero etiam disiuncte licet. Nam quemadmodum est primus ad secundum: id est. 2. ad. 4. sic tertius ad quartum. id est. 8. ad. 16. et conuersim quemadmodum secundus ad primum: id est. 4. ad. 2. ita quartus ad tertium: id est. 16. ad. 8. idque in omnibus rata consideratione perspicies.

Dupla

Dupla



quadrupla

quadrupla

Habet autem proprium huiusmodi medietas quod in omni dispositione secundum hanc proportionalitatem terminorum differentie in eadem proportione contra se sunt que fuerint ipsi termini quorum sunt ipse differentie. Sive enim dupli contra se sint termini: duple erunt etiam differentie: siue tripli: triple. siue secundum quamlibet multiplicatam: eadem in differentijs multiplicitas erit: quam prima consideratio inuenit in terminis ut. subiecta descriptio monet.

Differentie duple

1	2	4	8	16	32	64	128
1	2	4	8	16	32	64	128

Termini dupli.

Nilli igitur dubium esse potest quod cum omnes termini dupli sint: ita differentie quoque eorum terminorum duple esse videantur: ut vno minus termino in differentijs: omnes pene dispositos subter terminos quorum sunt ipse differentie: superior ordo reddiderit. Est etiam aliud proprium quod omnis ad minorem maior terminus comparatus. ipsum minorem retinet differentiam. Namque binarius ad unitatem: ipsa unitate differt. et quaternarius binario: ipso binario. et octonarius quaternario ipso quaternario. et deinceps maiores alii ipsis minoribus ab eisdem ipsis differunt quos numerositate pretereunt. Et hoc quidem in duplici proportione cadit. Sin vero sint triplices proportionales: maior

nes: maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt. Ut si sint. 1. 3. 9. tres ab vno binario differunt: in quem vnitas idest minor terminus duplicatus erundat. 7. 9. a tribus senario differunt: quem ternarius duplicatus educit. Et in aliis cunctis eiusmodi ratio reperietur. Sin vō quadruplices sint: triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli: quadruplicato. 7 si sexcupli: quinquuplicato: 7 vna minus multiplicatiōe quā est ipsa minorum ad maiores comparatio terminorū minorem numerus maior exuperat.

Differentie duple.

1	2	4	8	16	32	64	128	
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differentie triple

2	6	18	54	162	489	1458	
1	3	9	27	81	243	729	2187

Termini tripli

Differentie quadruple

3	12	48	192	768	3072	12288	
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli.

Ec autem proportionalitas 7 in aliis omnibus vel superparticularib⁹ vel superpartientibus inuenitur huiusmodi proprietate in omnibus conseruata: vt in continua proportione: quod fit sub extremitatib⁹ si tres fuerint termini: hoc a medietate multiplicata consargat. Si enim sint. 2. 4. 8. quod fit ex bis. 8. idem fit ex quater. 4. Vel si sit in quatuor terminis distincta proportio quod fit sub vtriusq^{ue} extremitatibus id duarū medietatum multiplicatione concresecat: Ut si sint. 2. 4. 8. 16. quod fit ex bis. 16. idest quater. 8. reddatur. Et plar autem nobis maximum certissimumq^{ue} sit illud: vbi ex equalitate diximus omnes sequalitatis species fundi. Illic enim in omnibus vel multiplicibus vel superpartientibus vel superparticularibus vel in ceteris cōiunctis geometrica proportionalitas custoditur. Quarta vero est proprietates huiusce medietatis: qd vel in maioribus vel minorib⁹ terminis 7 quales se per proportiones sunt. Namq^{ue} si ponantur. 2. 4. 8. 16. 32. 64. inter hos omnes dupla proportio est. Apparet etiam hec proportionalitas in binis proportionibus ab vnitate alternatiū parte altera. longiorib⁹ quadratisq^{ue} dispositis a prima multiplicatib⁹ habitudine idest a duplici per cunctas superparticularis habitudines proportionescq^{ue} discurrens quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	1	
parte al. lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
parte al. lon.	6	sesquialtera
Tetragonus	9	sesquialtera
parte al. lon.	12	sesquitercia
Tetragonus	16	sesquitercia
parte al. lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
parte al. lon.	30	sesquiquinta

Tetragonus	36	sesquiquinta
parte al. lon.	42	sesquifexta
Tetragonus	49	sesquifexta

Que medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur.

Capitulum. xxxv.



Iq^{ue} ideo arithmetica quidē ei reipublice comparatur que paucis regitur: iccirco qd in minoribus eius terminis maior proportio sit. Musicam vō medietatem optimam dicunt esse rem publicam: ideo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo 7 ex equalitate ciuitatis est. Namq^{ue} vel in maioribus vel in minoribus equali omniū proportionalitate componitur: 7 est inter omnes paritas quedam medietatis equum ius in proportionibus conseruantis.

Quod superficies vna tantum in proportionalitibus medietate iungatur: solidi vō numeri duab⁹ medietatibus in medio collocantur.

Capitulum. xxxvi.



Ost hec igitur tempus est: vt exepediam⁹ nunc quidam nimis vtile in platonica quadam disputatione: que in timei cosmopeia baud facili cuiquam vel penetrabili ratione versatur. Omnes enim plane figure que nulla altitudine crescunt vna tantum medietate geometrica continuantur: alia que iungat non potest inueniri. vnde duo tantum in bis interualla sunt constituta: a primo scilicet ad medium: 7 a medio ad tertium. Si vero fuerint cubi. duas tantum habebunt medietates vbi tertia inueniri non poterit: secundus geometricam. s. proportionē. vnde forme solide tria interualla dicuntur habere. Est enim vnum interuallum a primo ad secundum 7 a secundo ad tertium: et a tertio ad quartū: que est. s. postrema distantia. Recte igitur 7 plane figure duobus interuallis: 7 solide tribus contineri dicuntur. Sint enim duo tetragoni 4. scilicet. 7. 9. horum igitur vnus tantum medius in eadem proportione constitui potest. Namq^{ue} senarius ad. 4. sesquialter est: 7. 9. ad senarium eodem modo sesquialter. Hoc autem iccirco euenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senaria: medietatem. Namq^{ue} quaternarij tetragoni latus binarius est. nouenarij ternarius. bi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis. enī tres senarius est. Et quotienscunq^{ue} datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus inuenire: latera eorum multiplicanda sunt: 7 qui ex bis procreabuntur medietas est.

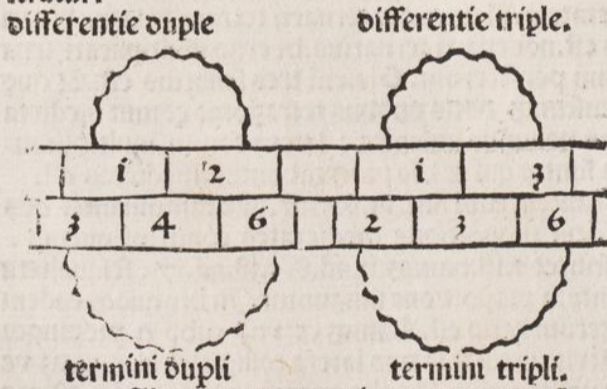
Si autem cubi sint. vt. 8. 7. 27. due tantum inter hos eadem proportione medietates constitui queunt. 12. scilicet 7. 18. namq^{ue}. 12. ad. 8. 7. 18. ad. 27. sesquialtera tantum proportione iunguntur. In bis quoq^{ue} eadem laterum ratio est. Namq^{ue} ex vno cubo q^{ui} propinquo est: vna medietas duo latera colligit: ex alternatiz vero posito vnum. In alia quoq^{ue} medietate idē est. ponantur enim duo cubi 7 in medio eorum due medietates quas superius diximus. 8. duodeci. 18. 27. octonarij igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonarium fecerunt. Ternarius vero. 27. cubi latus est. Ter enim tres ter. 27. restitunt. Medietas igitur q^{ue} iuxta octonarium est. idest. 12. mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario 7 aliud vnum latus ex altri

Arithmetica

secus posito. 27. cubo. Bis enim bini ter. i. pādunt. Et. 18. eadez ratione duo latera a propinquo sibi. 27. cubo colligit: 7 vnū ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis. 18. concludunt. Hoc autē vnūer saliter speculandum est: si tetragonus tetragonum multiplicet: sine dubio tetragonus prouenit. Sin vō parte altera longior tetragonū multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquāz tetragonus sed semper ante longior crescit. Rursus si cubus cubū multiplicauerit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc. s. secundus si similitudinem paris atqz imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. 7 impar imparem si multiplicet. impar cōtinuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper eroditur. Hoc autē facilius cognoscitur ex lectio ne platōis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. S; nunc ad tertiā medietatez redeundū ē.

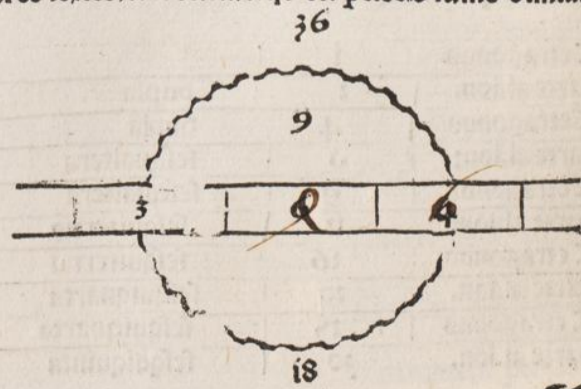
De armonica medietate eiusqz proprietatibus.
Capitulum. xxxvii.

Armonica autem medietas est: que neqz eisdem differentiis nec equis proportionibus constituitur: sed illa in qua quemadmodum maximus terminus ad paruissimum terminum ponitur: sic differentia maximī 7 medii contra differentiam medii atqz paruissimi comparatur. Ut si sint. 3. 4. 6. vel si. 2. 3. 6. Senarius enim quaternarius sua tertia parte superat: idest duobus quaternarius vero ternarius sua quarta parte superuenit: idest vno. Et senarius ternarius sua medietate idest tribus. ternarius vero binarius sua parte tertia idest vnitāte transcendit. Quare in his neqz eadē proportio terminorum est: neqz sunt eadem differentie. est autem quemadmodum maximus terminus ad paruissimum terminum: sic differentia maximī 7 medii ad differentiam medii atqz postremi. Illamqz in hac proportione que est. 3. 4. 6. maior terminus idest senarius ad paruissimum terminum ternarius dupl⁹ est 7 differentia maximī 7 medii idest senarii 7 quaternarii duo scilicet: ad differentiam medii 7 vltimi idest quaternarii atqz ternarii que est vnitāte dupla perspicitur. Sed hoc quoqz subiecta descriptione monstratur.



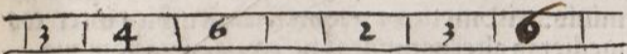
Habet autem proprietatem quemadmodū dictum est cōtrariā arithmetice medietati. In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio: in maioribus minor in hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio: in minoribus vō minor. Illamqz in hac dispositione. 3. 4. 6. tres ad quatuor comparati sesquitertia habitudinem: sex vō ad quatuor sesqual

teram reddunt: sed maior est proportio sesquialtera a sesquitertia tantum quantum pars tertia medietate transcenditur. Iuste igitur medietas quedāz geometrica proprieqz eē proportionalitas iudicatur. s. inter eas vbi in maioribus terminis minor est proportio 7 minoribus maior: 7 inter eam vbi in maioribus maior est minoribus minor. Illa est. n. vere proportionalitas que medietatis quodāmodo locum obtinēs: 7 in maioribus 7 in minoribus: equalibus proportionum cōparationibus continetur. Hoc quoqz signum est duarum extremitatum mediam esse quodāmodo geometricā proportionem. Illamqz in arithmetica proportione medius terminus eadē suā parte 7 minorē precedit 7 a maiore precedit h̄ alia pte minoris alia vō parte maioris. Sit enim arithmetica dispositio. 2. 3. 4. Ternari⁹ igitur numerus binarium tertia sua pte precedit idest vno: 7 a quaternario tertia sua pte preceditur idest vno. At vero ternarius nō eadē pte minoris minorē vincit: vel maioris a maiore superat. Illamqz minorē idest binariū vno superat: idest ipsi⁹ medietate binarii. a quaternario vō vno relinquit: que ps quaternarii q̄rta est. Recte igitur dictum est mediu terminū in binōi medietate: eadē sui pte 7 minorē vincere 7 maiore superari: sed non eisdem ptibus vel minoris minorē transgredi: vel maioris a maiore transcendendi. **C**ontrarie armonica medietas pportiones h; illāqz non eadē pte sua medius terminus in hac pportōne vel minorē vincit vel a maiore superatur. sed eadem pte minoris minorē superat: qua pte maioris a maiore superat. In hac enī dispositione armonica q̄ ē. 2. 3. 6. ternari⁹ binariū tertia sui pte vincit: idē ternarius a senario a tota sui quātitate superat. i. tribus. Illāqz ipse ternarius medietate minoris vincit minorē i. vno. 7 medietate maioris a maiore termino vincit idest trib⁹. Senarij enim medietas ternari⁹ est. In geometrica vō medietate neqz eisdē suis partib⁹ medius vel vincit minorē vel a maiore vincitur. neqz eadem parte vel minoris minorē superat: vel maioris a maiore relinquitur. sed qua pte sua medi⁹ termin⁹ minorem superat: eadem pte sua maior termin⁹ mediu vincit. Quod est vt medietas atqz extremitas cōlib⁹ medietatē 7 extremitatē reliquam suis partibus superuadant. In hac enī dispositione que est. 4. 6. 9. tertia sui pte medius senarius quaternarium superat. idest duobus: 7 tertia sui pte rursus nouenarius senarium vincit: idest tribus. Habet autē aliam proprietatē armonica medietas. vt cū duas extremitates in vnū redactas medietas multiplicauerit dupla quātitas colligitur quā si se multiplicēt due extremitates. Sint enī bi termini. 3. 4. 6. si igit ternariū 7 senariū iūgas nouenariū facies: q p quaternariū ductus. 36 efficit. qd si se ipse extremitates multiplicent: 7 fiant tres sexies. 18. cōficiūt: qd est prioris sūme dimidiū.

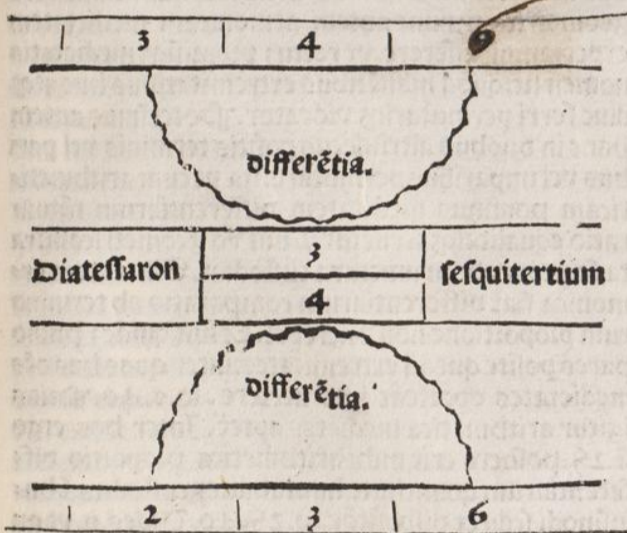


Quare dicta sit armonica medietas ea que digesta e
Capitulum . xxxviii

Considerandum forsitan videatur: cur hac armonicam medietatem vocemus. Cuius bec ratio est: quoniam arithmetica dispositio equas tantum per differentias dividit quantitates: geometrica vero terminos equa proportione coniungit. At vero armonica ad ali quid quodammodo relata consideratione: neqz soluz in terminis speculationem proportionis habet: neqz soluz in differentis: sed in vtrisque communiter. Que rit enim vt quemadmodum sunt ad se extremi termini: sic maioris ad medium differentia: contra differentiam medietatis ad vltimum. Ad aliquid autem considerationem armonie proprie esse in primi libri rez omnium diuisione monstrauimus. Ipsarum quoqz muscarum consonantiarum quas symphonicas nominant proportionem in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Namqz symphonia diatessaron: que princeps est et quodammodo vim obtinet elementum: constituitur scilicet in epitrita proportione: vt est quaternarius ad ternarium: in eiusdem armonicis medietatibus inuenitur. Sint enim eiusmodi armonice medietatis termini quorum extremi dupli sint et rursus alia huiusmodi dispositio quorum extremi tripli.



Senarius igitur ad ternarium duplex est. idem autem in alia dispositione senarius ad binarium triplus. Horum igitur si differentias colligamus et ad se inuicem comparemus: epitrita proportio colligitur vnde diatessaron symphonia resonabit. Inter tres enim et 6. ternarius est: et inter binarium et senarium quaternarius: qui sibi met comparati sesquiterciam efficiunt proportionem.



In eadem quoqz medietate et diapente symphonia componitur: quaz sesquialtera habitudo restituit. Nam in vtrisque dispositioibus his que subiecte sunt in duplici senarius ad quaternarium sesquialter est: in triplici ternarius ad binarium: ex quibus vtrisque diapente symphonia coniungitur.

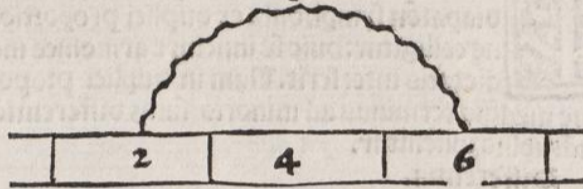
Sesquialtera.
Diapente.



Sesquialtera.
Diapente.

Est hanc autem diapason consonantia que fit ex duplici. vt est subiecta formula.

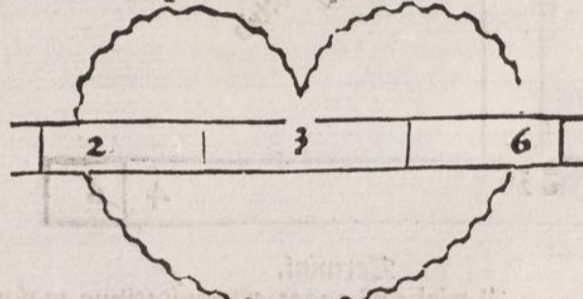
Duplex
Diapason.



In triplici quoqz dispositione simul diapente et diapason symphonia componitur: seruans sesquialteram et duplicem rationem. quod subiecta descriptio docet.

Sesquialtera.
Diapente.

Duplex
Diapason.

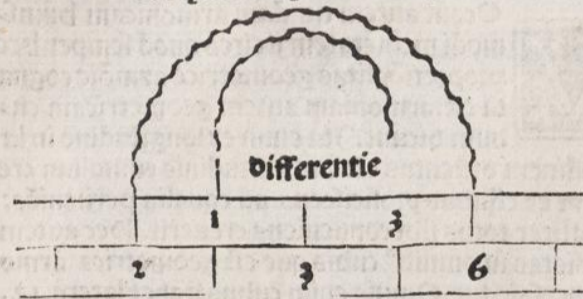


Triplex.

Diapente et diapason.

Et quoniam triplus duas continet consonantias diapente scilicet et diapason: in huius triplicis positione in differentis eadem rursus triplum reperiemus secundum subter descriptum modum.

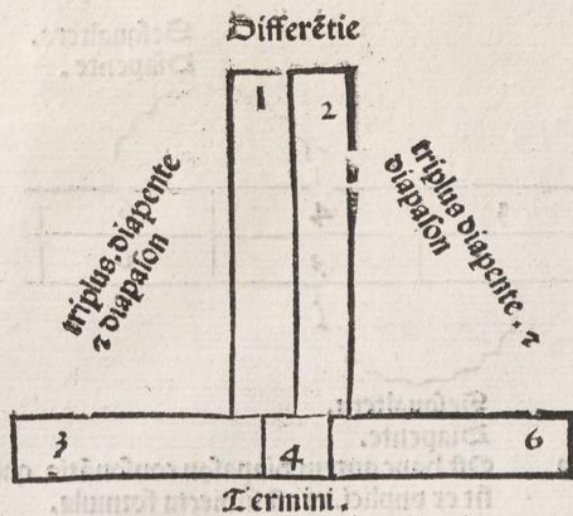
Triplus, diapente et diapason



Termini.

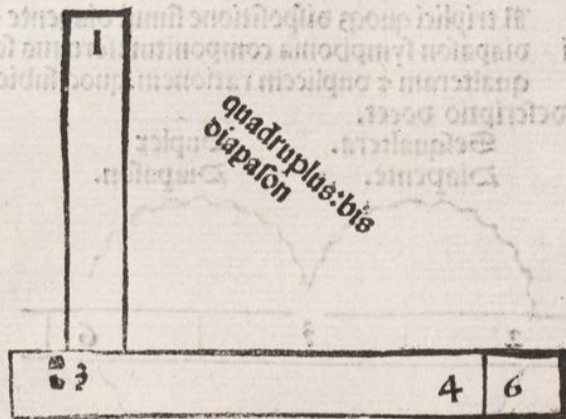
In dupla vero dispositione maior terminus ad medii termini contra se differentiam triplus est. et rursus minor terminus ad medii contra minorem terminum comparati differentiam triplus est.

Arithmetica



Illa autem maxima symphonia que vocat̃ bis diapason: velut bis duplum: quoniam diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic se iuncture armonice medietatis interfert. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suiq̃ differentia quadruplus inuenitur.

Differentia.



Termini.

In triplicib⁹ quoq̃ extremitatibus maior differentia ad minorem differētiā quadrupla est. ⁊ diapason bis symphoniā emittit. nāq̃ i dispositōe. 2. 3. 6. extremoz̃ differētia est: idest senarii ⁊ binarii. 4. minor vero differentia idest ternarii ⁊ binarii vnus. 4. autē vno quadrupla maior est relatione. que comparatio bis diapason consonantiam tenet.

De geometrica armonia. Capitulū. xlii

Vocant autem quidam armonicam huiusmodi medietatem iccirco quod semper hec proportionalitas geometrice armonie cognata est. armonicam autem geometricam cubum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinem distentus est ⁊ in altitudinis cumulum creuit: vt ex eqlibus proficiscens ad equalia perueniēs: equaliter totus sibi conueniens creuerit. Hec autem medietas in omnib⁹ cubis que est geometrica armonia perspicitur. Omnis enim cubus habet latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autem ordo ⁊ dispositio armonica est. Disponantur enim. 6. 8. 12. hic ergo queinadmodū est maior terminus ad paruiſsimā ita differentia maioris ⁊ mediū ad paruiſsimam comparatur. ⁊ Depensi namq̃. 12. ad sex dupli sunt. differentia vō. 12. ⁊ octonarii quaternarius est. octonari

vō ⁊ senarii duo. dupla autem rōne distabunt duob⁹ bus quatuor comparati. Rursus octonarius qui medietas est alia sua parte minorem precedit: ⁊ alia sua parte a maiore preceditur. eadem autem parte minoris minorem superat. qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in vnus redigantur ⁊ a medietate octonario multiplicentur: duplus erit ab eo numero quem sole extremitates multiplicare p fecerint. Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatessaron quidem ē octo ad sex quoniā proportio sesquitercia est. At diapente. 12. ad 8. quoniam ea que sesquialtera comparatio dicitur in ea diapente consonantia reperitur. Diapason vero que ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositio ne producit. Diapason vero ⁊ diapente que triplicis optinent rationem: fit ab extremitatum. differentia ad differentiam minorem. Namq̃ duodenarii ⁊ senarii sex differentia est. minor vero est differentia octonarii ⁊ senarii: idest. 2. dui senarius ad binarium triplus est: ⁊ diapason simul ⁊ diapente consonantia sonant. Illa vero maior consonantia que est bis diapason: que ex quadruplo fit in mediū termini idest octonarii: ⁊ eius differentie comparatione perspicif que inter octonarium senariumq̃ reperitur. Quare proprie atq̃ conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

Quemadmodum constitutis altrinfecus duob⁹ terminis: arithmetica ⁊ geometrica armonica inter eos medietas alternetur atq̃ de eoz̃ generationibus.

Capitulū. l.

Nos autem prestare debem⁹ quatenus que admodum dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus muscis mos est: vt medium foramē permutātes: atq̃ aliud aperientes aliud digitis occultentes diuersos emittant sonos. Vel cum duabus altrinfecus protensis cordis mediū nerui sonum muscis vel astringendo tenuat vel remittendo grauat: ita quoq̃ dat⁹ duob⁹ numeris nunc quidem arithmetica: nunc vero geometrica: nunc autem armonicam medietatem experiamur inserere. vt rectuz̃ propriuz̃q̃ medietatis nomen sit: quod manētib⁹ extremitatibus huc atq̃ illuc ferri permutariq̃ videatur. Potesimus autem hanc in duob⁹ altrinfecus positis terminis vel paribus vel imparibus permutare: ita vt cum arithmetica ponimus medietatem differentiarum tātum ratio equalitasq̃ seruetur. Cum vō geometricam: rata se proportium iunctura custodiat. Sin autem armonica fiat differentiarum comparatio ab terminorum proportione non discrepet. Et sint quide; p̃mo pares poste quedā extremitates: inter quas has oēs medietates oporteat internectere. 10. ⁊ 40. P̃mius igitur arithmetica medietas aptet. Inter hos ergo si. 25. posuero erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate inmutabiliter custodita. i. huiusmodi scilicet dispositōe. 10. 25. 40. Uides. n. vt quidene sese summule quantitate trāscendāt. Oēsq̃ proprietates quas supra dixim⁹ i medietate arithmetica conuenire: ab hac h̃mōi dispositōe non repies alienas. Namq̃ queadmodum vnusquisq̃ eorum termin⁹ ad seip̃m est: quoniā sibi equalis est: ita sunt ad se inuicē differētie: qm̃ sibi sunt equales. ⁊ quanto maior termin⁹ mediū trāsit: tātō medi⁹ vincit miorē. Et extremitatū aggregatio duplex est medietate. ⁊ minor terminorum proportio maior ē illa comparatōe q̃ inter maiores

ter maiores terminos continetur. Et tanto minor est numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quantum eorum differentie multiplicata restituunt. Illud quoque quod medietas eadem sui parte et a maiore vincitur et minore ipsam superuenit, non eadem autem parte minoris minorem transit: vel maioris a maiore relinquitur, que omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmetice medietatis sunt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitanter intelliget, rursus si inter eosdem, 10. et 40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatibus eandem exoritur: arithmetica medietate pereunte. In hac enim dispositione, 10. 20. 40. quemadmodum est maior ad medium: sic medium ad extremum. Et quod continetur ab extremitatibus equum est ei quod a multiplici medietate completur. Differentie quoque eorum in eadem sunt proportione qua termini. Crementum vero et imminutio proportionum secundum terminos nulla est: sed maiorum terminorum proportio a minorum terminorum proportione non discrepat. Si vero arithmetice medietatem coniungere velim, 16. mihi numerus inter extremitates utrasque ponendus est ut sit hoc modo, 10. 16. 40. Nunc igitur licet in huiusmodi dispositione omnes arithmetice proprietates agnoscere, qua enim maximus ad parvissimum terminus proportione coniugitur: eadem proportione differentie ad se invicem comparatur. Et quibus partibus maioris a maiore medius vincitur: eisdem partibus minoris preterit minor. Suis vero non eisdem vel a maiore vincitur, vel transit minorem. Et in maioribus terminis maior est proportio: in minoribus minor. Et si in unum extremitates redigantur: et medietatis quantitate concrevant: duplus inde conficitur numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatibus percreatur. Atque hoc quidem in terminis paribus constitutum est. At vero si impares proponantur ut sunt 5. et 4. aptatus medius, 2.5. arithmetice proportionem medietatemque constituit. Nam si sint, 5. 2.5. 4. eadem sese numerorum quantitate termini transgredientes: et omnis superius dicta proprietas arithmetice medietatis in his terminis custoditur. Sed si, 1. 5. numerum medium ponam ut sint, 1. 5. 4. in geometricam medietatem termini relabuntur: equalibus terminorum ad se invicem proportionibus custoditis. Mouem vero si inter utrosque terminos ponas: ut sint 5. 9. 4. fit arithmetice medietas: ut qua summa maximus numerus parvissimum precedit: eadem maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vero disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendum est. Datis duobus terminis: si arithmetice medietatem constituere oportebit: utraque est extremitas coniungenda quodque ex ea copulatione colligitur dividendum, usque numerus qui ex divisione redactus est arithmetice medietatem inter extremitates locatus efficiet, ut, 10. et 40. si iuxero: efficiunt 50. quos si dividam, 25. redduntur. Hic erit medius terminus secundum arithmetice proportionem. Vel si illum numerum quo maior minorem superat dividas: eumque minori superponas: quodque inde concreat medium ponas arithmetice medietas inordinatur. Nam, 40. denarium tricenarium superat, que si dividas, 15. sunt, hunc si minori id est denario superposueris, 20. et 5. nascuntur, quem si medium constituas arithmetice medietatis ordo formatur. Geometrica

vero si ratione vestiges: eius numeri qui sub utrisque extremitatibus continetur tetragonum latus inquit: et hunc medium pone. Nam sub, 40. et denario numero, 400. continentur. Si enim denarium in, 40. multiplices: hic numerus crescit. Horum igitur quadrangulorum require tetragonum latus, hi sunt, 20. Vices enim, 20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum medium constitues. Vel si eam proportionem quam inter se dati termini custodiunt dividas: et id quod relinquetur medium terminum ponas. Namque, 40. ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si dividas duplum facies: qui est scilicet, 20. Nam, 20. ad denarium duplus est, hunc si medium constituas: medietatem geometricam perferet Arithmetice vero medietate: tali modo reperies, differentiam terminorum in minorem terminum multiplicata et post iunge terminos, et iuxta eum qui inde confectus est committe illum numerum qui ex differentia et termino minore productus est. Cuius cum latitudinem inueneris: addas eam minori termino: et quod inde colligitur medium terminum ponas, 10. enim, 2. et 40. sunt 50. Differentia autem inter, 10. et 40. 30. sunt, quem si multiplicas in denarium: id est in minorem: decies, 30. oportet, 300. efficias. Quos, 300. iuxta eum committe qui ex iunctis utrisque confectus est: id est iuxta, 50. facient, enim quinquagesimos et inuenitur latitudo senarius. Hunc igitur si minori termino addas faciet 16. et hic numerus medius constitutus inter, 10. et 40. arithmetice proportionem medietatemque seruabit.

De tribus medietatibus que arithmetice et geometricae contrarie sunt.

Capitulum. li.

E quidem sunt apud antiquiores inuenite per batesque medietates, quas iccirco longius enodatusque tractauimus: quod he maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: et ad omnem pene vim cognitionis eorum versatur utilitas. Ceteras autem pretereundo transcurramus: iccirco quod non multum nobis in lectionibus profunt, sed tantum ad implendam denarii numeri quantitatem. Que ne lateant ne ve sint aliquibus ignorate deprimimus. Videntur enim he supradictis medietatibus esse contrarie ex quibus originem trahunt. Ex his enim etiam iste sunt constitute. Et autem quarta medietas que opposita videtur arithmetice: in quatuor terminis positus: quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum: sic differentia minorum ad differentiam maximorum. Ut sunt, 3. 5. 6. sex ad ternarium duplus, et sunt minores, 5. et 3. maximi vero huius dispositionis, 6. et 5. Differentia vero minorum quinarium scilicet et ternarium, 2. sunt maiorum quinarium et senarium, 1. qui 2. ad unum comparati duplum faciunt. Ergo quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum sic minorum terminorum differentia est ad differentiam maximorum. Liquet autem opposita et quodammodo contrariam esse hanc medietatem arithmetice medietati: iccirco: quod in illa quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum: sic maiorum terminorum differentia ad differentiam minorum. Hic autem e contrario. Est autem proprium huius medietatis: quoniam quod continetur sub maximo termino et medio: duplum est eo quod continetur sub medio atque parvissimo. Series enim quinq. 30. sunt: quinq. vero tres, 15. Due vero alie medietates quinta scilicet et sexta geometricae medietati contrarie sunt: et eidem videntur

Arithmetica

tur oppositae. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quemadmodum est medius terminus ad minorem terminum: ita eorum differentia ad differentiam medii atque maioris. Nam in hac dispositione .2.4.8. quaternarius ad binarium duplus est. sed inter quaternarium et binarium duo sunt: inter quaternarium vero et maiorem terminum id est quinque .1. et duo ad unum dupli sunt. Contrarium autem geometricae medietati in hac proportione est: quod in illa quemadmodum maior terminus ad minorem esset: sic maiorum differentia ad differentiam minorum. haec vero contraria quemadmodum minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorum ad maiorum differentiam comparatur. Est autem proprium in hac quoque dispositione quod illud quod continetur sub maiore termino et medietate duplum est eo quod sub utrisque extremitatibus continetur. Nam quinquies quattuor sunt. 20. quinquies vero .2. sunt. 10. et 20. denari duplus est. Sexta vero medietas est quando tribus terminis constitutis quemadmodum est maior terminus ad medium: sic minorum terminorum differentia maximorum. In dispositione enim que est .1.4.6. maximus terminus ad medium sesquialter est. differentia vero minorum id est unius .2.4. ternarius est: maiorum vero id est quaternarii et senarii binarius. Ternarius autem binario comparatus sesquialteram habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo haec quoque medietas geometricae contraria est quemadmodum et quinta: propter proportionem differentiarum a minoribus ad maiores terminos conuersam.

De quatuor medietatibus quas posterius ad implendum denarium limitem adiecerunt.

Capitulum .lii.



Este quidem sunt sex medietates quarum tres a pythagora usque ad platonem aristotelemque manserunt. Post vero qui insecti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentariis addidere. Sequens autem etas quemadmodum diximus ad plenam denariam quantitatem alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Has igitur nos quam possumus breuissime disponamus. Prima enim que est earum in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad ultimum: sic maximi et paruissimi termini differentia ad minorum differentiam terminorum. ut in hac dispositione .6.8.9. nouenarius igitur ad senarium sesquialter est. quorum est differentia ternarius. Minorum vero terminorum: id est octonarii et senarii binarius differentia est qui ad superiorem ternarius comparatus facit sesquialteram proportionem. Secunda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quemadmodum sunt extremitates ad se inuicem comparate: sic eorum differentia ad maiorum terminorum differentiam. ut sunt .6.7. Nouem igitur ad .6. sesquialter est. et eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: id est septenarii et nouenarii quaternarius est: reddit sesquialteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor. nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad paruissimum custodit: eam retinet extremorum differentia ad mino-

rum differentiam comparata. ut .4.6.7. Steniz. 6. ad .4. sesquialter est. quorum est differentia binarius. septenarii vero et quaternarii ternarius differentia est quem si ad superiorem binarium comparemus sesquialtera proportione coniungitur. Quarta vero que in ordine decima est consideratur in tribus terminis: cuius tali proportione medius terminus ad paruissimum comparatur: quali extremorum differentia contra maiorum terminorum differentiam proportione coniungitur. ut sunt tres quinq; octo. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbiparties est. Extremorum vero differentia octonarii scilicet et ternarii quaternarius. qui comparatus contra maiorum terminorum differentiam scilicet quaternarii et octonarii quaternarius est: et ipse quoque superbiparties inuenitur.

Dispositio decem medietatum. Capitulum .liii.

Isponamus igitur cunctas medietates in ordinem: ut cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

Arithmetica	Prima	1	2	3	
Geometrica	Secunda	1	2	4	1
Armonica	Tertia	3	4	6	1
contraria armonice	Quarta	3	5	6	1
contraria geome.	Quinta	2	4	5	1
contraria geome.	Sexta	1	4	6	1
inter .4. prima	Septima	6	8	9	1
inter .4. secunda	Octaua	6	7	9	1
inter .4. tertia	Nonna	4	6	7	1
inter .4. quarta	Decima	3	5	8	1

De maxima et perfecta symphonia que tribus distenditur interuallis. Capitulum .liiii.



Restat ergo de maxima perfecta quoque armonia differere. que tribus interuallis constituta magnam viam obtinet in musici modulaminis temperamento: et in speculatione naturalium questionum. Stenim perfectius huiusmodi medietate nihil poterit inueniri: que tribus interuallis producta perfectissimi corporis naturam substantiamque sortita est. Hoc enim modo cubum quoque trina dimensione crassatum: plenam armoniam esse monstrauimus. Haec autem huiusmodi inuenietur: si duobus terminis constitutis: qui ipsi tribus creuerit interuallis longitudine: latitudine: et profunditate: duo huiusmodi termini medii fuerit constituti: et ipsi tribus interuallis notati. qui vel ab equalibus per eque equaliter sint producti: vel ab inequalibus ad inequalia eque: vel ab inequalibus ad eque equaliter vel quolibet alio modo atque ita cum armonicam proportionem custodiant: alio tamen modo comparati faciant arithmetica medietate: his quoque geometrica medietas que inter utraque versat deesse non possit. In quatuor enim terminis si fuerit quatuor admodum primus ad tertium. sic secundus ad quartum: proportionum ratione. scilicet custodita: geometrica medietas explicatur. Et quod continetur sub extremitatibus equum erit ei quod sub utraque medietate ad se inuicem multiplicata conficitur. Rursus si maximus quatuor terminorum numerus ad eum qui sibi propinquus est tale habeat differentiam quale: id est ipse maximo propinquus ad paruissimum huiusmodi proportio in arithmetica consideratione proponitur. Et extremorum coniunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter quatuor quatuor est tertius terminus equa parte quarti quartum terminus superet: et equa primi a primo superet: armonica huiusmodi proportio medietas perspicitur: Et quod continetur

