

Arithmetica

Incipiunt duo libri de Arithmetica amitij manlii se
uerini Boetii viri clarissimi et illustrissimi excōsulis:
ordinarii patricii ad patricium simmacum.



M dādis accipiendisq; munerib; ita recte officia p̄cipue ster eos q; se se magni faciūt estimātur si liquido cōstabit nec ab hoc aliō qd libe rali afferret inuētu; nec ab illo vñqz qd iō cōdius beniuolentia cō plecteret acceptū. Hec ipse 2siderās. attuli nō ignaua opuz pondera qbus ad facin' nibil in structius est. cū haben di sitis incāduit. ad meritū nibil vili' cū ea sibi victor anim' calcata subiecit: sed ea q; ex grecarū opulentia litteraz et in rōane ōronis thesau; sumpta 2merim'. Ita n. mei quoqz opis mibi rō 2stabit: si q; ex sapientie doctrinis elicui. sapientissimi iudicio cōprobent. vi des igit; vt tā magni laboris effect' tuū tm expectet etamē: nec i aures pdire publicas nisi docte sētērie a stipulatiōe nitat. In quo nibil mirū videri dz: cu; id op' qd sapiētie iuēta psequit: nō aucto; h; alieō incubit arbitrio. Suis q; pppe instrumētis res rōnis expē ditur: cū iudiciū cogit subire prudētis: Sz huic mus nusculo: non eadē q; ceteris līminēt artib; munimēta 2stituo. Meqz. n. fere vlla sic cūctis absoluta ptib; nul lius indiga suis tm ē sciētia nira p̄fidiis: vt nō cetera ruz quoqz artiū adiūmēta desideret. Nā in effigiādis marmore statuis: ali' excidēde molis labor ē: alia for māde iaginis rō: nec eiusdē artificis man' politi opis nitor expectat. Ac picture manib; tabule cōmisse fas broz. cere rustica obseruatōe dcepit: coloz. fuci mer catorz solertia p̄quisiti: linta opis elaborata textris multiplicē mām p̄stant. Nōne idē quoqz i belloz visit instrumētis. Hic spicula sagittis eracuit: illi vali dus thorax nigra gemit scude. Ast ali' crudi vmbōis tegmina p̄prii laboris orbi infigēda mercat: tā mults artib; ars vna p̄ficit. Ast nr̄i laboris absolutio lōge ad faciliorē currit euētu. Tu n. sol' manū supmo opis spones: in quo nibil de decernētiū necesse ē laborare 2sēsu. Quālibet. n. hoc iudiciū mults artib; p̄bet ex cultū vno th cumulaē etamē. Expiare igit; lz quātū nobis in hoc studio lōgis tractus oīis labor adiecerit. An rex subtiliū fugas exercitate mētis velocitas cō prehēdat: vtrū ieune macies ōronis ad ea q; sūt caligātib; ipedita sentētiis expediēda sufficiat. Qua i re mibi aliēi quoqz iudiciū lucra 2runf. Lū tu vtrarūqz p̄tissim' litteraz possis graie ōronis exptib; quātū de nobis iudicare audeāt: sola tm p̄nūciatiōe p̄scribere. At nō alteri' obnorius iſtitut̄ arctissima memet ipē trāslatiōis lege 2stringo: sed paululū liberī' euā gatus alieno itineri. nō vestigis iſtisto. Nā et ea q; de numeris a nicomacho diffusius disputata sūt: mode rata breuitate collegi. Et q; trāscursa veloci' angustio rem intelligentie p̄stabāt aditū: mediocri adiectiōe reseraui. vt aliqui ad euidētiā rex nr̄is ēt formulis ac descriptionib; vteremur. Qd nobis 2tis vigiliis ac sudore 2stiterit facile sobri' lector agnoscat. Lū igit; q; tuor matheseos disciplinarū de arithmeticā q; ē pri ma p̄scriberē: tu tm dign' eo mūere videbare eoqz magis i enarrato op' eē stelligebā. Nā et si apud te fa

cilis venire locus eēt: aliquādo tñ ipsam formidaba facilitatē suspecta securitas. Arbitabar enī nihil tāte reuerentie oblatū iri oportere: qd nō elaboratū. īgenio: pfectū studio: dignū postremo tāto ocio videtur. Mō igit; ambigo quin p tua in me beniuolentia supuacua reſees: biantia suppleas errata rep̄hēdas cōmode dicta mira al' alacritate suscipias. Que res i pulit pigrā 2silii morā. Mimios. n. mibi fructus placi tura restituent. Noni q; pppe quāto studiosi' noſtra 2ceteroz bōa diligamus. Recte ergo q; si aureos cereri culmos et maturos bacho palinites: sic ad te rudimēta noui opis trāsimisi. Tu tm paterna gratia nostrū puebas inun'. ita et labor̄ mei p̄mitias doctissimo iudicio cūsecrabis: et non maiore censebitur auctor me rito q; probator.

Incipiunt capitula primi libri.

'Drohemū in quo diuisiones mathematicae . cap. 1.	
De substantia numeri. cap. 2.	
Difinitio et diuisione numeri et difinitio paris. et imparis. cap. 3.	
Difinitio numeri paris et imparis secundū pitthagoram. cap. 4.	
Alia scdm antiquē modū diuisione par̄ et spars̄. ca. 5.	
Difinitio paris et imparis per alterutrum. cap. 6.	
De principalitate vnitatis. cap. 7.	
Diuisione paris numeri. cap. 8.	
De numero pariter pari eiusq; p̄prietatibus. cap. 9.	
De numero pariter spari eiusq; p̄prietatibus. La. 10.	
De numero impariter pari: eiusq; p̄prietatibus de que eius ad pariter parem et pariter imparem cognatione. cap. 11.	
Descriptiones ad impariter paris naturam pertinetis expositio. cap. 12.	
De numero impari eiusq; diuisione. cap. 13.	
De primo et incomposito. cap. 14.	
De secundo et composito. cap. 15.	
De eo qui per se secundus et compositus: ad aliū prius et incompositus est. cap. 16.	
De primi et incompositi: et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi ad alterum vero primi et incompositi procreatione. cap. 17.	
De inuētione eoz numeroz qui ad se secundi et compositi sūt: ad alios vō relati primi et incompositi. cap. 18.	
Alia partitio paris scdm perfectos impefectos et ultra q; perfectos. cap. 19.	
De generatione numeri perfecti. cap. 20.	
De relata ad aliquid quantitate. cap. 21.	
De specieb; maioris inequalitat̄ et minoris. cap. 22.	
De multiplico eiusq; speciebus earumq; generatio nibus. cap. 23.	
De suppaticulari eiusq; speciebus earumq; genera tionibus. cap. 24.	
De quadam vtili ad cognitionem super particulari bus accidente. cap. 25.	
Descriptio p; quā doceſt ceteris inequalitat̄ species bus antiquiorē esse multiplice. cap. 26.	
Ratio atqz expositio digeste formule. cap. 27.	
De tertia inequalitat̄ specie que dicitur suppaticies deqz eius speciebus earūq; generatiōibus .cap. 28.	
De multiplico suppaticulari. cap. 29.	
De eorum exemplis id superiori formula inueniens dis. cap. 30.	
De multiplico suppaticiente. cap. 31.	
Demonstratio quemadmodū omnis inequalitas ab equalitate processerit cap. 32.	

Arithmetica

Prohemia in quo divisio mathematicae. Capitulum i.



Inter omnes priscos auctoritatis viros: qui pythagora duce priore ratione viguerunt: constare manifestum est haud quæquam in philosophie disciplinis ad cumulum perfecti òis euadere: nisi cuius prudentie nobilitas quodam quasi quadrivio vestigatur. Quod recte solertiam intuentes non latebit. Est enim sapientia rerum que sunt sui ipsius immutabilem substantiam sortiuntur comprehensio veritatis. Esse autem illa dicimus que nec intentio crescent: nec retractio ne minnuntur: nec variationibus permuntantur: sed in propria semper visu se nature subsidiis nira custodiunt. Hec autem sunt qualitates. quantitates: forme magnitudines. paruitates: equalitates: habitudines actus dispositiones: loca: tempora: et quicquid ad unum quodammodo corporibus inuenitur. Que ipse quidem natura incorporea sunt et immutabilis substantie ratione vigentia: participatio vero corporis permuntantur: et tactu variabilis rei in vertibilem in constantiam transeunt. Hec igitur quoniam ut dictum est natura immutabilem substantiam vires sortita sunt: vere proprietas esse dicuntur. Horum igitur id est que sunt proprie: queque suo nomine essentie nominantur: scientiam sapientia proficitur. Essentiae autem gemine partes sunt: una continua et suis partibus iuncta: nec ulla finibus distributa: ut est arbor: lapis: et omnia mundi huius corpora: que proprie magnitudines appellantur. alia vero disiuncta a se et determinata partibus et quasi aceruatim in unum redacta concilium: ut grecus: populus: chorus: aceruus et quicquid quorum partes propriis extremitatibus terminantur. et ab alterius fine discrete sunt. His proprium nomen est multitudine. Rursus multitudinis alia sunt per se ut tres vel quatuor. vel tetragonus: vel quilibet numerus qui ut sit nullo indiget. Alia vero per se ipsa non constant: sed ad quiddam aliud referuntur: ut duplex. ut dimidium: ut sesqualterum: vel sesquiterium et quicquid tale est: quod nisi relatum sit ad aliud: ipsum esse non possit. Magnitudinis vero alia sunt manentia motus carentia: alia vero que mobili semper rotatione vertuntur: nec ulla temporibus acquiescent. Horum ergo illam multitudinem que per se est: arithmeticus speculatur integritas. Illam vero que ad aliquid musici modulaminis temperamenta pernoscent. Immobilis vero magnitudinis geometrica noticiam pollicetur. Mobilis scientiam astronomice discipline peritia vendicavit. Quibus quatuor partibus si careat inquisitor: verum inuenire non possit: ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est. Est enim sapientia earum rerum que vere sunt: cognitione et integra comprehensio. Quod hec qui spernit: id est has semitas sapientie. ei denuncio non recte philosophandum. Siquidem philosophia est amor sapientie: quam in his spernendis ante contempserit. Illud quoque addendum arbitror quod cuncta vis multitudinis ab uno progressa termino: ad

infinita progressionis augmenta concrescit. magnitudo vero a finita inchoans quantitate modum in divisione non recipit. Infinitissimas enim sui corporis suscipit sectiones. Hanc igitur nature infinitatem in determinatas potentiam philosophia sponte repudiat. Nihil enim quod infinitum est: vel scientia potest colligi vel mente comprehendendi. Sed his summis sibi ipsa ratio: in quibus posset indagatricem veritatis exercere solertiam. Diligit enim de infinite multitudinis pluralitate finite terminum quantitatis: et interminabilis magnitudinis sectione rejecta definita sibi ad cognitionem spacia depositum. Constat igitur quisquis hec pretermiserit. omnem philosophie perdidisse doctrinam. Hoc igitur illud quadriuum est quo bis viandum sit quibus excellentior animus a nobis cum procreatis sensibus ad intelligentie certiora perducitur. Sunt enim quidam gradus certeque progressionum dimensiones: quibus ascendi progredi posse: ut animi illum oculum: qui (ut ait plato) multis oculis corporalibus saluari constitutas sit dignior: quod eo solo lumine vestigari vel inspici veritas queat. Huc inquam oculum demersum orbatumque corporeis sensibus he discipline rursum illuminent. Que igitur ex his prima discenda est: nisi ea que principium matris quodammodo ad ceteras obtinet portionem. hec est autem arithmeticus. Hec enim cunctis prior est non modo quod hanc ille huius mundane molis conditor deus primam sue habuit ratiocinationis exemplar: et ad hanc cuncta constituit quecumque fabricate ratione per numeros assignati ordinis inuenere concordiam: sed hoc quoque prior arithmeticus declaratur quod quecumque natura priora sunt: his sublati simul posteriora tolluntur. Quod si posteriora pereant: nihil de statu prioris substantie permutatur. ut animal prius est homine. Nam si tollas animal statim quoque hominis natura deleta sit. Si hominem sustuleris: animal non peribit. Et econtrario ea semper posteriora sunt que secum aliud quodlibet inferunt: ea priora que cum dicta sunt nihil secum de posterioribus transibunt: ut eodez in quoque homine. Nam si hominem dixeris: simul quoque animal nominabis. Idem est enim homo quod animal. Si animal dixeris non speciem simul hominis intulisti. Non enim id est animal quod homo. Hoc ideo in geometrica vel in arithmeticus videtur incurrere. Si enim numeros tollas: unde triangulum vel quadratum vel quicquid in geometrica versatur: que omnia numerorum denominativa sunt. At vero si quadratum triangulumque sustuleris: omnesque geometrica consumpta sit tres: et quatuor aliorumque numeroz non peribunt vocabula. Rursum cum aliqua geometrica formaz dixeris: est illi simul numerorum non men implicitus. Cum numeros dixeris nondum ullam formam geometricam nominaui. Musica vero quae prior sit numerorum vis. hinc maxime probari potest quod non modo illa natura priora sunt que per se constant: quam illa que ad aliquid referuntur: sed etiam ea ipsa musica modulatio numerorum nominibus annotatur. Et ideo in hac euere potest: quod in geometrica predictum est. Diatessaron enim et diapente: et diapason: ab antecedentis numeri nominibus nuncupantur. Ipsorum quoque sonorum aduersus se proportionem: solis neque aliis numeris inuenitur. Qui enim sonus in diapason symphonia est: idem duplicitis numeri proportione colligitur. Que diatessaron est modulatio epitrita collatione componitur. Quam diapente symphoniam

Arithmetica

2

symphoniam vocant: hemiola medietate coniungit. Qui in numeris epogdous est. idem tonus in musica. Et ne singula persequi laborem huius operis sequentia quanto prior sit arithmetica sine illa dubitatio monstrabunt. Sphericam vero atque astronomicam tanto precedit. quanto due relique discipline haec tertiam natura precedunt. In astronomica enim circuli sphaera: centrum: parallelogrami circuli mediisque axis est que omnia geometricae discipline cura sunt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniorem geometricae vim quod omnis motus est post quietem: et natura semper statio prior est. Mobilium vero astronomia immobilium geometrica doctrina est: vel quod armonis modulationibus motus ipse celebratur astrorum. Quare constat quoque musicæ vim astrorum cursus antiquitate precedere: quam superare natura arithmeticam dubium non est: cum prioribus quam illa est antiquior videatur. Proprie tamen ipsa numero rum natura omnis astrorum cursus. omnisque astronomica ratio constituta est. Sic enim ortus occasusque colligimus: sic tarditates velocitatesque errantium siderum custodimus: sic defectus et multiplices lue variationes agnoscimus. Quare quoniam prior ut claudit arithmetice vis est: hinc disputationis sumam exordium.

De substantia numeri. Capitulum. ii.

Omnia quecumque a prima rerum natura constructa sunt. numerorum videntur ratione formata. Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar. Hinc enim quatuor elementorum multitudo mutuata est: hinc temporum vices: hinc motus astrorum celorum conuersio. Que cum ita sint cumque omnium status: numerorum colligatione fungatur: eum quoque numerum necesse est in propria semper sese habentem equaliter substantia permanere: cuicunque compositionem non ex diuersis: Quid enim numeri substantia coniungeret: cum ipsius exemplum cuncta iunxit: sed ex seipso videtur esse compositus. Porro autem nihil ex similibus componi videtur: nec ex his que nulla rationis proportio iunguntur: et a se omni substantia naturaque discreta sunt. Constat ergo quoniam cōiunctus est numerus: neque ex similibus esse coniunctus neque ex his que ad se inuicem nulla ratio proportionis haberent. Erunt ergo numeros prima que coniungant: ad substantiam quidem que constent: semperque permaneant. Neque enim ex non existentibus effici quicquam potest: et sunt ipsa dissimilia et potentia componendi. Hec autem sunt quibus numerus constat par atque impar. Que diuina quadam potentia cum disparia sunt contraria: tamen ex una genitura profluunt: et in unam compositionem modulacionesque iunguntur.

De diffinitione et divisione numeri et diffinitio paris et impares.

Cap. iii.

Primum quid sit numerus diffiniendum est. Numerus est unitatum collectio: vel quantitatis acerius ex unitatibus profusus. Huius igitur prima divisione est: in parem atque parem. Et par quidem est: qui potest in equalia duo dividiri uno medio non intercedente: par vero quem nullus in equalia dividit quin in medio predictus unus intercidat. Et hec quidem huiusmodi diffinitio vulgaris est et nota.

Diffinitio numeri paris et unparis secundum pythagoram.

Capitulum. iv.

Vla autem secundum pythagoricam disciplinam talis est. Par numerus est qui sub eadem divisione potest in maxima parvissima magis dividiri: maxima spacio: parvissima quantitate: secundum duorum istorum generum contrarias passiones. Impar vero numerus est: cui hoc quidem accidere non potest: sed cuius in duas inequaes summas naturalis est sectio. Hoc est autem exemplar. ut si quilibet datus par numerus dividatur: maior quidem quantus ad divisionis spacia pertinet: non inuenietur quaque discreta medietas: quantitate vero nulla minor sit: quaque in gemina facta partitione: ut si par numerus qui est. 8. dividatur in. 4. atque alios. 4. nulla erit alia divisione que maiores partes efficiat. Porro autem nulla erit alia divisione que totum numerum minore dividat quantitate. In duas enim partes divisione nihil minus est. Cum enim totum quis fuerit trina divisione partitus: spaci quidem summa minutitur: sed numerus divisionis augetur. Quod autem dictum est secundum duorum generum contrarias passiones huiusmodi est. Predicuum enim quantitatem in infinitas pluralitates accrescere spatia vero i. magnitudines in infinitissimas minui partites: atque ideo hic contra evenit hec namque paris divisionis spacio est maxima parvissima quantitate.

Alia secundum antiquorem modum divisione paris et impares

Capitulum. v.

Secundum antiquorem vero modum alia est paris numeri definitio. Par numerus est qui in duo equalia: et in duo inequalia partitionem recipit. sed ut in neutra divisione vel imparitati paritas: vel paritati imparitas misceatur: preter solus paritatis principes binarium numerum qui inequalem non recipit sectionem: propterea quod ex duabus unitatibus constat et ex prima duorum quodammodo paritate. Quod autem dico tale est. Si enim ponatur par numerus: potest in duo equalia dividiri: ut denarius dividitur in quinos: porro autem et per inequalia ut idem denarius in. 3. et in. 7. Sed hoc modo ut cum una pars fuerit divisionis par: alia quoque par inueniatur: et si una impar: reliqua ab eius imparitate non discrepet. ut si eodem numero qui est denarius. Cum enim divisius est in quinos: vel cum. in. 3. et in. 7. ut tres in tria portione partes impares extiterint. Si autem ipse vel aliis numeris par dividatur in equalia: ut octonarius in. 4. et in. 4. et item per inequalia ut idem octonarius in. 5. et in. 3. in illa quidem divisione ut tres in tria portiones pares facie sunt: in hac ut tres in tria portiones impares extiterint. Neque unquam fieri potest: ut cum una pars divisionis par fuerit: alia impar inueniri queat. aut: cum una sit par: alia par possit intelligi. Impar vero numerus est qui ad qualibet illam divisionem per inequalia semper dividit: ut utrasque species numeri semper ostendat: nec unquam altera sine altera sit: sed una pars paritati: imparitati alia deputatur. ut. 7. si divididas in. 3. et in. 4. altera portio par: altera impar est. Et hoc idem in cunctis paribus numeris inuenitur. Neque unquam in imparis divisione preter se esse possunt be gemine species que naturaliter vim numeri substantiamque cōponunt.

Diffinitio paris et unparis per alterutrum

Capitulum. vi.

a 2

Arithmetica

Quod si hec etia*z* per alterutras species de finienda sunt: dicetur imparem numerum esse qui vnitate differt a pari: vel incremēto: vel diminutione. Item par numerus ē qui vnitate differt ab impari vel incremēto vel diminutione. Si enim pari vnum dēmperis vel vnum adieceris: et impar efficitur: vel si impar idem feceris: par continuo procreatur.

Con principialitate vnitatis. *Lap. vii.*

Conis quoq*z* numerus circum se positoruz et naturali sibimet dispositione iunctorum medietas est. Et qui super duos illos sunt qui medio iunguntur si componantur: et ipsorum supradictus numerus media portio est: et rursus illorum qui sunt super secundo loco iunctos cum ipsi quoq*z* sint compositi prior his numerus medietatis loco est: et hoc erit usq*z* dum occurres vnitatis terminum fecerit. Ut si ponat quis quinariuz numerum altrinsecus circa ipsum sunt supra. 4. in se riū sex. Hic ergo si iuncti sunt: faciunt. 10. quorum. 5. numerus medietas est. Qui autem circa ipsos idest circa. 6. et 4. sunt. 3. scilicet et 7. idem si iuncti sunt eo rūm quinarius numerus medietas est. Rursus istoz qui altrinsecus positi sunt si iungantur etiam hi qui quinarii numeri dupli sunt. Nam super. 3. sunt. 2. sup. 7. sunt. 8. Hic ergo si iuncti sunt faciunt. 10. quorum quinarius rursus medietas est. Hoc idem in omnib*z* numeris euēnit: usq*z* dum ad vnitatis terminum perueniri queat. Sola enim vnitatis circum se duos terminos non habet: atq*z* ideo eius qui est prope se soli*z* est medietas. Nam iuxta vnum solus est binarius naturaliter constitutus cuius vnitatis media ps est. Quare constat primam esse vnitatem cunctorum qui sunt in naturali dispositione numerorum et eam rite toti*z* quamvis prolixe genitricem pluralitatis agnoscit.

Con divisio paris numeri. *Laplin. viii.*

Paris autem numeri species sunt. 3. Est. n. vna que dicitur pariter par: alia vero pariter impar. tertia impariter par. Et contraria quidem: locaque optinentia summatum videntur esse pariter par: et pariter impar. Medietas autem quedam que vtrorūq*z* participat est numerus qui vocatur impariter par.

Con numero pariter pari eiusq*z* proprietatibus. *Lapitulum. ix.*

Ariter par numerus est. qui potest in duo paria diuidi: eiusq*z* ps in alia duo paria partisq*z* pars in alia duo paria: vt hoc totiens fiat: usq*z* dum divisio partium ad in diuisibilem naturaliter perueniat vnitates. Ut. 64. numerus habet medietatem. 32. hic autem medietatem. 16. hic vero. 8. hunc quoq*z* quaternarius in equa parti*z*. qui binarii dupl*z* est: sed binari*z* vnitatis medietate dividitur: que vnitatis naturaliter singularis non recipit sectionez. Hic numero videtur accidere vt quecunq*z* eius fuerit pars cum nomine ipso vocabuloq*z* pariter par inueniatur: tum et quantitate. Sed ideo mihi videtur hic numerus pariter par vocatus: quod eius omnes partes et nomine et quantitate pares pariter inueniantur. Quomodo autem et nomine et quantitate pares habeat partes hic numerus post dicemus. Horum autem generatio talis est. Ab uno enim quoescunq*z* in duplice proportionē notaueris: semper pares pariter procreantur. Preter hanc autem generationem vt nascantur ali-

ter impossibile est. Huius autem rei tale videtur per ordinem descriptionis exemplum. Sintq*z* cuncti dulices ab uno. i. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. Hic. atq*z* hinc si fiat infinita progressio: tales cūctos inuenies. factiq*z* sunt ab uno in duplice proportionē: et omnes sunt pariter pares. Illud autem non minima condescensione dignū est: quod eius omnis pars ab una parte quacunq*z* que intra ipsum numeruz est denominatur: tantamq*z* summag*z* quantitatis includit: quota pars est alter numerus pariter paris illius qui cum continet qntitatis. Itaq*z* fit vt sibi partes ipse respondeant: vt quota pars una est tantam habeat altera quantitatē: et quota pars ista est: tantam in priore summag*z* necesse sit multitudinis inueniri. Et primum fit si pares fuerint dispositiones: vt due medie partes sibi respondeant. post vero que sup ipsas sunt sibi inuicem conuertantur: atq*z* hoc idem fiat donec vterq*z* terminus extremitates incurrat. Pōatur ens pariter paris ordo ab uno usq*z*. 128. hoc modo. i. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. et ea sit summa maxima. In hoc igitur quoniam pares dispositiones sunt: una medietas non potest inueniri. Sunt igitur due: idest. 8. et 16. q*z* considerande sunt quemadmodum ipse sibi respondeant. Et otius enim summe idest. 128. octava pars ē. 16. sextadecima. 8. Rursus super has partes que sunt ipse sibi inuicem respondebunt: idest. 32. et 4. Nam 32. quarta ps ē totius summe. 4. vo trigesimasecunda Rursus super has ptes. 64. secunda pars ē. 2. vo sera gesima quarta. Donec extremitates limitem faciat: quas dubiu*nō* ē eadē respōde gaudere. Et ens oīs summa semel. 128. vn^o vo centesim⁹ vigesimus octau⁹. Si autem impares terminos ponamus idest summas idem enim terminos quod summas nomio: secundū imparis naturam potest una medietas inueniri: atq*z* una sibi ipsa est responsura. Si. n. ponatur hic ordo. i. 2. 4. 8. 16. 32. 64. una erit sola medietas idest. 8. q*z* 8. summe totius ps est octaua et sibi ipsi ad denominationem. quantitatēq*z* conuertitur. Eodem modo sicut superius circa ipsum qui sunt termini: donant si bi mutua nomina secundum proprias quātitates vocabulūq*z* permuntant. Nam. 4. sextadecima pars est totius summe. 16. vero quarta. Et rursus super hos terminos. 32. secunda pars est totius summe. 2. vero trigesima secunda: et semel tota summa. 64. sunt: sexagesimaquarta vero vnitatis inuenitur. Hoc igitur est quod dictum est: omnes eius partes et nomine et quantitate pariter pares inueniuntur. Hoc quoq*z* multa consideratione: multaq*z* constantia diuinitatis perfectum est: vt ordinatim disposite minores summe in hoc numero et super seipslas coaceruate: sequenti minus uno semper equentur. Si enim vnum iungas bis qui sequuntur duobus: sunt. 3. idest qui uno minus quaternario cadunt. Et si superioribus addas 4. sunt. 7. qui ab octonario sequente sola vnitate vniuntur. Sed si eosdem. 8. supradictis adiungeris. 15. sient. qui par. 16. numeri existeret quantitati. nisi minor vnitatis spediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies seruat atq*z* custodit. Namq*z* vnitatis que prima est: duobus subsequentibus sola est vnitate contractior: vnde nihil mirum est: totum summe crementum proprio consentire principio. Hec autem nobis consideratio maxime proderit in his numeris cognoscendis quos superfluos vel imminutos imperfectos monstrabimus. Illic enim coaceruata quantitas partium numeri totius termino comparatur. Illud quoq*z*

Arithmetica

quoq; nū la possumus obliuione transmittere: quod in hoc numero respondentibus sibi inuicem partib; multiplicatis: maior extremitas eiusdēz numeri summaq; conficitur. Et priūnum si pares fuerint dispositiones medii multiplicantur: atq; inde qui super ipsos sunt: vsq; ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones: secundum naturam patris duos in medio terminos continebūt: vt in ea. dispositione numerorum in qua extremus terminus. 128. finitur. In hoc enim numero medietates sunt. 8. scilicet 2. 16. que in se multiplicate: maior; summā crescente pluralitate confident. Octies enim. 16. vel sedicies. 8. si multiplices. 128. summa concrescit. Atq; hi numeri qui super eosdem sunt si multiplicētur idē faciunt. Nam. 4. 2. 32. in se si multiplices: supradictā facient extremitatem. 4. enim trigies: 2 bis: vel quater. 32. ducti. 128. immutabili necessitate complebunt. Atq; hoc vsq; ad extremos terminos cadit: idēst. 1. 2. 128. Semel enim extremus terminus. 128. est. Centies vigies atq; octies vnitate multiplicata. nihil de priore quantitate mutabitur. Si autem impares fuerint dispositiones: unus mediis terminus inuenitur. atq; ipse sibi propria multiplicatione respondet. In eo namq; ordine numerorum: vbi extremus terminus: 64. pluralitate concludit. sola inuenitur vna medietas: idēst. 8. Quam si octies idēst in semetipsaz multiplices. 64. explicabit. Atq; idem reddūt illi qui super hanc medietatem sunt vt dudum bi qui super duas positi faciebant. Nam quater. 16. 64. sunt. 2 se decies. 4. idēz complent. Rursus bis. 32. facti a. 64. non discidunt. 2 trigies bis duo. eosdem cumulant: 2 semel. 64. vel vnitas sexagesquater multiplicata: eundem numerum sine vlla varietate restituent.

De numero pariter impari eiusq; proprietatibus.
Capitulum. x.

Pariter autem impar numerus est qui et ipse quidem paritatis naturam substantiaz q; sortitus est: sed in contraria divisione nature numeri pariter paris opponitur. Docebitur namq; q; loge hic dissimili ratione dividatur. Nam quoniam par est in partes equeles recipit sectionem partes vero eius mori indiuisibilis atq; inseparabiles permanebunt vt sunt. 6. io. 14. 18. 22. 2 bis similes. Mori enim hos numeros si in gemina fueris divisione partitus: incurris in imparum quem secare non possis. Accidit autem his q; omnes partes contrarie denominatas habent: q; sunt quantitates ipsarū partiū que dominantur. Neq; vñquam fieri potest: vt quelibet pars huius numeri eiusdem generis denominationem quantitatēz suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par. quātitas p̄tis erit impar: si fuerit denominatio impar: quantitas erit par: vt in. 18. secunda eius pars est: id est media quod paritatis nomen est. 9. que impar est quantitas. Tertia vero que impar est denominatio: cui par pluralitas est. Rursus si conuertas sexta pars que par est denominatio: tres sunt: sed ternari⁹ impar est. Et nona pars quod impar est vocabulum. 2. qui par numerus est. Atq; idēz in aliis cunctis qui sunt pariter impares inuenitur. Neq; vñquam fieri potest: vt cuiuslibet. partis. sit eiusdēz generis nōmē et numerus. sit autem horū procreatio numerorum si ab uno disponantur quicunq; duobus differunt: id est omnibus: imparibus naturali sequentia atq; ordine constitutis. Namq; bi si per binarium numerum

multiplicantur omnes pariter impares: tite pluralitas diuina efficiet. Nonatur eium prima vnitas. i. et post hunc qui ab hoc duobus differt. idēst tres: et post hunc qui rursus a supiore duobus idēst. 5. et hoc in infinitum: et sit huiusmodi dispositio. i. 3. 5. 7. 9. ii. 13. 15. 17. 19. Hi ergo naturaliter sequentes impares sūt: quos nullus in medio par numerus distinguit. hos si per binarium numerus distinguere. si per hos si per binarium numerum multiplices: efficies hoc modo. bis vnum idēst. qui dividitur quidem: sed ei⁹ par tes indiuisibilis reperiuntur propter inseparabilis vnitatis naturam. Bis. 3. bis. 5. bis. 7. bis. 9. bis. ii. et deinceps ex quib⁹ nascuntur bi. 2. 6. 10. 14. 18. 22. Quos si divididas: vnam recipiunt sectionem: ceteram repudiantes: quod secunda divisione ab imparis medietate partis excluditur. His autem numerus ad se inuicem quaternarii sola distatia est. Namq; inter duo et sex numeros. 4. sunt. Rursus inter. 6. et 10. et inter. 10. et 14. et iter. 14. et 18. idem quaternarius differentiam facit. Hi namq; omnes quaternaria sese numerositate transcendunt. Quod iccirco contingit. quoniam pri mi qui positi sunt idēst eorum fundamenta: binario se numero precedebāt quos quoniam per binarium multiplicauimus: in quaternarium numerum crevit illa progressio. Duo enim per bis multiplicati: quaternarii faciunt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione: pariter impares numeri quinto loco a se distant: solis. 4. se precedent. 3. in medio transeuntes per binarium numerum multiplicatis imparib⁹ procreati. Contrarie vero esse dicuntur he species numerorum: idēst pariter par: et pariter impar. quod si numero pariter impari solam divisionem recipit maior extremitas: in illo vno solus minor terminus sectione solutus est. et quod in forma pariter paris numeri ab extremitatibus incipienti: et vsq; ad media progradienti quod continetur sub extremitis terminis idem est illi quod continetur sub intra se positis summis. Atq; hoc idē vñq; ad duas medietates fuerit vñtum in dispositionibus scilicet paribus. Si autem fuerint impares dispositiones quod ab vna medietate conficitur hoc idem sub altrinsecus positis partibus procreat. Atq; hoc vsq; dum ad extremitates processio fiat. In ea enim dispositione que est. 2. 4. 8. 16. idē redundat. 2. per. 16. multiplicati: quod. 4. per octonarium numerum ducti. Utroq; enim modo. 32. fiunt. Quod si impar sit ordo vt est. 2. 4. 8. idem facient extremiti quod medietas. Bis enim. 8. sunt. 16. quatuor quater sunt. 16. qui numerus a quaternario in se duo perfricitur. In numero vero pariter impari si fuerit unus in medio terminus: circū se positorum terminorum si in vnu redigantur medietas est. Et idem corū quoq; qui super hos sunt terminos medietas est. Atq; hec vsq; ad extremos omnium terminorum vt in eo ordine qui est pariter imparium numerorum. 2. 6. 10. iunctus binarius cum denario. 12. explet. cuius senarius medietas inuenitur. Si vno fuerint due medietates iuncte: ipse utroq; equales erūt super se terminis constitutis. vt est in hoc ordine. 2. 6. 10. 14. Intei enim. 2. 7. 14. in. 16. crescunt: quos senarius cuz de nario copulatus efficiet. Atq; hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a mediis euuenit vsq; dum ad extrema veniatur.

De numero impariter pari eiusq; proprietatibus.
Capitulum. ii.

Arithmetica

Pariter par numerus est ex vtrisq; con-
fectus & medietatis loco gemina extremita-
te concluditur: ut qua ab vtroq; discrepet.
eadem ad alterutrum cognatione iungatur
Hic autem talis est qui dividit in equas
partes: cuiusq; pars in alias equas diuidi potest: & et
aliquando partes partium diuiduntur: sed non vt vs
q; ad vnitatem progrederetur equabilis illa distinctio
vt sunt. 2.4. 7.28 Mi enim possunt in medietates di-
vidi: & eorum rursus partes in alias medietates sine
aliqua dubitatione soluuntur. Sunt etiam quida alii
numeri quorum partes alias recipiunt divisiones: h
ipsa diuisio ad vnitatem vsq; non peruenit. Igitur in
eo quod plus q; vnam suscipit sectionem: habet simi-
litudinem pariter paris: sed a pariter impari segre-
gatur. In eo vero quod vsq; ad vnum sectio illa non
ducitur. pariter imparem non refutat: sed a pariter
pari disiungitur. Contingit autem huic numero & vtraq;
que illici recipiunt optinere. Et habet quidem quod vtricq;
non habent quod cum in uno solus maior terminus
diuidetur: in alio vero solus minor terminus non
diuidetur. in hoc neq; sol^o maior terminus diuisio
nem recipit: neq; minor solus termin^o a divisione se-
iungitur. Nam & partes soluuntur & vsq; ad vni-
tam sectio illa non peruenit. sed ante vnitatem inue-
nitur terminus quem secare non possit. Optinet au-
tem que illi quoq; recipiunt. quod quedam partes ei^o
respondent: denominanturq; secundum genus suum
ad p^{ro}p^{ri}am quantitatem: ad similitudinem scilicet pariter
paris numeri. Alio vero partes contrariam denomina-
tionem sumunt proprie quantitatis ad pariter
imparis scilicet formam. In. 2.4. enim numero par
et quantitas parti a paris numero denominata. Nam
quarta. 6. secunda vero. 12. sextam vero. 4. duodeci-
ma. 2. que vocabula partium a quantitatis paritate
non discrepant. Contrarie vero denominant eis ter-
tia pars octo: octaua vero. 3. vigesima autem quarta
1. que denominations cum paries sint inueniuntur
impares quantitates. & cum sint paries summe: sunt
impares denominations. Nascuntur autem tales nu-
meri ita ut substantiam naturamq; suam in ipsa etiā
propria generatione designent: ex pariter paribus &
pariter imparib^{us} procreati. Pariter enim impares
cuncti dudum ordinatum positis imparibus nascen-
tur. pariter vero paries ex dupli progressione. Di-
sponantur igitur oēs in ordiem naturaliter impares

& sub his a quattuor inchoantes omnes duplices &
sint hoc modo:

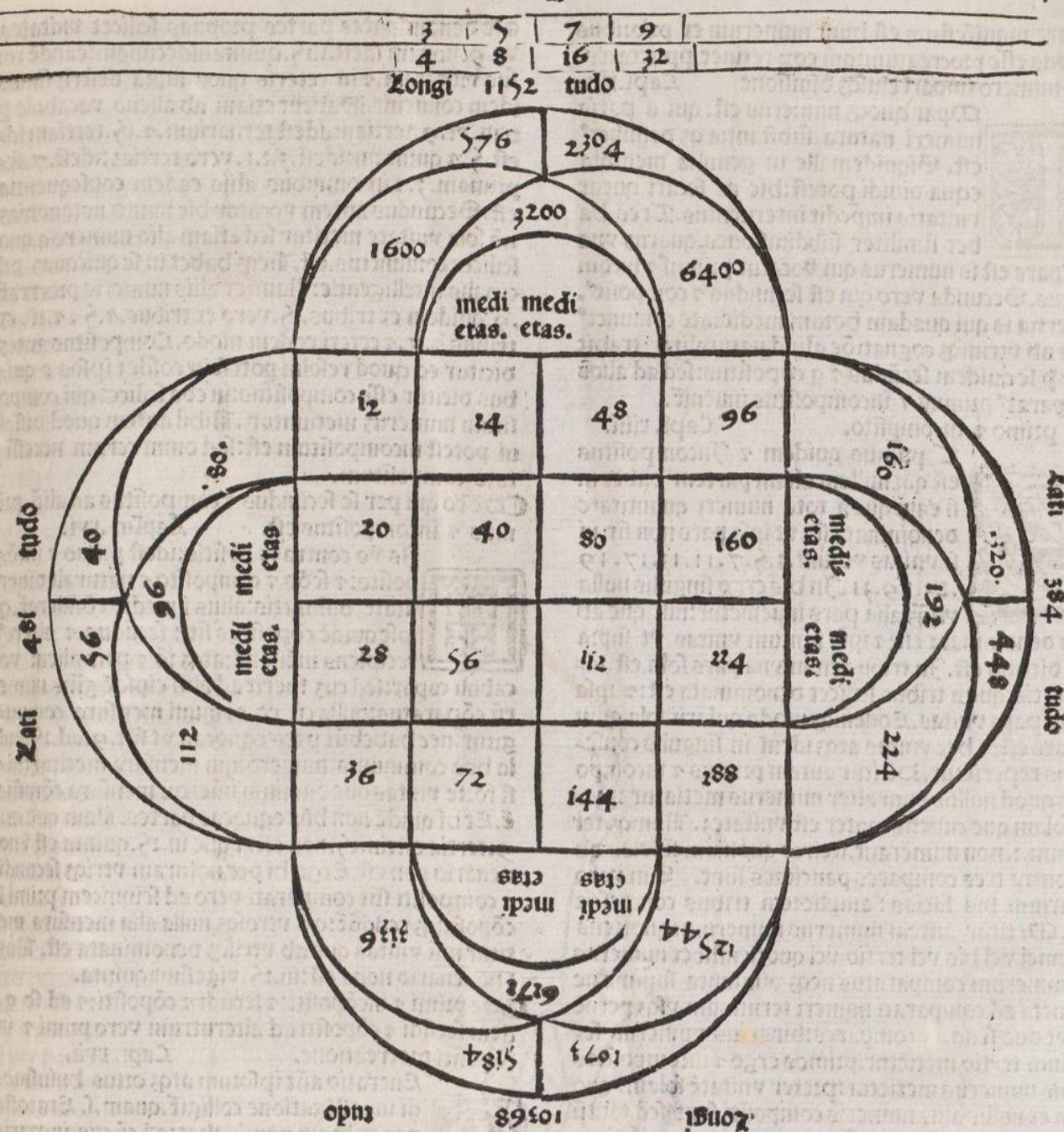
3	5	7	9	11	13	1
4	8	16	32	64	128	

Hic igitur ita politis si pronus primi multiplicatio-
ne concrescat: id est si quaternarii ternarius: vel si id est
primus secundi: id est octonarii ternarius vel si idem
primus tertii id est. 16. ternarius & idem usq; ad vlti-
mum. vel si secundus primi & secundi. vel si secun-
dus tertii & eadem usq; ad extremum multiplicatio-
proferatur. vel si tertius a primo inchoatus usq; in ex-
trenum transeat. Atq; ita quartus & omnes in ordi-
nen superiores multiplicent eos qui sub ipsis in dis-
positione sunt omnes impariter pares procreabunt.
Huius autem rei tale sumamus exemplum: si tres q-
ter multiplices. 6. sicut: vel si item. 7. multiplices. 4.
28. successent: atq; hoc usq; in fine. Rursus si. 8. mul-
tiplicant. 3. nascentur. 24. Si. 8. in. 5. sicut. 40. si. 8. in.
.7. colligentur. 56. Atq; ad hunc modum si omnes
inferiores duplices: a superioribus multiplicentur:
vel si superiores eosdem inferiores multiplicent: cum
ctos qui nati fuerint impariter pares inuenies. Atq;
hec est admirabilis huius numeri forma: quod cum
fuerit ipsa dispositio descriptioq; pspecta numerop;
ad latitudinem pariter imparium: ad longitudinem
pariter parium numerorum proprietas inuenitur:
Sunt enim duabus medietatibus eaeles due extre-
mitates: v^{er} una medietate due duplices extremitates
In longitudinem vero pariter paris numeri rem pro-
prietatemq; designat. Quod enī sub duabus medie-
tatibus cōtinetur. equale est ei quod sub extremis cō-
ficitur: vel quod ab una medietate nascitur. equale est
illi quod sub vtrisq; extremitatibus continetur. Des-
criptio autem que supposita est: hoc modo facta est
Quanduscunq; in ordine pariter parium numerorum
ternarius numerus multiplicavit: quicūq; ex eo pro-
creati sūt: primo sunt versu dispositi. Rursus qui eos
dem multiplicante quinario nati sunt: secundo loco cō-
stituti sunt. Post vero quos septenarii ceteros mul-
tiplicando procreavit. eosdem tertio conscripsimus
loco: atq; idem reliqua descriptionis parte perfec-
mus.

In hac formula sequenti similitudo pariter paris &
pariter imparis ad impariter parem ostenditur.

Arithmetica

4



Descriptionis ad impariter paris in latitudine: in longitudine ad pariter paris naturalim pertinentis expositio.

Capitulum.xii

Superius igitur digeste descriptionis hec ratio est. Si ad latitudinem respicias: vbi est duorum terminorum una medietas: ipsosq; terminos iungas: duos eos medietate propria repies vt. 36. et 20. faciunt. 56. quorum medietas est. 28. qui medius est inter eos terminus constitutus. Et rursus. 28. et 12. si iungas faciunt. 40. quorum 20. medietas medius eorum terminus inuenitur. At vero vbi duas medietates habent utrinq; extremitates iuncte: utrinq; medietatibus equalis sunt. vt. 12. et 36. cum iungeris sunt. 48. horum si medietates sibimet applicaneris: idest. 20. et 28. idem erit. atq; si alia parte latitudinis eodem ordine qui sicut numeri notati sunt. Neq; illa in re ratio utriusq; latitudinis discrepabit: idemq; in eodem ordine in ceteris nume-

ris pernotabis: et hoc sum formaz pariter imparis numeri sit in quo banc proprietatem esse supra iam scriptum est. Rursum si ad longitudinem respicias vbi duo termini unam medietatem habent quod sit ex multiplicatis extremitatibus: hoc sit si medius terminus sive capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies. 48. faciunt. 576. Medius vero eorum terminus idest. 24. si multiplicetur: eosdem rursus. 576. procreabit. Et rursus si. 24. in. 96. multiplicetur faciunt. 1304. Quorum medius terminus idest. 48. si semet ipsum ducatur idem. 1304. procreantur. Ubi autem termini duo duas medietates includunt: quod sit multiplicatis extremitatibus. hoc idem redditur si alterutram summam medietatibus ductis. Duodecies enim. 96. multiplicatis. 1152. procreantur: due vero eorum medietates idest. 24. et 48. si in semet ipsas multiplicentur: eosdem. 1152. restituent. Atq; hoc est ad imitationem cognationemq; numeri pariter paris: a quo participatione tracta hec ei recognoscitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere longitudinis: eadem ratio descriptioq; notata est.

a 4

Arithmetica

Quare manifestum est hunc numerum ex prioribus duobus esse procreatum: quoniam eorum retinet proprietates.

De numero impari eiusq; divisione Lapi. xiii.

Impar quoq; numerus est: qui a partis numeri natura substantia q; defuncta est. Siquidem ille in gemina membra equa dividitur: hic ne secari queat unitatis impedirentur. Tres habet similiter subdivisiones. quarum una eius pars est is numerus qui vocatur primus et incompositus. Secunda vero qui est secundus et compositus. Et tertia is qui quadam horum medietate coniunctus est: et ab utriusq; cognatione aliud naturaliter trahit q; est per se quidem secundus et q; cōpositus: sed ad alios comparatur primus et incompositus inuenit.

De primo et incomposito. Lapi. xiv.

In primis quidem et Incompositus est qui nullam aliam partem habet nisi eam que a tota numeri quantitate denominata sit. vt ipsa pars non sit nisi unitas ut sunt. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. In his ergo singulis nulla vnuq; alia pars inuenietur: nisi que ab ipsis denominata est: et ipsa tantum unitas ut supra iam dictum est. In tribus enim una pars sola est. id est. tertia: que a tribus scilicet denominata est: et ipsa tertia pars unitas. Eodem modo quatuor sola quinta pars est: et hec unitas atque idem in singulis consequens reperietur. Dicitur autem primus et incompositus quod nullus eum alter numerus metietur: preter solam que cunctis mater est unitatez. Namque ternarium. 2. non numerant. itecirco quoniam si solos duos contra tres compares pauciores sunt. Sin vero binarium bis facias: ampliorem tribus concrescit in. 3. Metitur autem numerus numerum: quotiens ut semel vel bis vel tertio vel quotilibet numerus ad numerum comparatus neq; diminuta summa neq; aucta ad comparati numeri terminum usq; peruenit ut duo si ad. 6. compares: binarius numerus ternarium tertio metietur. primos ergo et incompositos nullus numerus metietur: preter unitatem solam. quoniam ex nullis aliis numeris compositi sunt sed tantum ex unitatibus in semetipsis acutis multiplicatis procreat. Ter enim unus. 3. et quinque unus quinque. et septies unus. 7. fecerunt. Et alii quidez quos supra descripsimus eodem modo nascuntur. Si autem in semetipsos multiplicati faciunt alios numeros velut primi: eosq; primam rerum substantiam vimq; sortitos: cunctorum a se procreatorum velut quedam elemeta reperies. quia scilicet et incompositi sunt: et simplici generatione formati: atque in eos omnes quicunque ex his prolati sunt numeri resoluuntur: ipsi vero neque ex aliis producuntur: neque in alia reducuntur.

De secundo et composito. Lapi. xv.

Secundus vero et compositus et ipse quidem impar est propterea quod eadem imparis proprietate formatus est: sed nullaz in se retinet substantiam principalez compositusq; est ex aliis numeris. habetq; partes: et a seipso et ab alieno vocabulo denominatas. sed a seipso denominatam partem solam semper in his inuenies unitatem. ab alieno vero vocabulo vel unam: vel quotlibet alias: quanti fuerint scilicet numeri quib; ille compositis procreatur. vt sunt hi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 39. Horum ergo singuli habent quidem

a se denominatas partes proprias scilicet unitates. vt. 9. nonam idest. i. 15. quintam decimam: eandem rursus unitatem. et in ceteris quos supra descripsimus idem conuenit. Habent etiam ab alieno vocabulo per ten. vt. 9. tertiam. idest ternarium. 7. 15. tertiam id est. 5. et quintam: idest. 3. 2. 1. vero tertiaz: idest. 7. septuaginta. 3. et in omnibus aliis eadem consequentia est. Secundus autem vocatur bic numerus: quoniam non sola unitate metitur sed etiam alio numero a quo scilicet coniunctus est. Neque habet in se quicquam principalis intelligentie: Nam ex aliis numeris procreat. 9. quidem ex tribus. 15. vero ex tribus. 7. 5. et 21. ex tribus. 2. 7. et ceteri eodem modo. Compositus autem dicitur eo quod resoluti potest in eosdem ipsos a quibus dicitur esse compositus: in eos scilicet qui compositionem numeruz metuntur. Nihil autem quod dissoluti potest incompositum est: sed omni rerum necessitate compositum.

De eo qui per se secundus et compositus ad aliij primus et incompositus est. Lapi. xvi.

Is vero contra se positus: idest primo et incomposito: et secundo et composito: et naturali diversitate disiunctis: aliis in medio considerat. quod ipse quidem compositus sit: et secundus: et alterius recipiens mensuram: atque id est per se alieni vocabuli capax: sed cum fuerit ad alium eiusdem generis numeri comparatus: nulla cum eo communis mensura coniungitur: nec habebit partes equocas ut sunt. 9. ad. 15. nulla hos communis numerorum mensura metitur: nisi forte unitas que omnium numerorum mensura communis est. Et hi quidem non habent equocas partes. Namque in. 9. tertia est: in. 15. non est: et que in. 15. quinta est in nonuenario non est. Ergo hi per naturam utriusque secundi et compositi sunt comparati vero ad secundum primi et compositi reddunt: quod utriusque nulla alia mensura metitur nisi unitas que ab utriusque denominata est. Nam in nonuenario nona est: in. 15. vigesima quinta.

De primi et incompositi: et secundi et compositi: et ad se quidem secundi et compositi ad alterutrum vero primi et compositi procreatione. Lapi. xvii.

Eneratio autem ipsorum atque ortus huiusmodi in investigatione colligitur. quam s. Eratosthenes cribrum nominabat: quod cunctis imparibus in medio collocatis per eam quam traditur summa arte: quod primi: quod secundi quicunque tertii generis videantur esse distinguitur. Disponant enim a ternario numero cuncti in ordine impares: in qualibet longissimam porrectionem. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. His igitur ita dispositis considerandum: primus numerus quem eorum qui sunt in ordine positi primi metiri possit. Sed nobis preteritis illi qui post eos est positi mox metitur. Et si post eundem ipsum quem mensuram est: alii duo transmissi sunt: illi qui post duos est rursus metitur. Et in eodem modo si duos quis reliquerit: post eos qui est a primo numero metiendus est. Eodem modo reliqui semper duob; a primo in infinitum pergentes metiuntur. Sed id non vulgo neque confuse. Nam primus numerus illi qui est post duos secundum se locatos per suam quantitatem metitur. Ternarius enim numerus tertio. 9. metitur. Si autem post nonuenarium duos reliquo: qui mibi post illos currerit: a primo metiendus est per secundi imparis quantitatem: idest per quinarium. Nam si post. 9. duos vel iniquam idest. 11. 7. 13. ternarius numerus. 15. metietur per secundi numeri quantitatem: idest per quinarii

Arithmetica

5

quinarij quoniam ternarius. 15. quinques metitur. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero qui posterior positus est: eius primus numerus mensura est per tertij imparis pluralitatem. Nam si post. 15. intermisero. 17. 7. 19. incurrit. 21. quem ternarij numerus secundum septenariam metitur. 21. eni numeri ternarius septima pars est. Atqz hoc in infinitum faciens: reperio primum numerum si binos intermisero omnes sequentes post se metiri secundum quantitatem posteriorum ordine imparium numerorum. Si vero quinarius numerus qui. in secundo loco est constitutus: velit quis cuius prima ac deinceps sit mensura invenire: transmissis. 4. imparibus quintus ei quem metiri possit. occurrit. Intermittantur enim. 4. impares idest. 7. 7. 9. 7. 1. 7. 13. post hos est quintus decimus: quem quinarius metitur: secundum primi scilicet quantitatem: idest ternarij. quinqz eni. 15. tertio metitur. Ac deinceps si quattuor intermittat eum qui post illos locatus est: secundus idest quinarius sui quantitate metitur. Ma post quindecim intermissis. 17. 7. 19. 7. 21. 7. 23. post eos. 25. repio: quos quinarius scilicet numerus sua pluralitate metitur. Quinques enim quinario multiplicato. 25. succrescent. Si vero post hunc quilibet. 4. intermittat: easdem ordinis seruata constantia: qui eos sequitur secundum tertij. i. septenarij numeri summam a quinario metietur. Atqz hec est infinita processio. Si vero tertius numerus quem metiri possit exquiritur: sex in medio relinquentur: et quem septimus ordo monstraverit: hic per primi numeri. i. ternarij quantitatē metiendus est. Et post illum sex alijs interpositis: quem post eos numeri series dabit: per quinarius. i. per secundum tertij. eum mensura percurret. Si vero alios rursus sex in medio quis reliquat: ille qui sequitur per septenarium numerum ab eodem septenario metiendus est: idest per tertij quantitatē. Atqz hic usqz in extremum ratus ordo progreditur. Suscipient ergo metiendi vicissitudinem: quemadmodum sunt in ordinem naturaliter impares constituti. Metentur autem si per pares numeros a binario inchoantes positos later se impares rata intermissione transfiliant: ut primus duos: secundus. 4. tertius. 6. quartus. 8. quintus. 10. Uel si locos suos conduplicent et secundum duplicationem terminos intermittent ut ternarius qui primus est numerus et unus. (Omnisqz enim primus unus est) his locum suum multiplicet: faciatqz his unum. Qui cum duo sint. primus duos medios transeat. rursus secundus idest quinarius: si locum suum duplicet. 4. explicabit: hic quoqz. 4. intermittat. Item si septenarius qui tertius est locum suum duplicit: sex creabit. Bis enim. 3. senarium iungunt. hic ergo in ordinem sex relinquit. Quartus quoqz si locum suum duplicit. 8. succrescent. ille quoqz. 8. transiliat. atqz hoc quidem ceteris perspiciendum. Modum autem mensonis secundum ordinem collocatorum ipsa series dabit. Nam primus primum quem numerat. secundum primum numerat: idest secundum se. et secundum primus quem numerat: per secundum numerat. et tertium per tertium et quartum item per quartum. Cum autem secundus mensonem suscepereit primum quem numerat secundum primum metitur. secundum vero quem numerat per se. idest per secundum et tertium per tertium. et in ceteris eadem similitudine mensura constabit. Alios ergo si respicias: vel qui alios mensi sunt: vel

qui ipsi ab alijs metiuntur: inuenies omnium simul communem mensuram esse non posse. neqz ut omnes quemquam alium simul numerent. quosdam autem ex his ab alio posse metiri ita ut ab uno tantum nū rentur. alios vero ut etiam a pluribus. quosdam autem ut preter unitatem eorum nulla mensura sit. Qui ergo nullam mensuram preter unitatem recipiunt: hos primos et incompositos indicamus. qui vero aliquam mensuram preter unitatem vel alienigene partis vocabulum sortiuntur: eos pronunciemus secundos atque compositos. Tertium vero illud genus per se secundi et compositi: primi vero et incompositi ad alterum comparari: bac inquisitor ratione reperiet. Si enim quoslibet illos numeros secundum suam in se metipos multiplices quantitatem: qui procreantur ad alterutrum comparati: nulla mensure communione iunguntur. Tres enim et 5. si multiplices: tres tertio. 9. faciunt: et quinques. 5. reddent. 25. His igitur nulla est cognatio communis mensure. Rursus. 5. 7. quos procreant si compares: bi quoqz incommensurabiles erunt. Quinques enim quinqz ut dictum est est. 25. septies. 7. faciunt. 49. Quorum mensura nulla communis est: nisi forte omnium horum procreatrix et mater unitas.

De inuentione eorum numerorum qui ad se secundi et compositi sunt: ad alios vero relati primi et incompositi.

Capitulum. xviii.

Qua vero ratione tales numeros inuenire possumus: si quis nobis eosdem proponat et imperet agnoscerre utrum aliqua mensura commensurabiles sint: an certe sola unitas utroqz metiatur: reperiendi ars talis est. Datis enim duobus numeris inqualibus: auferre et maiorem minorē oportebit. et qui relictus fuerit: si maior est: auferre ex eo rursus minorem: si vero minor fuerit ex reliquo maiore detrahere. Atqz hoc eo usqz faciendum: quoad unitas ultima vicem retractio- nis impedit: aut aliquis numerus impar necessario si utriqz numeri impares proponantur. Sed eum qz relinquitur numerum sibiipsi videbis equalem. Ergo si in unum incurrat vicissim ista subtractio: primi contra se necessario numeri dicentur: et nulla alia mensura nisi sola unitate coniuncti. Si vero ad aliquem numerum ut superius dictum est: finis diminutionis incurrerit: erit ens numerus qui metiatur utrasqz summas. atqz eundem ipsum qui remaserit. dicemus utrumqz communem esse mensuram. Age enim duos numeros propositos habeamus: quos inveniamur agnoscere: an eos aliqua mensura communis metiatur. Atqz hi sint. 9. sciz: et 29. hoc igitur faciemus modo reciprocam diminutionem. Auferamus de maiore minorem: hoc est: de. 29. nouenarium relinquentur. 20. Ex his ergo. 20. rursus minorē detrahamus. idest. 9. et relinquetur. ii. Ex his rursus detrabo. 9. relieti sunt. 2. Quos si detrabo nouenario: et relieti sunt. 7. Quod si duo rursus septenario demiserit: supersunt. 5. atqz ex his alios duos: tres rursum eruberant. quos alio binario diminutos sola unitas superstes egredit. rursus si ex duobus vnu auferam: i vno termino detractio nis berebit: quem duorum illoꝝ numerorum idest. 9. et 29. solum neqz alium constat esse mensuram. hos ergo contra se primos vocabimus. Sed sint alii numeri nobis eadem conditione propositi. i. 21. et 9. ut qz les bi sint inuestigentur cum sibimet fuerint inuice-

Arithmetica

comparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quantitatem. id est. 9. de. 2. i. relinquuntur. 12. Ex his rursus demo. 9. supersunt. 3. Qui si ex nouenario retrahantur: senarius relinquitur. Quibus item si quis ternarium demat. 3. relinquuntur. de quibus tres detrahi nequeunt. atqz hic est sibi ipsi equalis. Nam. 3. qui detrahebantur usqz ad ternarium numerum peruenierunt. a quo quoniam equales sunt: detrahi minuqz non poterunt. Hos igitur commensurabiles pronunciabimus et eorum qui est reliquias ternarius mensura communis.

Calia partio paris secundum perfectos imperfectos et ultra quam perfectos.

Lapitulum. xix

A de imparibus numeris quantum introductionis permittebat breuitas expeditum est. Rursus numerorum parum sic fit secunda divisio. Alii enim eorum sunt superflui. alii diminuti secundum utrasqz habitudines inequalitatē. Omnis quippe inequalitas: aut in majoribus aut in minoribus consideratur. Illi. n. simmoderata quadammodo plenitude proprii corporis modum partium suarum numerositate precedunt. Illos autem veluti paupertate inopes oppressos qz quadam nature sue inopia minor quam ipsi sunt partium summa componit. atqz illi quidem quorum partes ultra quam satis est sese porrexerunt. superflui nominantur. vt sunt. 12. vel 24. Hi enim suis partibus comparati maiorem partium summam toto corpore sortiuntur. Est enim duo denarii medietas. 6. pars tertia. 4. pars quarta. 3. pars sexta. 2. pars duodecima. 1. est. Omnisqz hic cumulus redūdat. in. 16. et totius corporis sui multitudinem vincunt. Rursus. 24. numeri medietas est. 12. tertia. 8. quarta. 6. sesta. 4. octaua tria: duodecima. 2. vicefina: quarta unum qui omnes triginta et sex rependunt. In qua re manifestum est quod summa partium maior est: et supra proprium corpus erundat. Atqz hic quidem quoniam composite partes totius summam numeri vincunt: superfluus appellatur. Diminutus vero ille cuius eodem modo composite partes toti termini multitudine superantur. vt. 8. vel. 6. habet enim octonarius partem medium: id est. 4. habet et quartam id est duo. habet et octauam id est unum que cuncte in unum redacte. 7. colligunt: minor scilicet summa toto corpore concludentes. Rursus. 14. habet medietatem id est septenarium. habent septimā: id est. 2. habent quartamdecimam id est. 1. que in vnu si collecte sint: denarii numeri summa concrescit: toto scilicet termino minor. Atqz hi quidem hoc modo sunt: vt prior ille quem sue partes superant talis videatur: tamqz si quis multis super naturam manibus natus vt centumanus gigas: vel triclini coniunctus corpore: vt gerion tergeminus vel quicquid unqz monstruosum natura in partium multiplicatione surripuit. Ille vero vt si naturaliter quadam necessaria parte detracta. aut minus oculo nasceretur: vt cyplopē frontis dedecus fuit: vel quo alio curtatus membro: naturale totius sue plenitudinis dispendium sortiretur. Inter hos autem velut inter equales intemperantias mediū temperamentum limitis sortitus est ille numerus qui perfectus dicitur: virtutis scilicet

emulator qui nec superuacua progressionē porrigitur: nec contracta rursus diminutionē remittitur sed medietatis obtinens terminum suis equis partibus nec crassatur abundantia: nec eget inopia. vt sex vel. 28. Namqz senarius habet partem medium id est. 3. et tertiam id est. 2. et sextam id est. 1. que in unam summa si redacte sint par totum numeri corpus suis partibus inuenitur. 28. vero habet medietatē. 14. et septimam. 4. nec caret quarta id est. 7. possidet quartamdecimam. 2. et Reperies in eo vicefina octauam. 1. que in unum redacte totum partibus corpus equabunt. 28. enim iuncte partes efficient.

De generatione numeri perfecti.
Lapitulum. xx.

St autem in his quoqz magna similitudo virtutis et vitij. Perfectos enim numeros raro inuenies: eosqz facile numerabiles: quippe qui pauci sunt: et nimis constanti ordine procreati: at vero superfluos ac diminutos longe multos infinitosqz reperies: nec ullis ordinibz passim inordinateqz dispositos: et a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerum. 6. intra centenarium. 28. intra millesarium numerum. 496. intra decem milia. 8128. Et semper hi numeri duobus paribus terminantur. 6. et 8. et semper alternatim in his numeros summam sine peruenient. Nam et primum sex deinde. 28. Post hos. 496. idem senarius qui primus. post quem 8128. idem octenarius qui secundus. Generatio autem procreatioqz eorum est firma firmaqz nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo sicut aliud quidam uno modo valeat procreari: Dispositos enim ab uno omnes pariter pares numeros in ordinem quousqz volueris: primo secundum aggregabis: et si primus numerus incompositus ex illa coaceruatione factus totam summam in illū multiplicabis quem posterius aggrenaueras. Si vero coaceruatione facta primus et incompositus non inueniens fuerit sed compositus et secundus hunc transgredere atqz alium qui sequitur aggregabis. Si vero nec dum fuerint primus et incompositus: alium rursus adiunge et vide quid fiat. Quod si primum incompositumqz reperies: tunc in ultime multitudinem summe coaceruationem multiplicabis. Disponantur enim omnes pariter pares numeri hoc modo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. facies ergo ita: pones. 1. eiusqz aggregabis. 2. Tunc respicies ex hac aggregatione qui numerus factus sit: sunt. 3. qui scilicet primus et incompositus est: et post unitatem ultimum binarium numerum aggrenaueras. Si igitur ternarium id est qui ex coaceruatione collectus est per binarium multiplices qui est ultimus aggregatus: perfectus sineulla dubitatione nascetur. Bis enim. 3. 6. faciunt. qui habent unam quidem a se denominatā partem id est sextam tres vero medietatem binariū dualitatem. at vero duo binariū coaceruationem id est binariū tertiariorū: quoniam coaceruati tres multiplicati sunt. Vigintiocto autem eodem modo nascitur. Si enim super unum et duo qui sunt tres addas sequente pariter parē id est. 4. septenarium sumam facies sed ultimū numerū quaternariū cōsequēter ad iuxeras: per hunc igit̄ si illam coaceruationē multiplicaveris: perfectus numerus procreatur. Septies enim 4. 28. sunt qui est suis partibus par: habens unū a se denominatum

Arithmetica

6

denominatum ipsest vigesimum octauum. medietates vero s'm binarium. i.4. s'm quaternarium. 7. septimā vero s'm septenarium. 4. s'm omnium collectionem quartu[m]decimum duo: qui vocabulo medietatis opponitur. Ergo cum hi reperti sint. si alios inuenire se eteris: eadē oportet ratione ut vestiges. Ponens enī vnum licebit: et post hunc. 2. 7. 4. qui in septenarium cumulantur: sed de hoc dudum extitit. 28. perfectus numerus. Hunc igitur qui sequitur pariter par idest. 8. continens iungatur accessio: qui prioribus superueniens. 15. restituit. Sed hic primus et incompositus si est. Habet enim generis alterius partem super illam que est a seipso denominata: quintam decimam scilicet vnitatem. Hunc igitur quoniam secundus est compitus preterito: et adiunge superioribus continentem pariter parem numerum idest. i.6. Qui cum. i.5. iunsctus vnum ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus et incompositus est. Hunc igitur cum extremi aggregati summa multiplica: ut sicut sedecies. 31. qui. 4. 9. 6. explicant. Hec autem est intra millenariu[m] numeru[m] perfectas suis partib[us] equa numerositas. Igitur prima vnitatis virtute atq[ue] potentia non etia[m] actu vel re et ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sum p[ro]p[ri]o de proposito ordine numerorum: video primas atq[ue] incompositam: quam si per seipso multiplicato eadem mibi vnitatis procreatur. Semel enim vnu[m] solam efficit vnitatem que partibus suis equalis est potentia solum ceteris etiam actu atq[ue] opere perfectis. Recte igitur vnitatis propria virtute perfecta est q[uod] et prima est et incomposita: et per seipso multiplicata se se ipsa conseruat. Sed quoniam de ea quantitate q[uod] per se sit dictum est: operis sequentiam ad illā que refertur ad aliquid transferamus.

De relata ad aliquid quantitate.
Capitulum. xxii.

Aliquid vero quantitatis duplex est prima divisio. Omne enim aut equale est: aut in-equalle quicquid alterius comparatione metitur. Et equale quidem est: quod ad aliqd comparatum neq[ue] minore summa infra est neq[ue] maiore transgreditur: ut denarius denario: vel ternarius ternario vel cubitus cubito: vel pes pedi: et bis similia. Hec autem pars relate ad aliquid quantitatis idest equalitas naturaliter indiuisa est. Nullus enim dicere potest: quod equalitatis hoc quidem tale est illud vero huiusmodi. Omnis enim equalitas vna seruat in propria moderatione mensuram. Illud etiā quod que ei quantitas comparatur: nō alio vocabulo atq[ue] ipsa cui comparatur edicitur. Nam quemadmo dum amicus amico amicus est: vicinusq[ue] vicino: ita dicitur equalis equali. Inequalis vero quantitatis gmina divisio est. Secatur enim quod in-equalle est in maius atq[ue] minus que contraria sibimet denominazione funguntur. Namq[ue] maius minore maius est: et minus maiore minus est: et utraq[ue] non eisdem vocabulis quemadmodum s'm equalitatem dictuz est: sed diversis distantibusq[ue] signata sunt ad modum discens scilicet vel docentis: vel cedentis vel vapulantis vel quecunq[ue] ad aliquid relata aliter denominatis contrarijs comparantur.

De speciebus maioris in-equalitatis et minoris.
Capitulum. xxiii.



Aioris vero in-equalitatis quinq[ue] partea sunt. Est enim vna que vocat multiplex alia superparticularis. tertia superpartiens quarta multiplex superparticularis: quinta multiplex superpartiens:

H[oc] igitur quinq[ue] maioris partibus opposite sunt alie quinq[ue] partes minoris: quemadmodū ipsum maius minori semper opponitur: que minoris species ita singillatim speciebus. v. minoris bis que supradicte sunt opponuntur: ut eisdem nominibus nuncupentur sola tantum sub prepositione distantes. Dicitur enim submultiplex: subsuperparticularis: sub superpartiens: multiplex: subsuperparticularis: et multiplex subsuperpartiens.

De multiplici eiusq[ue] speciebus earumq[ue] generationibus.

Capitulum. xxiv.

Rursus multiplex est prima pars maioris in-equalitatis: cunctis alijs antiquior natura q[ue] prestantior: ut paulopost demonstrabis inus. Hic autem numerus huiusmodi est: ut comparatus cum altero: illum contra quem comparatus est habeat plus quam semel. Quod primū in naturalis numeri dispositione conueniet. nāq[ue] ad vnu[m] cuncti qui sequuntur: omnium ordine multiplicum sequentias varietatesq[ue] custodiunt. Ad primum enim idest vnitatem. 2. duplus. 3. triplus. 4. qua druplus: atq[ue] ita in ordinem progredientes: omnes tenuuntur multiplices quantitates. Quod autem dictus est: plus q[ue] semel: id a binario numero principium capi: et in infinitum per ternarium quaternariumq[ue] et ceterorum ordinem sequentiamq[ue] progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur submultiplex: et hec quoq[ue] prima minoris quantitatis species est. Hic autem numerus huiusmodi est: qui in alterius comparatione productus: plus q[ue] semel maioris numerat summā: sua. s. quantitate cū eo equaliter in ehoas equaliterq[ue] determinās. Idem autē dico numerat quod metitur. Si igitur bis solum maiore numerū minor numerus metiat: subduplus: vocabitur. si vider: subtriplus. si quater subquaduplus: et sic p[er] hec in infinitū p[ro]gressio: additaq[ue] eos sp[iritu] sub p[re]positione nos minabis: ut vnu[m] duoq[ue] subduplus: triū subtriplus. 4. subquaduplus appelleat et consequenter. Cum autē naturaliter multiplicitas et submultiplicitas infinita sit eorum quoq[ue] sp[iritu] per proprias generationes in infinita consideratiōe versant. Si enim positis in natura li constitutiōe numeris singulos p[er] suas consequētias pares eligas: omnium ab uno parium atq[ue] inpariu[m] sese sequentium duplices erunt: et huius speculatiōis termini nō deficit. Nonatur enī naturalis numerus hoc modo. i. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ii. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. Horū ergo si p[er] vnu[m] sumas parē. idest. 2. primi duplus erit idest vnitatis. Si vider: sequētē parē idest. 4. secundi duplus est: idest duorum. Si vider: tertii parē sumas. idest. 6. tertij numeri in naturali consti tutione dupl[us]. i. ternarij. Si vider: quartū parē ipsis cias idest. 8. quarti numeri idest quaternarij duplus ē. Idēq[ue] in ceteris in infinitū sumētibus sine aliquo impedimento p[ro]cedit. Triplices autē nascentur: si in eadem dispositiōe naturali duo semp[er] intermittāt: et qui post duo sunt ad naturale numerū cōparēt excepto ternario: q[uod] ut vnitatis triplus sit solum binarium p[ro]termit tit. Post vnu[m] et duo. 3. sunt qui triplus vni est. Kursus post. 4. 7. 5. sunt. 6. q[uod] secūdi numeri idest duorum

Arithmetica

triplus est. Rursus post. 6. sunt. 7. 2. 8. et post hos. 9. qui tertij numeri idest ternarij tripplus est. Atqz hoc idem in infinitum si quis faciat sine illa offensio ne procedit. Quadruplorum vero generatio incipit si quis tres numeros intermittat. Post unum quippe. 2. 2. 2. 3. sunt. 4. qui primi idest vnius quadruplus est. Rursus si intermisero quinarius: senarium: et septenarius: octonarius mibi quartus occurrit: tripliciter intermissis: qui binarij idest secundi numeri quadruplus est. At vero si post octo tres terminos intermisero idest. 9. 2. 10. 2. 11. duodenarii qui sequitur ternarij numeri quadruplus est. Atqz hoc idem in infinitum progressis necesse est cuenire: semperqz una terminorum intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplicis numeri vices inuenire miraberis. Si enim. 4. intermissas: quincuplus inuenitur: si quisqz sexcuplus. si sex septuplus semperqz ipsius multiplicatis nomine uno minus intermissionis vocabulo pcreatatur. Nam duplus vnum intermitit: tripplus. 2. quadruplus. 3. quincuplus. 4. Et deinceps ad eundem ordinem sequentia est. Et omnes quidem dupli sive prias sequentias parvum numerorum pares sunt. Tripli vero unus semper par terminus impar alius inuenitur. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatem. Constituturqz a quarto numero uno ex prioribus per ordinem positis paribus intermissio primo pari binario: post hunc. 8. intermissio senario. post hunc. 12. transmissio denario. Atqz hoc idem in ceteris. Quincupli vero propositio sive triplicis similitudinem alternatum paribus atqz imparibus positis ordinatur.

CDe superparticulari eiusqz speciebus carumqz generationibus.

Capitulum. xxvii.

Superparticularis vero est numerus ad alterum comparatus: quotiens habet in se totum minorem et partem eius aliquam. Qui si minoris habeat medietatem: vocatur sesqualter. si vero tertiam partem: vocatur sesquartius. si vero quartam: vocatur sesquiquartus. et si quintam. vocatur sesquiquintus. Atqz his nominibus in infinituductis in infinitu quoqz supparticularium forma progreditur. Et maiores quidem numeri hoc modo vocantur: minores vero qui habentur toti et eorum aliqui pars: unus subsesqualter: alter subsesquartius: alius subsesquiquartus: aliis vero subsesquiquintus: atqz idem sive maiorum normam multitudinemqz pro tenditur. Voco autem maiores numeros duces: minores. comites. Superparticularium quoqz infinita est multitudo: ob eam rem quod eiusdem species interminabili progressione funguntur. Nam sesqualter habebit quidem duces omnes post ternarium numerum naturaliter triplices. Comites vero omnes post binarium naturaliter pares: hoc modo: ut primus primo secundus secundo. tertius tertio comparetur: et deinceps. Describantur enim longissimi versus triplici naturalis numeri atqz duplum: et sic hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

CPrimus igitur versus continet numerum naturalem secundus ei triplicem: tertius vero duplices: at

qz in eo si ternarius bisario: vel si senarii quaternario vel nouenarius senario comparetur: vel omnes triplices superiores si duplicibus numeris consequentibus opponatur emilia idest sesqualtera proportio nasceatur. tres enim habent intra se duo et eorum medium partem. idest. i. sex quoqz continent intra se. 4. et eorum medietate idest. 2. et nouem intra se senarii claudunt: et eius medium partem: idest. 3. eodemqz modo in ceteris. Dicendum vero si quis secundam speciem super particularis numeri considerare desideret idest sesquartiam: quali ratione reperiatur: ac diffinitio quidem huius comparationis talis est. Sesquartius est. qui minori comparatus habet eum semel et eius tertiaz partem sed bi inueniuntur si omnibus a quaternario numero continuatim quadruplicis constitutis: a ternario numero triplices comparentur eruntqz duces quadrupli: comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numerus naturalis: ut sub eo quadrupli: et sub eo tripli sint. supponatur sub primo quadruplo primus tripplus sub secundo secundus: sub tertio tertius: et eodem modo cuncti eiusdem primi versus tripli in ordinem dirigatur.

1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	8	12	16	20	24	28
3	6	9	12	15	18	21	24

Cigitur primum primo si compares sesquartia ratio continebitur. Nam si. 4. tribus compares: habebunt in se. 4. totum ternarium et eius tertiam partem idest. 1. et si secundum secundo idest octenarium senario compares: idem inuenies habebit enim octenarii senarium totum et eius tertiam partem idest. 2. et per eandem sequentiam usqz in infinitum progrediendum est. Nostandum quoqz est: quod. 3. comites sunt. duces. 4. rursus. 6. comites: duces. 8. et in eodem ordine ceteri simili modo vocantur duces sesquartii: comites subsesquartii: et in cunctis sive hunc modum posita conuenient seruare vocabula.

CDe quadam utili ad cognitionem super particularibus accidente.

Lapitu. xxv.

Ecce autem admirabile profundissimumqz in istis ordinibus inueniuntur: quod primus dux primus qz comes ad se invenit nulla numeri intermissione copulantur. Nam primi se nullo in medio positio transiunt: secundi interponunt. i. tertii. duos quarti. 3. et deinceps una semper minore quam ipsi sunt intermissione suerescunt. Atqz hoc vel in sesquartieris: vel in sesquintertiis: vel in alijs supparticularis partibus necesse est inueniri. Namqz ut quaternarius sive ternarius coparet: nullum intermissum: post. 3. enim mor. 4. sunt. At vero. 6. contra. 8. in secundo. s. sesquiterio: una facta est intermission. Inter. 6. n. 2. 8. solus est septenarius qui transmissus est numerus. Rursus. ut 9. 3. 12. coparcens: qui sunt in dispositio tertii: duorum mediorum est facta transmissio. Inter. 9. eni 2. 11. sunt. 10. 2. 11. secundum hunc modum quarta dispositio. 3. quinta. 4. intermissio.

CDescriptio per quam docetur ceteris inequalitatibus antiquiore esse multiplicem

Lapi. xxvi.

Cloniam autem naturaliter et sive proprietas ordinis consequentia: multiplicem inequalitatis spem cunctis possumus: primaque spem esse monstrauimus: licet hoc nobis posterioris opis ordine clarescat: hic quoqz pstriges id quod possumus plausime breuiterqz doceamus. sit talis scriptio in qua potest in ordinem viii. ad deciarum numerorum continui

Arithmetica

7

tini numeri ordo naturalis & secundo versu duplus
ordo teratur: tertio triplus: quarto quadruplus: &
hoc usq; ad decuplum. Sic enim cognoscemus quæ-
admodum super particulari & super partienti: & cun-

ctis alijs princeps erit species multiplicis: & quedam
alia simul inspiciemus & ad subtilitatem tenuissima:
& ad scientiam utilissima: & ad exercitationem mens-
tis iocundissima.

Tetragolla		Longitudo										Secunda vñtas	
Prima vñtus		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Latitudo		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	6	9	12	15		18	21	24	27	30			
4	8	12	16		20	24	28	32	36	40			
5	10	15	20	25	30		35	40	45	50			
6	12	18	24	30		36	42	48	54	60			
7	14	21	28	35	42	49		56	63	70			
8	16	24	32	40	48		56	64	72	80			
9	18	27	36	45	54		63	72	81	90			
10	20	30	40	50	60		70	80	90	100			

Secunda vñtas.

Longitudo.

Tetragona

Ratio atq; expositio digeste formule.

Lapitulum. xxix.

Si gitur duo prima latera proposito for-
mule que faciunt angulum: ab uno ad. io.
& io. procedentia respiciantur & his subte-
riores ordines comparentur qui scilicet. a.
4. angulum incipientes: in vigenos termi-
num ponunt: duplex idest prima species multipli-
citas ostenditur. ita vt primus primum sola superet uni-
tate: vt duo vnum secundus secundum binario super-
naturat: vt quaternarius binarium: tertius tertius tri-
bus: vt senarius ternarium: quartus quartum qua-
ternari numerositate transcedat: vt. 8. quaternarium
& per eandem cuncti sequentiam sese minoris plurals

tate ptereat. Si vero tertii agulus aspicias: q ab. 9. I
choas longitudinē latitudinēq; tricens altriseus hūe
ris extēdit: & hic cū p̄ia latitudine & longitudine cōpas-
retur: triplex specieb; multiplicitatēs occurrit: ita ve
sta comparatio per. x. litteram fiat. Hicq; se numeri
superabunt secundū paritatis factam naturaliter qne
xionem. Primus enim primū duob; superat: vt vnu
z. secundus secundum quater nario: vt binarium sena-
rius. tertius tertiu sex: vt ternariū novenarius. & ad
eūdē ceteri modū progressionis augescunt. Quā rē. no
bis. s. & ipsa naturalis obiecit integritas: nihil nobis
extra machinantib; vt in ipso modulo descriptionis
apparet. Si quis autē quarti aguli terminū qui sedes
ei numeri quātitate notatus ē: & longitudinē latitudis
nēq; in quadragenos determinat velit superioribus
cōparare p. x. littere formā p̄portione collata quadru-

Arithmetica

pli multitudine pnotabit. Hisq est ordinabilis sup se progressio vt primus primum trib superet. vt . 4. vnitatem. Secundus secundū senario vincat: vt octo binarium. Tertius tertii nouenario transeat: vt duo denarius ternarium: & sequentes summule trium se semp adiecta quātitate transiliant. Et si quis subtiores aspiciat āgulos idē per oēs multiplicitatis species eisq ad decuplū dispositissima ordinatione pueniet. Si quis vero in hac descriptione superparticularis species requirat tali modo reperiet. Si enim secūdū angulū notet cuius est initium quaternarius: eisq superiacet binarius: atq hunc sequentem quis accommodet ordinem: sesqualtera proportio declarabitur. Nam tertius secūdī versus sesqualter est. vt tres ad duo: vel sex ad quartuor: vel. 9.ad. 6. vel. 12.ad. 8. Itemq in ceteris qui sunt in eadem serie numeri: si talis cōiugatio misceat: nulla varietatis dissimilitudo surripiet. Eadem tamen summae supergressio ē s hoc quoq que in duplicibus fuit. Primum enim primum idest ternarius binarium uno superat: secūdus vero secundum duo si tertii tertii tribus & deinceps. Si vero quartus ordo tertio cōpareat: vt. 4. ad. 3. & eodem ceteros ordine consecuteris. Sesquiteria cōparatio colligat: vt. 4. ad. 3. v. 8. ad. 6. & 12. ad. 9. videsne vt in omnibus his sesquiteria comparatio conseruet. Pretere此 eos qui sub ipsis sunt: si idem faciens sequentes versus alterutris cōparaueris oēs sine vlo ipedi mēto species superparticularis agnosces. Hoc aut in hac ē dispōne diuinū qd oēs angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur vt breuissime dicā quod post latius explicabitur: quem duo equales numeri multiplicant. vt in hac quoq descriptione est unus enim semel. unus est: & est potestate tetragon. Itē bis duo. 4. sūt Ter. 3. 9. quos in semetiplas multiplicationes primi ordinis perfecere. Circuz ipsos vero qui sunt idest circum angulares. longilateri numeri sunt. Longilateros autem voco quos uno se supergredientes numeri multiplicant. Circum. 4. enim. 2. sunt. 2. 6. sed duo nascuntur ex uno et duob: cuz vnu bis multiplicaueris. sed vniuersitas a binario vnitate precedit. Sex a vero duobus & tribus bis enim tres senarium reddunt. Mouenarium vero sex & 12. claudūt qui. 12. ex tribus nascuntur & 4. Ter enim. 4. fiunt. Senarius vero ex duobus & tribus Bis enim. 3. faciunt. 6. qui omnes uno maioribus lateribus procreati sunt. Nā cu. 6. ex bario ternariog nascuntur: tres binarium numerum uno superant cunctiqz alij eiusdem modi sunt: vt primo & secundo ordine ad alterutrum multiplicatis terminis procreentur. ita vt quod nascitur ex duobus longilateris altrinsecus positis: & bis medio tetragono tetragonus sit. Et rursus quod ex duobus altrinsecus tetragonis. & uno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoqz tetragonus sit. & vt angularum totius descriptionis ad angulares tetragonos positorum vnius anguli sit prima vniuersitas: alterius vero qui contra est tertia. Bini vero altrinsecus anguli secundas habeant vnitates. & duo angularium tetragonorum anguli equum faciunt quod sub ipsis continentur illi quod sit ab uno illorum qui est altrinsecus angularium. Multa enī sunt alia que i hac descriptione vtilia possunt admirabiliqz perpendi q interim propter castigatam introducendi breuitatez ignota esse permittimus. Nunc vero ad sequentia ppositum conuertamus.

De tertia inequalitatis specie que dicitur superpartiens: deqz speciebus eius earumq generationibus. Capitulum. xxviii.



Situm post duas pfas habitudines multiplices & superparticulares: & eas que sub ipsis sunt submultiplices: & sub superparticulares tertia inequalitatis species inuenitur: que a nobis superius superpartiens dicta est. Hec est autem que fit cū numerus ad alium comparatus: habet eum totum infra se: & eius insuper aliquas pater: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa attulerit comparatio. Que habitudō incipit a duabus partibus tertii. Nam si duas medietates habuerit: qui illuz intra se totum coeret duplus pro superpartiente componitur. Habet autem vel duas tertias vel duas quintas vel duas septimas vel duas nonas. & ita progredientibus si duas solas partes minoris numeri superhabuerit: per easdem partes imparibus numeris minorez maior summa trascendit. Nam si eū babeat totū & duas eius qrtas: superparticularis necessario reperitur. Nam due quarte medietas est: & fit sesqualtera comparatio. Si vero duas sextas: rursus est superparticularis. Due enim sexte pars tertia est. Quod si in comparatione ponatur sesquiterie habitudinis efficiet formam. Post hos nascuntur comites qui sub superpartientes vocantur. hi autem sunt qui habentur ab alio numero & eoz vel due: vel. 3. vel. 4. vel quotlibet alie partes. Si ergo numerus alium intra se numerum basbens eius duas partes habuerit: superbipartiens non minatur si vero tres superbipartiens quod si. 4. super quadripartiens: atqz ita progredientibus in infinitum fingere nomina licet. Ordo autem eorum natura lis est: quotiens disponuntur a tribus omnes pares atqz impares numeri naturaliter constitui. & sub his aptatur alij qui sūt a quinario numero incipientes oēs impares. His igitur ita dispositis: si primus primo: secundus: tertius tertio: & ceteri ceteris comparētur: superbipartiens habitudo procreatur. Sit. n. dispositio hoc modo.

13	14	5	6	7	8	9	10
15	17	9	11	13	15	17	19



Igitur quinarij numeri ad ternarij comparatio consideretur: erit superbipartiens ille qui vocatur superbipartiens. Habet enī quinarius totos in se tres & eorum duas partes: idest. 2. Si vero ad secundum ordinem speculatio referatur superbipartiens proportio cognoscetur. atqz in sequentibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitum species huius numeri conuenientes ordinatasq respicies. At vero quemodinum singuli procreentur si in infinituz quis curet agnoscere: hic modus est. Habitudo enīz superbipartientis: si vtrisq terminis duplicitur: semper superbipartientis pportio procreatur. Si enīz quis duplicit. 5. faciet. io. si tres faciet. 6. qui. io contra senarium comparati superbipartientem faciunt habitudinem: & hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accredit. Idemq si in infinitum facies: statum prioris habitudinis non mutabit. Si vero superbipartientes

Arithmetica

8

tentes innenire contendis: primos supertripartientes: id est. 7. est. 4. triplicabis et huiusmodi nascetur. Si vero ex his natu fuerint ternarij multiplicatione produceris: idem rursus efficient. Quod si superquadruplicantes quae admodum in infinitum progressantur optes addiscere: primas eorum radices in quadruplicatae multiplicates licet: id est. 9. 7. 5. et eos qui illa multiplicatione proferentur: rursus in quadruplum: et eandem fieri proportiones in offensa nimittu ratiode reperies. Et cetera species una semper plus multiplicatide crescentibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiori dispositione descriptos. quia si quibus omnibus summa supradicte comparationis inititur. In hoc quoque videtur est: quoniam cum due partes minore plus in maioribus sunt: tertii semper vocabulū subaudit. Ut superbipartiens quod dicit quoniam duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico superbipartiens: subaudit necesse sit superbipartiens quartas: quoniam tribus super quartis exuberat. Et superbiquadruplicantes subaudit superbiquadruplicantes quintas: et ad eundem modum in ceteris uno semper adiecto superbabitas partes subauditio facienda est. ut eorum germana conuenientiaque his nomina hec sint. ut qui dicitur superbipartiens: idem dicatur superbiterius. Qui dicitur superterti partiens is sit superbiquartus. et qui dicitur superbiquadruplicans: idem dicatur superbiquintus eademque similitudine usque in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari.

Lap. 29.

Hic relate ad aliquid qualitatis. simplifices et prime species be sunt. Due vero aliae ex his velut ex aliis principiis componuntur ut multiplices superparticulares. et multiplices superbipartientes. horumque comites submultiplices superparticulares: et submultiplices superbipartientes. Namque in his ut in predictis proportionibus: minores numeri et eorum quoque species omnes addita sunt prepositione dicuntur. Quorum definitio talis reddi potest: Multiplex superparticularis est: quotiens numerus ad numerum comparatus: habet eum plusquam semel et eius unam partem. hoc est. habet eum aut duplum aut triplum: aut quadruplum: aut quotieslibet: et eius qualibet aliquam partem: vel mediā: vel tertiam: vel quartam vel quecumque alia partium eruberatione contigerit. Hic ergo et multiplici et superparticulari consistit. Quidam non comparatum numerum plusquam semel habet multiplicis est. Hoc vero quod minorem habenda parte transcendit: superparticularis. Itaque ex utroque nomine facto vocabulo est. speciesque illius ad illarum scilicet sunt imaginem proportionum: ex quo ipse numerus originem trahit. Nam prīus per hunc vocabulū que multiplicis nosse possessa est: multiplicis numeri species vocabulo noscenda est. Que vero superparticularis est: eodem vocabulo nōcupabitur quo superparticularis numeri species vocabantur. Dicebat enim quod duplice habuerit aliū numerū: et ei media pte: duplex sesquiterius: qui vero tertiam: duplex sesquiterius: qui quartam: duplex sesquartus: et deinceps. Si vero ter et totū continet et eius medianam pte: vel tertiam: vel quartam dicit triplices sesquiterius: triplices sesquiterius. triplices sesquiquartus et eodem modo in ceteris. Diceturque quadruplex sesquiterius: quadruplex sesquiterius: quadruplex sesquiquartus: et quotiens totum numerum in se metipso continuerit: per multiplicis numeri species

appellat: quā vero parte comparati numeri clauerit secundū superparticularē comparationem habititudinem: quod vocabitur. Hoc autem exempla binōi sunt. Duplex sesquiterius est: ut quoniam ad duo. habet enim. 5. binarium numerū bis et ei media id est. 1. Duplex vero sesquiterius est septenarius ad ternarium comparatus. At vero non uenari ad quaternarium duplex sesquiquartus. Si vero. 11. ad. 5. duplex sesquiquintus. Et hi semper nascuntur dispositis in ordinem a binario numero obus naturaliter paribus imparibusque terminis: si contra eos omnes aquinario numero impares comparentur. ut primum primo: secundū secundo: tertium tertio cante et diligenter apponas. ut sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
15	7	9	11	13	15	17	19	21	23

I vero a duobus paribus omnibus dispositis terminis: illi qui a quinario numero inchoantes: quinario numero rursus sese transiliunt comparentur: omnes duplices sesquiterios creant ut est subiecta descriptio.

1	2	4	6	8	10	12
5	10	15	20	25	30	

I vero a tribus inchoent dispositio: et tribus sese transiliant: et ad eos aptentur qui a septenario inchoantes: septenario sese numero trasgrediuntur: omnes duplices sesquiterios habita diligenter comparatione nascuntur. ut subiecta descriptio moeat.

3	6	9	12	15	18	21
17	14	21	28	35	42	49

I vero omnes in ordinem quadrupli disponantur: hi qui naturalis numeri quadrupli sunt: ut unitatis quadruplus: et duorum triumque et quattuor atque quinarij: et ceterorum sese sequentium ut ad eos aptentur a nouenario numero inchoantes sese nouenario precedentes: tunc duplices sesquarte proportionis forma teretur.

4	8	12	16	20	24	1
9	18	27	36	45	54	

A vero species huius numeri que est triplices sesquiteria hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares: et ad eos septenario numero inchoantes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrum modo comparationis aptentur.

2	4	6	8
7	14	21	28

I autem a ternario numero ingeri cunctos naturalis numeri triplices disponamus: et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine comparemus: oes triplices sesquiterij in ea termorum continuatione pertinet.

3	6	9	12
10	20	30	40

De eorum exemplis in superiori formula inueniendis.

Lapitulum 30

Orum autem eorumque qui sequuntur exempla integre planeque possumus pernotare: si in priorem descriptionem quam fecimus cum de superparticulari et multiplici loqueremur: ubi ab uno usque in denarium multiplicationum summa concreuit: diligens velim acumen intendere. Ad primum enim versum omnes qui sequuntur collati ordinatas conuenientesque multi-



Arithmetica

tiplicis species reddent. Si vero ad secundum cūctos qui tertij sunt ordinis aptaueris ordinatas species super particularis agnosces. Quod si tertio ordini quicunq; sunt in quinto versu comparas: super partientis numeri species positas conuenienter aspicies. multiplex vero superparticularis ostenditur: cum ad secundum versum omnes qui sunt quinti versus serie comparantur vel qui sunt in septimo vel qui sunt in nono atq; ita si in infinitum sit ista descriptio in infinitum huius proportionis species procreabuntur. manifestum autem etiam hoc est quod horum comites semper cum sub prepositione dicentur. ut est subduplices sesqualter: subduplex sesquiterius. subduplex sesquiquartus et ceteri quidem adbunc modum.

De multiplici superpartiente. *Lap. 31.*

Multiplex vero superparties ē: quoties nūras ad numerū cōpatus h̄z in se aliuz numerū totū plusquā semel: et eius vel duas vel 3. vel quotlibz plures particulas: secundum numeri suppartientis figurā. In hoc quoq; propter causam superius dictam non erūt due medietates: neq; due quarte: neq; due sexte: sed due tertie: vel due quinte: vel due septime ad priorem similem consequentiā. Non est autē difficile s̄m priorū exēpla positorū: hos quoq; et preter nostra exempla numeros inuenire. Tlocabunturq; bi s̄m proprias ptes. duplex superbipartiens: vel duplex supertripartiens: vel dupler superquadripartiens. Et rursus triplex superbipartiens: et triplex supertripartiens: et triplex superquadripartiens: et similiter. Ut. 8. ad. 3. cōparati faciunt duplēm superbipartientem. i. 16. ad 6. et omnes quicunq; ab. 8. incipientes: octonario sese numero transgrediuntur: comparati ad eos qui a tribus inchoantes ternarij sese quantitate pretereunt. Nec erit difficile alias eius s̄m predictū modū diligentibus reperire. Hic quoq; illud meminisse debemus quod minores et comites non sine sub prepositione nominantur: ut sit subduplex superbipartiens: subduplex ex superbipartienti.

Demonstratio quemadmodum omnis inequalitas ab equalitate processerit. *Lapitulum. 32.*

Restat autē nobis profundissimam quādam tradere disciplinam: que ad oēz nature vi rerumq; integratitez maxima ratione pertineat. Magnus quippe in hac scientia fructus: est si quis non nesciat qd bonitas difinita est et sub scientiam cadens: animoq; semp imitabilis et perceptibilis prima natura est: et sue substantie decole perpetua. Infinitum vō maficie dedecus est: nullis proprijs principijs nitrum. sed natura semp errans a boni diffinitiōe principijs tanq; aliquo signo optime figure spressa compōtitur: et ex illo erroris fluetu retinetur. Nam nimiam cupiditatem: ireq; simodac effrenationem: quasi quidam rector animo pura intelligentia roboratus astringit. et has quodammodo inequalitas formas temperata bonitate constituit. Hoc autē erit p̄spicuum: si intelligamus omnes inequalitatis species ab equalitatib; creuisse primordiis: ut ipsa quodammodo equitas matris et radicis obtinens vim ipsa omnes inequalitatis species ordinesq; profundat. Sint enī nobis tres eunes termini. i. tres unitates: vel. 3. bini: vel tres terni: vel tres quaterni: vel quantos ultra libet ponere. Quod enī in unis tribus terminis evenit: idem contingit in ceteris. Ex his igitur s̄m precepti nostri ordinem videas

primum nasci multiplices: et in his duplices prius: de hinc triplos: deinde quadruplos: et ad eundem ordinem consequentes. Rursus multiplices si conuertantur: ex his superparticulares orientur: et ex duplicitib; quidem sesqualteri: ex triplicibus sesquiterii: ex quadruplicibus sesquiquartii: et ceteri in hunc modum. Ex superparticularibus vero conuersis superpartientes nasci necesse est. ita ut ex sesqualtero nascatur superbipartiens superbipartientem sesquiterii gignat: et ex sex quinquarto superbipartienti. Rectis autem positis neq; conuersis prioribus superparticularibus multiplices superparticularares oriuntur. Rectis vō superpartientibus multiplices superpartientes efficienter. Precepta autem tria hec sunt: ut primum numerum prior facias parē: s̄m vō prior et secundo: tertium prior duobus secundis et tertio. Hoc igitur cum in terminis equalibus feceris. ex his qui nascentur duplices erunt. De quibus duplicibus si idem feceris: triplices procreantur. et de his quadruplicibus. atq; in infinitus omnes formas nūri multiplices explicabit: iaceant igitur. 3. termini eales.

Ponatur itaq; primo primus equalis id est unus. Secundus vero primo et secundo. i. 2. tertius vero primo duobus secundis et tertio par sit. id est vni et duob; vnis et vni qui sunt. 4. ut est descriptio.

1	1	1	1	1
1	2		4	

Idesne ut dupli proportione sequens ordo teratur. fac rursus idem de duplicibus ut sit primus primo equalis: id est vni. secundus primo et secundo: id est vni et duobus qui sunt. 3. tertius primo id est vni duobus secundis id est. 4. et tertio id est quattuor. qui simul. 9. sunt et venit hec forma.

1	1	1	1	1
1	2		4	
1	3		9	

Rursus si de triplicibus idem feceris: continuus quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo equus id est unus. sit secundus primo et secundo equalis id est. 4. sit tertius prior duob; secundis et tertio eūlis. i. 16

1	1	1	1	1
1	2		4	
1	3		9	
1	4		16	

T in ceteris quidem ad hanc formam tribus his preceptis vtemur. Si vō qui ex eis libus nati sunt multiplices eos disponamus et secundum hec precepta vertamus: ita ut cōuerso sint ordine: sesqualter ex dupli procreabitur. sesquiterius ex triplici. sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim. 3. duplices termini qui ex equalibus creati sunt et qd ultimū ē primū ponatur būiūlōi

4	2		1	
---	---	--	---	--

Et cōstituat primo i hoc ordine primū par. i. 4. secundus vero primo et secundo par id est. 6. tertius vō primo duobus secundis et tertio id est. 9.

4	2		1	
4	6		9	

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino dupli

cūtatis

Arithmetica

citatis erunt: Tidem ad eundem modum ex triplici quod nascatur. disponatur. n. triplices superiores: conuerso scilicet ordine sicut duplex hic est quoque ordo dispositus

9	3	1
16	12	1
9	12	16

Ponatur ergo primus primo equus idest. 9. secundus primo et secundo idest. 12. tertius prior duobus secundis et tertio equus idest. 16.

9	3	1
16	12	1
9	12	16

Rursus secunda species supparticularis numeri idest sesquitertius procreatus est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit: sesquiquartus continuo nascetur ut monstrabit subiecta descriptio.

16	4	1
16	20	25
16	20	25

Ac si quis idem de cunctis in infinitum partibus multiplicatis faciat: conuenienter ordinem supparticularitatis perveniet. Quod si conuersos superparticulares aliquis sicut hec precepta conuertat: continuo videat superpartientes accrescere. et ex sesqualtero quidem superbipartiens: ex sesquiterto supertripartites procreatur. et certi secundum communes denominationis species si ne villa ordinis sterpollatio nascetur. Disponatur igitur sic

9	6	4
16	12	1
9	15	25

Superioris igitur descriptionis primo primus equus numerus ascribat idest. 9. secundus vero prior et secundo: idest. 15. tertius vero prior: duobus secundis et tertio. i.e. 25

9	6	4
16	12	1
9	15	25

Si ergo sesquitertium eodem modo vertamus. ordo supertripartites invenitur. sit enim prima proposicio sesquitertiij.

16	12	1
16	28	49
16	28	49

Ponatur secundum priorem modum primo parum idest. 16. secundus primo et secundo idest. 28. tertius prior duobus secundis et tertio idest. 49. Omnis ergo summa disposita supertripartientes efficiet.

16	12	1
16	28	49
16	28	49

Rursus si sesquiquartum eodem modo verteris super quadripartites statim quantitas procreabitur. ut est ea forma quam suppositam vides.

25	20	16
25	45	81
25	45	81

Restat quemadmodum ex superparticularibus et superpartientibus multiplicates suppartientes nascatur ostendere. Quorum binas tantum facia descriptiones. nam si rectum et non conuersum sesqualterum ponimus: duplex superparticularis excrescit. sit n. hoc modo.

4	9	9
4	10	25
4	10	25

Ponatur secundum superiorem modum prior primus equalis idest. 4. secundus primo et secundo idest. 10. tertius prior duobus secundis et tertio equalis idest. 25.

4	6	9
4	10	25
4	10	25

Tamen hec quidem duplex sesqualtera summa producta est. Si vero sesquitertiū non querimur: duplex sesquertiū inuenit. ut sua descriptio docet.

9	12	16
9	21	49
9	21	49

Tamen si ad suppartientes animum conuertamus: eosque ordinatum secundum superiores precepta dispositos

namus: multiplices suppartientes ordinatis productis repimus. Disponat enim suppartientis hec formula.

9	15	25
9	24	64
9	24	64

Liberantur ergo primus primo equus idest. 9. Secundus primo et secundo: idest. 24. tertius prior duobus secundis et tertio idest. 64.

16	28	49
16	44	iii
16	44	iii

Ides ne ut ex superbipartiente duplex superbipartiens exortus sit. At vero si supertripartientes ponam: duplex sine dubio tripartiens inuenit ut in subiecta descriptione perspicuum est.

16	28	49
16	44	iii
16	44	iii

Ita ergo de superparticularibus vel de superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes oriuntur. Quare constat omnium inequalitatis equalitatē esse principium. ex eadem enim equalia cuncta nascuntur. Ac de his quidem hacten' disserendum esse credidimus ne vel infinita sectemur vel circa res obscurissimas ingredientiā anūmos detinentes: ab utilioribus moraremur.

finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secundi.

Quae admodum ad equalitatem omnis sequalitas reducatur.

Capi. 1.

De iuueniendo in unoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit procedere: eorumque descriptio descriptionis expositio

Capi. 2.

Quod multiplex intervalum ex quibus superparticularibus medietate posita interuallis fiat eiusque iuuenie di regula

Capi. 3.

De per se constante quantitate que in figuris geometricis consideratur: cōdis rō oīum magnitudinū.

Capi. 4.

De numero linearī.

Capi. 5.

De planis rectilineis figuris: quodque earum triangulum principium sit.

Capi. 6.

Dispositio triangulorum numerorum.

Capi. 7.

De lateribus triangulorum numerorum.

Capi. 8.

De generatione triangulorum numerorum.

Capi. 9.

De quadratis numeris.

Capi. 10.

De eorum lateribus.

Capi. 11.

De quadratorum numerorum generatione rursusque de eorum lateribus

Capi. 12.

De pentagonis eorumque lateribus.

Capi. 13.

De generatione pentagonorum.

Capi. 14.

De hexagonis eorumque generationibus.

Capi. 15.

De heptagonis eorumque generationibus. et cōdis oīus figurarum inueniende generationis regula descriptionis figurarum.

Capi. 16.

Descriptio figuratorum numerorum in ordine cap. 17.

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiat: atque qd triāgulū numerū oīus reliquo p̄ncipiū.

Capi. 18.

Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio.

Capi. 19.

De numeris solidis.

Capi. 20.

De pyramide quod ea sit solidarum figurarum principiū sicut triangulus planarum.

Capi. 21.

De his pyramidis que a quadratis vel ceteris multangularis figuris proficiuntur

Capi. 22.

Solidorum generatio numerorum.

Capi. 23.

De curvis pyramidis.

Capi. 24.

b

Arithmetica

De cubis vel asseribus ve laterculis: vel tuncis vel
 sphericis: vel parallelipipedis numeris. capitulū. 25.
 De pte altera lōgiorib⁹ numeris eorūq⁹ gnatōib⁹ ca. 26.
 De antelongioribus numeris. et de vocabulo numeri
 altera parte longioris. capi. 27.
 Quod ex imparibus quadrati: ex paribus parte alte
 ra longiores fiant. cap. 28.
 De generatione laterculorū eorūq⁹ definitiōe. ca. 29.
 De circularib⁹ vel sphericis numeris. cap. 30.
 De ea natura rex que dī eiusdē nature: et dī ea q̄ dici
 tur alteri⁹ nature: et q̄ numeri cui nāe diūcti sūt. ca. 31.
 Quod omnia ex eiusdē natura et alteri⁹ natura consi
 stant: idq⁹ s̄ numeris primū videri. ca. 32.
 De eiusdē atq⁹ alteri⁹ numeri natura qui sunt qua
 dratus et parte altera longior: omnes proportionū ba
 bitudines constare. cap. 33.
 Quod ex quadratis et parte altera lōgioribus oīs for
 marum ratio constat. capi. 34.
 Quēadmodū q̄drati ex pte altera lōgiorib⁹: vel pte
 altera lōgiores et quadratis fiant. capi. 35.
 Quod principaliter eiusdē qđē vt substātie vñitas se
 cūdo vñ loco spares numeri. tertio: quadrati. et qđ pri
 cipaliter dualitas alteri⁹ sit sube: secūdo vñ loco pa
 res numeri: tertio pte altera lōgiores. cap. 36.
 Alternati positis q̄dratis et pte altera lōgioribus q̄ sit
 eoz ūsūs i differētijs et in proportionibus. cap. 37.
 Probatio quadratos eiusdem esse nature. cap. 38.
 Cubos eiusdē participare substantie quod ab iparib⁹
 nascantur. capi. 39.
 De proportionalitatibus cap. 40.
 Que apud antiquos proportionalitas fuerit: quas po
 steriores addiderunt. cap. 41.
 Quod primum de ea que vocatur arithmetica prop
 ortionitas dicendum est. capi. 42.
 De arithmetica medietate: eiusq⁹ proprietatib⁹ ca. 43.
 De geometrica medietate: eiusq⁹ proprietatib⁹ ca. 44.
 Que medietas quibus rerum publicarum statib⁹ co
 parentur. capit. 45.
 Quod superficies vna tantū in proportionalitatibus
 medietate iungantur. solidi vero numeri duab⁹ medie
 tatibus in medio collocant. capi. 46.
 De armōica medietate eiusq⁹ proprietatib⁹. cap. 47.
 Quare dē sit armōica medietas ea q̄ digesta ē. c. 48.
 De geometrica armonia cap. 49.
 Quēadmodū cōstitutis altrīsec⁹ duob⁹ terminis: arith
 metica et armonica inter eos medietas alternet. atq⁹
 de eorum generationibus. cap. 50.
 De tribus medietatibus que armonice et geometricē
 contrarie sunt. capi. 51.
 De quatuor medietatibus quas posteri ad splendūm
 denarium lūmitem adiecerunt. capi. 52.
 Dispositio decem medietatum. capi. 53.
 De maxima et perfecta symphonia que tribus diste
 ditur interuallis. cap. 54.
 finiunt capitula.

Incipit liber secundus

Quēadmodū ad equalitatem omnis inequalitas
 reducatur. Capitulū primum

Superioris libri disputationē digestū ē. quē
 admodū tota inequalitatis substantia a
 principe sui generis equalitate pcesserit.
 sed que rex elemēta sunt: ex eiusdē principali
 ter oīa cōponuntur: et in eadē rursus reso
 lutione facta resoluuntur. Ut qm̄ articulatis vocis ele

menta sunt līre: ab eis ē syllabaz pgressa coniunctio:
 et in eadē rursus terminatur extrebas. eadēq⁹ vñ opti
 net sonus in musicis. Ita vñ modū. 4. corpora nō igno
 ramus efficere. Namq⁹ vt ait ex ibi terraq⁹ aīa gignū
 tur et igni. sed in hec rursus eius. 4. elementa fit po
 strema resolutio. Ita igit̄ qm̄ ex equalitatis margie
 cūctas inequalitatis spēs p̄ficiisci videmus: oīs a no
 bis inequalitas ad equalitatem rursus velut ad qđdā
 elementum proprij generis resoluatur. Hoc autē tri
 na rursus impatione colligi. eaq⁹ resoluendi ars da
 tis quibuslibet tribus terminis inequalib⁹ quidē: h̄ p
 portionaliter cōstitutis: idest vt eandem medius ad
 primū vim pportionis optineat: quā q̄ est extremus
 ad medius in qualibet inequalitatis rōne: vel in mul
 tiplicibus: vel s̄ superparticularibus: vel in suppartie
 tibus: vel in his que ex his procreantur: hoc est multi
 plicibus superparticularibus: vel multiplicibus super
 partientibus eadem atq⁹ vna ratione indubitate con
 stabit. Propositis enim tribus vt dictum est termi
 nis equis proportionib⁹ ordinatis: vltimum semp̄ me
 dio detrahant: et ipsum quidem vltimum primū ter
 minū collocemus: quod de medio relinquatur secun
 dum. De tertia vero ppositorum terminorum summa
 auferamus vñū primū et duos secundos eos qui de
 medietate relicti sunt. et id quod ex tertia summa rel
 quitur: tertiu terminū constituemus. Videbis igit̄
 hoc facto in minorē modū summas reuerti: et ad prin
 cipialiorē habitudinem comparationes pportiones
 q̄ reduci. vt si sit quadrupla proportio: primo ad tri
 plam: inde ad duplam: inde ad equalitatē vñq̄ remea
 re. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad
 sesquitertium: inde ad sesqualtex: postremo ad tres
 equales terminos redire. Hoc autem nos exēpli gra
 tia in multiplo tñ proportionē docebimus. Sollers
 tem vñ in alijs quoq̄ inequalitatis speciebus id expe
 rientem: eadem ratio preceptorum innabit. Constituā
 tur enim tres ad se termini quadrupli.

8	32	128
---	----	-----

Ut ser igit̄ ex medio minorē: idest ex trige
 taudubus octonarium: relinquuntur. 2. 4. et
 primum octonarium terminū pones: fin
 vo quod reliquā fuerit ex medio: idest. 24.
 vt sint hi duo termini. 8. et 24. de tertio vē
 ro: idest. 1. 8. aufer vñū primū: idest. 8. et duos secūdos
 qui sūt reliqui: idest bis. 24. et reliquātū. 72. His dis
 positis terminis: ex quadruplicis propinq̄o eq̄tati pro
 portio tripla redacta ē. Sunt. n. bi termini.

8	24	72
---	----	----

His aut ipsi idē si feceris: ad duplū rur
 sus cōparatio remeabit. Done enī primum
 minori equū idest. 8. et aufer ex. 16.
 octonarium: remanent. 8. et quibus disposi
 tis: ex tertio idest. 32. sumptis primo: idest.
 8. et duobus secundis idest octonarijs: supersūt. 8. qui
 bus dispositis prima nobis equalitas cadit. vt subie
 cte summule docent.

8	16	32
---	----	----

Dem vero ex his si fiat: et in oīm ad equali
 tatis summas eliquabimus. Done enī pri
 mum minori equū idest. 8. et aufer ex. 16.
 octonarium: remanent. 8. et quibus disposi
 tis: ex tertio idest. 32. sumptis primo: idest.
 8. et duobus secundis idest octonarijs: supersūt. 8. qui
 bus dispositis prima nobis equalitas cadit. vt subie
 cte summule docent.