

The image shows a full-page view of marbled paper. The pattern is a complex, organic design with swirling, wavy lines and irregular, cell-like shapes. The primary colors are a muted blue-grey, a warm tan or light brown, and a darker, more saturated brown. The lines and shapes flow across the page in a non-repeating, naturalistic manner, characteristic of traditional marbling techniques. The overall effect is a rich, textured visual field.

19
Benz.
1098

1098

Zu Göttingen am
23^{ten} Oktober 1798!

ADB: "... seine bedeutendste Leistung
war aber die 'Bestimmung der Länge...'

1098

Bestimmung der Länge

von

Göttingen, Gotha, Danzig,
Berlin, und Harefield,
in Middlesex,

aus

der Sonnenfinsternifs vom 5. September 1793.

Mit

Anzeige seiner mathematischen Vorlesungen

vom

Professor Seyffer.

Göttingen,

bey Johann Christian Dieterich, 1794.

Bestimmung der Länge
Rara (19)

von
8901 2 1/2
Göttingen, Gotha, Danzig,
Berlin, und Harfeld,

in Middelsex,

der Sonnenhöhe vom 2. September 1792

Mit

Anzeige seiner mathematischen Vorlesungen

Professors



Göttingen

bei Johann Christian Dieterich, 1792

1294 865 01

Da ich mich bey der Wandelbarkeit des Mauerquadranten auf die mit demselben beobachteten gerade Aufsteigungen nicht verlassen kann (*), auch die Königliche Sternwarte kein Passage-Instrument besitzt, so habe ich zur genaueren Zeitbestimmung mich mit Sonnen- und Sterndurchgängen im Mauerquadranten nicht begnügt, sondern auch correspondirende Stern-Höhen genommen, und die Zeit daraus hergeleitet. Die gerade Aufsteigungen habe ich nach den besten Tafeln und Fixsternen ver-

(*) Das Fundament, worauf der Mauerquadrant ruht, ist so sehr gesunken, daß das Instrument durch die Schrauben, die zu Ende sind, nicht mehr in den Meridian gebracht werden kann. Ueberdies richtet sich die Lage des Quadranten nach dem Thermometer, und die Bewegung des Pfeilers sammt dem Instrumente kann mit Recht mit dem Athemholen verglichen werden. Um von der Lage des Instruments einen anschaulichen Begriff zu geben, brauche ich nur eine der Corrections-Gleichungen aus meinem Astronomischen Tagebuche der Sternwarte auszuheben, wodurch ich mit unbeschreiblicher mühevoller Gedult und vielen Nachtwachen die Fehler des Instruments bestimmt habe. Die Mayersche Formel (Tob. Mayer opera inedita Vol. I. Edit. Lichtenberg p. 19.)

$$X = \frac{A \cos \alpha \mp B \sin \alpha \mp C}{\cos \delta}, \text{ wird:}$$

$$X = \frac{3''{,}5022 \cos \alpha \mp 15''{,}0564 \sin \alpha \mp 1''{,}669}{\cos (p - \alpha)}$$

wenn X die Summe der Fehler, und p die Breite bezeichnet. Aus der Formel ist klar, daß der Mauerquadrant im Zenith um $52''{,}5$ und im Azimuth, vollends gar, nicht weniger als um $3''{,}45''{,}75$ im Bogen abweicht.

verzeichnißs, die wir jetzt besitzen, ich meyne nach des Hrn. von Zach Tabulis motuum solis et fixarum Catalogo novo, berechnet.

A.

Zeitbestimmung.

4. September 1793.

I. Uebereinstimmende Höhen von α Aquarii mit dem zweyfüßigen Sissonschen Quadranten.

Höhen.	Zeit vor der Culmination.	Zeit nach der Culmination.
32° 30'	20 ^u . 11'. 50".	23 ^u . 47'. 30".
40.	13. 55.	45. 25.
50.	15. 52.	43. 28.
33° 0.	17. 56.	41. 24.
10.	20. 7.	39. 11.
20.	22. 17.	37. 3.

Hieraus beobachtete gerade Aufsteigung von α Aquarii, wenn ich aus allen Beobachtungen das Mittel nehme,

21^u. 59' 39",833Berechnete AR. 21^u. 55' 11",309

Folglich Voreilung der Uhr 4' 28",524

Die Genauigkeit der übereinstimmenden Höhen zu prüfen, habe ich die Stundenwinkel einzelner Beobachtungen berechnet, und vermittelst der Formel (*)

$$\sin \frac{A - A'}{2} = \frac{\cos \left(\frac{a + a'}{2} \right) \sin \left(\frac{a - a'}{2} \right)}{\cos p. \cos \delta. \sin \left(\frac{A + A'}{2} \right)}$$

aus verschiedenen combinirten Beobachtungen die gerade Aufsteigung von α Aquarii gefunden

21^u. 59' 40",267

welches

(*) Bestimmung der Zeit des wahren Mittags etc. von Hrn. Obrist von Tempelhof; in Hrn. Bode's Erstem Supplementbände p. 214.

welches von der obigen unmittelbar hergeleiteten Bestimmung nur um $0'',434$ abweicht. Hieraus Voreilung der Uhr

$4'. 28'',958$

II. Voreilung der Uhr am 4. September aus beobachteten geraden Aufsteigungen am Mauerquadranten. Aus

α Aquarii	4. 28,891
β Aquarii	4. 28,520
γ Aquarii	4. 29,021
δ Antinoi	4. 28,902
α Sagittae	4. 28,329
γ Aquilae	4. 29,103
δ Cygni	4. 28,721
α Aquilae	4. 29,108
β Aquilae	4. 28,921
α Delphini	4. 28,781
γ Delphini	4. 29,304
α Equulei	4. 29,431

Hieraus Voreilung der Uhr A) $4'. 28'',919$

aus den Stundenwinkeln B) $4'. 28'',958$

aus übereinstimmenden Sternhöhen C) $4'. 28'',524$

III. Voreilung der Uhr aus der beobachteten geraden Aufsteigung der Sonne, die Voreilung auf den Moment der Culmination des α Aquarii reducirt, aus der Culmination der Sonne im Mauerquadranten

den 4. September D) $4'. 28'',602$

den 5. September E) $4'. 28'',997$

IV. Folglich, aus allen Beobachtungen A. B. C. D. E. zusammengenommen, eilte die Uhr der wahren Sternzeit vor F) um $4'. 28'',80$.

V. Um den Gang der Uhr zu bestimmen wurden den 4. und 5. September der Durchgang der Sonne, Durchgänge

gänge derselben Sterne, und correspondirende Höhen von α Aquarii beobachtet. Hieraus berechnete ich für einen Stern-Tag Voreilung der Uhr, aus den Beobachtungen

α) der Sonne $0'',595$

β) des α Aquarii $0'',609$

γ) aus dem Mittel mehrerer Sterndurchgänge $0'',611$

so daß ich mit Zuverlässigkeit für den Sterntäglichen Gang der Uhr . . . δ). $0'',605$ vom 4. bis auf den 5. September annehmen kann.

B.

Beobachtung der Sonnenfinsternifs auf der Königlichen Sternwarte zu Göttingen.

VI. Den Anfang der Sonnenfinsternifs zu beobachten hat mir ungünstiger Himmel nicht vergönnt; desto besser gelang die Beobachtung des Austritts, den ich mit einem Dollond'schen Telescop von dreyfachem Objectiv, 4 Fufs Focallänge und 100maliger Vergrößerung beobachtete um

$12^u \ 44' \ 14'',0$ Zeit der Uhr.

Voreilung der Uhr (F) . . . $4' \ 28'',8$

Voreilung der Voreilung (δ) . $0' \ 0'',4$

Folglich Ende der Finsternifs um

A') $12^u \ 39' \ 44'',8$ wahrer Sternzeit, oder

$1^u \ 39' \ 27'',438$ mittlerer Sonnenzeit.

VII. Die correspondirenden Beobachtungen der Sonnenfinsternifs, die ich erhalten, und berechnet habe, sind die zu Gotha von Hrn. von Zach; zu Harefield von dem Hrn. Grafen Brühl; zu Berlin von Hrn. Bode; zu Danzig von Hrn. Dr. Koch; und zivar wurde beobachtet zu

B')

Das Ende der Finsternifs.

- B') Gotha von Hrn. von Zach auf der
Herzoglichen Sternwarte Seeberg $1^u 44' 43'',40$ mittl. Zeit
Den Unterschied des Mittagskreises
nach Hrn. von Zachs Bestimmungen
(*) zu $33' 35''$ östlich von Pa-
ris angenommen, $= 1^u 11' 8'',40$ mittl. Pa-
riser Zeit.
- C') Harefield, in Middlesex, von Hrn. Grafen Brühl.
Anfang $21^u 35' 21'',76$ mittl. Zeit.
Ende $0^u 40' 45'',50$ mittl. Zeit.
- D') Berlin, von Hrn. Bode.
Anfang $22^u 49' 52'',83$ m. Z.
Ende $1^u 56' 24'',25$ m. Z.
- E') Danzig, von Hrn. Dr. Koch.
Ende der Finsternifs $2^u 20' 34'',24$ m. Z.

C.

*Resultate der Berechnung von der Beobachtung des Hrn.
Grafen Brühl zu Harefield.*

a') Für den Anfang der Sonnenfinsternifs.

Wahre Länge des Monds = $162^{\circ} 9' 33''$
Wahre Breite des Monds = $33' 55'',6$ nördlich.
Stündliche Bewegung des Monds = $29' 36'',06$
Horiz. Parallaxe des Monds, unter dem Aequator = $54' 6'',75$
Horizontaler Halbmesser des Monds = $14' 46'',5$
Horizontal-Parallaxe der Sonne = $8'',43$
Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = $128^{\circ} 46' 35'',0$
Geographische Breite von Harefield aus mehrern Beobach-
tungen des Hrn. Grafen Brühl = $51^{\circ} 36' 10'',0$

Ver-

(*) Tab. motuum Solis etc. Auctore Francisco de Zach. pag. 12.

Verbesserte Breite, die Abplattung der Erde = $\frac{1}{300}$ ange-
 nommen (*), = $51^{\circ} 24' 59'',0$
 Folglich der Winkel der Verticallinie mit dem Halbmesser
 der Erde = $11' 11''$
 Schiefe der Ecliptik = $23^{\circ} 27' 48'',1$
 Stündliche Bewegung der Sonne = $2' 25'',75$
 Parallaxe der Länge des Monds = $32' 4'',42$
 Scheinbare Breite des Monds = $5' 47'',15$ nördlich.
 Vergrößerter Halbmesser des Monds = $14' 51'',01$
 Der Halbmesser der Sonne = . . . $15' 56'',14$
 Summe = dem Abstände der Mittelpunkte
 des Monds und der Sonne . . . = $30' 51'',15$
 Irradiation und Inflexion . . . = $- 5'',00$
 Hieraus wahre Conjunction des Monds mit der Sonne
 $23^{\text{u}} 54' 16'',80$ mittlerer Zeit.

β) Für das Ende der Sonnenfinsternifs.

Wahre Länge des Monds = $163^{\circ} 41' 1''$
 Wahre Breite des Monds = $42' 20'',0$ nördlich.
 Stündliche Bewegung des Monds = $29' 35'',86$
 Horiz. Parallaxe des Monds unter dem Aequator = $54' 7'',7$
 Horizontaler Halbmesser des Monds = $14' 46'',81$
 Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = $175^{\circ} 15' 7'',96$
 Parallaxe der Länge des Monds = $9' 14'',1$
 Scheinbare Breite des Monds = $4' 51'',34$ nördlich.
 Vergrößerter Halbmesser des Monds = $14' 56'',61$
 Halbmesser der Sonne = $15' 56'',14$
 Abstand der Mittelpunkte des Monds und der Sonne
 = $30' 52'',75$
 Folglich wahre Conjunction des Monds mit der Sonne
 $23^{\text{u}} 53' 59'',57$ mittlerer Zeit.

D.

(*) Ueber diese Abplattungs-Hypothese siehe Hrn. von Zach in
 Hrn. Bode's Jahrbuch für 1794. pag. 203. De la Lande Berlin.
 Jahrbuch für 1791. pag. 251. de la Place Mém. de l'Acad. de
 Sc. de Paris 1783.

D.

Berechnung meiner Beobachtung auf der Sternwarte zu Göttingen.

- Wahre Mondslänge = $163^{\circ} 49' 25''$
- Wahre Breite des Monds = $43' 6'',2$ nördlich.
- Stündliche Bewegung des Monds = $29' 35'',86$
- Vergrößerter horiz. Halbmesser des Monds = $14' 55'',97$
- Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = $189^{\circ} 56' 18'',83$
- Breite der Göttingischen Sternwarte = $51^{\circ} 31' 54''$
- Verbesserte Breite = $51. 20. 42,64$
- Folglich der Winkel der Verticallinie = $11' 11'',36$
- Die Abplattung der Erde = $\frac{1}{300}$ gesetzt.
- Parallaxe der Länge des Monds = $1' 45'',35$.
- Scheinbare Breite des Monds = $2' 11'',8$
- Verbesserter Abstand der Mittelpuncte des Monds und der Sonne = $30' 47'',11$
- Hieraus wahre Conjunction des Monds mit der Sonne $0^h 35' 31'',24$

E.

Berechnung der Beobachtung des Hrn. v. Zach, zu Gotha.

- Wahre Mondslänge = $163^{\circ} 50' 20'',7$
- Wahre Mondsbreite = $43' 11'',3$ nördlich.
- Stündliche Bewegung des Monds = $29' 35'',86$
- Gerade Aufsteigung des Mittagkreises = $191^{\circ} 15' 23'',12$
- Breite der Gothaischen Sternwarte auf Seeberg = $50^{\circ} 56' 17''$
- Verbesserte Breite, nach dem Axenverhältniß $299:300$,
= $50^{\circ} 45' 2'',5$
- Mithin die Neigung des Halbmessers der Erde gegen die Verticallinie = $11' 14'',5$
- Parallaxe der Länge des Monds = $47'',80$
- Scheinbare Breite des Monds = $2' 17'',0$
- Vergrößerter Halbmesser des Monds = $14' 55'',97$

B

Ver-

Verbesserter Abstand der Mittelpuncte des Mondes und der
 Sonne = $30' 42'',0$
 Folglich wahre Conjunction zu Gotha
 $\text{☿} \text{☾} \text{☉} = \text{☉}^{\text{u}} 38' 41'',0$ mittl. Zeit.

F.

*Berechnung der Beobachtung des Herrn Bode auf der
 Sternwarte zu Berlin.*

α) Für den Anfang der Finsternißs.

Wahre Mondsbreite = $34' 47'',11$
 Wahre Mondslänge = $162^{\circ} 18' 52'',4$
 Stündliche Bewegung des Mondes = $29' 36'',05$
 Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = $147^{\circ} 25' 5'',05$
 Breite der Königl. Sternwarte zu Berlin = $52^{\circ} 31' 30''$
 Verbesserte Breite = $52^{\circ} 20' 24''$
 Winkel d. Verticallinie mit dem Halbmesser d. Erde = $11' 6''$
 Parallaxe der Mondslänge = $23' 29'',31$
 Scheinbare Breite des Mondes = $2' 45'',34$
 Vergrößerter Halbmesser des Mondes = $14' 56'',08$
 Verbesserter Abstand der Mittelpuncte der Sonne und des
 Mondes = $30' 40'',31$
 Hieraus die wahre $\text{☿} \text{☾} \text{☉}$ um $\text{☉}^{\text{u}} 49' 28'',58$ mittl. Zeit.

β) Für das Ende der Sonnenfinsternißs.

Wahre Mondslänge = $163^{\circ} 50' 53'',2$
 Wahre Mondsbreite = $43' 14'',26$
 Stündliche Bewegung des Mondes = $29' 35'',86$
 Gerade Aufsteigung des Mittagskreises = $194^{\circ} 10' 37'',45$
 Parallaxe der Mondslänge = $20'',0$
 Scheinbare Breite des Mondes = $54'',58$
 Vergrößerter Halbmesser des Mondes = $14' 55'',49$
 Verbesserter Abstand der Mittelpuncte der Sonne und des
 Mondes = $30' 46'',32$
 Hieraus die wahre $\text{☿} \text{☾} \text{☉}$ um $\text{☉}^{\text{u}} 49' 10'',95$ mittl. Zeit.

G.

G.

Berechnung der Beobachtung des Hrn. D. Koch, zu Danzig.

Wahre Länge des Monds = $163^{\circ} 51' 26'',0$
 Wahre Breite des Monds = $43' 22'',74$
 Gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = $165^{\circ} 3' 19'',81$
 Geogr. Breite von Danzig = $54^{\circ} 21' 9''$
 Verbesserte Breite . . . = $54^{\circ} 10' 16''$
 Winkel der Verticalen mit dem Halbmesser der Erde = $10' 53'',0$
 Parallaxe der Länge des Monds = $1' 7'',5$
 Scheinbare Breite des Monds = $1' 2'',06$ südlich.
 Vergrößerter Halbmesser des Monds = $14' 54'',73$
 Verbesserter Abstand der Mittelpunkte des Monds und der
 Sonne = $30' 45'',3$
 Hieraus wahre $\sigma \odot \odot$ $1^u 10' 9'',94$ mittl. Zeit.

Es sey δ die Verbesserung der Abstände der Mittelpunkte des Monds und der Sonne; Ferner gedenke man sich ein ebenes (*) rechtwinklichtes Dreyeck, dessen Hypotenuse sey $\odot \odot$, und die beyden Catheten $B \odot$ und $B \odot$; so ist $\phi = B \odot \odot$; $\text{tang } \phi = \frac{B \odot}{B \odot}$; und $\text{sec } \phi = \frac{\odot \odot}{B \odot}$; Es sey auch π die Verbesserung der Aequatorial-Parallaxe; und y die Verbesserung der Mondsweite; so lassen sich für die obigen Zeiten der Conjunctionen folgende Gleichungen entwickeln:

A') Für Harefield

a) aus dem Anfange der Sonnenfinsternifs

$$\sigma \odot \odot = 23^u 54' 16'',80 + 2,25 \delta - 0,42 y + 1,553 \pi;$$

und aus dem Ende

$$\beta') \sigma = 23^u 53' 59'',57 - 2,23 \delta + 0,35 y + 0,132 \pi;$$

$$\text{Hieraus } \gamma') 17'',23 + 4,48 \delta - 0,77 y + 1,421 \pi = 0$$

B 2

B')

(*) Man kann, da die Seiten des *sphärischen* Dreyecks sehr klein sind, ohne merklichen Fehler ein *ebenes* Dreyeck dafür substituiren.

B') Für Berlin

 $\alpha')$ aus dem Anfange

$$\sigma \odot \odot = 0^u. 49' 28'',58 + 2,22 \delta - 0,16 y + 1,05 \pi$$

aus dem Ende

$$\beta') 0^u. 49' 10'',95 - 2,21 \delta + 0,06 y - 0,04 \pi$$

$$\text{Hieraus } \gamma') 17'',63 + 4,43 \delta - 0,22 y + 1,09 \pi = 0$$

Setzt man $\pi = 0$, so folgt aus den Gleichungen γ' und γ''
 der Werth von $\delta = -4'',03$; und der Werth
 von $y = -1'',09$

C') Für Gotha

$$\sigma \odot \odot = 0^u. 38' 41'',0 - 2,21 \delta + 0,16 y - 0,09 \pi$$

D') Für Danzig

$$\sigma \odot \odot = 1^u. 10' 9'',94 - 2,20 \delta + 0,07 y - 0,10 \pi$$

E') Für Göttingen

$$\sigma \odot \odot = 0^u. 35' 31'',24 - 2,22 \delta + 0,15 y - 0,047 \pi$$

Setzt man $\pi = 0$ und wieder $\delta = -4'',0$; und $y = -1'',0$
 so wird für Harefield die Conjunction

aus dem Anfang $23^u. 54' 8'',22$ aus dem Ende $23^u. 54' 8'',14$ Mittel . . . $23^u. 54' 8'',18$ für Berlin $\sigma \odot \odot$ aus dem Anfang $0^u. 49' 19'',86$ aus dem Ende $0^u. 49' 19'',73$ Mittel . . . $0^u. 49' 19'',79$ Für Gotha $\sigma \odot \odot = 0^u. 38' 49'',68$ Danzig $\sigma \odot \odot = 1^u. 10' 18'',67$ Göttingen $\sigma \odot \odot = 0^u. 35' 39'',97$

Es ergeben sich hieraus folgende Mittagsunterschiede
 von Göttingen:

Harefield . . . $41' 31'',79$ westlich.Berlin . . . $14' 39'',82$ östlich.Gotha . . . $3' 9'',71$ östlich.Danzig . . . $34' 38'',70$ östlich.

Lege

Lege ich die zu Harefield vom Hrn. Grafen Brühl gemachte Beobachtung, und die aus Anfang und Ende hergeleitete Conjunction zu Grunde, so erhält man von Harefield die Mittagsunterschiede:

Göttingen	41' 31'',79	östlich.
Gotha	44' 41'',5	östlich.
Berlin	55' 11'',61	östlich.
Danzig	1 ^{St.} 16' 10'',49	östlich.

Folglich, da aus mehreren Beobachtungen des Hrn. Grafen Brühl der Mittagsunterschied zwischen Harefield und Paris bestimmt ist = 11' 16'',96 (*), so gibt die Mittagsunterschiede von Paris für die Sternwarten zu

Gotha, auf dem Seeberg	33' 24'',54	östlich.
Berlin	43' 54'',65	östlich.
Danzig	1 ^{St.} 4' 53'',53	östlich.
Göttingen	30' 14'',83	östlich.

und man erhält hieraus die geographische Länge von

Gotha =	28° 21' 8'',1
Berlin =	30° 58' 39'',75
Danzig =	36° 13' 22'',95
Göttingen =	27° 33' 42'',45

Die ältern Mondstafeln von Mayer Edit. London 1770 geben die Conjunction für Paris

0^{u.} 3' 21'',2 mittl. Zeit.

Die neuern Tafeln (Lalande Astronomie. troisième Edition) hingegen

0^{u.} 3' 59'',83 mittl. Zeit.

Vergleicht man damit die aus den Beobachtungen hergeleiteten Conjunctionen, so ergibt sich, wenn man die Conjunctionen durch die Meridian-Differenzen von Gotha = 33' 35'' (nach des Hrn. von Zach Bestimmungen); von Harefield 11' 16'',96; von Göttingen, nach Tob. Mayer,

30'

(*) Berlin. Jahrbuch 1791. pag. 227. 240. Conn. des temps 1792. De Zach Tab. motuum Solis pag. 21.

30' 16",0 auf den Meridian von Paris reducirt, der Fehler der ältern Tafeln, aus den Beobachtungen

von Gotha = 51",38

von Göttingen = 55",57

von Harefield = 56",12

Hingegen der Fehler der neueren Tafeln aus den Conjunctionen zu

Harefield = 38",6

Gotha = 33",9

Göttingen = 38",1

um welches die Tafeln die Längen zu groß angeben.

In meinen Vorlesungen werde ich nächsten Winter vortragen:

- I. *Encyclopädie aller mathematischen Wissenschaften*, nach eigenem Entwurf, um 8 Uhr.
- II. *Reine Mathematik; Arithmetik und Trigonometrie* nach eigener Methode; *Geometrie* nach *Euclid's* Elementen. Mit der Geometrie werde ich die Anwendung derselbigen, das *allgemein-nützlichste* der *practischen Geometrie* und den Gebrauch der Instrumente verbinden. um 10 Uhr.
- III. *Angewandte Mathematik*, (die *Astronomie* ausgeschlossen) nach Hrn. Hofr. *Kästner's* Anfangsgründen. um 4 Uhr.
- IV. *Astronomie*; nach Hrn. Hofr. *Lichtenberg's* VIten Ausgabe des *Erxleben'schen* Compendii, verbunden mit dem Gebrauche der Instrumente auf der Königlichen Sternwarte. um 5 Uhr. Zugleich werde ich practische Anleitung zur Sternkenntniß in heitern Nächten geben.
- V. Jeden Sonnabend um 9 Uhr werde ich öffentliche Vorlesungen halten über die *mechanische Bildung* der *Himmelskörper*, nach der Theorie der Herren *Le Sage*, und *De Luc*; und die schönen Entdeckungen des Herrn Dr. *Herschel* damit vergleichen.









